TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 – LẦN 1
Môn: TOÁN; ***Thời gian làm bài: 180 phút***

Câu	**Đáp án**	**Điểm**

Câu 1. (1,0 điểm)

1^o. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

2^o. Sự biến thiên:

* Chiều biến thiên: Ta có $y'=3x^2-12x+9,\ x\in\mathbb{R}$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.;\quad y'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>3\end{array}\right.;\quad y'<0\Leftrightarrow 1<x<3.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

* Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x=1,\ y_{CĐ}=y(1)=3$;

hàm số đạt cực tiểu tại $x=3,\ y_{CT}=y(3)=-1$.

* Giới hạn tại vô cực:

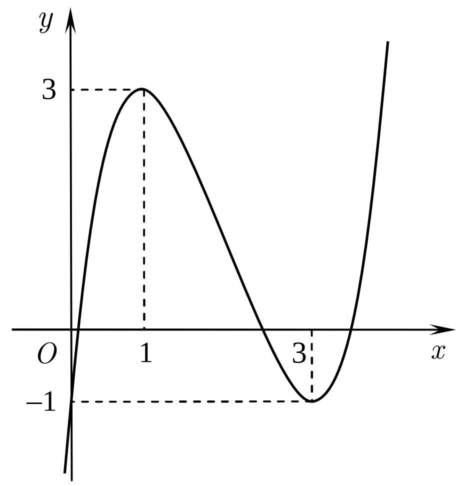
$$\lim_{x\to-\infty}y=\lim_{x\to-\infty}x^3\left(1-\frac{6}{x}+\frac{9}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)=-\infty;\quad \lim_{x\to+\infty}y=\lim_{x\to+\infty}x^3\left(1-\frac{6}{x}+\frac{9}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)=+\infty.$$

0,5

* Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

3^o. Đồ thị:



0,5

Câu 2. (1,0 điểm)

Hệ số góc của d là $k=-\frac{3}{4}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến cũng là $-\frac{3}{4}$.

Ta có $y'=-\frac{3}{(x-1)^2},\ x\neq 1$.

Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị là nghiệm của phương trình

$$y'=-\frac{3}{4}\Leftrightarrow -\frac{3}{(x-1)^2}=-\frac{3}{4}\Leftrightarrow (x-1)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$$

0,5

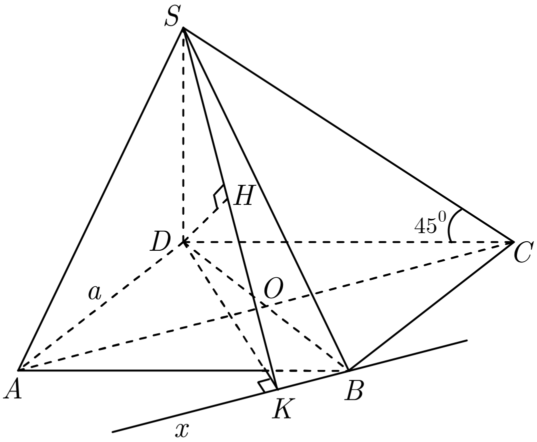
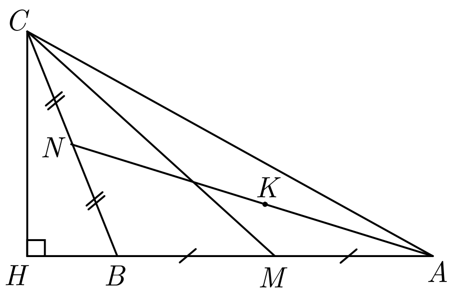
* Với $x=-1$ ta có $y=\frac{1}{2}$. Suy ra tiếp tuyến là $y=-\frac{3}{4}(x+1)+\frac{1}{2}$, hay $y=-\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$.

* Với $x=3$ ta có $y=\frac{7}{2}$. Suy ra tiếp tuyến là $y=-\frac{3}{4}(x-3)+\frac{7}{2}$, hay $y=-\frac{3}{4}x+\frac{23}{4}$.

Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là $y=-\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$ và $y=-\frac{3}{4}x+\frac{23}{4}$.

0,5

Câu 3. (1,0 điểm)	a) Điều kiện: $x \ge -3$. Đặt $2^{\sqrt{x+3}} = t > 0$, bất phương trình đã cho trở thành $$2t + \frac{2}{t} < 5 \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 < 0, \text{ (vì } t > 0\text{)} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < t < 2$$ $$\Leftrightarrow 2^{-1} < 2^{\sqrt{x+3}} < 2 \Leftrightarrow -1 < \sqrt{x+3} < 1 \Leftrightarrow -3 \le x < -2.$$ Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $-3 \le x < -2$.	**0,5**
	b) Ta có $\log_{\sqrt{45}} 75 = 2\log_{45} 75 = 2\dfrac{\log_3 75}{\log_3 45} = 2\dfrac{\log_3(3.5^2)}{\log_3(3^2.5)} = 2\dfrac{1+2\log_3 5}{2+\log_3 5} = \dfrac{2+4a}{2+a}$.	**0,5**
Câu 4. (1,0 điểm)	Đặt $u = x + \ln(2x+1)$, $\mathrm{d}v = \dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}$. Suy ra $\mathrm{d}u = \left(1 + \dfrac{2}{2x+1}\right)\mathrm{d}x$, $v = -\dfrac{1}{x+1}$. Theo công thức tích phân từng phần ta có $$I = -\frac{x+\ln(2x+1)}{x+1}\Bigg\vert_0^1 + \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{(2x+1)(x+1)}\right)\mathrm{d}x$$	**0,5**
	$$= -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{4}{2x+1} - \frac{2}{x+1}\right)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + \int_0^1 \left(\frac{4}{2x+1} - \frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x$$ $$= -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + \Big(2\ln(2x+1) - \ln(x+1)\Big)\Bigg\vert_0^1 = -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + 2\ln 3 - \ln 2$$ $$= \frac{3}{2}\ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Big(3\ln 3 - 2\ln 2 - 1\Big).$$	**0,5**
Câu 5. (1,0 điểm)	Gọi $M = d \cap (P)$. Vì $M \in d$ nên $M(-2t+3;\, 4t-8;\, -t)$. Suy ra $M \in (P) \Leftrightarrow (-2t+3) + (4t-8) + (-t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 12$, hay $M(-21;\, 40;\, -12)$.	**0,5**
	Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) nên (Q) có cặp vtcp $\begin{cases}\overrightarrow{u_d} = (-2;\, 4;\, -1)\\ \overrightarrow{n_P} = (1;\, 1;\, 1)\end{cases}$ Suy ra $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (5;\, 1;\, -6)$. Lấy $N(3;\, -8;\, 0) \in d$ nên $N \in (Q)$. Suy ra phương trình $(Q): 5x + y - 6z - 7 = 0$.	**0,5**
Câu 6. (1,0 điểm)	a) Điều kiện: $\sin x \ne 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với $$\cos x - \sin x + \sin 2x\big(1 - \cot x\big) = 0 \Leftrightarrow \cos x - \sin x + 2\cos x\big(\sin x - \cos x\big) = 0$$ $$\Leftrightarrow \big(\cos x - \sin x\big)\big(1 - 2\cos x\big) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = \sin x\\ \cos x = \dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$	**0,5**
	b) Gọi hai buổi công diễn là I, II. Số cách chia 24 tiết mục thành hai buổi công diễn chính là số cách chọn 12 tiết mục cho buổi I, đó là C_{24}^{12}. Gọi A là biến cố "2 tiết mục của lớp $11A$ được biểu diễn trong cùng một buổi". Nếu 2 tiết mục của lớp $11A$ cùng biểu diễn trong buổi I thì số cách chọn 10 tiết mục còn lại cho buổi I là C_{22}^{10}. Hai tiết mục của lớp $11A$ cũng có thể cùng biểu diễn trong buổi II. Vì vậy, số cách chia để biến cố A xảy ra là $2.C_{22}^{10}$. Do đó $P(A) = \dfrac{2.C_{22}^{10}}{C_{24}^{12}} = \dfrac{11}{23} \approx 0,4783$. *Ghi chú.* Xác suất cũng có thể được tính theo công thức $P(A) = \dfrac{2.C_{12}^{2}}{C_{24}^{2}} = \dfrac{11}{23}$.	**0,5**

Câu 7. (1,0 điểm)	 Vì $\begin{cases} SD \perp (ABCD) \\ DC \perp BC \end{cases}$ nên $SC \perp BC$. Suy ra $\widehat{SCD} = \left(\widehat{(SBC),\,(ABCD)}\right) = 45^0$ (do ΔSCD vuông tại D nên $\widehat{SCD} < 90^0$). Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $OA = OD$, kết hợp với $\widehat{AOD} = 180^0 - \widehat{AOB} = 60^0$. Suy ra ΔOAD đều. Do đó $OA = OD = a$, $\widehat{ADO} = 60^0$. Suy ra $AB = AD.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$. Suy ra $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3}$ và $SD = CD.\tan 45^0 = a\sqrt{3}$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SD.S_{ABCD} = a^3$.	**0,5**
	Kẻ $Bx \mathbin{//} AC \Rightarrow \text{mp}(S,Bx) \mathbin{//} AC$ $\Rightarrow d(AC,\,SB) = d\big(O,\,(S,Bx)\big) = \dfrac{1}{2}d\big(D,\,(S,Bx)\big)$. (1) Hạ $DK \perp Bx$, $DH \perp SK$. Vì $Bx \perp (SDK)$ nên $Bx \perp DH \Rightarrow DH \perp (S,\,Bx)$. (2) Vì $BD = 2DO = 2a$ và $\widehat{DBK} = \widehat{DOA} = 60^0$ (đồng vị) nên $DK = BD\sin 60^0 = a\sqrt{3}$. Suy ra ΔSDK vuông cân tại $D \Rightarrow DH = \dfrac{SK}{2} = \dfrac{SD\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. (3) Kết hợp (1), (2) và (3) ta suy ra $d(AC,\,SB) = \dfrac{1}{2}DH = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.	**0,5**
Câu 8. (1,0 điểm)	 Từ hệ $\begin{cases} y + 2 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-4;-2)$. Gọi M, N là trung điểm AB, BC. Ta có $A \in d: x + 2y + 2 = 0 \Rightarrow A(-2a-2;\,a)\ (a<0)$ $M \in CM: y + 2 = 0 \Rightarrow M(m;-2)$. Mà M là trung điểm AB nên $B(2a+2m+2;-a-4) \Rightarrow N\left(a+m-1;\,\dfrac{-a-6}{2}\right)$. Vì $CH \perp AB$ nên $\overrightarrow{u_{CH}}.\overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow 2(2a+m+2) + 3(-a-2) = 0 \Leftrightarrow a = -2m+2$. (1)	**0,5**
	Ta có $\overrightarrow{KA} = (-2a+16;\,a-3)$ và $\overrightarrow{KN} = \left(a+m+17;\,\dfrac{-a-12}{2}\right)$. Vì A, N, K thẳng hàng nên $\overrightarrow{KA}$ cùng phương $\overrightarrow{KN}$. Do đó $(-2a+16)(-a-12) = 2(a-3)(a+m+17)$. (2) Thay (1) vào (2) ta được $2m^2 + 21m - 65 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{5}{2} \Rightarrow a = -3 \text{ (tm)} \\ m = -13 \Rightarrow a = 28 \text{ (ktm)} \end{array}\right.$ Suy ra $A(4;-3)$, $B(1;-1)$. Ta có $\overrightarrow{BA} = (3;-2)$, $\overrightarrow{BC} = (-5;-1) \Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{BA},\,\overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{3(-5)+(-2)(-1)}{\sqrt{9+4}.\sqrt{25+1}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Suy ra $\widehat{ABC} = \left(\overrightarrow{BA},\,\overrightarrow{BC}\right) = 135^0$.	**0,5**

Câu 9. (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq -2.$ Đặt $\sqrt{x^2+3} = u, \sqrt{x+2} = v,$ bất phương trình đã cho trở thành $u^2 - 3 + 4v \leq v^2 + 2u \Leftrightarrow u^2 - v^2 + u + v - 3\left(u - v + 1\right) \leq 0$ $\Leftrightarrow (u-v+1)(u+v-3) \leq 0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x+2} + 1\right)\left(\sqrt{x^2+3} + \sqrt{x+2} - 3\right) \leq 0. \quad (1)$ Ta có $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x+2} + 1 = \dfrac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2+3} + \sqrt{x+2}} + 1 > 0.$ Do đó (1) tương đương với $\sqrt{x^2+3} + \sqrt{x+2} - 3 \leq 0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+3} \leq 3 - \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{x+2} \geq 0 \\ x^2 + 3 \leq 9 - 6\sqrt{x+2} + x + 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ 6\sqrt{x+2} \leq 8 + x - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 7,\ 8 + x - x^2 \geq 0 \\ 36\left(x+2\right) \leq \left(8 + x - x^2\right)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq \dfrac{1+\sqrt{33}}{2} \\ \left(x+1\right)^2\left(x^2 - 4x - 8\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \leq x \leq 2 - 2\sqrt{3} \\ x = -1 \end{array}\right.$ Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $x = -1$ và $-2 \leq x \leq 2 - 2\sqrt{3}.$	**0,5**
Câu 10. (1,0 điểm)	Đặt $x = \sqrt{2}\tan\dfrac{A}{2},\ y = \sqrt{2}\tan\dfrac{B}{2},\ z = \sqrt{2}\tan\dfrac{C}{2},$ với $0 \leq A,\ B,\ C < \pi. \quad (1)$ Từ giả thiết ta có $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{B}{2} + \tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2} + \tan\dfrac{C}{2}\tan\dfrac{A}{2} = 1.$ Khi đó $\tan\dfrac{A}{2} = \dfrac{1 - \tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2}}{\tan\dfrac{B}{2} + \tan\dfrac{C}{2}} = \cot\dfrac{B+C}{2} = \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{B+C}{2}\right).$ Suy ra $\dfrac{A}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{B+C}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$ Hay $A + B + C = \pi + k2\pi.$ Từ (1) suy ra $k = 0.$ Do đó $A + B + C = \pi.$ Khi đó	**0,5**
	$P = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin A + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin B + \sin^2\dfrac{C}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}.2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2} + 1 - \cos^2\dfrac{C}{2}$ $\leq \sqrt{2}\cos\dfrac{C}{2} - \cos^2\dfrac{C}{2} + 1 = \dfrac{3}{2} - \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \cos\dfrac{C}{2}\right)^2 \leq \dfrac{3}{2}.$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} \cos\dfrac{C}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ A = B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = \dfrac{\pi}{2} \\ A = B = \dfrac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 2 - \sqrt{2} \\ z = \sqrt{2}. \end{cases}$ Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{3}{2}.$	**0,5**