دراسة مستوى أداء تلاميذ الصف السادس في دولة الكويت في الحساب الذهني والاستراتيجيات التي يستخدمونها و اتجاهاتهم نحو الحساب الذهني

د. أمل حسين العجمي
قسم المناهج و طرق التدريس
كلية التربية – جامعة الكويت

الملخص:

لقد تم إدراج الحساب الذهني في كتب الرياضيات في الكويت والتي بدأ تطبيقها عام 2007/2006 ، لذلك أتت هذه الدراسة للتعرف على مستوي تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني بعد مرور خمس سنوات من تدريس هذه المهارة من حيث أدائهم في الحساب الذهني والاستراتيجيات التي يستخدمونها و كذلك للتعرف على اتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني.

وتكونت عينة الدراسة من 322 تلميذاً وتلميذة، تم اختيارهم بطريقة عشوائية من ثلاث مناطق تعليمية ، وتم جمع البيانات من التلاميذ باستخدام ثلاث أدوات وهي: اختبار الحساب الذهني و مقابلة الحساب الذهني و مقياس الاتجاهات نحو الحساب الذهني.

ولقد أظهرت النتائج تدني أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني ، فقد كان متوسط الدرجات في اختبار الحساب الذهني 6,9 من أصل 36 درجة أي أقل من 20 ٪ من الدرجة الكلية ، و بعد مقابلة 67 تلميذاً وتلميذة تبين انخفاض عدد استراتيجيات الحساب الذهني التي استخدمها التلاميذ، فلقد كانت نسبة استراتيجيات الحساب الذهني 17,6 ٪ من الاستجابات الكلية خلال المقابلات ، و لكن اتجاهات التلاميذ كانت إيجابية نحو الحساب الذهني و كان أعلاها نحو أهمية الحساب الذهني في الحياة و في دراسة الرياضيات.

× **تم دعم هذا العمل من قبل جامعة الكويت، مشروع بحث رقم** 11/TT02

مقدمة:

مهارة الحساب الذهني من المهارات الأساسية في تعلم الرياضيات، فقد أكدت المؤتمرات والتقارير الرياضية في الولايات المتحدة الأمريكية وكندا وأستراليا على أهمية تنمية قدرة المتعلم على استخدام الحساب الذهني و على ضرورة إدراج هذه المهارة ضمن مناهج الرياضيات (Australian Education Council، 1991; National Council of Teachers of Mathematics، 1989، 2000).

و تكمن أهمية تنمية الحساب الذهني في أنها مطلب أساسي لتطوير المهارات الحسابية و التقدير التقريبي، و حل المشكلات، فالحساب الذهني يعزز فهم المتعلم لنظام العد والقيم المكانية للأعداد والعلاقات بين الأعداد ويشجع المتعلم على استخدام طرق مختلفة للتعامل مع الأعداد، وفي الحياة اليومية الحساب الذهني هام جدا حيث إن معظم العمليات الحسابية تجري ذهنيا، فلا تكاد تخلو ممارساتنا اليومية من الحاجة لحساب فواتيرَ أو مبالغَ مالية أو نسبٍ لخصومات. (Maclellan، 2001; McIntosh، 2004; Heirdsfied، & Cooper،2004; Threlfall، 2002; Verschaffel، Greer، & De Corte، 2007)

ويتحقق الهدف من تدريس الحساب الذهني عندما يستخدم التلاميذ استراتيجيات الحساب الذهني بفاعلية ومرونة ،وتعتمد هذه الاستراتيجيات على الدمج بين استخدام حقائق الأعداد مع خصائص

نظام العد، فمن خلال هذه الاستراتيجيات يتضح فهم التلاميذ للأعداد و نظام العدد ، و لقد أكد الباحثون في مجال الحساب الذهني على أهمية التركيز على فهم استراتيجيات الحساب الذهني ومناقشتها مع التلاميذ ، والتركيز على تنمية قدرة التلاميذ على اختيار الاستراتيجية المناسبة للأعداد والعمليات الواردة في المسائل الرياضية (Thompson، 1999; Threlfall، 2002; Verschaffel، Greer، & De Corte، 2007).

ونظرا لأهمية الحساب الذهني تم إدراج الحساب الذهني في كتب الرياضيات الحديثة في الكويت والتي بدأ تطبيقها عام 2006 / 2007، لذلك أتت هذه الدراسة للتعرف على مستوى تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني بعد مرور خمس سنوات من تدريس هذه المهارة من حيث أدائهم في الحساب الذهني و الاستراتيجيات التي يستخدمونها، و كذلك تطرقت الدراسة للتعرف على الاتجاهات التي كونها التلاميذ نحو الحساب الذهني، حيث إن تكوين اتجاهات إيجابية لدى التلاميذ له دور في إثارة الدافعية نحو دراسة الرياضيات بشكل عام ومن شأنها أن تؤثّر في تحصيل التلاميذ للحساب الذهني بشكل خاص، (Threlfall، 2002; Thompson، 1999; Mullis et al.، 2001) وتعد المرحلة المتوسطة مرحلة هامة في تكوين اتجاهات التلاميذ نحو الرياضيات فهذه الاتجاهات تصبح ثابتة في المراحل التعليمية التالية ويصعب تغيرها، مما يوضح أهمية تكوين الاتجاهات الإيجابية في سن صغيرة لدى التلاميذ (Philipp، 2007) ، ولقد اعتبر كل من سوافرد و بروون (Swafford & Broun، 1989) أن تكوين اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات هدف هام لتعليم الرياضيات لما له من أهمية في تحصيل التلاميذ.

الدراسات السابقة:

أجريت كثير من الدراسات التي تناولت الحساب الذهني، ولقد ركزت هذه الدراسات على أداء التلاميذ في الحساب الذهني والاستراتيجيات التي يستخدمونها ووضع برامج لتدريس الحساب الذهني وكذلك اتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني، وسوف نستعرض الدراسات موزعة على ثلاثة محاور:

أولا: دراسات تناولت أداء التلاميذ في الحساب الذهني و الاستراتيجيات المستخدمة من قبلهم

ركزت كثير من الدراسات التي تناولت الحساب الذهني على معرفة أداء التلاميذ في الحساب الذهني و الكشف عن الاستراتيجيات المستخدمة من قبل التلاميذ لحل التمارين الرياضية ذهنياً.

فقد قام ماكنتوش و نوهادا و ريز وريز (McIntosh، Nohda، Reys، & Reys ، 1995)

بمقارنة أداء تلاميذ من الصف الثاني إلى التاسع في الحساب الذهني في ثلاث دول وهي : استراليا و اليابان و الولايات المتحدة الأمريكية ، استخدم الباحثون في هذه الدراسة اختبار حساب ذهني تضمن جزئيين الأول شفوي حيث تُقرأ الأسئلة على التلاميذ والثاني نظري حيث تُعرض الأسئلة من خلال جهاز العرض على التلاميذ ، و لقد بلغ عدد التلاميذ المشاركين في الدراسة حولي 2000 تلميذ، وتبين من خلال نتائج البحث تباين في أداء التلاميذ في الدول المختلفة و أيضا خلال المراحل الدراسية، وهذا الاختلاف يعكس مدى تركيز المناهج على الحساب الذهني في هذه الدول ، حيث بيّنت النتائج أن أداء التلاميذ اليابانيين في الحساب الذهني كان الأعلى في الصفوف الأولى و لكن في الصف الثامن لا توجد فروق في أداء التلاميذ في اليابان و استراليا، وتقارب أداء تلاميذ الصف الثامن في الولايات المتحدة و اليابان.

وكذلك قام ريز وريز ونوهدا و إموري (Reys، Reys، Nohda، & Emori، 1995) بدراسة أداء التلاميذ في اليابان في الحساب الذهني و الاستراتيجيات التي يستخدمونها و ركزت الدارسة على تلاميذ الصف 2، 4 ، 6، و 8. واستخدم

الباحثون اختباراً للحساب الذهني تضمن مجالات الأعداد الثلاثة الكلية والعشرية والكسرية و أيضا تضمن طريقتين لعرض الأسئلة و هما: أسئلة شفوية حيث تقرأ الأسئلة على التلاميذ وأسئلة نظرية حيث تعرض الأسئلة من خلال جهاز العرض على التلاميذ، كان أداء التلاميذ متبايناً في الحساب الذهني بحسب طريقة عرض الأسئلة، فقد كان أداء التلاميذ اليابانيين أفضل في الأسئلة التي عرضت نظريا، و لقد قام الباحثون بإجراء مقابلات مع التلاميذ الذين حصَّلوا درجات عاليةً ومتوسطةً في الحساب الذهني للتعرف على الاستراتيجيات التي يستخدمونها ، وتبين أن التلاميذ يستخدمون عدداً قليلاً من الاستراتيجيات الفعالة للحساب الذهني ، و لقد كانت أكثر الاستراتيجيات استخداما هي إجراء خطوات العمليات الحسابية التي يستخدم فيها الورقة و القلم ذهنيا.

ركز الباحثون فوسن وويرن و هيبرت وميوري و هيومان و أوليفر و كاربنتر وفنما (Fuson، Wearne، Hiebert، Murray، Human، Olivier، Carpenter& Fennema; 1997) على الاستراتيجيات التي يستخدمها التلاميذ في إيجاد ناتج جمع وطرح الأعداد المكونة من منزلتين وتوصلوا إلى ثلاث استراتيجيات رئيسة هى: فك الآحاد والعشرات، البدء بأحد الأعداد ثم فك الثاني، تحسين الأعداد للوصول إلى أعداد يسهل التعامل معها ذهنيا.

أما بيك (Baek، 1998) فقد بحث في الاستراتيجيات التي يستخدمها التلاميذ في عمليات الضرب و من خلال المقابلات لخص أربع استراتيجيات هي:

1. استخدام النموذج ومن خلالها يقوم التلميذ بتمثيل عملية الضرب من خلال الرسم والتخطيط
2. معنى عملية الضرب (الجمع المتكرر) والمضاعفات.
3. تفكيك عملية الضرب (عوامل العدد).
4. تحسين الأعداد للوصول إلى أعداد يسهل التعامل معها ذهنيا.

ولقد أجرى كل فوكسمان وبيشيزن (Foxman & Beishuzen، 2002) تحليلاً لبيانات عن الاستراتيجيات التي يستخدمها تلاميذ المرحلة المتوسطة في الحساب الذهني أُخذت من وحدة تقويم الأداء (Assessment of Performance Unit APU) لعام 1987، وذلك في إنجلترا و ويلز وشمال ايرلندا، ولقد توصل الباحثون إلى أن التلاميذ الذين كانوا يستخدمون استراتيجيات للحساب الذهني قد طوروا هذه الاستراتيجيات بأنفسهم خاصة في الأسئلة التي عرضت من خلال مواقف حياتية تتطلب التعامل بالمال.

كما أجرى فاروق و السيد (2003) دراسة على مستوى طلبة الصف السادس إلى الثامن في الحساب الذهني و التقدير التقريبي في الأردن، وتبين للباحثين أن مستوى أداء التلاميذ كان منخفضا حيث بلغ متوسط أدائهم في الاختبار 45,6 ٪ و أيضا تبين وجود فروق دالة إحصائيا بين التلاميذ و التلميذات لصالح التلميذات.

وفي دراسة أجراها كلينجام وواتسون Callingham & Watson، 2004 هدفت إلى التعرف على مستوى أداء التلاميذ من الصف الثالث إلى الصف العاشر في الحساب الذهني والاستراتيجيات المستخدمة من قبلهم ، ولقد ركز الباحثون في هذه الدراسة على الأعداد العشرية والكسور و النسب المئوية ، و استخدموا سلماً لتقييم أداء التلاميذ تضمن ستة مستويات ، و توصل الباحثون إلى أن مستوى أداء التلاميذ يتحسن مع العمر و إلى أن إجراء عمليات ضرب وقسمة على الأعداد العشرية و الكسور والنسب المئوية ذهنيا كان أصعب من إجراء عمليتي الجمع و الطرح.

وأجـرى انسـون (Ineson، 2007) دراسـة هدفـت لمعرفـة تأثـير تدريـس برنامـج جديـدة في المرحلـة الابتدائيـة في المدارس البريطانيـة سمـي (The National Innumeracy Strategy) ، ركـز البرنامج على مهـارة الحساب الذهنـي ، و لقد طبـق الباحـث اختبـاراً علـى التلاميذ بعـد سنة من تطبيـق هـذا البرنامج ثم أعـاد تطبيـق الاختبار بعد سـت سنوات وتمـت المقارنة بـين نتائـج الإختبارين، وتوصل الباحـث إلى أن مهارات التلاميذ في الحساب الذهنـي قد تطورت و تمكـن التلاميذ مـن استخدام استراتيجيات مختلفـة كما أن مهاراتهم الحسابية في إجراء العمليات الأربع تطورت أيضا.

وكذلـك بحث غـزالي و أليـس و عريفـان و أيوب (Ghazali، Alais، Ariffin، & Ayub) 2010، للتعرف علـى استراتيجيـات الحسـاب الذهني التي يستخدمهـا تلاميـذ الصـف الأول و الثـاني و الثالث في ماليزيـا في إيجـاد نـواتج جمـع وطـرح للأعـداد الكليـة، وتوصـل الباحثـون أن التلاميـذ يستخدمون استراتيجيات مختلفة لم تدرس في مناهج الرياضيات الماليزية، و أكد الباحثون أن تدريس الحساب الذهني يجب أن لا يقتصر على تدريس استراتيجيات الحساب الذهنـي بـل يتضمـن كيفيـة اختيـار الاستراتيجيـة المناسبة للمسألة الرياضية.

ثانيا : برامج تدريس الحساب الذهني

في دراسـة أجراهـا مـيرفي(Murphy، 2004) هدفـت إلى التعـرف علـى مـدى استخـدام التلاميذ لاستراتيجيـات الحساب الذهنـي المدرَّسة لهم خلال برنامج يركز على الحسـاب الذهني، و لقد تميز هذا البرنامج باستخدام أنشطة تسوقيه يستخدم خلالها التلاميـذ النقود للشراء ، وركـز خلالها الباحث على ثلاثـة تلاميـذ أعمارهـم تتراوح مـن ثمـان إلى تسع سنوات في بريطانيا، لكل واحد منهم طريقته الخاصة في العد ، تمت مقابلتهم في بداية التجربة للتعرف على مهاراتهـم ونواحي القصور لديهم قبل الانضمام إلى البرنامـج ، وفي نهاية البرنامج التدريسي تمت مقابلة التلاميذ الثلاثة للتعرف علـى تأثير التدريس المباشر لاستراتيجيـات الحسـاب الذهني، وتبـين للباحث أن استخدام التلاميذ الثلاثة للاستراتيجيات المدرسة تم بصورة محدودة ، وكذلك قدّم هؤلاء التلاميذ الثلاثة تفسيرات غير مناسبة للاستراتيجيات المدرسة خلال البرنامج.

أجـرت هيردسفيلـد (Heirdsfield،2005) دراسـة اختبرت فيهـا فاعليـة برنامج أُعِـدّ لتدريس استراتيجيـات الحسـاب الذهنـي للصـف الثالـث الابتدائـي في استراليـا، استمـر البرنامـج عشـرة أسابيع يدرس خلالها الحساب الذهني ساعة دراسية واحـدة كل أسبوع و ركز البرنامـج على تدريس خمس استراتيجيات واستخدم خلال التدريس لوحة الأعداد لـل 100 و خط الأعداد ، ولقـد تمت ملاحظة تحسن أداء التلاميـذ وقدرتهم على تفسـير الاستراتيجيات وسبب اختيارها.

وفي دراسـة أخـرى قـام كل مـن هيردسفيلـد ولامـب (Heirdsfield، & Lamb; 2007) ببنـاء برنامج لتدريس الحسـاب الذهني بالتعاون مع معلمة الفصـل في استراليا ، مـدة البرنامج ثمانيـة أسابيع كل أسبـوع حصة دراسية واحـدة تركز على الحساب الذهنـي واستراتيجياته ، وقبـل البدء بالبرنامج تمت مقابلـة تلميذين للتعـرف على مستوى الدقـة لديهما في الحسـاب الذهنـي ، و بعد تدريـس البرنامج تمت مقابلـة التلميذين مرة أخرى ، و دلـت نتائج الدراسة علـى تحسن مستـوى التلميذين في الحسـاب الذهني ولقـد استطاعا أن يستخدمـا استراتيجيات أكثر بعد البرنامـج ، كمـا أن إجـراء عملية الجمـع ذهنيا كان أسهل بالنسبة لهما.

كمـا أجـرت أريـج (2008) دراسـة ركـزت علـى تقييـم فاعلية تطبيـق برنامـج تدريبـي لتعليم استراتيجيـات الحساب الذهني في رفع قدرة الطلاب في الرياضيـات الذهنيـة في الأردن. تكونـت عينـة

الدراسة من 166 طالباً وطالبة من طلبة الصف السادس وأربعة معلمين من كلا الجنسين، دلت نتائج الدراسة على وجود فروق ذات دلالة إحصائية تُعزى لطريقة التدريس ولمتغير الجنس بشكل عام. كما دلت النتائج على وجود فروق ذات دلالة إحصائية في مقدرة الطلبة على الحساب الذهني لصالح المجموعة التجريبية لكلا الجنسين ذكوراً وإناثاً.

ثالثا: اتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني

في الدراسة العالمية الثالثة للرياضيات والعلوم Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) (Mullis et al.،2000) استخدم الباحثون مقياساً للاتجاهات من أربعة نقاط على مقياس ليكرت Likert scale، و توصل الباحثون لوجود ارتباط عالٍ بين اتجاهات التلاميذ نحو الرياضيات و تحصيلهم فيها في معظم الدول المشاركة في الدراسة، و لقد أكد الباحثون في الدراسة على أن الاتجاهات نحو أي جزء من المنهج يمكن ربطه بالتحصيل فيدفع إلى أداءٍ عالٍ أو منخفض.

معظم الدراسات التي تناولت الاتجاهات كانت نحو الرياضيات بشكل عام، وعدد قليل ركز على مهارات أو فروع من علوم الرياضيات، فبالنسبة للحساب الذهني أجرى ريز وريز (Reys، & Reys، 1993) دراسة تناولت مستوى أداء التلاميذ اليابانيين في الحساب الذهني و اتجاهاتهم نحوالحساب الذهني و الحساب باستخدام الورقة والقلم ، ركزت الدراسة على التلاميذ من الصف الثاني إلى التاسع ، و تبين تدني أداء التلاميذ في الحساب الذهني عبر الصفوف و في كل مرحلة تعليمية ، أما بالنسبة للاتجاهات فقد استخدم الباحثان مقياساً بخمسة محاور هي: الاستمتاع ، والقدرة ، و القيمة، والاستخدام، و مصادر التعلم، ولقد لخص الباحثان اتجاهات التلاميذ اليابانيين في أنهم يرون أن الحساب الذهني و الحساب باستخدام الورقة والقلم مهمان، معظم التلاميذ يعتقدون أنهم سيستخدمون الحساب الذهني أكثر من الحساب باستخدام الورقة والقلم عندما يكبرون، و لكن التلاميذ أقروا أن الوقت الذي يمضونه في حصص الرياضيات لدراسة الحساب باستخدام الورقة والقلم أكبر من الحساب الذهني، و على الرغم من قلة الوقت المخصص للحساب الذهني في المدرسة فقد أوضح التلاميذ أنهم يطورون استراتيجيات للحساب الذهني خاصة بهم.

هنالك بعض الدراسات التي ركزت على اتجاهات التلاميذ نحو بعض المهارات الرياضية مثل التقدير التقريبي و لقد أجرى تاسو وبان ;Tsao & Pan 2011 دراسة على 235 تلميذاً في الصف الخامس في تايوان ركزت على أدائهم في التقدير التقريبي واتجاهاتهم نحو التقدير التقريبي، استخدم خلالها الباحثان مقياس اتجاهات احتوت على خمسة محاور هي: الخبرة مع التقدير التقريبي و مجال الخطأ في التقدير و الثقة و القيمة و الاستمتاع، وتبين للباحثين أن التلاميذ لديهم اتجاهات إيجابية نحو التقدير.

تعقيب على الدراسات السابقة

مما سبق يمكن استخلاص أهم النتائج من هذه الدراسات:

1. على الرغم من وجود تباين في أداء التلاميذ في الحساب الذهني إلاّ أن أداء التلاميذ في كثير من دول العالم يميل للانخفاض .
2. استخدام التلاميذ لعدد قليل من الاستراتيجيات الفعالة للحساب الذهني ، ولقد كانت أكثر الاستراتيجيات غير الفعالة استخداماً هي إجراء خطوات العمليات الحسابية التي يستخدم فيها الورقة و القلم ذهنيا.
3. أداء التلاميذ في الحساب الذهني يتحسن من خلال برامج تدريس تركز على استخدام استراتيجيات متنوعة.

4. ندرة الدراسات التي تناولت اتجاهات التلاميذ نحو مهارات رياضية محددة خاصة الحساب الذهني.

من خلال استعراض الدراسات التي عنيت بالحساب الذهني نلاحظ قلة الدراسات التي ركزت على الحساب الذهني في الوطن العربي وندرة الدراسات التي ركزت على اتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني ، كما يتضح عدم وجود دراسة تبحث في مستوى الحساب الذهني لدى التلاميذ في الكويت، لذلك أتت هذه الدراسة لتبحث في مستوى أداء التلاميذ في الحساب الذهني والاستراتيجيات المستخدمة من قبلهم و أيضا اتجاهاتهم نحو الحساب الذهني.

مشكلة الدراسة :

مشكلة الدراسة تتمثل في الأسئلة التالية:

1. ما مستوى أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني ؟
2. ما دلالة الفروق في أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني حسب النوع ؟
3. ما دلالة الفروق في أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني حسب مجالات الأعداد الثلاثة؟
4. ما الاستراتيجيات التي يستخدمها تلاميذ الصف السادس في الكويت لإيجاد ناتج المسائل الرياضية ذهنيا ؟
5. ما هي اتجاهات تلاميذ الصف السادس نحو استخدام الحساب الذهني في إيجاد نتائج مسائل رياضية ؟

أهداف الدراسة :

يعد الحساب الذهني من أهم أهداف تدريس الرياضيات في المرحلة الابتدائية، و لقد أدرج حديثا في مناهج الرياضيات، ولذلك هدفت الدراسة (من خلال الإجابة على الأسئلة) إلى التعرف على مستوى أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني، و التعرف كذلك على الفروق في أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني حسب النوع و حسب مجالات الأعداد الثلاثة، و أيضا التعرف على الاستراتيجيات التي يستخدمها تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني و الوقوف على اتجاهاتهم نحو استخدام الحساب الذهني في حل المسائل الرياضية .

أهمية الدراسة

تتجه الجهود حاليا في دولة الكويت لتطوير مستوى التلاميذ في مجال الرياضيات و من أهم المهارات التي تم إدراجها في المناهج الحديثة التي طبقت في العام الدراسي 2006/ 2007 هي الحساب الذهني ، فتستمد هذه الدراسة أهميتها من أهمية الحساب الذهني كمهارة و هدف هام من أهداف تعليم الرياضيات في المرحلة الابتدائية ، وأن الوقوف على مستوى الحساب الذهني لدى تلاميذ الصف السادس يمكن أن يشير إلى وجود قوة أو خلل في مستوى التلاميذ ومن ثم وضع برامج لتطوير مستوى التلاميذ في الحساب الذهني.

إثراء البحث في مجال الحساب الذهني حيث تبين من خلال استعراض الدراسات السابقة ندرة الأبحاث التي أجريت في هذا المجال في الوطن العربي، فهذا البحث من الممكن أن يستثير البحث العلمي في هذا المجال و يدفع إلى إجراء دراسات متعددة فيه.

مصطلحات الدراسة

الحساب الذهني: " هو عملية يتم من خلالها الوصول إلى نتيجة صحيحة لعملية حسابية، وهذه العملية تجري ذهنيا بدون استخدام وسائل خارجية للمساعدة مثل الورقة و القلم " (Reys، 1984، P.548) ،و الذي سيحدد إجرائيا من خلال الدرجة التي يحصل عليها التلاميذ في

اختبـار الحسـاب الذهني الـذي تم تطويـره من قبل الباحثة.

اسـتراتيجيات الحسـاب الذهني : استراتيجيات الحساب الذهني تدمج استخـدام حقائق الأعداد مع خصائص نظام العد. فهـي "تطبيقـات لمعلومات أو حساب سريع لحقائق الأعـداد بالاتحاد مع استخدام لخصائص نظام العد لإيجاد حل لتمرين رياضي غير معلـوم نتيجتـه مسبقـا " (Thompson، 1999، P.2). تتميز هذه الاستراتيجيات بأنها مرنة ومبتكرة ومتنوعة.

الاتجاه نحو الحسـاب الذهنـي: هو أسلوب الفرد وسلوكـه و مواقفـه و مشاعـره المصاحبـة للحسـاب الذهني، و الـذي سيحدد إجرائيا مـن خلال الدرجة التـي يحصل عليهـا التلاميذ في ضـوء مقياس فينما وشيرمـان (1976) الذي تم تطويره من قبل الباحثة ليناسـب تلاميـذ الصـف السادس ويحـوي خمسة مجـالات هي: الثقـة بالنفس، وتوقـع المدرس، وأهمية الحساب الذهني، و الاستمتاع، و الدافعية.

إجراءات الدراسة

منهجية الدراسة :

تم استخـدام المنهـج الوصفي لمناسبتـه لأهداف الدراسـة ، وتم استخـدام التحليـل الكمـي للإجابـة علـى الأسئلـة المتعلقـة بـأداء التلاميـذ في الحساب الذهني واتجاهاتهم نحو الحساب الذهني ، والتحليل الكيفي للإجابة على السـؤال المتعلق بالاستراتيجيات التـي يستخدمها التلاميذ في إيجـاد النواتج للعمليات الحسابية ذهنياً ومن ثم استخلاص النتائج.

مجتمع الدراسة و عينتها :

مجتمـع الدراسـة يتكون مـن تلاميـذ وتلميذات الصـف السادس من الكويتيين في المدارس الحكومية، و لقـد تم استخـدام العينـة العشوائيـة لاختيار ثلاث مناطـق تعليميـة للمشاركـة في الدراسـة، و مـن هذه المناطـق التعليميـة تم اختيار مدرسة للبنـات وأخرى للبنـين بطريقة عشوائية للمشاركـة في الدراسة، ومن كل مدرسـة من هذه المدارس تم اختيار ثلاثة فصول دراسية للمشاركـة في الدراسة، ولقد بلغ عدد تلاميذ الصـف السادس المشاركـون 167 تلميـذاً و 165 تلميـذة بمجمـوع 332 تلميذاً وتلميـذة من كل فصل مـن الفصـول المشاركة بالدراسـة تم اختيار 3 إلى 4 تلاميـذ مـن الذين حصلـوا على درجـات في اختبار الحسـاب الذهنـي تعـادل المتوسـط أو أكـثر لإجراء مقابـلات الحساب الذهنـي، وقد بلغ عـدد التلاميذ المشاركين في المقابلة 32 تلميذاً و 35 تلميذة.

أدوات الدراسة :

استخدمت الباحثة ثلاث أدوات لجمع البيانات اللازمة للإجابة عن أسئلة الدراسة، وهي: اختبار الحساب الذهني، ومقابلة استراتيجيات الحساب الذهني، ومقياس اتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني.

اختبار الحساب الذهني

أولا : إعداد اختبار الحسـاب الذهني في صـورته المبدئية :

تم تصميـم اختبـار الحسـاب الذهنـي لجمـع البيانات اللازمة للإجابة عـن الأسئلة الخاصة بأداء التلاميـذ والتلميـذات في الحساب الذهنـي ، واحتوى الاختبار على 36 بنـدا تمثل مجالات الأعداد الثلاثة: الأعـداد الكلية و الأعداد العشرية و الأعداد الكسرية، و العمليات الأربع على الأعداد في المجالات الثلاثة.

ثانيا : التحقق من صدق الاختبار

بعـد تصميم الاختبار تم عرض اختبار الحساب الذهنـي في صورتـه الأولية على ثلاثـة من المحكمين المختصين في مناهج وتدريس الرياضيات وتم توضيح الهـدف مـن الاختبـار، و المستـوى الدراسـي لأفراد العينـة، وطلب منهم إبـداء آرائهم حول مناسبة بنود الاختبـار للأهـداف التي وضعت مـن أجلها ، ومدى

مناسبة بنود الاختبارلأفراد عينة البحث، ولقد تم الأخذ بتوجيهات المحكمين وجدول (1) يوضح توزيع بنود الاختبار على مجالات الأعداد الثلاثة و العمليات الحسابية الأربع في صورته النهائية .

جدول (1) توزيع بنود الاختبار على مجالات الأعداد الثلاثة و العمليات الحسابية

العمليات الحسابية / مجالات الأعداد	الجمع	الطرح	الضرب	القسمة	المجموع
الأعداد الكلية	٣	٣	٣	٣	١٢
الأعداد الكسرية	٣	٣	٣	٣	١٢
الأعداد العشرية	٣	٣	٣	٣	١٢
المجموع	٩	٩	٩	٩	٣٦

ثالثا : تجريب الاختبار استطلاعياً

ويهدف هذا التطبيق الاستطلاعي إلى حساب زمن الاختبار و حساب ثبات الاختبار

أ- حساب زمن اختبار الحساب الذهني. قامت الباحثة بتطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من 20 تلميذة ، وذلك للتأكد من وضوح بنود الاختبار والزمن المناسب للتطبيق، حيث يُعد الوقت عاملاً مهماً في اختبار الحساب الذهني ، فقد أوضح الباحثون في مجال الحساب الذهني أن التوقيت يجب أن يكون متناسباً مع السؤال، فلا يعطى وقت طويل لأنه بإمكان التلاميذ إيجاد حلٍ مباشر باستخدام الخوارزميات الحسابية (طريقة الورقة و القلم)، والحرص على أن لا يكون الوقت قصيرا جدا فيعتمد المشاركون في الاختبار على التخمين، وتبين للباحثة أن الزمن المناسب يتراوح من 10 إلى 15 ثانية لكل بند و ذلك بناء على نوعية العملية الحسابية و الأعداد المتضمنة في البند ، والزمن الكلي للاختبار يكون 10 دقائق تقريبا .

ب- حساب ثبات اختبار الحساب الذهني. تم حساب ثبات الاختبار بطريقة إعادة الاختبار (Test retest) ، فقد تم حساب نتائج التطبيق الأولي على العينة العشوائية والبالغ عددها 20 تلميذة ، وبعد شهر تم إعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة ، وتم حساب معامل الارتباط بين نتائج التطبيقين ، وبلغ معامل الارتباط لاختبار الحساب الذهني 0,79 ، وهذا مستوى ثبات مقبول يمكن معه تطبيق الاختبار.

المقابلة

أولا : إعداد المقابلة

احتوت المقابلة على 13 بنداً، وهذه البنود مأخوذة من اختبار الحساب الذهني و لقد اختيرت هذه الأسئلة لتمثل العمليات الأربع على مجالات الأعداد الثلاثة، (جدول (2) توزيع بنود المقابلة على مجالات الأعداد الثلاثة و العمليات الحسابية)

جدول (2) توزيع بنود المقابلة على مجالات الأعداد الثلاثة و العمليات الحسابية

العمليات الحسابية / مجالات الأعداد	الجمع	الطرح	الضرب	القسمة	المجموع
الأعداد الكلية	١	١	١	١	٤
الأعداد الكسرية	١	١	٢	١	٥
الأعداد العشرية	١	١	١	١	٤
المجموع	3	3	4	3	13

ثانيا : تجريب المقابلة استطلاعياً

ويهدف هذا التطبيق الاستطلاعي إلى التعرف على استجابة التلاميذ لمثل هذه المقابلة و حساب الزمن المستغرق للمقابلة ، أجريت المقابلات بعد تطبيق الاختبار الاستطلاعي مع أربعة تلاميذ ، وتمت إجراء المقابلات بواسطة الباحثة ، ولقد تم توضيح هدف المقابلة للتلاميذ وهو التعرف على الطرق التي يستخدمونها في إيجاد الناتج ذهنيا ، وطلب منهم توضيح طريقتهم في الإجابة على كل بند ، وأثناء المقابلة وجهت الباحثة بعض الأسئلة للاستفسار عن الطريقة التي استخدمها التلاميذ في الحل ذهنيا مثل: كيف توصلت لهذا العدد؟ ما هي الطريقة التي استخدمتها؟ فسر طريقتك في إيجاد الناتج؟ و لقد تم تشجيع التلاميذ على استخدام طرق مختلفة لإيجاد الناتج ذهنيا، فبعد إجابة التلاميذ وجهت الباحثة السؤال التالي: هل هناك طريقة أخرى لإيجاد الناتج ذهنيا؟ ولقد تمكن التلاميذ من توضيح استراتيجيات مختلفة للحساب الذهني و تبين للباحثة أن بنود المقابلة مناسبة للتلاميذ وواضحة ، ولقد استغرقت المقابلة حوالي 20 دقيقة.

مقياس الاتجاهات نحو الحساب الذهني

أولا : إعداد مقياس الاتجاهات نحو الحساب الذهني

لبناء مقياس اتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني فقد قامت الباحثة بتطوير مقياس فينما وشيرمان (Fennema & Sherman, 1976) ، ولقد ركزت الباحثة على خمسة مجالات من المقياس وهي : الثقة بالنفس، وتوقع المدرس، وأهمية الحساب الذهني، و الاستمتاع، و الدافعية وتم تطويرها لتناسب هدف الدراسة و تلاميذ الصف السادس. ولقد احتوى كل مجال على 6 مفردات ، مفردات إيجابية و سلبية، و لقد تكوّن سلم الدرجات من ثلاثة مستويات هي: أوافق = 3 درجات ، لا أدري = درجتان ، أرفض = درجة ، و بالنسبة للمفردات السلبية فقد تم عكس سلم الدرجات.

ثانيا : التحقق من صدق و ثبات مقياس الاتجاهات نحو الحساب الذهني

بعد تصميم مقياس الاتجاهات في صورته الأولية تم عرضه على أربعة من المحكمين المختصين في مناهج وتدريس الرياضيات و التقويم والقياس وتم توضيح الهدف من المقياس ، و المستوى الدراسي لأفراد العينة، وطلب منهم إبداء آرائهم حول مدى مناسبة البنود لمحاور مقياس الاتجاهات و لأفراد عينة الدراسة ، ولقد تم الأخذ بتوجيهات المحكمين.

لقياس ثبات مقياس الاتجاهات تم استخدام معامل ألفا- كرونباخ Cronbach Alph للثبات، ولقد تراوحت معاملات الاتساق الداخلي ما بين 0,59 و 0,77 فيما كان الثبات الكلي للأداة 0,85.

تطبيق أدوات الدراسة :

في جميع الفصول الدراسية المشاركة في الدراسة تم توضيح أهداف الدراسة،وتم التطبيق على النحو التالي:

أولا: تم تطبيق مقياس الاتجاهات ولقد استغرقت حوالي 25 دقيقة.

ثانيا: تم تطبيق اختبار الحساب الذهني وقبل البدء في الاختبار تم تشجيعهم على إيجاد الناتج ذهنيا وتوضيح أن الوقت المتاح لن يكون كافيا لإيجاد الناتج بواسطة الورقة والقلم ، ولقد تم عرض مثالين تجريبيين لتوضيح كيفية عرض الأسئلة، و بعد ذلك تم تطبيق الاختبار، ولقد تم عرض الاختبار بواسطة جهاز العرض العلوي و أجاب التلاميذ على الورقة المخصصة للإجابة ، ولقد استغرق الاختبار 10 دقائق تقريبا.

ثالثا: بعد تطبيق اختبار الحساب الذهني تم تطبيق المقابلات مع 3 إلى 4 تلاميذ من كل فصل ، وقد بلغ عدد التلاميذ المشاركين في المقابلة 32 تلميذاً و 35 تلميذة، ولقد استغرقت المقابلة الواحدة حوالي 20 دقيقة.

المعالجات الإحصائية :

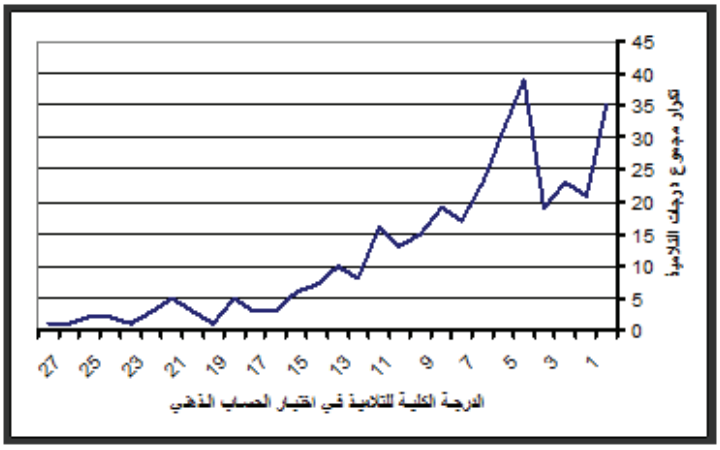
استخدمت الباحثة حزمة التحليل الإحصائي (SPSS) في حساب النسب ، ومقاييس النزعة المركزية ، ومقاييس التشتت و اختبار ت T-test لدلالة الفروق بين المتوسطات ، و اختبار العينات غير المستقلة Paired Sample T – Test .

نتائج الدراسة

الإجابة عن السؤال الأول:

نص السؤال الأول على " ما مستوى أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني ؟" و للإجابة على هذا السؤال تم حساب مقاييس النزعة المركزية والتشتت للاختبار، وتبين من النتائج انخفاض في أداء التلاميذ في اختبار الحساب الذهني، وقد بلغ متوسط الدرجات 6,96 من أصل 36 درجة ، وبلغ الانحراف المعياري تقريبا ست درجات، أي أن معظم درجات تلاميذ الصف السادس وقعت بين 0 و 12 درجة، وكانت الدرجة الأكثر تكرارا هي 4 درجات ولقد حصل 39 تلميذاً وتلميذة على هذه الدرجة أي تقريبا ٪12 من التلاميذ حصلوا على 4 درجات في الاختبار، الشكل رقم (1) يوضح تكرار مجموع الدرجات في اختبار الحساب الذهني ويتضح أن الدرجات منخفضة وتتجه إلى الصفر.

الشكل رقم (1) تكرار مجموع الدرجات في اختبار الحساب الذهني



الإجابة عن السؤال الثاني:

نص السؤال الثاني على " ما دلالة الفروق في أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني حسب النوع ؟ " للإجابة على هذا السؤال فقد تم إجراء اختبار (ت) (T-test) للفرق بين أداء التلاميذ حسب الجنس ، وجدول رقم (3) يوضح متوسط الدرجات و الانحراف المعياري وبيان الفروق ودلالتها الإحصائية بين التلاميذ الصف السادس في اختبار الحساب الذهني حسب النوع ، ويتضح من الجدول وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى 0,05 بين البنين و البنات لصالح البنين، فقد كان متوسط درجات البنين في اختبار الحساب الذهني 7,9 مقابل 6,01 درجة للبنات.

جدول رقم (3)

متوسط الدرجات و الانحراف المعياري وبيان الفروق ودلالتها الإحصائية بين تلاميذ الصف السادس في اختبار الحساب الذهني حسب الجنس

تلاميذ الصف السادس	العدد	متوسط الدرجات	أعلى درجة	أقل درجة	الانحراف المعياري	درجات الحرية	قيمة ت	مستوى الدلالة
بنات	١٦٥	٦,٠١	٢٢	٠	٤,٨٢	٣٣٠	٢,٩٩	٠,٠٠٣×
بنين	١٦٧	٧,٩٠	٢٧	٠	٦,٥٧			
مجموع	٣٣٢	٦,٩٦	٢٧	٠	٥,٨٤			

الإجابة عن السؤال الثالث:

نص السؤال الثالث على "ما دلالة الفروق في أداء تلاميذ الصف السادس في الحساب الذهني حسب مجالات الأعداد الثلاثة؟" احتوى اختبار الحساب الذهني على 36 بنداً موزعة على مجالات الأعداد الثلاثة و هي : الأعداد الكلية ، الأعداد العشرية والأعداد الكسرية، للإجابة على هذا السؤال فقد تم حساب متوسط الدرجات و الانحراف المعياري لأداء التلاميذ في كل مجال ، (جدول رقم (4) المتوسط و الانحراف المعياري لنتائج اختبار الحساب الذهني لدى تلاميذ الصف السادس حسب مجالات الأعداد).

جدول رقم (4)

المتوسط و الانحراف المعياري لنتائج اختبار الحساب الذهني لدى تلاميذ الصف السادس حسب مجالات الاعداد

مجالات الأعداد	متوسط الدرجات	أعلى درجة	أقل درجة	الانحراف المعياري
الأعداد الكلية	٣,٢٦٢	١٢	٠	٢,٩٣
الأعداد العشرية	١,٧٠	١٠	٠	١,٧٧
الأعداد الكسرية	٢,٠٠	١٠	٠	٢,١٧

تم إجراء اختبار (ت) للعينات غير المستقلة (Paired Sample Test) للتعرف على طبيعة الفروق بين أداء التلاميذ في مجالات الأعداد الثلاثة وجدول رقم (5) يوضح بيان الفروق ودلالتها الإحصائية بين أداء تلاميذ الصف السادس في اختبار الحساب الذهني حسب مجالات الأعداد، ويتضح من الجدول وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند 0,001 بين أداء التلاميذ في الأعداد الكلية والعشرية و بين الأعداد الكلية و الكسرية، ومن خلال المتوسطات الحسابية المعروضة في جدول رقم (4) يتضح أن الفروق دالة لصالح الأعداد الكلية ، أي أن أداء التلاميذ كان أفضل في الأعداد الكلية منه في الأعداد الكسرية و العشرية ، كما يوضح الجدول وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند 0,001 بين أداء التلاميذ في الأعداد العشرية والكسرية ، ومن خلال المتوسطات الحسابية المعروضة في جدول رقم (4) يتضح أن الفروق دالة لصالح الأعداد الكسرية، أي أن أداء التلاميذ كان أفضل في الأعداد الكسرية من الأعداد العشرية.

جدول رقم (5)

بيان الفروق ودلالتها الإحصائية بين أداء التلاميذ في اختبار الحساب الذهني حسب مجالات الأعداد

مجالات الأعداد	درجات الحرية	قيمة ت	مستوى الدلالة
الأعداد الكلية و الأعداد العشرية	٣٣١	١٢,٦٦	×٠,٠٠
الأعداد الكلية و الأعداد الكسرية	٣٣١	٨,٦٧	×٠,٠٠
الأعداد العشرية و الأعداد الكسرية	٣٣١	٣,٠٤ -	×٠,٠٠

الإجابة عن السؤال الرابع :

نص السؤال الرابع على "ما الاستراتيجيات التي يستخدمها تلاميذ الصف السادس في الكويت لإيجاد ناتج المسائل الرياضية ذهنيا ؟" و للإجابة على هذا السؤال تم إجراء مقابلات شخصية مع 35 تلميذة و 32 تلميذاً و تم تحليل استجابات التلاميذ خلال المقابلة ، و تبين أن استجابات التلاميذ خلال المقابلة تنقسم إلى ثلاثة أقسام ، الشكل رقم (2) يوضح نسب استجابة التلاميذ حسب هذه التقسيمات الثلاثة، وهي:

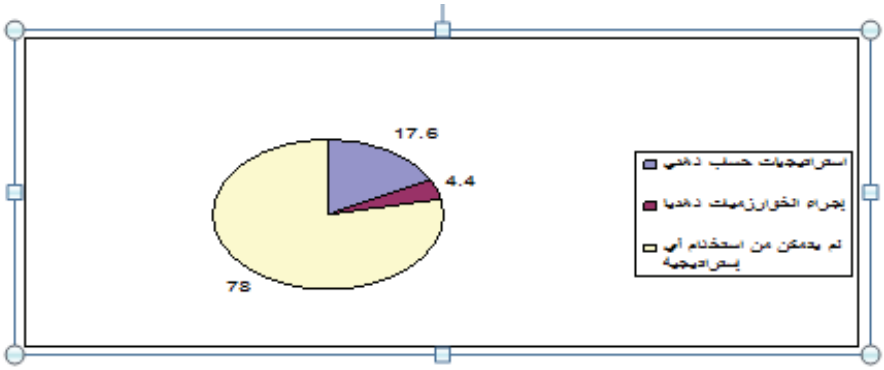
أولا: استراتيجيات حساب ذهني و بلغت 17,6 ٪ من استجابات التلاميذ .

ثانيا: إجراء الخوارزميات و جميع خطوات الورقة والقلم ذهنيا ، أي يتخيل التلميذ جميع الخطوات ويجريها ذهنيا للوصول للإجابة ولقد بلغت نسبتها 4,4 ٪ .

ثالثا: عدم التمكن من استخدام أي استراتيجية للحساب الذهني، و بلغت النسبة 78 ٪ .

سيتم عرض نتائج المقابلة بناء على هذه التقسيمات الثلاثة

الشكل رقم (2) استجابة التلاميذ خلال المقابلة الشخصية



أولا : استراتيجيات الحساب الذهني المستخدمة من قبل تلاميذ الصف السادس

استخدم التلاميذ استراتيجيات للحساب الذهني في إيجاد الناتج ذهنيا لعمليتي الجمع و الطرح ، وأيضا استخدموا استراتيجيات حساب ذهني خاصة بعمليتي الضرب و القسمة و فيما يلي تفصيل للاستراتيجيات المستخدمة حسب العمليات .

أ) **استراتيجيات الحساب الذهني المستخدمة في إيجاد الناتج لعمليتي الجمع و الطرح**

جدول رقم (6) يوضح نسب استجابات التلاميذ خلال المقابلة لبنود جمع و طرح الأعداد الكلية والكسرية والعشرية ، ولقد بلغت نسبة استراتيجيات الحساب الذهني التي استخدمها التلاميذ في جمع و طرح الأعداد الكلية و الكسرية والعشرية 17 ٪ ، كان أكثرها استخداما الإكمال للواحد الصحيح أو 10 ومضاعفتها و التسلسل في إجراء العمليات وأقلها استخداما هي: العملية العكسية و التقريب لعدد يسهل حسابه و استخدام النقود، وفيما يلي توضح للإستراتيجيات المستخدمة:

1) **الإكمال لـ 1 و 10 و 100....**

من خلال هذه الاستراتيجية يقوم الفرد بإكمال أحد الأعداد الموجودة في المسألة للواحد أو 10 ومضاعفاتها و ذلك للحصول على أعداد يسهل التعامل معها ، مثال ذلك " 145 + 99= " قال أحد التلاميذ " نكمل 99 لـ100 فنأخذ من 145 واحداً وتكون التمرين 144 + 100 = 244 " تلميذ آخر قال " 99 نزيدها واحد تصبح 100 فتكون المسألة 145 + 100 = 245 و الأن ننقص واحداً الذي أضفناه فيصبح الناتج 244" ، و استخدمت هذه الاستراتيجية أيضا في جمع الكسور لإكمال الكسر للواحد ثم إجراء عملية الجمع.

2) التسلسل في إجراء العمليات: يقوم الفرد من خلال هذه الاستراتيجية بالتسلسل في إجراء العمليات الحسابية مركزا على المنزلة الأكبر، مثال ذلك في عملية جمع 99 + 145 قام أحد التلاميذ بتثبيت العدد الأول و هو 99 ثم جمع المئات فأصبح الناتج 199 ثم جمع العشرات ثم الآحاد 199+40 = 239+5= 244 ، و في الطرح قالت إحدى التلميذات " 105 - 16 = 105 - 6 = 99 ، ثم 99 - 10 = 89"، و في الكسور قالت إحدى التلميذات " $1-6\frac{1}{5}$ نطرح الأعداد الصحيحة 6-1= 5، ثم

$$4\frac{4}{5} = \frac{1}{5} - 5$$

.

3) الفك وتركيب لأعداد يسهل حسابها: من خلال هذه الاستراتيجية يقوم التلميذ بفك أحد الأعداد أو كليهما للحصول على أعداد يسهل التعامل معها ، مثال ذلك فك الأعداد للحصول على العدد 5، ففي جمع للعددين 145+99 قام أحد التلاميذ بفك العدد الثاني لتصبح المسألة 145 + 95 + 4 ثم جمع العددين 145 95+ = 240 + 4= .244 و في عملية طرح العددين 105 - 16 قام أحد لتلاميذ بفك العدد الثاني للحصول على عدد يسهل طرحه 105-16 = (105 - 15) 1- = 90-1 = 89.

4) التقريب لعدد يسهل حسابية ثم التعديل : من خلال هذه الاستراتيجية يقوم التلميذ بتقريب أحد العددين أو كليهما للحصول على أعداد يسهل التعامل معها ذهنيا ثم يجري التعديلات للحصول على الناتج الصحيح مثال ذلك في مسألة الطرح 106-15 ، قال أحد التلاميذ " 106 - 16 = 90 ثم نطرح 1 الذي قمنا بإضافة فيكون الناتج 89 ".

5) معنى العملية: تعتمد هذه الاستراتيجية على معنى العملية و لقد استخدمت في طرح الأعداد العشرية 70 - 1 , 0 و لقد استخدمت بنسبة بسيطة بلغت 1 , 7 ٪ من الاستراتيجيات المستخدمة في جمع وطرح الأعداد الكلية و العشرية و الكسور فقد قال أحد التلاميذ " 70 نأخذ منها جزءاً واحداً من 10 تكون 9 , 69"

6) عملية عكسية: تعتمد هذه الاستراتيجية على إدراك التلميذ للعلاقة بين العمليات ومن خلالها يقوم التلميذ بالتفكير بالعملية العكسية مثل استخدام الجمع لإيجاد عملية الطرح، و لقد استخدمت هذه الاستراتيجية من قبل تلميذة واحدة في حل 70-1 , 0 فقالت " الناتج 9 , 69 ، لأني فكرت في " ما هو العدد+ 1 , 0 = 70 ، فيكون 9 , 69 ، 9 , 69 + 1 , 0 = 70".

7) استخـدام النقود: تم استخـدام النقود في الأعـداد الكسريـة بنسبة ٪0,5 ، فقد قـام التلاميذ بتمثيـل الكسور بالوحدات النقديـة لإيجاد الناتج مثل : ½ + ¾ قـال أحد التلاميذ " نصف دينار + ثلاثة أرباع الدينار فيصبح لدينا دينار و ربع الدينار "

جدول رقم (6)

نسب استجابات التلاميذ خلال المقابلة لبنود جمع و طرح الأعداد الكلية و الكسرية والعشرية

الاستراتيجيات	الأعداد الكلية	الأعداد الكسرية	الأعداد العشرية	النسبة الكلية
النقود	٠	٪ ٠,٥	٠	
إكمال ١ و ١٠ ومضاعفاتها مع إجراء تعديلات ١٤٥+ ٩٩= ١٤٤+ ١٠٠ = ٢٤٤ ١٩٥ + ٩٩ = ٩٤+١٥٠ = ٢٤٤ ½ + ¾ = ١ + ¼ = ١ ¼ ١٤٥ + ٩٩ = ١٤٥ + ١٠٠ - ١	٪٤,٧	٪١,٧	٠	
تقريب لعدد يسهل حسابه ثم التعديل ١٠٥-١٦، ١٠٦-١٦ = ٩٠-١ = ٨٩	٪٠,٢٥	٠	٠	
فك وتركيب لأعداد يسهل حسابها ٩٩+ ١٤٥ = (١٤٥ +٩٥)+٤= ٢٤٤ ٩٩+ ١٤٥ = (١٤٥+٥٥)+٤٥ = ٢٤٤ ١٠٥-١٦= ١٠٥-١٥-١= ٩٠-١ = ٨٩	٪٢,٢	٠	٠	
التسلسل في إجراء العمليات ٩٩+١٤٥ = ١٩٩ +٤٠+٥ = ٢٤٤ ١٠٥-١٦، ١٠٥-٦= ٩٩ ، ٩٩-١٠ = ٨٩ – ٦١ هي ٦-١= ٥، ٥- = ٤ ٧٠ –٠,١ يكون ٧٠-١= ٩٦ ، ١- ٠,١ =٠,٩، الناتج ٦٩,٩	٪٥,٠	٪١	٪٠,٢٥	
معنى العملية ٧٠ نطرح منها جز واحد من عشرة = ٦٩,٩	٠	٠	٪١,٧	
عملية عكسية كم + ١,٠ = ٧٠، ٦٩,٩+ ١,٠ = ٧٠	٠	٠	٪٠,٢٥	٪١٧
إجراء الخوارزميات ذهنيا	٪٢,٧	٪٠,٥	٪٢,٢	
العدد بالأصابع	٪٠,٥	٠	٠	٪٦
يجب إجراء العملية	٪١٢,٧	٪١٢,٢	٪٨,٧	
لا أعرف	٪١,٥	٪٢	٪٣	
خطأ : (الشائع من الأخطاء) ٦-١ = ٦-١ = ٥ وننزل الناتج ٥ ٧٠-٠,١= ٧٠-١ = ٦٩ الفاصلة بعد منزلة واحدة الناتج ٦,٩	٪٤	٪١٥,٤	٪١٧,٢	٪٧٧

ب) استراتيجيات الحساب الذهني المستخدمة في إيجاد الناتج لعمليتي الضرب و القسمة

جدول رقم (7) يوضح نسب استجابات التلاميذ خلال المقابلة لبنود ضرب و قسمة الأعداد الكلية والكسرية والعشرية، ويتضح أن نسبة استراتيجيات الحساب الذهني التي استخدمها التلاميذ بلغت 17,7 ٪ ، فقد استخدم التلاميذ ست استراتيجيات تمثل الحساب الذهني في إيجاد الناتج لعمليتي الضرب و القسمة ، و كان أكثرها المعتمدة على معنى العملية يليها عوامل الأعداد و خواص العمليات.

1) معنى العملية: يعتمد التلاميذ في هذه الاستراتيجية على معنى العملية في إيجاد الناتج مثال ذلك في بند 3÷ 0,5 ، قالت إحدى التلميذات " كم نصف في 3 هناك 6 أنصاف إذن الناتج 6" ، تلميذ آخر في بند ¼ × 8 قال " نأخذ ربع الثمانية و يكون 2 ، إذن الناتج 2" و كذلك استخدم التلاميذ معنى الضرب على الأعداد الكلية وهو جمع متكرر في إيجاد الناتج ذهنيا.

2) عوامل العدد: تستخدم هذه الاستراتيجية في الضرب، حيث يقوم التلميذ من خلال هذه الاستراتيجية بتحليل أحد الأعداد إلى عوامله، ويختار العوامل التي تنتج أعداداً يسهل ضربها ، مثال ذلك في بند 25 × 8 = ، قالت إحدى التلميذات " نضرب 25 × 4 = 100 ثم نضرب 100× 2 = 200 " أي أنها قامت بتحليل ال 8 إلى 4× 2.

3) خواص العمليات: تستخدم هذه الاستراتيجية في الضرب، حيث يقوم التلميذ من خلال هذه الاستراتيجية بتوزيع الضرب على الجمع، مثال ذلك في بند ½ 2 × 3 = قال أحد التلاميذ " 2 × 3 = 6 و ½ × 3 = 1 ½ ، الناتج يكون 6 +1 ½ = 7 ½".

4) صيغة مكافئة: الصيغة المكافئة للعملية الرياضية من أكثر الاستراتيجيات فاعلية في الحساب الذهني و لكنها استخدمت بصورة بسيطة جدا من قبل التلاميذ، و تعتمد هذه الاستراتيجية على تغيير العملية الحسابية أو الأعداد مع إجراء بعض التعديلات للحصول على صورة مكافئة للمسأله مثال ذلك في بند 49 × 3 = قام أحد التلاميذ بتغيير البند إلى " (50× 3) – 3 ، (150 - 3) = 147" و في بند آخر 0,8 ÷ 0,2 قام أحد التلاميذ يتغير البند إلى 80 ÷ 20 =4 "

5) استخدام النقود: استخدام الصيغة النقدية استراتيجية هامة و لكن التلاميذ استخدموها بصورة محدودة جدا، مثال ذلك في بند 3÷ 0,5 قالت إحدى التلميذات " ثلاثة دنانير كم نصف فيها ، يكون 6 أنصاف"

6) تنصيف: استخدمت هذه الاستراتيجية من قبل تلميذ واحد فقط ، في بند 3÷ 0,5 ، فقال " 3 ÷ 1 = 3، فيكون 3÷ 0,5 = 6"

جدول رقم (7) نسب استجابات التلاميذ خلال المقابلة لبنود ضرب و قسمة الأعداد الكلية و الكسرية والعشرية

الاستراتيجيات	الأعداد الكلية	الأعداد الكسرية	الأعداد العشرية	النسبة
نقود:				
٢ ÷ ¼ ، الدينارين فيها ٨ أرباع				
٣÷ ٠,٥ ، ثلاثة دنانير فيها ٦ أنصاف	٠	٠,٥٪	٠,٥ ٪	
صيغة مكافئة :				
٤٩×٣ = (٥٠×٣) -٣ = ١٤٧				
٠,٨ ÷ ٠,٢ = ٨٠ ÷ ٢٠ = ٤	٠,٢٥٪	٠	٠,٧٥٪	
معنى العملية :				
¼ × ٨ ، ربع ال٨ = ٢				
٣÷ ٠,٥ = كم نصف في ٣ يكون ٦				
٢ ½ × ٣ = ٢ ½ + ٢ ½ + ٢ ½ = ٧ ½				
¼ × ٨= تكرار الربع ثمان مرات، ٤ أرباع =١، ثمان أرباع = ٢				
٢٥×٨ = ٢٥ تكرار ثمان مرات يكون الناتج ٢٠٠	٢,٢٪	٥,٢ ٪	٢,٢٪	
عوامل العدد				
٢٥ × ٨ = ٢٥ × ٤ × ٢ = ١٠٠ × ٢ = ٢٠٠	٢,٥٪	٠,٥ ٪	٠	
خواص العمليات (التوزيعية)				
٢ ½ × ٣ = (٢ × ٣) + (½ × ٣)				
٤٩ × ٣= (٤٠×٣) + (٩ × ٣)				
¼ × ٨ = (¼ × ٤) + (¼ × ٤) = ٢	٢,٢٪	٠,٥ ٪	٠	
تنصيف				
٣ ÷ ١ = ٣				
٣÷ ٠,٥ = ٦	٠	٠	٠,٢٥٪	٪١٧,٧
إجراء الخوارزميات ذهنيا	٢,٢٪	١٪	٠,٥٪	٪ ٣,٧
يجب إجراء العملية	١٩٪	١٢,٥٪	٠,٧٥٪	
لا أعرف	٢,٧٪	٢,٥٪	١٣٪	
خطأ (الشائع من الأخطاء)				
٢ ½ × ٣= ٢ × ٣= ٦ وننزل ½				
¼ × ٨ = ننزل ٨ وننزل ¼				
٢ ÷ ¼ = نقسم البسوط و نقسم المقامات ، الناتج =				
٢÷ ¼ = ننزل ٢ وننزل ¼ الناتج = ¼ ٢				
٠,٨ ÷ ٠,٢= ٨ ÷ ٢ = ٤ و نضع الفاصلة بعد منزلة ٠,٤			٪	
٠,٨ ÷ ٠,٢= ٨ ÷ ٢ = ٤ و نضع الفاصلة بعد منزلتين ٠,٠٤	٢,٢٪	١٠,٧٪	١٥,٧	٪٧٨,٦

ثانيا: إجراء الخوارزميات و جميع خطوات الورقة و القلم ذهنيا

من خلال هذه الطريقة قام التلاميذ بتخيل جميع خطوات الورقة و القلم و إجرائها ذهنيا وبمقارنة النتائج في جدول رقم (6) و جدول رقم (7) يتضح استخدام هذه الطريقة بنسبة أكبر مع بنود الجمع و الطرح منها مع الضرب والقسمة و ربما يعود ذلك لكون إجراء خطوات الجمع و الطرح ذهنيا أسهل من الضرب و القسمة.

ثالثا: عدم التمكن من استخدام أي استراتيجية.

بلغت النسبة الإجمالية لاستجابات التلاميذ خلال المقابلة التي لا تمثل أي استراتيجية للحساب الذهني 78 ٪ ، ويقع تحت هذا القسم ثلاثة أنواع من الاستجابات و هي:

1. يجب إجراء العملية: و في هذا النوع من الاستجابة يصر التلاميذ على أن الطريقة الوحيدة لإيجاد الناتج هي إجراء العملية بواسطة الورقة و القلم ولا يوجد أي طريقة أخرى.

2. لا أعرف: يجيب التلميذ بأنه لا يعرف أي طريقة للحساب الذهني لإيجاد الناتج.

3. خطأ: استجابة التلميذ تعكس أخطاء في المفاهيم الرياضية و أخطاء حسابية وقد تركزت الأخطاء في العمليات على الأعداد الكسرية وعلى الأعداد العشرية:

أ) أكثر الأخطاء تكرارا بالنسبة للأعداد الكسرية كانت عملية تنزيل الكسر ولقد بلغت نسبة مثل هذه الاستجابات ٪17 من المجموع الكلي لاستجابات التلاميذ و التلميذات على بنود المتعلقة بالأعداد الكسرية ، فقد عمد التلاميذ لتنزيل الكسور لتجنب التعامل معها مثال ذلك قال أحد التلاميذ " ½ 2 × 3 = 2 × 3 = 6 ثم ننزل ال ½ يكون الناتج 6½" تلميذة أخرى في بند 8× ¼ قالت " لا يوجد عدد نضربه في 8 أنزل ال 8 و لا يوجد كسر نضربه مع ¼ ننزل ¼ الناتج 8 ¼".

ب) أكثر الأخطاء تكرارا بالنسبة للأعداد العشرية كانت عملية تحديد مكان الفاصلة ولقد بلغت نسبة مثل هذه الاستجابات 38 ٪ من المجموع الكلي لاستجابات التلاميذ و التلميذات على البنود المتعلقة بالأعداد العشرية ، فلقد قام كثير من التلاميذ بتعميم طريقة وضع الفاصلة عند ضرب الأعداد العشرية على عمليتي القسمة و الطرح مثال ذلك في بند 0,8 ÷ 0,2 قالت إحدى التلميذات " 0,8 ÷ 0,2 تكون 8 ÷ 2 = 4 و نضع الفاصلة بعد منزلتين الناتج 0,04"أو يوضع الفاصلة كما في الأعداد الواردة في التمرين 70-1 ,0 أجابت إحدى التلميذات " 70-1 ,0 = 70-1 = 69 الفاصلة بعد منزلة واحدة ، الناتج 6,9".

الإجابة عن السؤال الخامس:

نص السؤال الخامس على "ما هي اتجاهات تلاميذ الصف السادس نحو استخدام الحساب الذهني في إيجاد نتائج مسائل رياضية ؟" للإجابة على هذا السؤال تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، لكل فقرة من الفقرات و جدول رقم (8) يوضح المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري حسب المجالات الخمسة و للمقياس ككل.

جدول رقم (8) يوضح المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري لاتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني حسب المجالات الخمسة مرتبة تنازليا

بيان المجال	موافق	لا أدري	غير موافق	متوسط الحسابي	الانحراف المعياري
أهمية الحساب الذهني	٪ 64,8	17,6٪	٪ 17,6	2,6	0,38
الاستمتاع	٪ 64,8	17,6٪	٪ 17,6	2,47	0,51
توقع المعلم	٪ 58,8	28,2٪	٪ 13,0	2,45	0,40
الثقة بالنفس	٪ 59,0	23,4٪	٪ 17,6	2,42	0,38
الدافعية	٪ 55,5	٪ 23,2	٪ 21,3	2,35	0,47
بنود المقياس ككل	٪ 62,0	٪ 21,8	٪ 16,2	2,45	0,32

يتضح من النتائج أن التقدير العام لاتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني إيجابية، إذ حققت متوسطا حسابيا بلغ 2,45، بانحراف معياري بلغ 0,32 ، و أمّا بالنسبة لاتجاهات التلاميذ في المجالات الخمسة فقد كانت أيضا إيجابية أعلاها كان أهمية الحساب الذهني بمتوسط 2,6 و انحراف معياري 0,38 ، فلدى التلاميذ اتجاهات إيجابية نحو أهمية دراسة الحساب الذهني ، تلاها على الترتيب الاستمتاع و توقع المعلم والثقة بالنفس بمتوسطات حسابية على التوالي 2,47، 2,45، 2,42 ، و كان أقلها الدافعية بمتوسط 2,35 و انحراف معياري بلغ 0,47.

مناقشة النتائج

من خلال النتائج السابقة يتضح أن أداء تلاميذ الصف السادس (عينة الدراسة) كان منخفضا انخفاضا شديدا في الحساب الذهني ، فقد كان متوسط الدرجات في اختبار التقدير التقريبي تقريبا 7 من أصل 36 درجة أي أقل من 20 ٪ من الدرجة الكلية ، وهذه النتيجة تتفق مع ما توصل إلية فاروق و السيد (2003) في دراستهما و أيضا الدراسات الأجنبية (Callingham & Watson، 2004; McIntosh، Nohda، Reys، & Reys ، 1995; Reys، Reys، Nohad، & Emori، 1995).

و تبين من نتائج دلالة الفروق لأداء تلاميذ الصف السادس في اختبار الحساب الذهني حسب مجالات الأعداد أن أداء التلاميذ كان أفضل في الأعداد الكلية منه في الأعداد الكسرية ، وفي الأعداد الكسرية أفضل منه في الأعداد العشرية ، فقد كان متوسط درجات التلاميذ في مجال الأعداد الكلية 3,3 من أصل 12 درجة أي أن التلاميذ حصلوا أكثر بقليل من ٪25 الدرجة الكلية ، بينما حصلوا على 16,7 ٪ من درجات في الأعداد الكسرية و 14 ٪ من الدرجة الكلية في الأعداد العشرية، ويرجع الأداء الأفضل في الأعداد الكلية إلى أن التلاميذ في الصف السادس أكثر خبرة في الأعداد الكلية من الأعداد الكسرية و العشرية بالإضافة إلى تركيز المناهج على عملية الحساب الذهني على الأعداد الكلية، و لقد أوضحت الدراسات السابقة أن التلاميذ يواجهون صعوبة أكبر في إجراء العمليات ذهنيا على الأعداد الكسرية و العشرية خاصة عمليات الضرب و القسمة

Callingham & Watson، 2004;) (Verschaffel، Greer، & De Corte، 2007).

خلال المقابلات الشخصية كانت نسبة استخدام التلاميذ لاستراتيجيات الحساب الذهني منخفضة ، فلقد بلغت استراتيجيات الحساب الذهني المستخدمة في المقابلة 17,6 ٪ من الاستجابات الكلية ، وهذه النسبة المنخفضة تتوافق مع انخفاض أداء التلاميذ في اختبار الحساب الذهني حيث يتبين ضعف التلاميذ في استخدام استراتيجيات الحساب الذهني مما يصعب معه الحصول على درجات مرتفعة في الاختبار، و لقد كان أكثر هذه الاستراتيجيات استخداماً في عمليات الجمع و الطرح هي الإكمال للواحد الصحيح أو العشرة و مضاعفاتها و التسلسل في إجراء العمليات الحسابية ، و هذه الاستراتيجيات تتفق مع ما توصل له الباحثون في مجال جمع و طرح الأعداد (Fuson et. al، 1997) ، و في ضرب و قسمة الأعداد كان أكثر الاستراتيجيات استخداما المعتمدة على معنى العملية يليها عوامل الأعداد ، و هذه الاستراتيجيات قد تتفق مع ما حدد بيك (Baek، 1998) .

دلت أكبر نسبة من استجابة التلاميذ خلال المقابلة على عدم تمكن التلاميذ من استخدام أي استراتيجية للحساب الذهني ، حيث بلغت نسبة الاستجابات غير الصحيحة 78 ٪، و ذلك إما لأخطاء حسابية أو لاقتراحهم الحل باستخدام الورقة و القلم كطريقة وحيدة لإيجاد الناتج ، و لقد كان من أبرز الأخطاء في التعامل مع الأعداد الكسرية هي عملية تنزيل الكسر مثال ذلك " ½ 2 × 3 = 2 × 3 = 6 ثم ننزل ال ½ يكون الناتج 6½ ، و في الأعداد العشرية كان أكثر الأخطاء تكرارا المصاحبة لتحديد مكان الفاصلة فقد أظهر التلاميذ عدم فهم لموقع الفاصلة وقيمة الأعداد العشرية التي يتم التعامل معها ، إن هذه الأخطاء توضح قصور في فهم التلاميذ لقيم الأعداد ومعنى العمليات و تأثير العمليات على الأعداد الكسرية و العشرية، و لقد أوضح الباحثون أن مثل هذه الأخطاء تكثر عندما يركز تعليم الرياضيات على طرق الحل وكيفية الوصول للإجابة الصحيحة دون فهم للطريقة، و تقل هذه الأخطاء عندما يزداد التركيز على فهم الأعداد و القيم المكانية و العمليات وتأثرها على الأعداد (Alajmi & Reys، 2010; National Research Council، 2001; Verschaffel، Greer، & De Corte، 2007).

و لقد دلت النتائج على وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين أداء البنين و البنات في الحساب الذهني عند مستوى 0,05 لصالح البنين، فقد كان متوسط درجات البنين في اختبار الحساب الذهني 7,9 مقابل 6,01 درجة للبنات. و هذه النتيجة تتفق مع ما توصلت إليه أريج (2008). و تختلف مع ما توصل إلية فاروق و السيد (2003) حيث توصلا إلى وجود فروق دالة إحصائيا بين التلاميذ و التلميذات لصالح التلميذات في الحساب الذهني.

يتضح من النتائج أن التقدير العام لاتجاهات التلاميذ نحو الحساب الذهني إيجابية، إذ حققت متوسطا حسابيا بلغ 2,45، بانحراف معياري بلغ 0,32 ، و أمّا بالنسبة لاتجاهات التلاميذ في المجالات الخمسة فقد كانت أيضا إيجابية و كان أعلاها أهمية الحساب الذهني، أي أن التلاميذ لديهم اتجاهات إيجابية عالية نحو أهمية الحساب الذهني، و هذه الاتجاهات الإيجابية يجب المحافظة عليها من قبل المعلمين لما له من أهمية في تحصيل التلاميذ (Swafford & Broun، 1989).

التوصيات:

نتائج الدراسة تدل على تدني مستوى أداء التلاميذ في الحساب الذهني ، لذلك وجب على معلمي وموجهي الرياضيات التركيز على تنمية مهارة الحساب الذهني من خلال تدريس الاستراتيجيات المختلفة للحساب الذهني و هذا التدريس يجب أن يكون مصحوباً بتنمية القدرة على استخدام

الاستراتيجيات المختلفة و القدرة على اختيار الاستراتيجيات المناسبة و توضيح سبب اختيار الاستراتيجية ، و كذلك يجب تخصيص عدد أكبر من الساعات الدراسية للحساب الذهني في جميع الفصول الدراسية، و تشجيع التلاميذ على استخدام الحساب الذهني في حل المشكلات و دروس الرياضيات المختلفة و لا يقتصر استخدام استراتيجيات الحساب الذهني على بعض التمارين في الحصص المخصصة للحساب الذهني.

يجب أن تركز برامج إعداد المعلمين أثناء الخدمة و كليات المعلمين على توعية معلمي الرياضيات بأهمية تنمية مهارة الحساب الذهني لدى التلاميذ وكيفية تنميتها و كذلك كيفية تشجيع التلاميذ على استخدامها في دروس الرياضيات و في الحياة العامة.

دراسات مستقبلية

- إجراء دراسات تحليلية لمعرفة كيفية عرض كتب الرياضيات للحساب الذهني و كيفية تدرجه عبر الفصول الدراسية المختلفة.
- دراسة الطرق المتبعة من قبل معلمي الرياضيات في تدريس الحساب الذهني.
- دراسة معتقدات مدرسي الرياضيات حول أهمية الحساب الذهني و كيفية تدريسه.

شكر وتقدير:

تم دعم هذا العمل من قبل جامعة الكويت، مشروع بحث رقم TT02/ 11 .

المراجع

- فاروق، مقدادي و السيد ، الخطيب (2003). مدى اكتساب طلبة مرحلة التعليم الأساسي العليا في الأردن لمهارتي التقدير و الحساب الذهني، مجلة جامعة دمشق، 19(2)، 71 - 98.
- أريج ، برهم (2008). تقييم برنامج تدريبي في رفع قدرة الطلبة في الرياضيات الذهنية (بحث باللغة الانجليزية). المجلة التربوية، 23 (89)، 11-54.
- Alajmi, A., & Reys, R. (2010). Examining eighth grade students' recognition and interpretation of reasonable answers. International Journal of Science and Mathematics Education, 8 (1), 117139-.
- Australian Education Council. (1991). A national statement on mathematics for Australian schools. A joint project of the States, Territories and the Commonwealth of Australian, Australian Education Council and the Curriculum Corporation.
- Baek, J. (1998). Children's invented algorithms for multi-digit multiplication problems. In L. J. Morrow & M. J. Kenney (Eds.), The teaching and learning of algorithms in school mathematics (pp. 151160-). Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics.
- Callingham, R. & Watson, J. (2004). A Developmental Scale of Mental Computation with Part-Whole Numbers. Mathematics Education Research Journal, 16 (2), 6986-.
- Fennema, E. & Sherman, J.A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitudes . Scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by males and females. Journal for Research in Mathematics Education, 7,(5), 324 -326.

curriculum helped their mental computation? Early Child Development and Care, 177 (5), 541- 555 Jul 2007

- McIntosh, A. (2004). Developing computation. Australian Primary mathematics Classroom, 9 (4). 47- 49.
- McIntosh, A., Nohda, N., Reys, B., & Reys, R. (1995). Mental computation performance in Australia, Japan and the United States. Educational Studies in Mathematics, 29 (3), 237- 258.
- Maclellan, E. (2001). Mental Calculation: its place in the development of numeracy. Westminster Studies in Education, 24 (2), 145 - 154.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Gregory, K.D., Garden, R.A., O'Connor,
- K.M., Chrostowski, S.J., & Smith, T.A. (2000). TIMSS 1999 international mathematics report: Findings from IEA's repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the eighth grade. Chestnut Hill, MA: Boston College.
- Murphy, C. (2004). How do children come to use a taught mental calculation Strategy? Educational Studies in Mathematics, 56 (1), 3- 18.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation for school mathematics. (Reston, VA: Author)
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics.(Reston, VA: Author)
- National Research Council. (2001). Adding it up: Helping children learnmathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford, B. Findell (Eds.) Washington, DC: National Academy Press.
- Foxman, F. & Beishuizen, M. (2002). Mental calculation methods used by 11- Year- olds in different attainment bands: A Reanalysis of data from the 1987 APU survey in the UK. Educational Studies in Mathematics, 51 (1- 2),41 - 69 .
- Fuson, k., Wearne,D. Hiebert, J., Murray, H., Human, P., Olivier, A., Carpenter, T., & Fennema, E. (1997). Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. Journal for Research in Mathematics Education, 28 (2), 130 -62.
- Ghazali, M., Alais, R., Ariffin, N., & Ayub, A. (2010).Identification of students' intuitive mental Computational Strategies for 1, 2 and 3 Digits Addition and Subtraction: Pedagogical and Curricular Implications . Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 33 (1), 17 -38.
- Heirdsfield, A.M. (2005). One teacher's role in promoting understanding in mental computation. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 113- 120). Melbourne: PME.
- Heirdsfield, A. M. & Cooper, T. J. (2004). Inaccurate mental addition and subtraction: Causes and compensation. Focus on Learning Problems in Mathematics, 26(3), 43-65.
- Heirdsfield, A.M. & Lamb, J. (2007). Year 2 inaccurate but flexible mental computers: teacher actions supporting growth. In Australian Association for Research in Education, 26 November - 30 November 2006, Adelaide, Australia.
- Ineson, G. (2007). Year 6 children: Has the new British mathematics

Second handbook of research on mathematics teaching and learning. (pp. 557628-). Charlotte: Information Age.

- Philipp, R., A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.).Second handbook of research on mathematics teaching and learning. (pp.257- 315). Charlotte: Information Age.
- Reys, R. (1984). Mental computation and estimation: past, present, and future. Elementary School Journal, 84 (5), 546557-.
- Reys,B.& Reys,R. (1993). Mental Computation Performance and Strategy Use of Japanese Students in Grades 2, 4, 6, and 8. National Science Foundation, Washington, DC., ED365532.
- Reys, R., Reys, B. , Nohad,N , & Emori, H. (1995). Mental Computation Performance and Strategy Use of Japanese Students in Grades 2, 4, 6, and 8. Journal for Research in Mathematics Education, 26 (4), 304-26.
- Swafford, J.O., & Brown, C.A. (1989). Attitudes. In M.M.Lindquist (Ed.), Results from the fourth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress (pp. 106–116). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Thompson, I. (1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction: Part . Mathematics in School, 28(5), Pages: 25-.
- Threlfall, J (2002) Flexible Mental Calculation. Educational Studies in Mathematics, 50 (1) 29 – 47.
- Tsao, Y., & Pan, T. (2011). Study on the Computational Estimation Performance and Computational Estimation Attitude of Elementary School Fifth Graders in Taiwan. US-China Education Review, 8 (3), 264275-.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. Lester (Ed.).