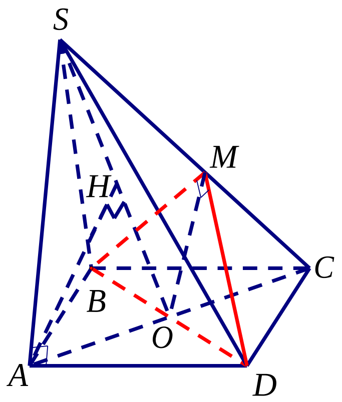
	PT tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(0;\ 1)$ là $y=1$.	**0.25**
	PT tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(3;\ 1)$ là $y=9x-26$.	**0.25**
Câu 3	**Đáp án**	**Điểm**
1 điểm	a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z+(3+2i)\overline{z}=4+10i$. Tìm môđun của số phức $w=z+2\overline{z}$.	
	Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow \overline{z}=a-bi$. Ta có $(1+2i)z+(3+2i)\overline{z}=4+10i \Leftrightarrow (1+2i)(a+bi)+(3+2i)(a-bi)=4+10i$ $\Leftrightarrow 4a+(4a-2b)i=4+10i \Leftrightarrow \begin{cases}4a=4\\4a-2b=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}$. Do đó $z=1-3i$.	**0.25**
	Ta có $w=z+2\overline{z}=1-3i+2(1+3i)=3+3\text{i}$. Suy ra môđun của w là $\left\|w\right\|=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}.$	**0.25**
	b) Giải phương trình $27^x-5.3^{2-3x}=4$.	
	Ta có $27^x-5.3^{2-3x}=4 \Leftrightarrow 27^x-\dfrac{45}{27^x}=4 \Leftrightarrow \left(27^x\right)^2-4.27^x-45=0$ Đặt $t=27^x (t>0)$ ta được $t^2-4t-45=0$	**0.25**
	$\Leftrightarrow t=9$ hoặc $t=-5$(loại) $\Rightarrow 3^{3x}=3^2 \Leftrightarrow 3x=2 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}\cdot$ Vậy PT đã cho có nghiệm là $x=\dfrac{2}{3}\cdot$	**0.25**
Câu 4	**Đáp án**	**Điểm**
1 điểm	Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 e^x(2e^{-x}+x)dx$	
	Ta có $I=2\int\limits_1^2 dx+\int\limits_1^2 xe^x dx=J+K.$	**0.25**
	□$J=2\int\limits_1^2 dx=(2x)\Big\|_1^2=2.$	**0.25**
	□$K=\int\limits_1^2 xe^x dx=xe^x\Big\|_1^2-\int\limits_1^2 e^x dx=(2e^2-e)-e^x\Big\|_1^2=(2e^2-e)-\left(e^2-e\right)=e^2.$	**0.25**
	Vậy $I=J+K=2+e^2\cdot$	**0.25**
Câu 5	**Đáp án**	**Điểm**
1 điểm	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;\ 2;\ 1)$, $B(-5;\ -4;\ -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y-6z+38=0$. a) Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB. b) Chứng minh (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).	
	a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;\ -1;\ -1)$, bán kính $R=IA=7$.	**0.25**
	Phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=49.$	**0.25**
	b) Ta có khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là $d(I;(P))=\dfrac{\left\|3.1-2(-1)-6(-1)+38\right\|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+(-6)^2}}=7.$	**0.25**
	Vì $d(I;(P))=R$ nên suy ra (P) tiếp xúc (S).	**0.25**
Câu 6	**Đáp án**	**Điểm**
1 điểm	a) Cho góc α thỏa $\cot\alpha=2$. Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{\cos\alpha}{\cos^3\alpha+2\sin^3\alpha}\cdot$	

	Do $\cot\alpha = 2 \Rightarrow \sin\alpha \neq 0$, ta có $P = \dfrac{\dfrac{\cos\alpha}{\sin^3\alpha}}{\dfrac{\cos^3\alpha}{\sin^3\alpha} + \dfrac{2\sin^3\alpha}{\sin^3\alpha}} = \dfrac{\cot\alpha(1+\cot^2\alpha)}{\cot^3\alpha + 2}$	**0.25**
	Thay $\cot\alpha = 2$ vào P được $P = 1.$	**0.25**
	b) Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $A(x) = \left(x^2 - \dfrac{2}{x}\right)^{11}$ $(x \neq 0).$	
	Ta có $A(x) = \left(x^2 - \dfrac{2}{x}\right)^{11} = \sum\limits_{k=0}^{11} C_{11}^k \left(x^2\right)^{11-k} \left(-2x^{-1}\right)^k = \sum\limits_{k=0}^{11} C_{11}^k.(-2)^k.x^{22-3k}.$	**0.25**
	Tìm k sao cho $22 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 5.$ Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 là $C_{11}^5.(-2)^5 = -14784.$	**0.25**
Câu 7	**Đáp án**	**Điểm**
1 điểm	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a; $BCD = 60^0$; SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, hai mặt phẳng (SCB) và (SCD) vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) theo a.	
	Theo giả thiết $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $BCD = 60^0 \Rightarrow \Delta BCD$ đều và diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{\Delta BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.	**0.25**
	Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC.$ Gọi $O = AC \cap BD$, trong (SAC) kẻ $OM \perp SC, M \in SC$ $\Rightarrow SC \perp (MBD).$ Do đó BMD là góc giữa (SCB) và (SCD) $\Rightarrow BMD = 90^0 \Rightarrow OM = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a}{2}$. Ta thấy $\Delta SAC \backsim \Delta OMC \Rightarrow \dfrac{SA}{OM} = \dfrac{AC}{MC}$ $\Rightarrow SA = \dfrac{AC.OM}{\sqrt{OC^2 - OM^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}.\dfrac{a}{2}}{\sqrt{\dfrac{3a^2}{4} - \dfrac{a^2}{4}}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Thể tích khối chóp cần tìm là $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$.  	**0.25**
	Ta có O là trung điểm của AC nên $d(C,(SBD)) = d(A,(SBD))$ Trong (SAC), kẻ $AH \perp SO, H \in SO$ mà $AH \perp BD$ nên $AH \perp (SBD)$ $\Rightarrow AH = d(A,(SBD))$	**0.25**
	Trong tam giác SAO vuông tại A có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AO^2} = \dfrac{2}{3a^2} + \dfrac{4}{3a^2} = \dfrac{2}{a^2}$ $\Rightarrow AH = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$. Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) là $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$.	**0.25**
Câu 8	**Đáp án**	**Điểm**
1 điểm	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$, $A(2;\ 2)$, $BC = 3BA$,	

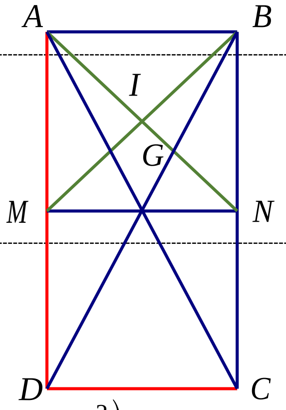
trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(0;\ \frac{10}{3}\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật $ABCD$ biết rằng đỉnh B có hoành độ dương, đường trung tuyến kẻ từ B của tam giác ABD có hệ số góc nhỏ hơn 1.

Cách 1.

Gọi N là trung điểm của BC. Ta có $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GN} \Rightarrow N(-1;\ 4)$.

Gọi M là trung điểm của AD, I là trung điểm của BM. Khi đó I là trung điểm của AN. Suy ra $I\left(\frac{1}{2};\ 3\right)$.

0.25



Gọi (C) là đường tròn ngoại tiếp tam giác (ABN).

PT đường tròn

$$(C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = AI^2 = \frac{13}{4}.$$

0.25

Gọi $B(a;\ b)$,ta có

$$\begin{cases} B \in (C) \\ BC = 3BA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B \in (C) \\ 2BN = 3BA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (b-3)^2 = \frac{13}{4} \\ 4\left((a+1)^2 + (b-4)^2\right) = 9\left((a-2)^2 + (b-2)^2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a - 6b + 6 = 0 \\ a = \frac{2b-2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2b-2}{3} \\ 13b^2 - 68b + 64 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} a = \frac{2}{13} \\ b = \frac{16}{13} \end{cases} \end{array}\right.$$

Theo giả thiết đường thẳng BM có hệ số góc nhỏ hơn 1 nên chọn $B(2;\ 4)$.

0.25

Với $B(2;\ 4)$ và trung điểm $N(-1;\ 4)$ ta suy ra $C(-4;\ 4)$.

Từ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-4;\ 2)$.

Vậy các đỉnh còn lại cần tìm của hình chữ nhật $ABCD$ là $B(2;\ 4)$, $C(-4;\ 4)$, $D(-4;\ 2)$.

0.25

Cách 2.

Gọi N là trung điểm của BC. Ta có $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GN} \Rightarrow N(-1;\ 4)$.

Suy ra PT $AN: 2x + 3y - 10 = 0$.

Gọi M là trung điểm của AD, I là trung điểm của BM. Khi đó I là trung điểm của AN. Suy ra $I\left(\frac{1}{2};\ 3\right)$.

0.25

Đặt $BA = 2m \Rightarrow BC = 6m \Rightarrow IA = IB = \frac{AN}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + BN^2}}{2} = \frac{m\sqrt{13}}{2}$.

Ta có $\cos(BM, AN) = \left|\cos BIA\right| = \frac{\left|IB^2 + IA^2 - AB^2\right|}{2IB.IA} = \frac{5}{13}$.

0.25

Gọi $BM: a\left(x - \frac{1}{2}\right) + b(y-3) = 0\ \left(a^2 + b^2 \neq 0\right)$.

Ta có $\cos(BM, AN) = \frac{5}{13} \Leftrightarrow \frac{|2a+3b|}{\sqrt{13}.\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{5}{13} \Leftrightarrow 27a^2 + 156ab + 92b^2 = 0$ (*)

Với $b = 0 \Rightarrow 27a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$ (loại)

Với $b \neq 0$, chia hai vế của PT (*) cho b^2 ta được

0.25

$$27\left(\frac{a}{b}\right)^2+156\left(\frac{a}{b}\right)+92=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{a}{b}=-\frac{2}{3}\\ \frac{a}{b}=-\frac{46}{9}\end{array}\right..$$

Theo giả thiết đường thẳng BM có hệ số góc $k=-\frac{a}{b}<1$ nên $BM: 2x-3y+8=0.$

Do $B\in BM \Rightarrow B\left(t;\ \frac{2t+8}{3}\right).$

Ta có $IB=IA \Leftrightarrow \left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{2t+8}{3}-3\right)^2=\frac{13}{4} \Leftrightarrow 13t^2-13t-26=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=2\\ t=-1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}B(2;\ 4)\\ B(-1;\ 2)\ (\text{loại})\end{array}\right.$$ **0.25**

Với $B(2;\ 4)$ và trung điểm $N(-1;\ 4)$ ta suy ra $C(-4;\ 4).$

Từ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-4;\ 2).$

Vậy các đỉnh còn lại cần tìm của hình chữ nhật $ABCD$ là $B(2;\ 4),\ C(-4;\ 4),\ D(-4;\ 2).$

Câu 9	**Đáp án**	**Điểm**

1 điểm

Tìm m để hệ sau có hai nghiệm phân biệt: $\begin{cases}\log_4(x+1)-\log_4(x-1)>\frac{1}{2} & (1)\\ \log_2\left(x^2-2x+5\right)+2m\log_{(x^2-2x+5)}2=5 & (2)\end{cases}$

Ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases}x>1\\ \log_4\left(\frac{x+1}{x-1}\right)>\log_4 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>1\\ \frac{x+1}{x-1}>2\end{cases} \Leftrightarrow 1<x<3.$ **0.25**

Hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt thỏa $1<x<3.$

Đặt $t=\log_2\left(x^2-2x+5\right)=\log_2\left((x-1)^2+4\right)$

Với $x\in(1;\ 3)$ thì $t\in(2;\ 3).$ **0.25**

PT(2) trở thành $t+\frac{2m}{t}=5 \Leftrightarrow t^2-5t=-2m$ (*)

Xét hàm số $f(t)=t^2-5t$ trên khoảng $(2;\ 3);$ có $f'(t)=2t-5,\ f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{5}{2}.$

Lập bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccccc}
t & 2 & & \frac{5}{2} & & 3\\
\hline
f'(t) & & - & 0 & + & \\
\hline
f(t) & -6 & \searrow & -\frac{25}{4} & \nearrow & -6
\end{array}$$ **0.25**

Dựa vào bảng biến thiên và cách đặt t ở trên ta thấy:

Hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt $t\in(2;\ 3)$

$\Leftrightarrow -\frac{25}{4}<-2m<-6 \Leftrightarrow 3<m<\frac{25}{8}.$ **0.25**

Câu 10	**Đáp án**	**Điểm**

1 điểm

Cho là các số dương thỏa mãn $x^2+y^2+2z^2\ge 2(1-xy)$ (*). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=5\left(x^2+y^2+z^2\right)-(x+y+\sqrt{2}z)^2-\sqrt{\frac{(x+y)^2+2z^2}{2}}$

Từ $(x-y)^2+\left(\sqrt{2}x-z\right)^2+\left(\sqrt{2}y-z\right)^2\ge 0$ suy ra $(x+y+\sqrt{2}z)^2\le 4(x^2+y^2+z^2)$ (1) **0.25**

		Mặt khác $\sqrt{\dfrac{(x+y)^2+2z^2}{2}} \le \sqrt{\dfrac{2\left(x^2+y^2\right)+2z^2}{2}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $P \ge x^2+y^2+z^2-\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.	***0.25***
		Lại đặt $t = x^2+y^2+z^2,\ t \ge \dfrac{(x+y)^2+2z^2}{2} \ge 1$(do (*)) Ta được $P \ge t-\sqrt{t}$. Xét hàm số $f(t)=t-\sqrt{t}$ với $t \ge 1$. Ta có $f'(t)=1-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}>0$ với mọi $t \ge 1$, nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[1;\ +\infty)$. Suy ra $f(t) \ge f(1)=0 \Rightarrow P \ge 0$.	***0.25***
		Do đó GTNN của P là 0, đạt được khi $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x=y=\dfrac{z}{\sqrt{2}}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y=\dfrac{1}{2} \\ z=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$	***0.25***