

# Mulțimi

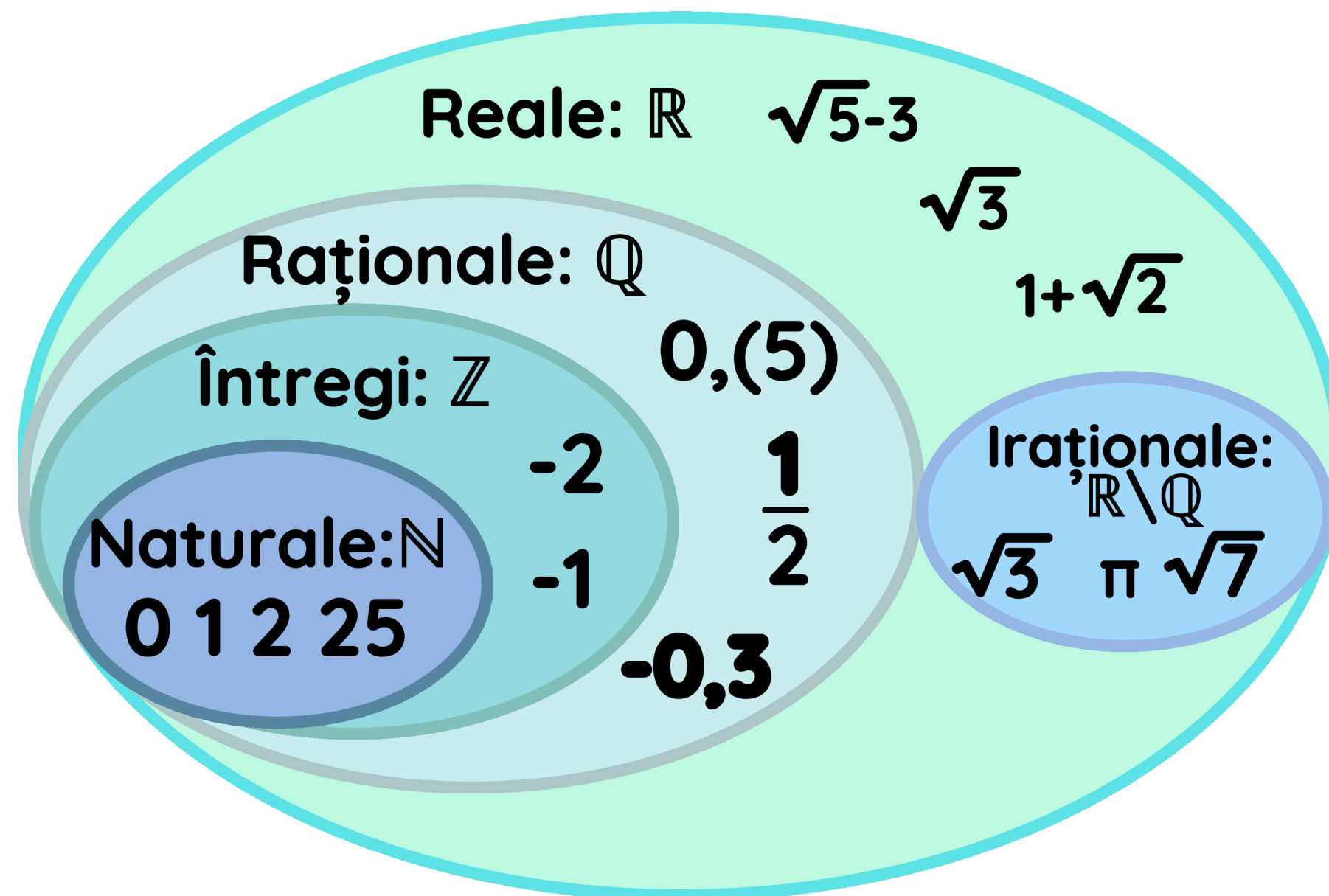
aparține

nu aparține

inclusă

include

$\emptyset$  mulțimea vidă (nu are niciun element)



- Cardinalul unei mulțimi = câte elemente are acea mulțime
- Mulțimi disjuncte = care nu au elemente comune

$\mathbb{N}$     $\mathbb{Z}$     $\mathbb{Q}$     $\mathbb{R}$

# Operații cu mulțimi

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{3, 4, 8\}$$

**-Reuniune ( $A \cup B$ )** toate elementele o singură dată

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8\}$$

**-Intersecție ( $A \cap B$ )** elementele care sunt și în A și în B

$$A \cap B = \{3\}$$

**-Diferență ( $A \setminus B$ )** sunt în A, dar nu sunt în B

$$A \setminus B = \{1, 2\}$$

**-Produs cartezian**

$$A \times B = \{(1, 3); (1, 4); (1, 8); (2, 3); (2, 4); (2, 8); (3, 3); (3, 4); (3, 8)\}$$

# Numere naturale

- numere **consecutive** (unul după altul)    **ex: 5, 6**
- număr **par** (cu soț)    **0, 2, 4, 6, 8, ... (forma  $2k$ )**
- număr **impar** (fără soț)    **1, 3, 5, 7, ... (forma  $2k + 1$ )**

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$$

- **Pătrat perfect** = pătratul unui număr natural: 0, 1, 4, 9, 16, 25, ...  
Pătratul lui 3:  $3^2 = 9$

! Un pătrat perfect nu poate avea ultima cifra 2, 3, 7 sau 8

- **Cub perfect** = cubul unui număr natural: 0, 1, 8, 27, ...  
Cubul lui 3:  $3^3 = 27$

- **Teorema împărțirii cu rest**  $D = I * C + R, R < I$     D=deîmpărțit, I=împărțitor  
C=cât, R=rest

- **Suma lui Gauss**  $1+2+3+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$

# Divizibilitate

**2|16** (2 **divide** pe 16)

**18:3** (18 **este divizibil** cu 3)

**Divizorii** lui 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

**Multiplii** lui 18: 0, 18, 36, 54, ...

- **Număr prim = are 2 divizori, pe 1 și pe el însuși: 2, 3, 5, 7, 11, ...**

Numărul 1 nu este prim

- **Număr compus = care nu este prim: 4, 6, 8, 9, ...**
- **Cel mai mare divizor comun (CMMDC) ex:  $(8, 12) = 4$**

Numerele prime între ele au CMMDC = 1 ex: 15, 8

- **Cel mai mic multiplu comun (CMMMC) ex:  $[8, 12] = 24$**

# CRITERII DE DIVIZIBILITATE

- cu 2:** dacă are ultima cifră 0, 2, 4, 6 sau 8 (ex: 756, 32)
- cu 3:** dacă suma cifrelor se divide cu 3 (ex: 27, 1005)
- cu 4:** dacă nr. format din ultimele 2 cifre se divide cu 4 (ex: 912)
- cu 5:** dacă are ultima cifră 0 sau 5 (ex: 90, 75)
- cu 8:** dacă numărul format din ultimele sale 3 cifre se divide cu 8 (ex: 5808)
- cu 9:** dacă suma cifrelor se divide cu 9 (ex: 495, 801)
- cu 10:** dacă are ultima cifră 0 (ex: 40, 860)
- cu 25:** dacă nr. format din ultimele 2 cifre se divide cu 25 (ex: 375)

# Formule de calcul

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

# Fracții

$\frac{a}{b}$   $\rightarrow$  numărător  
 $\rightarrow$  numitor

**-subunitare** au numitorul > numărătorul **ex:**  $\frac{2}{9}$ ;  $2014\frac{2013}{9}$

**-supraunitare** au numitorul < numărătorul **ex:**  $\frac{7}{4}$ ;  $\frac{19}{17}$

**-echiunitare** au numitorul = numărătorul **ex:**  $\frac{3}{3}$

**-ireductibile** care nu se pot simplifica **ex:**  $\frac{9}{14}$

**-reductibile** care se pot simplifica **ex:**  $\frac{2^2}{10} = \frac{1}{5}$

**-echivalente** **ex:**  $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

# Reguli de calcul

-Fracții zecimale  $1,5 + 7,34 = 8,84$      $3 - 1,2 = 1,8$      $3,92 * 10 = 39,2$

-Numere întregi  $4 - 9 = -5$      $3 * (-6) = -18$      $8 : (-1) = -8$

- Numere pozitive: +14, 5, ...
- Numere negative: -14, -9, ...
- Opusul lui 4 este -4
- Inversul lui 4 este  $\frac{1}{4}$

## -Puteri

$$a^m * a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m*n}$$

$$a^n * b^n = (a * b)^n$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$a^m > a^n \Rightarrow m > n, \text{ dacă } a > 1$$

$$a^m > a^n \Rightarrow m < n, \text{ dacă } a \in (0,1)$$

# Radicali

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a, \text{ unde } a, x \geq 0$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n, \text{ dacă } a \geq 0$$

$$\sqrt{a^2 * b} = a \sqrt{b}, \text{ dacă } a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{a^2 * b} = |a| \sqrt{b}, \text{ dacă } a \in \mathbb{R}, b \geq 0$$

$$\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a, \text{ dacă } a \geq 0$$

# Reguli de calcul cu radicali

$$\sqrt{a} * \sqrt{b} = \sqrt{a * b}$$

$$a, b \geq 0$$

$$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$$

$$a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, b \neq 0$$

$$a\sqrt{n} + b\sqrt{n} = (a + b)\sqrt{n}$$

$$a, b \in \mathbb{R}, n \geq 0$$

$$a\sqrt{n} - b\sqrt{n} = (a - b)\sqrt{n}$$

$$a, b \in \mathbb{R}, n \geq 0$$

$$\frac{a\sqrt{m}}{b\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}}$$

$$a \in \mathbb{R}, m \geq 0$$

$$b \in \mathbb{R}^*, n > 0$$

# Transformarea fracțiilor zecimale

-Finite:  $0,7 = \frac{7}{10}$      $1,23 = \frac{123}{100}$

-Periodice simple:  $0,(23) = \frac{23}{99}$      $2,(5) = \frac{25-2}{9} = \frac{23}{9}$

-Periodice mixte:  $0,13(5) = \frac{135 - 13}{900} = \frac{122}{900}$

# Modulul unui număr real

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$$

$$|x * y| = |x| * |y|$$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \quad y \neq 0$$

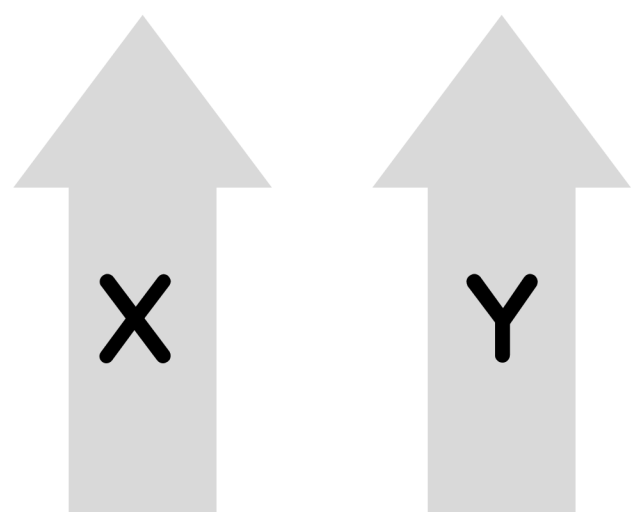
$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

$$|x| = |-x|$$

$$|x|^2 = (x)^2$$

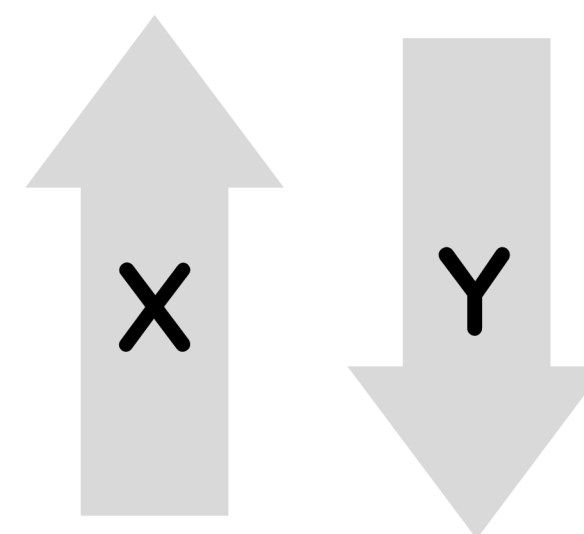
# Proportii

## Direct proporționale



$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

## Invers proporționale



$$a_1 b_1 = a_2 b_2 = \dots = a_n b_n = k$$

$$X = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$Y = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$$

# Medii

Media aritmetică  $m_a = \frac{x + y}{2}$

Media geometrică  $m_g = \sqrt{xy}, x, y \geq 0$

Media armonică  $m_h = \frac{2xy}{x + y}$

Media aritmetică ponderată  $m_{ap} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$

unde  $p_1, p_2, \dots, p_n$  sunt ponderile numerelor  $x_1, x_2, \dots, x_n$

Procente  $p\% \text{ din } X \text{ este } \frac{p}{100} * X$

Probabilitatea  
unui eveniment

$$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$$

Raport

Raportul nr. x și y este  $\frac{x}{y}$

Proporție = o egalitate de 2 rapoarte (ex:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ )

! Produsul mezilor este egal cu produsul extremilor

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a*d=b*c$$

# Aproximări

Fie numărul 2,1476. Aproximat cu:

-o zecime prin lipsă: 2,1

-o zecime prin adaos: 2,2

-o sutime prin lipsă: 2,14

-o sutime prin adaos: 2,15

**Partea întreagă** a unui număr  $x$  este  $[x]$ , cel mai mare număr întreg  $\leq x$ , adică peimul număr întreg situat la stânga lui  $x$

Ex:  $[6,7] = 6$        $[8] = 8$        $[0,15] = 0$        $[-3,1] = -4$

**Partea fracționară** a unui număr  $x$  este  $\{x\} = x - [x]$

Ex:  $\{6,7\} = 0,7$        $\{5\} = 0$        $\{0,7\} = 0,7$        $\{-3,1\} = 0,9$

# Comparări

$$\frac{8}{6} > \frac{3}{6}$$

$$\frac{8}{2} > \frac{8}{6}$$

$$\frac{2}{3} < 1$$

$$-1 > -5$$

$$-3 < 6$$

$$-11 < 0$$

$$2,3 > 2,28$$

$$-3,4 < -2,7$$

$$0,5 > -0,5$$

$$\sqrt{3} > 1$$

$$-\sqrt{6} > -\sqrt{10}$$

$$\sqrt{5} < \sqrt{9}$$

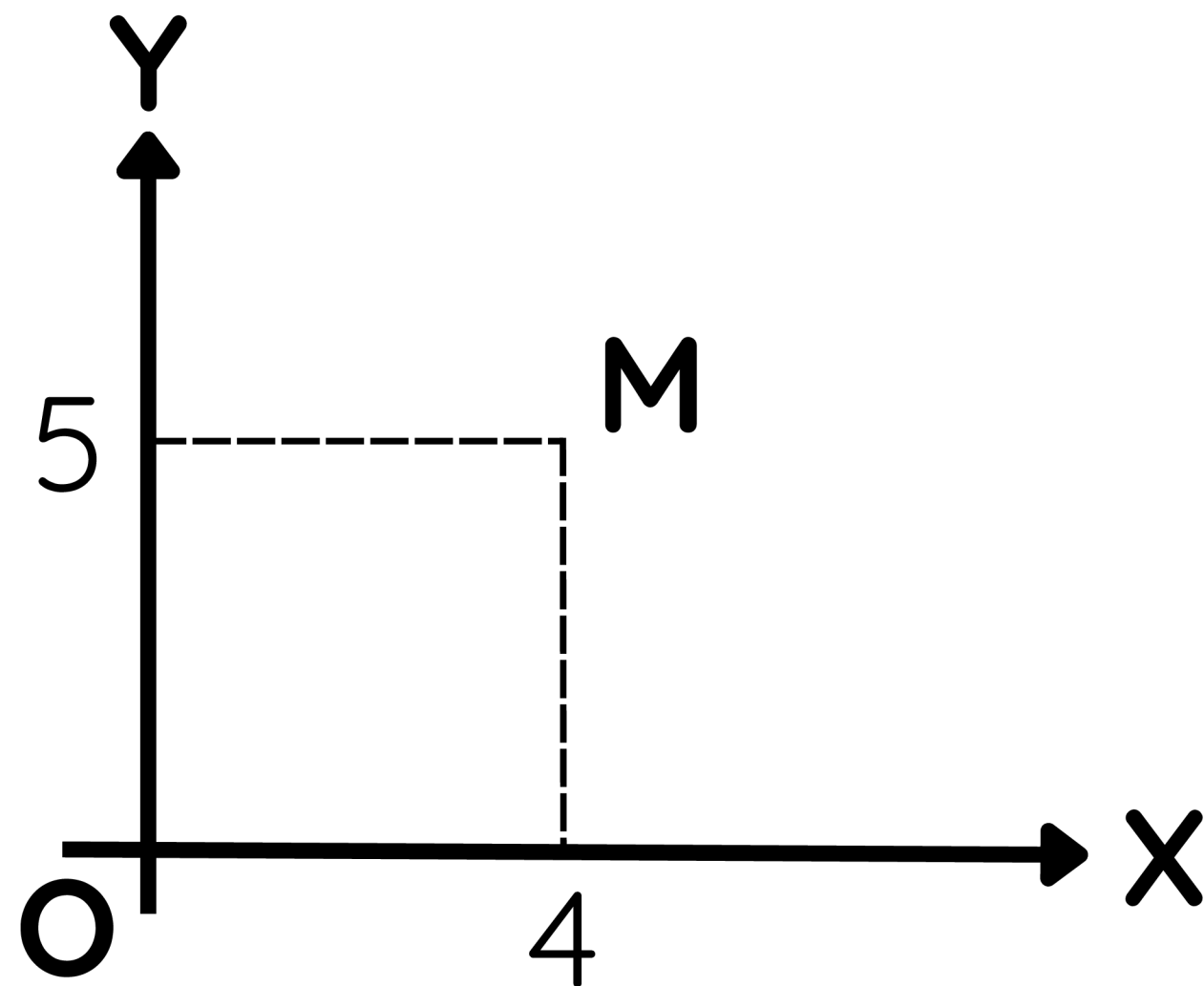
# Sistem de axe

**OX** -axa **absciselor**

**OY** -axa **ordonatelor**

**Punctul M (4;5)**

5 și 4 sunt coordonatele punctului M



4 = **abscisa**  
5 = **ordonata**

punctului M

# Funcții

$f : A \rightarrow B$  (citim funcția  $f$  definită pe  $A$  cu valori în  $B$ )

|  $A$  = domeniul de definiție  
|  $B$  = domeniul de valori

!  $M(a; b)$  aparține graficului unei funcții dacă  $f(a) = b$

## Funcția liniară (de gradul I)

-are forma  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$

| Pentru intersecția cu axa  $OX$ , rezolvăm ecuația:  $f(x) = 0$

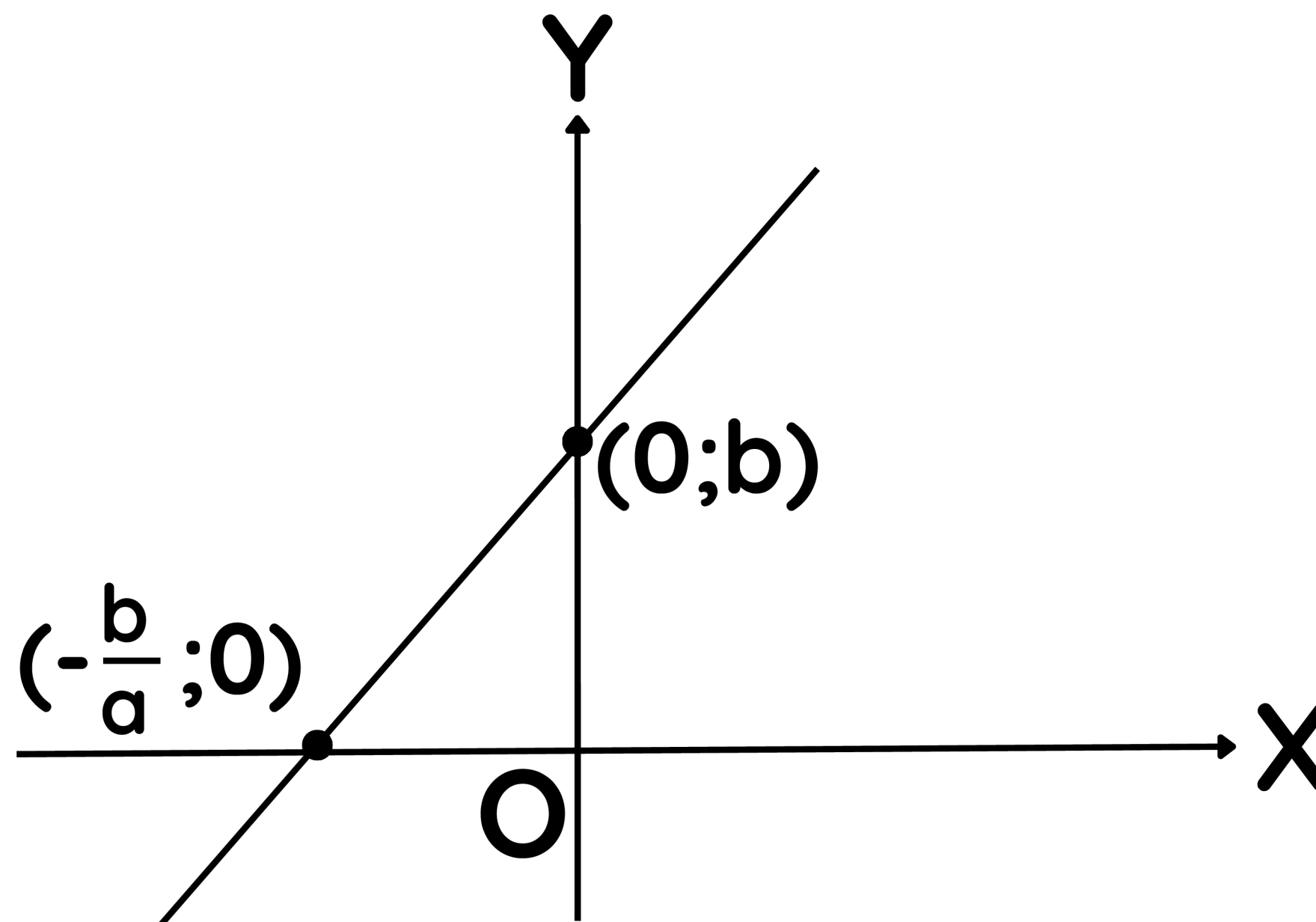
| Punctul de intersecție cu  $OX = B(-\frac{b}{a}; 0)$

| Pentru intersecția cu axa  $OY$ , calculăm:  $f(0)$

| Punctul de intersecție cu  $OY = A(0; b)$

# Graficul funcției de gradul I

Reprezentarea grafică a funcției:



# Graficul funcției de gradul I

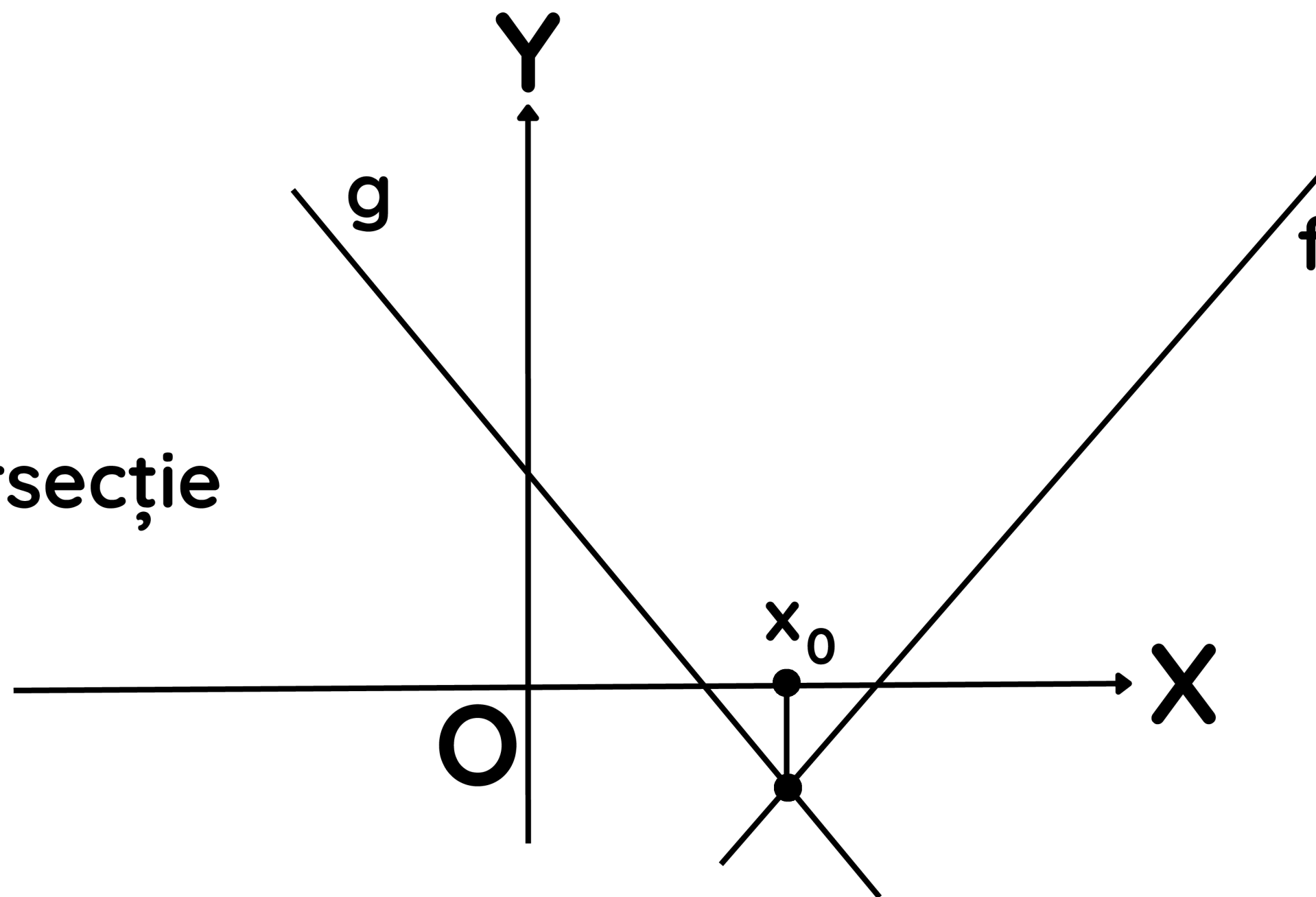
-Calcularea coordonatelor **punctului de intersecție** a graficelor a două funcții  $f$  și  $g$ :

$$f(x) = g(x)$$

aflăm  $x_0$  soluție

$A(x_0, f(x_0)) =$  punct de intersecție

$$A(x_0, f(x_0)) = B(x_0, f(x_0))$$



# Ecuatia de gradul doi

Forma generală:  $ax^2 + bx + c = 0$

Rezolvare: **căutăm delta ( $\Delta$ )**  $\Delta = b^2 - 4ac$

Dacă  $\Delta < 0$ , ecuația **nu are soluții**

Dacă  $\Delta > 0$ , soluțiile sunt:

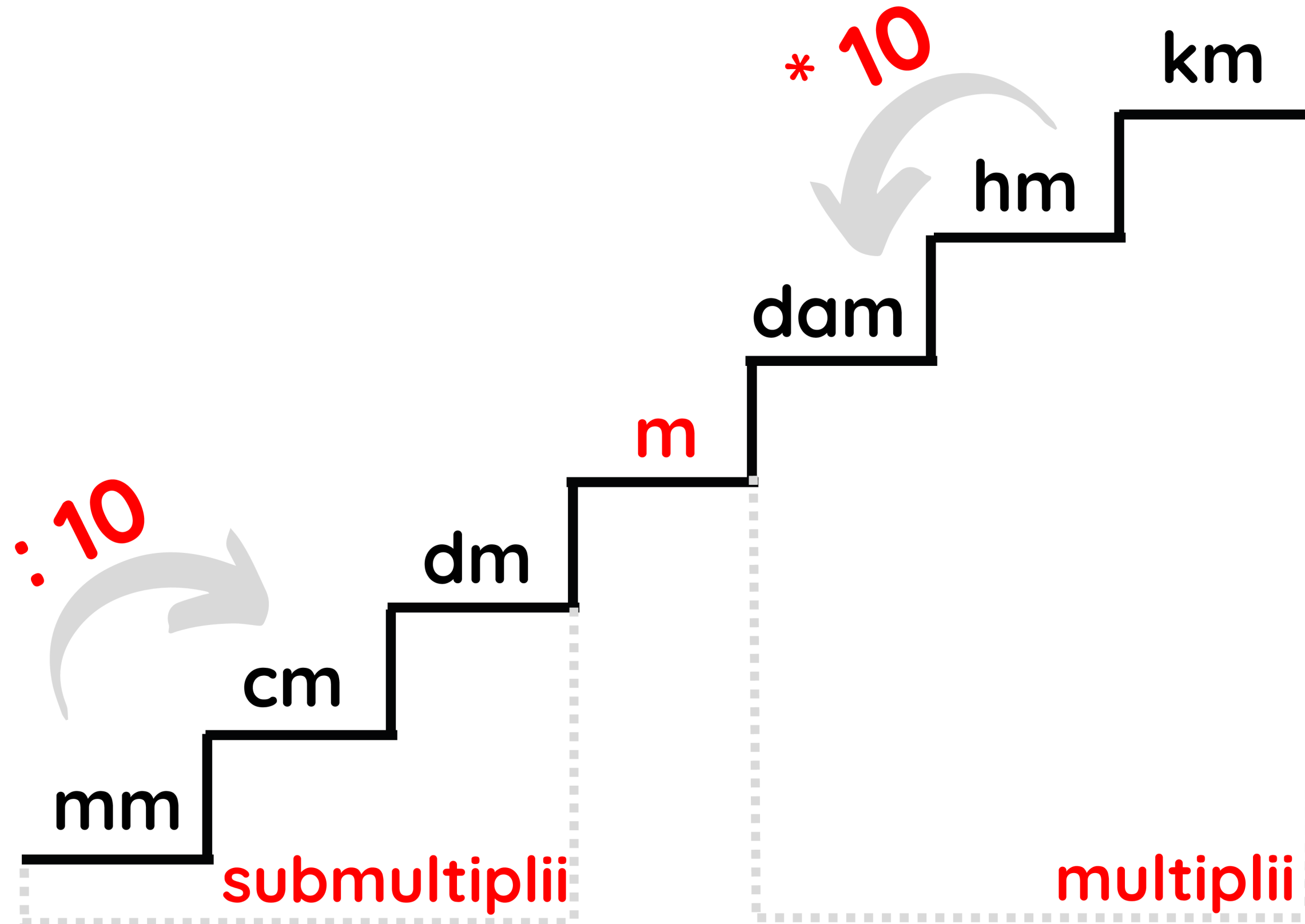
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Scrierea sub formă de produs a **expresiei  $ax^2 + bx + c$**  (pentru a simplifica în fracții)

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

# Unități de măsură

super  școala



# Unități de măsură - exemple

## Lungime

$$3 \text{ m} = 30 \text{ dm}$$

$$0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

$$4 \text{ km} = 4000 \text{ m}$$

$$3,5 \text{ cm} = 35 \text{ mm}$$

$$1,9 \text{ mm} = 0,19 \text{ cm}$$

## Capacitate

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

$$4 \text{ l} = 4000 \text{ ml}$$

$$0,7 \text{ dal} = 7 \text{ l}$$

$$143 \text{ ml} = 0,143 \text{ l}$$

$$5 \text{ cl} = 0,5 \text{ dl}$$

## Masă

$$5 \text{ kg} = 5000 \text{ g}$$

$$8 \text{ cg} = 80 \text{ mg}$$

$$9 \text{ hg} = 900 \text{ g}$$

$$1,45 \text{ g} = 14,5 \text{ dg}$$

$$3 \text{ t} = 3000 \text{ kg}$$

# Unități de măsură - exemple

## Timp

1 oră = 60 minute

1 minut = 60 secunde

1 deceniu = 10 ani

1 secol = 100 ani

1 mileniu = 1000 ani

## Arie

$$3 \text{ m}^2 = 300 \text{ dm}^2$$

$$0,01 \text{ m}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ ar} = 1 \text{ dam}^2$$

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2$$

## Volum

$$2 \text{ m}^3 = 2000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$0,03 \text{ cm}^3 = 30 \text{ mm}^3$$

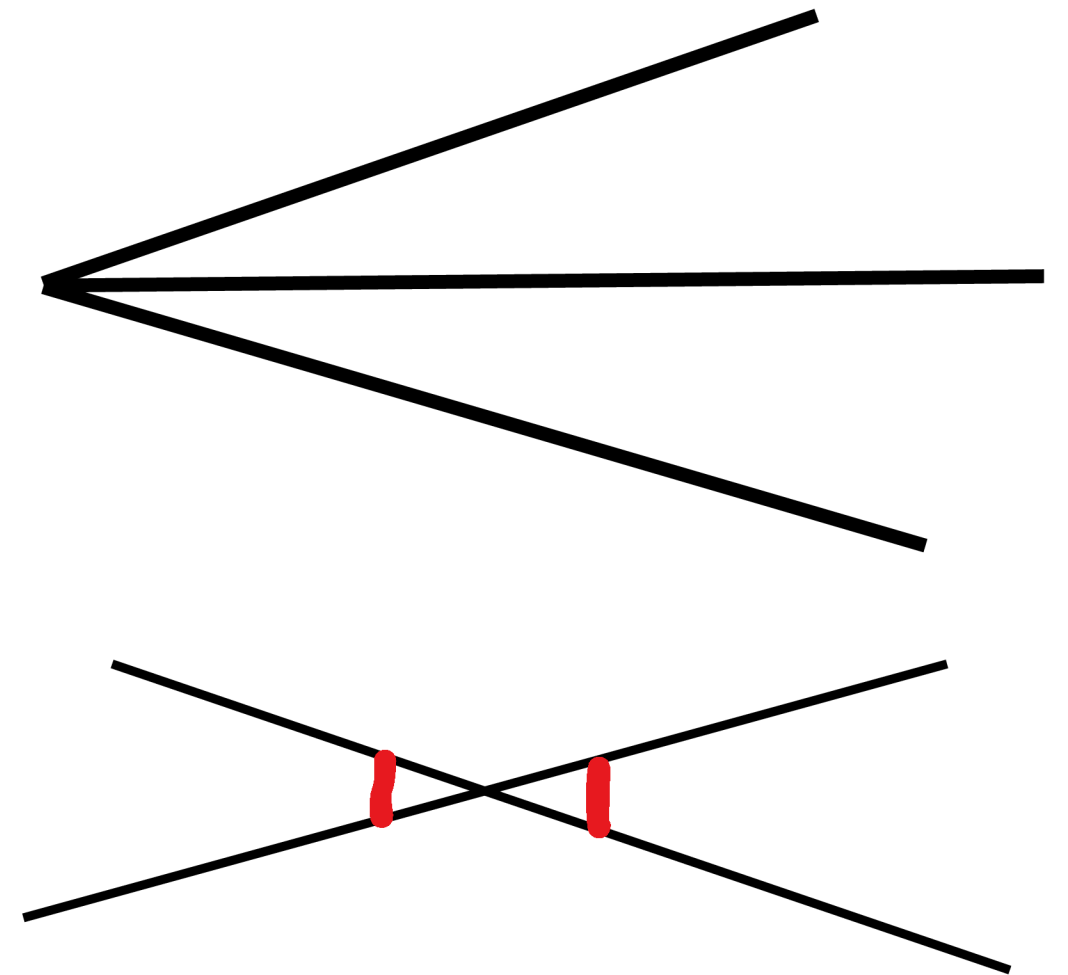
$$0,07 \text{ km}^3 = 70 \text{ hm}^3$$

# Unghiuri (1).

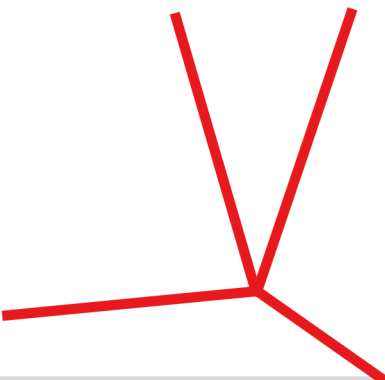
- congruente**  $\Rightarrow$  au măsuri egale
- adiacente**  $\Rightarrow$  au același vârf și o latură comună
- opuse la vârf**  $\Rightarrow$  au același vârf și laturile unuia sunt în prelungirea laturilor celuilalt

**! Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente**

- complementare**: două unghiuri care au suma  **$90^\circ$**   
ex: complementul unghiului de  $20^\circ$  este unghiul de  $70^\circ$
- suplementare**: două unghiuri care au suma  **$180^\circ$**   
ex: suplementul unghiului de  $20^\circ$  este unghiul de  $160^\circ$



## Unghiuri (2)

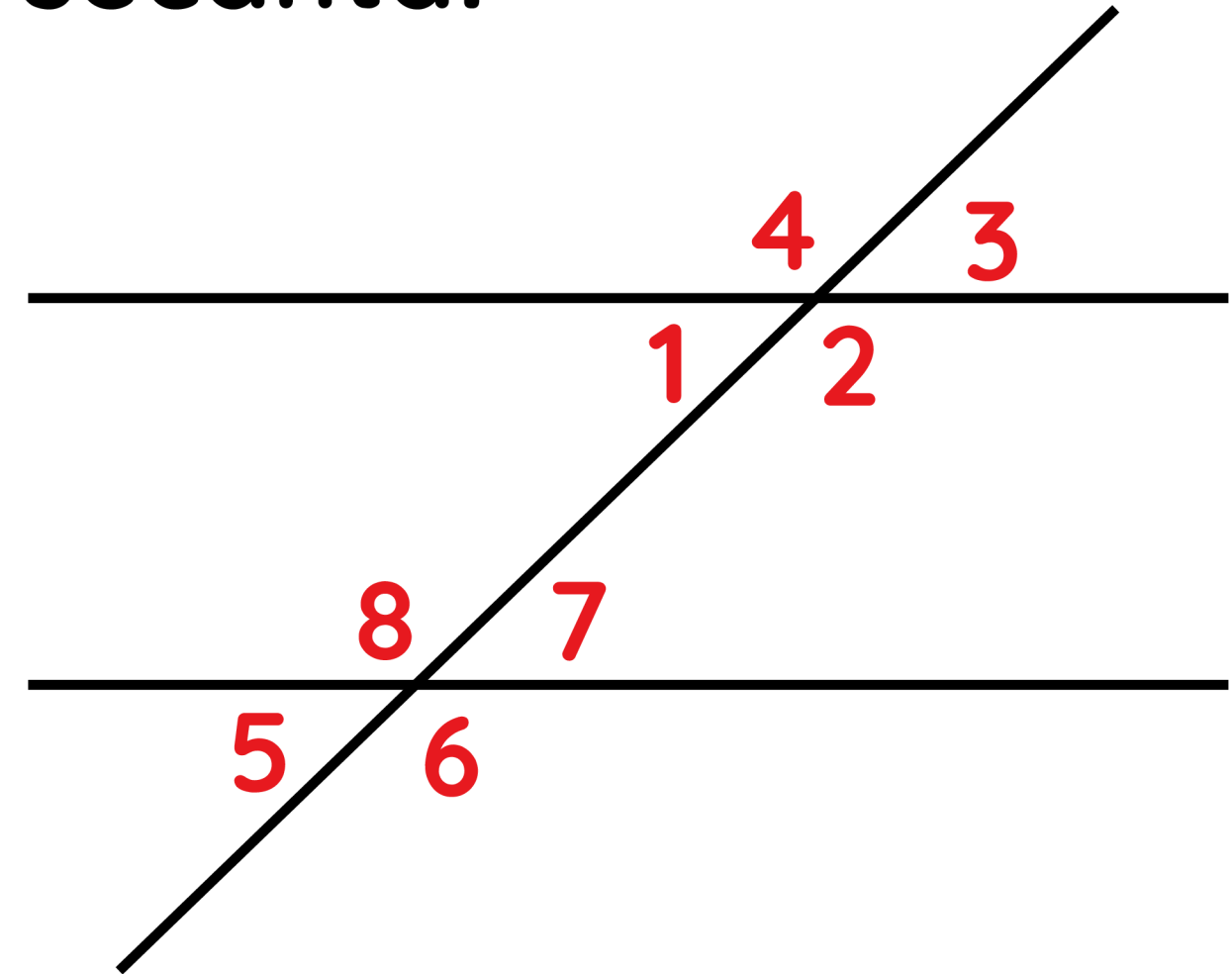
- unghi **alungit**  $\Rightarrow$  care are  **$180^\circ$**
- unghi **nul**  $\Rightarrow$  care are  **$0^\circ$**
- unghi **propriu**  $\Rightarrow$  care nu este nici **alungit**, nici **nul**
- unghi **ascuțit**  $< 90^\circ$  
- unghi **drept**  $= 90^\circ$  
- unghi **obtuz**  $> 90^\circ$  
- unghiuri **în jurul unui punct** 

**! Suma unghiurilor în jurul unui punct este  $360^\circ$**

# Unghiuri (3)

-Unghiuri formate de două drepte cu o secantă:

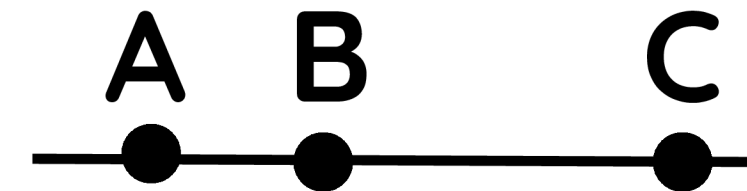
- alterne interne: 1 și 7; 2 și 8
- alterne externe: 3 și 5; 4 și 6
- corespondente: 1 și 5; 2 și 6  
3 și 7; 4 și 8



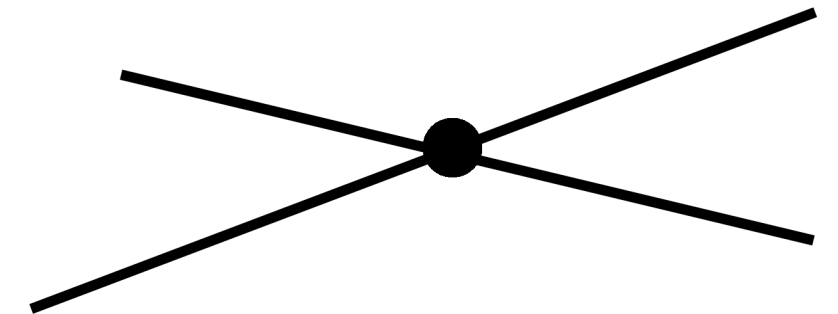
! Dacă dreptele sunt paralele, aceste perechi de unghiuri sunt congruente și reciproc.

# Puncte și drepte(1).

-puncte **coliniare**  $\Rightarrow$  sunt situate **pe o dreaptă**



-drepte **concurente**  $\Rightarrow$  drepte care **se intersectează**



-punct de **concurență**  $\Rightarrow$  punctul în care **se intersectează două drepte**



-semidreapta deschisă  $(OA$   $O$   $(OA$

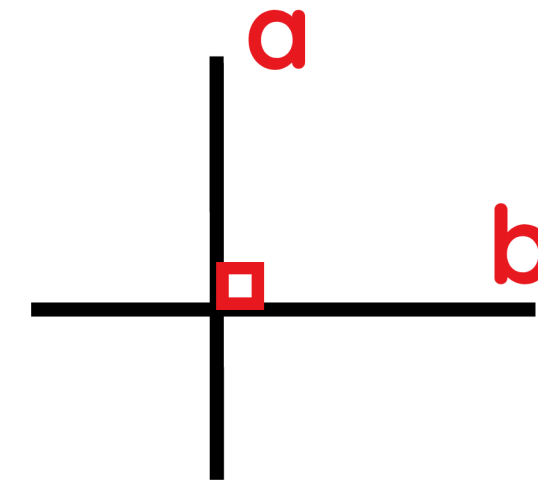
-semidreapta închisă  $[OA$   $O$   $[OA$

-segmente **congruente**  $\Rightarrow$  au lungimi **egale**  $[AB]$   $[CD]$

# Puncte și drepte(2)

-drepte **perpendiculare**  $\Rightarrow$  formează un **unghi drept**

**a b**



-drepte **paralele**  $\Rightarrow$  sunt în **același plan** și **nu se intersectează**

**a || b**



## AXIOMA LUI EUCLID

Printr-un punct exterior unei drepte se poate duce o singură paralelă la dreapta dată.

## Triunghi

- isoscel**: are două laturi congruente
- echilateral**: are toate laturile congruente
- oarecare**: are laturi de lungimi diferite
- ascuțitunghic**: are toate unghiurile ascuțite
- dreptunghic**: are un unghi drept
  - catete = laturile care formează unghiul drept
  - ipotenuza = latura opusă unghiului drept
- obtuzunghic**: are un unghi obtuz

## Paralelogram

- are laturile opuse paralele

### Proprietăți:

- laturile opuse sunt **congruente**
- unghiurile opuse sunt **congruente**
- unghiurile alăturate sunt **suplementare**
- diagonalele au același mijloc

## Dreptunghi

- paralelogramul care are un unghi drept

- diagonalele dreptunghiului sunt **congruente**

## Romb

- paralelogramul care are două laturi alăturate congruente

-diagonalele rombului sunt **perpendiculare** și sunt **bisectoare** ale unghiurilor

## Pătrat

-are toate proprietățile **dreptunghiului** și **rombului**

## Trapez

-are două laturi **paralele** și celelalte două **neparalele**

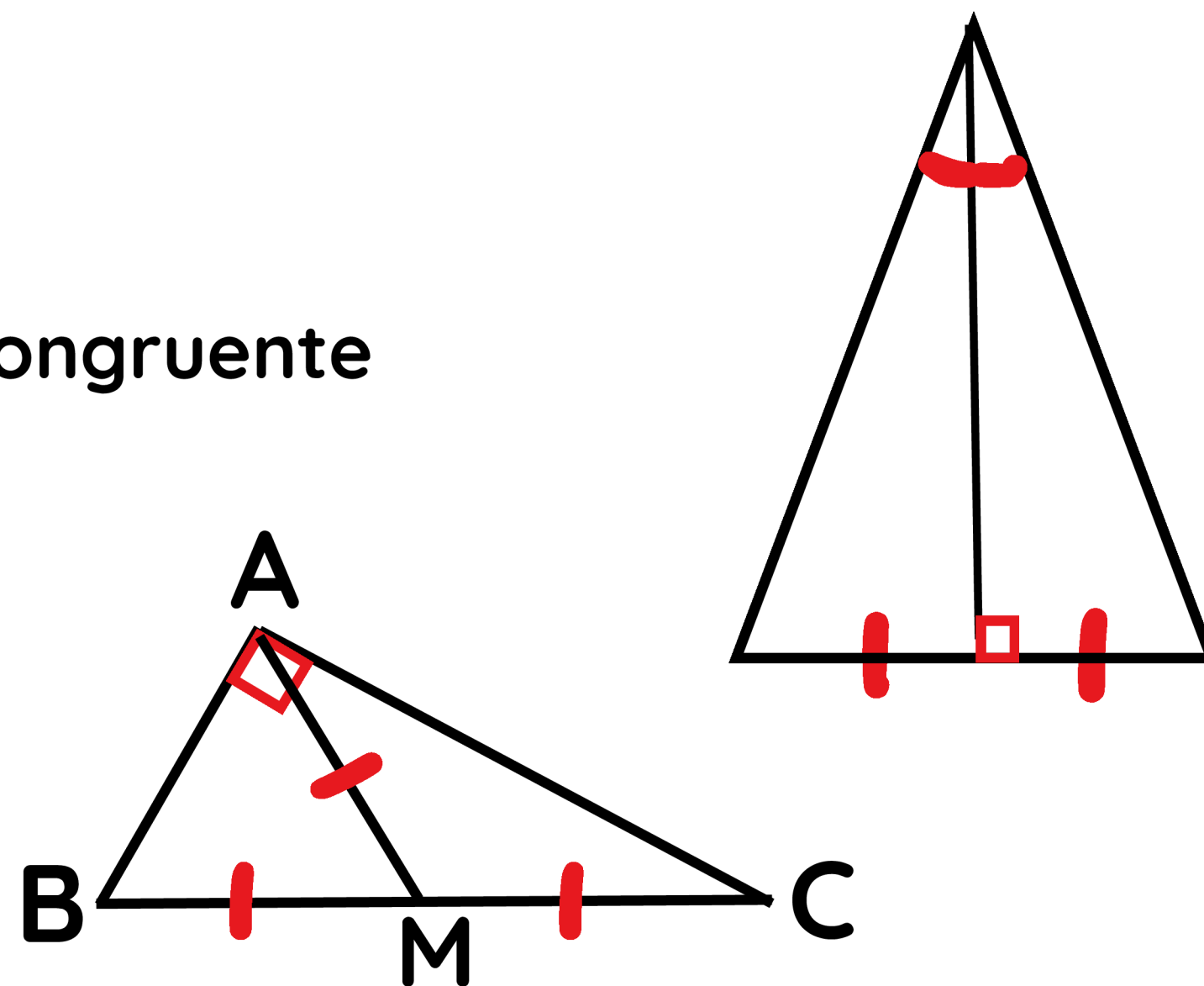
- **Trapez isoscel:** are laturile **neparalele congruente**
- **Trapez dreptunghic:** are un unghi **drept**

# Teoreme importante(1).

- suma unghiurilor unui **triunghi** este  **$180^\circ$**
- suma unghiurilor unui **patrulater** este  **$360^\circ$**
- unghiurile de la baza unui **triunghi isoscel** sunt **congruente**

-într-un triunghi **isoscel**, **bisectoarea** unghiului de la vârf este și **mediană**, **înălțime** și **mediatoare**.

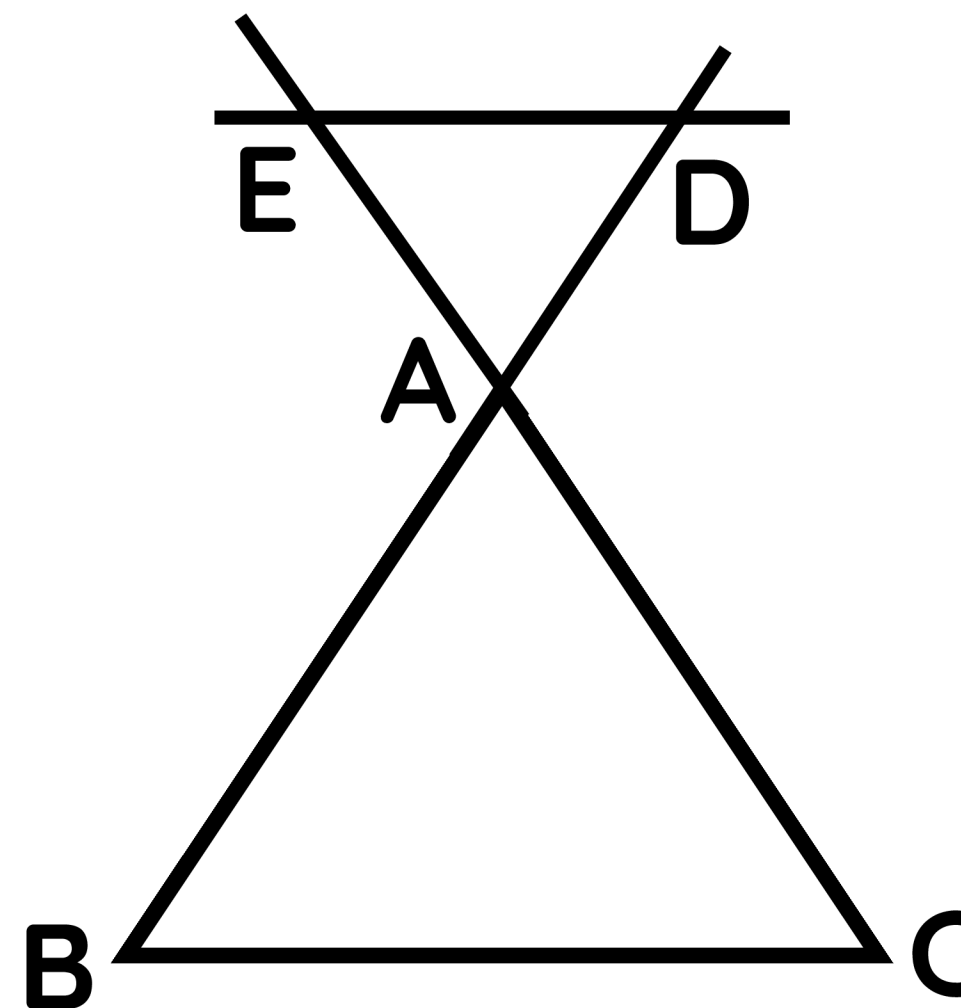
-într-un triunghi **dreptunghic**, mediana din vârful unghiului drept este **jumătate din ipotenuză**.



# Teoreme importante(2).

## Teorema lui Thales

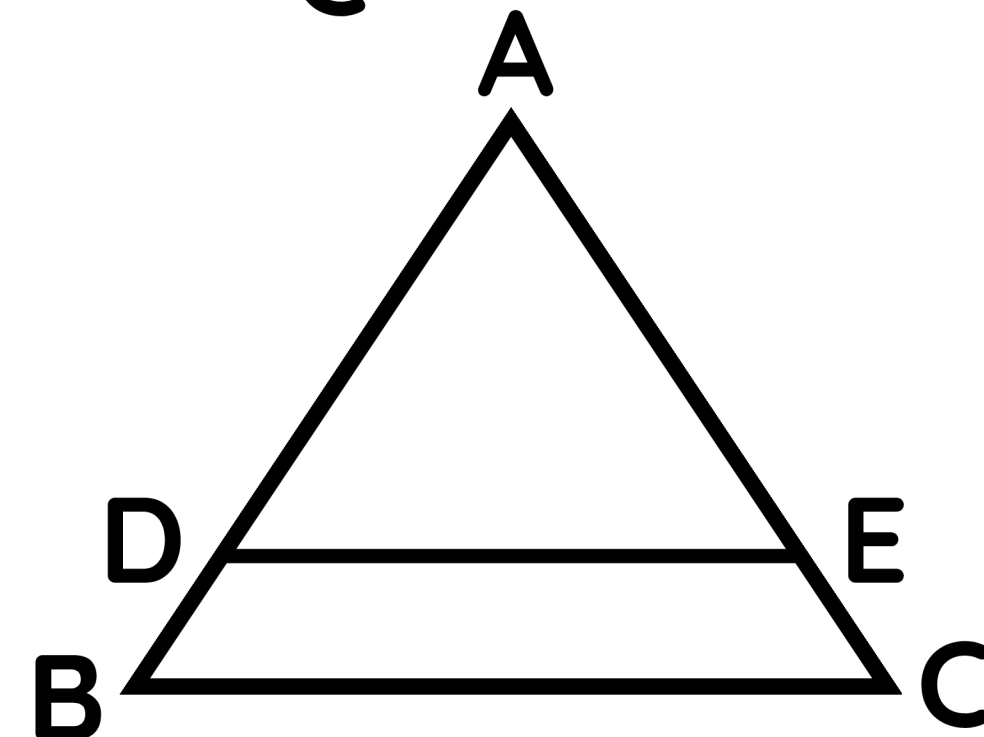
$$DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



## Teorema fundamentală a asemănării

-dacă  **$DE \parallel BC$** , atunci  **$\triangle ADE \sim \triangle ABC$**  (sunt asemenea), adică:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



! Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare.

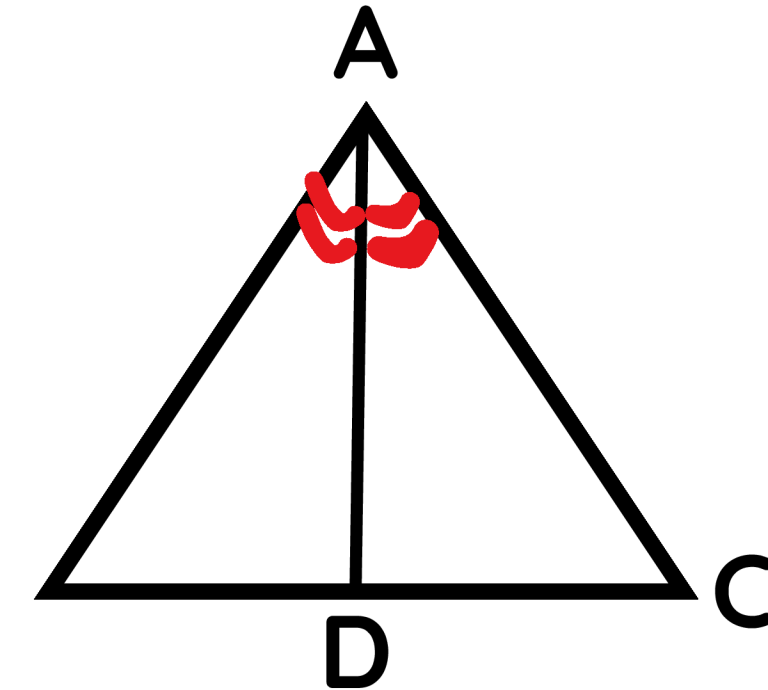
# Teoreme importante(3)

## Teorema bisectoarei

Dacă (AD este bisectoare, atunci:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$$

B



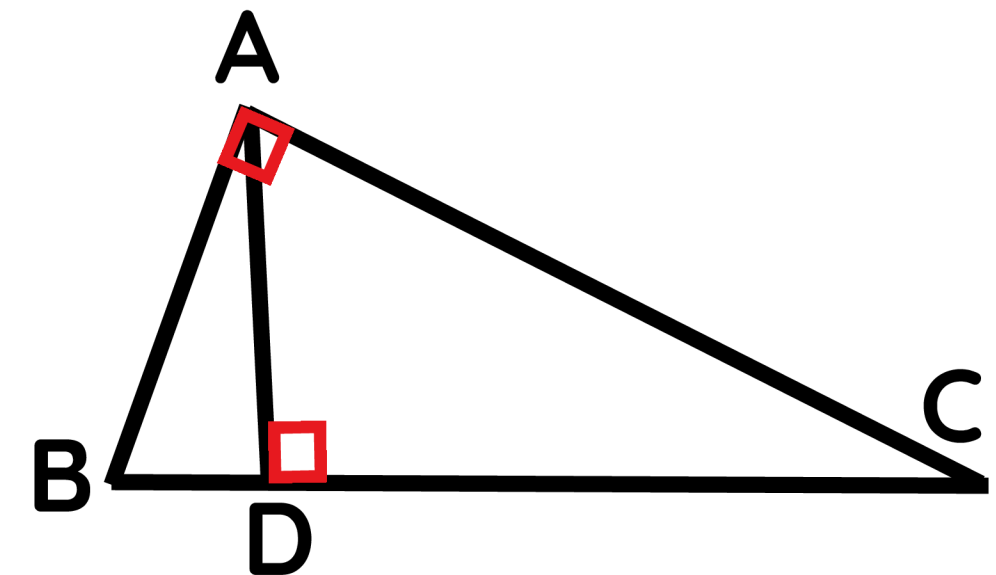
- Într-un triunghi **dreptunghic**:

-teorema lui Pitagora:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

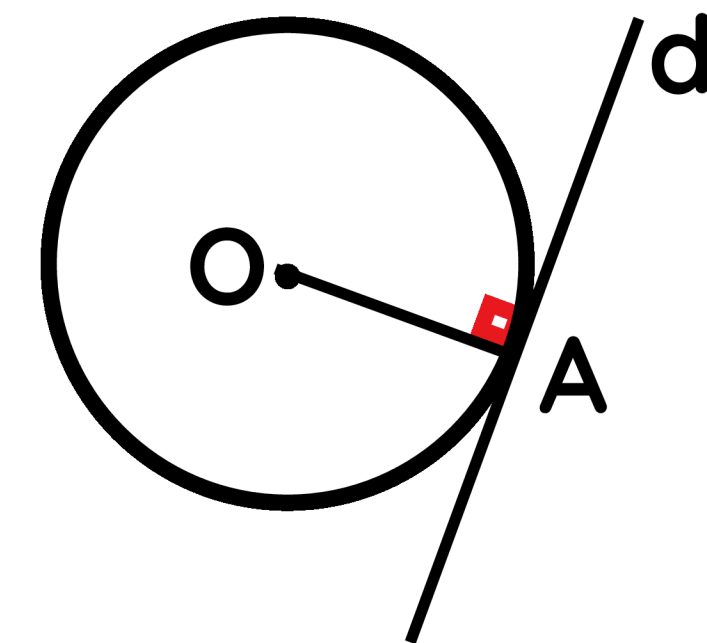
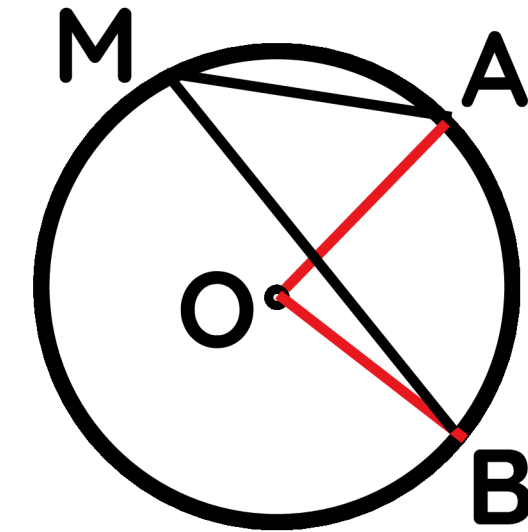
-teorema înălțimii:  $AD = \sqrt{BD * DC}$

-teorema catetei:  $AB = \sqrt{BD * BC}$

-într-un triunghi **dreptunghic**, cateta opusă unghiului de **30°** este **jumătate din ipotenuză**.

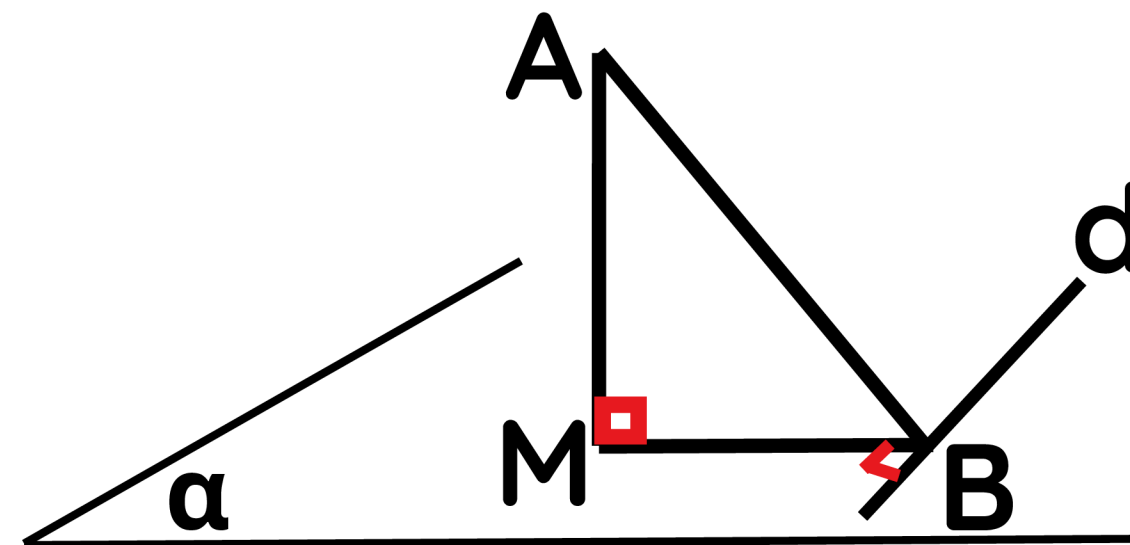


- **Unghiul la centru**  $\angle AOB \Rightarrow$  are măsura egală cu a arcului cuprins între laturi (arcul  $\widehat{AB}$ )
- **Unghiul înscris**  $\angle AMB \Rightarrow$  are măsura jumătate din a arcului cuprins între laturi (arcul  $\widehat{AB}$ )
- **raza** este **perpendiculară** pe **tangentă**
- unghiul format de o tangentă cu o coardă este **jumătate din arc** subîntins de coardă



### Teorema celor trei perpendiculare

|    |          |               |    |          |
|----|----------|---------------|----|----------|
| AM | $\alpha$ | $\Rightarrow$ | AB | d        |
| MB | d        |               |    |          |
| d  | $\alpha$ |               | M  | $\alpha$ |



# Trigonometrie

$$\text{sinus} = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}}$$

$$\text{cosinus} = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{ipotenuză}}$$

$$\text{tangenta} = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăturată}}$$

$$\text{cotangenta} = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}}$$

$$\text{tg } x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{ctg } x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

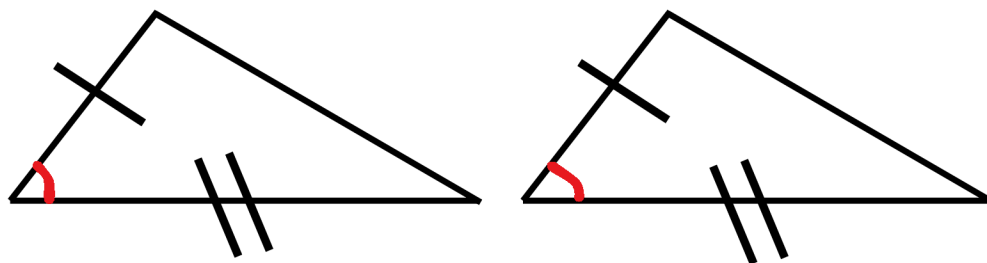
$$\cos x = \sin(90^\circ - x)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

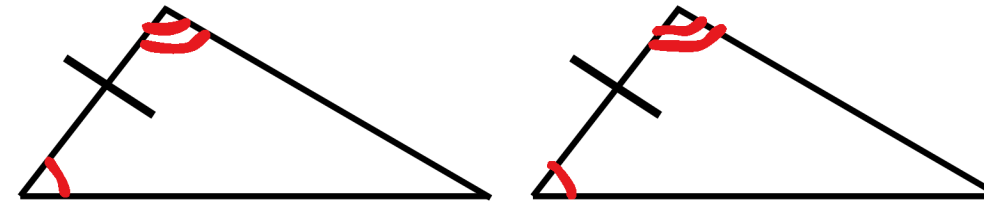
|     | 30°                  | 45°                  | 60°                  |
|-----|----------------------|----------------------|----------------------|
| SIN | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| COS | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        |
| TG  | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |
| CTG | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |

## Cazuri de congruență - triunghiuri oarecare

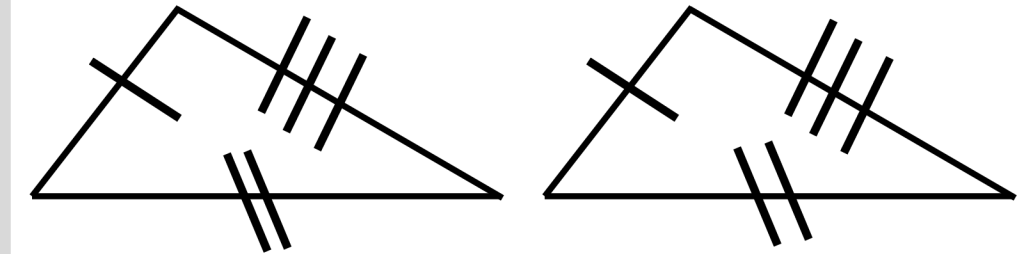
L.U.L



U.L.U.

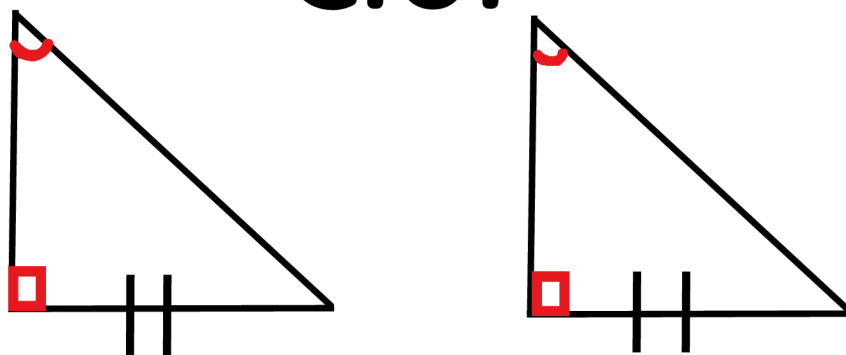


L.L.L.

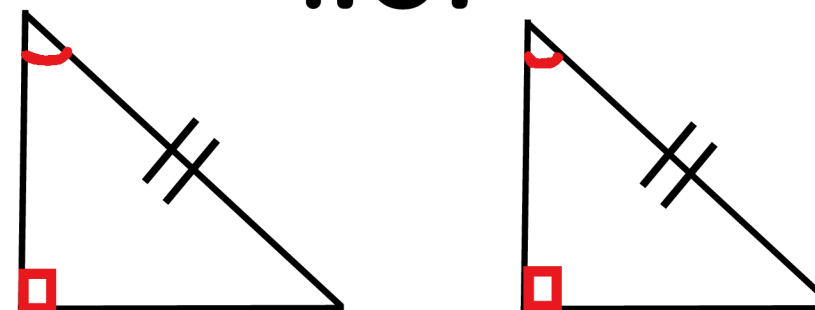


## Cazuri de congruență - triunghiuri dreptunghice

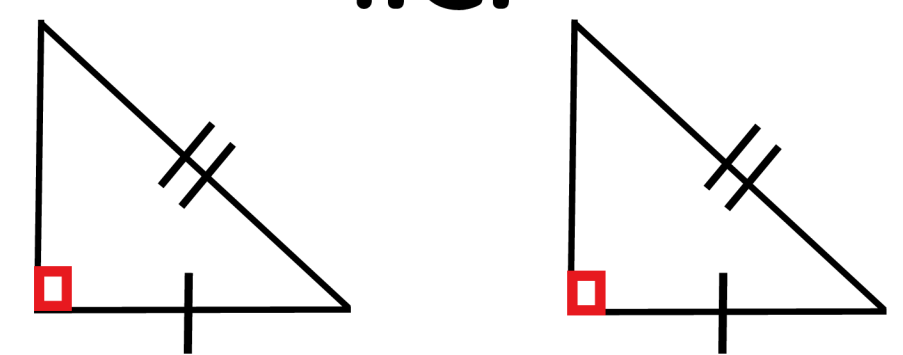
C.U.



I.U.



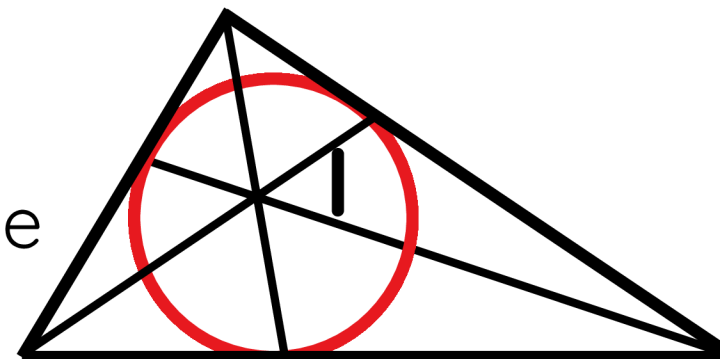
I.C.



# Linii importante în triunghi

## • Bisectoarea

= împarte un unghi în două unghiuri congruente



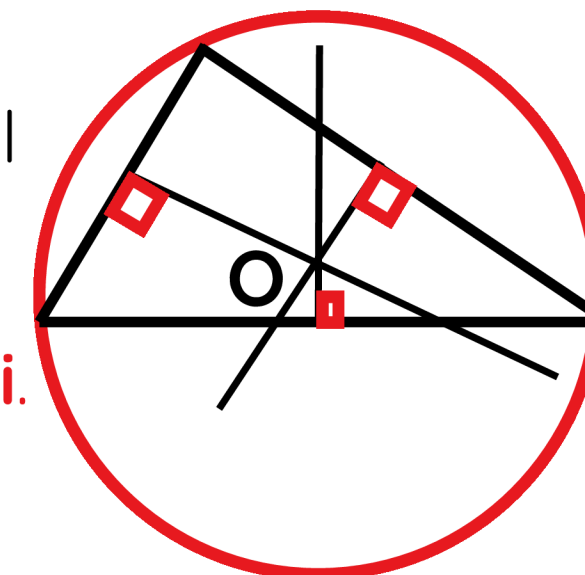
! Punctul de intersecție al bisectoarelor => **centrul cercului înscris (I)**

## • Mediatoarea

= perpendiculară pe mijlocul unei laturi

În triunghiul **dreptunghic**, O este în **mijlocul ipotenuzei**.

În triunghiul **obtuzunghic**, O este situat în **exterior**.

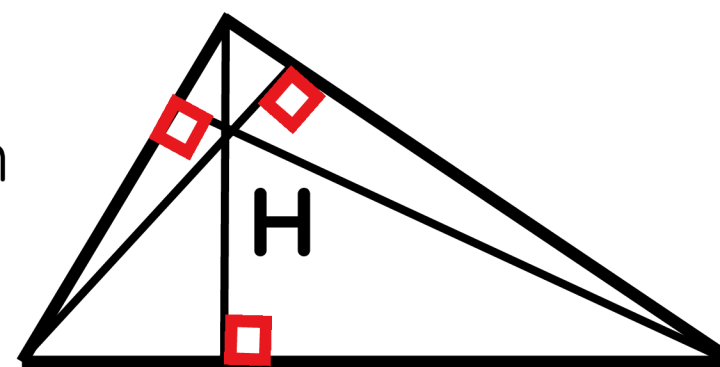


! Punctul de intersecție al mediatoarelor => **centrul cercului circumscris (O)**

## • Înălțimea

= perpendiculara dintr-un vârf pe latura opusă

În triunghiul **obtuzunghic**, H este în **exterior**.

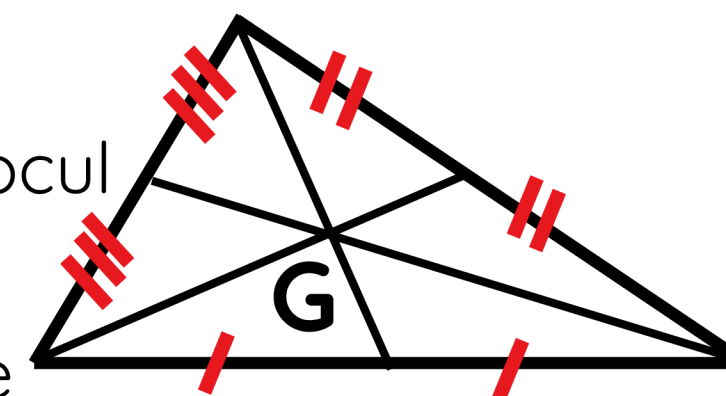


! Punctul de intersecție al înălțimilor => **ortocentrul (H)**

## • Mediana

= unește un vârf cu mijlocul laturii opuse

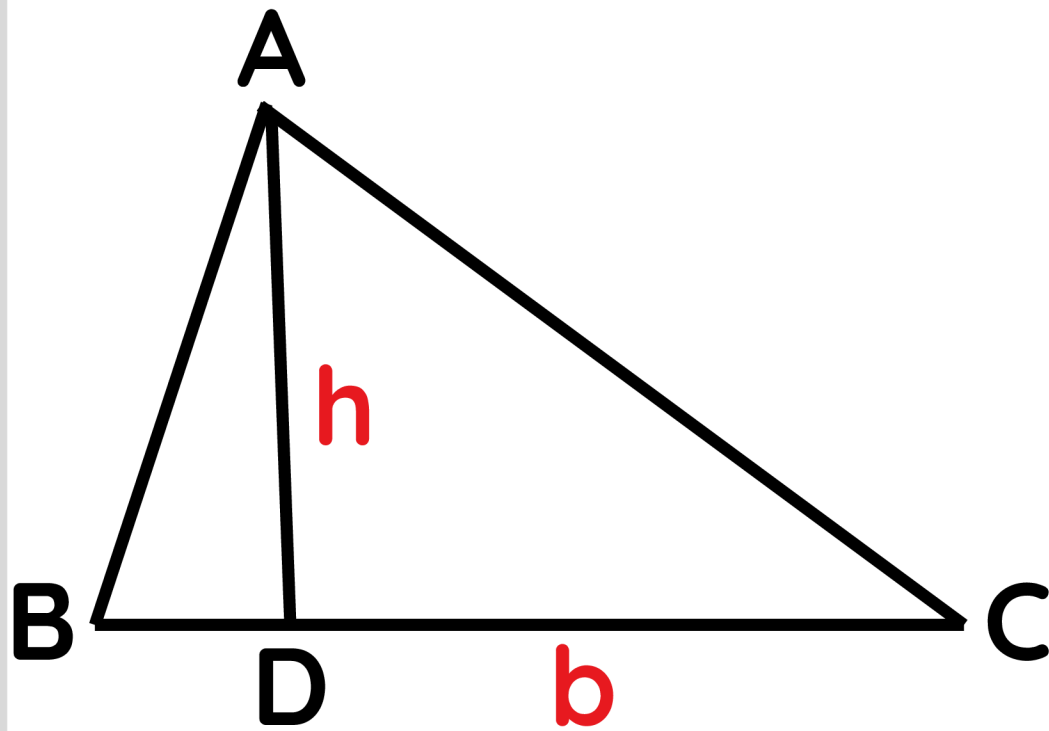
Centrul de greutate este la  $\frac{1}{3}$  de bază și  $\frac{2}{3}$  de vârf.



! Punctul de intersecție al medianelor => **centrul de greutate (G)**

# Arii și alte formule (1)

## Triunghi oarecare

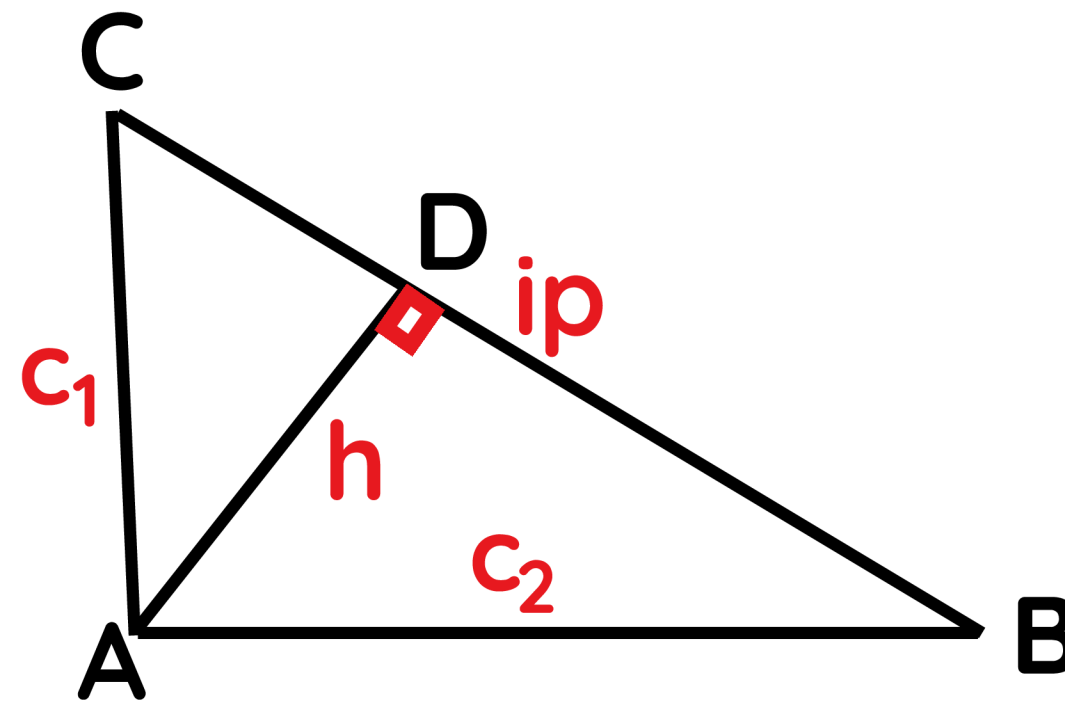


$$A = \frac{b * h}{2} = \frac{BC * AD}{2}$$

$$A = \frac{AB * BC * \sin(\angle B)}{2}$$

$$P = AB + AC + BC$$

## Triunghi dreptunghic

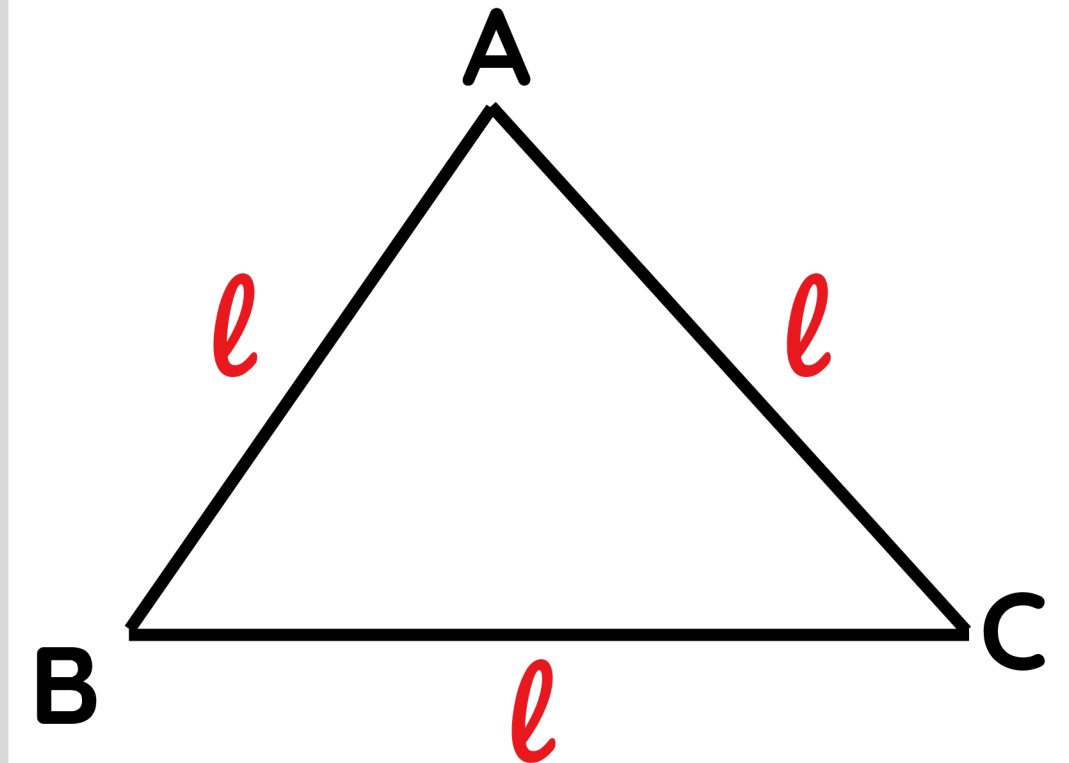


$$A = \frac{ip * h}{2} = \frac{BC * AD}{2}$$

$$A = \frac{c_1 * c_2}{2} = \frac{AB * AC}{2}$$

$$P = AB + AC + BC$$

## Triunghi echilateral



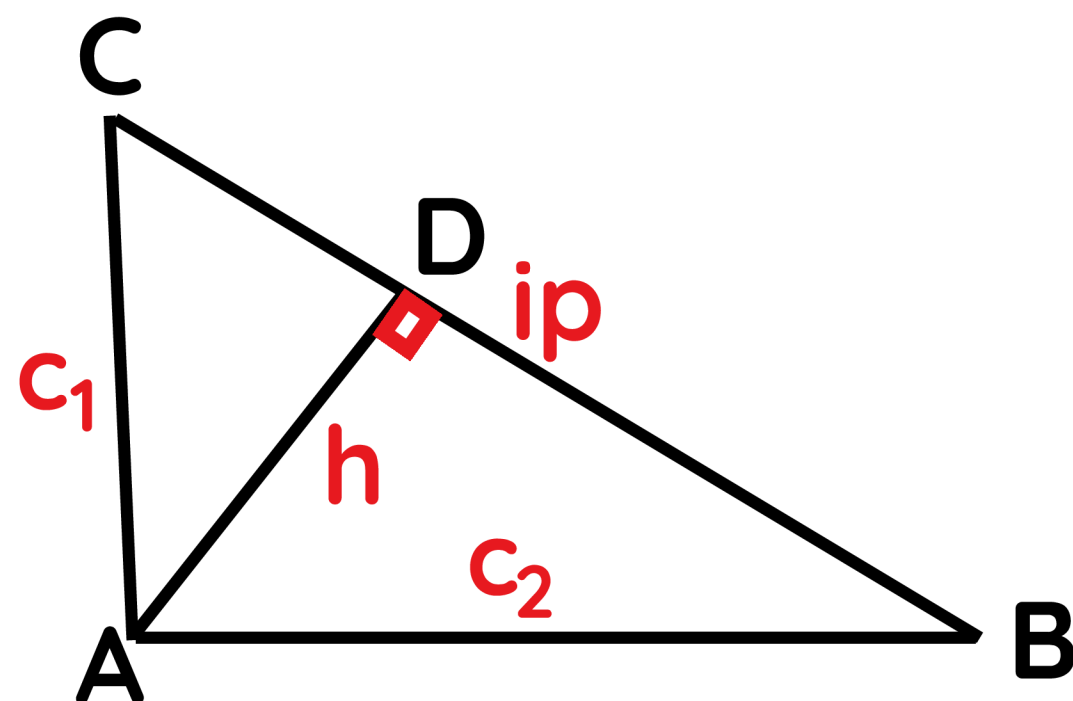
$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$P = AB + AC + BC$$

$$h = \frac{l \sqrt{3}}{2}$$

## Arii și alte formule (2)

### Triunghi dreptunghic



$$A = \frac{ip * h}{2} = \frac{BC * AD}{2}$$

$$A = \frac{c_1 * c_2}{2} = \frac{AB * AC}{2}$$

$$P = AB + AC + BC$$

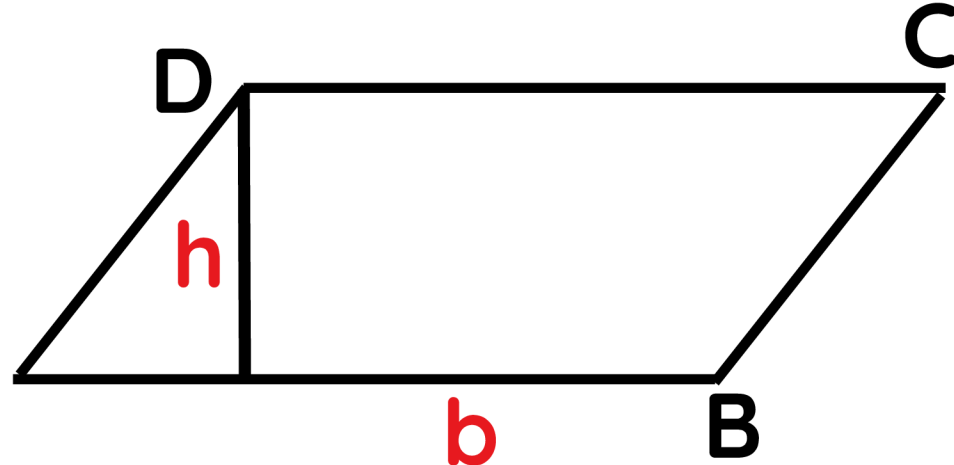
$$h = \frac{c_1 * c_2}{ip}$$

### Formula lui Heron

$$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)} \quad , \text{ unde } p = \frac{a + b + c}{2} \quad (\text{semiperimetru})$$

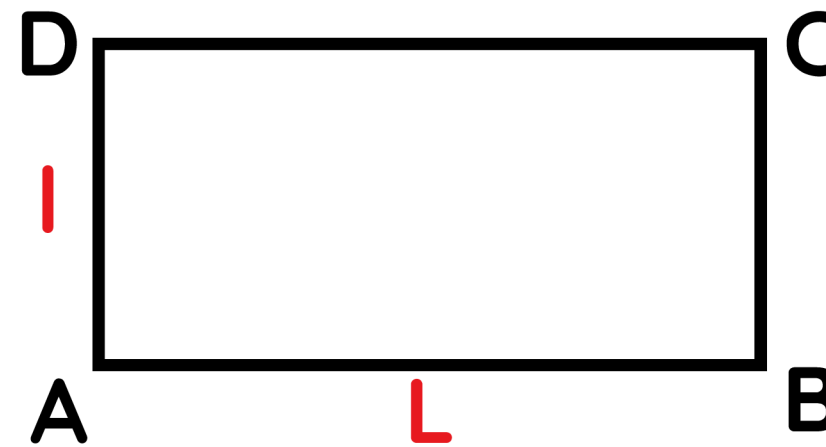
# Arii și alte formule (3).

Paralelogram



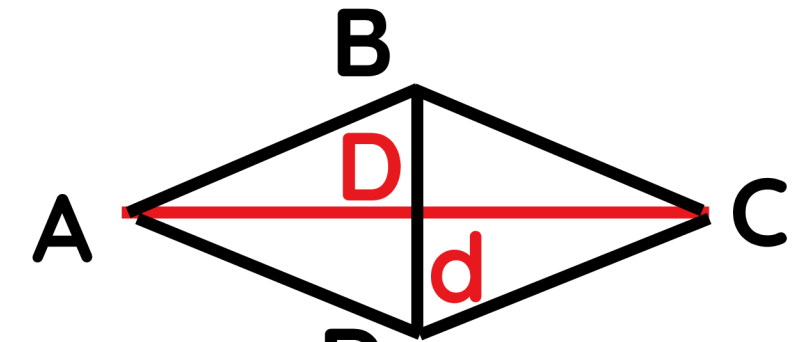
$$A = b * h$$

Dreptunghi



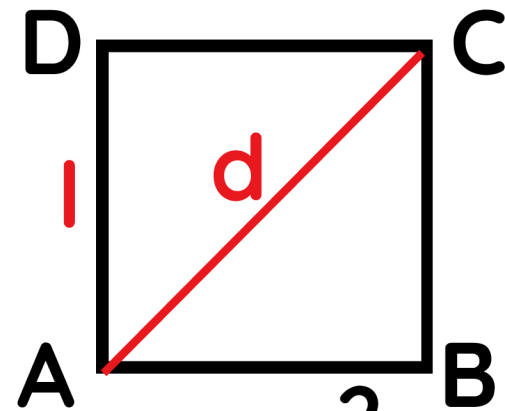
$$A = L * l$$

Romb



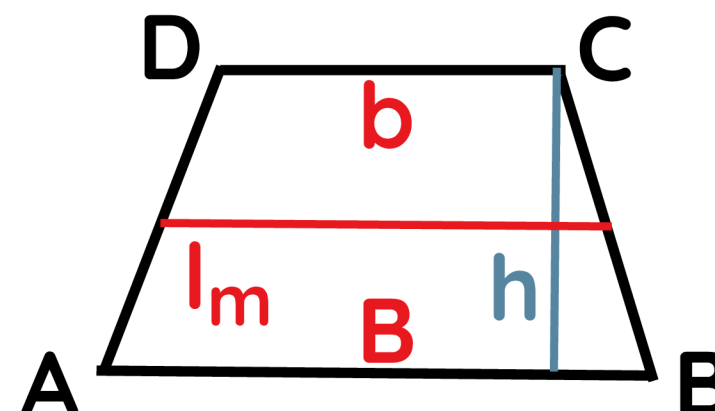
$$A = \frac{D * d}{2}$$

Pătrat



$$A = l^2$$
$$d = l\sqrt{2}$$

Trapez



$$A = \frac{(B + b) * h}{2} = l_m * h$$

Linia mijlocie  
în trapez

-unește mijloacele laturilor  
neparalele

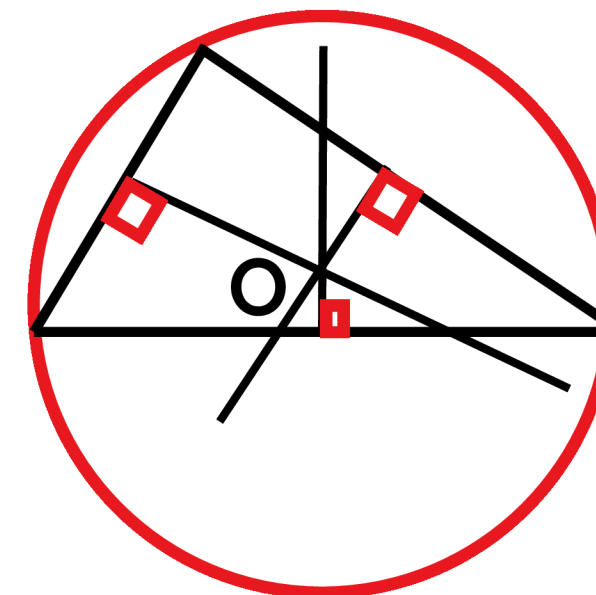
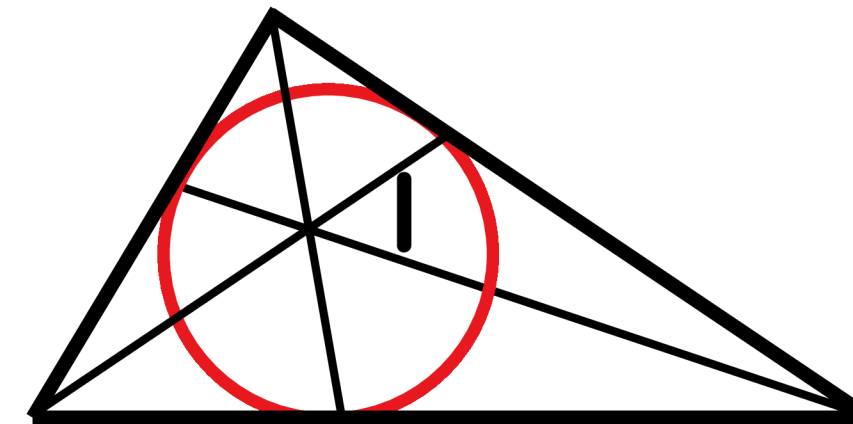
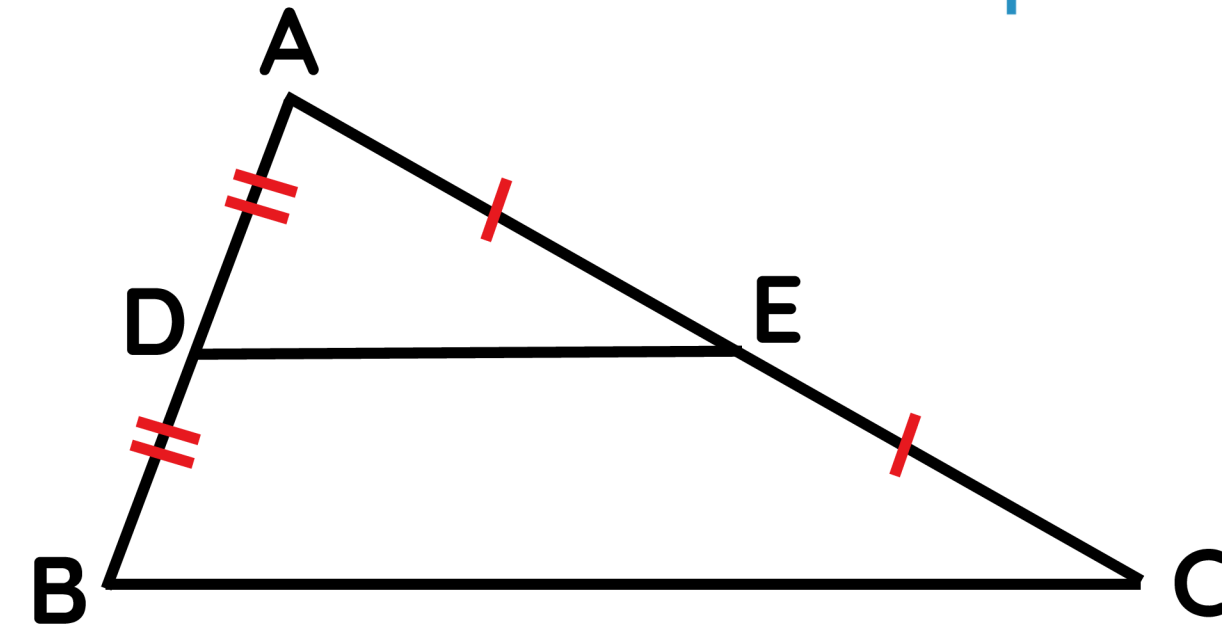
-este paralelă cu bazele

$$l_m = \frac{B + b}{2}$$

# Linia mijlocie în triunghi

= unește mijloacele a două laturi

- este **paralelă** cu **a treia latură** și este **jumătate** din aceasta



**Raza cercului înscris  
în triunghi:**

$$r = \frac{A}{p}, \text{ unde } p = \text{semiperimetrul}$$

**Raza cercului circumscris  
triunghiului:**

$$R = \frac{abc}{4 * A_{\Delta ABC}}$$

# Poligon regulat

-are toate laturile și unghiurile congruente

**n = nr. de laturi**

apotema:  $a_n = R * \cos \frac{180^\circ}{n}$

latura:  $l_n = 2 * R * \sin \frac{180^\circ}{n}$

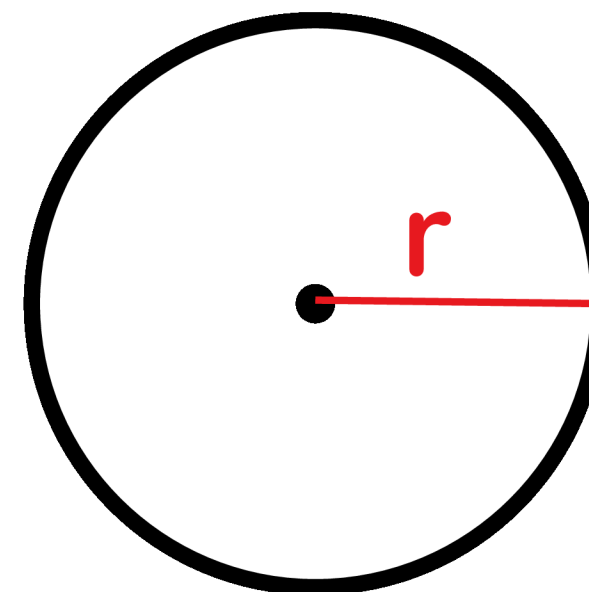
măsura unghiului:  $u_n = \frac{(n - 2) * 180^\circ}{n}$

nr. diagonalelor =  $\frac{n(n - 3)}{2}$

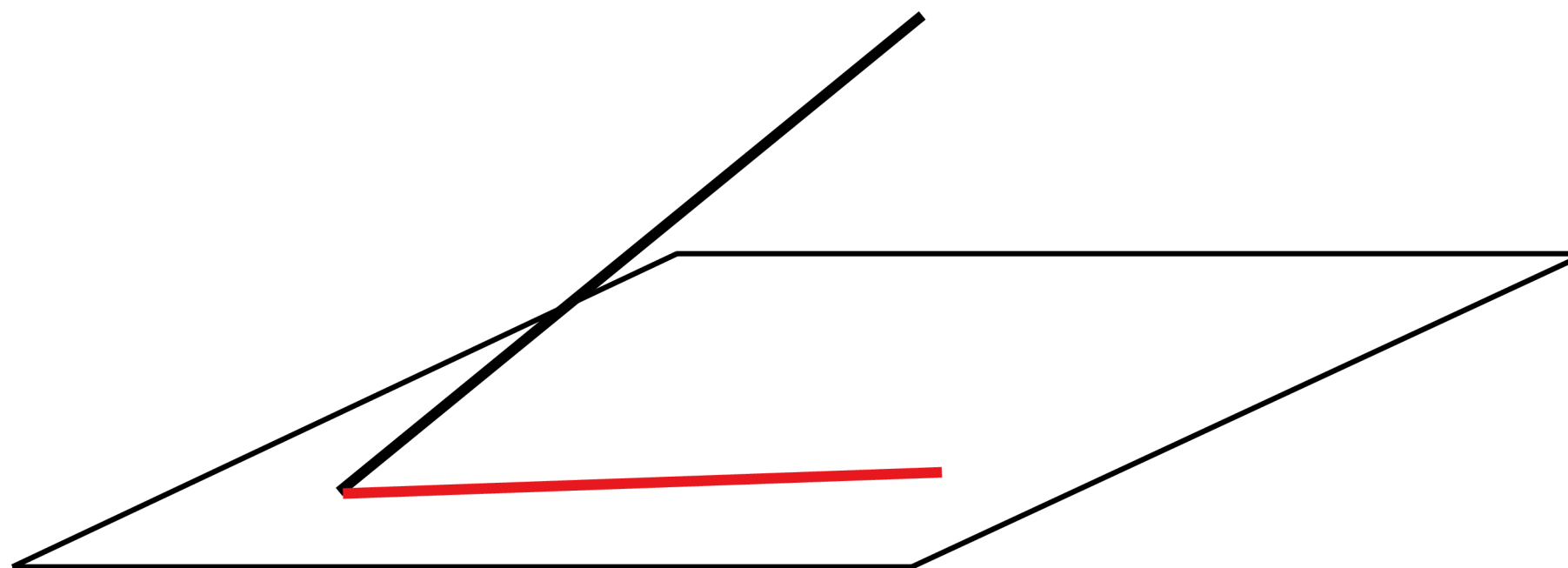
## Cerc

Lungimea (circumferința):  **$L = 2\pi R$**

Aria:  **$A = \pi R^2$**  ( $\pi \approx 3,14$ )

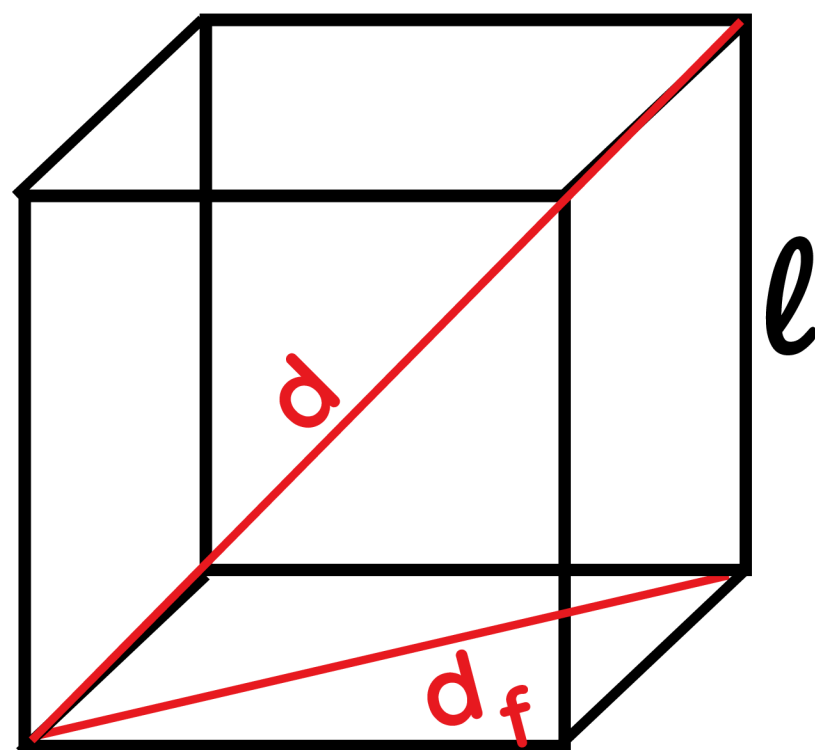


1. O dreaptă este **perpendiculară pe un plan** dacă este perpendiculară pe **două drepte concurente** din acel plan.
2. Dacă o dreaptă este **perpendiculară pe un plan**, atunci ea este perpendiculară **pe toate dreptele din acel plan**.
3. **Unghiul dintre o dreaptă și un plan** este egal cu unghiul format de dreaptă, cu **proiecția ei pe plan**.



## I. Poliedre

### Cubul



$$A_l = 4 * l^2$$

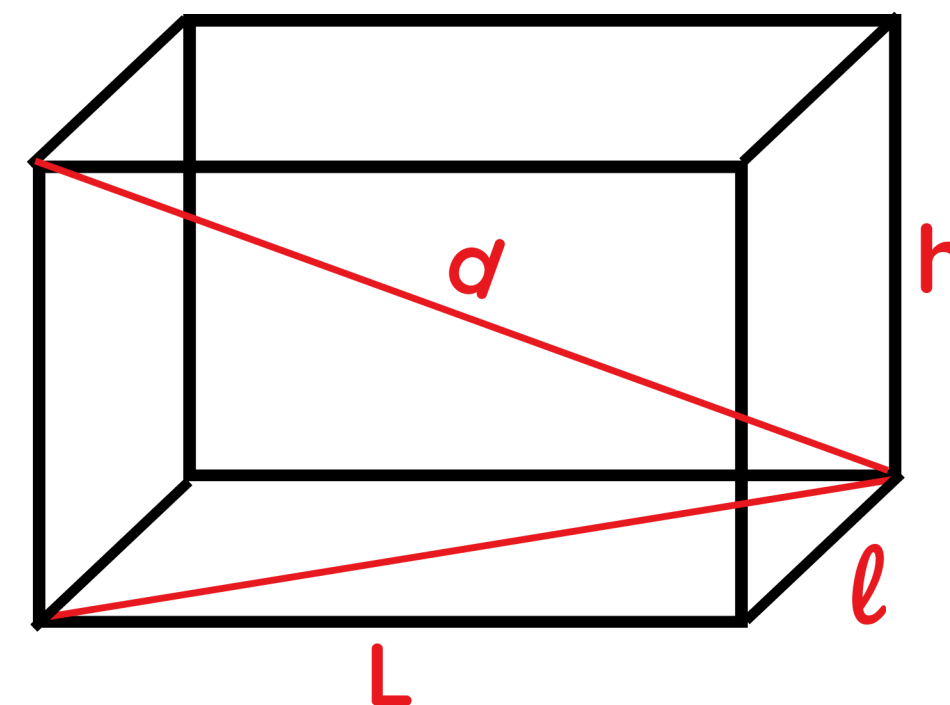
$$A_t = 6 * l^2$$

$$V = l^3$$

$$d_f = l\sqrt{2}$$

$$d = l\sqrt{3}$$

### Paralelipipedul dreptunghic



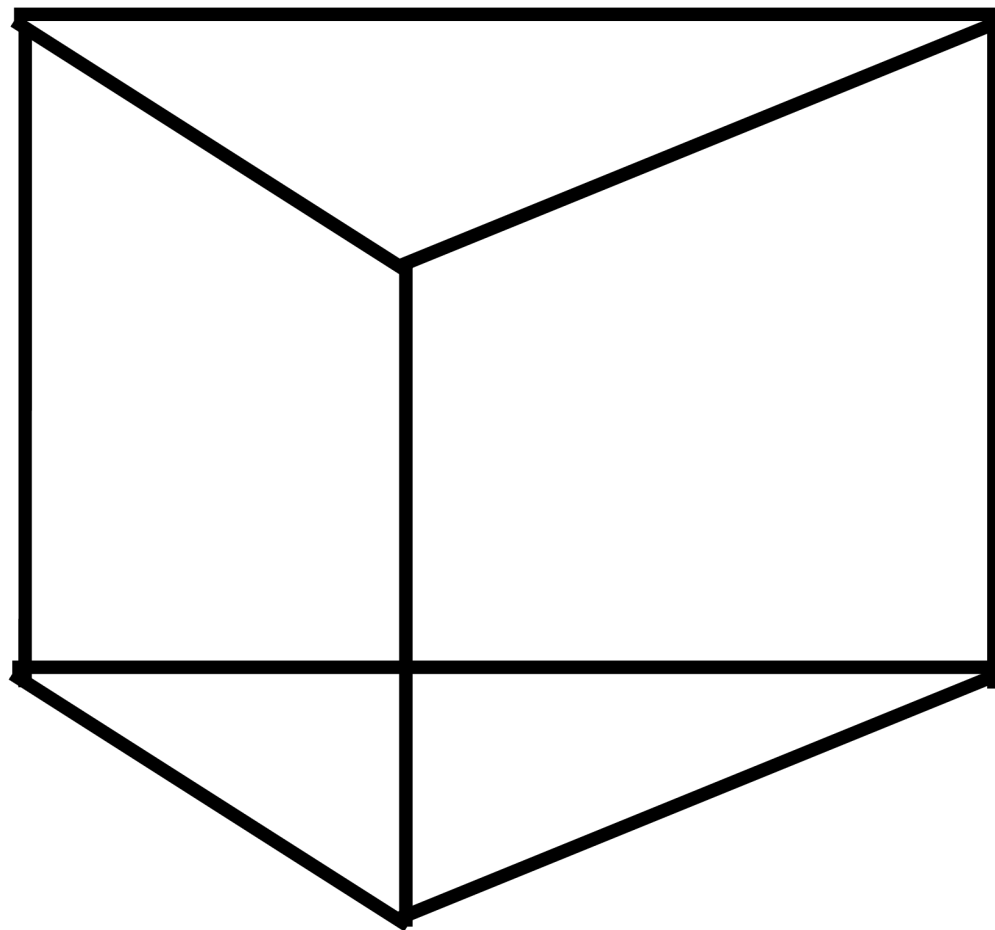
$$A_t = 2 * (L * l + L * h + l * h)$$

$$V = L * l * h$$

$$d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2}$$

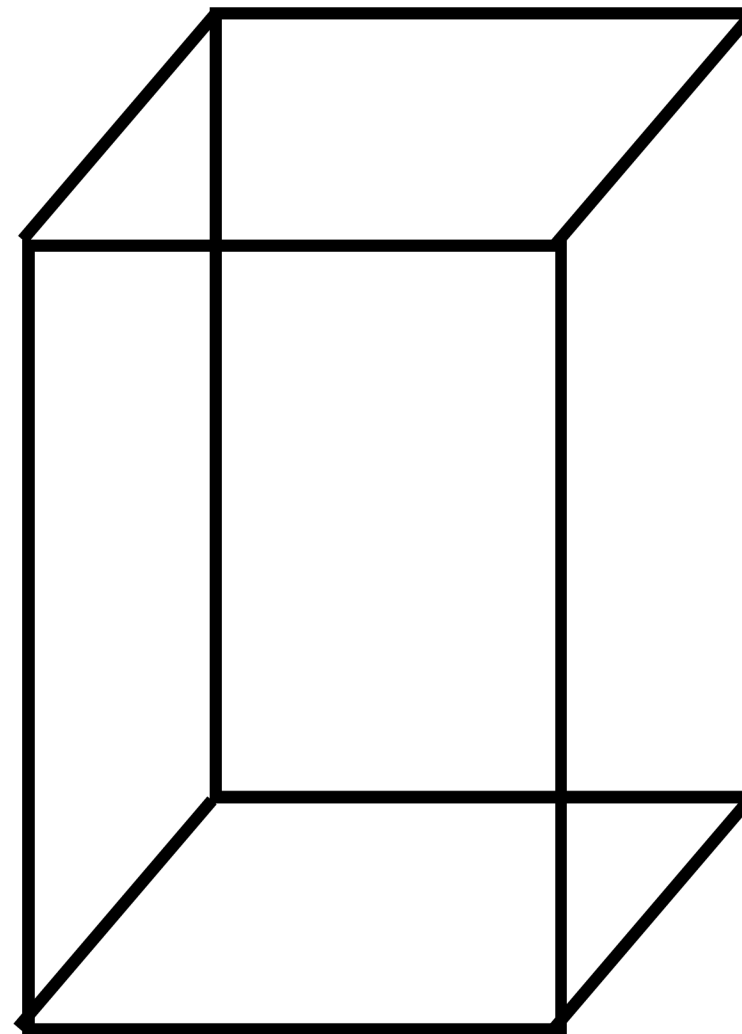
# Prisma regulată

## Triunghiulară



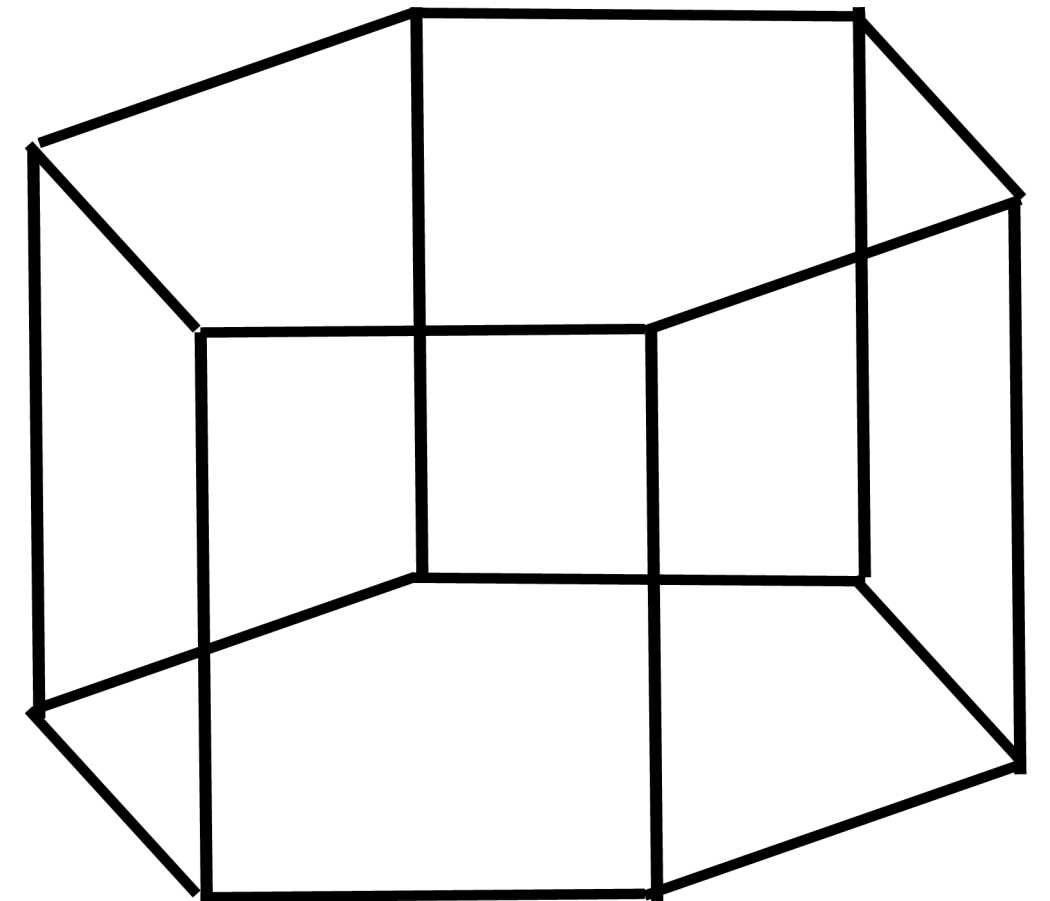
$$A_{\ell} = P_b * h$$

## Patrulateră



$$A_t = A_{\ell} + 2 * A_b$$

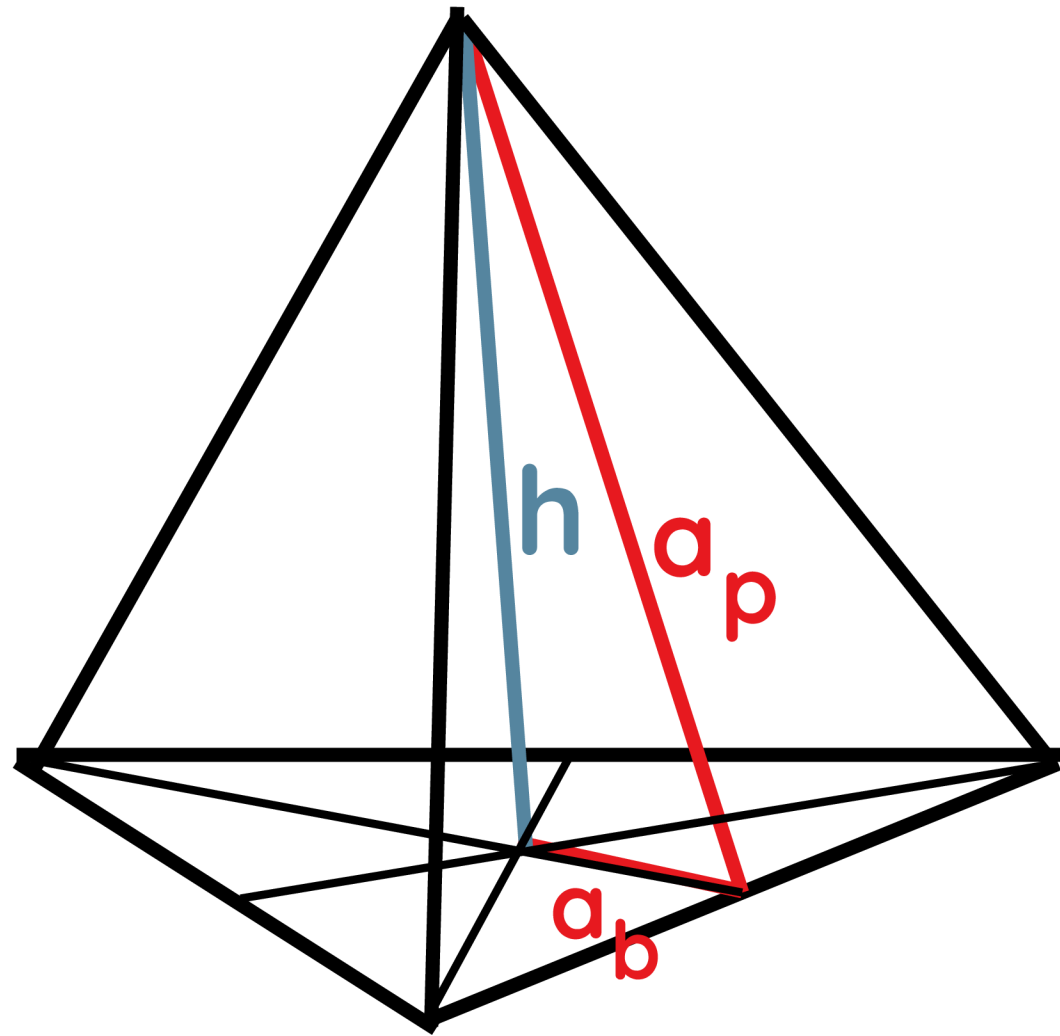
## Hexagonală



$$V = A_b * h$$

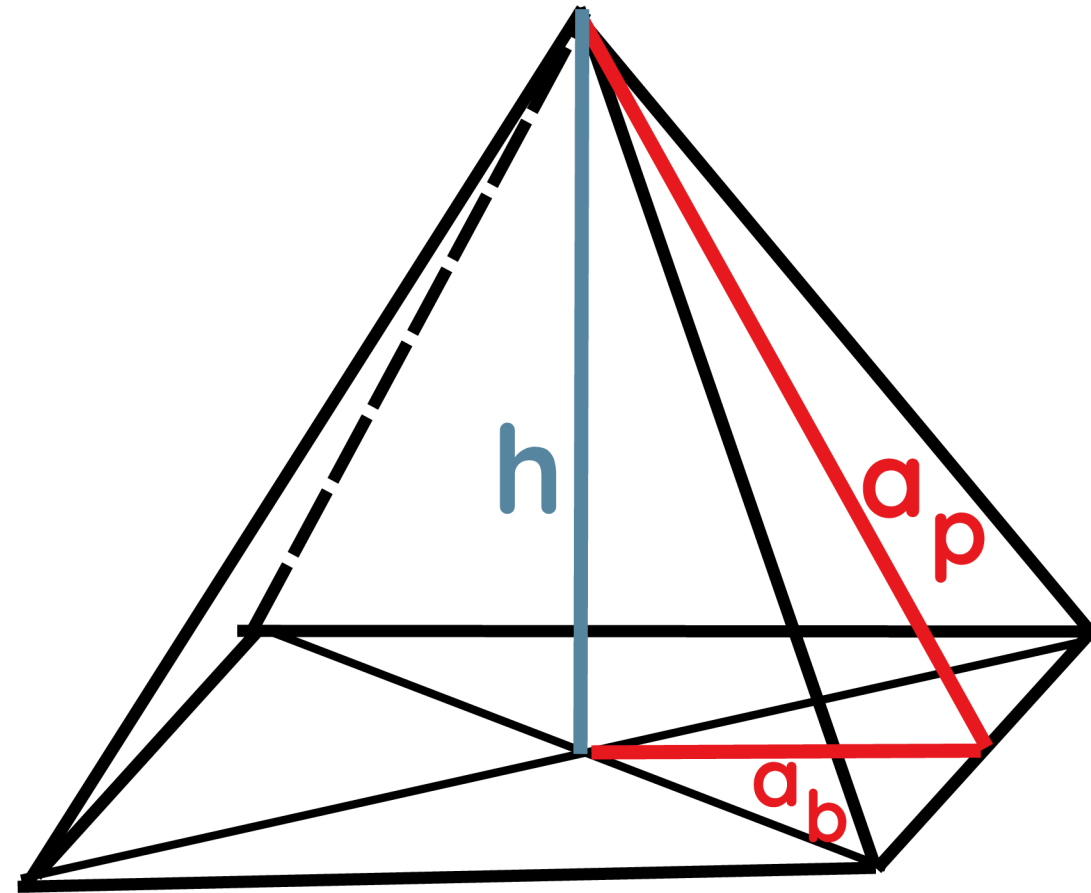
# Piramida regulată

## Triunghiulară



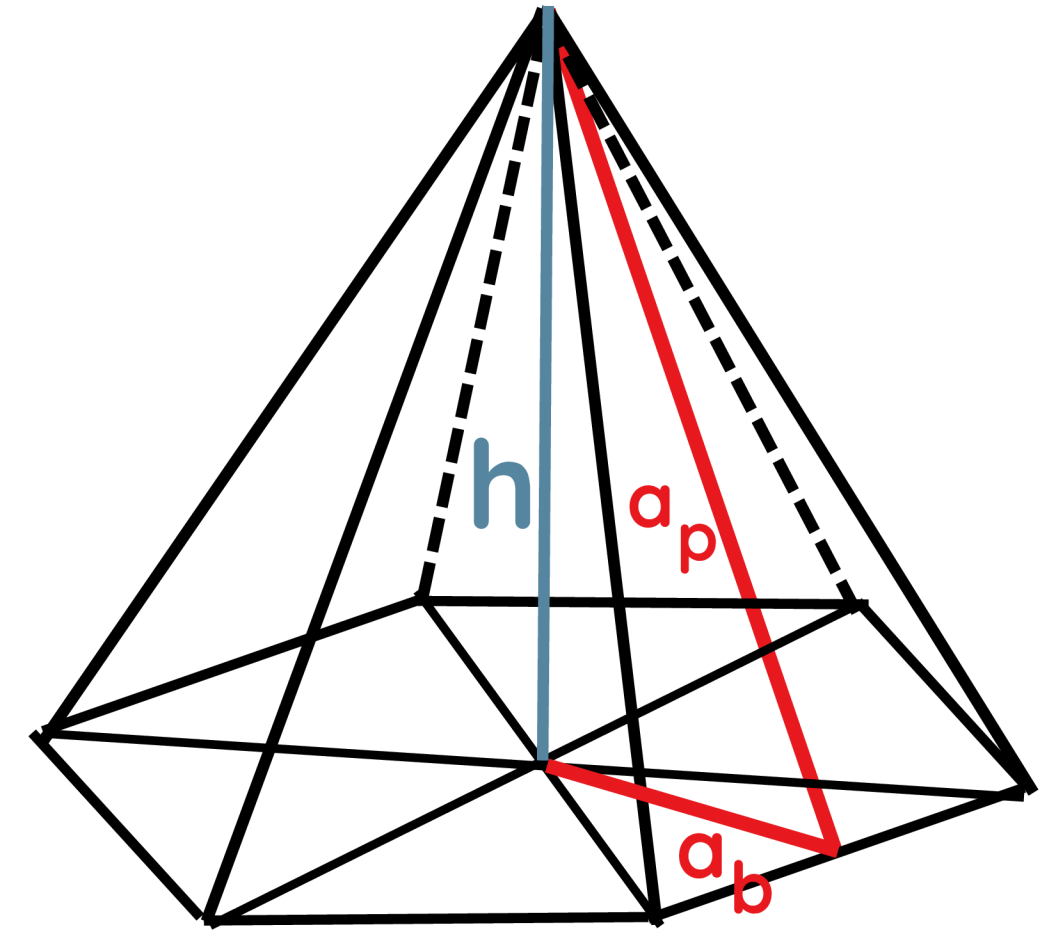
$$A_{\ell} = \frac{P_b \cdot a_p}{2}$$

## Patrulateră



$$A_t = A_{\ell} + A_b$$

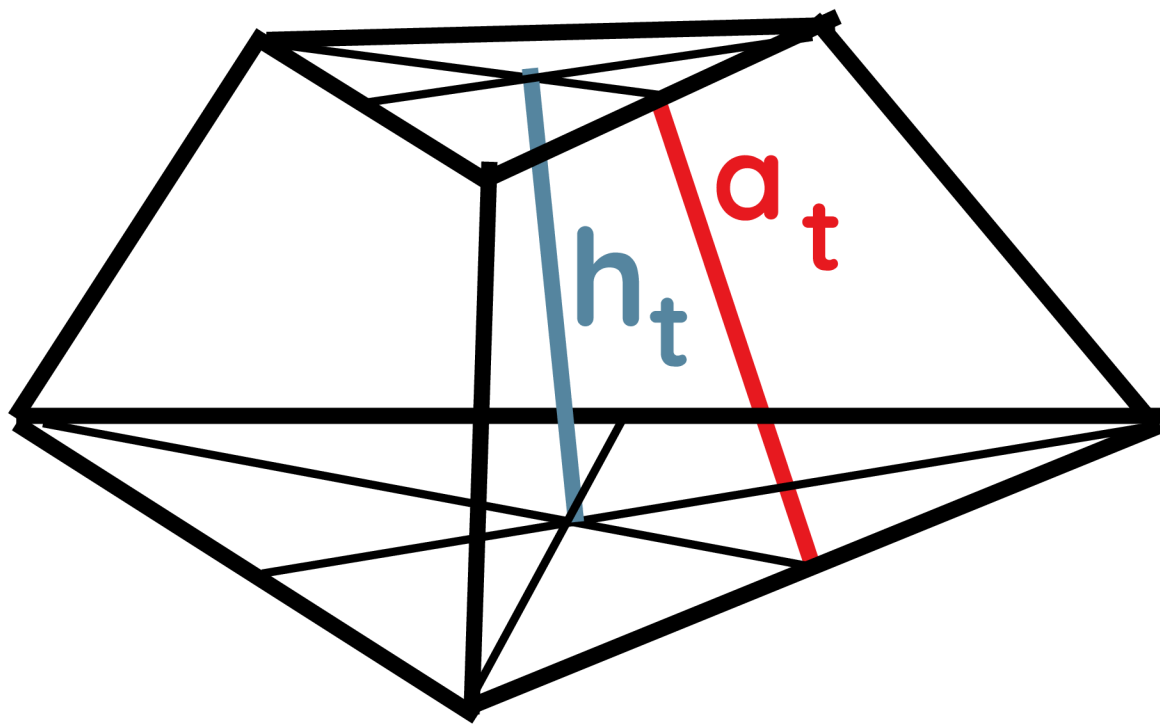
## Hexagonală



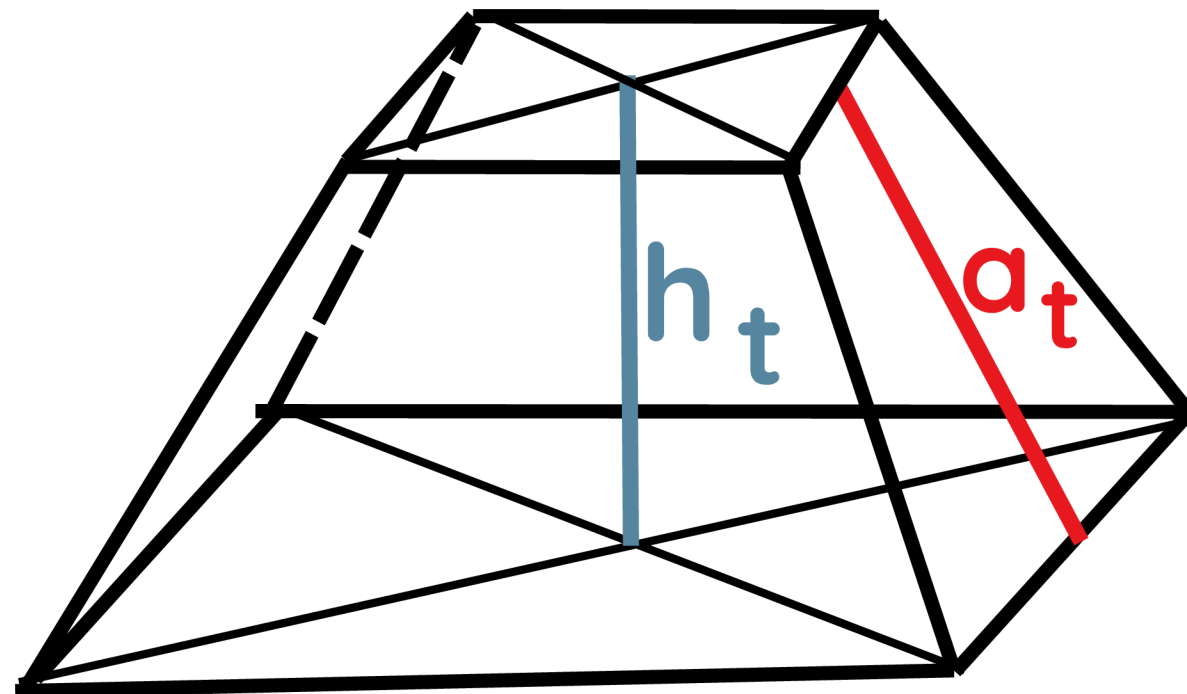
$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

# Trunchiul de piramida regulată

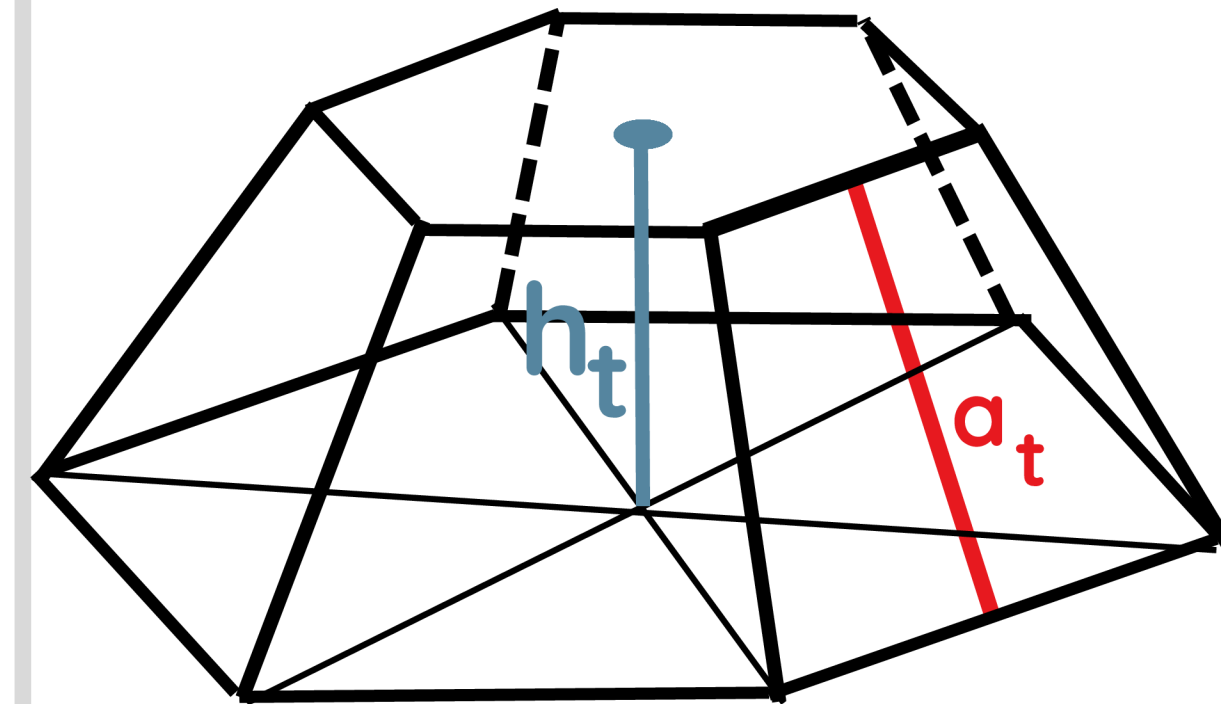
## Triunghiulară



## Patrulateră



## Hexagonală



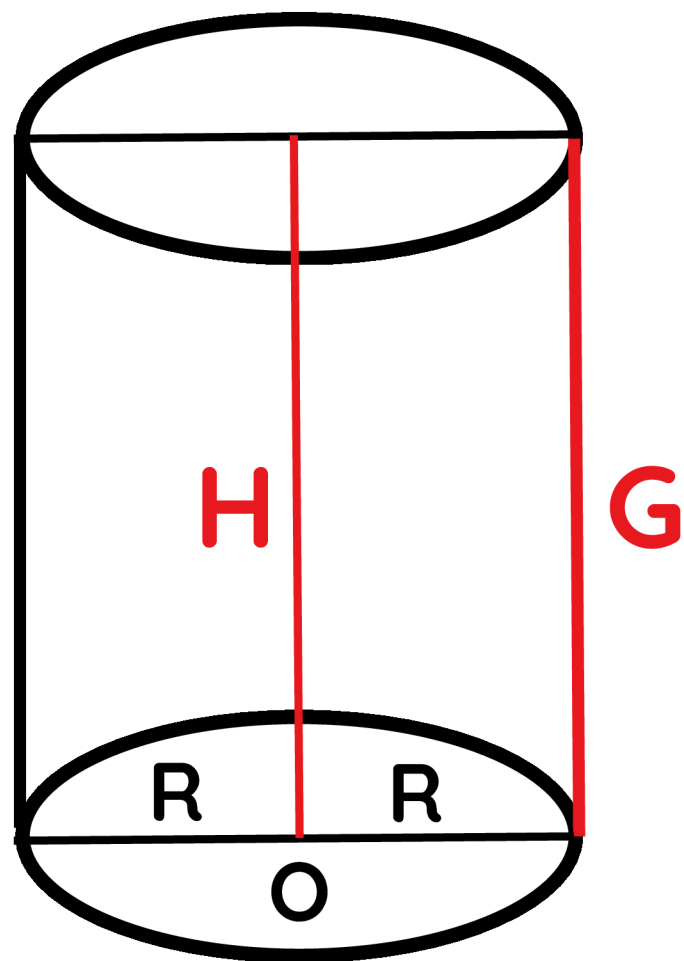
$$A_{\ell} = \frac{(P_B + P_b) \cdot a_t}{2}$$

$$A_t = A_{\ell} + A_B + A_b$$

$$V = \frac{h_t}{3} (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$$

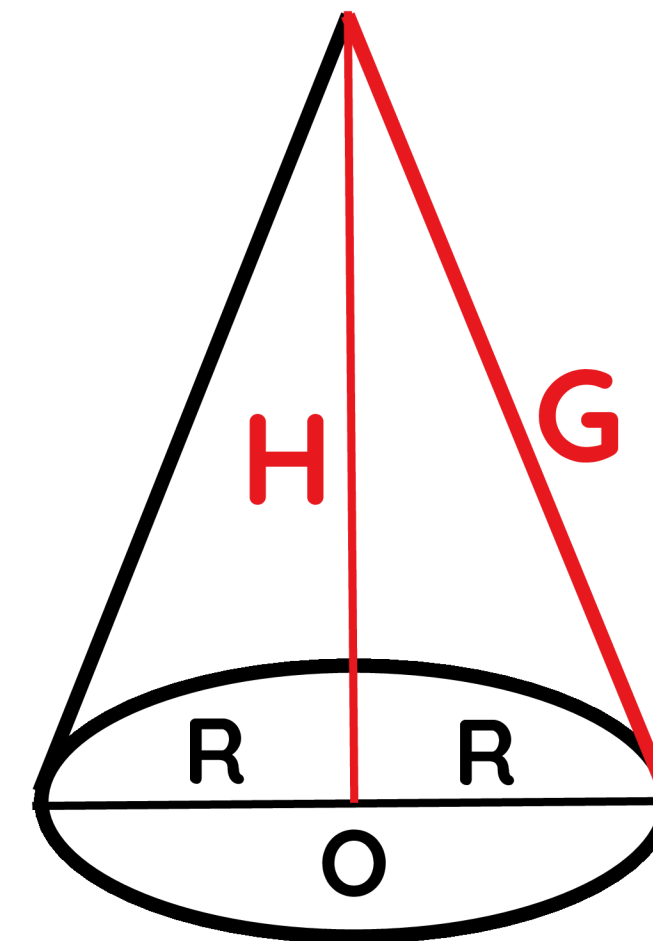
## II. Corpuri rotunde

Cilindrul



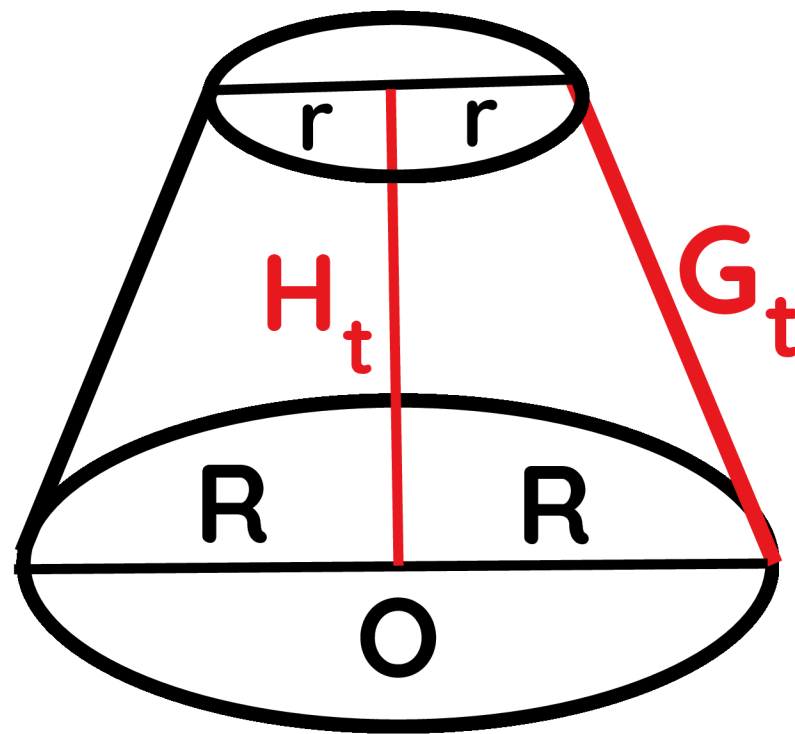
$$A_{\ell} = 2\pi R G$$
$$A_t = 2\pi R(G + R)$$
$$V = \pi R^2 H$$

Conul



$$A_{\ell} = \pi R G$$
$$A_t = \pi R(G + R)$$
$$V = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

## Trunchiul de con

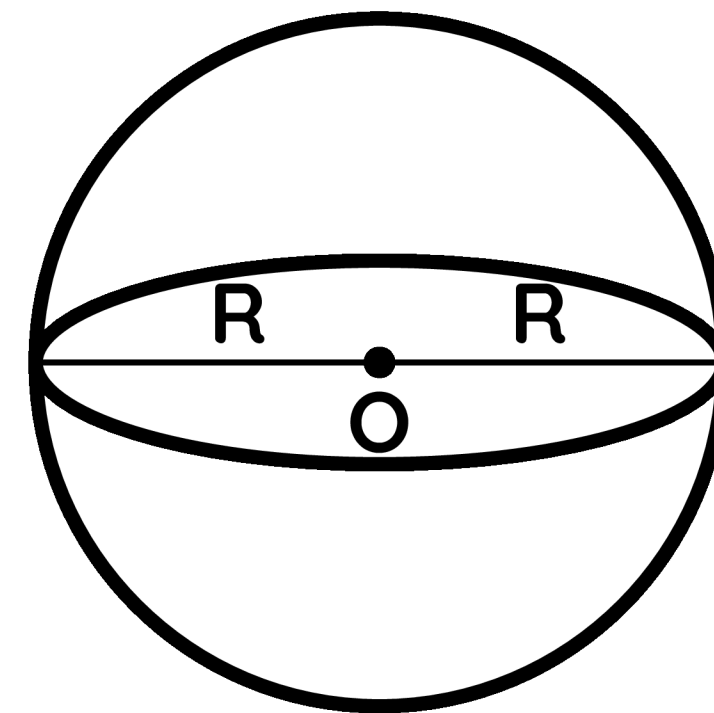


$$A_{\ell} = \pi G_t (R + r)$$

$$A_t = \pi G_t (R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$V = \frac{\pi H_t}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$$

## Sfera



$$A = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$