



آشنایی با

فیزیک هسته‌ای

جلد اول

کنت کرین

ترجمهٔ ابراهیم ابوکاظمی، منیژه رهبر



آشنایی با

فیزیک هسته‌ای

جلد اول

کنت کرین

ترجمهٔ ابراهیم ابوکاظمی، منیژه رهبر

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۷	قسمت ۱. مبانی ساختار هسته‌ای
۸	۱. مفاهیم پایه
۹	۱.۱ نگاه‌ی به پیشینه تاریخی
۱۰	۲.۱ چند اصطلاح مقدماتی
۱۳	۳.۱ خواص هسته‌ای
۱۵	۴.۱ یکاها و مرتبه‌های بزرگی
۱۶	مراجع مطالعات تکمیلی
۱۸	۲. مبانی مکانیک کوانتومی
۱۹	۱.۲ رفتار کوانتومی
۲۱	۲.۲ اصول مکانیک کوانتومی
۲۵	۳.۲ مسائل یک بعدی
۳۸	۴.۲ مسائل سه بعدی
۵۱	۵.۲ نظریه کوانتومی نکانه زاویه‌ای
۵۵	۶.۲ پارته
۵۶	۷.۲ آمار کوانتومی
۵۸	۸.۲ گذار بین حالتها
۶۰	مراجع مطالعات تکمیلی

۶۱	مسائل
۶۳	۳. خواص هسته‌ها
۶۴	۱.۳ شعاع هسته
۸۲	۲.۳ جرم نوکلیدها و فراوانی آنها
۸۹	۳.۳ انرژی بستگی هسته‌ای
۹۶	۴.۳ تکانه زاویه‌ای هسته‌ها و پاریته
۹۸	۵.۳ گشتاور الکترومغناطیسی هسته
۱۰۳	۶.۳ حالت‌های برانگیخته هسته
۱۰۵	مراجع مطالعات تکمیلی
۱۰۶	مسائل
۱۰۹	*۴. نیروی بین نوکلئون‌ها
۱۱۰	۱.۴ دوترون
۱۱۷	† ۲.۴ پراکندگی نوکلئون-نوکلئون
۱۲۹	۳.۴ برهم‌کنش‌های پروتون-پروتون و نوترون-نوترون
۱۳۴	۴.۴ خواص نیروی هسته‌ای
۱۴۵	۵.۴ مدل نیروی تبادل
۱۵۱	مراجع مطالعات تکمیلی
۱۵۲	مسائل
۱۵۶	*۵. مدل‌های هسته‌ای
۱۵۷	۱.۵ مدل پوسته‌ای
۱۷۹	۲.۵ هسته‌های Z زوج و N زوج و ساختار جمعی
۱۹۸	۳.۵ مدل‌های هسته‌ای واقع‌تر
۲۰۷	مراجع مطالعات تکمیلی
۲۰۸	مسائل
۲۱۱	قسمت ۴. واپاشی هسته‌ای و رادیواکتیویته
۲۱۲	۶. واپاشی رادیواکتیو
۲۱۳	۱.۶ قانون واپاشی رادیواکتیو
۲۱۹	† ۲.۶ نظریه کوانتومی واپاشیهای رادیواکتیو
۲۲۳	۳.۶ تولید و واپاشی عناصر رادیواکتیو
۲۲۵	۴.۶ رشد اکتیوینه دختره هسته
۲۲۹	۵.۶ انواع واپاشیها

۲۳۵	۶.۶ رادیواکتیویته طبیعی
۲۳۸	* ۷.۶ عمرسنجی رادیواکتیو
۲۴۲	* ۸.۶ بکاهای اندازه گیری تابش
۲۴۷	مراجع مطالعات تکمیلی
۲۴۷	مسائل
۲۵۲	* ۷. آشکارسازی تابشهای هسته‌ای
۲۵۳	۱.۷ برهم کنشهای تابش با ماده
۲۶۶	۲.۷ شمارگرهای گازی
۲۶۹	۳.۷ آشکارسازهای سوسوزن (سنتیلاسیون)
۲۷۷	۴.۷ آشکارسازهای نیمرسانا
۲۸۱	۵.۷ آمار شمارش
۲۸۴	۶.۷ اندازه گیری انرژی
۲۹۳	۷.۷ اندازه گیریهای همفرودی و تفکیک زمانی
۲۹۶	۸.۷ اندازه گیری طول عمرهای هسته‌ای
۳۰۱	۹.۷ سایر انواع آشکارساز
۳۱۲	مراجع مطالعات تکمیلی
۳۱۳	مسائل
۳۱۶	۸. واپاشی آلفا
۳۱۷	۱۰.۸ منشأ واپاشی آلفا
۳۱۸	۲.۸ فرایندهای واپاشی آلفا
۳۱۹	۳.۸ رده بندی واپاشی آلفا
۳۲۲	۴.۸ + نظریه گسیل آلفا
۳۳۰	۵.۸ تکانه زاویه‌ای و پاریته در واپاشی آلفا
۳۳۲	۶.۸ طیف نمایی واپاشی آلفا
۳۴۳	مراجع مطالعات تکمیلی
۳۴۲	مسائل
۳۴۸	۹. واپاشی بتا
۳۴۹	۱۰.۹ آزاد شدن انرژی در واپاشی بتا
۳۵۲	+ ۲.۹ نظریه فرمی درباره واپاشی بتا
۳۶۰	۳.۹ آزمونهای تجربی «کلاسیک» برای نظریه فرمی
۳۶۸	۴.۹ قواعدگزینش تکانه زاویه‌ای و پاریته

صفحه	عنوان
۳۷۲	۵.۹ نیمه عمرهای تطبیقی و واپاشیهای ممنوع
۳۷۷	* ۶.۹ فیزیک نوترینو
۳۸۱	* ۷.۹ واپاشی دوبتایی
۳۸۵	* ۸.۹ گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتا
۳۹۳	* ۹.۹ ناپایداری پاریته
۴۰۱	* ۱۰.۹ طیف نمایی بتا
۴۱۰	مراجع مطالعات تکمیلی
۴۱۱	مسائل
۴۱۶	۱۰. واپاشی گاما
۴۱۷	۱۰.۱۰ انرژی واپاشی گاما
۴۱۸	۲۰.۱۰ تابش الکترومغناطیسی کلاسیک
۴۲۱	۳۰.۱۰ محاسبه مکانیک کوانتومی
۴۲۴	۴۰.۱۰ قواعد گزینش تکانه زاویه ای و پاریته
۴۲۶	۵۰.۱۰ اندازه گیری توزیع زاویه ای و قطبیدگی
۴۳۳	۶۰.۱۰ تبدیل داخلی
۴۴۱	۷۰.۱۰ طول عمرهای گسیل γ
۴۴۴	* ۸۰.۱۰ طیف نمایی پروتوگاما
۴۵۷	* ۹۰.۱۰ فولتورسانی شدید هسته ای و اثر موسباور
۴۷۱	مراجع مطالعات تکمیلی
۴۷۲	مسائل
۴۷۷	پیوستها
۴۷۸	الف. نسبیت خاص
۴۸۲	ب. چارچوب مرجع مرکز جرم
۴۸۷	ج. جدول خواص هسته ای
۴۹۹	واژه نامه
۵۰۶	فهرست راهنما

پیشگفتار

تألیف این کتاب را به صورت همکاری با دیوید هالیدی آغاز کردم تا به اتفاق یکدیگر ویرایش دوم کتاب درسی‌اش، آشنایی با فیزیک هسته‌ای (وایی، ۱۹۵۵)، را مورد تجدیدنظر قرار دهیم و آن را روزآمد کنیم. پس از آماده شدن طرح اولیه، معلوم شد که اسناد هالیدی به خاطر تعهدات دیگرش فقط می‌تواند وقت بسیار محدودی را به این کار اختصاص دهد، و در نتیجه خواستار کناره‌گیری شخص خودش از شرکت فعال در این طرح شد. این پیشنهاد را من با بی‌میلی و تأسف پذیرفتم. استاد لطف کردند و حق استفاده از مطالب ویرایش قبلی کتاب را به من واگذار کردند.

من نخستین بار به عنوان دانشجوی کارشناسی فیزیک با کتاب درسی هالیدی روبه‌رو شدم، که شاید نخستین آشنایی جدی من با فیزیک هسته‌ای بوده است. به خاطر دارم که روانی و خوانایی کتاب مرا تحت تأثیر قرار داده بود. من در این بازنویسی کوشیده‌ام تا این ویژگی‌ها را که از جمله امتیازات اثر قبلی بوده است، حفظ کنم.

خواننده، این کتاب اصولاً برای دانشجویان کارشناسی نوشته شده است، ولی می‌توان آن را برای مطالعه اجمالی مبانی فیزیک هسته‌ای در دوره کارشناسی ارشد نیز به کار برد. کتاب به‌طور مشخص برای دانشجویان رشته فیزیک و به عنوان بخشی از فیزیک جدید در نظر گرفته شده است، اما با گزینش مناسبی از مطالب می‌توان آن را برای دیگر رشته‌های علوم و تکنولوژی هسته‌ای، از جمله شیمی هسته‌ای، مهندسی هسته‌ای، زیست‌شناسی تابشی، و پزشکی هسته‌ای نیز مورد استفاده قرار داد.

پیش‌نیاز، دانشجوی خواننده این کتاب باید در فیزیک کوانتومی، در سطحی مقدماتی (که معمولاً در کتابهای فیزیک جدید مطرح می‌شود) یا در سطح پیشرفته‌تر دوره کارشناسی، زمینه قبلی داشته باشد. (مختصری از مطالب کوانتومی مورد نیاز را در فصل ۲ مرور کرده‌ام.) بدین ترتیب، کتاب برای دو سطح مختلف طراحی شده است: مطالبی مانند احتمال گذار یا عناصر ماتریسی را که نیاز به مکانیک کوانتومی پیشرفته دارند، می‌توان جدا در نظر گرفت و در مطالعه مقدماتی از آنها صرف‌نظر کرد. این جداسازیها و صرف‌نظر کردنها، بدون اینکه به جریان منطقی بحث لطمه‌ای وارد کند، قابل اجراست.

پیش‌نیاز ریاضی این کتاب در حد معادلات دیفرانسیل است. تأکید این کتاب دارای دو ویژگی برجسته است. نخستین ویژگی آن، وسعت نظر و تأکید بر گستره مطالب است. مدرس با در اختیار داشتن مجموعه گسترده‌ای از مطالب، متناسب با نیاز خاص دانشجو، می‌تواند سرفصلهای درس را برگزیند. مطالب این کتاب برای دوره‌های يك ساله تا حدی ناکافی است، ولی برای دوره‌های ثلثی یا نیمسالی خیلی زیاد است. بنابراین مدرس می‌تواند مطالب را، متناسب با فرصت موجود، چنان انتخاب کند که دانشجویان را تا حد ممکن با زمینه‌های کار فیزیک هسته‌ای آشنا سازد.

ویژگی دوم این کتاب، بدون احساس شرمندگی، تأکید پدیده شناختی و طرز ارائه تجربی آن است. بحث واپاشی و پدیده‌های واکنش هسته‌ای با نمونه‌هایی از بررسیهای تجربی که از نشریات علمی اخذ شده‌اند، همراه است. این نمونه‌ها را در پی جستجو برای مقالاتی که اطلاعات مورد نیاز را به روشن‌ترین وجه ممکن ارائه دهند و ارتباط تنگاتنگی با مطلب مورد بررسی داشته باشند، انتخاب کرده‌ام. آزمایشهای بدیع را اغلب با نمودارهایی از وسایل آزمایش، همراه با نتایج و خطاهای آن، ارائه داده‌ام. بدین ترتیب، کوشیده‌ام تا به دانشجویان بفهمانم که پیشرفت فیزیک هسته‌ای منحصر از بلندای پیشانی فرمی برنخاسته است، بلکه حاصل تلاشهای طاقت‌فرسای آزمایشگاهی نیز هست. در همین حال، بنیان منطقی و هدف آزمایشها را نیز مورد بحث قرار داده‌ام، و سهم آنها را در پیشرفت نظریه خاطر نشان کرده‌ام.

سازمان. کتاب از چهار قسمت تشکیل شده است: مبانی ساختار هسته‌ای، رادیواکتیویته و واپاشی هسته‌ای، واکنشهای هسته‌ای، و ملحقات و کاربردها. در قسمت اول، مطالب پایه در باره شکل و اندازه هسته‌ها، مسئله دونوکلئون، و مقدماتی از مدل‌های هسته‌ای مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. در دوره‌های فشرده، بدون اینکه اطعمه‌ای به پیوستگی مطالب وارد شود، می‌توان از دو موضوع آخر صرف‌نظر کرد. در قسمت دوم که مربوط به رادیواکتیویته و واپاشی است، موضوعات سنتی را همراه با مطالب جدیدی که پل ارتباطی بین واپاشی هسته‌ای و جریان تحقیقی معاصر (مانند مد واپاشی «سنگین» مثلاً به صورت α که اخیراً کشف شده است، واپاشی دوبتایی، گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتا، اثر موسیاوئر، و غیره) هستند آورده‌ام. در قسمت سوم اجمالی از واکنشهای هسته‌ای، از جمله شکافت و همجوشی هسته‌ای و کاربرد آنها، مورد بحث قرار گرفته است. در قسمت چهارم از موضوعاتی سخن رفته است که فقط به‌طور تقریبی می‌توان آنها را زیر عنوان فیزیک هسته‌ای جای داد. از این جمله است برهم کنشهای فوق‌ریز، فیزیک ذرات، اخترفیزیک هسته‌ای، کاربردهای عمومی نظیر پزشکی هسته‌ای. تأکید این قسمت روی مطالب مشترک بین فیزیک هسته‌ای و سایر شاخه‌های تخصصی فیزیک و غیر فیزیک، از قبیل فیزیک اتمی، فیزیک انرژی بالا، کیهان‌شناسی، شیمی، و پزشکی است. بیشتر مطالب این قسمت، بویژه در فصلهای ۱۸ و ۱۹،

از تحقیقات سالهای اخیر حاصل شده‌اند و بنابراین، طبق معمول این گونه مطالب، ممکن است حتی پیش از انتشار این کتاب هم منسوخ شوند. در صورتی که چنین وضعی اتفاق بیفتد، باز هم مدرس فرصتی طلایی به دست می‌آورد که نکات مهمی را دربارهٔ پیشرفت علم یادآور شود. در فصل ۲۵ کاربردهایی را متذکر شده‌ام که، مانند مورد روبش PET، از پژوهشهای اخیر حاصل شده‌اند. مطالب این قسمت از کتاب تا حد زیادی بر پایهٔ مطالب قبلی استوار است. برای نمونه، اگر کسی بخواهد بدون آنکه درک درستی از واکنشهای هسته‌ای داشته باشد به مطالعهٔ فیزیک مزونها یا فیزیک ذرات بپردازد، کارش بی‌نتیجه خواهد بود.

ترتیب، فصلها یا بخشهایی را که بدون از دست دادن پیوستگی مطالب می‌توان در مطالعهٔ اجمالی حذف کرد، در فهرست مطالب با علامت ستاره (*) مشخص کرده‌ام. با استفاده از فصلهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ که شامل مبانی و پاشی هسته‌ای و واکنشهای هسته‌ای است می‌توان یک دورهٔ فشردهٔ فیزیک هسته‌ای مقدماتی را ارائه داد، بدون آنکه از ساختار هسته‌ای چیز زیادی مطرح شود. واکنشهای شکافت همجوشی را می‌توان از فصلهای ۱۳ و ۱۴ بدانها افزود. با انتخاب بعضی از مطالب فصلهای ۷ و ۱۵ می‌توان آشکارسازها و شتاب‌دهنده‌ها را هم معرفی کرد.

قسمت چهارم کتاب (فصلهای ۱۶ تا ۲۰)، به کاربردهای فیزیک هسته‌ای می‌پردازد و لزوماً متعاقب فصل ۱۵ نیست. در واقع، بسیاری از مطالب این قسمت را پس از فراگیری فصل ۱۱ (واکنشهای هسته‌ای) می‌توان مطالعه کرد. فصل ۱۶ را که مشتمل بر اسپینها و گشتاورهاست، حتی می‌توان به قسمت اول منتقل کرد و آن را پس از فصل ۳ قرار داد. مطالعهٔ فصل ۱۹ (اختر فیزیک هسته‌ای) مستلزم مطالب پیش‌نیاز شکافت و همجوشی از فصلهای ۱۳ و ۱۴ است.

بیشتر مطالب این کتاب را با حداقل پیش‌نیاز مکانیک کوانتومی می‌توان فهمید. فصلها یا بخشهایی که مستلزم مکانیک کوانتومی پیشرفته‌تری (در سطح کارشناسی) هستند، در فهرست مطالب با علامت (+) مشخص شده‌اند.

تجربهٔ من نشان می‌دهد که بیشتر دانشجویان دورهٔ کارشناسی حتی مبانی نظریهٔ کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای را دشوار می‌یابند و مفاهیم مجردتری مانند ایزوسپین می‌تواند آنها را با مشکلات جدی روبه‌رو کند. به همین دلیل، معرفی ایزوسپین را تا فصل ۱۱ (واکنشهای هسته‌ای) به تأخیر انداخته‌ام. استفاده از ایزوسپین در این فصل اجتناب‌ناپذیر است و برای آنکه اهمیت این مفهوم را در واکنشهای بتا و گاما نشان دهم، کاربرد آن را در این موارد هم متذکر شده‌ام. سعی نکرده‌ام که برای محاسبهٔ دامنها یا سطح مقطعها از نظریهٔ جفت‌شدگی ایزوسپین استفاده کنم. بنابراین در مطالعهٔ اجمالی می‌توان از بحث ایزوسپین بکلی صرف‌نظر کرد. اما استفاده از آن برای درک فصلهای ۱۷ و ۱۸ که دربارهٔ فیزیک ذرات و مزونهاست، صددرصد الزامی است.

نمادگذاری. در این کتاب نمادگذاری استاندارد را برگزیده‌ام. در این روش از

نماد T برای نمایش سه کمیت مختلف انرژی جنبشی، دما، و ایزوسپین استفاده می‌شود که خالی از ددسر نیست. اگر طرز نمایش متخصصان فیزیک ذرات را که نماد I را برای ایزوسپین و J را برای اسپین هسته به کار می‌برند برگزینیم، برای نمایش تکانه زاویه‌ای کل الکترونها نماد شناخته شده‌ای باقی نمی‌ماند. به همین دلیل، نماد I را برای تکانه زاویه‌ای کل هسته، J را برای تکانه زاویه‌ای کل الکترونها، و T را برای ایزوسپین به کار برده‌ام. برای رعایت هماهنگی، استفاده از این نمادها را به مباحث فیزیک ذرات در فصلهای ۱۷ و ۱۸ نیز گسترش داده‌ام، هرچند که این طرز نمایش با نمادگذاری متداول در فیزیک ذرات در تضاد است. حروف کوچک r را برای نمایش تکانه زاویه‌ای کل یک الکترون در اتم یا یک نوکلئون منفرد به کار برده‌ام.

مراجع. هیچ سعی نکرده‌ام که مجموعه تاریخی دقیقی از مراجع کارهای بدیع ارائه کنم. برای این امتناع دو دلیل دارم: اولاً مطمئن نیستم که بتوانم نقش یک متخصص تاریخ علم را بازی کنم؛ ثانیاً بر این باورم که مراجع در کتابهای درسی دوره کارشناسی، بیش از آنکه راهنمای دانشجو باشند، باعث شلوغی متن هستند. هرچند که منابع نگرشهای عمده را مشخص کرده‌ام، ولی بحثهای تاریخی را در حداقل ممکن نگه داشته‌ام. تاریخ فیزیک هسته‌ای که ارتباط تنگاتنگی با انقلابهای نظریه کوانتومی و نسبیت در فیزیک قرن بیستم داشته است، در حد خود بسی مجذوب کننده است، و من دانشجویان جدی را به بررسی آن تشویق می‌کنم. مقالات کلاسیک، در تمایز آشکار با آثار جدید، خوانایی شگفت انگیزی دارند. بسیاری از مراجع مربوط به این مقالات اولیه را می‌توان در کتاب هالیدی یا در کتاب زیر یافت:

R. T. Beyer, *Foundations of Nuclear Physics*, (New York: Dover, 1949)

این کتاب مرجع شامل ۱۳ مقاله اصلی تجدید چاپ شده است، و همچنین متضمن کتاب‌شناسی رده‌بندی شده‌ای از تمام کارهای فیزیک هسته‌ای منتشر شده تا سال ۱۹۴۷ است.

در پایان هر فصل، فهرستی از مراجع را برای مطالعات تکمیلی آورده‌ام. مطالب همان فصل را می‌توان با تفصیل بیشتر و بررسی کاملتر در این مراجع یافت. بعلاوه، در این فهرستها، مقالات مروری و مقالات و کتابهای عامه‌پسند نیز گنجانده شده‌اند.

حل بعضی از مسائل پایان فصلها مستلزم استفاده از جداول خواص هسته‌ای است، که از این رو دانشجو باید به آخرین ویرایش *Table of Isotopes* یا مجموعه کاملی از *Nuclear Data Sheets* دسترسی داشته باشد.

کینت گرین

گاهشمار رویدادهای مهم در فیزیک هسته‌ای

- ۱۸۹۶ کشف رادیواکتیویته (بکرل*)
- ۱۸۹۸ جداسازی رادیم (ماری کوری* و پیر کوری*)
- ۱۹۰۵ نظریه نسبیت خاص (اینشتین*)
- ۱۹۰۹ شناسایی ذره آلفا به عنوان هسته هلیوم (رادر فورد* و رویترز)
- ۱۹۱۱ اتم هسته‌ای (رادر فورد*)
- ۱۹۱۲ ساخت اتاقک ابر (ویلسون*)
- ۱۹۱۳ کشف ایزوتوپهای پایدار (تامسون*)
- ۱۹۱۳ مدل اتمی سیاره‌ای (نیلس بور*)
- ۱۹۱۴ تعیین بار هسته با استفاده از پرتوهای ایکس (موزلی)
- ۱۹۱۹ تراجش مصنوعی به کمک واکنش هسته‌ای (رادر فورد*)
- ۱۹۱۹ ساخت طیف‌سنج جرمی (استون*)
- ۱۹۲۵ پیشنهاد اسپین ذاتی (گودشمیت و اولنیک)
- ۱۹۲۶ ظهور مکانیک کوانتومی (شرودینگر*)
- ۱۹۲۸ نظریه رادیواکتیویته آلفا (گاموف، گورنی، کاندون)
- ۱۹۳۰ فرضیه نوترینو (پاولی*)
- ۱۹۳۱ ساخت نخستین شتابدهنده الکتروستاتیکی (وان دو گراف)
- ۱۹۳۱ ساخت نخستین شتابدهنده خطی (اسلون* و لارنس*)
- ۱۹۳۲ ساخت نخستین سیکلوترون (لارنس* و لیونگستون)
- ۱۹۳۲ کشف دوتریم (اوری*، برکود، مورفی)
- ۱۹۳۲ کشف پوزیترون (اندرسون*)
- ۱۹۳۲ کشف نوترون (چادویک*)
- ۱۹۳۲ مدل هسته‌ای پروتون - نوترون (هایزبرگ*)
- ۱۹۳۲ تحقق نخستین واکنش هسته‌ای با استفاده از شتابدهنده (کوکرافت* و والتون*)
- ۱۹۳۴ کشف رادیواکتیویته مصنوعی (ایرن کوری*، ژولیو*)
- ۱۹۳۴ نظریه رادیواکتیویته بتا (فرمی*)
- ۱۹۳۵ فرضیه مزون (یوکاوا*)
- ۱۹۳۵ عرضه تکنیک همفرودی (بوته*)
- ۱۹۳۶ پیشنهاد نظریه هسته مرکب (نیلس بور*)
- ۱۹۳۷ کشف لبتون μ در پرتوهای کیهانی (نندمیر و اندرسون*)
- ۱۹۳۸ کشف شکافت هسته‌ای (هان* و اشتراسن)
- ۱۹۳۸ طرح همجوشی گرما هسته‌ای به مثابه چشمه انرژی در ستارگان (بته*)

* دانشمندی که نامشان با علامت ستاره مشخص شده است از برندگان جایزه نوبل در فیزیک یا شیمی هستند، هر چند که ممکن است این جایزه به خاطر کاری که در این فهرست آورده‌ایم نبوده باشد.

- ۱۹۳۹ مدل قطره - مایع برای شکافت (نیلز بور* و ویلر)
- ۱۹۴۰ تولید نخستین عنصر فرااورانیم (مک‌میلان* و سی بورگ*)
- ۱۹۴۱ ساخت نخستین بتاترون، شتابدهنده الکترون با القای مغناطیسی (کروست)
- ۱۹۴۲ ساخت نخستین رآکتور شکافت کنترل شده (فرمی*)
- ۱۹۴۳ حصول پایداری فاز برای سنکروترون (مک‌میلان* و وکسلر)
- ۱۹۴۵ آزمایش نخستین بمب شکافتی
- ۱۹۴۶ کیهان‌شناسی مهبانگ (گاموف)
- ۱۹۴۶ عرضه روش تشدید مغناطیسی هسته (بلوخ* و پورسل*)
- ۱۹۴۷ ظهور عمرسنجی رادیوکرینی (لیبی*)
- ۱۹۴۷ ساخت نخستین سنکروسیکلوترون پروتونی 350 MeV (برکلی)
- ۱۹۴۷ کشف مزون π (پاول*)
- ۱۹۴۸ ساخت نخستین شتابدهنده خطی پروتون، 32 MeV (آلوارز*)
- ۱۹۴۹ پیشنهاد مدل پوسته‌ای برای ساختار هسته (مایر*، جنسن*، هاگسل، سوئس)
- ۱۹۴۹ ساخت شمارگر سوسوزن (کالمن، کولتمان، مارشال)
- ۱۹۵۲ ساخت نخستین سیکلوترون پروتونی، 23 GeV (بروکهاون)
- ۱۹۵۲ آزمایش نخستین بمب گرما هسته‌ای
- ۱۹۵۳ فرضیه شکفتی (گلن* و نیشی جیما)
- ۱۹۵۳ پیشنهاد مدل جمعی برای ساختار هسته (آگه‌بور*، موتلسون*، رینواتر*)
- ۱۹۵۳ تولید ذرات شکفت برای نخستین بار (بروکهاون)
- ۱۹۵۵ کشف پادپروتون (چمبرلین* و سگره*)
- ۱۹۵۶ آشکارسازی تجربی نوترینو (راینز و کوان)
- ۱۹۵۶ نقض پاریته در برهم‌کنشهای ضعیف (لی*، یانگ*، وو، و همکاران)
- ۱۹۵۸ گسیل بدون پس‌زنی پرتوهای گاما (موسباور*)
- ۱۹۵۹ ساخت سنکروترون 26 GeV (سرن)
- ۱۹۶۲ مشاهده نقض CP در واپاشی K^0 (کرونین* و فیچ*)
- ۱۹۶۲ پیشنهاد مدل کوآرک برای هادرونها (گلن* و زوایک)
- ۱۹۶۲ راه‌اندازی اولیه شتابدهنده SLAC برای الکترونها 20 GeV (استانفورد)
- ۱۹۶۷ پیشنهاد مدل الکتروضعیف (واینبرگ* و سلام*)
- ۱۹۷۰ فرضیه افسون (گلاشو*)
- ۱۹۷۱ ساخت برخورد دهنده پروتون-پروتون (سرن)
- ۱۹۷۲ ساخت سنکروترون پروتونی 500 GeV (فرمی‌لب)
- ۱۹۷۲ کشف ذره J/ψ و تأیید کوآرک افسونگر (ریشتر* و تینگ*)
- ۱۹۷۵ کشف لپتون τ (پرل)
- ۱۹۷۷ کشف ذره T و طرح کوآرک ته (لدرمن)
- ۱۹۸۳ راه‌اندازی برخورد دهنده پروتون-پادپروتون 300 GeV (سرن)
- ۱۹۸۳ کشف بوزونهای ضعیف $W^\pm$ و Z^0 (روییا*)

قسمت ۱

مبانی ساختار هسته‌ای

مفاهیم پایه

تاریخ آغاز فیزیک هسته‌ای را می‌توانیم از کشف رادیواکتیویته (پرتوزایی) توسط بکرل در سال ۱۸۹۶ یا ظهور فرضیه رادرفورد مبنی بر وجود هسته در اتمها در سال ۱۹۱۱ بگیریم. در هر حال، به روشنی معلوم است که مطالعات تجربی و نظری فیزیک هسته‌ای نقش برجسته‌ای در توسعه فیزیک قرن بیستم ایفا کرده است. خلاصه تاریخ تحولات فیزیک هسته‌ای را در صفحات آغازین این کتاب نشان داده‌ایم. در نتیجه همین مطالعات است که امروزه ما درک نسبتاً خوبی از خواص هسته‌ها و ساختاری که منشأ این خواص است، به دست آورده‌ایم. علاوه، فیزیک هسته‌ای فنونی در اختیار ما گذاشته است که در زمینه‌های علمی دیگر، از جمله در فیزیک اتمی و فیزیک حالت جامد، نیز کاربرد وسیعی پیدا کرده است. پژوهشهای آزمایشگاهی فیزیک هسته‌ای را برای حل انواع بسیار گوناگونی از مسائل، از برهم‌کنش کوارکها (بنیادی‌ترین ذره‌ای که ماده از آن ساخته می‌شود) گرفته تا فرایندهای نخستین مراحل تکامل جهان که پس از «مهبانگ» اتفاق افتاده است، به کار برده‌اند. فیزیکدانها، امروزه از فنونی که در آزمایشگاههای فیزیک هسته‌ای آموخته‌اند برای تشخیص و درمان بیماریها در اعماق بدن انسان، بدون اینکه نیازی به جراحی باشد، بهره‌برداری می‌کنند. اما، از سوی دیگر هم برخی از فنون فیزیک هسته‌ای، تجربی در ساختن سلاحهای ترسناکی مورد استفاده قرار می‌گیرد که منظور از تولید آنها کشتار نوده‌ای انسانهاست، و ادامه تولید و تکثیر آنها تهدیدی جدی برای آیندۀ بشریت است. آسان نیست که هیچ علم دیگری را با این علم که طیف گسترده‌ای از کوچکترین ذرات میکروسکوپی تا موجودات

کیهانی را شامل می‌شود، مقایسه کنیم. زمینه علمی دیگری هم وجود ندارد که کاربردهای مستقیم تحقیقات بنیادی آن، بالقوه بتواند این چنین مرزهای خیر و شر را درنوردد. فیزیک هسته‌ای از چنان صورت‌بندی نظری منسجمی برخوردار نیست که با استفاده از آن بتوانیم تمام پدیده‌ها را به روشی بنیادی تحلیل و تعبیر کنیم. اما فیزیک اتمی با صورت‌بندی الکترودینامیک کوانتومی خود از چنین امکانی برخوردار است، و به کمک آن می‌توانیم برخی از کمیت‌های مشاهده‌پذیر را تا بیش از شش رقم بسامعی محاسبه کنیم. بدین ترتیب، در مطالعه فیزیک هسته‌ای می‌باید شیوه‌ای پدیده‌شناختی در پیش بگیریم و برای توصیف پدیده‌های متنوعی مانند واپاشی آلفا، واپاشی بتا، واکنش‌های مستقیم، یا شکافت، از صورت‌بندی‌های متفاوتی استفاده کنیم. توانایی ما در تعبیر نتایج آزمایش و پیش‌بینی نتایج جدید، برای هر نوع پدیده‌ای، نسبتاً کامل است. ولی با وجود این، غالباً صورت‌بندی و روش‌های مورد استفاده در یک پدیده را در موارد دیگر نمی‌توان به کار برد. به جای آنکه یک نظریه منفرد و وحدت بخش در اختیار داشته باشیم، با جزیره‌هایی از شناخت‌های متوافق روبرو می‌شویم که در دریل‌های مشاهدات به ظاهر نامرتبط پراکنده‌اند. برخی از بنیادی‌ترین مسائل فیزیک هسته‌ای، مانند ماهیت دقیق نیروهایی که باعث قوام و دوام هسته می‌شوند، هنوز هم ناشناخته است. درسالهای اخیر، پیشرفتهایی در جهت درک نیروی اساسی بین‌کوارک‌ها که بنیادی‌ترین اجزای سازنده ماده‌اند صورت گرفته است، و سعی شده است که نتایج این تحقیقات را در مطالعات هسته‌ای مورد استفاده قرار دهند. اما این کوشش‌ها تاکنون در تشریح خواص هسته‌ای موفقیتی نداشته است.

بنابراین ما در این کتاب رهیافتی پدیده‌شناختی در پیش می‌گیریم. یعنی، هر نوع اندازه‌گیری را با صورت‌بندی نظری خاصی تحلیل می‌کنیم و پیامد حاصل از این تعبیر خاص را برای ساختار هسته‌ای مورد بحث قرار می‌دهیم. در اینجا با خلاصه‌ای از مبانی نظریه هسته‌ای آغاز می‌کنیم، و آنگاه به فرایندهایی می‌پردازیم که در شناخت ما از ساختار هسته‌ای سهم ارزنده‌ای دارند. نخست فرایند واپاشی رادیواکتیو، و سپس واکنش‌های هسته‌ای را بررسی می‌کنیم. سرانجام، از موضوعات خاص مطرح شده در ساختار هسته‌ای میکروسکوپی، از ارتباط میان فیزیک هسته‌ای و دیگر شاخه‌های تخصصی، و همچنین از کاربرد فیزیک هسته‌ای در دیگر زمینه‌های فنی و تحقیقی سخن خواهیم گفت.

۱.۱ نگاهی به پیشینه تاریخی

تلاش برای درک ماهیت اساسی ماده، ریشه در تفکرات فیلسوفان یونان باستان، بویژه دموکریتوس، دارد. دموکریتوس که در سده چهارم پیش از میلاد می‌زیست، معتقد بود که هر نوع ماده را می‌توان به اجزای کوچکتر و کوچکتر تقسیم کرد تا آنکه حدی نهایی فرامی‌رسد که دیگر ادامه تقسیم میسر نیست. از نظر دموکریتوس، این جزء لایتنج‌زای ماده (یا اتم) که با چشم غیر قابل دیدن بود، ذره بنیادی سازنده ماده به شمار می‌رفت. در طی ۲۴۰۰ سال بعد، این نظر صرفاً به صورت اندیشه‌ای فلسفی باقی ماند، تا آنکه پژوهشگران

آغاز سده نوزدهم میلادی با استفاده از روشهای علوم تجربی درباره این مسئله به تحقیق پرداختند، و با به دست آوردن شواهد کافی فرضیه اتم گرایی را تا سطح يك نظریه علمی تمام عیار بالا بردند. امروزه، با توجه به رده بندیهای علوم و گرایشهای تخصصی، شاید بتوانیم دانشمندان پیشگام در این زمینه (یعنی دالتون، آووگادرو، فاراده) را شیمیدان قلمداد کنیم. پس از آنکه شیمیدانها نوع اتمها، قواعد حاکم بر ترکیب آنها، و رده بندی سازمان یافته آنها را (به صورت جدول تناوبی مندلیف) مشخص کردند، به طور طبیعی تنها مرحله باقیمانده مطالعه خواص بنیادی يك اتمها، عناصر مختلف بود که امروزه این قسمت از پژوهش را با عنوان فیزیک اتمی می شناسیم. این مطالعات در سال ۱۸۹۶ توسط بکرل به کشف خاصیت رادیواکتیویته در برخی از اتمها، و سپس در سال ۱۸۹۸ توسط پیر کوری و همسرش (ماری کوری) به شناسایی مواد رادیواکتیو دیگر منجر شد. آنگاه نوبت به رادرفورد رسید که کار بررسی این پرتوهای فعال و خواص آنها را ادامه داد. رادرفورد وقتی که به ماهیت این پرتوها پی برد، کار تحقیق را وارونه کرد و آنها را به عنوان وسیله کاوش در واری اتمها به کار گرفت. در طی همین پژوهشها بود که در سال ۱۹۱۱ رادرفورد وجود هسته را در اتمها اعلام داشت، تأیید این فرضیه (از طریق آزمایشهای طاق فرسای گایگرومارسدن) شاخه جدیدی را در علوم، به نام فیزیک هسته ای، بنا نهاد که ماده را در بنیادی ترین ساختارش مورد بررسی قرار می دهد. تحقیق در خواص هسته، از روزگار رادرفورد تا به امروز ادامه یافته است. اکتشافات دهه های ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ نشان داده اند که مرتبه دیگری از ساختار ماده وجود دارد که از هسته هم بنیادی تر و ابتدایی تر است. امروزه، بررسی و مطالعه این گونه ذرات را که عناصر اصلی ساختار هسته ای هستند، در شاخه خاصی به نام فیزیک ذرات بنیادی (یا فیزیک انرژی بالا) ادامه می دهند.

بدین ترتیب، فیزیک هسته ای را می توان از سویی فرزند شیمی و فیزیک اتمی، و از سوی دیگر پدر فیزیک ذرات بنیادی به شمار آورد. فیزیک هسته ای، اگرچه اکنون نقش محوری اش را در جستجوی اجزای بنیادی ماده از دست داده است، ولی هنوز هم برای درک برهم کنشهای بنیادی از آزمایشهای هسته ای استفاده می شود. تحقیق در خواص هسته ها و قوانین حاکم بر ساختار هسته ای، به نوبه خود، زمینه فعال و باروری از پژوهشهای فیزیکی است. ابزارهای مفیدی مانند آشکارسازهای دود، تنظیم کننده های ضربان قلب، و وسایل تصویر گیری پزشکی، از جمله دستاوردهای عملی این پژوهشها هستند. بدین ترتیب، در واقع می توان برای فیزیک هسته ای سه نقش مختلف در نظر گرفت: کاوش در قلب و ذرات بنیادی ماده و برهم کنش آنها، رده بندی و تفسیر خواص هسته ای، طراحی روشها و ابزارهای فنی پیشرفته برای خدمت به جوامع بشری.

۲.۱ چند اصطلاح مقدماتی

هر نوع هسته ای را با مقدار کل بار مثبت و تعداد کل واحدهای جرمی موجود در هسته، مشخص

می‌کنیم. بار کل هسته برابر $Ze+$ است، که در آن Z عدد اتمی و e بزرگی بار الکترون است. ذره بنیادی باردار مثبت در هسته پروتون است که هسته ساده‌ترین اتم موجود در طبیعت، یعنی هیدروژن، نیز هست. بنابراین هسته‌ای که عدد اتمی‌اش Z باشد شامل Z پروتون است، و بدین‌سان در ساختار هراتم خشی باید Z الکترون منفی هم وجود داشته باشد. چون جرم الکترون در مقایسه با جرم پروتون ناچیز است ($m_p \approx 2000 m_e$)، غالباً در بحث جرم اتمی می‌توان از جرم الکترون صرف‌نظر کرد. عدد جرمی هر نوع هسته که با A نمایش داده می‌شود، به‌صورت نزدیکترین عدد درست به حاصل تقسیم جرم هسته بر یکای بنیادی جرم تعریف می‌شود. یکای بنیادی جرم را چنان تعریف می‌کنیم که جرم پروتون تقریباً برابر یک واحد شود. (یکاهای جرم را در فصل ۳ به تفصیل بررسی خواهیم کرد.) تقریباً در تمام هسته‌ها A بزرگتر از Z است. نسبت بین این دو عدد در بسیاری از موارد برابر ۲ یا بزرگتر از ۲ است. از این‌رو، اجزای سنگین دیگری هم باید در هسته موجود باشند. تا پیش از سال ۱۹۳۲ بر این باور بودند که هسته شامل A پروتون است، که بدین ترتیب مسئله جرم هسته به‌صورتی ظاهراً مناسب حل می‌شد. برای آنکه بار مثبت کل هسته برابر Ze شود، فرض می‌کردند که در هسته تعداد $(A-Z)$ الکترون هسته‌ای نیز وجود دارد. اما حضور الکترون در داخل هسته به‌چند دلیل زیر ناپذیرفتی است:

۱. لازم است که الکترونهای هسته‌ای به کمک نیرویی بسیار قوی که حتی از نیروی کوانتی هم قویتر است، در قید پروتونها قرار داشته باشند. تاکنون هیچ شاهده‌ی دال بر وجود این نیروی قوی بین پروتونها و الکترونهای اتمی مشاهده نشده است.
۲. اگر الکترونها را در ناحیه فضایی کوچکی به اندازه هسته ($\Delta x \sim 10^{-14} \text{m}$) محصور کنیم، بنابر اصل عدم قطعیت، گستره توزیع تکانه الکترونها باید در حدود $\Delta p \sim \hbar / \Delta x = 20 \text{ MeV}/c$ شود. الکترونهایی که در واپاشی رادیواکتیو بناز از هسته گسیل می‌شوند انرژی‌شان عموماً کمتر از 1 MeV است، و هرگز در واپاشی الکترونی با انرژی 20 MeV مشاهده نمی‌کنیم. یعنی، وجود الکترونهای با انرژی 20 MeV در داخل هسته از طریق آزمایش تأیید نمی‌شود.
۳. اگر تعداد A پروتون و تعداد $(A-Z)$ الکترون در هسته وجود داشته باشد، تکانه زاویه‌ای ذاتی (یا اسپین) کل در هسته‌هایی که $(A-Z)$ در آنها فرد است با مقادیر حاصل از مشاهده سازگاری ندارد. هسته دوتریم ($A=2$ و $Z=1$) را در نظر بگیرید که طبق فرضیه پروتون - الکترون باید حاوی ۲ پروتون و ۱ الکترون باشد. تکانه زاویه‌ای ذاتی (یا اسپین) هر یک از ذرات پروتون و الکترون برابر $1/2$ است، و قواعد جمع اسپینها در مکانیک کوانتومی حاصل جمع سه اسپین $1/2$ را برابر $3/2$ یا $1/2$ به دست می‌دهد. ولی در عمل اسپین دوتریم را برابر ۱ می‌یابیم.
۴. گشتاور دو قطبی مغناطیسی هسته‌هایی که الکترونهای تزویج نشده دارند، باید خیلی بزرگتر از مقداری باشد که در عمل مشاهده می‌شود. برای نمونه اگر در هسته دوتریم یک الکترون منفرد وجود داشته باشد، باید انتظار داشته باشیم که گشتاور دو قطبی

مغناطیسی این هسته در همان حدود گشتاور مغناطیسی الکترون باشد. اما گشتاور مغناطیسی اندازه گیری شده در هسته دوتریم در حدود $1/2000$ گشتاور مغناطیسی الکترون است.

البته، با طرح دلایل خاصی می توانیم موارد اعتراض بالا را رد کنیم، ولی از سال ۱۹۳۲ که تاریخ کشف نوترون توسط چادویک است دیگر نیازی به این کار نیست. نوترون از لحاظ الکتریکی خنثی است و جرمی در حدود جرم پروتون دارد (جرم نوترون در واقع در حدود ۱٫۰۰۵ در صد بزرگتر از جرم پروتون است). بدین ترتیب، جرم کل و بار الکتریکی هسته‌ای که Z پروتون و $(A-Z)$ نوترون دارد، بدون نیاز به فرض الکترونهای هسته‌ای، با واقعیتهای تجربی مطابقت پیدا می کند. برای مشخص کردن یک نوع هسته‌ای خاص، یا نوکلید، معمولاً آن را به شکل ${}^A_ZX$ نمایش می دهیم که در آن X نماد شیمیایی و N عدد نوترونی است ($N = A - Z$). به عنوان نمونه به طرز نمایش چند نوکلید به صورت ${}^1_1\text{H}$ ، ${}^{238}_{92}\text{U}$ ، ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ می توان توجه کرد. نشان دادن عدد اتمی Z به همراه نماد شیمیایی نوکلید کار زایدی است، زیرا می دانیم که در هر هسته هیدروژن (${}^1_1\text{H}$)، $Z = 1$ و در هر هسته اورانیوم (${}^{238}_{92}\text{U}$)، $Z = 92$ است. بنابراین نیازی به نوشتن Z در کنار نماد شیمیایی هسته نیست. همچنین نیازی به نوشتن N هم نیست، زیرا همیشه می توان عدد نوترونی را از تفاضل $(A - Z)$ به دست آورد. بنابراین نمایش نوکلید مورد نظر به صورت ${}^{238}\text{U}$ کفایت خواهد کرد. نگاهی به جدول تناوبی عناصر عدد اتمی U را برابر $Z = 92$ به دست می دهد، و در نتیجه تعداد نوترونهای ${}^{238}\text{U}$ برابر $146 = 238 - 92$ می شود. در عمل برای نشان دادن نوکلیدها از هر دو طرز نمایش استفاده می شود، گاهی Z و N را در کنار نماد شیمیایی نوکلید می نویسند و گاهی هم آنها را نمی نویسند. وقتی سعی می کنیم در یک فرایند واپاشی یا واکنش هسته‌ای بین Z و N توازن برقرار کنیم، بهتر است که Z و N را در کنار نماد شیمیایی نوکلید بنویسیم. در موارد دیگر، نوشتن این اعداد لازم و دست و پاگیر است.

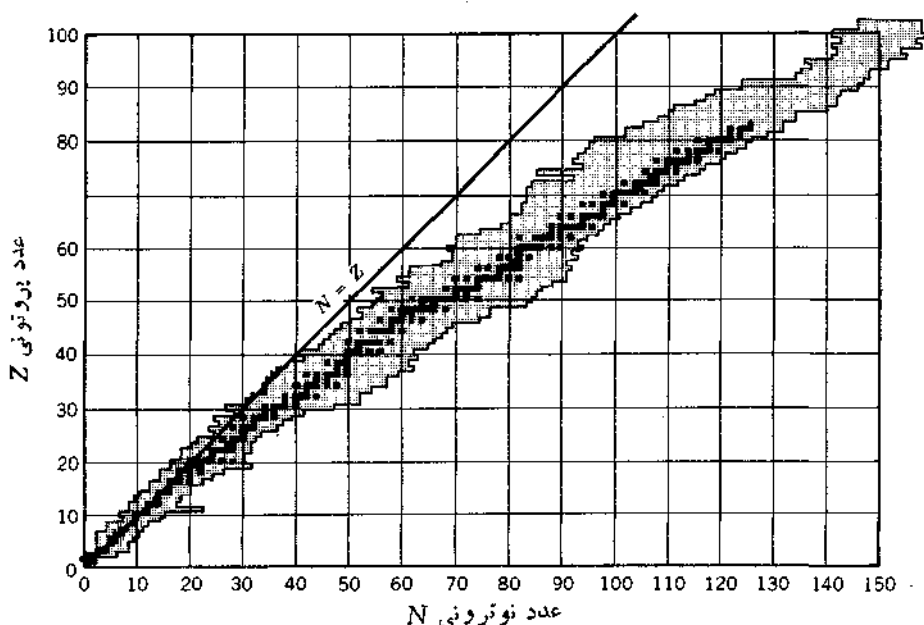
نوترونها و پروتونها اعضای دو گانه خانواده نوکلئونها هستند. هنگامی که می خواهیم از ذرات هسته‌ای بدون توجه به نوع پروتونی یا نوترونی آنها بحث کنیم، از اصطلاح نوکلئون استفاده می کنیم. پس هسته‌ای که عدد جرمی اش A باشد، محتوی A نوکلئون است. با بررسی نمونه‌های عناصر مختلفی که در طبیعت وجود دارند، معلوم می شود که نوکلیدهای با عدد اتمی مشخص می توانند اعداد جرمی مختلف داشته باشند. یعنی، نوکلیدی که Z پروتون دارد می تواند چند عدد نوترونی متفاوت داشته باشد. نوکلیدهای با عدد اتمی یکسان و اعداد نوترونی متفاوت را ایزوتوپ می نامند. برای مثال، عنصر کربن در ایزوتوپ پایدار دارد که عبارتند از ${}^{12}_6\text{C}$ و ${}^{13}_6\text{C}$. این عناصر ایزوتوپهای ناپایدار دیگر هم دارد که در واکنشهای هسته‌ای به طور مصنوعی تولید می شوند، و ایزوتوپهای رادیواکتیو (یا رادیوایزوتوپ) کربن نامیده می شوند.

اغلب برای سهولت، تعدادی نوکلید با N یکسان و Z متفاوت را ایزوتون می گویند. ایزوتونهای پایدار با $N = 1$ عبارتند از ${}^1_1\text{H}$ و ${}^3_2\text{He}$. نوکلیدهایی که عدد جرمی

یکسان داشته باشند، ایزوبار نامیده می‌شوند. مثلاً، نوکلید پایدار ${}^2\text{He}$ و نوکلید رادیواکتیو ${}^3\text{H}$ را ایزوبار می‌دانیم، زیرا در هر دوی آنها $A=3$ است.

۳.۱ خواص هسته‌ای

پس از شناسایی هر نوکلید، برای اندازه‌گیری خواص آن می‌توان اقدام کرد. منظور از خواص (که بعداً در همین کتاب مورد بحث قرار می‌گیرند) خصوصیات مانند جرم، شعاع، فراوانی نسبی (برای نوکلیدهای پایدار)، مدهای واپاشی و نیمه‌عمرها (برای نوکلیدهای رادیواکتیو)، مدهای واکنش و سطح مقطعهای واکنش، اسپین، گشتاور دو قطبی مغناطیسی و گشتاور چسار قطبی الکتریکی، و حالت‌های برانگیخته نوکلید است. تاکنون نوکلیدهای مربوط به ۱۰۸ عدد اتمی مختلف (از ۵ تا ۱۰۷) را شناسایی کرده‌ایم که تعداد کل آنها با احتساب ایزوتوپهای گوناگون از ۱۰۰۰ هم تجاوز می‌کند. با توجه به شتابنده‌هایی که به منظور تولید و بررسی ایزوتوپهای خیلی دور از ایزوبارهای پایدارشان ساخته شده‌اند، تعداد نوکلیدهای جدیدی که به‌دقت مطالعه شده‌اند هر روز در حال افزایش است. نمودار نوکلیدهای پایدار و نوکلیدهای رادیواکتیو شناخته شده را در شکل ۱.۱ نشان داده‌ایم. چنانکه می‌توان انتظار داشت، گردآوری خواص اندازه‌گیری شده این همه



شکل ۱.۱ هسته‌های پایدار در ناحیه سایه‌دار پررنگ، و هسته‌های رادیواکتیو در ناحیه سایه‌دار کم‌رنگ قرار دارند.

نوکلید، کاری بس عظیم است. از طرف دیگر، بازیابی و استفاده از این اطلاعات هم به همان اندازه مهم است. برای نمونه، جهت تعیین بهترین مقدار تجربی مربوط به مدهای واپاشی یک ایزوتوپ یا اسپین و گشتاور مغناطیسی ایزوتوپ دیگر، چه کار باید بکنیم؟ متخصصان فیزیک هسته‌ای عموماً نتایج تحقیقاتشان را در مجلات تخصصی منتشر می‌کنند. بدین سان، پژوهشگران آزمایشگاههای دور از هم از فعالیتهای یکدیگر آگاه می‌شوند و با هم تبادل نظر می‌کنند. بعضی از این مجلات را در اینجا نام می‌بریم:

Physical Review, Section C (*Phys. Rev. C*), *Physical Review Letters* (*Phys. Rev. Lett.*), *Physical Letters*, Section B (*Phys. Lett. B*), *Nuclear Physics*, Section A (*Nucl. Phys. A*), *Zeitschrift für Physik*, Section A (*Z. Phys. A*), *Journal of Physics*, Section G (*J. Phys. G*).

این مجلات عموماً ماهانه هستند، و با خواندن آنها (یا با مروری به فهرست مطالب آنها) می‌توان نتایج کار پژوهشگران مختلف را مورد توجه قرار داد. کتابخانه بسیاری از دانشگاهها و دانشکدهها این مجلات را دریافت و نگهداری می‌کنند. مطالعه فیزیک هسته‌ای، اغلب مستلزم مراجعه به مجموعه‌ای از نشریات و مقالات تحقیقی روز است.

متأسفانه، مراجعه به مجلات روز معمولاً کمکی به یافتن اطلاعات خاصی که در پی آن هستیم نمی‌کند، مگر اینکه به‌طور تصادفی به موضوع و مقاله مورد نظر برخورد کنیم. به همین دلیل، اطلاعات فیزیک هسته‌ای را در منابع جداگانه‌ای گردآوری کرده‌اند که در آنها می‌توان خلاصه خواص هسته‌ای و نشانی مأخذ و مقالات دست اول را پیدا کرد. خلاصه‌ای از خواص نوکلیدهای شناخته شده را می‌توان در کتاب یک جلدی زیر یافت:

Table of Isotopes, edited by M. Lederer and V. Shirley (New York, Wiley, 1978)

هر کسی که بخواهد در رشته فیزیک هسته‌ای کار کند، باید نسخه‌ای از این کتاب را در اختیار داشته باشد. اطلاعات هسته‌ای روزآمدتر را می‌توان در مرجع زیر یافت:

Nuclear Data Sheets

که نه تنها مجموعه روزآمد اطلاعات مربوط به هبر دسته از ایزو بارها را به طور مرتب منتشر می‌کند، بلکه خلاصه تمام مقالات منتشر شده در هر سال را به صورت رده‌بندی شده بر حسب نوکلیدها به دست می‌دهد. این اطلاعات هم به صورت مجله منتشر می‌شود و در بسیاری از کتابخانه‌ها وجود دارد. بنابراین، جستجو و پیگیری مطالب جدیدی که در مورد یک نوکلید معین منتشر شده است، کار چندان دشواری نیست.

دو مرجع مروری دیگر را هم در زیر نام می‌بریم:

Atomic Data and Nuclear Data Tables

اطلاعات هسته‌ای (مثلاً مربوط به آهنگ گذار بتا یا گاما، یا انرژی شکافت) به صورتی مرتب در این مجموعه گردآوری و منتشر می‌شود، و دیگر

Annual Review of Nuclear and Particle Science

(كه قبلا با عنوان *Annual Review of Nuclear Science* منتشر می‌شد). در این كتاب، هر ساله مجموعه‌ای از مقالات مروری درباره‌ی موضوعات جاری فیزيك هسته‌ای و فیزيك ذرات منتشر می‌شود.

۴.۱ يكها و مرتبه‌های بزرگی

در فیزيك هسته‌ای، با طولهایی از مرتبه 10^{-15} m سروكار داریم كه آن را فمتومتر می‌نامیم ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m} = 1 \times 10^{-15} \text{ m}$). این يك را در محاورات يك فرمی می‌گویند كه این نام هم به افتخار انریكو فرمی، دانشمند ایتالیایی-امریكایی و یکی از پیشگامان فیزيك هسته‌ای برگزیده شده است. اندازه‌ی هسته‌ها در گستره‌ی حدود 1 fm تا 7 fm (از يك نوكلئون منفرد تا سنگین‌ترین هسته) قرار دارد.

گستره‌ی زمانی پدیده‌های هسته‌ای بسیار وسیع است. بعضی از هسته‌ها نظیر ${}^5\text{He}$ یا ${}^8\text{Be}$ در مدت زمانی از مرتبه 10^{-20} s تجزیه و درهم شكسته می‌شوند. بسیاری از واكنشهای هسته‌ای در همین مقیاس زمانی تحقق می‌یابند. این زمان به تقریب همان طول مدتی است كه هسته‌های فعال در واكنش، متقابلاً در برد نیروی هسته‌ای همدیگر قرار می‌گیرند. طول عمر واپاشیهای الكرومغناطیسی (γ) عموماً از مرتبه 10^{-9} s (نانوثانیه، ns) تا 10^{-12} s (پیکوثانیه، ps) است. اما بسیاری از واپاشیهای دیگر در مدت زمانهایی طولانی‌تر یا کوتاه‌تر اتفاق می‌افتند. واپاشیهای آلفا (α) و بتا (β) در زمانهای به مراتب طولانی‌تر، اغلب از مرتبه‌ی دقیقه و ساعت و گاهی هم از مرتبه‌ی هزاران یا حتی میلیونها سال، صورت می‌گیرند.

انرژیهای هسته‌ای را به آسانی می‌توان بر حسب میلیون الكترون ولت (MeV) اندازه‌گیری كرد. يكی الكترون ولت كه برابر $[1.602 \times 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}]$ است، عبارت است از انرژی كسب شده توسط يك واحد منفرد بار الكتریکی (يك الكترون) هنگامی كه در اختلاف پتانسیل ولتی شتاب گرفته باشد. انرژی واپاشیهای بتا و گاماها نوعاً در گستره 1 MeV است، و واكنشهای هسته‌ای كم-انرژی در انرژی جنبشی حدود 10 MeV رخ می‌دهند. این انرژیها به مراتب كمتر از انرژیهای سكوت هسته‌هاست، و بنابراین برای تكانه و انرژی نوكلئونها بدون هیچ اشكالی می‌توان از فرمولهای نسبیتی استفاده كرد، اما الكترونها ناشی از واپاشی بتا را باید به‌طور نسبیتی مورد بررسی قرار داد.

جرمهای هسته‌ای را بر حسب يكی جدید جرم اتمی، u ، بیان می‌كنیم. این يك چنان تعریف می‌شود كه جرم يك اتم ${}^{12}\text{C}$ دقیقاً برابر $12 u$ است. بدین ترتیب، جرم هر نوكلئون در حدود $1 u$ می‌شود. در تحلیل واكنشها و واپاشیهای هسته‌ای، به‌طور كلسی ترجیح می‌دهیم كه با انرژیهای معادل جرم سروكار داشته باشیم تا با خود جرم. ضریب تبدیل بین جرم و انرژی به صورت $1 u = 931.5 \text{ MeV}$ است، از این‌رو انرژی معادل جرم هر نوكلئون در حدود 1000 MeV است. البته تبدیل جرم به انرژی با استفاده

از معادله اساسی نسبیت خاص، $E = mc^2$ ، صورت می گیرد و بنابراین در محاسبات آزادی عمل داریم که هر یک از کمیت های جرم یا انرژی را که برای ما آسانتر است به کار ببریم، و ضریب تبدیل این عملیات به صورت $931.5 \text{ MeV/u} = c^2$ است.

مرجع مطالعات تکمیلی

برای توضیحات و محاسبات مشابه آنچه در این کتاب می بینید، می توانید به کتاب های درسی فیزیک هسته ای زیر رجوع کنید. سطح کتاب هایی که به صورت مبانی تهیه شده اند تقریباً در سطح همین کتاب است. کتاب های سطح بالاتر غالباً برای دوره های پیشرفته تر فیزیک هسته ای در نظر گرفته شده اند. هیچ کوششی برای تهیه فهرستی جامع از مراجع به عمل نیامده است، بلکه فهرست زیر حاوی کتاب هایی است که مؤلف در تهیه این کتاب از آنها استفاده کرده است. بیشتر این کتاب های درسی «کلاسیک» حالا دیگر کهنه شده اند، ولی هنوز هم مطالب مفیدی را می توان در آنها یافت که چشم اندازی تاریخی برای خواننده فراهم می کنند:

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955),
این کتاب برای مدت ۲۵ سال، از زمان دانشجویی مؤلف تا کنون، پرمصرف ترین کتاب در کتابخانه شخصی اش بوده است. شیرازه آن از هم گسیخته است، و لسی وضوح و کمال آن همچنان پابرجاست.

David Halliday, *Introductory Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1955),
I. Kaplan, *Nuclear Physics* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1955).

کتاب های درسی مقدماتی که می توانند مکمل این کتاب محسوب شوند، عبارت اند از:

W. E. Burcham, *Nuclear Physics: An Introduction* (London: Longman, 1973),

B. L. Cohen, *Concepts of Nuclear Physics* (New York: McGraw-Hill, 1971),
ترجمه فارسی این کتاب تحت عنوان مفاهیم فیزیک هسته ای در سال ۱۳۷۵ توسط مرکز نشر دانشگاهی منتشر شده است. و.

Harald A. Enge, *Introduction to Nuclear Physics* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1966),

Robert A. Howard, *Nuclear Physics* (Belmont, CA: Wadsworth, 1963),

Walter E. Meyerhof, *Elements of Nuclear Physics* (New York: McGraw-Hill, 1967),

دو ترجمه فارسی از این کتاب تحت عنوان مبانی فیزیک هسته ای، اولی در سال ۱۳۵۷ توسط دانشگاه تهران و دومی در سال ۱۳۶۷ توسط دانشگاه مشهد منتشر شده است. و.

Haro Von Buttlar, *Nuclear Physics: An Introduction* (New York: Academic Press, 1968).

کتابهای درسی میانه‌ای که مطالب همین کتاب را با استفاده بیشتر از مکانیک کوانتومی مطرح کرده‌اند، عبارت‌اند از:

M. G. Bowler, *Nuclear Physics* (Oxford: Pergamon, 1973),
Emilio Segré, *Nuclei and Particles* (Reading, MA: W. A. Benjamin, 1977).

کتابهای درسی پیشرفته که عمدتاً برای دوره‌های کارشناسی ارشد در نظر گرفته شده‌اند، ولی خیلی از مطالب در آنها به صورت پایه مطرح شده است، عبارت‌اند از:

Hans Frauenfelder and Ernest M. Henley, *Subatomic Physics* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall 1974).

ترجمه فارسی این کتاب تحت عنوان فیزیک ذراتمی، توسط مرکز نشر دانشگاهی در دست انتشار است.

M. A. Preston, *Physics of the Nucleus* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1962).

آثار پیشرفته‌تری که بیشتر جنبه تک‌نگاری دارند تا کتاب درسی، عبارت‌اند از:

John M. Blatt, and Victor F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1952),

A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (New York: W. A. Benjamin, 1969),

A. deShalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1974).

مبانی مکانیک کوانتومی

رفتار نوکلئونهای درون هسته، شباهتی به رفتار ذرات کلاسیک و برخورد گلوله‌های بیلیارد ندارد. خواص هسته را رفتار موجی نوکلئونها تعیین می‌کند، و تحلیل این رفتار مستلزم کاربرد تکنیکهای ریاضی مکانیک کوانتومی است.

با توجه به آزمایشهای مختلف پراکندگی، می‌دانیم نوکلئونها با انرژی جنبشی حدود 10 MeV در داخل هسته در حرکت‌اند. این انرژی در مقایسه با انرژی سکون نوکلئونها (که در حدود 1000 MeV است) اندک است، و بنابراین با اطمینان خاطر می‌توانیم از مکانیک کوانتومی فاسیستی استفاده کنیم.

بحث کامل مکانیک کوانتومی، مستلزم يك كتاب درسی بزرگتر از این كتاب خواهد بود. در این فصل، بعضی از مهمترین مفاهیمی را که بعدها در این كتاب بدانها نیاز خواهیم داشت به طور خلاصه معرفی می‌کنیم. فرض ما در اینجا این است که دانشجوی خواننده این كتاب مفاهیم فیزیک جدید را آموخته است، و با برخی از آزمایشهایی که به کمک مفاهیم فیزیک کلاسیک قابل درک نیست آشنایی دارد. از جمله این آزمایشها می‌توان تابش گرمایی (جسم سیاه)، پراکندگی کامپتون، و اثر فوتوالکتریک را نام برد. در پایان، فهرستی از چند كتاب درسی فیزیک جدید را برای مرور آورده‌ایم. در این فهرست چند كتاب فیزیک کوانتومی پیشرفته نیز دیده می‌شود، که در آنها بحث کاملتری از مطالب خلاصه شده در این فصل را می‌توان یافت.

۱۰.۲ رفتار کوانتومی

مکانیک کوانتومی يك صورتبندی ریاضی است كه به كمك آن می توان رفتار موجی ذرات را تعیین كرد. هیچ دلیل پیشینی (یا استقرایی) وجود ندارد كه لزوم چنین رفتاری را نشان دهد، بلکه این استنباط از مقایسه خواص ذرات با رفتار کوانتومی نور حاصل شده است. پیش از سال ۱۹۰۰ نور را عموماً پدیده ای موجی می دانستند، اما كار تحقیقی پلانك در سال ۱۹۰۰ (در تحلیل تابش جسم سیاه) و اینشتین در سال ۱۹۰۵ (در تحلیل اثر فوتوالكتريك) ضرورت این امر را نشان داد كه انتقال انرژی نور را نه به صورت جریانی آرام و پیوسته، چنانكه در مورد موج دیده می شود، بلكه به صورت بسته های متركوزی از «كوانتومها» و یا «ذرات نور» باید در نظر گرفت.

قیاس بین ماده و نور را دوبروی در سال ۱۹۲۴، با توجه به كارهای قبلی اینشتین و کامپتون، شروع كرد. بحث دوبروی به این صورت مطرح شد كه اگر نور كه عموماً پدیده ای موجی تصور می شود خصوصیات ذره ای هم داشته باشد، چرا ماده هم كه عموماً آن را متشكل از ذرات می دانیم نباید از خواص موجی برخوردار شود؟ در ادامه همین قیاس، دوبروی فرض كرد كه به هر «ذره» ای كه با تكانه p در حرکت است، «موجی» به طول موج $\lambda = h/p$ وابسته است كه در آن h ثابت پلانك است. طول موجی را كه به این ترتیب تعریف می شود، طول موج دوبروی می گویند. تأیید تجربی فرضیه دوبروی بزودی در سال ۱۹۲۷ در آزمایشهای تامسون و دیویسون - گرمر ظاهر شد. این پژوهشگران نشان دادند كه الكترونها (كه معمولاً به عنوان ذره تلقی می شوند) درست مثل موجهای با طول موج دوبروی پراشیده می شوند.

نظریه دوبروی اگرچه در این موارد موفق بود، ولی به چند دلیل ناقص و غیر قابل استفاده است. نخست اینکه، ما به ندرت به ذراتی با تكانه ثابت برخورد می کنیم؛ هنگامی كه تكانه يك ذره در اثر اعمال نیروی خارجی تغییر می كند، طول موج آن هم باید تغییر كند، اما رابطه دوبروی فاقد توانایی لازم برای محاسبه رفتار دینامیکی امواج است. برای این منظور به يك نظریه ریاضی كاملتر نیاز داریم كه در سال ۱۹۲۵ توسط شرودینگر عرضه شد، و ما آن را در بخش ۲ این فصل مرور می كنیم. ایراد دوم به نظریه دوبروی - مسئله اتكانی آن به مفاهیم و اصطلاحات كلاسیك است. رفتار «موجی» و «ذره ای» متقابلاً با هم در تناقض اند، اما در رابطه دوبروی از هر دو مفهوم ذره كلاسیك با تكانه كاملاً مشخص و موج كلاسیك با طول موج كاملاً مشخص استفاده شده است. ذره كلاسیك در فضا مكانی معین دارد. اما، بنا بر نظر دوبروی، اکنون می خواهیم این ذره جاگزیده را با موج خالصی نشان دهیم كه در تمام فضا گسترده است و ابتدا و انتهای ندارد، یعنی «موضعی» برای آن نمی توان قائل شد.

حل این معضل، مستلزم این است كه در قلمرو فیزيك كلاسیك از مفهوم كلاسیكي «ذره» دست بكنشیم. اندازه يك ذره كلاسیكي در تمام آزمایشهایی كه می توان انجام داد يكسان است، اما «اندازه» يك ذره كوانتومی بسته به آزمایشی كه انجام می دهیم متفاوت

است. فیزیک کوانتومی ما را مجبور می‌کند که از واقعیت عینی مفهومی مساند «اندازه» دست بکشیم، و به جای آن یک تعریف عملیاتی را که بستگی به آزمایش در دست اجرا دارد بنشانیم. از این رو، ذره‌ای مانند الکترون می‌تواند در یک آزمایش با یک اندازه معین و در آزمایشی دیگر با اندازه‌ای کاملاً متفاوت ظاهر شود. تنها از طریق همین ادغام مشاهده‌کننده و جسم تحت مشاهده است که در فیزیک کوانتومی می‌توانیم مشاهده و اندازه‌گیری را تعریف کنیم. بدین ترتیب، هر ذره را باید در ناحیه‌ای از فضا به ابعاد Δx جایگزیده تصور کرد. دستیابی به ذره در این ناحیه محتمل و در نواحی دیگر نامحتمل است. بعد Δx مربوط به ناحیه حضور الکترون را نوع آزمایشی که انجام می‌دهیم تعیین می‌کند: ممکن است برابر با طول قطعه سیمی باشد که با استفاده از آن رسانش الکتریکی در جامدات تحت بررسی است، یا در مطالعه فیزیک اتمی برابر با قطر یک اتم منفرد باشد، و یا هنگامی که واپاشی بتا را بررسی می‌کنیم برابر با قطر هسته باشد. موج مشخصه ذره در ناحیه Δx دامنه‌ای بزرگ و در نواحی دیگر دامنه‌ای کوچک دارد. موج دوبروی منفردی که مؤلفه تکانه خاصی مانند p_x داشته باشد، در تمام نواحی فضا دامنه‌ای بزرگ خواهد داشت. بدین ترتیب، یک تکانه (یا طول موج) خاص همیشه متناظر به ذره‌ای کاملاً جاننا گزیده (یا ذره‌ای با موضع نامشخص) است. برای آنکه ذره موضع فضایی مشخص داشته باشد، لازم است که طول موجهای دیگری را که متناظر به تکانه‌های دیگر p_x می‌شود بدان بپذیریم تا از هر مبنای آنها موج برابندی به دست آید که در خارج از ناحیه Δx دامنه‌ای ناچیز داشته باشد. شناخت بیشتر Δx به قیمت شناخت کمتر p_x حاصل می‌شود. تلاش در محصور نگه داشتن ذره در ناحیه Δx تحت در اندازه‌گیری p_x را از بین می‌برد و گستره‌ای از مقادیر p_x به وجود می‌آورد. اگر بخواهیم به طور همزمان مقادیر x و p_x را تعیین کنیم، در هر یک از آنها به ترتیب به اندازه Δx و Δp_x عدم قطعیت خواهیم داشت که رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ ارتباط بین آنها را نشان می‌دهد

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1.2)$$

برای مؤلفه‌های y و z هم روابط مشابهی وجود دارد. نماد $\hbar$ که « h تیره» خوانده می‌شود، برابر است با $\hbar = h/2\pi$ که در آن h ثابت پلانک است. واژه کلیدی در این بحث همان کلمه «همزمان» است. اگر بخواهیم از شناسایی همزمان تکانه ذره صرف نظر کنیم، در عمل می‌توانیم با هر عدم قطعیت کوچکی (مثلاً $\Delta x = 0$) مقدار x را اندازه‌گیری کنیم. البته پس از این اندازه‌گیری، اگر بخواهیم می‌توانیم به اندازه‌گیری دقیقی از مقدار جدید تکانه (حتی با $\Delta p_x = 0$) دست بزنیم، که این اندازه‌گیری به طور همزمان شناخت دقیق قبلی را درباره موضع ذره از بین خواهد برد.

ما ذره را به کمک مجموعه‌ای از امواج به نام «هسته موج» که گستره‌ای از تکانه‌های حول مقدار p_x را با عدم قطعیت Δp_x شامل می‌شود و فقط در ناحیه Δx حول x دامنه

معقول و بزرگ دارد، توصیف می‌کنیم. جایگزینی (یا موضع گیری) ذره در فضا در ناحیه‌ای است که با بسته‌موج آن مشخص می‌شود. بسته‌موج، تمام اطلاعات موجود در مورد ذره را به دست می‌دهد. هر وقت که اصطلاح «ذره» را به کار می‌بریم، منظورمان همان «بسته‌موج» است. هر چند که اغلب از الکترونها و نوکلئونها چنان حرف می‌زنیم که گویی وجود مستقلی دارند، ولی حقیقت اینست که شناخت این ذرات به رابطه عدم قطعیت حاکم بر اطلاعات حاصل از بسته‌موجی که وضعیت مورد نظر را توصیف می‌کند، محدود می‌شود. این بحث عدم قطعیت درباره انواع دیگر اندازه گیرها هم صادق است. در یک سیستم، رابطه بین انرژی E و بسامد موج دو بر روی ν ، به صورت $E = h\nu$ است. برای تعیین دقیق E ، لازم است که مشاهده سیستم را در مدت زمانی بسیار طولانی Δt انجام دهیم تا بتوانیم ν را با دقت کافی به دست آوریم. رابطه عدم قطعیت در این حالت به صورت زیر است

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (2.2)$$

سومین رابطه عدم قطعیت، مربوط به تکانه زاویه‌ای است. در فیزیک کلاسیک می‌توانیم هر سه مؤلفه بردار تکانه زاویه‌ای $\mathbf{I}$ را به صورت I_x ، I_y ، و I_z تعیین کنیم. در مکانیک کوانتومی، هنگامی که می‌خواهیم شناخت بهتری از یک مؤلفه به دست آوریم، این امر به بهای کم شدن اطلاعات ما از دو مؤلفه دیگر تمام می‌شود. فرض کنید که می‌خواهیم مؤلفه z تکانه زاویه‌ای را اندازه بگیریم، و فرض کنید که موضع تصویر $\mathbf{I}$ را در صفحه xy با زاویه سمتی ϕ مشخص کرده‌ایم. در این صورت داریم

$$\Delta I_z \Delta \phi \geq \frac{\hbar}{2} \quad (3.2)$$

اگر I_z را به طور کاملاً دقیق بدانیم، دیگر درباره ϕ هیچ اطلاعی نخواهیم داشت. می‌توانیم $\mathbf{I}$ را در حرکت تقدیمی یا دوران حول محور z در نظر بگیریم، به طوری که مقدار I_z ثابت باشد ولی مؤلفه‌های I_x و I_y تمام مقادیر ممکن را اختیار کنند، در این صورت ϕ کاملاً نامشخص خواهد شد.

۲.۲ اصول مکانیک کوانتومی

خصوصیات ریاضی مکانیک کوانتومی ناسبیتی از حل معادله شرودینگر به دست می‌آید. معادله مستقل از زمان و یک بعدی شرودینگر برای ذره‌ای به جرم m و با انرژی پتانسیل $V(x)$ به صورت زیر است

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (4.2)$$

که در آن $\psi(x)$ تابع موج شرودینگر است. تابع موج در واقع توصیف ریاضی بسته موج است. به طور کلی، این معادله فقط به ازای مقادیر معینی از انرژی E قابل حل است. این مقادیر که معمولاً از کاربرد شرایط مرزی برای تابع $\psi(x)$ حاصل می‌شوند، ویژه-مقادیرهای انرژی نامیده می‌شوند. جواب کامل معادله، با در نظر گرفتن وابستگی زمانی، به صورت زیر است

$$\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-i\omega t} \quad (5.2)$$

که در آن $\omega = E/\hbar$ است.

یکی از شرایط مهمی که برای تابع موج ψ در نظر می‌گیرند، این است که ψ و مشتق اول آن $d\psi/dx$ باید روی هر مرزی پیوسته بمانند. در واقع، در مورد امواج کلاسیک نیز همین شرط برقرار است. در هر جایی که مرزی بین دو محیط وجود داشته باشد، مثلاً در $x=a$ ، باید روابط زیر برقرار شوند

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} [\psi(a+\epsilon) - \psi(a-\epsilon)] = 0 \quad (6.2 \text{ الف})$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{x=a+\epsilon} - \left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{x=a-\epsilon} \right] = 0 \quad (6.2 \text{ ب})$$

در حالت خاصی که تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ ناپیوستگی (یا انفصال) بینهایت داشته باشد، احتراز از شرط (6.2 ب) مجاز است. اما، شرط (6.2 الف) همیشه باید برقرار شود. شرط دیگری که از تعبیر چگالی احتمال ناشی می‌شود و ذیلاً به شرح آن می‌پردازیم، این است که تابع ψ باید متناهی بماند. هر جوابی از معادله شرودینگر که در آن ψ نامتناهی شود باید کنار گذاشته شود.

بسیار شناخت تابع موج $\Psi(x, t)$ برای یک سیستم، می‌توانیم بسیاری از خواص سیستم را محاسبه کنیم. برای نمونه، احتمال حضور ذره (یا بسته موج) در فاصله بین x و $x+dx$ عبارت است از

$$P(x)dx = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)dx \quad (7.2)$$

که در آن Ψ^* مزدوج مختلط Ψ است. کمیت $\Psi^*\Psi$ را چگالی احتمال می‌نامند. احتمال حضور ذره در محدوده بین x_1 و x_2 از حاصل جمع یا انتگرال همه این احتمالهای بینهایت کوچک به دست می‌آید

$$P = \int_{x_1}^{x_2} \Psi^*\Psi dx \quad (8.2)$$

احتمال کل حضور ذره باید برابر ۱ شود

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \Psi dx = 1 \quad (۹.۲)$$

این شرط را شرط بهنجاری می گویند، که در عمل وسیله ای برای تعیین ضرایب ثابت در تابع موج Ψ است. هر تابع موج فیزیکی را باید به طریقی مقتضی بهنجار کرد.

در این سیستم کوانتوم - مکانیکی، مقدار هر تابعی از x مانند $f(x)$ را می توان به شرح زیر تعیین کرد. مقادیر اندازه گرفتنی $f(x)$ به کمک چگالی احتمال به دست می آید، و مقدار میانگین $f(x)$ با تعیین سهم هر تابع در مقدار میانگین محاسبه می شود

$$\langle f \rangle = \int \Psi^* f \Psi dx \quad (۱۰.۲)$$

مقادیر میانگینی را که بدین طریق محاسبه می شوند، مقادیر انتظاری کوانتوم - مکانیکی می گویند.

در تعبیر این مقادیر انتظاری باید کمی مواظب باشیم و سنجیده عمل کنیم. مکانیک کوانتومی با نتایج آماری سروکار دارد، و بسیاری از محاسبات ما در واقع میانگینهای آماری هستند. اگر تعداد زیادی سیستم یکسان در اختیار داشته باشیم و $f(x)$ را برای هریک از آنها اندازه گیری کنیم، مقدار میانگین این اندازه گیریها همان $\langle f \rangle$ خواهد شد. یکی از جنبه های ناخوشایند نظریه کوانتومی، ناتوانی آن در پیش بینی قطعی نتیجه یک آزمایش است؛ تمام آنچه در این نظریه می توانیم پیش بینی کنیم این است که میانگین آماری تعداد زیادی از اندازه گیریها را به دست آوریم.

اغلب لازم می شود که مقدار میانگین کمیتهایی را تعیین کنیم که تابع ساده ای از x نیستند. برای نمونه، چگونه می توان مقدار $\langle p_x \rangle$ را محاسبه کرد؟ چون p_x تابعی از x نیست، ما نمی توانیم معادله (۱۰.۲) را در محاسبه آن به کار ببریم. حل این مشکل به کمک ریاضیات نظریه کوانتومی میسر می شود. در این روش ریاضی، متناظر با هر متغیر کلاسیکی یک عملگر کوانتوم مکانیکی وجود دارد. عملگر ریاضی، در واقع، نمادی است که ما را به اجرای یک عمل ریاضی نظیر $\exp$ یا $\sin$ یا d/dx رهبری می کند. بنا بر قرارداد، می پذیریم که عملگر فقط روی متغیر یا تابعی عمل می کند که بلافاصله درست راست آن قرار دارد. البته وقتی که توابع را دسته بندی می کنیم و درون پرانتز می آوریم، مشخصاً می خواهیم که عملگر روی همه آنها عمل کند. این قرارداد بدان معنی است که باید آوری شکل معادله (۱۰.۲) اهمیت زیادی دارد؛ در اینجا، عملگر f بین تابعهای Ψ^* و Ψ «ساندویچ شده است» و فقط روی تابع Ψ عمل می کند. از میان عملگرهای مکانیک کوانتومی، عملگر تکانه $p_x = -i\hbar \partial/\partial x$ و عملگر انرژی $E = i\hbar \partial/\partial t$ بیشتر از بقیه کاربرد دارند. توجه کنید که نخستین قسمت اولین جمله در سمت چپ معادله شرودرینگر (۴.۲) فقط $p_x^2/2m$ است که می توان آن را عملگر انرژی جنبشی در نظر گرفت. همچنین به این نکته توجه کنید که از تأثیر عملگر E بر $\Psi(x, t)$ در معادله (۵.۲)، حاصل ضرب عدد E در $\Psi(x, t)$ به دست می آید.

اکنون می‌توانیم مقدار انتظاری مؤلفه x تکانه را به صورت زیر به دست آوریم

$$\begin{aligned}\langle p_x \rangle &= \int \Psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi dx \\ &= -i\hbar \int \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx\end{aligned}\quad (11.2)$$

یکی از ویژگی‌های بسیار مهم محاسبات بالا این است که وقتی مزدوج مختلط Ψ را از معادله (۵.۲) به دست می‌آوریم، عامل وابسته به زمان به صورت $e^{+i\omega t}$ درمی‌آید، و بدین سان وابستگی زمانی از تمامی معادلات (۷.۲) تا (۱۱.۲) حذف می‌شود. هیچیک از خواص قابل مشاهده سیستم وابستگی زمانی ندارد. این شرایط را به دلایلی آشکاره‌التهای مانا می‌نامند. سیستمی که در حالت مانا باشد، برای تمام زمانها در همان حالت می‌ماند و تمام متغیرهای دینامیکی آن ثابتهای حرکت به شمار می‌روند. البته چنین حالتی جنبه ایده‌آلی و تخیلی دارد، زیرا هیچ سیستمی برای همیشه باقی نمی‌ماند. اما بسیاری از سیستمها را می‌توان در حالتی در نظر گرفت که تقریباً مانا هستند. از همین نظر است که می‌توانیم از گذار اتم از یک حالت برانگیخته «مانا» به حالت «مانا» دیگر سخن بگوییم.

همراه با هر تابع موج Ψ مفهوم چگالی جریان ذره را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} \right) \quad (12.2)$$

این کمیت با مفهوم جریان الکتریکی قابل مقایسه است، که با استفاده از آن تعداد ذرات گذرنده از هر نقطه x در هر ثانیه مشخص می‌شود.

شکل معادله شرودینگر در حالت سه بعدی، بستگی به دستگاه مختصاتی دارد که برای بررسی مسئله انتخاب می‌شود. در دستگاه مختصات دکارتی، انرژی پتانسیل تابعی از (x, y, z) است و معادله شرودینگر چنین می‌شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + V(x, y, z) \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z) \quad (13.2)$$

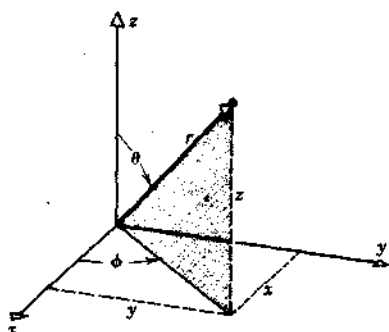
جواب کامل وابسته به زمان در این حالت به صورت زیر است

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i\omega t} \quad (14.2)$$

چگالی احتمال $\Psi^* \Psi$ در این مورد هم احتمال وجود در واحد حجم را به دست می‌دهد. احتمال حضور ذره در جزء حجم $dv = dx dy dz$ در نقطه (x, y, z) عبارت است از

$$P dv = \Psi^* \Psi dv \quad (15.2)$$

برای تعیین احتمال وجود کل در حجم V باید به کمک انتگرال سه گانه روی متغیرهای



شکل ۱۰۲ دستگاه مختصات قطبی کروی و ارتباط آن با دستگاه دکارتی.

x, y, z و انتگرال گیری کرد. همه آن خواصی را که در بالا برای سیستم يك بعدی بیان کردیم، به آسانی می توان برای سیستم سه بعدی تعمیم داد. چون هسته ها تقریباً کروی شکل اند، دستگاه مختصات دکارتی مناسب ترین دستگاه برای بررسی آنها نیست. به جای مختصات دکارتی، بهتر است از دستگاه مختصات قطبی کروی مطابق شکل ۱۰۲ استفاده کنیم. معادله شرودینگر در این دستگاه به صورت زیر نوشته می شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right] + V(r, \theta, \phi) \psi(r, \theta, \phi) = E \psi(r, \theta, \phi) \quad (16.2)$$

تمام مطالب قبلی در این مورد هم صادق است. جزء حجم در این حالت به صورت زیر درمی آید

$$dv = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi \quad (17.2)$$

کاربرد اصول فوق الذکر را در دو بخش بعدی تشریح خواهیم کرد. نخست مسائل ساده يك بعدی ریاضی را بررسی می کنیم، سپس مسائل فیزیکی تر سه بعدی را مورد توجه قرار می دهیم.

۳.۲ مسائل يك بعدی

ذره آزاد

در این حالت هیچ نیرویی بر ذره اثر نمی کند، و انرژی پتانسیل را در تمام نقاط برابر $V(x) = 0$ در نظر می گیریم. بنابراین، معادله (۴.۲) به صورت زیر بازنویسی می شود

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi \quad (18.2)$$

جواب این معادله دیفرانسیل را می‌توان چنین نوشت

$$\psi(x) = A' \sin kx + B' \cos kx \quad (19.2)$$

شکل معادل این جواب به‌صورت زیر است

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (20.2)$$

که در آن $k^2 = 2mE/\hbar^2$ است و A و B (یا A' و B') مقادیر ثابت‌اند. تابع موج وابسته به‌زمان چنین می‌شود

$$\Psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)} + Be^{-i(kx + \omega t)} \quad (21.2)$$

جمله اول این جواب نمایشگر موجی است که در جهت مثبت x در حرکت است، و جمله دوم موج متحرکی را در جهت منفی x نشان می‌دهد. شدت هر یک از این موجها از مربع دامنه‌هایشان، $|A|^2$ و $|B|^2$ ، به‌دست می‌آید. چون هیچ شرط مرزی وجود ندارد، هیچ محدودیتی در انرژی ذره E نیست، یعنی تمام مقادیر E در جوابهای معادله صدق می‌کنند. شرط بهنجارش (۹.۲) هم در این مورد قابل استفاده نیست، زیرا انتگرالهای $\sin^2$ یا $\cos^2$ در گستره از $x = -\infty$ تا $x = +\infty$ همگرا نیستند، به‌جای استفاده از شرط (۹.۲)، در این گونه موارد که پتانسیل ثابت است، از شرایط بهنجارش دیگری بهره‌گیری می‌کنیم. فرض کنید چشمه‌ای مانند یک شتابدهنده که در $x = -\infty$ قرار دارد، در هر ثانیه به‌تعداد I ذره با تکانه $p = \hbar k$ در جهت مثبت x گسیل می‌کند. چون ذرات در جهت مثبت x در حرکت‌اند، می‌توانیم B را برابر صفر بگیریم. یعنی، شدت موج مربوط به‌ذراتی که در جهت منفی x حرکت می‌کنند باید برابر صفر شود تا هیچ ذره‌ای در آن جهت در حرکت نباشد. بنابراین، طبق معادله (۱۲.۲)، جریان ذرات به‌صورت زیر درمی‌آید

$$j = \frac{\hbar k}{m} |A|^2 \quad (22.2)$$

که باید با شدت جریان I ذره در ثانیه که از چشمه گسیل می‌شود برابر باشد. بدین ترتیب، خواهیم داشت $A = \sqrt{mI/\hbar k}$.

پتانسیل پله‌ای $E > V_0$

در این حالت پتانسیل به‌صورت زیر است

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 & x < 0 \\ &= V_0 & x > 0 \end{aligned} \quad (23.2)$$

که در آن $V_0 > 0$ است. در اینجا بخش $x < 0$ را ناحیه ۱ و بخش $x > 0$ را ناحیه ۲ نامگذاری می‌کنیم. در این صورت در ناحیه ۱، معادله شرودینگر به همان شکل معادله (۱۸.۲) است و جوابهای ψ_1 از معادله (۲۵.۲) به دست می‌آید که در آن $k = k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar$ می‌شود. در ناحیه ۲، معادله شرودینگر چنین می‌شود

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} = -\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\psi_2 \quad (24.2)$$

چون $E > V_0$ است، جواب این معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\psi_2 = Ce^{ik_2x} + De^{-ik_2x} \quad (25.2)$$

که در آن $k_2 = \sqrt{2m(E-V_0)}/\hbar$ است.

با توجه به شرایط مرزی در $x=0$ ، از معادله (۲۶.۲ الف) به دست می‌آید

$$A+B=C+D \quad (26.2 \text{ الف})$$

و از معادله (۲۶.۲ ب) هم حاصل می‌شود

$$k_1(A-B) = k_2(C-D) \quad (26.2 \text{ ب})$$

فرض کنید که ذرات از چشمه‌ای مستقر در $x = -\infty$ به طرف پله تابیده می‌شوند. در این صورت، جمله A در ψ_1 نمایشگر موج تابشی (بازتابی) و جمله B در ψ_1 نمایشگر موج بازتابیده است (موج تابشی موجی است که در ناحیه $x < 0$ به طرف پله در $x = 0$ حرکت می‌کند، در حالی که موج بازتابیده در همین ناحیه به طرف $x = -\infty$ در حرکت است). جمله C در ψ_2 نمایشگر موج عبوری است (یعنی موجی که از $x = 0$ وارد ناحیه $x > 0$ می‌شود). جمله D در این مسئله نمی‌تواند جایی داشته باشد، زیرا هیچ راهی وجود ندارد که از طریق آن موج ناحیه ۲ به طرف مبدأ حرکت کند، و بنابراین با قراردادن $D=0$ آن را از بین می‌بریم. از حل معادلات (۲۶.۲ الف و ب) خواهیم داشت

$$B = A \frac{1 - k_2/k_1}{1 + k_2/k_1} \quad (27.2)$$

$$C = A \frac{2}{1 + k_2/k_1} \quad (28.2)$$

ضریب بازتاب R را به صورت نسبت جریان موج بازتابیده به جریان تابشی تعریف می‌کنیم

$$R = \frac{j_{\text{بازتابی}}}{j_{\text{تابشی}}} \quad (29.2)$$

با استفاده از معادله (۲۲.۲) خواهیم داشت

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{1 - k_2/k_1}{1 + k_2/k_1} \right)^2 \quad (30.2)$$

به همین ترتیب، ضریب عبور T به صورت نسبت جریان عبوری به جریان تابشی تعریف می‌شود

$$T = \frac{j_{\text{عبور}}}{j_{\text{تابش}}} \quad (31.2)$$

که در نتیجه داریم

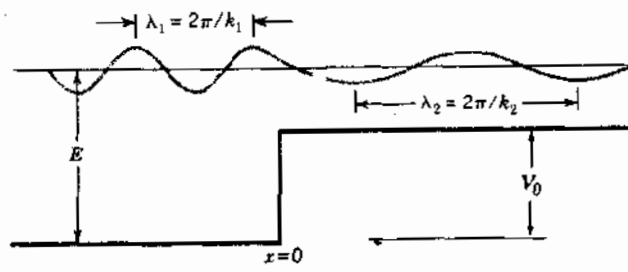
$$T = \frac{k_2 |C|^2}{k_1 |A|^2} = \frac{4k_2/k_1}{(1 + k_2/k_1)^2} \quad (32.2)$$

توجه کنید، همچنانکه انتظار می‌رود، خواهیم داشت $R + T = 1$. نتایج حاصل از این مسئله را در شکل ۲۰.۲ نشان داده‌ایم.

این مسئله، نمونه ساده‌ای از مسئله پراکندگی است. در فصل ۴، چگونگی تعمیم این مفاهیم را به حالت‌های سه بعدی نشان می‌دهیم و آن‌را در مسائل پراکندگی نوکلئون - نوکلئون به کار می‌بریم.

پتانسیل پله‌ای $E < V_0$

در این حالت، پتانسیل همچنان به صورت معادله (۲۳.۲) است، و حل مسئله در ناحیه ۱ ($x < 0$) نیز همانند محاسبات قبلی است. اما در ناحیه ۲، معادله شرودینگر چنین می‌شود



شکل ۲۰.۲ تابع موج یک ذره با انرژی E در رویارویی با پله‌ای به ارتفاع V_0 که در آن $E > V_0$ است. هنگامی که ذره از پله عبور می‌کند، طول موج دوبروی از λ_1 به λ_2 تغییر می‌کند، ولی ψ و $d\psi/dx$ هردو در $x=0$ پیوسته‌اند.

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)\psi \quad (۳۳.۲)$$

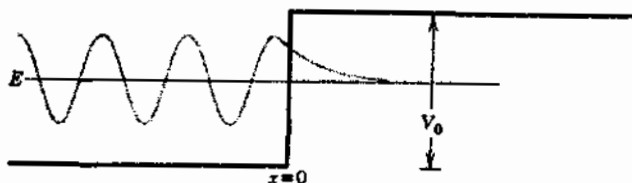
جواب این معادله به صورت زیر است

$$\psi = Ce^{k_2 x} + De^{-k_2 x} \quad (۳۴.۲)$$

که در آن $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$ است. توجه کنید که برای حالتی که پتانسیل ثابت داشته باشند، جوابها یا به صورت نوسانی نظیر معادلات (۱۹.۲ و ۲۰) هستند که در شرایط $E > V_0$ حاصل می شوند، یا به صورت نمایی نظیر معادله (۳۴.۲) که در شرایط $E < V_0$ به دست می آیند. جوابهای معادله شرودینگر، اگرچه در پتانسیلهای غیر ثابت $V(x)$ صورتهای متفاوتی پیدا می کنند، ولی رفتار عمومی شان تغییر نمی کند. یعنی، هنگامی که $E > V(x)$ باشد جواب همیشه نوسانی است (هرچند که لازم نیست حتماً نوسان آن از نوع سینوسی باشد)، و هنگامی که $E < V(x)$ باشد جواب همیشه نمایی است. لازم است که جواب (۳۴.۲) برای سراسر ناحیه $x > 0$ صادق باشد. چون جمله اول به ازای $x \rightarrow \infty$ به سوی بینهایت میل می کند، شرط منتهای بودن تابع موج موجب می شود که $C = 0$ باشد. جمله D در تابع ψ ، یکی از تفاوتهای مهم بین فیزیک کلاسیک و کوانتومی را نشان می دهد: این جمله نشانگر نفوذ تابع موج به ناحیه ای است که از دیدگاه کلاسیک ممنوع الودود است. تمام ذرات (کلاسیک) در مرز ناحیه ممنوع بازتابیده می شوند و به ناحیه قبلی باز می گردند، ولی بسته موج کوانتوم مکانیکی می تواند با نفوذ از مرز تا حدودی در ناحیه ممنوع پیشروی کند. ذره کلاسیک در این ناحیه هرگز به طور مستقیم قابل مشاهده نیست، زیرا به دلیل $E < V_0$ در ناحیه ۲ انرژی جنبشی آن باید منفی شود. وضعیت این مسئله را در شکل ۳.۲ نشان داده ایم.

سد پتانسیل $E > V_0$

در این مسئله، تابع پتانسیل چنین تعریف می شود



شکل ۳.۲ تابع موج یک ذره با انرژی E در رویارویی با پله ای به ارتفاع V_0 که در آن $E < V_0$ است. تابع موج در ناحیه ای که از نظر کلاسیک ممنوع است به طور نمایی کاهش می یابد، و انرژی جنبشی کلاسیک در این ناحیه منفی می شود. در مرز $x = 0$ ، توابع ψ و $d\psi/dx$ پیوسته اند.

$$\begin{aligned}
 V(x) &= 0 & x < 0 \\
 &= V_0 & 0 \leq x \leq a \\
 &= 0 & x > a
 \end{aligned} \quad (۳۵.۲)$$

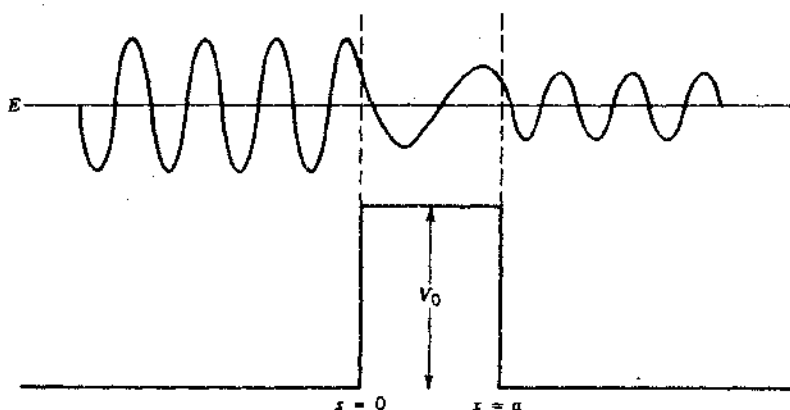
جوابهای معادله شرودینگر در این نواحی ۱، ۲، و ۳ عبارت اند از

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \\
 \psi_2 &= Ce^{ik_2x} + De^{-ik_2x} \\
 \psi_3 &= Fe^{ik_3x} + Ge^{-ik_3x}
 \end{aligned} \quad (۳۶.۲)$$

که در آنها $k_1 = k_3 = \sqrt{2mE}/\hbar$ و $k_2 = \sqrt{2m(E - V_0)}/\hbar$ است. با استفاده از شرایط پیوستگی در $x=0$ و $x=a$ و این فرض که ذرات از $x = -\infty$ گسیل می‌شوند (یعنی G را می‌توان برابر صفر گرفت)، پس از انجام محاسبات جبری، ضریب عبور $T = |F|^2/|A|^2$ را می‌توان چنین به دست آورد

$$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \frac{V_0^2}{E(E - V_0)} \sin^2 k_2 a} \quad (۳۷.۲)$$

این پاسخ را در شکل ۲.۲ نشان داده‌ایم.



شکل ۲.۲ تابع موج یک ذره با انرژی $E > V_0$ در رویارویی با سد پتانسیل. ذره از طرف چپ تابیده می‌شود. موج در هر دو مرز بازتاب دارد، و دامنه آن پس از عبور از سد کوچکتر خواهد شد.

سد پتانسیل $E < V_0$ در این حالت، جوابهای ψ_1 و ψ_2 به همان صورت قبلی هستند، ولی ψ_3 چنین می شود

$$\psi_3 = Ce^{k_2 x} + De^{-k_2 x} \quad (38.2)$$

که در اینجا $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$ است. چون ناحیه ۲ به داخل مرزهای $x = 0$ و $x = a$ محدود می شود، مسئله بینهایت شدن جواب نمایی مطرح نخواهد شد، و در نتیجه نمی توان C یا D را برابر صفر گرفت.

در اینجا هم با به کار بردن شرایط مرزی در $x = 0$ و $x = a$ می توان ضریب عبور را به صورت زیر به دست آورد

$$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \frac{V_0^2}{E(V_0 - E)} \sinh^2 k_2 a} \quad (39.2)$$

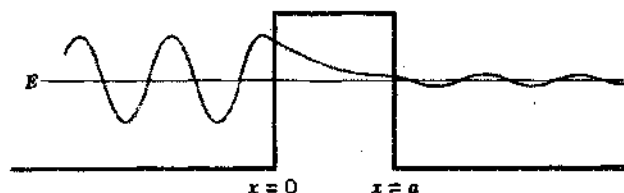
از دیدگاه کلاسیک انتظار داریم که $T = 0$ شود، یعنی ذره نمی تواند به ناحیه ممنوع که در آنجا انرژی جنبشی اش منفی خواهد شد وارد شود. موج کوانتومی می تواند در سد نفوذ کند، زیرا احتمال حضور ذره را در آن سوی سد برابر یک مقدار غیر صفر به دست می آوریم. جواب این مسئله را در شکل ۵.۲ نشان داده ایم.

این پدیده نفوذ از سد یا تونل زنی کوانتوم مکانیکی کاربردهای مهمی در فیزیک هسته ای، بویژه در نظریه واپاشی آلفا، دارد که در فصل ۸ از آن بحث خواهیم کرد.

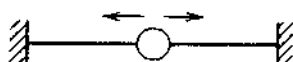
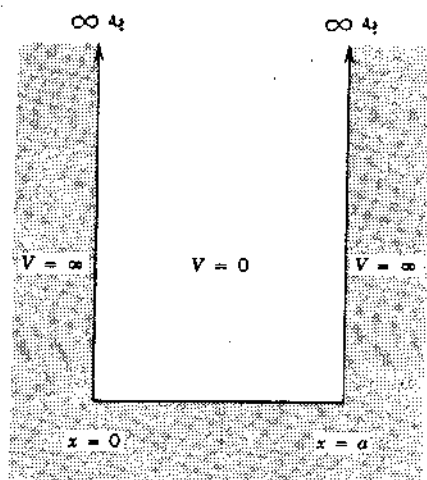
چاه پتانسیل نامتناهی

پتانسیل در این مورد (مطابق شکل ۶.۲) به صورت زیر تعریف می شود

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0, \quad x > a \\ = 0 & 0 \leq x \leq a \end{cases} \quad (40.2)$$



شکل ۵.۲ تابع موج یک ذره با انرژی $E < V_0$ در رویارویی با سد پتانسیل. ذره از طرف چپ تابیده می شود. طول موج در دو طرف سد یکسان است، اما دامنه موج پس از عبور از سد خیلی از دامنه اولیه کمتر می شود. ذره را هرگز نمی توان در داخل سد (که در آن انرژی جنبشی اش منفی خواهد شد) مشاهده کرد، اما این ذره در آن سوی سد قابل مشاهده است.



شکل ۶.۲ ذره در ناحیه $0 \leq x \leq a$ یک بعدی آزادانه در حرکت است، اما هرگز راهی به نواحی $x < 0$ و $x > a$ ندارد. نمونه فیزیکی ساده این مسئله، مهره‌ای است که روی یک سیم بدون اصطکاک می‌لغزد و با برخورد الاستیک از دیوارهای دوطرف سیم برمی‌گردد.

این بدان معنی است که ذره در فاصله بین $x = 0$ و $x = a$ به دام افتاده است. دیوارها در مرز $x = 0$ و $x = a$ مطلقاً غیرقابل نفوذند. از این رو ذره را هرگز نمی‌توان در خارج از چاه یافت، و در نواحی $x < 0$ و $x > a$ داریم $\psi = 0$. معادله شرودینگر در داخل چاه به صورت معادله (۱۸.۲) است که جواب آن را به صورت معادله (۱۹.۲) در نظر می‌گیریم

$$\psi = A \sin kx + B \cos kx \quad (۲۱.۲)$$

بنابر شرط پیوستگی ψ در $x = 0$ داریم $\psi(0) = 0$ که لازمه آن $B = 0$ است. در $x = a$ ، شرط پیوستگی ψ به صورت زیر درمی‌آید

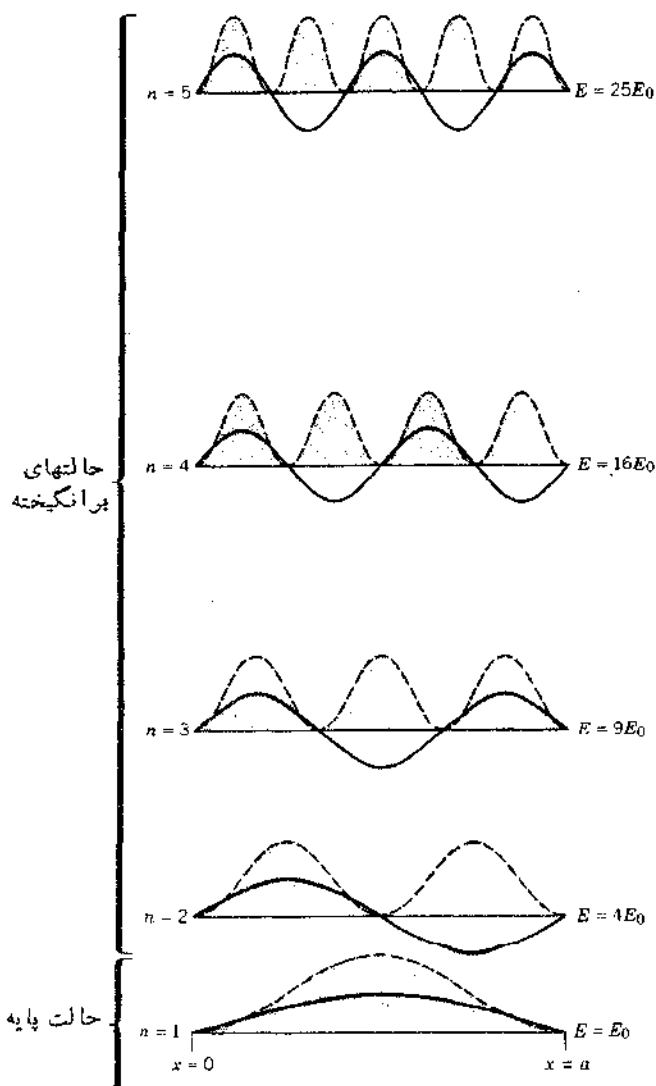
$$A \sin ka = 0 \quad (۲۲.۲)$$

جواب $A = 0$ در این معادله قابل قبول نیست، زیرا در آن صورت در تمام نقاط $\psi = 0$ می‌شود. پس باید $\sin ka = 0$ شود که در نتیجه خواهیم داشت

$$ka = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۲۳.۲)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2 \quad (۴۴.۲)$$

در این حالت انرژی کوانتیده است، یعنی فقط مقادیر معینی از انرژی مجاز (یا قابل قبول) است. طیف انرژی این مسئله در شکل ۷.۲ نشان داده شده است. این حالتها را که در آنها



شکل ۷.۲ ترازهای مجاز انرژی درجاء مربعی نامتناهی یک بعدی. تابع موج هر تراز را با منحنی پیوسته (خط پررنگ) نشان داده ایم. منحنی خط چین، چگالی احتمال هر تراز را نشان می دهد. انرژی E_0 برابر است با $\hbar^2 \pi^2 / 2ma^2$.

ذره تحت تأثیر پتانسیل در ناحیه مشخصی از فضا محصور می‌شود، حالت‌های مقید می‌نامند. تابع موج‌های متناظر به حالت‌های انرژی پیشگفته به صورت زیر به دست می‌آید

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (۴۵.۲)$$

که در آن مقدار ثابت A با استفاده از معادله (۹.۲) محاسبه شده است. چگالی احتمال $|\psi|^2$ را برای چند حالت پایین در شکل ۷.۲ نشان داده‌ایم.

چاه پتانسیل متناهی

در این حالت، عمق چاه پتانسیل را در فاصله بین $+a/2$ و $-a/2$ برابر V_0 می‌گیریم

$$V(x) = V_0 \quad |x| > \frac{a}{2} \quad (۴۶.۲)$$

$$= 0 \quad |x| < \frac{a}{2}$$

حال می‌خواهیم جواب‌های حالت مقید را، وقتی که $E < V_0$ است، پیدا کنیم. جواب‌های نواحی مختلف را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\psi_1 = Ae^{k_1 x} + Be^{-k_1 x} \quad x < -\frac{a}{2}$$

$$\psi_2 = Ce^{ik_2 x} + De^{-ik_2 x} \quad -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \quad (۴۷.۲)$$

$$\psi_3 = Fe^{k_1 x} + Ge^{-k_1 x} \quad x > \frac{a}{2}$$

که در آنها $k_1 = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$ و $k_2 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ است. برای آنکه تابع موج در ناحیه ۱ به ازای $x \rightarrow -\infty$ متناهی بماند، لازم است که $B = 0$ شود؛ و برای اینکه در ناحیه ۳ به ازای $x \rightarrow +\infty$ این تابع متناهی بماند، باید $F = 0$ شود. با استفاده از شرایط پیوستگی در $x = -a/2$ و $x = +a/2$ خواهیم داشت

$$k_2 \tan \frac{k_2 a}{2} = k_1 \quad (۴۸.۲ \text{ الف})$$

یا

$$-k_2 \cot \frac{k_2 a}{2} = k_1 \quad (۴۸.۲ \text{ ب})$$

این معادلات غیر جبری را به طور مستقیم نمی توان حل کرد، بلکه باید حل آنها را به صورت ترسیمی یا با استفاده از کامپیوتر از طریق عددی به دست آورد. اگر معادلات (۴۸.۲) را به صورت زیر در آوریم، راه حل ترسیمی آسانتر است

$$\alpha \tan \alpha = (P^2 - \alpha^2)^{1/2} \quad (۴۹.۲ \text{ الف})$$

$$-\alpha \cot \alpha = (P^2 - \alpha^2)^{1/2} \quad (۴۹.۲ \text{ ب})$$

که در آنها $\alpha = k_0 a / 2$ و $P = (mV_0 a^2 / 2 \hbar^2)^{1/2}$ است. عبارت سمت راست این معادلات دایره ای به شعاع P است، در حالی که سمت چپ آنها تابعی تنازانت گونه است که چندین شاخه جدا از هم دارد. چنانکه در شکل ۸.۲ دیده می شود، جوابهای مسئله از محل برخورد دایره با تابع تنازانتی تعیین می شود. بنابراین، تعداد جوابها را شعاع P و در نتیجه عمق V_0 چاه تعیین می کند. به وجه تمایز این مسئله با مسئله چاه نامتناهی، که تعداد حالتها مقید در آن بینهایت می شد، توجه کنید. برای نمونه، وقتی که $P < \pi/2$ باشد، این مسئله فقط یک حالت مقید دارد. هنگامی $\pi/2 < P < \pi$ باشد، دو حالت مقید خواهیم داشت. برعکس اگر در بررسی سیستمی از این نوع فقط یک حالت مقید بیابیم، می توانیم حداکثر عمق چاه مورد نظر را استنباط کنیم. چنانکه در فصل ۴ خواهیم دید، با استفاده از همین تکنیک، عمق پتانسیل هسته ای دوترون را برآورد می کنیم. زیرا، دوترون که ساده ترین سیستم دونوکلونی است، فقط یک حالت مقید دارد.

نوسانگر هماهنگ ساده

هر تابع پتانسیل نسبتاً خوش رفتاری را می توان بر حسب سری تایلور، حول نقطه x_0 ، به صورت زیر بسط داد

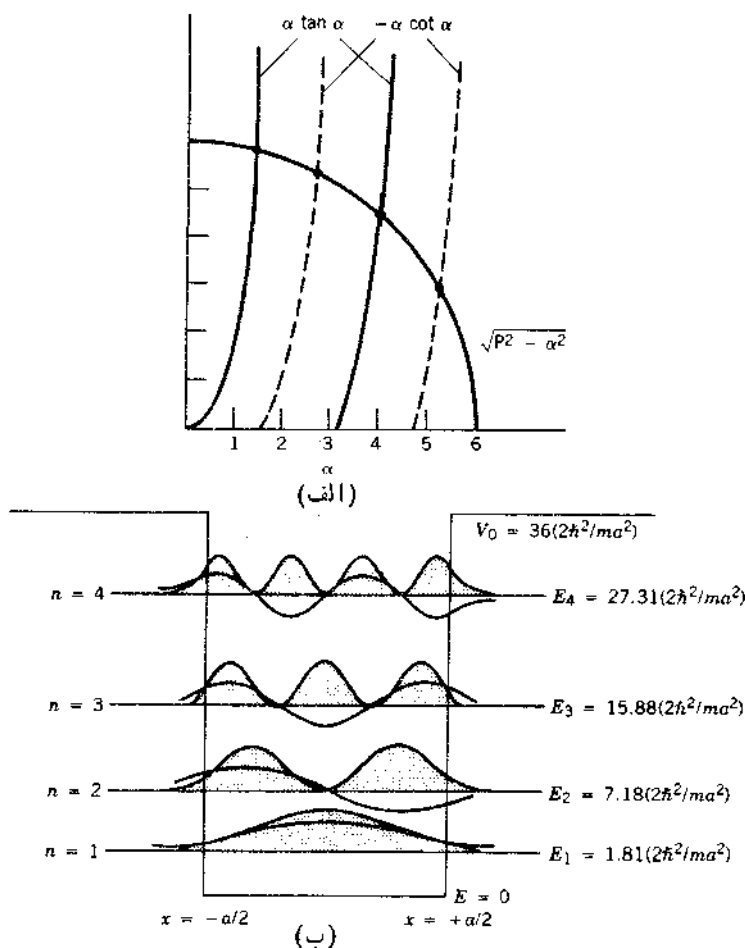
$$V(x) = V(x_0) + \left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=x_0} (x-x_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)_{x=x_0} (x-x_0)^2 + \dots \quad (۵۰.۲)$$

اگر x_0 در کمینه پتانسیل در نظر گرفته شود، جمله دوم سری ناپدید می شود، و چون جمله اول فقط یک مقدار ثابت انرژی است، جمله سوم جمله غالب توجهی خواهد بود. بنابراین سیستم در تقرب اول، در نزدیکی پتانسیل کمینه، رفتاری همانند یک نوسانگر هماهنگ ساده خواهد داشت که پتانسیل آن به صورت $\frac{1}{2}k(x-x_0)^2$ است. بدین ترتیب، مطالعه نوسانگر هماهنگ ساده برای شناسایی یک دسته از سیستمها مقید خواهد بود.

انرژی پتانسیل سیستم مورد نظر را، برای تمام مقادیر x ، به صورت زیر اختیار

می کنیم

$$V(x) = \frac{1}{2} k x^2 \quad (۵۱.۲)$$



شکل ۸.۲ (الف) حل تریسیمی معادلات (۴۹.۲) الف و ب). برای نمونه وقتی که $P=6$ باشد، چهار جواب به صورت $\alpha = 1.345, 2.979, 3.985, 5.226$ به دست می آید. (ب) منحنیهای تابع موج و چگالی احتمال برای این چهار حالت. (پس نتایج شکل ۷.۲ برای چاه نامتناهی مقایسه شود.)

معادله شرودینگر این سیستم به صورت $\psi(x) = h(x)e^{-\alpha^2 x^2/2}$ قابل حل است $(\alpha^2 = \sqrt{km/\hbar})$. تابع $h(x)$ یک چندجمله ای ساده بر حسب x است. درجه این چندجمله ای (یا بزرگترین توان x) را عدد کوانتومی n که مشخصه حالت های انرژی است تعیین می کند، و این حالتها خود از حل معادله شرودینگر به دست می آیند

$$E_n = \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (52.2)$$

که در آن $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ بسامد زاویه‌ای کلاسیک نوسانگر است. چند تابع موج این سیستم را در جدول ۱۰۲، و ترازهای انرژی و همچنین چگالی احتمالی آنها را در شکل ۹.۲ نشان داده‌ایم. توجه کنید که چگالی احتمالی با نتایج شکل ۸.۲ مشابهت دارد. در جایی که $E > V$ است جواب تقریباً به‌طور سینوسی نوسان می‌کند، در جایی که $E < V$ می‌شود (در آن سوی نقاط بازگشت کلاسیک که در آن نوسانگر به حال سکون می‌رسد و جهت حرکتش معکوس می‌شود) جواب به‌طور نمایی کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد. این جواب همچنین نفوذ چگالی احتمالی را به‌درون ناحیه ممنوع الورد کلاسیک نشان می‌دهد. یکی از ویژگیهای درخور توجه این جواب مساوی بودن فاصله ترازهای انرژی است. این نکته را هم باید در نظر داشت که به‌خاطر عمق بینهایت پتانسیل، تعداد حالت‌های مقید هم بینهایت زیاد است.

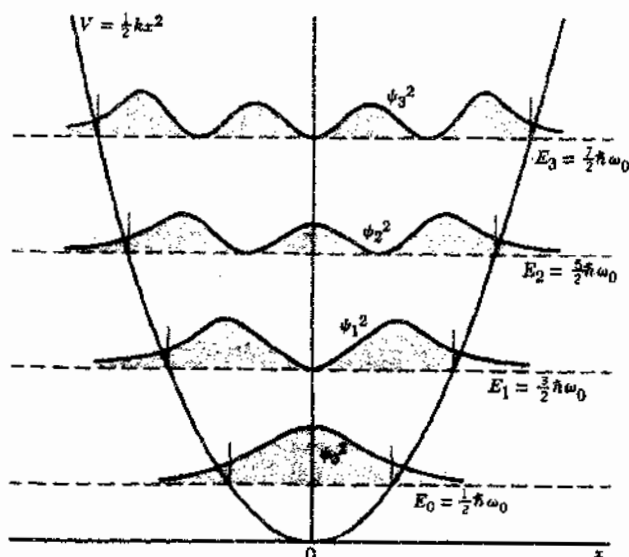
جدول ۱۰۲ نمونه‌هایی از تابع موج يك بعدی نوسانگر هماهنگ ساده.

n	E_n	$\psi_n(x)$
۰	$\frac{1}{2} \hbar \omega_0$	$\pi^{-1/4} e^{-\alpha^2 x^2 / 2}$
۱	$\frac{3}{2} \hbar \omega_0$	$2^{-1/2} \pi^{-1/4} (2\alpha x) e^{-\alpha^2 x^2 / 2}$
۲	$\frac{5}{2} \hbar \omega_0$	$2^{-3/2} \pi^{-1/4} (4\alpha^2 x^2 - 2) e^{-\alpha^2 x^2 / 2}$
۳	$\frac{7}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{1}{2\sqrt{3}\pi^{1/4}} \right) (8\alpha^3 x^3 - 12\alpha x) e^{-\alpha^2 x^2 / 2}$
۴	$\frac{9}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{1}{8\sqrt{5}\pi^{1/4}} \right) (16\alpha^4 x^4 - 48\alpha^2 x^2 + 12) e^{-\alpha^2 x^2 / 2}$

$$E_n = \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\psi_n(x) = (2^n n! \sqrt{\pi})^{-1/2} H_n(\alpha x) e^{-\alpha^2 x^2 / 2}$$

که در آن $H_n(\alpha x)$ يك چند جمله‌ای هرمیتی است



شکل ۹.۲ چند تراز انرژی یا بین در نوسانگر هماهنگ و چکالی احتمال هر یک از آنها.

خلاصه

در مطالعه این نوع مسائل یک بعدی، بانکات مهمی از خواص موجی ذرات روبه‌رو می‌شویم که موارد زیر از آن جمله است:

۱. موج کوانتومی وقتی که با سد پتانسیل روبه‌رو می‌شود، می‌تواند از سد بازتابیده شود و یا از آن عبور کند. این طرز رفتار درست مشابه عملکرد موج کلاسیک است.
۲. بسته‌موج می‌تواند به درون ناحیه ممنوع کلاسیک نفوذ کند، و به پشت سد پتانسیلی که ارتفاعش بیشتر از انرژی بسته‌موج است برسد.
۳. تابع موج در حالت $E > V(x)$ تابعی نوسانی است، و در حالت $E < V(x)$ تابعی نمایی است که به‌سوی صفر میل می‌کند.
۴. هنگامی که یک ذره به‌وسیله یک پتانسیل در ناحیه‌ای از فضا محبوس می‌شود، تابع موج آن حالت‌های مقید دارد. برای این ذره فقط مجموعه‌ای از مقادیر گسسته انرژی مجاز است، و تعداد این مقادیر مجاز انرژی را عمق چاه پتانسیل تعیین می‌کند.

۴.۲ مسائل سه بعدی

چاه دکارتی نامتناهی

با مسئله‌ای در دستگاه مختصات دکارتی آغاز می‌کنیم که ویژگی مهمی از مسائل سه بعدی

را که در مسائل يك بعدی دیسده نمی شود، نشان می دهد. تابع پتانسیل را در این حالت به صورت زیر در نظر می گیریم

$$V(x, y, z) = 0 \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq a, \quad 0 \leq z \leq a \quad (53.2)$$

$$= \infty \quad x < 0, \quad x > a, \quad y < 0, \quad y > a, \quad z < 0, \quad z > a$$

بدین گونه، این ذره در جعبه ای مکعبی شکل بد ابعاد a محبوس است. چنانکه قبلا دیدیم، در خارج از دیوارهای نفوذناپذیر این جعبه $\psi = 0$ است. معادله شرودینگر در داخل جابه به صورت زیر نوشته می شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = E \psi(x, y, z) \quad (54.2)$$

روش رایج حل معادلات دیفرانسیل جزئی این است که سعی می شود جوابی با متغیرهای جداگانه، مثل $\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ پیدا شود، که در آن هر يك از عبارات X, Y, Z تابع يك متغیر منفرد هستند. در اینجا از تفصیل ریاضی ایسن راه حل صرف نظر می کنیم، فقط نتیجه محاسبه را در نظر می گیریم

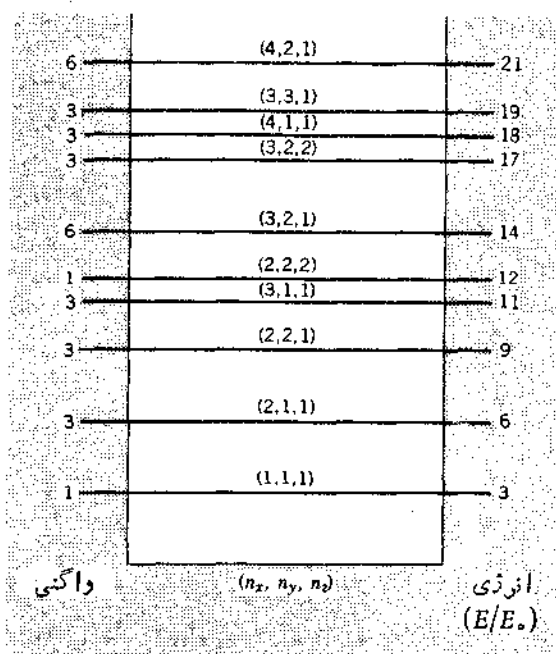
$$\psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = \sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^3} \sin \frac{n_x \pi x}{a} \sin \frac{n_y \pi y}{a} \sin \frac{n_z \pi z}{a} \quad (55.2)$$

$$E_{n_x n_y n_z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad (56.2)$$

که در آنها n_x, n_y, n_z و اعداد درست غیر صفر و مستقل از یکدیگرند. اعداد کوانتومی پایینترین حالت، که حالت پایه نام دارد، عبارت اند از $(n_x, n_y, n_z) = (1, 1, 1)$. بیشینه توزیع احتمال در مرکز جعبه $(x = y = z = a/2)$ دیده می شود، و احتمال وجود با نزدیک شدن به دیوارها همانند تابع $\sin^2$ به سوی صفر میل می کند.

نخستین حالت برانگیخته را می توان با سه دسته اعداد کوانتومی $(2, 1, 1)$ ، $(1, 2, 1)$ ، و $(1, 1, 2)$ به دست آورد. هر يك از این حالت های مستقل و متمایز دارای يك تابع موج خاص است، و بنابراین چگالی احتمال و مقادیر انتظاری کمیتهای فیزیکی قابل مشاهده هم برای هر يك از آنها متفاوت خواهد بود. اما تمام این حالتها انرژی یکسان دارند. این وضعیت را با عنوان واگنی می شناسیم، و واگنی نخستین حالت برانگیخته سه تابه است. اهمیت مفهوم واگنی در ساختار اتمی فوق العاده زیاد است، زیرا به کمک آن می توان فهمید که در هر زیر پوسته اتمی چند الکترون جای می گیرد. بزودی نقش مشابه آن را در مدل پوسته ای هسته مورد بحث قرار خواهیم داد.

پایینترین قسمت طیف انرژی حالت های برانگیخته را در شکل ۱۰.۲ نشان داده ایم. به این نکته توجه کنید که ترتیب و فاصله ترازها به همان صورتی نیست که در مسئله يك بعدی مشاهده کردیم.



شکل ۱۰.۲ ترازهای انرژی یک ذره محبوس درجعبه مکعبی سه بعدی. انرژی حالتها برحسب یکای $E_0 = \hbar^2 \pi^2 / 2ma^2$ مشخص شده است.

چاه کروی نامتناهی

اگر چارچوب مرجع را دستگاه مختصات کروی انتخاب کنیم و در آن پتانسیلی را که فقط وابسته به r باشد (و به θ یا ϕ وابسته نباشد) در نظر بگیریم، به ویژگی جدید دیگری برمیخوریم که در آینده در بررسی ساختار هسته‌ای برای ماسا حائز اهمیت خواهد شد. هنگامی که جوابهای با متغیرهای جداگانه را به صورت $\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$ می‌نویسیم، پتانسیل مرکزی $V(r)$ فقط در قسمت شعاعی تابع موج ظاهر می‌شود، و قسمتهای زاویه‌ای معادله هم به‌طور مستقیم قابل حل خواهد بود. معادله دیفرانسیل $\Phi(\phi)$ به‌قرار زیر است

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2\Phi = 0 \quad (57.2)$$

که در آن m_l ثابت جداسازی است.

جواب این معادله به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\Phi_{m_l}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l\phi} \quad (58.2)$$

که در آن $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ است. معادله $\Theta(\theta)$ چنین می شود

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad (59.2)$$

که در آن $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ و $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ است. جواب $\Theta_{lm_l}(\theta)$ را به صورت یک چندجمله ای درجه l بر حسب $\sin \theta$ یا $\cos \theta$ می توان به دست آورد. جوابهای $\Phi_{m_l}(\phi)$ و $\Theta_{lm_l}(\theta)$ پس از ادغام و بهنجار شدن، به صورت هماهنگهای کروی $Y_{lm_l}(\theta, \phi)$ درمی آیند که نمونههایی از آن را در جدول ۲.۲ نشان داده ایم. این توابع، بخش زاویه ای جواب معادله شرودینگر را برای هر پتانسیل مرکزی به دست می دهند. برای نمونه، همین توابع زاویه ای هستند که خواص فضایی اوربیتالهای اتمی را که منشأ پیوندهای مولکولی به شمار می روند تعیین می کنند.

در مورد هر پتانسیلی مانند $V(r)$ ، تمام آنچه باید انجام شود این است که جواب معادله شعاعی زیر را پیدا کنیم

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right) + \left[V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \right] R = ER \quad (60.2)$$

جمله $l(l+1)$ را عموماً به صورت ضمیمه پتانسیل می نویسند و آن را «پتانسیل گریز از مرکز» می نامند، زیرا وقتی که $l > 0$ باشد این قسمت همانند پتانسیلی عمل می کند که ذره را از مرکز سیستم دور نگه می دارد.

برای نمونه، مورد چاه کروی نامتناهی را در نظر می گیریم

$$V(r) = 0 \quad r < a \\ = \infty \quad r > a \quad (61.2)$$

در اینجا چون دیوارهای چاه نامتناهی را نفوذناپذیر می دانیم، برای نواحی $r > a$ بخش شعاعی را باید به صورت $R(r) = 0$ در نظر بگیریم. در داخل چاه، جواب معادله (60.2) برای $V = 0$ را می توانیم به صورت توابع نوسانی $j_l(kr)$ که توابع کروی بسل نامیده می شوند بنویسیم. در جدول ۳.۲ چند نمونه از این توابع را نشان داده ایم. برای تعیین ویژه مقادیرهای انرژی، درست به همان شیوه مسائل یک بعدی عمل می کنیم و شرط پیوستگی ψ را در $r = a$ به کار می بریم. بدین ترتیب خواهیم داشت

$$j_l(ka) = 0 \quad (62.2)$$

جدول ۲.۲ هماهنگهای کروی برای چند مقدار پایین l .

l	m_l	$Y_{lm_l}(\theta, \phi) = \Theta_{lm_l}(\theta)\Phi_{m_l}(\phi)$
۰	۰	$\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{1/2}$
۱	۰	$\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \cos \theta$
۱	± 1	$\mp \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2} \sin \theta e^{\pm i\phi}$
۲	۰	$\left(\frac{5}{16\pi}\right)^{1/2} (3 \cos^2 \theta - 1)$
۲	± 1	$\mp \left(\frac{15}{8\pi}\right)^{1/2} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$
۲	± 2	$\left(\frac{15}{32\pi}\right)^{1/2} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$

$$\Phi_{m_l}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l\phi}$$

$$\Theta_{lm_l}(\theta) = \left[\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m_l)!}{(l+m_l)!} \right]^{1/2} P_l^{m_l}(\cos \theta)$$

که در آن $P_l^{m_l}(\theta)$ چندجمله‌ای وابستهٔ لژاندر است

این معادله هم در عمل يك معادلهٔ غیر جبری است که باید به طریقهٔ عددی حل شود. جداولی از توابع کروی بسل چاپ و منتشر شده‌اند که برای تعیین مواضع صفر هر مقداری از l می‌توان به آنها مراجعه کرد.^۱ به عنوان مثال، مورد $l=0$ را در نظر می‌گیریم. با رجوع به جدول معلوم می‌شود که تابع $f_0(x)$ به ازای مقادیر

$$x = 3.14, 6.28, 9.42, 12.57, \dots$$

برابر صفر خواهد شد. برای $l=1$ ، مواضع چند صفر اول تابع $f_1(x)$ عبارت‌اند از

1. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (New York : Dover, 1965).

جدول ۳.۲ توابع کروی بسل - چند نمونه از عبارات و حدود آنها.

$$j_0(kr) = \frac{\sin kr}{kr}$$

$$j_1(kr) = \frac{\sin kr}{(kr)^2} - \frac{\cos kr}{kr}$$

$$j_2(kr) = \frac{3 \sin kr}{(kr)^3} - \frac{3 \cos kr}{(kr)^2} - \frac{\sin kr}{kr}$$

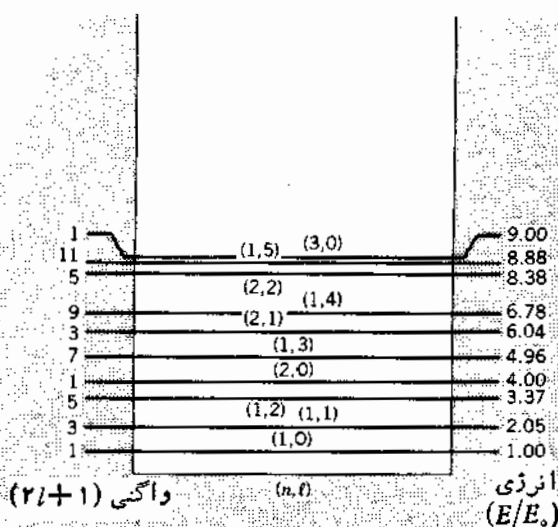
$$j_l(kr) \cong \frac{(kr)^l}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2l+1)} \quad kr \rightarrow 0$$

$$j_l(kr) \cong \frac{\sin(kr - l\pi/2)}{kr} \quad kr \rightarrow \infty$$

$$j_l(kr) = \left(-\frac{r}{k}\right)^l \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^l j_0(kr)$$

$x = ۴۲۹, ۷۷۳, ۱۵۹۵, ۱۴۲۵۷$ چون می‌دانیم $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ است، از اینجا می‌توانیم مقادیر مجاز انرژی را به دست آوریم. با تکرار این عمل برای $l=2$ ، $l=3$ ، و غیره، می‌توان طیف حالت‌های انرژی را به صورتی که در شکل ۱۱.۲ نموده شده است به دست آورد. همچنانکه در بررسی چاه دکارتی دیده‌ایم، در این طیف هم از آن نظم خاص مسئله یک بعدی خبری نیست. نکته قابل توجه دیگر در این مورد، واگنی ترازهای انرژی است: چون انرژی فقط به مقدار l بستگی دارد، همه تابع موجهایی که از لحاظ مقادیر m_l متفاوت اند انرژی یکسان دارند. بدین گونه، واگنی تراز که با مقدار $l=2$ مشخص می‌شود پنج تاییه است، و تسایع مسوجهای ممکن عبارت‌اند از $j_2(kr)Y_{22}(\theta, \phi)$ ، $j_2(kr)Y_{2-2}(\theta, \phi)$ ، $j_2(kr)Y_{2-1}(\theta, \phi)$ ، $j_2(kr)Y_{20}(\theta, \phi)$ ، $j_2(kr)Y_{21}(\theta, \phi)$ در واقع، چون m_l محدود به مقادیر $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ است، به ازای هر مقداری از l دقیقاً تعداد $(2l+1)$ تابع Y_{lm} وجود دارد، و بنابراین واگنی هر تراز $(2l+1)$ تاییه است. (این وضع خیلی شبیه به وضع مدارهای الکترونی در اتمهاست که در آن مورد هم پتانسیل از نوع مرکزی است. در ظرفیت زیر پوسته اتمی هم با عامل $(2l+1)$ روبه‌رو می‌شویم که از واگنی m_l ناشی می‌شود.)

احتمال وجود ذره در حجم dv برابر $|u|^2 dv$ است که در آن جزء حجم dv همان است که در معادله (۱۷.۲) مطرح شد. نمایش ترسیمی این توزیعهای سه بعدی کار دشواری



شکل ۱۱.۲ ترازهای انرژی ذره‌ای که در یک محفظه سه بعدی کروی محبوس است. انرژیها بر حسب یکای $E_0 = \hbar^2 \pi^2 / 2ma^2$ مشخص شده‌اند. فواصل و واگنیهای این طیف را با شکل ۱۰.۲ مقایسه کنید. در این مورد عدد کوانتومی n مستقیماً از حل معادله حاصل نمی‌شود، بلکه برای شماره گذاری حالت‌های l مشخص از آن استفاده می‌شود.

است، و از همین رو اغلب بخشهای شعاعی و زاویه‌ای را به‌طور جداگانه در نظر می‌گیریم. برای تعیین چگالی احتمال شعاعی که متوسط احتمال وجود ذره را در فاصله بین r و $r+dr$ تحت تمام زوایا به دست می‌دهد، چگالی احتمال را روی θ و ϕ انتگرال گیری می‌کنیم

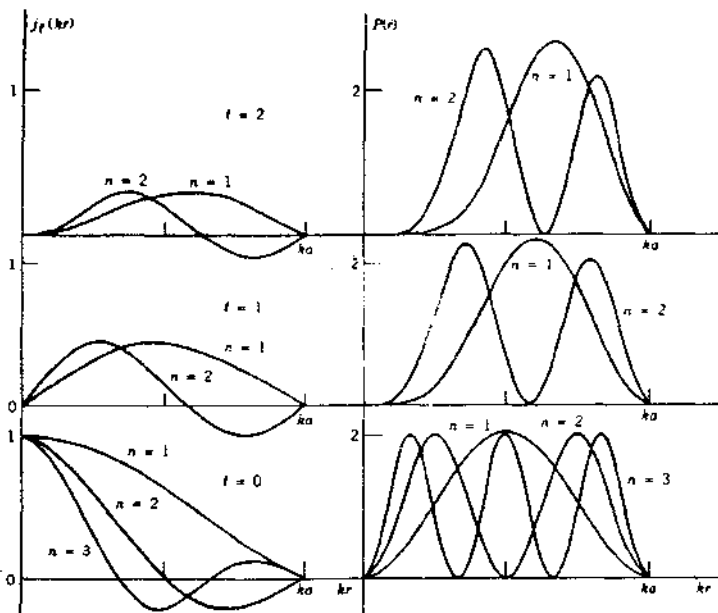
$$P(r) dr = \int |\psi|^2 dv$$

$$= r^2 |R(r)|^2 dr \int \sin \theta d\theta \int d\phi |Y_{lm_l}|^2 \quad (۶۳.۲)$$

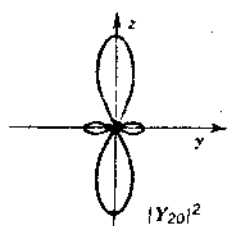
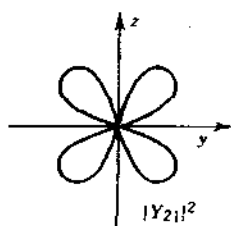
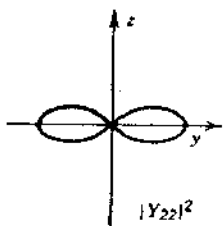
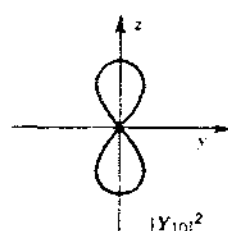
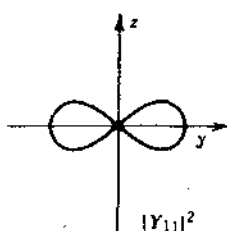
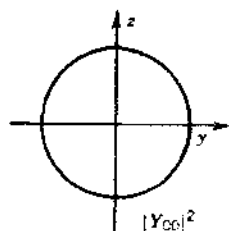
چون هماهنگیهای کروی Y_{lm_l} به‌نجار شده‌اند، مقدار انتگرال برابر ۱ می‌شود و در نتیجه خواهیم داشت

$$P(r) = r^2 |R(r)|^2$$

مویه از توزیع احتمال شعاعی را برای چاه نامتناهی در شکل ۱۲.۲ نشان داده‌ایم. وابستگی زاویه‌ای چگالی احتمال برای هس پتانسیل مرکزی از $|Y_{lm_l}(\theta, \phi)|^2$ به دست می‌آید، که چند نمونه از آن را در شکل ۱۳.۲ نشان داده‌ایم.



شکل ۱۳.۲ درست چپ، منحنیهای بهنجار نشده $j_l(kr)$ را پس از تنظیم بر اساس $j_l(ka) = 0$ برای چند تراز انرژی پایین نشان داده ایم. درست راست، چگالی احتمالی شعاعی $r^2 R^2$ همان توابع سمت چپ را پس از بهنجارش نشان داده ایم. توجه کنید که در مبدأ، غیر از j_0 ، توابع دیگر از صفر شروع می‌شوند. چگالی احتمال هم برای همه آنها برابر صفر است. به این نکته هم توجه کنید که دافعه گریز از مرکز همراه با افزایش l ، بیشینه‌های $P(r)$ را از مبدأ دورتر می‌کند.



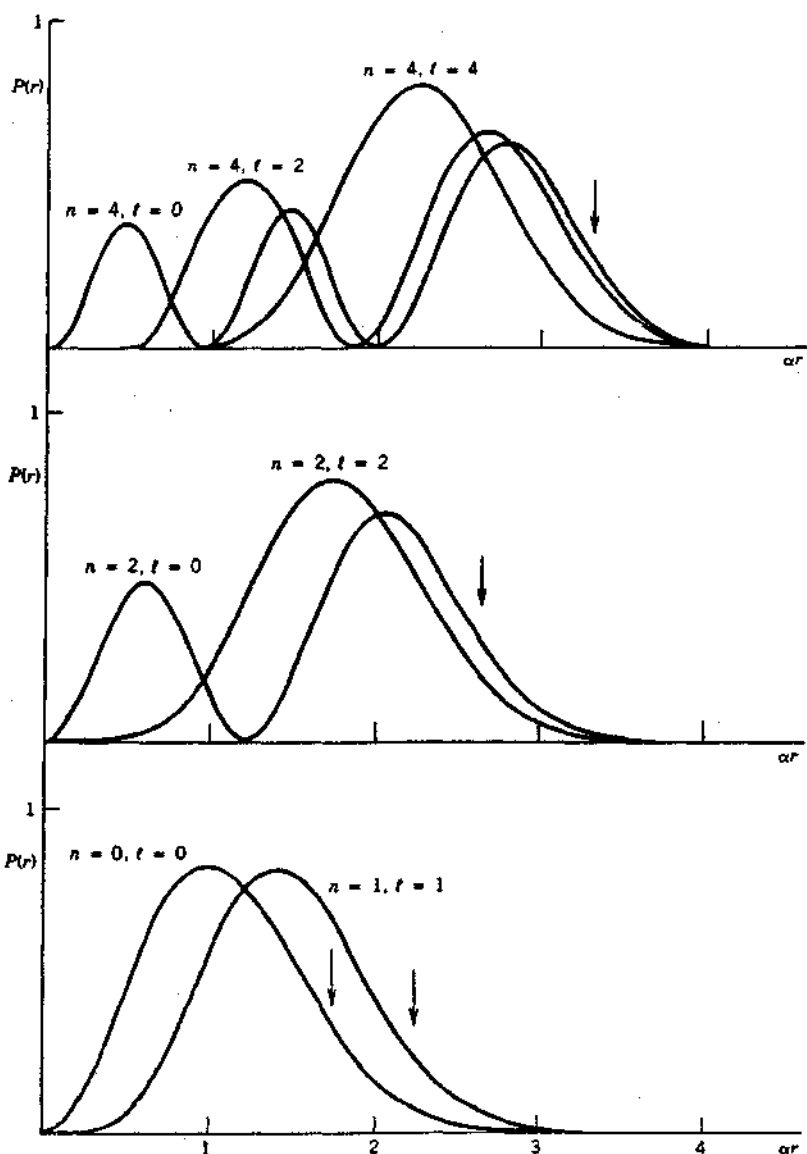
شکل ۱۳.۳ توزیعهای احتمالی فضایی حاصل از Y_{lm} با دوران هر یک از شکلها حول محور z می‌توان نمایش سه بعدی چگالی احتمال را به دست آورد.

نوسانگر هماهنگ ساده

پتانسیل مرکزی یک نوسانگر را به صورت $V(r) = (1/2)kr^2$ در نظر می گیریم. جواب بخش زاویه ای معادله شرودینگر برای تمام پتانسیلهای مرکزی به صورت $Y_{lm}(\theta, \phi)$ است، و بنابراین تمام آنچه در این موارد لازم داریم حل معادله شعاعی است. چنانکه در حالت یک بعدی دیدیم، جواب را به صورت حاصلضرب یک تابع نمایی و یک چندجمله ای محدود می توان نشان داد. چند نمونه از جوابها را در جدول ۴.۲، و چگالی احتمال شعاعی آنها را در شکل ۱۴.۲ نشان داده ایم. خواص عمومی جوابهای یک بعدی را در این مورد جدول ۴.۳ نمونه هایی از تابع موج شعاعی برای نوسانگر هماهنگ ساده در حالت سه بعدی.

n	l	E_n	$R(r)$
۰	۰	$\frac{3}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{2\alpha^{3/2}}{\pi^{1/4}}\right)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۱	۱	$\frac{5}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{2\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi^{1/4}}}\right)(\alpha r)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۲	۰	$\frac{7}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{2\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi^{1/4}}}\right)\left(\frac{3}{2} - \alpha^2 r^2\right)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۲	۲	$\frac{7}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}}{\sqrt{15\pi^{1/4}}}\right)(\alpha^2 r^2)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۳	۱	$\frac{9}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}}{\sqrt{15\pi^{1/4}}}\right)\left(\frac{5}{2}\alpha r - \alpha^2 r^3\right)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۳	۳	$\frac{9}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{105\pi^{1/4}}}\right)(\alpha^2 r^2)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۴	۰	$\frac{11}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{15\pi^{1/4}}}\right)\left(\frac{15}{8} - \frac{5}{2}\alpha^2 r^2 + \frac{1}{2}\alpha^4 r^4\right)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۴	۲	$\frac{11}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{105\pi^{1/4}}}\right)\left(\frac{7}{2}\alpha^2 r^2 - \alpha^4 r^4\right)e^{-\alpha^2 r^2/2}$
۴	۴	$\frac{11}{2} \hbar \omega_0$	$\left(\frac{8\alpha^{3/2}}{3\sqrt{105\pi^{1/4}}}\right)\alpha^4 r^4 e^{-\alpha^2 r^2/2}$

به شباهت صوری (حاصلضرب تابع نمایی در چندجمله ای) بین این جوابها و جوابهای مسئله یک بعدی در جدول ۱.۲ توجه کنید. چندجمله ایها را در این حالت چندجمله ایهای لژاندر می نامند، بحث تفصیلی این جوابها را در فصل ۷ کتاب مکانیک کوانتومی، تألیف جان ل. پاول و برنند کریسمن، مرکز نشر دانشگاهی (۱۳۶۸) ببینید.



شکل ۱۴.۲ چگالی احتمالی شعاعی چند حالت از نوسانگر هماهنگ سه بعدی. پیکانهای قائم، نقاط برگشت کلاسیک را نشان می‌دهند. توجه کنید که همانند شکل ۱۲.۲، احتمال $P(r)$ در $r=0$ برابر صفر است (ولی طبق جدول ۱۴.۲، تابع $R(r)$ در $r=0$ برای مورد $l=0$ غیر صفر است). دافعه گریز از مرکز، به ازای مقادیر بزرگ l نیز قابل توجه است.

هم مشاهده می‌کنیم: بدین معنی که در ناحیه مجاز کلاسیک جواب نوسانی است، و در ناحیه ممنوع کلاسیک جواب به‌طور نمایی به‌سوی صفر میل می‌کند. ترازهای انرژی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند

$$E_n = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (۶۵.۲)$$

که در آن $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ است. این انرژی به مقدار l بستگی ندارد، ولی همه مقادیر l هم مجاز نیستند. محدودیتی که حل ریاضی معادله شعاعی بر مقدار l تحمیل می‌کند بدین شرح است: حداکثر مقدار l برابر n است و بسته به اینکه n زوج یا فرد باشد، l هم فقط می‌تواند یا مقادیر زوج و یا مقادیر فرد را دارا شود. برای مثال وقتی که $n = 5$ باشد، مقادیر مجاز l عبارت‌اند از ۱، ۳، و ۵، و چنانچه $n = 4$ باشد مقادیر مجاز l برابر ۰، ۲، و ۴ می‌شوند. چون مقدار انرژی به m_l هم بستگی ندارد، برای هر مقدار l تعداد $(2l+1)$ واگنی اضافی نیز خواهیم داشت. بدین‌سان، واگنی تراز $n = 5$ به‌صورت

$$[(2 \times 1 + 1) + (2 \times 3 + 1) + (2 \times 5 + 1)] = 21 \text{ (تایه)}$$

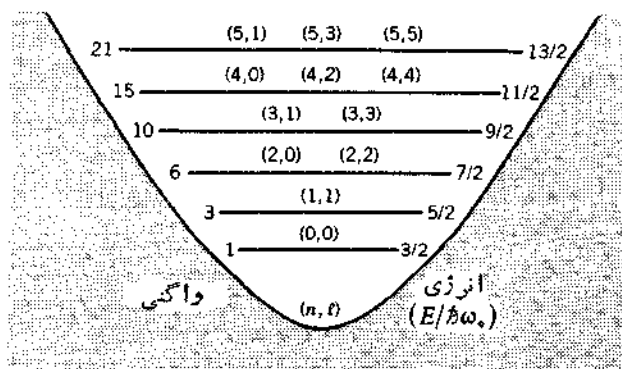
و واگنی تراز $n = 4$ به‌صورت

$$[(2 \times 0 + 1) + (2 \times 2 + 1) + (2 \times 4 + 1)] = 15 \text{ (تایه)}$$

خواهد شد. چند نمونه از ترازهای انرژی و واگنی آنها را که برابر $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$ است در شکل ۱۵.۲ نشان داده‌ایم.

سد کوئنی

برای برهم‌کش بین بارهای الکتریکی $+Ze$ و $-e$ نیز همانند مورد اتم تک‌الکترون با عدد اتمی Z ، تابع انرژی پتانسیل جاذبه کوئنی به‌صورت پتانسیل مرکزی ساده



شکل ۱۵.۲ چند تراز انرژی پایین برای یک ذره در پتانسیل مرکزی نوسانگر سه‌بعدی.

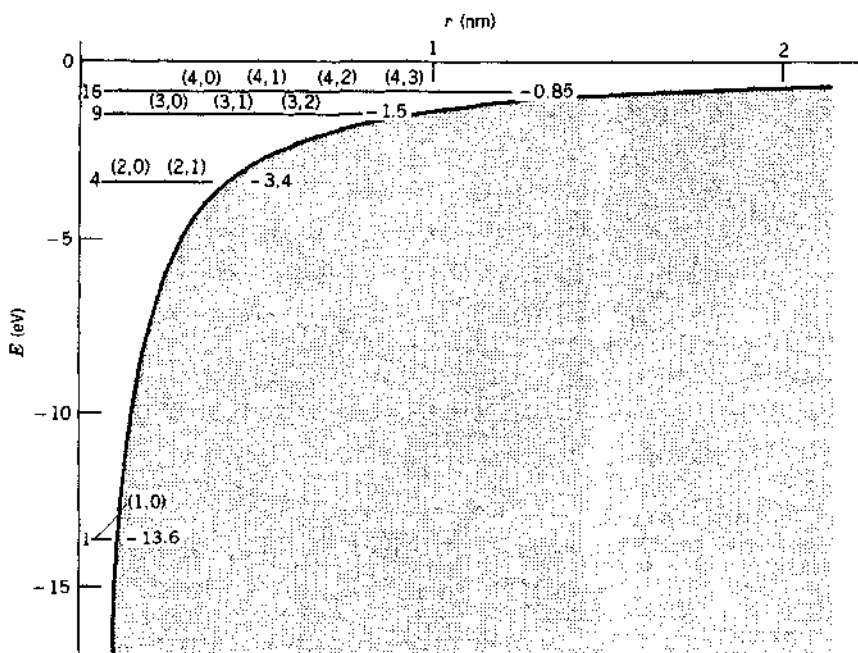
$V(r) = -Ze^2/4\pi\epsilon_0 r$ نوشته می‌شود. در اینجا هم بخش زاویه‌ای تابع موج به صورت $Y_{lm}(\theta, \phi)$ به دست می‌آید، و بعضی از تابع موجهای شعاعی $R(r)$ آن در جدول ۵.۲ نشان داده شده است. ترازهای انرژی از $E_n = (-mZ^2e^4/32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2 n^2)$ به دست می‌آیند که چند حالت آن را در شکل ۱۶.۲ نشان داده‌ایم. چگالی احتمال شعاعی چند حالت نیز برای نمونه در شکل ۱۷.۲ نشان داده شده است. در اینجا رابطه بین n و l با آنچه در مورد پتانسیل نوسانگر دیده‌ایم متفاوت است. در این مورد، مقادیر مجاز l برای هر تراز n عبارت‌اند از ۰، ۱، ۲، ۳، ...، $(n-1)$. واگنی کل هر تراز انرژی، با احتساب مقادیر مختلف l و تعداد $(2l+1)$ واگنی برای هر یک از آنها، n^2 تاییه می‌شود.

جدول ۵.۲ چند تابع موج شعاعی کوئنی (برای اتم هیدروژنی).

n	l	$R(r)$
۱	۰	$2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}$
۲	۰	$\left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{Zr}{a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$
۲	۱	$\frac{3}{2} \left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{3/2} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$
۳	۰	$\frac{2}{3} \left(\frac{Z}{3a_0}\right)^{3/2} \left[3 - \frac{2Zr}{a_0} + 2\left(\frac{Zr}{3a_0}\right)^2\right] e^{-Zr/3a_0}$
۳	۱	$\left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right) \left(\frac{Z}{3a_0}\right)^{3/2} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \left(1 - \frac{Zr}{6a_0}\right) e^{-Zr/3a_0}$
۳	۲	$\left(\frac{4\sqrt{2}}{27\sqrt{5}}\right) \left(\frac{Z}{3a_0}\right)^{3/2} \left(\frac{Zr}{a_0}\right)^2 e^{-Zr/3a_0}$

شکل ریاضی تابع موج به صورت حاصلضرب چند جمله‌ای وابسته l از اندر در تابع نمایی است. a_0 شعاع بور و برابر $4\pi\epsilon_0\hbar^2/me^2$ است. برای بحث مشروح این جوابها رجوع کنید به فصل پنجم از کتاب

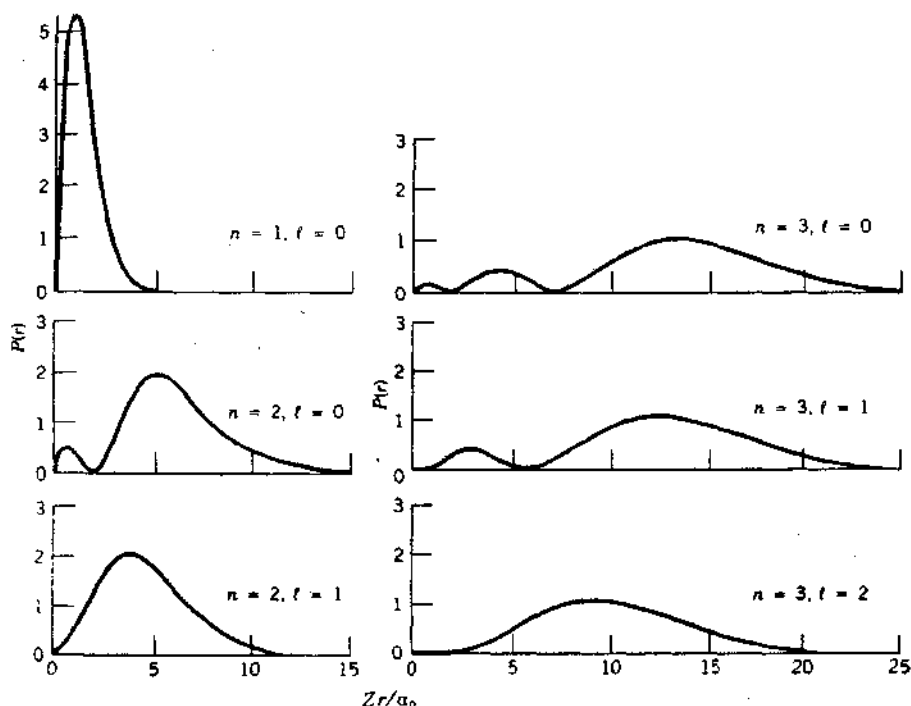
L. Pauling, E. B. Wilson, *Introduction to Quantum Mechanics* (New York: McGraw-Hill, 1935).



شکل ۱۶.۲ ترازهای انرژی پایین در یک پتانسیل کولنی با عدد اتمی $Z=1$ (اتم هیدروژن). حالتها با (n, l) مشخص شده‌اند. واگنیه‌ها در سمت چپ هر تراز و مقادیر انرژی آنها در سمت راست نوشته شده‌اند.

خلاصه

شیوه‌های ریاضی تعیین معادله شرودینگر در سه بعد و طرز استفاده از آنها به‌همان صورتی است که قبلاً در مورد مسائل یک‌بعدی دیدیم. در محاسبات سه‌بعدی با دو ویژگی مهم و جدید روبه‌رو می‌شویم که در محاسبات یک‌بعدی دیده نمی‌شوند: (۱) ترازهای انرژی واگنی دارند، یعنی چند تابع موج مختلف ممکن است انرژی یکسان داشته باشند. این واگنیه‌ها در مدل پوسته‌ای هسته‌ای همان اثراتی را خواهند داشت که در مورد واگنی ترازهای انرژی پتانسیل کولنی در مدل پوسته‌ای اتم با آنها روبه‌رو بودیم. به کمک این واگنیه‌ها، تعداد ذراتی که در هر تراز می‌توان جا داد مشخص می‌شود. (۲) هنگامی که پتانسیل فقط به r (و نه به θ یا ϕ) بستگی داشته باشد، به هر تابع موج می‌توان یک عدد کوانتومی معین تکانه زاویه‌ای l نسبت داد. این ویژگی‌های جدید متضمن نتایج بسیار مهمی هستند که در بحث مدل‌های هسته‌ای در فصل ۵ آنها را بررسی خواهیم کرد. رفتار کوانتومی تکانه زاویه‌ای را در بخش بعدی شرح می‌دهیم.



شکل ۱۷.۲ توزیع احتمال شعاعی یک ذره در پتانسیل کولنی (۱۱. هیدروژن). احتمال در $r=0$ برابر صفر می‌شود، ولی تابع موج $l=0$ در آن نقطه صفر نمی‌شود. این خاصیت پویزه برای پدیده‌هایی که به همپوشی تابع موجهای اتم و هسته وابسته‌اند، حائز اهمیت فراوان است. فقط حالت‌های $l=0$ است که در این پدیده‌ها (گیراندازی الکترون، ساختار فوق ریز، و غیره) سهم قابل توجه دارد. چرا هدفه گریز از مرکز در این مورد ظاهر نمی‌شود؟

۵.۲ نظریه کوانتومی تکانه زاویه‌ای

در جوابهای معادله شرودینگر در مسائل سه بعدی، عدد کوانتومی l نقش برجسته‌ای دارد. برای نمونه، در فیزیک اتمی این عدد تابع موج الکترونیهای مختلف را مشخص می‌کند و اطلاعاتی از رفتار فضایی تابع موج به دست می‌دهد. این عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای در تمام مسائل سه بعدی با پتانسیل مرکزی $V=V(r)$ همین نقش را برعهده دارد. در فیزیک کلاسیک، تکانه زاویه‌ای l ذره‌ای که با تکانه خطی p در مکان r نسبت به یک مبدأ در حرکت است، چنین تعریف می‌شود

$$l = r \times p \quad (۶۶.۲)$$

در مکانیک کوانتومی، می‌توانیم مقدار انتظاری تکانه زاویه‌ای را با استفاده از معادله (۱۰.۲) به دست آوریم. نخست، بزرگی تکانه زاویه‌ای را در نظر می‌گیریم و برای این منظور مقدار l را محاسبه می‌کنیم که آسانترین راه است. چنانکه در بخش ۲.۲ گفتیم، در گام اول باید برای l^2 یک عملگر کوانتوم مکانیکی پیدا کنیم. با جانشین کردن مؤلفه‌های p با عملگرهای معادل $p_x = -i\hbar\partial/\partial x$ ، $p_y = -i\hbar\partial/\partial y$ ، $p_z = -i\hbar\partial/\partial z$ ، به آسانی می‌توان عملگر مورد نظر را به دست آورد. از مساوی قرار دادن حاصلضربهای برداری، جملاتی به صورت $l_x = yp_z - zp_y$ حاصل می‌شود، و سرانجام از محاسبه $\langle l^2 \rangle = \langle l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 \rangle$ نتیجه‌ای فوق‌العاده ساده به دست می‌آوریم که مستقل از شکل $R(r)$ است

$$\langle l^2 \rangle = \hbar^2 l(l+1) \quad (۶۷.۲)$$

هر وقت که با مسئله‌ای مقید به پتانسیل مرکزی که تابع موج آن به صورت $R(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$ باشد سروکار داشته باشیم، بزرگی تکانه زاویه‌ای مقداری است ثابت که از معادله (۶۷.۲) به دست می‌آید. یعنی در موارد پتانسیل مرکزی (همچنانکه در فیزیک کلاسیک دیدیم)، تکانه زاویه‌ای یک مقدار ثابت حرکت است. در فیزیک اتمی، زیرحالت‌های مربوط به هر مقدار l را با استفاده از نمادهای طیف‌نمایی مشخص می‌کنیم. در فیزیک هسته‌ای نیز همان نمادها را به کار می‌بریم، مثلاً برای نمایش $l=0$ از نماد s ، برای $l=1$ از p ، و غیره استفاده می‌کنیم. فهرست این نمادها را در جدول ۶.۲ نشان داده‌ایم.

هنگامی که سعی می‌کنیم جهت l را پیدا کنیم، با مشکل اصل عدم قطعیت روبه‌رو می‌شویم. بدین معنی که بنا بر مکانیک کوانتومی، می‌توانیم در هر لحظه فقط یکی از مؤلفه‌های l را دقیقاً تعیین کنیم. همین که مقدار یکی از این مؤلفه‌ها را به دست آوریم، دو مؤلفه دیگر آن کاملاً نامعین می‌شوند. (ایسن نتیجه، محدودیتی بنیادی است که هیچ شگرد و ترفندی هم نمی‌تواند بر آن چیره شود. همان نفس عمل اندازه‌گیری یک مؤلفه است که عدم قطعیت در دو مؤلفه دیگر را موجب می‌شود. هنگامی که l_x را اندازه‌گیری می‌کنیم، در مقادیر l_y و l_z باعث ایجاد عدم قطعیت می‌شویم. سپس وقتی که l_y را برای همان سیستم اندازه می‌گیریم، شناسایی قبلی مان از l_x اعتبارش را از دست می‌دهد و عدم قطعیت در آن وارد می‌شود.) قرارداد متداول این است که مؤلفه z تکانه زاویه‌ای l را برای اندازه‌گیری انتخاب می‌کنیم و (l_z) را به شرحی که در بالا گفته شد، چنین به دست می‌آوریم

جدول ۶.۲ نمادهای طیف‌نمایی.

مقدار l	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
نماد	s	p	d	f	g	h	i

$$\langle l_z \rangle = \hbar m_l \quad (۶۸.۲)$$

که در آن $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ است. توجه کنید که

$$|\langle l_z \rangle| < |l| = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

است، یعنی مؤلفه z بردار تکانه زاویه‌ای همیشه از طول بردار کوچکتر است. اگر $|\langle l_z \rangle| = |l|$ مجاز بود، آنگاه شناسایی دقیق هرسه مؤلفه l امکان پذیر می‌شد (اگر l در راستای محور z قرار می‌گرفت، مؤلفه‌های l_x و l_y صفر می‌شد). نمایش برداری متداول را برای این عدم قطعیت در شکل ۱۸.۲ نشان داده‌ایم. در حالی که l با حرکت تقدیمی به دور محور z در گردش است، l_z ثابت می‌ماند ولی l_x و l_y همیشه در حال تغییرند.

توصیف کامل حالت الکترون در یک اتم مستلزم یک عدد کوانتومی جدید به نام عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای ذاتی یا اسپین است. عدد کوانتومی اسپین برای الکترون برابر $s = 1/2$ است. بزرگی اسپین را به همان روش محاسبه تکانه زاویه‌ای می‌توان تعیین کرد (هر چند که این کمیت را نمی‌توان بر حسب متغیرهای کلاسیک نمایش داد، چون برای آن هیچ مشابه کلاسیکی سراغ نداریم). پس می‌نویسیم

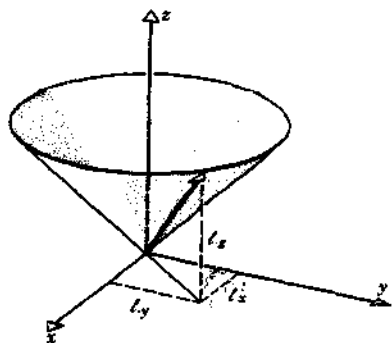
$$\langle s^2 \rangle = \hbar^2 s(s+1) \quad (۶۹.۲)$$

$$\langle s_z \rangle = \hbar m_s, \quad \left(m_s = \pm \frac{1}{2} \right) \quad (۷۰.۲)$$

در اغلب موارد آسانتر است که اسپین را به صورت بردار s با دومؤلفه $\hbar(1/2)$ در راستای z در نظر بگیریم.

عدد کوانتومی اسپین نوکلئونها هم مانند الکترونها برابر $1/2$ است. تکانه زاویه‌ای کلی نوکلئونی که با تکانه زاویه‌ای مداری l و اسپین s در یک پتانسیل مرکزی در حرکت است، چنین به دست می‌آید

$$j = l + s \quad (۷۱.۲)$$



شکل ۱۸.۲ بردار l حول محور z به سرعت در گردش است. بدین ترتیب مؤلفه l_z ثابت است، ولی مؤلفه‌های l_x و l_y متغیرند.

خواص و رفتار تکانه زاویه‌ای کل $\hat{J}$ همانند خواصی است که در مورد $\hat{L}$ و $\hat{S}$ دیدیم:

$$\langle \hat{J}^2 \rangle = \hbar^2 j(j+1) \quad (۷۲.۲)$$

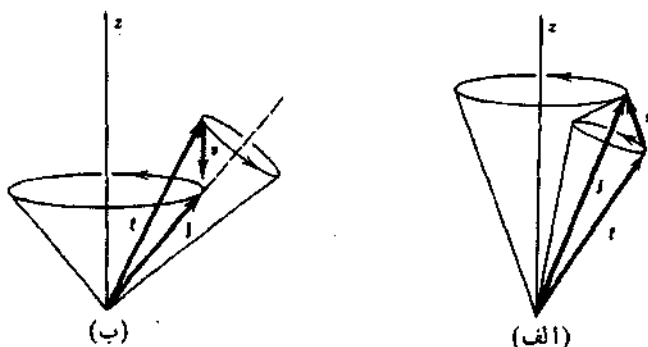
$$\langle \hat{J}_z \rangle = \langle \hat{L}_z + \hat{S}_z \rangle = \hbar m_j \quad (۷۳.۲)$$

که در آنها $j, j-1, \dots, -j+1, -j$ و $m_j = -j, -j+1, \dots, j-1, j$ عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل است. با توجه به معادلات (۷۰، ۶۸.۲، ۷۳) داریم

$$m_j = m_l + m_s = m_l \pm \frac{1}{2} \quad (۷۴.۲)$$

چون m_l همیشه عددی درست است، m_j عددی نیم درست $(\pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \dots)$ و بنا بر این j هم عددی نیم درست خواهد شد. برای جفت شدگی برداری معادله (۷۱.۲) فقط دو مقدار j ، یعنی $(l+1/2)$ و $(l-1/2)$ ، متصور است که آنها را در شکل ۱۹.۲ نشان داده‌ایم.

معمولا مقدار j را در نمادگذاری طیف‌نمایی به صورت شاخص زیر نشان می‌دهیم. مثلا برای $l=1$ (حالت‌های p) دو مقدار j خواهیم داشت که عبارت‌اند از $l+1/2=3/2$ و $l-1/2=1/2$. این حالت‌ها را به صورت $p_{3/2}$ و $p_{1/2}$ نشان



شکل ۱۹.۲ تکانه زاویه‌ای کل $\hat{J}$ از جفت شدگی تکانه زاویه‌ای مداری $\hat{L}$ و تکانه زاویه‌ای اسپین $\hat{S}$ حاصل می‌شود. (الف) نتیجه جفت شدگی $(1/2) + l = j$ است. بردارهای $\hat{L}$ و $\hat{S}$ و همین‌طور طول‌های مشخصی دارند. مجموعه بردارهای $\hat{L}$ و $\hat{S}$ با حرکت تقدیمی حول $\hat{J}$ در گردش است. در این جفت شدگی، مؤلفه‌های z و y مقادیر مشخصی ندارند. بردار $\hat{J}$ با حرکت تقدیمی حول z در گردش است، و بنا بر این z مقداری مشخص خواهد داشت. (ب) مطالب فوق در مورد جفت شدگی $(1/2) - l = j$ نیز صادق است. در تعبیر این شکل‌ها همیشه باید به خاطر داشته باشیم که تمام این نمایش‌های برداری که از قواعد مکانیک کوانتومی پیروی می‌کنند، در بهترین حالت نمادین و در بدترین حالت گمراه کننده هستند.

خواهیم داد. هنگامی که يك عدد کوانتومی دیگر هم نظیر عدد کوانتومی اصلی n (که شماره ردیف حالتها را برحسب افزایش انرژی نشان می‌دهد) در اختیار داشته باشیم، حالتهاى موردنظر را به صورت $2p_{3/2}$ ، $3p_{3/2}$ ، و غیره، مشخص خواهیم کرد. در مورد آنها، اغلب آسانتر است که الکترونها را در حال حرکت در مدارهای خوش تعریف با مقادیر مشخص l و m در نظر بگیریم. اما به هیچوجه روشن نیست که تصویر مشابهی از نوکلتونهاى درون هسته هم قابل استفاده باشد. بنابراین، سودمندی برچسبهای l و m برای نوکلتونها مورد تردید است. در بحث مدل پوسته‌ای هسته در فصل ۵ این موضوع را به تفصیل بررسی خواهیم کرد.

۶.۲ پاریته

عمل پاریته در انواع دستگاه مختصات نسبت به مبدأ ایجاد انعکاس می‌کند، یعنی باعث تبدیل $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ می‌شود. این بدان معنی است که در دستگاه مختصات دکارتی $x \rightarrow -x$ ، $y \rightarrow -y$ ، $z \rightarrow -z$ ، و در دستگاه مختصات کروی $r \rightarrow r$ ، $\theta \rightarrow \pi - \theta$ ، $\phi \rightarrow \phi + \pi$ تبدیل می‌شود. اگر سیستمی تحت عمل پاریته بدون تغییر بماند، در این صورت انتظار داریم که هیچ يك از خواص قابل مشاهده آن در اثر انعکاس تغییر نکند. چون مقداری که برای کمیتهاى قابل مشاهده اندازه گیری می‌کنیم به $|\psi|^2$ بستگی دارد، به‌طور منطقی می‌توانیم ادعا کنیم

$$V(\mathbf{r}) = V(-\mathbf{r}) \text{ باشد، آنگاه خواهیم داشت } |\psi(\mathbf{r})|^2 = |\psi(-\mathbf{r})|^2$$

این ادعا که عکس آن هم درست است، در عرصه فیزیک هسته‌ای دو پیامد بسیار مهم به شرح زیر دارد:

۱. اگر $|\psi(\mathbf{r})|^2 = |\psi(-\mathbf{r})|^2$ باشد، آنگاه داریم $\psi(-\mathbf{r}) = \pm \psi(\mathbf{r})$. یعنی عمل پاریته بر تابع موج یکی از این دو اثر را خواهد داشت. حالت $\psi(-\mathbf{r}) = +\psi(\mathbf{r})$ را پاریته زوج یا مثبت، و حالت $\psi(-\mathbf{r}) = -\psi(\mathbf{r})$ را پاریته فرد یا منفی می‌گویند. اگر پتانسیل $V(\mathbf{r})$ تحت عمل پاریته بدون تغییر بماند، آنگاه تابع موجهای حالت مانا باید دارای یکی از دو نوع پاریته فرد یا زوج باشد. تابع موجهای با پاریته آمیخته مجاز نیستند. جوابهای نوسانگر هماهنگ يك بعدی را در نظر می‌گیریم. پتانسیل $(1/2)kx^2$ مسلماً تحت عمل پاریته $x \rightarrow -x$ ناورد می‌ماند. توانهای x در تابع موجهایی که در جدول ۱۰۲ فهرست شده‌اند، یا فقط فرد است که در این صورت پاریته فرد می‌شود، یا فقط زوج است که پاریته هم در آنها زوج می‌شود. چند جمله‌ایها هیچگاه به صورت آمیخته‌ای از توانهای فرد و زوج نیستند. جوابهای چاه پتانسیل متناهی را هم در اینجا مورد توجه قرار می‌دهیم. چون این چاه در فاصله بین $x = -a/2$ و $x = +a/2$ قرار دارد، پتانسیل نسبت به عمل پاریته تقارن دارد:

$V(x) = V(-x)$ ، بنا توجه به جوابهایی که در شکل ۸.۲ نموده شده است معلوم می شود که در بعضی از جوابها $\psi(-x) = \psi(x)$ و پاریته زوج است، درحالی که در جوابهای دیگر $\psi(-x) = -\psi(x)$ و پاریته فرد است.

در موارد سه بعدی، در نتیجه عمل پاریته بر تابع موج Y_{lm_l} فازی به صورت $(-1)^l$ به دست می آید

$$Y_{lm_l}(\pi - \theta, \phi + \pi) = (-1)^l Y_{lm_l}(\theta, \phi) \quad (۷۵.۲)$$

بدین ترتیب، پتانسیلهای مرکزی که فقط به مقدار r بستگی دارند تحت تأثیر پاریته ناورد می مانند و پاریته تابع موجهای مربوط به آنها ثابت است. پاریته این توابع، در صورت فرد بودن l فرد و در صورت زوج بودن l زوج است.

تابع موج سیستمی که از تعدادی ذره تشکیل شده باشد، از حاصل ضرب تابع موجهای تک ذرات آن به دست می آید. اگر سیستم از تعدادی ذره بنا پاریته زوج یا تعداد زوجی از ذرات بنا پاریته فرد تشکیل شده باشد تابع موج سیستم زوج خواهد شد، و چنانچه سیستم از تعداد فردی ذره بنا پاریته فرد تشکیل شود تابع موج آن فرد خواهد بود. بدین ترتیب به هر حالت هسته ای می توان یک پاریته مشخص، فرد یا زوج، نسبت داد. معمولاً علامت پاریته را همراه با تکانه زاویه ای کل حالت مورد نظر نشان می دهند، مثلاً به صورت $(5/2)^+$ یا $(3/2)^-$. در فصل ۱۵ طرز تعیین پاریته حالتها را به طور تجربی خواهیم دید.

۲. دومین پیامد از قاعده معکوس پاریته حاصل می شود. اگر بنا سیستمی روبه رو شویم که در آن $|\psi(\mathbf{r})|^2 \neq |\psi(-\mathbf{r})|^2$ باشد، آنگاه باید نتیجه بگیریم که $V(\mathbf{r}) \neq V(-\mathbf{r})$ است. یعنی در این صورت، سیستم نسبت به پاریته ناورد نیست. در سال ۱۹۵۷ فرایندهای خاصی (از نوع واپاشیهای بتا) کشف شد که مقادیر اندازه گیری شده کمیتهای قابل مشاهده در آنها از تقارن پاریته برخوردار نبود. از سوی دیگر، هنوز هیچ شهادتی در دست نیست که برهم کنش هسته ای قوی یا برهم کنش الکترومغناطیسی با نقض پاریته همراه باشد. اثبات نقض پاریته در واپاشی بتا یکی از هیجان انگیزترین کشفهای فیزیک هسته ای بوده است که در پیدایش نظریات برهم کنشهای بنیادی بیسن ذرات، تأثیری عمیق و اساسی داشته است. آزمایش نقض پاریته را در بخش ۹.۹ شرح داده ایم.

۷.۲ آمار کوانتومی

هنگامی که از گردهایی تعدادی ذره یک سیستم کوانتومی بزرگتر به وجود می آوریم (مانند مورد نوکلئونهای موجود در یک هسته، الکترونهای موجود در یک اتم، و اتمهای موجود در یک مولکول)، در صورتی که ذرات سیستم از همدیگر تمایزناپذیر باشند، با اثر کوانتومی جدیدی روبه رو خواهیم شد. اجازه دهید که یک مورد دو ذره ای، مثلاً دو الکترون موجود

در اتم هلیوم، را در نظر بگیریم. فرض کنید تابع موج الکترونی که در $\mathbf{r}_1$ قرار دارد ψ_A ، و تابع موج الکترونی که در $\mathbf{r}_2$ قرار دارد ψ_B باشد. تابع موج سیستم متشکل از این دو ذره از حاصلضرب همین مؤلفه‌های تابع موج، به صورت $(\psi_A(\mathbf{r}_1)\psi_B(\mathbf{r}_2))$ ، به دست می‌آید. حال اگر این دو الکترون را با هم تعویض کنیم، تابع موج جدید به صورت $(\psi_B(\mathbf{r}_1)\psi_A(\mathbf{r}_2))$ درمی‌آید. آیا آزمایشی وجود دارد که تحقق یا عدم تحقق این تعویض را آشکار سازد؟

اگر الکترون‌ها براساسی تمایزناپذیر باشند، پاسخ این پرسش باید منفی باشد. هیچ طرح قابل مشاهده‌ای برای متمایز کردن «الکترون اول» از «الکترون دوم» وجود ندارد. بدین ترتیب، نتیجه‌ای که به دست می‌آید تا حدودی شبیه به نتیجه عمل پارته است: چگالیهای احتمال نسبت به تعویض ذرات یکسان باید ناوددا باشند. یعنی حداکثر تفاوتی که تابع موج تعویضی ψ_{12} با تابع موج اولیه ψ_{11} دارد، فقط در علامت جبری است. بنابراین در اینجا دو حالت پیش می‌آید. اگر در تعویض ذرات علامت تغییر نکند، با تابع موج متقارن سروکار داریم که در این صورت $\psi_{12} = \psi_{11}$ می‌شود. اگر در تعویض ذرات علامت تغییر کند، تابع موج پاد متقارن است و در این صورت داریم $\psi_{12} = -\psi_{11}$. تمام تابع موجهای ترکیبی برای ذرات یکسان باید یا کاملاً متقارن یا کاملاً پاد متقارن باشند. تابع موجهای با «تقارن آمیخته» مجاز نیستند.

هنگامی که برای تأیید این ادعا به آزمایشگاه می‌رویم و به آزمایش دست می‌زنیم، بهره‌بندی دیگری می‌رسیم که تاکنون استثنایی در آن دیده نشده است: تابع موج ترکیبی تمام ذراتی که اسپین درست (۵/۲، ۳/۲، ۱/۲، ...) دارند متقارن است، درحالی که تابع ترکیبی تمام ذرات با اسپین نیم درست (۳/۲، ۱/۲، ...) پاد متقارن است. تابعهای دو ذره‌ای ψ_{12} و ψ_{21} که در بالا ذکر شدند نه متقارن اند و نه پاد متقارن (یعنی ψ_{12} هیچ شباهتی با ψ_{11} یا ψ_{22} ندارد)، و از این رو برای نمایش تابع موجهای ترکیبی مناسب نیستند. در عوض، تابع موج ترکیبی زیر را در نظر می‌گیریم

$$\psi_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_A(\mathbf{r}_1)\psi_B(\mathbf{r}_2) \pm \psi_B(\mathbf{r}_1)\psi_A(\mathbf{r}_2)] \quad (۷۶.۲)$$

اگر علامت مثبت را اختیار کنیم، آنگاه تابع موج ترکیبی نسبت به تعویض ذرات متقارن است. چنانچه علامت منفی را اختیار کنیم، نتیجه یک تابع موج پاد متقارن خواهد بود. ضریب $1/\sqrt{2}$ برای بهنجار کردن موج ترکیبی در نظر گرفته شده است (فرض این است که هر یک از مؤلفه‌های موج از قبل بهنجار بوده‌اند).

هنگامی که با حالت‌های کوانتومی یکسان A و B سروکار داشته باشیم، با وضعیتی خاص روبه‌رو می‌شویم. (می‌توان A و B را به صورت مجموعه‌ای از اعداد کوانتومی در نظر گرفت.) هرگاه A و B یکسان باشند، تابع موج ترکیبی پاد متقارن آنها برابر صفر می‌شود، و در نتیجه چگالی احتمال آن همواره برابر صفر است. احتمال وجود دو ذره یکسان

که اسپین نیم‌درست دارند، در حالت کوانتومی یکسان همیشه باید برابر صفر شود. البته این همان اصل طرد پاؤلی است که وضعیت خاص پرشدن زیر پوسته‌های اتمی را تعیین می‌کند. مبنای ریاضی اصل پاؤلی همین صفرشدن تابع موج پادمقارن است. در ترکیب مقارن تابع موج برابر صفر نمی‌شود، بنابراین برای ذرات یکسانی که اسپین درست دارند هیچ مانعی نیست که حالت‌های کوانتومی یکسان داشته باشند.

در قسمت‌های آینده این کتاب، اصل پاؤلی را برای نوکلئون‌ها به کار می‌بریم و اهمیت آن را برای درک مدل پوسته‌ای هسته نشان می‌دهیم. همچنین برای کوآرک‌ها که اجزای سازنده نوکلئون‌ها و دیگر ذرات مشابه هستند، چند تابع موج پادمقارن ساده در نظر می‌گیریم.

۸.۲ گذار بین حالتها

حالتی که حقیقتاً مانا باشد، برای همیشه پایدار می‌ماند. مقادیر انتظاری کمیت‌های قابل مشاهده‌ای که با استفاده از تابع موج حالت مانا محاسبه می‌شوند، در طی زمان تغییر نمی‌کنند. بویژه، مقدار انتظاری انرژی در طی زمان ثابت می‌ماند. انرژی حالت مانا دقیقاً معلوم است، و عدم قطعیت آن

$$\Delta E = \sqrt{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2} \quad (۷۷.۲)$$

برابر صفر می‌شود، زیرا در این حالت داریم $\langle E^2 \rangle = \langle E \rangle^2$. پس بنا بر رابطه‌های زیر گفتم، $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$ داریم $\Delta t = \infty$. از این رو، حالتی که انرژی دقیقاً مشخصی دارد برای همیشه پایدار است، یعنی طول عمرش در برابر واپاشی (به حالت‌های پایینتر) بینهایت است.

اکنون فرض می‌کنیم که برای این سیستم، علاوه بر پتانسیل اولیه V ، یک پتانسیل پریشونده ضعیف V' هم وارد شود. در غیاب پتانسیل V' ، می‌توانیم معادله شروdingر را برای پتانسیل V حل کنیم و مجموعه‌ای از ویژه-حالت‌ها ψ_n و ویژه-مقادیرهای E_n را به دست آوریم. حال اگر پتانسیل اضافی ضعیف V' را هم در نظر بگیریم، معلوم می‌شود که حالت‌ها تقریباً، اما نه دقیقاً، همان ویژه-حالت‌های قبلی ψ_n هستند که از پتانسیل V حاصل شده‌اند. این پتانسیل اضافی ضعیف موجب می‌شود که سیستم بتواند بین ویژه-حالت‌های «تقریبی» ψ_n در نوسان باشد. به همین ترتیب است که اتم هیدروژن، تحت برهم‌کنش یک میدان ضعیف الکترومغناطیسی می‌تواند گذارهایی مثلاً به صورت $1s \rightarrow 2p$ یا $2p \rightarrow 3d$ داشته باشد. در اینجا، ترازهای مختلف را به صورتی توصیف می‌کنیم که گویی همان ویژه-حالت‌های سیستم هستند.

با وجود اینکه سیستم می‌تواند از یک حالت انرژی اولیه E_i به حالت نهایی E_f گذر کند، انرژی آن باید پایسته بماند. بنابراین انرژی کل واپاشی نباید ثابت باشد.

چنانچه انرژی حالت نهایی E_f از انرژی E_i پایینتر باشد، اختلاف انرژی $(E_i - E_f)$ در واپاشی باید به صورت تابش گسیل شود. در گذارهای بین حالتهای برانگیخته اتمی یا هسته‌ای، اختلاف انرژی $(E_i - E_f)$ به صورت فوتون درمی آید.

عدم قطعیت در انرژی حالت نامانا برابر با یک مقدار غیر صفر ΔE است. این کمیت را اغلب «پهنای» آن حالت می نامند و معمولاً با Γ نمایش می دهند. طول عمر τ حالت نامانا (یا متوسط زمان دوام آن پیش از گذار به حالت پایینتر) را از طریق وابستگی آن با زمان Δt ، که در فاصله آن می توانیم انرژی این حالت را اندازه گیری کنیم، و با استفاده از اصل عدم قطعیت می توان برآورد کرد. بدین ترتیب داریم $\tau \approx \hbar / \Gamma$. احتمال واپاشی یا احتمال گذار λ (که برابر تعداد واپاشی در واحد زمان است) با عمر میانگین τ نسبت معکوس دارد

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \quad (78.2)$$

دستیابی به روشی که با کاربرد آن بتوانیم λ یا τ را مستقیماً از تابع موج هسته محاسبه کنیم، بسیار مفید خواهد بود. ما با داشتن اطلاعات زیر می توانیم این کار را انجام دهیم: (۱) تابع موجهای حالتهای اولیه و نهایی، ψ_i و ψ_f ، را که به تقریب همان حالتهای مانای پتانسیل V هستند، باید در اختیار داشته باشیم؛ (۲) برهم کنش V' که باعث گذار بین این حالتها می شود باید معلوم باشد. محاسبه λ مفصلتر از آن است که آن را در این کتاب بررسی کنیم، ولی در هر کتاب درسی مکانیک کوانتومی پیشرفته می توان آن را یافت. ما در اینجا، صرفاً نتیجه محاسبه را که قاعدهٔ حلائی فرمی نامیده می شود می آوریم

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V'_{fi}|^2 \rho(E_f) \quad (79.2)$$

کمیت V'_{fi} به شکل یک مقدار انتظاری است

$$V'_{fi} = \int \psi_f^* V' \psi_i dv \quad (80.2)$$

در اینجا هم باید به ترتیب حالتهای f و i در انتگرال توجه داشته باشیم. انتگرال V'_{fi} را گاهی جزء ماتریسی عملگر گذار V' می گویند. این اصطلاح به صورت بندی دیگری از مکانیک کوانتومی مربوط می شود که به جای معادلهٔ دیفرانسیل بر ماتریس مبتنی است. مخصوصاً این نکته را باید در نظر داشت که احتمال واپاشی با استفاده از معجزهٔ جزء ماتریس گذار به دست می آید.

کمیت $\rho(E_f)$ را چگالی حالتهای نهایی می گویند که منظور از آن، تعداد حالتهای موجود در فاصلهٔ واحد انرژی در انرژی E_f است. دلیل استفاده از این مفهوم به این شرح

است: احتمال واپاشی وقتی که حالت نهایی E_f به صورت يك تك حالت منزوی باشد، نسبت به وقتی که تعداد بسیار زیادی حالت نهایی در يك نوار باریک در نزدیکی E_f متمرکز شود، خیلی کمتر است. در صورتی که چگالی حالتها در نزدیکی E_f زیاد باشد، حالتهاى نهایی ممکن برای گذار فراوانتر و در نتیجه احتمال گذار هم بیشتر خواهد شد. چگالی حالتهاى نهایی را براساس نوع واپاشی مورد نظر باید محاسبه کرد. هنگام بحث دربارهٔ سطح مقطعهای واپاشی بتا، واپاشی گاما، و پراکندگی، نمونه‌هایی از این مسئله را بررسی خواهیم کرد.

مرجع مطالعات تکمیلی

کتابهای فیزیک جدید زیر که در سطحی مقدماتی تهیه شده‌اند، زمینه لازم را برای مطالعه مکانیک کوانتومی فراهم می‌آورند:

A. Beiser, *Concepts of Modern Physics*, 3rd Ed. (New York: McGraw-Hill, 1981),

K. S. Krane, *Modern Physics* (New York: Wiley, 1983),

P. A. Tipler, *Modern Physics* (New York: Worth, 1978),

ریچارد وایدر و رابرت سلز، مبانی فیزیک نوین (مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۵).

مرجع مکانیک کوانتومی در سطح کتاب حاضر عبارت‌اند از

R. Eisberg and R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*, 2nd ed. (New York: Wiley, 1985),

ترجمه فارسی نیمهٔ اول این کتاب با عنوان فیزیک کوانتومی جلد اول، در سال ۱۳۶۲ توسط مرکز نشر دانشگاهی منتشر شده است.

A. P. French and E. F. Taylor, *An Introduction to Quantum Physics* (New York: Norton, 1978),

R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics* (New York: McGraw-Hill, 1969),

D. S. Saxon, *Elementary Quantum Mechanics* (San Francisco: Holden-Day, 1968).

کتابهای مکانیک کوانتومی پیشرفته که برای بحث تفصیلی مطالب مطرح شده در این کتاب می‌توان بدانها مراجعه کرد، عبارت‌اند از:

C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe, *Quantum Mechanics* (New York: Wiley-Interscience, 1977).

بخشی از ترجمه فارسی این کتاب تحت عنوان مکانیک کوانتومی جلد اول، در سال ۱۳۶۵ توسط مرکز نشر دانشگاهی منتشر شده است.

D. Park, *Introduction to the Quantum Theory*, 2nd ed. (New York: McGraw-Hill, 1974),

E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, 2nd ed. (New York: Wiley 1970).

مسائل

۰۱. معادله (۳۷.۲) را محاسبه کنید و منحنی ضریب عبور را بر حسب انرژی ذره فرودی E رسم کنید. درباره چگونگی تغییرات T بحث کنید.

۰۲. معادله (۳۹.۲) را محاسبه کنید و منحنی ضریب عبور را بر حسب E رسم کنید.

۰۳. معادله شرودینگر را با پتانسیل زیر حل کنید:

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty & x < 0 \\ &= -V_0 & 0 < x < a \\ &= 0 & x > a \end{aligned}$$

در اینجا V_0 مثبت است و می خواهیم جوابها را در انرژیهای $E > 0$ تعیین کنیم. همه ضرایب نامعین را بر حسب يك ضریب منفرد به دست آورید، و لی لازم نیست که تابع موج را بهنجار کنید. فرض کنید که ذرات از $x = -\infty$ تابیده می شوند.

۰۴. تعداد حالت های مقید و انرژی آنها را در چاه مربعی يك بعدی متناهی، هنگامی که $P = 10$ است، تعیین کنید.

۰۵. جواب نوسانگر «نیم» هماهنگ زیر را پیدا کنید

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty & x < 0 \\ &= \frac{1}{4} kx^2 & x > 0 \end{aligned}$$

تابع موجها و مقادیر انرژی این نوسانگر را با نوسانگر تمام هماهنگ مقایسه کنید. چرا در این مسئله، تعدادی از جوابهای نوسانگر کامل را مشاهده می کنیم و تعدادی را نمی یابیم؟

۰۶. برای حالت پایه و دو حالت برانگیخته اول در نوسانگر هماهنگ ساده يك بعدی، احتمال وجود ذره را در خارج از نقاط بازگشت کلاسیک پیدا کنید.

۰۷. (الف) مقادیر $\langle x \rangle$ و $\langle x^2 \rangle$ را برای نوسانگر هماهنگ ساده يك بعدی تعیین کنید.

(ب) مقدار $\Delta x = [\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2]^{1/2}$ را در این مسئله پیدا کنید.

(ج) بدون هیچگونه محاسبه اضافی، مقادیر $\langle p_x \rangle$ و $\langle p_x^2 \rangle$ را به دست آورید. (اذهمایی: مقدار $\langle p_x^2 \rangle / 2m$ را تعیین کنید.)

(د) مقدار Δp_x و حاصلضرب $\Delta x \cdot \Delta p_x$ را به دست آورید. چرا بستموجی به این

- شکل را (که شکل گاوسی نامیده می شود) بسته موجی با «حد اقل عدم قطعیت» می دانند؟
 ۸. (الف) تابع موجها و ترازهای انرژی ذره ای را که در يك جعبه مربع - مستطیل دو بعدی محبوس است، پیدا کنید. پتانسیل ذره را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$V(x, y) = 0 \quad -a \leq x \leq +a, \quad -b \leq y \leq +b \\ = \infty \quad |x| > a, \quad |y| > b$$

- (ب) نموداری مشابه شکل ۱۰.۲ رسم کنید که ترازها و واکنشها را برای موارد $b = 2a$ و $b = a$ نشان دهد.

۹. شکل ۱۰.۲ را تا حد $50E_0$ ادامه دهید.

۱۰. شکل ۱۱.۲ را تا حد $20E_0$ ادامه دهید.

۱۱. برای حل معادله (۵۴.۲)، جداسازی مورد نیاز را انجام دهید.

۱۲. نشان دهید که چهار تابع موج شعاعی اول در جدول ۴.۲، جوابهای معادله شرودینگر باهمان مقادیر انرژی هستند، و بهنجار بودن آنها را نیز تحقیق کنید.

۱۳. جوابهای چاه مربعی نامتناهی يك بعدی را وقتی که گستره پتانسیل، به جای از ۰ تا $+a$ ، از $-a/2$ تا $+a/2$ باشد، پیدا کنید. آیا این پتانسیل نسبت به پاریته ناورد است؟ آیا تابع موج نسبت به پاریته ناورد است؟ درباره انتساب پاریته فرد و زوج به این جوابها بحث کنید.

۱۴. زاویه بین بردار تکانه زاویه ای $\mathbf{L}$ و محور z را، وقتی که $l = 3$ است، برای تمام سمتگیرهای ممکن پیدا کنید.

۱۵. (الف) مقادیر ممکن z را برای حالت های f پیدا کنید.

(ب) مقادیر متناظر m_z را پیدا کنید.

(ج) تعداد کل حالت های m_z را پیدا کنید.

(د) اگر به جای m_z از m_x و m_y استفاده می کردیم، تعداد حالتها چقدر می شد؟

۱۶. يك تابع موج ترکیبی معرف اسپین کل S برای مجموعه ای سه الکترونی را می توان به صورت $\psi_1(m_1)\psi_2(m_2)\psi_3(m_3) = \psi$ نشان داد که در آن برای هر الکترون با اسپین $1/2$ داریم $m_i = \pm 1/2$. (الف) فهرستی از تمام تابع موجهای ممکن و تصاویر اسپین کل آنها M_S تهیه کنید. (ب) نشان دهید که تعداد مقادیر M_S با تعداد مقادیر مختلف اسپین کل S برابر است. (بعرضی از مقادیر S ممکن است بیش از یکبار ظاهر شوند.) (ج) با رسم نمودارهای برداری ساده از جفت شدگیهای مختلف S_1, S_2 و S_3 نشان دهید که می توان به تعداد S و مقادیر آنها دست یافت. (دانهایی: نخست دوتا از اسپینها را با هم جفت کنید، و سپس جفت شدگی اسپین سوم را با برایندهای دو اسپین اول در نظر بگیرید.) (د) در جفت شدگی چهار الکترون، مقادیر ممکن S و چندتایی آنها را به دست آورید، و نشان دهید که تعداد حالت های M_S با آنچه از فهرست تابع موجهای ممکن به دست می آید سازگاری دارد.

خواص هسته‌ها

هسته هم مانند بسیاری از سیستمهای پیرو قوانین مکانیک کوانتومی، جسمی پیچیده و ابرار آمیز است که توصیف رفتار و خواص آن خیلی دشوارتر از اجسام ماکروسکوپی است. مثلاً توصیف کامل يك هسته میان-وزن ۵۰ نوکلئونی، بر حسب کلیه برهم کنشهای بین نوکلئونهای موجود در هسته، مستلزم تعداد ۵۰! عبارت با در حدود ۱۰۶۴ جمله است! بنابراین ما باید رهیافتی متفاوت در پیش بگیریم و سعی کنیم که مشخصات کلی هر سیستم هسته‌ای را به عنوان يك واحد جداگانه شناسایی کنیم. اکنون باید پرسید که آیا خواصی فیزیکی سراغ داریم که با استفاده از آنها بتوانیم توصیف کاملی از هر هسته به دست دهیم؟ هسته‌ها را به کمک تعدادی از پارامترهای هسته‌ای تا حد قابل توجهی می‌توان توصیف کرد. این پارامترها عبارت‌اند از: بار الکتریکی، شعاع، جرم، انرژی بستگی، تکانه زاویه‌ای، پارته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چارقطبی الکتریکی، و انرژی حالتی برانگیخته. اینها خواص استاتیکی هسته‌ها هستند که در همین فصل آنها را بررسی می‌کنیم. در فصلهای بعدی خواص دینامیکی هسته‌ها، از جمله احتمال واپاشی و احتمال واکنش هسته‌ها را بررسی خواهیم کرد. درك خواص استاتیکی و دینامیکی و تفسیر آنها بر پایه برهم کنش بین تك تك نوکلئونهای موجود در هسته، وظیفه‌ای بس خطیر است که هر متخصص فیزیک هسته‌ای باید با آن دست و پنجه نرم کند.

۱.۳ شعاع هسته

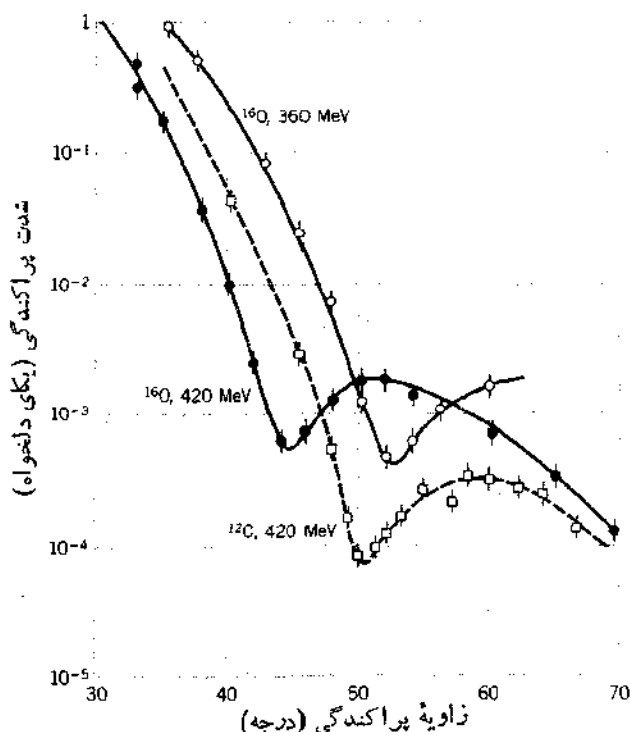
شعاع هسته هم مانند شعاع اتم، کمیتی دقیقاً تعریف شده نیست. هیچیک از این دو (یعنی اتم و هسته) را نمی‌توان به صورت کره‌هایی جامد با مرزهای مشخص تصور کرد. در هر دومورد، پتانسیل کولنی که عامل پیوند اتمی و توزیع بار الکترونهاست تا بینهایت ادامه دارد، هر چند که مقدار آن در فواصل دورتر از شعاع اتمی (10^{-10} m) فوق‌العاده ناچیز است. چیزی که در اینجا نیاز داریم این است که با به دست دادن يك «تعریف عملیاتی» مقصودمان را از شعاع اتم روشن کنیم. برای نمونه، می‌توانیم شعاع اتم را به صورت مقدار متوسط بزرگترین شعاع حالت‌های الکترونی مختلف اتم تعریف کنیم. اما اندازه‌گیری چنین شعاعی فوق‌العاده دشوار است و به همین دلیل از تعاریفی عملیتر، مانند فاصله بین اتمها در يك ترکیب یونی از اتمهای مورد نظر، استفاده می‌شود. این تعریف نیز مشکلاتی دارد؛ وقتی که اتم تحت بررسی را در ترکیبهای مختلف یا در حالت‌های ظرفیتی مختلف در نظرمی‌گیریم، شعاعهای متفاوتی برای آن به دست می‌آوریم.

وضع هسته‌ها، ازجهاتی بهتر و ازجهات دیگری بدتر است. چنانکه بزودی خواهیم دید، وضعیت بستگی فضایی چگالی نوکلونها و پتانسیل هسته‌ای مشابه یکدیگر است، بدین معنی که چگالی و پتانسیل تافواصل کوتاهی توزیع نسبتاً ثابت دارند و آنگاه سرعت به صفر میل می‌کنند. بنابراین تا حدودی طبیعی است که شکل هسته را با دو پارامتر مشخص کنیم: شعاع میانگین که نشانگر فاصله‌ای از مرکز هسته است که چگالی نوکلئونی در آن به نصف مقدار مرکزی آن کاهش می‌یابد، و «ضخامت پوست» که در طی آن چگالی نوکلئونی از مقدار نزدیک به حداکثر به مقدار نزدیک به حداقل کاهش می‌یابد. (در بخش ۵ همین فصل، پارامترسومی را هم معرفی خواهیم کرد که برای شناسایی هسته‌های غیرکروی لازم می‌شود.)

مسائلی که در اینجا با آنها روبه‌رو می‌شویم، به تعیین دقیق نوع کمیتی که با توزیع مورد نظر توصیف می‌شود مربوط است. مثلاً شعاعی که اندازه‌گیری می‌کنیم، به نوع آزمایشی که برای تعیین شکل هسته انجام می‌دهیم بستگی دارد. در بعضی آزمایشها نظیر پراکندگی الکترونیهای پراثری، پرتوهای ایکس موثونی، انتقال ایزوتوبی پرتوایکس و تابش اپتیکی، و اختلاف انرژی هسته‌های آینه‌ای، برهم‌کنش کولنی بین يك ذره باردار و هسته را اندازه‌گیری می‌کنیم. پس کمیت مورد اندازه‌گیری در این آزمایشها، توزیع بار هسته‌ای است (این توزیع عمدتاً توزیع پروتونها و اندکی هم توزیع نوترونها را، به‌خاطر ساختار داخلی‌شان، شامل می‌شود). در آزمایشهای دیگر نظیر پراکندگی رادرفورد، پاشی آلفا-زا، و پرتوهای ایکس پیونی، برهم‌کنش هسته‌ای قوی بین ذرات موجود در هسته اندازه‌گیری می‌شود، و توزیع تعیین شده توزیع نوکلونهاست که توزیع ماده هسته‌ای نامیده می‌شود.

توزیع بار هسته‌ای

روش معمولی تعیین اندازه و شکل جسم، بررسی تابش پراکنده شده توسط آن جسم است (و این درست همان کاری است که در نگاه کردن به یک جسم یا عکسبرداری از آن انجام می‌دهیم). برای اینکه بتوانیم جسم و جزئیات آن را ببینیم باید طول موج تابش مورد استفاده از ابعاد جسم کوچکتر باشد، چه درغیراین صورت اثرات پراش تمام یا بخشی از تصویر جسم را محو خواهد کرد. تابش مورد نیاز برای هسته‌هایی به ابعاد حدود 10 fm باید دارای طول موج $\lambda \lesssim 10 \text{ fm}$ یا تکانه $p \gtrsim 100 \text{ MeV}/c$ باشد. باریکه‌های الکترونی با انرژی 100 MeV تا 1 GeV را با استفاده از شتابدهنده‌های پرانرژی نظیر شتابدهنده خطی استفاده می‌توان تولید کرد، و بررسی و تحلیل آنها نیز نیازمند طیف‌سنج‌های دقیقی است که بتوانند فقط الکترونهای پراکنده شده از هدفهای هسته‌ای خاصی را آشکارسازی کنند. نمونه‌ای از نتایج چنین آزمایشی را در شکل ۱۰۳ نشان داده‌ایم. در این شکل، اولین کمینه منحنی سطح مقطع را که مشابه نقش پراش است به وضوح مشاهده می‌کنیم. اولین کمینه نقش پراش برای پراش از یک قرص دایره‌ای به قطر D باید تحت زاویه

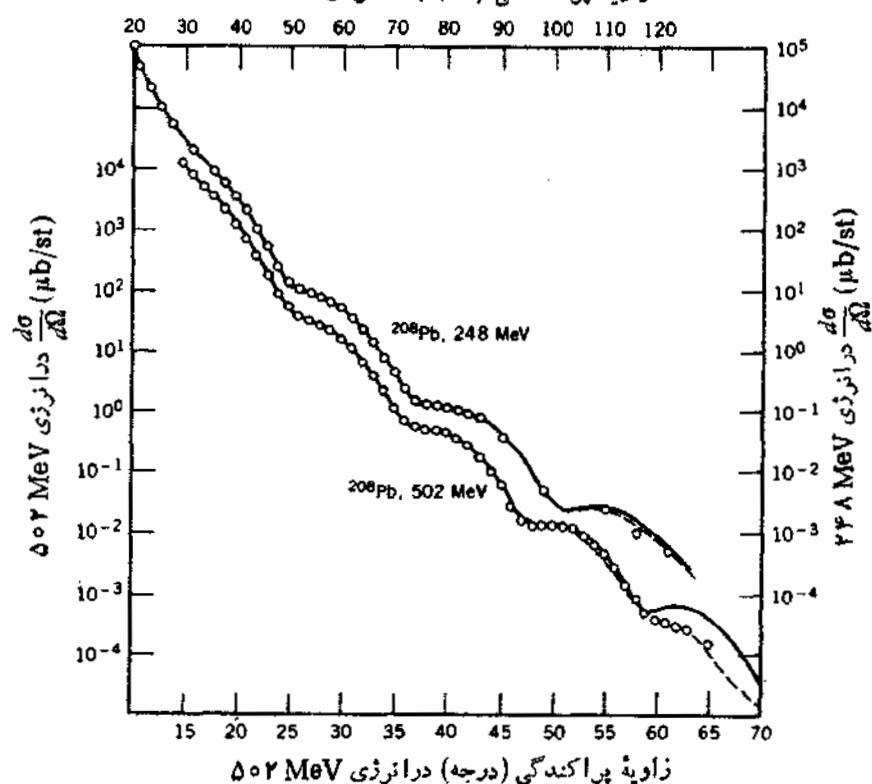


شکل ۱۰۳ پراکندگی الکترون از هدفهای ^{12}C و ^{16}O . شکل سطح مقطع تا حدودی مشابه نقش پراش حاصل از امواج نوری است.

$\theta = \sin^{-1}(1.22\lambda/D)$ ظاهر شود. برآوردی که از شعاع هسته در این آزمایش به دست می‌آید عبارت است از 26 fm برای ^{16}O و 23 fm برای ^{12}C . مقادیر این برآوردها خیلی تقریبی است، زیرا پتانسیل پراکندگی را باید يك مسئله سه بعدی در نظر گرفت که فقط به طور تقریبی با پراش حاصل از يك قرص دوبعدی قابل مقایسه است. نتایج حاصل از پراکندگی الاستیک از يك هسته سنگین، ^{208}Pb ، را در شکل ۲۰۳ نشان داده‌ایم. در منحنی پراش - مانند سطح مقطع پراکندگی، چندین کمینه دیده می‌شود. علت اینکه این کمینه‌ها مانند کمینه‌های پراش نور تابیده شده بر قرص کدر به صفر نمی‌رسند، این است که هسته مرز دقیقاً مشخصی ندارد.

اجازه دهید که این مسئله را به صورت کمی تری بررسی کنیم. تابع موج اولیه الکترون که ذره‌ای آزاد با تکانه $\mathbf{p}_i = \hbar \mathbf{k}_i$ محسوب می‌شود، به شکل $e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}}$ است. الکترون

زاویه پراکندگی (درجه) در انرژی 248 MeV



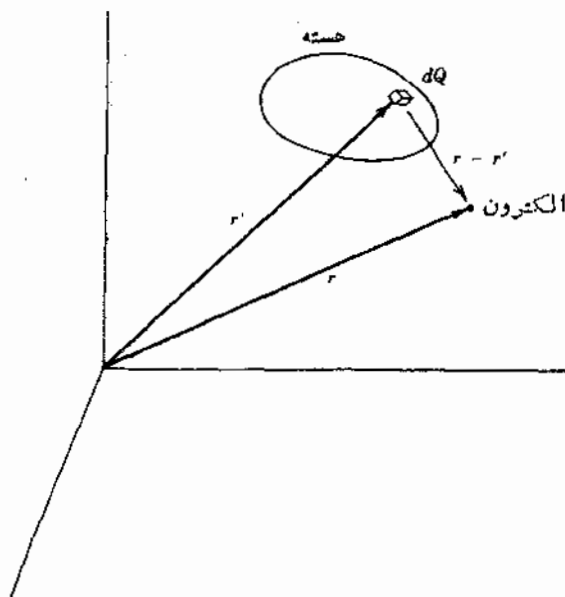
شکل ۲۰۳ پراکندگی الاستیک الکترون‌ها از هدف ^{208}Pb . توجه داشته باشید که مقیاس‌های افقی متناظر با دوقدر انرژی باهم تفاوت دارند. در این آزمایش هم رفتار پراش - مانند دیده می‌شود، اما کمینه‌ها به صفر نمی‌رسند.

پراکنده را هم می‌توان به صورت ذدهای آزاد با تکانه $\mathbf{p}_f = \hbar \mathbf{k}_f$ و تابع موج $e^{i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}}$ در نظر گرفت. برهم‌کنشی که موج اولیه را به موج پراکنده تبدیل می‌کند از پتانسیل $V(r)$ سرچشمه می‌گیرد و طبق معادله (۸۰.۲)، احتمال گذار با مربع کمیت زیرمتناسب می‌شود

$$F(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f) = \int \psi_f^* V(r) \psi_i dv \quad (1.3)$$

$$F(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} V(r) dv \quad (2.3)$$

در اینجا ثابت بهنجارش را باید چنان انتخاب کرد که $F(0) = 1$ شود. کمیت $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$ همان تغییر تکانه الکترون پراکنده است. برهم‌کنش $V(r)$ به چگالی بار هسته‌ای $Zep_e(\mathbf{r}')$ بستگی دارد که در آن $\mathbf{r}'$ بردار مکان نقطه‌ای از هسته و ρ توزیع بار هسته است. چنانکه در شکل ۳.۳ دیده می‌شود، انرژی پتانسیل الکترونی که در $\mathbf{r}$ قرار دارد بر اثر جزء بار dQ مستقر در $\mathbf{r}'$ عبارت است از



شکل ۳.۳ نمایش هندسی آزمایش پراکندگی. مبدأ مختصات را دلخواه در نظر گرفته‌ایم. بردار مکان $\mathbf{r}'$ جای جزء بار dQ را در داخل هسته مشخص می‌کند، و بردار $\mathbf{r}$ مکان الکترون را در همان دستگاه مختصات نشان می‌دهد.

$$dV = - \frac{e dQ}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

$$= - \frac{Ze^2 \rho_e(\mathbf{r}') dv'}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (۳.۳)$$

برای تعیین انرژی کل برهم کنش $V(r)$ باید از مقدار فوق برای تمام مقادیر dQ در داخل هسته انتگرال گیری کرد

$$V(r) = - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_e(\mathbf{r}') dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (۴.۳)$$

با قرار دادن $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = qr \sin \theta$ در معادله (۴.۳) و انتگرال گیری روی $\mathbf{r}$ ، نتیجه پس از بهنجار شدن به صورت زیر درمی آید

$$F(q) = \int e^{iq \cdot r'} \rho_e(\mathbf{r}') dv' \quad (۵.۳)$$

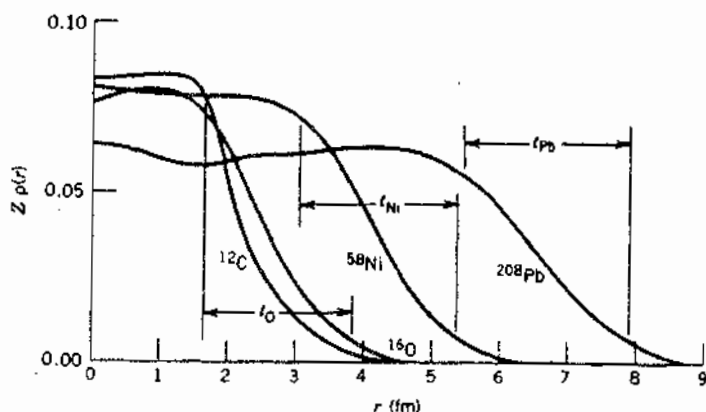
چنانچه $\rho_e(\mathbf{r}')$ فقط به مقدار r' (و نه به θ' یا ϕ') بستگی داشته باشد، خواهیم داشت

$$F(q) = \frac{4\pi}{q} \int \sin qr' \rho_e(r') r' dr' \quad (۶.۳)$$

این کمیت فقط تابع q ، یعنی بزرگی $\mathbf{q}$ ، است. چون پراکندگی را از همان آغاز الاستیک در نظر گرفتیم، داریم $|\mathbf{p}_i| = |\mathbf{p}_f|$ و صرفاً تابعی از زاویه پراکندگی α (زاویه بین $\mathbf{p}_f$ و $\mathbf{p}_i$) است. اندکی محاسبه برداری نشان می‌دهد که $q = (2p/\hbar) \sin \alpha/2$ که در آن p تکانه الکترون است. اندازه گیری احتمال پراکندگی به صورت تابعی از α ، بستگی معادله (۶.۳) را به مقدار q مشخص می‌کند. کمیت $F(q)$ را عامل شکل می‌گویند، و معکوس عددی معادله (۶.۳) که در واقع همان تبدیل معکوس فوریه است چگالی $\rho_e(r')$ را به دست می‌دهد.

نتایج این روش محاسباتی را برای چند هسته مختلف در شکل ۴.۳ نشان داده‌ایم. نکته مهمی که با توجه به این منحنیها حاصل می‌شود این است که چگالی بار هسته‌ای در مرکز تمام هسته‌ها تقریباً مقداری ثابت است. نوکلئونها ظاهراً در مرکز هسته متمرکز نمی‌شوند، بلکه توزیع آنها در تمام حجم هسته نسبتاً ثابت می‌ماند. (نتیجه‌ای که از اندازه گیریهای توزیع ماده هسته‌ای به دست می‌آید نیز همین امر را تأیید می‌کند). بنابراین، نتیجه می‌گیریم که تعداد نوکلئونهای موجود در واحد حجم هسته تقریباً ثابت است

$$\frac{A}{(4/3)\pi R^3} \sim \text{const.} \quad (۷.۳)$$



شکل ۴.۳ نمونه‌هایی از توزیع شعاعی بار در هسته که با استفاده از پراکندگی الکترونها حاصل شده است. ضخامت پوست δ برای هسته‌های ^{12}C ، ^{58}Ni و ^{208}Pb نشان داده شده است که مقدار آن ثابت و در حدود 2.3 fm است. تعیین چگالی بار مرکزی از سبکترین تا سنگینترین هسته، چندان زیاد نیست.

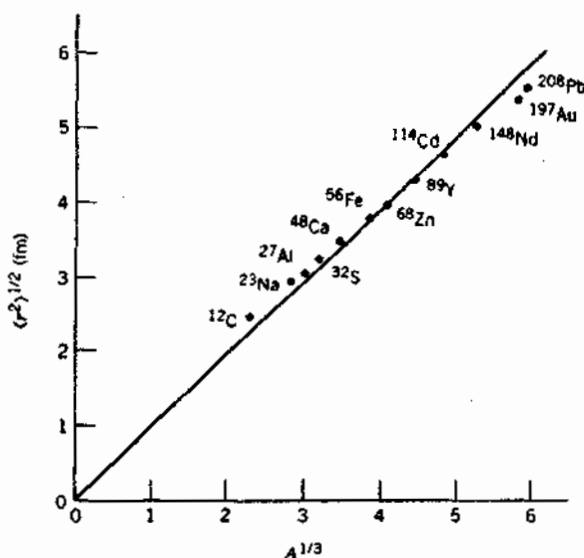
که در آن R شعاع میانگین هسته است. از این رو داریم $R \propto A^{1/3}$ و با تعریف ثابت تناسب R_0 می‌توان نوشت

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (۸.۳)$$

با توجه به اندازه گیرهای پراکندگی الکترون، نظیر آنچه در شکل ۴.۳ نشان داده شده است، معلوم می‌شود که $R_0 \approx 1.2\text{ fm}$ است. تمام جزئیات مربوط به توزیع بار هسته‌ای را می‌توان از این اندازه گیرها به دست آورد.

شکل ۴.۳ میزان پخش شدگی سطح هسته‌ها (و نامشخص بودن مرز آنها) را هم نشان می‌دهد. چگالی بار تا نقطه معینی تقریباً ثابت می‌ماند و آنگاه به کندی به صفر میل می‌کند. فاصله‌ای که در طی آن چگالی بار به صفر می‌رسد، تقریباً مستقل از اندازه هسته است و معمولاً مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود. ضخامت پوست را به صورت پارامتر δ چنان تعریف می‌کنیم که در طی آن چگالی بار هسته از ۹۰٪ مقدار مرکزی به ۱۰٪ مقدار آن کاهش می‌یابد. مقدار δ تقریباً برابر 2.3 fm است.

ارتباط کمی بین شعاع هسته و عدد جرمی در شکل ۵.۳ که مبتنی بر نتایج پراکندگی الکترون است، به صورت آشکارتری نموده شده است. در این شکل، ریشه میانگین مربعی شعاع $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ مستقیماً از توزیع الکترونها پراکنده به دست آمده است. برای کره‌ای که به طور یکنواخت باردار باشد، داریم $\langle r^2 \rangle = (3/5)R^2$ که در آن R شعاع کره است. شکل ۵.۳ نشان می‌دهد که بستگی خطی بین R و $A^{1/3}$ به طور تقریبی از سبکترین هسته



شکل ۵.۳ ریشه میانگین مربعی شعاع هسته‌ها که از آزمایشهای پراکندگی الکترون به دست آمده است. با توجه به شیب خط داریم $R_0 = 1.23 \text{ fm}$. این خط، از برازش حقیقی نقاط تجربی حاصل نشده است، بلکه آن را از مبدأ مختصات عبور داده‌ایم تا معادله $R = R_0 A^{1/3}$ برقرار شود. خطای آزمایش نوعاً از قطر نقاط تجربی ($\pm 0.01 \text{ fm}$) کوچکتر است.

ناسنگینترین هسته اعتبار دارد. با توجه به شیب خط معلوم می‌شود که $R_0 = 1.23 \text{ fm}$ است. چگالی بار هسته‌ای را با مطالعه دقیق گذارهای اتمی هم می‌توان تعیین کرد. در حل معادله شرودینگر برای اتم تک‌الکترونی، همیشه فرض می‌شود که الکترون تحت جاذبه یک هسته نقطه‌ای با پتانسیل $V(r) = -Ze^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ قرار دارد. چون هسته‌های واقعی به صورت نقطه نیستند، تابع موج الکترون می‌تواند به $r < R$ نفوذ کند، و بدین گونه الکترون قسمتی از اوقاتش را درون توزیع بار هسته‌ای می‌گذراند، و در آنجا برهم‌کنشی کاملاً متفاوت با پتانسیل کولنی را تجربه می‌کند. بویژه برای هسته‌ای که شعاع غیرصفر دارد، وقتی که $r \rightarrow 0$ ، پتانسیل $V(r)$ به سوی بینهایت میل نخواهد کرد. به طور تقریبی می‌توان هسته را کره باردار یکنواختی به شعاع R تصور کرد که انرژی پتانسیل الکترون در فواصل $r \leq R$ عبارت است از

$$V'(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left\{ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\} \quad (9.3)$$

و این در حالی است که انرژی پتانسیل الکترون در فواصل $r \geq R$ به همان شکل پتانسیل هسته نقطه‌ای است.

انرژی کل E الکترون در حالت ψ_n برای یک هسته نقطه‌ای، تا حدودی به مقدار انتظاری انرژی پتانسیل بستگی دارد

$$\langle V \rangle = \int \psi_n^* V \psi_n dv \quad (10.3)$$

که در آن V انرژی پتانسیل کولنی هسته نقطه‌ای است. اگر (در تقریب اول) فرض کنیم که تبدیل هسته نقطه‌ای به هسته کروی با بار یکنواخت تغییر قابل توجهی در تابع موج الکترون ψ_n به وجود نمی‌آورد، آنگاه انرژی کل E' الکترون در هر حالت از هسته کروی به مقدار انتظاری پتانسیل V' بستگی پیدا می‌کند

$$\langle V' \rangle = \int_{r < R} \psi_n^* V' \psi_n dv + \int_{r > R} \psi_n^* V \psi_n dv \quad (11.3)$$

که در آن انتگرال دوم فقط به انرژی پتانسیل $1/r$ بستگی دارد. بنابراین، اثر هسته کروی این است که انرژی حالت‌های الکترون را به نسبت هسته نقطه‌ای به مقدار $\langle V' \rangle - \langle V \rangle = E' - E = \Delta E$ تغییر می‌دهد. اینکه اختلاف انرژی از تفاضل $\langle V' \rangle - \langle V \rangle$ به دست بیاید، از این فرض ناشی می‌شود که تابع موجها تغییر نکرده‌اند. در این صورت، جملات مربوط به انرژی جنبشی در E و E' یکسان خواهند بود. با استفاده از تابع موج هیدروژنی ۱s در جدول ۵.۲ حاصل می‌شود

$$\Delta E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2}{a_0^2} \int_0^R e^{-2Zr/a_0} \left\{ \frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right\} r^2 dr \quad (12.3)$$

عامل نمایی در زیرانتگرال تقریباً برابر واحد است، زیرا $R/a_0 \simeq 10^{-5}$ می‌شود، و با توجه به جملات باقیمانده خواهیم داشت

$$\Delta E = \frac{2}{5} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R^2}{a_0^2} \quad (13.3)$$

این مقدار ΔE مابه‌التفاوت انرژی بین حالت ۱s در اتمی با هسته «نقطه‌ای» و حالت ۱s در اتم با هسته کروی باردار یکنواخت به شعاع R است. هسته کروی باردار یکنواخت با شعاع R ، چنانکه شکل ۴.۳ نشان می‌دهد، تقریب خوبی از هسته واقعی است. هرگاه چشمه‌ای از اتمها با هسته‌های «نقطه‌ای» در اختیار داشته باشیم، می‌توانیم ΔE را اندازه‌گیری کنیم و از آنجا R را به دست آوریم! چون چنین هسته‌هایی وجود ندارند، راه حل مناسب بعدی این است که E' را از طریق اندازه‌گیری (مثلاً پرتوهای ایکس K) تعیین کنیم و سپس با استفاده از تابع موج اتم در حالت ۱s مقدار E متناظر به هسته نقطه‌ای را محاسبه کنیم. متأسفانه تابع موجهای اتم با دقت کافی در اختیار نیست که این کار انجام شود. مابه‌التفاوت ΔE خیلی کوچک و شاید در حدود $10^{-4} E$ است، و تابع موجهای ۱s

اتمهای هیدروژنی برای محاسبه E با دقت ۱ قسمت در ۱۰۴ کافی نیست (عوامل جنبی نظیر اثرات نسبیتی و حضور الکترونهاى دیگر در اتم هم بر مقدار انرژی حالت ۱s تأثیر می‌گذارند). بنابراین، با استفاده از یک اندازه‌گیری منفرد انرژی پرتو ایکس K نمی‌توان شعاع هسته را به دست آورد.

به جای اندازه‌گیری منفرد، اجازه دهید انرژی پرتو ایکس K (حاصل از گذار الکترونی ۱s $\rightarrow 2p$) را در دو ایزوتوپ مجاور با اعداد جرمی A و A' اندازه‌گیری و آنها را با هم مقایسه کنیم. اگر این انرژیها را با $E_K(A)$ و $E_K(A')$ نمایش دهیم، داریم

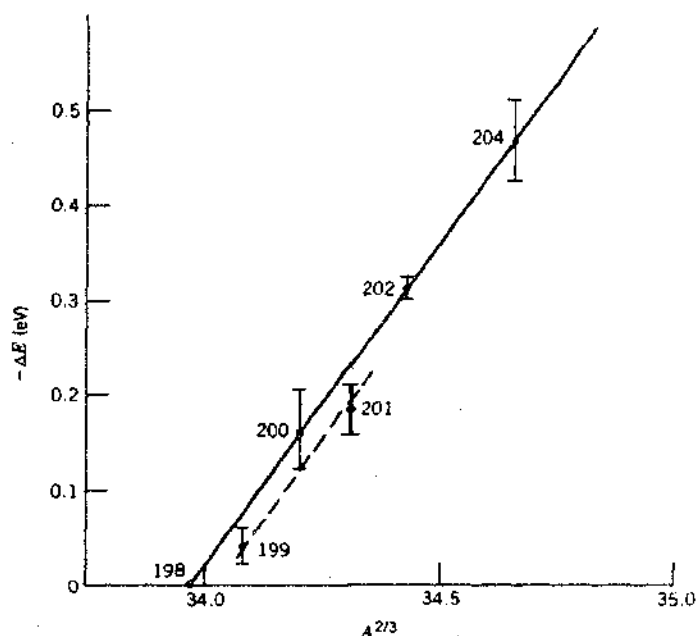
$$E_K(A) - E_K(A') = E_{2p}(A) - E_{1s}(A) - E_{2p}(A') + E_{1s}(A') \quad (14.3)$$

اگر اختلاف انرژی ۲p را ناچیز بگیریم (یا دآورد می‌شود که بنا بر آنچه در فصل ۲ دیدیم، تابع موجهای p الکترون در $r=0$ ناپدید می‌شوند)، اختلاف انرژی حالتیهای باقیمانده ۱s به اختلاف مقادیر ΔE حاصل از معادله (۱۳.۳) تبدیل می‌شود، زیرا $A' \equiv E' = E + \Delta E$ است و مقادیر E هسته «نقطه‌ای» برای ایزوتوپهای A و A' یکسان خواهد بود. پس خواهیم داشت

$$\begin{aligned} E_K(A) - E_K(A') &= \Delta E(A') - \Delta E(A) \\ &= -\frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a_0^3} R_0^3 (A'^{2/3} - A^{2/3}) \end{aligned} \quad (15.3)$$

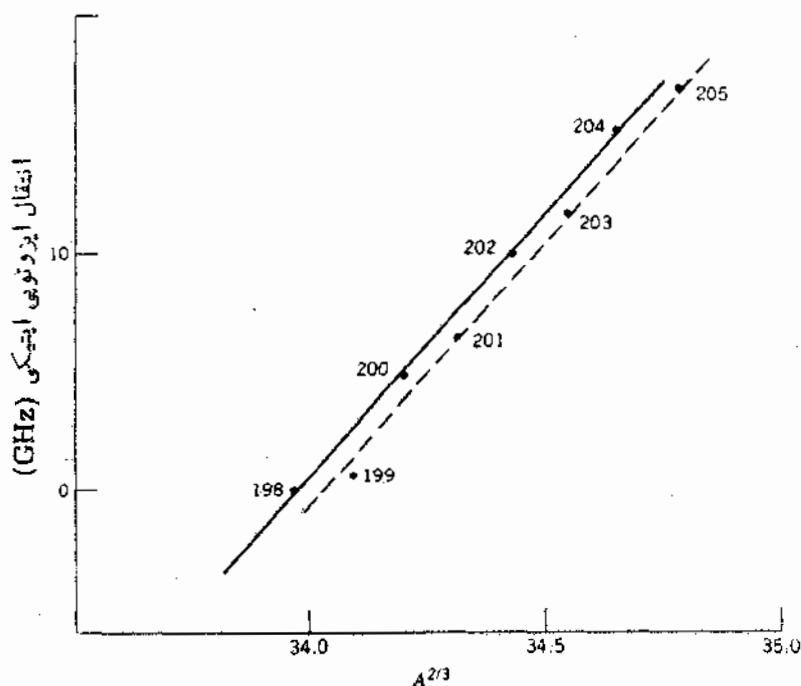
کمیت $E_K(A) - E_K(A')$ را انتقال ایزوتوپی پرتو ایکس K می‌نامند. از ترسیم منحنی تغییرات این کمیت بر حسب $A^{2/3}$ برای تعدادی ایزوتوپ با مقادیر مختلف A و مقایسه همه آنها با A' یکسان، خط راستی حاصل می‌شود که شیب آن مقدار R_0 را به دست می‌دهد. شکل ۶.۳ نمونه‌ای از این نوع منحنی را برای چند ایزوتوپ Hg نشان می‌دهد. تناسب بین انتقال ایزوتوپی و مقدار $A^{2/3}$ در این شکل بسیار خوب است. اما مقدار R_0 حاصل از شیب خط مقدار مناسبی نیست، زیرا تابع موج ۱s مورد استفاده در معادله (۱۲.۳) نماینده خیلی خوبی از تابع موج حقیقی ۱s نیست. برای مثال، مقادیر محاسبه شده انرژی پرتو ایکس K در حدود ۱۵ درصد کمتر از مقادیر مشاهده شده است. چنانچه در محاسبات تفصیلی الکترون ۱s اثرات نسبیتی و اثرات حضور الکترونهاى دیگر را در اتم در نظر بگیریم، رابطه واقع بینانه‌تری بین شیب شکل ۶.۳ و مقدار R_0 به دست می‌آید. مقادیر حاصل برای R_0 در گستره ۱۲ fm قرار دارند، و با نتایج حاصل از آزمایشهای پراکندگی الکترون سازگارند.

انتقال ایزوتوپی را به کمک تابش آنتی‌کی در اتمها (گذارهای بین پوسته‌های بیرونی الکترون که منجر به تولید نور مرئی می‌شود) هم می‌توان اندازه‌گیری کرد. چون این مدارهای الکترونی نسبت به مدار ۱s خیلی دورتر از هسته قرار می‌گیرند، انتقال حاصل از آشکارسازی تابوع موج آنها در حجم هسته که نظیر معادله (۱۲.۳) است، خیلی کوچکتر از انتقال الکترونهاى درونی ۱s خواهد بود. در فصل ۲ نشان دادیم که حد تابع موجهای



شکل ۶.۳ انتقال ایزوتوپی پرتوایکس K در Hg. انرژی پرتوایکس K در Hg در حدود ۱۵۰ keV است، بنابراین انتقال ایزوتوپی نسبی از مرتبه 10^{-6} می‌شود. تناسب پیش‌بینی شده با $A^{2/3}$ با این اطلاعات تأیید می‌شود. جابجایی «فرد-زوج» منحنی بر اثر مدار ذره فرد در هسته به وجود می‌آید. به همین دلیل، ایزوتوپهای A فرد را باید جدا از ایزوتوپهای A زوج رسم کرد. اما تناسب با $A^{2/3}$ در هر دو گروه دیده می‌شود.

پس برای حالت‌های S (تابع موجهای $l=0$) به ازای مقادیر کوچک r غیر صفر است. اگر گذارهای ایتیکی به حالت‌های S مربوط باشد، انتقال‌های ایزوتوپی آنها می‌تواند به حدی بزرگ شود که اندازه‌گیری‌شان، بویژه با استفاده از روش‌های نوین تداخل سنجی لیزری، بدقت امکان‌پذیر باشد. نمونه‌ای از انتقال‌های ایتیکی در ایزوتوپهای Hg را در شکل ۷.۳ نشان داده‌ایم. در این اطلاعات هم تناسب مورد انتظار با $A^{2/3}$ تأیید می‌شود. مقدار $R_0 = 1.72 \text{ fm}$ با اندازه‌گیری‌های انجام شده در گستره وسیعی از هسته‌ها سازگار است. این گونه اثرات اندازه‌هسته بر انتقال‌های ایتیکی و پرتو ایکس، خیلی کوچک و در حدود 10^{-4} تا 10^{-6} برابر انرژی گذار هستند. علت آن هم به اختلاف مقیاس 10^4 بیسن شعاع بود a_0 و شعاع هسته R مربوط می‌شود. برای آنکه اثرات ناشی از انتقال‌های (۱۲.۳) بزرگ باشد، تابع موج اتم به ازای مقادیر r نزدیک به R باید بزرگ باشد. اما تابع موجهای اتم به ازای مقادیر نزدیک به $r = a_0/Z$ که خیلی بزرگ‌تر از R هستند، بزرگ می‌شوند. برای بهبود این وضع می‌توان از اتم موثونی استفاده کرد. موثون ذره‌ای

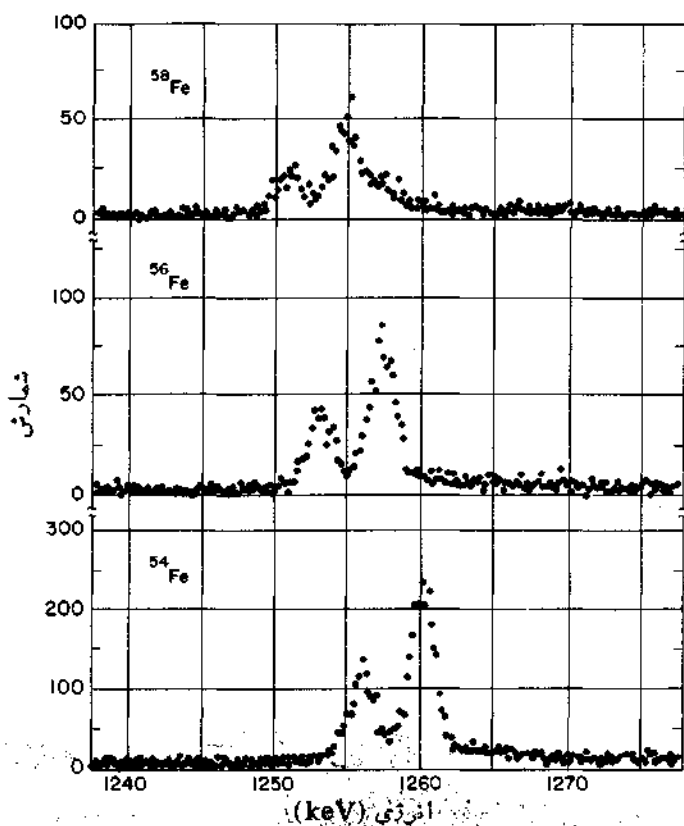


شکل ۷.۳ انتقالهای ایزوتوپی ایتیکی در ایزوتوپهای Hg از ۱۹۸ تا ۲۰۵ در مقایسه با ایزوتوپ ۱۹۸. این اطلاعات از طریق طیف‌نمایی لیزری به‌دست آمده است که خطای آزمایشی آن در حدود $\pm 1\%$ درصد است. طول موج‌گذار ایتیکی در این اندازه‌گیریها برابر 253.27 nm ، و انتقال ایزوتوپی در حدود یک قسمت در هر 10^7 قسمت بوده است. این نتایج را با نتایج شکل ۶.۳ مقایسه کنید.

است که تمام خصوصیاتش، غیر از جرم، همانند الکترون است، جرم موئون 207 برابر جرم الکترون است. چون شعاع بور نسبت معکوس با جرم دارد، شعاع مدارهای موئونی برابر $1/207$ شعاع مدارهای الکترونی متناظر خواهد بود. در واقع، در هسته سنگینی مانند Pb، شعاع متوسط مدار موئونی 1 s کمتر از شعاع هسته خواهد شد. بدین ترتیب، اندازه هسته با ضریب 2 در انرژی‌گذار تأثیر خواهد گذاشت که در مقایسه با ضریب 10^{-4} تا 10^{-6} در گذارهای الکترونی، بهبود قابل توجهی به‌شمار می‌رود.

در مواد معمولی موئون وجود ندارد، اما می‌توان آن را با استفاده از شتاب‌دهنده‌های بزرگ که بازیکه‌های شدید مزونهای π تولید می‌کنند به‌طور مصنوعی به وجود آورد. این مزونهای π پس از تولید، به سرعت (در زمانی از مرتبه 10^{-8} تا 10^{-10} s) واپاشیده و به موئون تبدیل می‌شوند. (خواص موئونها و مزونهای π را در فصلهای ۱۷ و ۱۸ بررسی خواهیم کرد.) هنگامی که بازیکه‌های موئون روی هدفهای مناسبی متمرکز شوند، اتمهای هدف

موئونها را گیراندازی می کنند و آنها را در مدارهایی مشابه مدارهای الکترونی قرار می دهند. موئون در آغاز در حالتی با عدد کوانتومی اصلی n خیلی بالا قرار می گیرد، و سپس در حالتی که به حالت پایه ۱s نزدیک می شود، از خود فوتوهای گسیلی می کند که با فوتوهای گسیل شونده در گذارهای الکترونی بین ترازهای انرژی اتم قابل مقایسه است. ترازهای انرژی اتم هیدروژن مستقیماً به جرم الکترون بستگی دارد. بنابراین، می توان انتظار داشت که انرژی ترازهای موئونی و انرژی گذار آنها، ۲۰۷ برابر انرژی حالتی الکترونی باشد. چون انرژی پرتوهای ایکس K در حالت عادی در حدود دهها keV است، انرژی پرتوهای ایکس K در حالت موئونی در حدود چند MeV خواهد شد. چند نمونه از پرتوهای ایکس موئونی K در شکل ۸.۳ نشان داده شده است. این انتقال ایزوتوپی، در مقایسه با

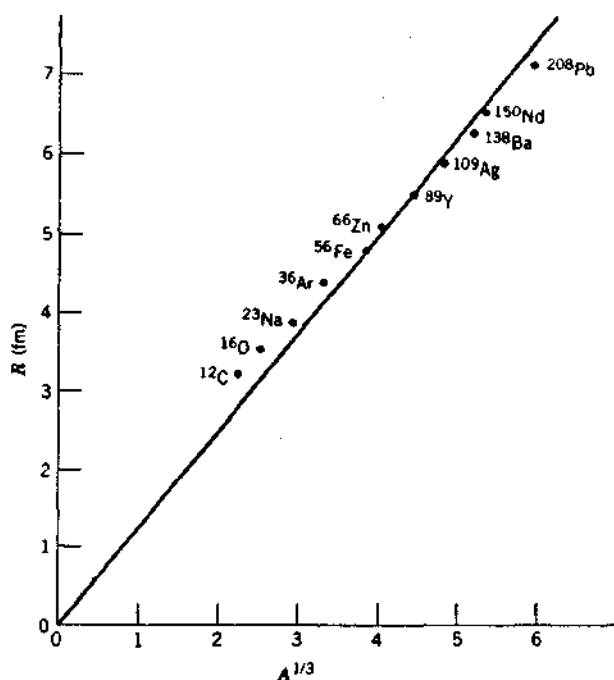


شکل ۸.۳ پرتوهای ایکس موئونی K برای چند ایزوتوپ Fe. قله گذارهای $2p_{3/2}$ به $1s_{1/2}$ و $2p_{1/2}$ به $1s_{1/2}$ را نشان می دهند که شدت نسبی آنها به نسبت ۲:۱ است. این نسبت از طریق وزن آماری $(2j+1)$ حالت اولیه قابل تعیین است. انتقال ایزوتوپی را به روشنی می توان از تغییر انرژی گذار تشخیص داد. اثر نسبی انتقال در اینجا در حدود ۴ درصد است که باید آن را با مقدار ۶-۱۰ حاصل از پرتوهای ایکس الکترونی K (شکل ۶.۳) مقایسه کرد.

انتقال ایزوتوپی پرتوایکس الکترونی K که نوعاً در حدود 10^{-2} eV به‌ازای واحد تغییر عدد جرمی A است، خیلی زیاد است.

برخلاف مورد پرتوهای ایکس الکترونی K که در آنها عدم قطعیت تابع موجهای اتم باعث دشواری تعبیر انتقال ایزوتوپی می‌شود، در اینجا می‌توانیم با استفاده از انرژیهای مشاهده‌شده پرتوایکس موثونی مستقیماً پارامترهای توزیع بار هسته را محاسبه کنیم. نتایج حاصل را بر اساس مدل کره باردار یکنواخت برای ریشه میانگین مربعی (rms) شعاعهای هسته‌ای در شکل ۹.۳ نشان داده‌ایم. اطلاعات موجود در این شکل به تقریب با عبارت $R_0 A^{1/3}$ که در آن $R_0 = 1.25 \text{ fm}$ باشد، سازگار است.

راه دیگر تعیین شعاع بار هسته، استفاده از اندازه‌گیری مستقیم اختلاف انرژی کولنی هسته‌هاست. برای نمونه، ${}^3\text{H}$ و ${}^3\text{He}$ را در نظر می‌گیریم. برای آنکه از ${}^2\text{He}$ به ${}^2\text{H}$ برسیم، باید یک پروتون را به یک نوترون تبدیل کنیم. چنانکه در بحث فصل ۴ خواهیم دید، شواهدی قوی دال بر این امر در دست است که نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون نمی‌گذارد. بنابراین، تبدیل پروتون به نوترون نباید تأثیری در انرژی هسته‌ای



شکل ۹.۳ تعیین شعاع میانگین هسته با استفاده از اندازه‌گیریهای پرتوایکس موثونی. در اینجا، مانند مورد شکل ۵.۳، بستگی خطی بین شعاع و $A^{1/3}$ به‌تقریب تأیید می‌شود (در این مورد نیز خط را عمداً از مبدأ مختصات عبور داده‌ایم). با توجه به شیب خط داریم $R_0 = 1.25 \text{ fm}$.

این سیستم سه نوکلئونی برجای بگذارد. اما انرژی کوآنی سیستم باید تغییر کند، زیرا پروتونها در ${}^4\text{He}$ تحت تأثیر دافعه‌اند درحالی که در ${}^3\text{H}$ چنین دافعه‌ای وجود ندارد. بدین ترتیب، اختلاف انرژی بین ${}^4\text{He}$ و ${}^3\text{H}$ برآوردی از انرژی کوآنی پروتون دوم به دست می‌دهد. برای محاسبه فاصله بین پروتونها، و تعیین اندازه هسته، می‌توان از فرمول معمولی انرژی دافعه کوآنی استفاده کرد.

اکنون يك هسته پیچیده‌تر، مانند ${}^{238}\text{U}$ ، را در نظر می‌گیریم. در این مورد اگر بخواهیم يك پروتون را به يك نوترون تبدیل کنیم، با وضعیتی کاملاً متفاوت با حالت قبل روبه‌رو می‌شویم. زیرا در این حالت، نود و دومین پروتون باید به یکصد و چهل و هفتمین نوترون تبدیل شود. چون نوترونها و پروتونها هر دو تابع اصل پاؤلی هستند، اوربیتال ۹۲امین پروتون با اوربیتال ۱۴۷امین نوترون تفاوت خواهد داشت، و درحالت کلی محاسبه این اثر به‌طور دقیق امکان پذیر نیست و نمی‌توان به انرژی کوآنی دست یافت. اگر موردی را در نظر بگیریم که (مانند نمونه تبدیل ${}^3\text{He}$ به ${}^3\text{H}$) متضمن تغییر اوربیتال نباشد، یعنی اگر شماره آخرین پروتون تبدیل‌شونده به نوترون با شماره آخرین نوترون بعد از تبدیل یکسان باشد، مشکل برطرف خواهد شد. در این صورت، Z هسته اول باید با N هسته دوم برابر باشد (که در نتیجه، N هسته اول هم با Z هسته دوم برابر می‌شود). این گونه زوج هسته‌ها را هسته‌های آینه‌ای می‌نامند، زیرا از طریق انعکاس از آینه‌ای که پروتون را به نوترون تبدیل می‌کند يك هسته به‌هسته دیگر بدل می‌شود. زوجهای ${}^{13}\text{C}$ یا ${}^{13}\text{C}_{19}$ و ${}^{13}\text{K}_{19}$ را به‌عنوان نمونه‌هایی از هسته‌های آینه‌ای می‌توان در نظر گرفت. انرژی کوآنی يك کره باردار یکنواخت به‌شعاع R عبارت است از

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{R} \quad (16.3)$$

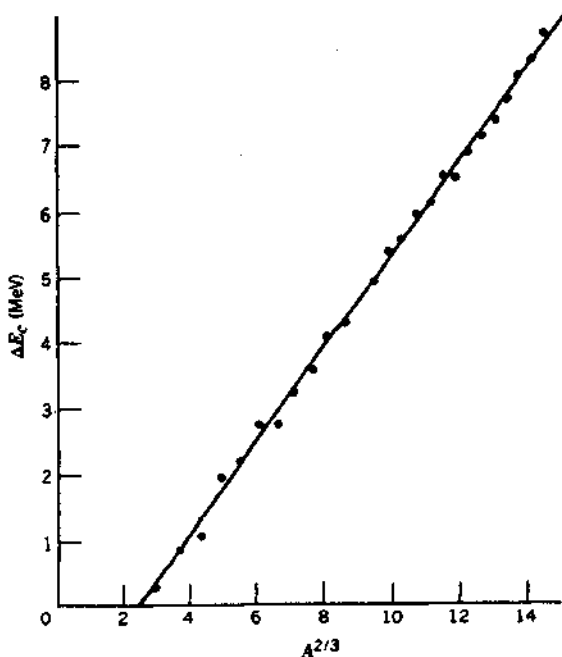
که در آن Q بار کل کره است. با توجه به این عبارت، اختلاف انرژی کوآنی بین زوج هسته‌های آینه‌ای چنین به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} [Z^2 - (Z-1)^2] \\ &= \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} (2Z-1) \end{aligned} \quad (17.3)$$

چون Z نماینده عدد اتمی هسته‌ای است که عدد اتمی بالاتری دارد، N آن باید برابر $(Z-1)$ شود. در این صورت داریم $A = 2Z-1$ ، و با توجه به $R = R_0 A^{1/3}$ حاصل می‌شود

$$\Delta E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} A^{2/3} \quad (18.3)$$

اختلاف انرژی کولنی را به دو روش می‌توان مستقیماً اندازه‌گیری کرد. در روش اول یکی از زوج هسته‌ها از طریق واپاشی هسته‌ای بتا β ، که در طی آن یک پروتون با گسیل یک الکترون مثبت (پوزیترون) به نوترون تبدیل می‌شود، به صورت هسته دیگری می‌آید. در این روش، بیشینه انرژی پوزیترون گسیل شده میزان اختلاف انرژی بین هسته‌ها را تعیین می‌کند. در روش دوم، برای اندازه‌گیری اختلاف انرژی از واکنشهای هسته‌ای استفاده می‌شود. برای نمونه، هنگامی که هسته‌ای مانند ^{11}B را با پروتون بمباران می‌کنیم، گاهی از این واکنش یک نوترون گسیل می‌شود و هسته‌ای به صورت ^{11}C بر جای می‌ماند. کمینه انرژی پروتون برای انجام این واکنش، میزان اختلاف انرژی بین ^{11}C و ^{11}B را به دست می‌دهد. [واپاشی بتا β در فصل ۹ و سینماتیک واکنشها در فصل ۱۱ (جلد دوم، ترجمه فارسی) مورد بحث قرار خواهد گرفت.] اختلاف انرژی اندازه‌گیری شده را برای تعدادی از هسته‌ها بر حسب $A^{2/3}$ در شکل ۱۰.۳ رسم کرده‌ایم. چنانکه از معادله (۱۸.۳) انتظار می‌رود، تناسب بین این دو کمیت تقریباً خطی است. از شیب خط حاصل خواهیم داشت $R_0 = 1.22 \text{ fm}$. هرچند که در این اندازه‌گیریهای شعاع بار هسته از روشهای متفاوتی استفاده شده است، ولی نتایج حاصل از همه آنها یکسان است. تغییرات شعاع هسته بر حسب عدد جرمی به صورت $R_0 A^{1/3}$ به دست می‌آید که در آن R_0 برابر ۱.۲ تا 1.25 fm است.



شکل ۱۰.۳ اختلاف انرژی کولنی بین هسته‌های آینه‌ای. چنانکه انتظار می‌رود، تناسب بین اختلاف انرژی و $A^{2/3}$ بخوبی مشهود است. با توجه به شیب خط، داریم $R_0 = 1.22 \text{ fm}$.

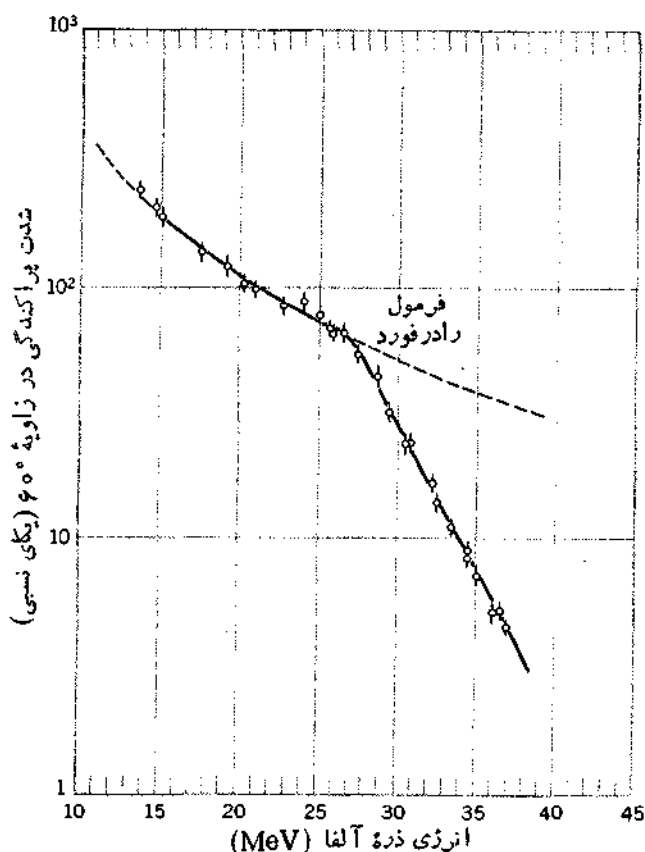
توزیع ماده هسته‌ای

اغلب شعاع هسته را از طریق آزمایشی که متضمن نیروی هسته‌ای بین دوهسته است، تعیین می‌کنیم. با تعیین تغییرات فضایی نیروی بین هسته‌ها می‌توان شعاع هسته‌ها را محاسبه کرد. در این صورت، شعاع تعیین شده را باید به عنوان مشخصه نیروی هسته‌ای تلقی کنیم نه نیروی کولنی. بنابراین، چنین شعاعی نمایانگر توزیع پروتونها به تنهایی نیست بلکه توزیع تمامی نوکلئونهای موجود در هسته را نشان می‌دهد.

به عنوان نمونه‌ای از اندازه‌گیریهای توزیع ماده هسته‌ای، آزمایشی را در نظر می‌گیریم که در طی آن هسته ${}^4\text{He}$ (ذره آلفا) توسط هسته هدف خیلی سنگینتری مانند ${}^{197}\text{Au}$ پراکنده می‌شود. اگر فاصله بین دوهسته همیشه از مجموع شعاعهای آنها بزرگتر باشد، همواره یک هسته در فراسوی برد نیروی هسته‌ای هسته دیگر قرار می‌گیرد، و در این صورت فقط نیروی کولنی در برهم کنش آنها دخالت دارد. [این فرایند را پراکندگی رادرفورد می‌نامند که در فصل ۱۱ (جلد دوم) بررسی خواهد شد.] هنگامی که انرژی ذره فرودی کمتر از مقدار معینی باشد، احتمال پراکندگی تحت هر زاویه مشخصی را می‌توان دقیقاً از فرمول رادرفورد پیش‌بینی کرد. با افزایش انرژی ذرات آلفای فرودی می‌توان بردافعه کولنی غلبه کرد، که در این صورت نزدیکی ذره و هسته ممکن است آنچنان زیاد باشد که نیروی هسته‌ای وارد عمل شود. در این حالت، فرمول رادرفورد دیگر نمی‌تواند برقرار بماند که نمونه‌ای از آن را در شکل ۱۱.۳ نشان داده‌ایم.

به عنوان نمونه‌ای دیگر، شکل واپاشی رادیواکتیو آلفا را که در آن یک ذره آلفا از هسته گسیل می‌شود در نظر می‌گیریم (بحث کامل واپاشی آلفا را در فصل ۸ خواهیم دید). چنانکه در شکل ۱۲.۳ نشان داده‌ایم، ذره آلفای گسیل‌شونده باید با فرار از پتانسیل هسته‌ای در یک سد پتانسیل کولنی نفوذ کند. احتمال واپاشی آلفا را به کمک یک روش استاندارد نفوذ از سد و با استفاده از معادله شرودینگر، می‌توان محاسبه کرد. این مقادیر محاسبه شده احتمال به شعاع ماده هسته‌ای R بستگی دارد، و از مقایسه آن با احتمال واپاشی اندازه‌گیری شده می‌توان مقدار R را تعیین کرد.

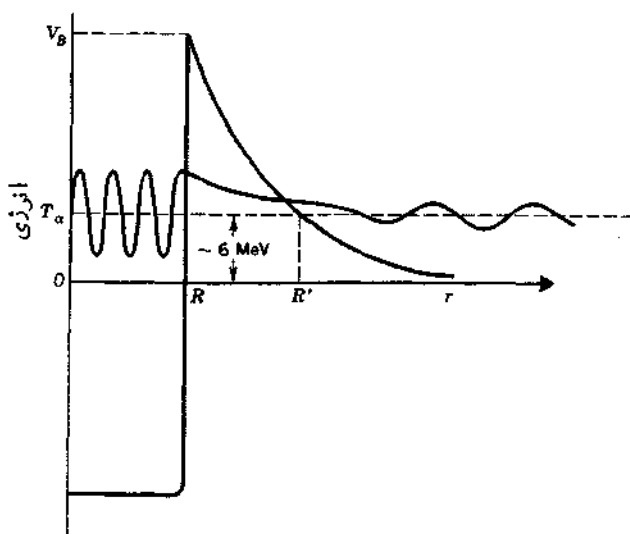
روش سوم در تعیین شعاع ماده هسته‌ای، استفاده از اندازه‌گیری انرژی پرتوهای ایکس مزون π است. این روش خیلی شبیه به همان روش پرتو ایکس موثونی است که در اندازه‌گیری شعاع بار هسته در بالا مورد بحث قرار گرفت. اختلاف این دو روش، به اختلاف بین موثونها و مزونها π مربوط می‌شود. برهم کنش موثونها با هسته از طریق نیروی کولنی است، در حالی که برهم کنش مزونها π با هسته از طریق نیروی کولنی و نیروی هسته‌ای است. مزونها π باردار منفی π^- هم، مانند موثونها، در گذار از مدارهایشان که مشابه مدارهای الکترونی است فوتوهایابی به نام پرتوهای ایکس مزون π از خود گسیل می‌کنند. هنگامی که تابع موجهای مزون π شروع به همپوشی با هسته می‌کند، ترازهای انرژی این نوع آنها تاحدودی جابه‌جا می‌شود و دیگر با محاسباتی که صرفاً از برهم کنش کولنی حاصل شده است، مطابقت نخواهد داشت. بعلاوه، این امکان هم وجود دارد که



شکل ۱۱.۳ نقض فرمول پراکندگی رادرفورد. وقتی که ذره فرودی α آنچنان به هسته هدف Pb نزدیک شود که برهم کنش با نیروی هسته‌ای (علاوه بر نیروی کولنی) امکان پذیر شود، فرمول رادرفورد اعتبارش را از دست می‌دهد. با استفاده از نقطه شکست این قانون می‌توان بزرگی هسته را برآورد کرد.

مزونهای π و بویژه مزونهای مدارهای درونی مستقیماً توسط هسته جذب شوند، که در این صورت تعداد گذارهای پرتوایکس ترازهای درونی کاهش خواهد یافت. «آهنگ ناپدید شدن» مزونهای π را می‌توان به عنوان روش دیگری از تعیین شعاع هسته مورد بهره‌برداری قرار داد.

در اصل، تمام این اثرات را می‌توان به عنوان اساس محاسبات تعیین شعاع هسته به کار برد. اما این محاسبات نسبت به مختصات دقیق همپوشی (یا برخورد) بین ذره کاونده و ماده هسته‌ای، بسیار حساس است. بنابراین، در این محاسبات استفاده از مدل



شکل ۱۲.۳ نفوذ از سد در واپاشی آلفا. نیمه عمر گسیل آلفا به احتمال نفوذ از سد بستگی دارد، و احتمال نفوذ هم به ضخامت سد بستگی دارد. بنابراین با استفاده از نیمه عمر اندازه گیری شده می توان شعاع R را در جایی که نیروی هسته ای به پایان می رسد و سپس دافعه کولنی وارد عمل می شود، تعیین کرد.

«کره یکنواخت» به صورتی که چگالی در فاصله R برابر مقدار ثابت و در خارج از R برابر صفر باشد، کاری نادرست است. به جای این کار، باید از توزیعی مانند منحنیهای شکل ۴.۳ استفاده کنیم، و علاوه بر شعاع متوسط هسته دنباله مناسبی هم برای آن در نظر بگیریم.

در اینجا شعاع ماده هسته ای را به تفصیل محاسبه نمی کنیم، زیرا که از محاسبات قبلی شعاع بار هسته ای خیلی پیچیده تر است. اکنون نتیجه این محاسبه را ذکر می کنیم که ممکن است تا حدودی شگفت انگیز باشد: شعاعهای بار و ماده هسته ها، با تقریب حدود $1.07 fm$ ، باهم برابرند. هر دو شعاع به $A^{1/3}$ بستگی دارند، و ضریب تناسب آنها برابر $R_0 \approx 1.2 fm$ است. در هسته های سنگین، چون تعداد نوترونها در حدود ۵۰ درصد بیشتر از پروتونهاست، ممکن است انتظار داشته باشیم که شعاع نوترونی هسته ها اندکی بزرگتر از شعاع پروتونی آنها باشد. اما از سوی دیگر باید توجه کرد که نیروی دافعه پروتونی در صدد است پروتونها را به قسمت بیرونی هسته براند و نیروی نوترونی پروتون هم مایل است نوترونها را به قسمت درونی هسته بکشد. این کشاکش، نوترونها و پروتونهای هسته را آنچنان درهم می آمیزد که شعاعهای بار و ماده تقریباً باهم برابر می شوند.

۲.۳ جرم نوکلیدها و فراوانی آنها

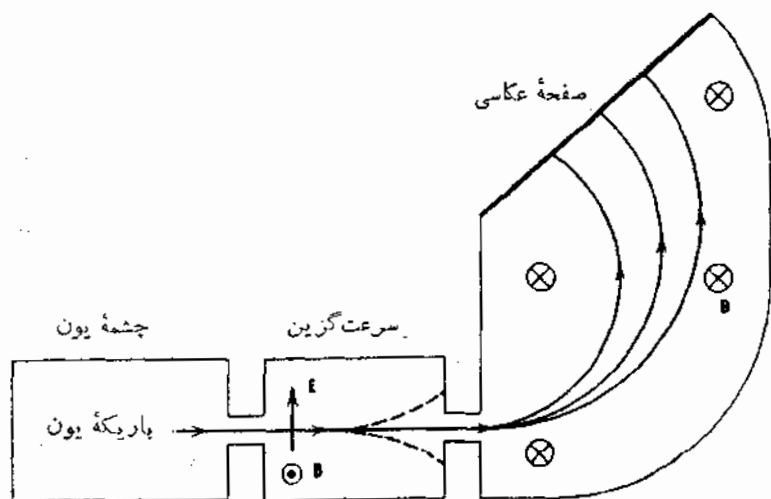
فهرست مقادیر اندازه‌گیری شده جرم و فراوانی نسبی اتمهای خنثی را برای انواع هسته‌های پایدار و رادیواکتیو در جدول پیوست ج گردآوری کرده‌ایم. با اینکه توازن انرژی در واپاشیها و واکنشهای هسته‌ای را باید بر اساس جرمهای هسته‌ای محاسبه کنیم، ولی رسم بر این است که جرم اتمهای خنثی را در این گونه جدولها ذکر می‌کنند. بنابراین، گاهی لازم می‌شود که با در نظر گرفتن جرم و انرژی بستگی الکترونها این مقادیر جرمی را تصحیح کنیم. ساختار ماده را هر چه ژرفتر در نظر بگیریم، انرژی بستگی سیستم نیز در مقایسه با انرژی سکون بیشتر می‌شود. برای نمونه، انرژی بستگی اتمی هیدروژن برابر 13.6 eV و نسبت آن به انرژی سکون کل اتم فقط در حدود $10^{-8} \times 10^4$ است. در حالی که در ساده‌ترین هسته یعنی دوتریم، انرژی بستگی برابر 2.2 MeV و نسبت آن به انرژی سکون جرم کل آن در حدود $10^{-3} \times 10^4$ است. انرژی بستگی دوتریم نسبتاً کم، و بدین جهت این عدد در مقایسه با هسته‌های دیگر نسبتاً کوچک است. نسبت انرژی بستگی به انرژی سکون هسته‌های معمولی به حدود $10^{-3} \times 8$ می‌رسد. در بررسی بازهم ژرفتر از ساختار ماده، با سه نوع کوارک سنگین که سازنده نوکلئونها هستند سروکار پیدا می‌کنیم. جرم کوارکها معلوم نیست (هنوز در آزمایش با کوارک آزاد روبه‌رو نشده‌ایم و ممکن است وجود کوارکها در حالت آزاد امکان‌پذیر نباشد)، اما امکان دارد که جرم کوارک از $100 \text{ GeV}/c^2$ هم بزرگتر باشد. در این صورت، نسبت انرژی بستگی کوارکها به جرم کل آنها در هر نوکلئون کسری بزرگتر از ۹۹٪ خواهد بود - یعنی از ترکیب سه کوارک که انرژی سکون کل آنها شاید در حدود 300 GeV است نوکلئونی با انرژی سکون حدود 1 GeV تولید می‌شود!

بدین گونه، بحث مربوط به جرم هسته‌ها از بحث انرژی بستگی هسته‌ای جدایی‌ناپذیر است. در غیر این صورت، جرم هسته‌ها به شکل $Zm_p + Nm_n$ قابل محاسبه می‌شد و موضوعی چندان جالب توجه نبود. در این بخش، بحث‌مان را به تعیین تجربی جرم هسته‌ها محدود می‌کنیم، و هسته را به صورت جسمی ساده و بدون هیچگونه ساختار داخلی در نظر می‌گیریم. در بخش بعدی، با استفاده از جرم هسته‌های اندازه‌گیری شده، به تعیین انرژی بستگی هسته‌ها می‌پردازیم.

اندازه‌گیری جرم هسته‌ها، در تکامل فیزیک هسته‌ای نقش بسیار مهمی داشته است. طیف‌سنجی جرمی، نخستین تکنیک با دقت بالا بود که در اختیار آزمایشگران قرار گرفت؛ و چون جرم هسته به‌طور منظم با افزایش یک پروتون یا نوترون افزایش می‌یابد، با اندازه‌گیری جرمها توانسته‌ایم نمودار کاملی از ایزوتوپهای پایدار تهیه کنیم. در حالی که در فیزیک اتمی وضع به این صورت نبوده است. اندازه‌گیریهای وزن اتمی متوسط در قرن نوزدهم به پیدایش اختلافاتی در جدول تناوبی عناصر منجر شد که از جمله موارد آن، برهم خوردن ترتیب عناصر کبالت و نیکل در جدول بود. وزن کبالت سنگینتر از وزن نیکل به‌دست می‌آمد، در حالی که ترتیب استقرار آن در جدول بر مبنای عدد اتمی (و نه وزن اتمی)

باید قبل از نیکل باشد. مطلب دیگری که به همان درجه از اهمیت است این است که بدون توجه تغییرات خواص هسته از يك ایزوتوپ به ایزوتوپ دیگر، نمی توانیم درك درستی از ساختار هسته‌ای داشته باشیم. بنابراین، پیش از آنکه به اندازه گیری خواص هسته‌ها بپردازیم، باید انواع ایزوتوپهای موجود را مشخص کنیم و سعی کنیم که آنها را به منظور بررسیهای تجربی از یکدیگر جدا سازیم.

برای تعیین جرم هسته‌ها و فراوانی نسبی آنها در نمونه‌ای از ماده معمولی، با توجه به اینکه حتی در يك جسم خالص هم ممکن است مخلوطی از چند ایزوتوپ وجود داشته باشد، باید بتوانیم ایزوتوپها را به کمک جرمشان از یکدیگر جدا کنیم. اگر مقصود فقط جداسازی ایزوتوپها از یکدیگر باشد، به دستگاهی با حساسیت فوق العاده زیاد نیازی نیست. اختلاف جرم ایزوتوپهای مجاور در هسته‌های میان-وزن در حدود ۱٪ است. برای اندازه گیری جرم با مرتبه دقت 10^{-6} به دستگاههای خیلی پیچیده تری که طیف‌نمای جرمی نامیده می‌شوند نیاز داریم. اگر بتوانیم جرمهای جدا شده را به صورت تصاویر جداگانه‌ای روی يك صفحه عکاسی متمرکز کنیم، چنین دستگاهی را طیف‌نگار می‌گوییم. هرگاه جرمهای جدا شده پس از عبور از شکافهای آشکارساز به طور الکترونیکی (مثلاً به صورت جریان الکتریکی) ثبت شوند، چنین دستگاهی را طیف‌سنج می‌نامند. نمودار ساده‌ای از يك نوع طیف‌نگار جرمی را در شکل ۱۳.۳ نشان داده‌ایم. اولین قسمت از هر دستگاه طیف‌نمای جرمی، يك چشمه یون است که باریکه‌ای از



شکل ۱۳.۳ نمودار ساده‌ای از طیف‌نگار جرمی. چشمه یون، باریکه‌ای با توزیع سرعت گرمایی تولید می‌کند. در ناحیه سرعت‌گزین به یونها بی اجازه عبور داده می‌شود که سرعت خاصی داشته باشند (ویقیه مطابق شکل منحرف می‌شوند). سپس جرمهای مختلف موجود در باریکه، متناسب با تکانه‌هایشان، در میدان مغناطیسی یکتواختی منحرف و بدین ترتیب قابل شناسایی خواهند شد.

اتمها یا مولکولهای یونیده تولید می‌کند. اغلب برای تولید یون، بخار ماده مورد مطالعه را با استفاده از الکترون بمباران می‌کنند. در برخی از حالتها هم یونها را از طریق تخلیه جرقه‌ای بین الکترودهای آغشته به ماده مورد نظر تولید می‌کنند. سرعت یونهای خارج شده از چشمه، هم به سبب توزیع گرمایی و هم به خاطر جرم متفاوت یونها، گستره وسیعی را در بر می‌گیرد.

قسمت بعدی دستگاه، سرعت‌گزین نام دارد و ناحیه‌ای است که در آن دو میدان متعامد الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد. میدان E بر یون خارج شده از چشمه، نیروی qE وارد می‌کند و می‌خواهد آن را مطابق شکل ۱۳.۳ به طرف بالا منحرف کند. اما میدان B نیروی روبه پایین qvB را بر یون وارد خواهد ساخت. اگر این دو نیرو اثر همدیگر را خنثی کنند، آنگاه یونها انحرافی نخواهند داشت و از شکاف خروجی سرعت‌گزین عبور خواهند کرد. در این صورت داریم

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B} \quad (19.3)$$

قسمت نهایی این دستگاه تکانه-گزین نام دارد و اساساً از يك میدان مغناطیسی یکنواخت تشکیل شده است که مسیر باریکه ذرات را به صورت دایره‌ای به شعاع r در می‌آورد که بزرگی آن به مقدار تکانه ذرات بستگی دارد

$$mv = qBr$$

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (20.3)$$

چون q ، B و v برای تمام ذرات یکسان اختیار شده است، ذرات با جرمهای مختلف شعاعهای متفاوت خواهند داشت. اغلب میدان مغناطیسی در قسمتهای سرعت‌گزین و تکانه‌گزین یکسان اختیار می‌شود که در این صورت داریم

$$m = \frac{qrB^2}{E} \quad (21.3)$$

برای تعیین جرم با دقت يك قسمت در هر 10^6 ، باید تمام کمیت‌های معادله (۲۱.۳) را با همین دقت در اختیار داشته باشیم که احتمال آن خیلی ضعیف است. در عمل مقیاس سنجش را روی يك ذره نخاص تنظیم می‌کنیم، و سپس اندازه‌گیری جرم سایر ذرات را نسبت به آن انجام می‌دهیم. نقطه ثابت در مقیاس جرم اتمی ^{12}C است که جرم اتمی آن را دقیقاً برابر 12.00000000 اختیار می‌کنیم. برای تعیین جرم اتمهای دیگری مانند ^1H لازم است که E و B را به میزان قابل توجهی تغییر دهیم. پس اینکه درجه‌بندی مقیاس

سنجش در چنین گستره‌ای با همان دقت يك قسمت در 10^6 معتبر بماند، می‌تواند محل تردید باشد. اما بهتر است که اندازه‌گیری را به تعیین اختلاف میان جرمهای تقریباً یکسان محدود کنیم. برای نمونه، دستگاه را برای جرم 128 تنظیم می‌کنیم و اختلاف جرم بین مولکولهای C_9H_{20} (نونان) و $C_{10}H_{18}$ (نفتالین) را به دست می‌آوریم. این اختلاف جرم به صورت $12.00000000 \pm 0.00000000 \pm 0.00000000 \pm 0.00000000$ Δ اندازه‌گیری می‌شود. با صرف نظر کردن از اختلاف انرژی بستگی مولکولی این دو مولکول (که از مرتبه 10^{-9} است)، می‌توان نوشت

$$\Delta = m(C_9H_{20}) - m(C_{10}H_{18}) = 12m(^1H) - m(^{12}C)$$

پس خواهیم داشت

$$\begin{aligned} m(^1H) &= \frac{1}{12} [m(^{12}C) + \Delta] \\ &= 1.000000000 + \frac{1}{12} \Delta \\ &= 1.000782503 \pm 0.000000001 \text{ u} \end{aligned}$$

با در دست داشتن این مقدار دقیق جرم هیدروژن، اکنون می‌توانیم دستگاه طیف‌سنج را برای جرم 28 تنظیم کنیم و به تعیین اختلاف بین C_2H_4 و N_2 بپردازیم

$$\begin{aligned} \Delta &= m(C_2H_4) - m(N_2) = 2m(^{12}C) + 4m(^1H) - 2m(^{14}N) \\ &= 0.0025152196 \pm 0.0000000030 \text{ u} \end{aligned}$$

که از آن حاصل می‌شود

$$m(^{14}N) = m(^{12}C) + 2m(^1H) - \frac{1}{2} \Delta = 14.00307396 \pm 0.000000002 \text{ u}$$

این روش اندازه‌گیری اختلاف جرم بیسن جرمهای خیلی نزدیک به هم را روش دقت‌آلی جرمی می‌نامند، و همچنانکه دیده می‌شود، با استفاده از آن مقادیر جرم را با دقت فوق‌العاده زیاد به دست آوردند. بویژه توجه کنید که خطای ۱ قسمت در 10^6 در اندازه‌گیری Δ ، به خطاهایی از مرتبه 10^8 یا 10^9 در جرمهای اتمی تبدیل می‌شود.

با اندازه‌گیری انرژی ذرات در واکنشهای هسته‌ای هم می‌توان اختلاف جرمها را تعیین کرد. واکنش هسته‌ای $X + X \rightarrow Y + Y$ را در نظر می‌گیریم که در آن ذره بمباران‌کننده X بر هدف ساکن X فرود می‌آید. با اندازه‌گیری انرژی ذرات در گیردر واکنش، می‌توان اختلاف جرمها را که مقدار Q واکنش نامیده می‌شود تعیین کرد

$$Q = [m(x) + m(X) - m(y) - m(Y)]c^2 \quad (۲۲.۳)$$

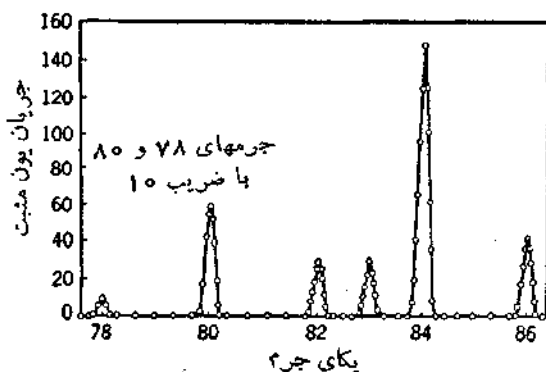
مقدار Q واکنش را در بخش ۲۰.۱۱ (جلد دوم، ترجمه فارسی) به تفصیل بررسی خواهیم کرد. به عنوان نمونه، واکنش ${}^1_1\text{H} + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{15}_7\text{N} + {}^4_2\text{He}$ را در نظر می‌گیریم. با توجه به اندازه گیری‌های دوتایی جرمی می‌دانیم: $m({}^1_1\text{H}) = 1.007825 \text{ u}$ ، $m({}^{14}_7\text{N}) = 14.003074 \text{ u}$ و $m({}^{15}_7\text{N}) = 15.004936 \text{ u}$ ، $m({}^4_2\text{He}) = 4.002603 \text{ u}$. مقدار اندازه گیری شده Q عبارت است از $Q = 0.007839 \text{ MeV} \pm 0.000010 \text{ MeV}$. پس با استفاده از این اطلاعات به دست می‌آید

$$m({}^{15}_7\text{N}) = m({}^1_1\text{H}) + m({}^{14}_7\text{N}) - m({}^4_2\text{He}) - \frac{Q}{c^2}$$

$$= 15.004936 \pm 0.000001 \text{ u}$$

بخش عمده خطای موجود در جرم تعیین شده از خطای Q ناشی می‌شود، زیرا جرمهای ${}^1_1\text{H}$ ، ${}^4_2\text{He}$ و ${}^{14}_7\text{N}$ را با دقتی خیلی بالاتر در دست داریم. نوکلید ${}^{15}_7\text{N}$ ناپایدار است و با نیمه عمری در حدود ۵۱۸ روز واپاشیده می‌شود، یعنی طول عمر آن به قدری کوتاه است که اندازه گیری جرم آن با استفاده از طیف سنج جرمی امکان پذیر نیست. اما به کمک روش واکنش هسته‌ای، تعیین جرم نوکلیدهای ناپایدار که جرمشان به طور مستقیم قابل اندازه گیری نیست نیز امکان پذیر می‌شود.

فراوانی نوکلیدها. با استفاده از طیف سنج جرمی، فراوانی نسبی ایزوتوپهای مختلف یک عنصر را نیز می‌توان اندازه گیری کرد. اگر در شکل ۱۳.۳ به جای صفحه عکاسی یک صفحه شکاف دار قرار دهیم، با تغییر مقادیر E یا B و اندازه گیری جریان گذرنده از شکاف می‌توان جرم ذرات مختلف موجود در باریکه را مورد بررسی قرار داد، و نتایج مطابق شکل ۱۴.۳ به دست آورد. در این شکل، با توجه به مساحت نسبی قله‌ها می‌توان فراوانی ایزوتوپهای پایدار کریپتون را به شرح زیر تعیین کرد



شکل ۱۴.۳ نمونه‌ای از طیف جرمی کریپتون. برای آنکه قله‌های مربوط به جرمهای ۷۸ و ۸۰ با قله‌های دیگر قابل مقایسه باشد، باید مقیاس محور قائم آنها بر عدد ۱۰ تقسیم شود.

$$^{78}\text{Kr} \ 0.356\% \quad ^{84}\text{Kr} \ 1.105\%$$

$$^{80}\text{Kr} \ 2.227\% \quad ^{86}\text{Kr} \ 5.700\%$$

$$^{82}\text{Kr} \ 1.106\% \quad ^{96}\text{Kr} \ 1.703\%$$

جرمهایی که در این بررسی ظاهر نشده اند (^{85}Kr , ^{81}Kr , ^{79}Kr)، همچنین ایزوتوپهای پایمتراز ^{78}Kr و بالاتراز (^{83}Kr) رادیواکتیو هستند و در کریپتون طبیعی دیده نمی شوند. هر نمونه ای از کریپتون طبیعی، مخلوطی است از این شش ایزوتوپ پایدار که فراوانی نسبی هر یک از آنها نیز در جدول فوق مشخص شده است. اگر جرم اندازه گیری شده این شش ایزوتوپ را با احتساب فراوانی هر یک از آنها به عنوان ضریب وزن نسبی باهم جمع کنیم، جرم اتمی «متوسط» کریپتون به دست می آید

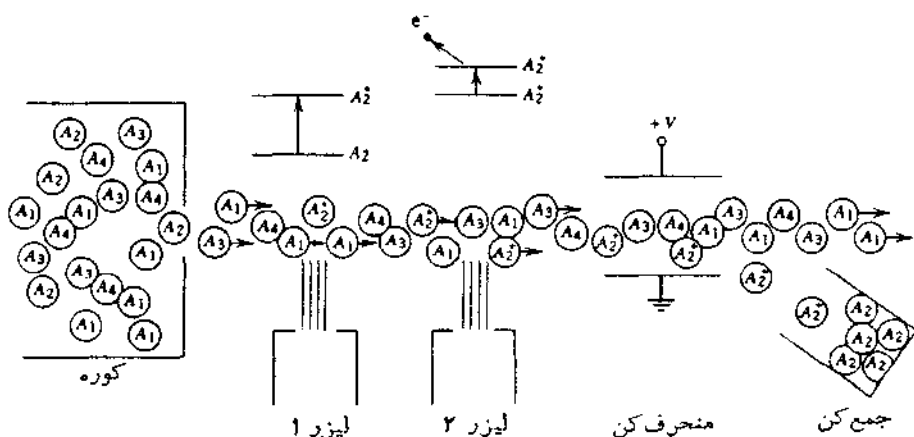
$$\eta = 0.00356m(^{78}\text{Kr}) + 0.02227m(^{80}\text{Kr}) + \dots$$

$$= 83.8 \text{ u}$$

که همان جرم اتمی پذیرفته شده Kr است که معمولاً در جدول تناوبی عناصر درج می شود. جداسازی ایزوتوپها. اگر طیف سنج جرمی را روی یک جرم مفرد تنظیم کنیم و به جمع آوری ایزوتوپ خاصی بپردازیم، پس از مدتی می توانیم مقدار قابل توجهی از یک نوع ایزوتوپ را برای بررسیهای آزمایشگاهی در اختیار داشته باشیم. بعضی از طیف سنجهای جرمی را چنان طراحی می کنند که به کمک آنها بتوان کار فرایش و جداسازی مقادیر عظیمی از مواد را انجام داد (این کارایی به قیمت ازدست رفتن برخی ویژگیهای دیگر دستگاه از جمله توان تفکیک جرمی آن تمام می شود). این گونه دستگاههای جداسازی ایزوتوپها (که نمونه ای از آن در آزمایشگاه ملی «اولر ریج» در ایالات متحده آمریکا وجود دارد) برای مقاصد متنوع به کار می روند. ایزوتوپهای جدا شده ای که در این مراکز تهیه می شوند، نه تنها در فیزیک هسته ای بلکه در زمینه های دیگری مانند شیمی یا زیست شناسی نیز کاربرد دارند. در فیزیک هسته ای، با استفاده از ایزوتوپهای جدا شده می توان خواص مشخصی همچون سطح مقطع واکنشها را اندازه گیری کرد. به عنوان نمونه ای از کاربرد در زمینه های دیگر، می توان به جذب مواد غذایی در گیاهان و جانشینی ایزوتوپهای پایدار این مواد با ایزوتوپهای رادیواکتیو ردیاب اشاره کرد. می دانیم که کربن معمولی به نسبت حدود ۹۹٪ از ^{12}C و ۱٪ از ^{13}C ، و نیتروژن به نسبت ۹۹٪ از ^{14}N و ۱٪ از ^{15}N تشکیل شده است. اگر یک نوع گیاه را با جوی از گاز CO_2 که از ایزوتوپهای ^{13}C ساخته شده است احاطه کنیم، و آن را با کود حاوی ^{15}N (به جای ^{14}N) پرورش دهیم، در این صورت نحوه جذب این ایزوتوپها در این گیاه برای ما قابل مطالعه خواهد شد. نیمه عمر مربوط به دراز - عمر ترین ایزوتوپ نیتروژن در حدود ۱۰ دقیقه است، پس مطالعه دراز مدت با استفاده از ردیابهای رادیواکتیو امکان پذیر نیست. همچنین باید توجه داشت که واپاشیهای رادیواکتیو ممکن است اثرات نامطلوبی بر گیاه و اشخاصی که با آن سروکار دارند، بر جای بگذارد.

جداسازی لیزری ایزوتوپها. در یکی از روشهای کاملاً متفاوت جداسازی ایزوتوپها،

از باریکه‌های لیزری فوق‌العاده تکفام استفاده می‌شود، چنانکه در بخش قبلی دیدیم، تابشهای اپتیکی ناشی از ایزوتوپهای مختلف يك عنصر انرژی دقیقاً یکسانی ندارند. اختلاف اندازه هسته‌ها باعث تغییراتی در انرژیهای گذار می‌شود که به انتقال ایزوتوپی معروف است. تکفامی باریکه‌های لیزری به حدی دقیق است که به کمک این باریکه‌ها می‌توان در مخلوطی از ایزوتوپها الکترونهای ایزوتوپ خاصی را به حالت برانگیخته درآورد. چگونگی این فرایند جداسازی را به طور ساده در شکل ۱۵.۳ نشان داده‌ایم. بسامد باریکه لیزر اول را چنان تنظیم می‌کنیم که توسط الکترونهای ایزوتوپ مورد نظر (و نه الکترونهای ایزوتوپهای دیگر) قابل جذب باشد. در حالی که باریکه‌ای از اتمهای خنثی از مقابل باریکه لیزر عبور می‌کند، ایزوتوپهای مورد نظر با جذب فوتونهای لیزر به حالت برانگیخته درمی‌آیند. باریکه لیزر دوم را روی چنان طول موجی تنظیم می‌کنیم که بتواند اتمهای برانگیخته را یونیده کند. چون حالت‌های انرژی نهایی الکترونهای آزاد غیر کوانتومی و پیوسته است، گستره انرژی لیزر دوم باید پهن و پیوسته باشد. اما این امر به یونش ایزوتوپهای ناخواسته نخواهد انجامید، زیرا فقط اتمهایی که در اثر لیزر اول برانگیخته شده‌اند دارای حالت‌های برانگیخته‌اند. اتمهای موجود در باریکه اتمی، پس از عبور از مقابل لیزر دوم، به صورت اتمهای یونیده یکی از ایزوتوپها و اتمهای خنثی



شکل ۱۵.۳ جداسازی لیزری ایزوتوپها. باریکه اتمهای خنثی خارج شده از کوره شامل چهار نوع ایزوتوپ A_1 , A_2 , A_3 و A_4 است. لیزر اول چنان تنظیم شده است که با گذار خاصی از ایزوتوپ A_2 در حال تشدید است. به خاطر تکفامی انرژی لیزر و متفاوت بودن انرژی گذار در ایزوتوپهای دیگر، فقط اتمهای A_2 به حالت برانگیخته درمی‌آیند. لیزر دوم گستره انرژی پهنی دارد، و می‌تواند تعداد زیادی از اتمهای برانگیخته A_2 را به حالت انرژی آزاد برساند. اما چون فقط اتمهای A_2 در حالت برانگیخته‌اند، فقط همین اتمها یونیده می‌شوند. سپس یونهای A_2 را در میدان الکتریکی منحرف و جمع‌آوری می‌کنند.

ایزوتوپهای دیگر خواهد بود. بدین ترتیب، اتمهای یونیده موجود در باریکه را می‌توان به کمک يك میدان الکتریکی منحرف و به‌طور جداگانه جمع‌آوری کرد.

۳.۳ انرژی بستگی هسته‌ای

انرژی متناظر به جرم هر نوکلید، $m_N c^2$ ، عبارت است از حاصل تفریق انرژی جرم اتمی آن نوکلید $m_A c^2$ و انرژی جرمی Z الکترون و انرژی بستگی الکترونی کل آن

$$m_N c^2 = m_A c^2 - Z m_e c^2 + \sum_{i=1}^Z B_i \quad (۲۳.۳)$$

که در آن B_i انرژی بستگی i امین الکترون است. انرژی بستگی الکترونی در اتمهای سنگین از مرتبه ۱۰ تا ۱۰۰ keV است، در حالی که انرژی جرم اتمی از مرتبه $A \times 1000 \text{ MeV}$ است. بنابراین با دقت حدود ۱ قسمت در 10^6 می‌توان از آخرین جمله معادله (۲۳.۳) صرف‌نظر کرد. (وجود این جمله، حتی به‌میزان 10^{-6} هم در اندازه‌گیریهای فیزیکی هسته‌ای تأثیر ندارد، زیرا در انرژیهای جرمی معمولاً با اختلافات سروکار داریم. مثلاً در تعیین انرژی واپاشی یا انرژی واکنش، انرژیهای بستگی الکترونی تأثیری در محاسبه اختلافات نخواهند داشت.)

انرژی بستگی B يك هسته عبارت است از اختلاف انرژی بین جرم هسته ${}^A_Z X$ و جرم کل پروتونها (Z پروتون) و نوترونهای تشکیل دهنده آن (N نوترون)

$$B = \{Zm_p + Nm_n - [m({}^A_Z X) - Zm_e]\}c^2 \quad (۲۴.۳)$$

که در آن شاخص پایین جرم اتمی m_A را حذف کرده‌ایم. از این پس همیشه در این گونه روابط از جرم اتمی استفاده می‌کنیم، مگر آنکه مورد خاصی را به صورت دیگری متذکر شویم.

اگر مجموع جرم Z پروتون و Z الکترون را به‌صورت جرم Z اتم خنثای هیدروژن در نظر بگیریم، معادله (۲۴.۳) چنین می‌شود

$$B = [Zm({}^1_1\text{H}) + Nm_n - m({}^A_Z X)]c^2 \quad (۲۵.۳)$$

با توجه به اینکه جرمها معمولاً بر حسب یکای جرم اتمی بیان می‌شوند، بهتر است که ضریب تبدیل c^2 را به‌صورت 931.5 MeV/u در نظر بگیریم.

گاهی با جدولهایی از جرم اتمی روبه‌رو می‌شویم که در آنها، به جای جرم اتمی $m({}^A_Z X)$ ، کاستی جرم $\Delta = (m - A)c^2$ درج شده است. با در دست داشتن کاستی جرم و استفاده از معادله (۲۵.۳)، جرم اتمی را می‌توان تعیین کرد.

انرژی جداسازی پروتون و نوترون هم از جمله اطلاعات مفید دیگری است که اغلب در جداول خواص هسته‌ای با آنها برخورد می‌کنیم. انرژی جداسازی نوترون S_n در هسته

$\frac{1}{2}X_N$ عبارت است از مقدار انرژی لازم برای دور کردن يك نوترون از این هسته و برابر است با اختلاف انرژیهای بستگی بین $\frac{1}{2}X_N$ و $\frac{1}{2}X_{N-1}$

$$S_n = B(\frac{1}{2}X_N) - B(\frac{1}{2}X_{N-1}) \\ = [m(\frac{1}{2}X_{N-1}) - m(\frac{1}{2}X_N) + m_n]c^2 \quad (26.3)$$

به همین ترتیب، انرژی جداسازی پروتون S_p را به صورت انرژی لازم برای دور کردن يك پروتون از هسته تعریف می‌کنیم

$$S_p = B(\frac{1}{2}X_N) - B(\frac{1}{2}X_{N-1}) \\ = [m(\frac{1}{2}X_{N-1}) - m(\frac{1}{2}X_N) + m(^1H)]c^2 \quad (27.3)$$

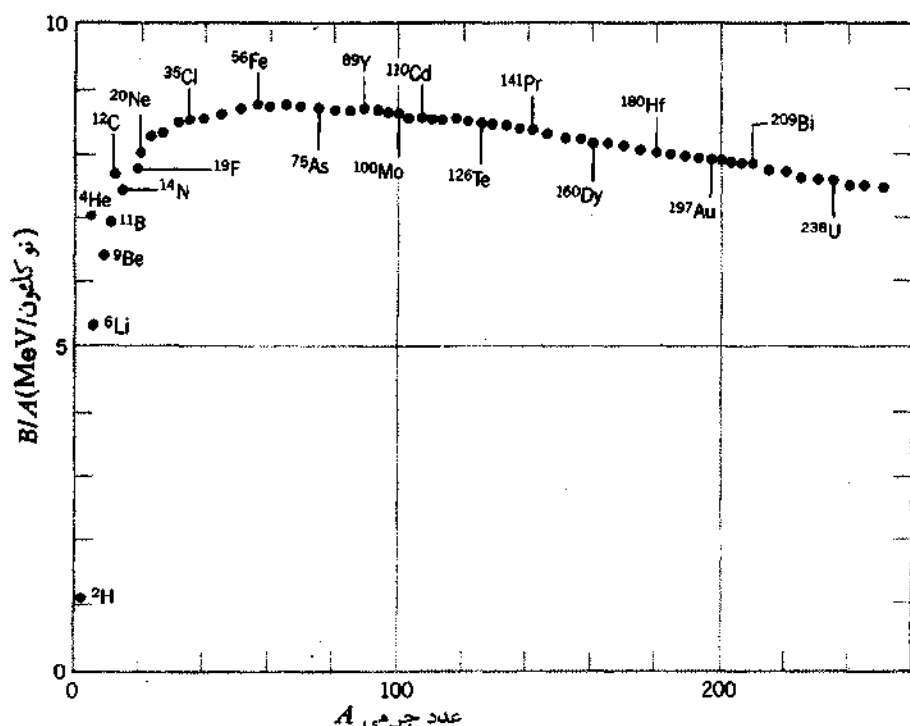
در این معادله، به جای پروتون، جرم هیدروژن را قرار داده‌ایم. چون همیشه در این روابط با جرمهای اتمی سروکار داریم، به آسانی می‌توان نحوه حذف شدن جرم Z الکترون را در معادلات (۲۶.۳) و (۲۷.۳) نشان داد.

انرژی جداسازی نوترون و پروتون در فیزیک هسته‌ای با انرژی یونش در فیزیک اتمی مشابهت دارد، یعنی مقدار آن میزان بستگی بیرونی ترین نوکلئون (یا نوکلئون ظرفیت) را به هسته نشان می‌دهد. انرژی جداسازی هم، درست مانند انرژی یونش در اتمها، بر ساختار پوسته‌ای هسته‌ها دلالت می‌کند که مشابه ساختار پوسته‌ای اتمهاست. از این رو، ما بحث درباره انرژیهای جداسازی را به بحث مدل‌های هسته‌ای در فصل ۵ موکول می‌کنیم. نمونه‌هایی از مقدار کاستی جرم و انرژی جداسازی را در جدول ۱.۳ نشان داده‌ایم.

همچنانکه در بسیاری از موارد خواص هسته‌ای خواهیم دید، با بررسی نظم و ترتیب انرژی بستگی هسته‌ها می‌توان مدارك ارزنده‌ای از ساختار هسته‌ای به دست آورد. چون انرژی بستگی کم و بیش به طور خطی بر حسب A افزایش می‌یابد، عموماً در عمل انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون، یعنی B/A ، را به صورت تابعی از A نشان می‌دهند. در شکل ۱۶.۳ تغییرات B/A را بر حسب عدد نوکلئونی نشان داده‌ایم. در این شکل، چند ویژگی مهم مربوط به هسته‌ها جلب توجه می‌کند. نخست اینکه منحنی جز در ناحیه هسته‌های بسیار سبک، مقدار نسبتاً ثابتی را نشان می‌دهد. انرژی بستگی متوسط بسیاری از هسته‌ها، با تقریب ۱۰٪، در حدود ۸ MeV برای هر نوکلئون است. دوم اینکه منحنی در نزدیکی $A=60$ قله پهنی دارد و در همین ناحیه است که بستگی هسته‌ای به حداکثر می‌رسد. وجود این قله بدان معنی است که به دو طریق می‌توان به «تولید» (یا آزادسازی) انرژی دست یافت: در نواحی پایینتر از $A=60$ از طریق ترکیب هسته‌های سبک و تشکیل هسته‌های سنگینتر، و در نواحی بالاتر از $A=60$ از طریق شکستن هسته‌های سنگین و تبدیل آنها به هسته‌های سبکتر. در هر دو صورت باید «از منحنی انرژی بستگی بالا رفت» که این امر به آزادسازی انرژی هسته‌ای منجر می‌شود. روش اول را همجوشی هسته‌ای (یا گداخت

جدول ۱-۳ نمونه‌هایی از مقادیر کاستی جرم و انرژی جداسازی.

نوکلید	$\Delta(\text{MeV})$	$S_n(\text{MeV})$	$S_p(\text{MeV})$
^{16}O	-۴۷۳۷	۱۵۶۶	۱۲۱۳
^{17}O	-۵۸۱۰	۴۱۴	۱۳۷۸
^{17}F	+۱۹۵۲	۱۶۸۱	۵۶۰
^{40}Ca	-۳۴۸۴۷	۱۵۶۴	۸۳۳
^{41}Ca	-۳۵۱۳۸	۸۳۶	۸۸۹
^{41}Sc	-۲۸۶۴۴	۱۶۱۹	۱۰۵۹
^{208}Pb	-۲۱۷۵۹	۷۳۷	۸۰۱
^{209}Pb	-۱۷۶۲۴	۳۹۴	۸۱۵
^{209}Bi	-۱۸۲۶۸	۷۴۶	۳۸۰



شکل ۱۶-۳ انرژی بستگی هر نوکلئون در هسته.

هسته‌ای) و روش دوم را شکافت هسته‌ای می‌نامند. این موضوعات مهم را در فصلهای ۱۳ و ۱۴ (جلد دوم، ترجمه فارسی) بررسی خواهیم کرد.

تلاش برای درک منحنی انرژی بستگی به فرمول نیمه تجربی جرم منتهی می‌شود که در طی آن با استفاده از چند پارامتر کلی، سعی می‌کنیم که تغییرات B را بر حسب A توضیح دهیم.

بدیهی‌ترین جمله‌ای که در برآورد عبارت B/A باید در نظر گرفت جمله ثابت است، زیرا در تمام موارد داریم $B \propto A$. بنابراین، سهم این جمله «حجمی» را در انرژی بستگی به صورت $B = a_v A$ می‌نویسیم که در آن a_v مقدار ثابت قابل تعیین است (مقدار آن باید در حدود 8 MeV باشد). این بستگی خطی بین A و B که در واقع تاحدودی شگفت‌انگیز است، در جهت شناخت خواص نیروی هسته‌ای اولین رهنمودی است که در اختیار ما قرار می‌گیرد. اگر هر نوکلئونی همه نوکلئونهای دیگر موجود در هسته را جذب می‌کرد، آنگاه انرژی بستگی باید متناسب با $(A-1)$ یا به تقریب متناسب با A^2 می‌شد. چون B به طور خطی بر حسب A تغییر می‌کند، این بدان معنی است که هر نوکلئون در هسته فقط نزدیکترین نوکلئونهای اطرافش را جذب می‌کند و همه نوکلئونهای دیگر را جذب نمی‌کند. با توجه به پراکندگی الکترون می‌دانیم چگالی هسته‌ای تقریباً ثابت است، یعنی تعداد نوکلئونهای موجود در اطراف هر نوکلئون تقریباً ثابت می‌ماند. بدین ترتیب، نتیجه می‌گیریم که سهم هر نوکلئون در انرژی بستگی هسته به تقریب مقداری ثابت است.

نوکلئونی که در سطح هسته قرار گرفته است از شمول حکم فوق مستثنی است، زیرا چنین نوکلئونی را همسایه‌های کمتری احاطه کرده‌اند و به همین دلیل بستگی آن به هسته از نوکلئونهای مرکزی کمتر است. سهم نوکلئونهای سطحی در انرژی بستگی B به همان میزان نوکلئونهای مرکزی نیست، و چون در رابطه $B = a_v A$ این نکته در نظر گرفته نشده است، مقدار B در آن بیش از حد لازم برآورد شده است. بنابراین، از این مقدار B باید جمله‌ای را که متناسب با مساحت سطح هسته است کم کنیم. چون شعاع هسته $R \propto A^{1/3}$ است، مساحت سطح هسته متناسب با R^2 یا $A^{2/3}$ می‌شود. بنابراین، سهم نوکلئونهای سطحی هسته را در انرژی بستگی باید به صورت $a_s A^{2/3}$ — در نظر گرفت.

در فرمول انرژی بستگی، دافعه کولنی پروتونها را نیز باید در نظر بگیریم که این مؤلفه هم در جهت تضعیف انرژی بستگی هسته عمل می‌کند. چون هر پروتون همه پروتونهای موجود در هسته را دفع می‌کند، این جمله متناسب با $Z(Z-1)$ می‌شود که با فرض هسته به شکل کسره باردار بکنواخت، مقدار دقیق این جمله را می‌توان به صورت $(3/5)(e^2/4\pi\epsilon_0 R_0)Z(Z-1)/A^{1/3}$ محاسبه کرد که در آن علامت منفی به معنی کاهش انرژی بستگی در اثر این جمله است. با در نظر گرفتن $R_0 = 1.2 \text{ fm}$ ، مقدار ثابت این جمله برابر 72 MeV به دست می‌آید که با جانشین کردن آن با یک ثابت کولنی کلی a_c می‌توان آن را به شکل ساده تر نوشت.

همچنین، با توجه به چگونگی توزیع ایزوتوپهای پایدار و رادیواکتیو (شکل ۱۰۱)،

می‌دانیم که در هسته‌های پایدار $Z \approx A/2$ است. (توضیح این خاصیت هسته‌ای را در بحث مدل پوسته‌ای در فصل ۵ خواهیم دید.) اگر بخواهیم فرمول انرژی بستگی توصیف واقع بینانه‌ای از هسته‌های پایدار به دست بدهد، خاصیت $Z \approx A/2$ هم باید در آن در نظر گرفته شود. (در غیر این صورت، بنا بر بیش‌بینی این فرمول، وجود ایزوتوپهای پایدار هیدروژن با صداهانوترون هم امکان‌پذیر می‌شود!) این جمله انرژی بستگی، برای هسته‌های سبک که در آنها رابطه $Z \approx A/2$ بیشتر رعایت می‌شود، اهمیت زیادی دارد. این جمله در هسته‌های سنگین اهمیت کمتری دارد، زیرا افزایش سریع دافعه کولنی مستلزم نوترونهای اضافی است تا به این وسیله پایداری هسته تضمین شود. این جمله را که به خاطر تأثیرش در متقارن نگه داشتن هسته از لحاظ تعداد پروتونها و نوترونها جمله تقارن نامیده می‌شود، می‌توان به صورت $-a_{\text{sym}}(A - 2Z)^2/A$ نوشت که شکل آن هم به علت ترجیح هسته‌های متقارن ($Z = A/2$) و هم به علت کاهش وزن در موارد A بزرگ، قابل قبول است.

سرانجام، جمله دیگری را هم باید در نظر بگیریم که تمایل نوکلئونهای مشابه را به تشکیل زوج و تحکیم پیکربندی پایداری نشان دهد. هنگامی که با تعداد فرد نوکلئونها (Z فرد و N زوج، یا Z زوج و N فرد) سروکار داشته باشیم، این جمله نقشی در انرژی بستگی ندارد. اما اگر NZ فرد و فرد باشند، انرژی بستگی هسته با تبدیل یکی از پروتونهای فرد به نوترون (یا برعکس) و قابلیت توزیع نوترون جدید با نوترونی که در هسته به صورت منفرد باقی مانده بود افزایش خواهد یافت. صرفاً با توجه به هسته‌های پایداری که در طبیعت یافت می‌شوند، می‌توان شواهدی دال بر وجود نیروی توزیع در هسته‌ها به دست آورد. تعداد هسته‌های با NZ فرد در طبیعت فقط چهار تا است (${}^6\text{Li}$ ، ${}^2\text{H}$ ، ${}^{10}\text{B}$ ، ${}^{14}\text{N}$)، ولی تعداد هسته‌های با Z و N زوج ۱۶۷ تا است. انرژی توزیع δ را معمولاً برای NZ زوج به صورت $+a_p A^{-2/3}$ ، برای Z و N فرد به صورت $-a_p A^{-2/3}$ ، و برای A فرد برابر صفر در نظری می‌گیریم.

از ترکیب تمام این پنج جمله، فرمول کامل انرژی بستگی به صورت زیر به دست می‌آید

$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1) A^{-1/2} - a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta \quad (28.3)$$

و با به کار بردن این انرژی بستگی، فرمول نیمه تجربی جرم را چنین به دست می‌آوریم

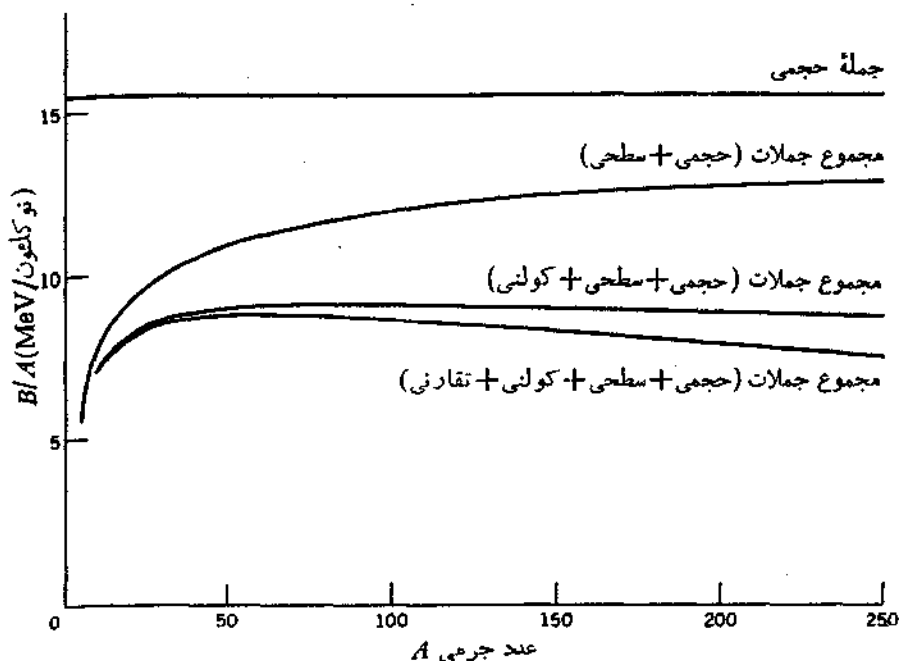
$$M(Z, A) = Zm({}^1\text{H}) + Nm_n - \frac{B(Z, A)}{c^2} \quad (29.3)$$

ضرایب ثابت را باید چنان انتخاب کرد که حداکثر سازگاری بین این فرمول و منحنی تجربی شکل ۱۶.۳ حاصل شود. گزینش خاصی از این مقادیر ثابت به صورت

$a_{\text{sym}} = 23 \text{ MeV}$, $a_c = 0.72 \text{ MeV}$, $a_s = 16.8 \text{ MeV}$, $a_v = 15.5 \text{ MeV}$
 $a_p = 34 \text{ MeV}$ است که منحنی نمایش هر یک از جملات حاصل از این مقادیر و همچنین نتیجه جمع آنها را که چگونگی تغییرات B را نسبتاً خوب پیش‌بینی می‌کند، در شکل ۱۷.۳ نشان داده‌ایم.

اهمیت فرمول نیمه تجربی جرم در این نیست که با استفاده از آن بتوانیم هر پدیده جدید یا عجیب و غریبی را در فیزیک هسته‌ای پیش‌بینی کنیم. بلکه این فرمول را باید نخستین تلاش در کاربرد مدل‌های هسته‌ای برای درک رفتار قانونمند یکی از خواص هسته که در این مورد همان انرژی بستگی است، تلقی کرد. این فرمول متضمن چند نوع مدل هسته‌ای مختلف است: مدل قطره مایع که در آن برخی از ویژگی‌های جمعی و بزرگ-مقیاس هسته‌ها به‌شیوه‌ای مشابه با محاسبات قطره مایع در نظر گرفته می‌شود (در واقع، سه جمله اول معادله (۲۸.۳) در محاسبه انرژی یک قطره مایع باردار هم ظاهر می‌شود)؛ و مدل پوسته‌ای که بیشتر با تک‌تک نوکلئون‌ها سروکار دارد [دو جمله آخر معادله (۲۸.۳) با استفاده از این مدل قابل محاسبه است].

در معادله (۲۹.۳) به‌ازای یک مقدار ثابت A ، نمودار تغییرات M بر حسب Z به‌صورت سهمی است. مرکز این سهمی در همان نقطه‌ای است که مقدار معادله (۲۹.۳)



شکل ۱۷.۳ سهم هر یک از جملات موجود در فرمول نیمه تجربی جرم در بازسازی انرژی بستگی متوسط نوکلئون‌ها.

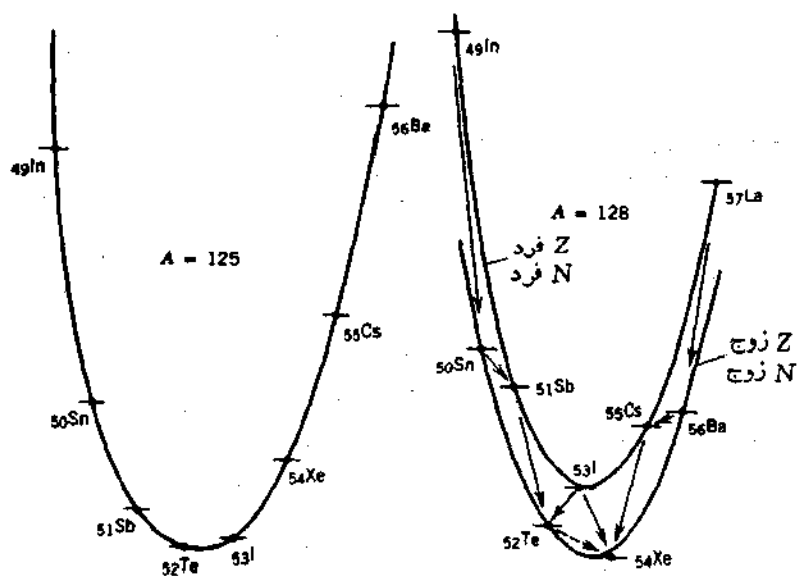
به کمینه می‌رسد. برای مقایسه این نتیجه با طرز رفتار هسته‌های واقعی باید محل کمینه را با قراردادن $\partial M / \partial Z = 0$ به دست آورد

$$Z_{\min} = \frac{[m_0 - m(^1\text{H})] + a_c A^{-1/2} + 2a_{\text{sym}}}{2a_c A^{-1/2} + 8a_{\text{sym}} A^{-1}} \quad (30.3)$$

با قراردادن $a_c = 0.72 \text{ MeV}$ و $a_{\text{sym}} = 23 \text{ MeV}$ ، دو جمله اول صورت کسری فوق قابل صرف نظر می‌شوند، و بنابراین داریم

$$Z_{\min} \approx \frac{A}{2} \frac{1}{1 + (1/4) A^{2/3} a_c / a_{\text{sym}}} \quad (31.3)$$

برای مقادیر کوچک A چنانکه انتظار می‌رود $Z_{\min} \approx A/2$ می‌شود، اما برای مقادیر بزرگ A داریم $Z_{\min} < A/2$. برای هسته‌های سنگین، با توجه به معادله (31.3) خواهیم داشت $Z/A \approx 0.41$ که با مقادیر متناظر به هسته‌های پایدار سنگین سازگار است. نمونه‌ای از زنجیره واپاشی A فرد را برای $A = 125$ در شکل ۱۸.۳ نشان



شکل ۱۸.۳ زنجیره‌های جرمی برای دو دسته از ایزومرهای $A = 125$ و $A = 128$. در مورد $A = 125$ اختلاف انرژی بین ایزوتوپهای مجاور و افزایش آن، در اثر دور شدن از عضو پایدار زنجیره، درخور توجه است. در مورد $A = 128$ به تأثیر جمله تزیوپی توجه کنید. ایزوتوپ ^{128}I می‌تواند به دو طریق واپاشیده شود. از نقطه نظر انرژی این امکان وجود دارد که ^{128}Te در اثر فرایندی به نام واپاشی دوبتایی مستقیماً به ^{128}Xe تبدیل شود.

داده‌ایم که عنصر پایدار پایانی آن هسته‌ای با $Z = 52$ است. هسته‌های ناپایدار این زنجیره، از طریق تبدیل یک نوترون به یک پروتون یا تبدیل یک پروتون به یک نوترون و درطی واپاشی رادیواکتیو بتازا، به طرف هسته پایدار نزدیک می‌شوند. توجه کنید که هرچه از موضع پایداری دورتر می‌رویم، مقدار انرژی واپاشی (که از اختلاف جرم بین ایزوبارهای مجاور حاصل می‌شود) افزایش می‌یابد. برای هسته‌های A زوج، به خاطر وجود جمله تزیج، دو منحنی سهمی شکل به دست می‌آیند که به فاصله 2δ از یکدیگر قرار دارند. وجود این دو سهمی منجر به پیش‌بینی دو خاصیت غیرعادی می‌شود که در واپاشیهای A فرد دیده نمی‌شوند؛ (۱) هسته‌های Z فرد و N فرد می‌توانند به‌هر دو روش تبدیل نوترون به پروتون یا تبدیل پروتون به نوترون واپاشیده شوند؛ (۲) بعضی از واپاشیهای دوتایی که در آنها در اثر واپاشی ۲ پروتون به ۲ نوترون تبدیل می‌شوند، نیز از نقطه نظر انرژی امکان‌پذیر خواهند بود. درباره این دو خاصیت در فصل ۹ بحث خواهیم کرد.

۴.۳ تکانه زاویه‌ای هسته‌ها و پاریتته

در بخش ۵.۲ درباره جفت‌شدگی تکانه زاویه‌ای مداری L و اسپین S که حاصل آن تکانه زاویه‌ای کل J است، بحث کردیم. تا آنجا که بتوانیم پتانسیل هسته‌ای را مرکزی بگیریم، L و S (و بنابراین J) از جمله ثابتهای حرکت خواهند بود. از این رو، به زبان مکانیک کوانتومی می‌توانیم هر نوکلئونی را با اعداد کوانتومی l ، s ، و j مشخص کنیم. در این صورت، تکانه زاویه‌ای کل هسته‌ای که شامل A نوکلئون باشد از جمع برداری تکانه‌های زاویه‌ای همه نوکلئونهای آن به دست می‌آید. این تکانه زاویه‌ای کل را معمولاً اسپین هسته می‌نامند و با نماد I نشان می‌دهند. تکانه زاویه‌ای I تمامی خواص بردارهای تکانه زاویه‌ای را که در مکانیک کوانتومی متداول‌اند، داراست

$$I_z = m\hbar (m = -I, \dots, +I) \text{ و } I^2 = \hbar^2 I(I+1)$$

در بسیاری از اثرات مربوط به تکانه زاویه‌ای، رفتار هسته به گونه‌ای است که گویی بایک جسم منفرد با تکانه زاویه‌ای ذاتی I سروکار داریم. برای نمونه، در میدانهای مغناطیسی معمولی با مشاهده شکافتگی حالت I به تعداد $(2I+1)$ زیرحالت

$$m = -I, -I+1, \dots, I-1, I$$

می‌توانیم اثر هسته‌ای زیمان را تجربه کنیم. این زیرحالتها، همچنانکه در اثر عادی زیمان در آنها دیدیم، به فاصله یکسان از یکدیگر توزیع می‌شوند. اگر میدان مغناطیسی اعمال شده را فوق‌العاده قوی می‌گرفتیم به حدی که می‌توانست جفت‌شدگی بین نوکلئونها را بشکند، آنگاه هر حالت منفرد j به تعداد $(2j+1)$ زیرحالت شکافته می‌شد. مورد مشابه این خاصیت در فیزیک اتمی هم دیده می‌شود: هنگامی که میدان مغناطیسی اعمال شده قوی باشد، جفت‌شدگی بین L و S الکترونها شکسته می‌شود و در این صورت با $(2I+1)$

مؤلفه I و $(2s+1)$ مؤلفه S مواجه خواهیم شد. در حال حاضر نمی‌توانیم میداننی را که برای شکستن جفت‌شدگی نوکلئونها قدرت کافی داشته باشد، تولید کنیم. بنابراین رفتار هسته برای ما به گونه‌ای است که گویی فقط با يك ذره منفرد «چرخان» سروکار داریم. به همین دلیل است که در توصیف حالت‌های هسته‌ای از اسپین (یا تکانه زاویه‌ای کل) I و عدد کوانتومی اسپین I استفاده می‌کنیم.

برای جلوگیری از سردرگمی، در سراسر این کتاب اسپین هسته را با نماد I و تکانه زاویه‌ای کل يك نوکلئون منفرد را با نماد J نشان خواهیم داد. اغلب با مواردی روبه‌رو می‌شویم که تمام خواص هسته را يك ذره ظرفیت تعیین می‌کند؛ در این حالت داریم $J = I$. در موارد دیگر، ممکن است لازم باشد که دو ذره ظرفیت را در نظر بگیریم، در این گونه حالت‌ها داریم $J = I_1 + I_2$ که در آن برایند I می‌تواند چند مقدار مختلف داشته باشد. در پاره‌ای از موارد، ذره منفرد و قلب حاصل از نوکلئونهای باقیمانده هر دو با هم در تکانه زاویه‌ای کل هسته سهم دارند، یعنی $J = I_1 + I_2$ می‌شود که در آن J تکانه ذره منفرد و I تکانه قلب نوکلئونهای باقیمانده است.

یکی از شرایط مهم مقادیر مجاز I ، با توجه به مؤلفه‌های تکانه زاویه‌ای کل هر يك از نوکلئونها در راستای z به دست می‌آید. چون تمام مقادیر J باید اعدادی نیم درست $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots)$ باشند، مؤلفه‌های آنها در راستای z هم فقط اعداد نیم درست $(\frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar, \frac{5}{2}\hbar, \dots)$ خواهند بود. اگر تعداد نوکلئونهای موجود در هسته زوج باشد، تعداد زوجی از مؤلفه‌های نیم درست در هسته خواهیم داشت و در نتیجه مؤلفه z تکانه کل I فقط مقادیر درست خواهد داشت. این امر مستلزم آن است که مقدار I هم با عدد درستی بیان شود. اگر تعداد نوکلئونها فرد باشد، مؤلفه z تکانه کل و بنا بر این مقدار I هر دو باید نیم درست باشند. بدین ترتیب، قاعده‌ای به صورت زیر به دست می‌آوریم

در هسته‌های A فرد: نیم درست $I =$

در هسته‌های A زوج: درست $I =$

اندازه‌گیری مقادیر اسپین هسته‌ها، اطلاعات زیادی در بسازه ساختار هسته به دست می‌دهد. برای نمونه، صدها هسته (پایدار و رادیواکتیو) با Z زوج و N زوج می‌شناسیم که اسپین حالت پایه همگی آنها برابر صفر است. این نکته دال بر وجود نیروی تزیوج است که در بخش قبلی از آن سخن گفته‌ایم: نوکلئونها به صورت زوج‌هایی با اسپین صفر با هم جفت می‌شوند و در نتیجه I کل برابر صفر می‌شود. به همین ترتیب، اسپین حالت پایه در هسته‌های A فرد باید با مقدار J آخرین پروتون یا نوترون منفرد برابر شود. هنگامی که مدل پوسته‌ای هسته را در فصل ۵ بررسی می‌کنیم، باز هم در این باره به بحث خواهیم پرداخت. برای مشخص کردن حالت‌های هسته، علاوه بر اسپین هسته از پارامتر نیز استفاده می‌شود. پارامتر می‌تواند دارای مقادیر مثبت (زوج) یا منفی (فرد) باشد. اگر تابع موج يك نوکلئون موجود در هسته را می‌شناختیم، از حاصل ضرب پارامترهای تمامی A نوکلئون

می‌توانستیم پاریته هسته را به صورت π مثبت یا منفی ($\pi = \pi_1 \pi_2 \dots \pi_n$) به دست آوریم. اما در عمل استفاده از چنین روشی امکان پذیر نیست، زیرا عموماً نمی‌توانیم به هر نوکلئون هسته تابع موجی با پاریته معلوم نسبت دهیم. پس پاریته π را هم، مانند اسپین I ، به صورت يك خاصیت «جمعی» كل هسته در نظر می‌گیریم. پاریته كل هسته را با استفاده از روشهای گوناگون واپاشی و واکنش هسته‌ای می‌توانیم مستقیماً اندازه‌گیری کنیم. پاریته هسته را به صورت شاخص بالای اسپین هسته و با علامت $+$ یا $-$ نشان می‌دهیم، و می‌نویسیم I^π . برای نمونه می‌نویسیم 0^+ ، 2^- ، $(1/2)^-$ ، $(5/2)^+$. هیچگونه رابطه نظری مستقیمی بین I و π وجود ندارد، و در نتیجه برای هر مقداری از I علامت π می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۵.۳ گشتاور الکترومغناطیسی هسته

بیشتر اطلاعاتی که از ساختار هسته در اختیار داریم، نه از برهم‌کنش قوی هسته‌ای بین هسته‌ها و محیط اطرافشان، بلکه از برهم‌کنش خیلی ضعیفتر الکترومغناطیسی حاصل شده‌اند. به عبارت دیگر، نظم موجود در حرکت و توزیع نوکلئونهای درون هسته از برهم‌کنش قوی هسته‌ای حاصل می‌شود، اما وسیله کاوش در این توزیع، برهم‌کنش الکترومغناطیسی است. در این کار، ما می‌توانیم از میدانهای الکترومغناطیسی که در مقایسه با نیروی قوی درون هسته اثر ضعیفتری روی حرکت نوکلئونها دارد استفاده کنیم. بدین ترتیب، عمل اندازه‌گیری تأثیر شدیدی روی موضوع تحت بررسی نخواهد گذاشت.

هرگونه توزیع بار الکتریکی و جریان، تولید میدانهای الکتریکی و مغناطیسی می‌کند که به شکل خاصی به فاصله بستگی دارند. معمولاً به هر يك از وابستگیهای فضایی مربوط به توزیع بار و جریان الکتریکی، يك گشتاورد چندقطبی الکترومغناطیسی نسبت می‌دهند؛ به میدان الکتریکی $1/2$ که از بار الکتریکی خالص حاصل می‌شود، گشتاور مرتبه صفر یا تک‌قطبی نسبت می‌دهیم. میدان الکتریکی $1/3$ را ناشی از گشتاور مرتبه اول یا دوقطبی و میدان الکتریکی $1/4$ را ناشی از گشتاور مرتبه دوم یا چارقطبی می‌دانیم، و همین‌طور گشتاورهای چندقطبی مغناطیسی هم، به استثنای تک‌قطبی، وضعی مشابه دارند. تا آنجا که می‌دانیم، تک‌قطبی مغناطیسی با وجود ندارد یا اینکه خیلی نادر است. به همین دلیل، میدان تک‌قطبی مغناطیسی را (که متناسب با $1/2$ می‌شود) به حساب نمی‌آوریم. نظریه الکترومغناطیس برای محاسبه گشتاورهای چندقطبی الکتریکی و مغناطیسی، دستورالعمل مشخصی دارد که با استفاده از این روش و با در نظر گرفتن شکل عملگر گشتاورها و محاسبه مقادیر انتظاری آنها در حالت‌های مختلف هسته‌ای، می‌توان گشتاورهای کوانتومکانیکی سیستمهای هسته‌ای را هم تعیین کرد. سپس این مقادیر انتظاری را می‌توانیم مستقیماً با مقادیر تجربی که در آزمایشگاه به دست می‌آوریم مقایسه کنیم. روشهای اندازه‌گیری گشتاورهای هسته‌ای را در فصل ۱۶ (جلد دوم، ترجمه فارسی) بررسی خواهیم کرد.

ساده‌ترین نوع توزیع بار و جریان، فقط می‌تواند میدانهای چندقطبی مرتبه پایین

تولید کند. توزیع کروی بار الکتریکی فقط منجر به تولید میدان تک قطبی (کولنی) می شود، هیچ گشتاوری از مراتب بالاتر در این مورد به وجود نمی آید. یک حلقه از جریان دایره ای، فقط یک میدان دوقطبی مغناطیسی تولید خواهد کرد. طبیعت در تولید هسته ها بی قاعده عمل نمی کند بلکه هر وقت که تولید ساختاری ساده و متقارن (و سازگار با برهم کنش هسته ای) امکان پذیر باشد، گرایش طبیعی چنان است که هسته ها با همان ساختار تولید شوند. از این رو برای مشخص کردن خواص الکترومغناطیسی هسته، معمولاً به اندازه گیری یا محاسبه پایتترین مرتبه گشتاورهای چندقطبی اکتفا می شود.

یکی دیگر از شرایط محدودکننده گشتاورهای چندقطبی، از تقارن هسته ناشی می شود که مستقیماً به پاریته حالت های هسته ای بستگی دارد. هر گشتاور چندقطبی الکترومغناطیسی، پاریته خاصی دارد که با توجه به رفتار عملگر چندقطبی در طی تبدیل $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ تعیین می شود. پاریته گشتاورهای الکتریکی از عدد نمایی L (۱-) حاصل می شود که در آن L مرتبه گشتاور است (برای تک قطبی $L=0$ ، برای دوقطبی $L=1$ ، برای چارقطبی $L=2$ است و همین طور تا آخر). پاریته گشتاورهای مغناطیسی از عدد نمایی $L+1$ (۱-) به دست می آید. هنگامی که می خواهیم مقدار انتظاری یک گشتاور را محاسبه کنیم، باید مقدار انتگرال $\int \psi^* \hat{O} \psi dv$ را تعیین کنیم که در آن $\hat{O}$ عملگر الکترومغناطیسی مورد نظر است. از آنجا که تابع موج ψ دو بار در انتگرال ظاهر می شود، پاریته خود ψ اهمیتی ندارد، زیرا تبدیل $\psi \rightarrow +\psi$ یا $\psi \rightarrow -\psi$ تابع زیرانتگرال را تغییر نمی دهد. اما اگر $\hat{O}$ دارای پاریته فرد باشد، آنگاه تابع زیرانتگرال بر حسب مختصات تابعی فرد است که باید به مقدار انتظاری گشتاور صفر منتهی شود. پس تمامی گشتاورهای چندقطبی استاتیکی که پاریته فرد دارند باید برابر صفر باشند که از آن جمله است دوقطبی الکتریکی، چارقطبی مغناطیسی، هشت قطبی الکتریکی ($L=3$)، و غیره.

گشتاور الکتریکی تک قطبی، درست با بار هسته Ze مساوی می شود. گشتاور غیر صفر بعدی هسته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ است. مقدار گشتاور مغناطیسی یک حلقه دایره ای به مساحت A که حامل جریان i باشد، عبارت است از $|\mu| = iA$. اگر جریان i در اثر گردش بار e که با سرعت v در دایره ای به شعاع r (و بسا دوره تناوب $v/2\pi r$) در حرکت است به وجود آید، داریم

$$|\mu| = \frac{e}{(v/2\pi r)} \pi r^2 = \frac{evr}{2} = \frac{e}{2m} |\mathbf{L}| \quad (32.3)$$

که در آن $|\mathbf{L}|$ تکانه زاویه ای کلاسیک بار متحرک یا mvr است. در مکانیک کوانتومی، گشتاور مغناطیسی قابل مشاهده را به طور عملیاتی در راستای بزرگترین مؤلفه L_z تعریف می کنیم. بنابراین، چنانچه به جای L مقدار انتظاری آن را نسبت به محوری که تصویر بردار تکانه روی آن بزرگترین مقدار یعنی $m_l \hbar$ است ($m_l = +l$) قرار دهیم، معادله (32.3) را می توانیم مستقیماً وارد محاسبات کوانتومی کنیم. در این صورت، خواهیم داشت

$$\mu = \frac{eh}{2m} l \quad (۳۳.۳)$$

که در آن l اکنون عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری است. کمیت $eh/2m$ را یک مگنتون می‌نامند. در حرکتهای اتمی، به جای m جرم الکترون را قرار می‌دهیم و مگنتون بود را به صورت $\mu_B = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$ به دست می‌آوریم. اگر به جای m جرم پروتون قرار گیریم، مگنتون هسته‌ای به صورت $\mu_N = 3.826 \times 10^{-8} \text{ eV/T}$ به دست می‌آید. توجه کنید که به خاطر اختلاف جرم داریم $\mu_N \ll \mu_B$ ، یعنی در بسیاری از شرایط مغناطیس اتمی خیلی قویتر از مغناطیس هسته‌ای است. برهم‌کنشهای مغناطیسی عادی در ماده (مثل خاصیت فرومغناطیسی) از طریق مغناطیس اتمی ماده تعیین می‌شود. اثرات مغناطیس هسته‌ای مواد را فقط در شرایط خیلی خاص می‌توان مشاهده کرد (فصل ۱۶، جلد دوم ترجمه فارسی را ببینید).

معادله (۳۳.۳) را به شکل مفیدتر زیر می‌توانیم بنویسیم

$$\mu = g_l \mu_N \quad (۳۴.۳)$$

که در آن g_l را ضریب g می‌گویند که به تکانه زاویه‌ای مداری l وابسته است. برای پروتونها $g_l = 1$ است. چون نوترونها بار الکتریکی ندارند، در صورتی می‌توانیم از معادله (۳۴.۳) برای توصیف حرکت مداری نوترونها استفاده کنیم که در مورد آنها $g_l = 0$ باشد.

تاکنون فقط حرکت مداری نوکلئونها را در نظر گرفته‌ایم. پروتونها و نوترونها هم مانند الکترونها، علاوه بر گشتاور مداری، دارای گشتاور مغناطیسی ذاتی یا اسپینی هستند که هیچ گونه مشابه کلاسیک ندارد. در اینجا این گشتاور را به همان صورت معادله (۳۴.۳) در نظر می‌گیریم

$$\mu = g_s \mu_N \quad (۳۵.۳)$$

که در آن برای هر سه ذره پروتون، نوترون، و الکترون داریم $s = 1/2$. کمیت g_s را ضریب اسپینی g می‌گویند که از حل معادله نسبیتی مکانیک کوانتومی حاصل می‌شود. برای ذره‌ای مانند الکترون که ذره‌ای نقطه‌ای با اسپین $1/2$ است، بنا بر معادله دیراک داریم $g_s = 2$ که با مقدار حاصل از اندازه‌گیری $g_s = 2.001836$ سازگاری کامل دارد. در اینجا اختلاف بین g_s و عدد ۲ خیلی کم و با در نظر گرفتن مراتب بالاتر تصحیحات الکترو دینامیک کوانتومی به دقت قابل محاسبه است. اما تفاوت بین مقادیر تجربی g_s برای نوکلئونهای آزاد، و مقدار انتظاری ذرات نقطه‌ای خیلی چشمگیر است

$$g_s = 5.5856912 \pm 0.00000022 \quad \text{برای پروتون؛}$$

$$g_s = -3.8260837 \pm 0.00000018 \quad \text{برای نوترون؛}$$

(گشتاور مغناطیسی) اندازه گیری شده، بر حسب مگنتون هسته‌ای، درست برابر نصف ضریب g به دست می‌آید.) نه تنها اختلاف بین گشتاور مغناطیسی تجربی پروتون و مقدار انتظاری ۲ برای یک ذره نقطه‌ای بسیار زیاد است، بلکه برای نوترون بدون بار هم گشتاور مغناطیسی غیر صفر به دست می‌آورد! شاید این اختلافات اولین قرائنی هستند که نشان می‌دهند نوکلئونها ذرات بنیادی نقطه‌ای شکلی مانند الکترون نیستند، بلکه ساختاری داخلی دارند. در ساختار داخلی نوکلئونها باید ذرات باردار در حال حرکت دخالت داشته باشند، و حرکت این ذرات باید به تولید جریانهای منجر شود که با گشتاورهای مغناطیسی مشاهده شده سازگار باشند. یکی از نکات جالب توجه این است که g پروتون در حدود ۳٫۵۸ از مقدار انتظاری اش بزرگتر است، در حالی که g نوترون در همین حدود از مقدار انتظاری آن (صفر) کوچکتر است. قبل از اختلاف بین مقادیر انتظاری و اندازه گیری شده g را به ابرهای مزونی (مزون π) حول نوکلئونها نسبت می‌دادند. به این ترتیب که ابر پروتونها را متشکل از مزونهای مثبت و خنثای π ، و ابر نوترونها را متشکل از مزونهای منفی و خنثای π می‌دانستند. در این صورت، سهم مساوی و مختلف علامت گشتاور مغناطیسی ناشی از ابر مزونی قابل توجه به نظر می‌رسید. در نظریه‌های امروزی، نوکلئونها را متشکل از سه کوارک در نظر می‌گیرند و گشتاور مغناطیسی هر نوکلئون را مستقیماً از جمع گشتاورهای مغناطیسی کوارکها به دست می‌آورند (فصل ۱۸ جلد دوم، ترجمه فارسی را ببینید).

نیروی تزویج در هسته‌ها، جفت شدگی میان نوکلئونها را چنان تنظیم می‌کند که برآیند تکانه‌های زاویه‌ای مداری و اسپینی هر زوج برابر صفر می‌شود. بدین ترتیب، نوکلئونهای تزویج شده هیچ گونه سهمی در گشتاور مغناطیسی ندارند، و در تعیین آن فقط کافی است که نوکلئونهای ظرفیت را در نظر بگیریم. اگر چنین نبود، بر اساس ملاحظات آماری در بعضی از هسته‌های سنگین احتمالاً با گشتاورهای مغناطیسی خیلی بزرگ که شاید به دهها مگنتون هسته‌ای بالغ می‌شد، روبرو می‌شدیم. اما تاکنون هیچ هسته‌ای با گشتاور مغناطیسی دوقطبی بزرگتر از حدود $4\mu_N$ مشاهده نشده است.

جدول ۲۰۳ نمونه‌هایی از مقادیر گشتاور مغناطیسی دوقطبی هسته‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به نیروی تزویج، می‌توانیم این مقادیر گشتاور مغناطیسی را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم و اطلاعاتی از ساختار هسته‌ای به دست آوریم. در فصل ۴ گشتاور مغناطیسی دوترون را بررسی می‌کنیم، و در فصل ۵ پیش‌بینی مدلهای هسته‌ای را در مورد گشتاور مغناطیسی هسته‌های سنگین خواهیم دید.

گشتاور غیر صفری در هسته‌ها، گشتاور چارچوبی الکترومغناطیسی است. گشتاور چارچوبی eQ یک ذره باردار کلاسیک e به صورت $(\frac{2}{3} - 3e^2)$ است. اگر حرکت ذره تقارن کروی داشته باشد، آنگاه (به طور متوسط) داریم $\frac{2}{3} = p^2 = x^2 = z^2$ و در نتیجه گشتاور چارچوبی آن برابر صفر خواهد شد. اگر ذره در یک مدار تخت کلاسیک (مثلاً در صفحه xy) حرکت کند، آنگاه $z = 0$ و $Q = -\frac{2}{3}$ خواهد شد. در مکانیک کوانتومی، گشتاور چارچوبی یک پروتون منفرد عبارت است از

جدول ۲.۳ چند نمونه از مقادیر گشتاور دوقطبی مغناطیسی.

نوکلید	$\mu(\mu_N)$
n	-۱.۹۱۳۰۴۱۸
p	+۲.۷۹۲۸۴۵۶
$^2\text{H(D)}$	+۰.۸۵۷۴۳۷۶
^{17}O	-۱.۸۹۳۷۹
^{57}Fe	+۰.۰۹۰۶۲۲۹۳
^{57}Co	+۲.۷۳۳
^{93}Nb	+۶.۱۷۰۵

تمام مقادیر به حالت‌های پایه درسته‌ها مربوط می‌شوند. عدم قطعیت این مقادیر نوعاً به چند قسمت از آخرین ارقام محدود می‌شود.

$$eQ = e \int \psi^*(3z^2 - r^2)\psi dv \quad (۳۶.۳)$$

اما برای نوترونی که در یک مدار در حرکت است، داریم $Q = 0$. اگر $|\psi|^2$ تقارن کروی داشته باشد، $Q = 0$ می‌شود. اگر $|\psi|^2$ در صفحه xy قرار گیرد (یعنی $z \cong 0$ باشد)، خواهیم داشت $\langle r^2 \rangle - \langle z^2 \rangle \sim Q$ ؛ و چنانچه $|\psi|^2$ حول محور z (یعنی $r \cong z$) تمرکز داشته باشد، داریم $\langle r^2 \rangle + 2\langle z^2 \rangle \sim Q$. در اینجا $\langle r^2 \rangle$ شعاع میانگین مربعی مدار است. سودمندی نیروی ترویج در این مورد هم به روشنی مشاهده می‌شود. اگر نوکلئونهای ترویج شده در مدارهایی با تقارن کروی در حرکت باشند، در مقدار گشتاور Q نقشی نخواهند داشت. بدین ترتیب می‌توانیم انتظار داشته باشیم که گشتاور چارقطبی بسیاری از هسته‌ها را به کمک نوکلئونهای ظرفیت برآورد کنیم. مدار نوکلئونهای ظرفیت را می‌توانیم در نزدیکی سطح هسته در نظر بگیریم، که در این صورت $r = R_0 A^{1/3}$ می‌شود. بنابراین برآورد، گشتاور چارقطبی به صورت $|eQ| \leq eR_0^2 A^{2/3}$ به دست می‌آید که مقدار آن از حدود $6 \times 10^{-26} \text{ em}^2$ برای هسته‌های سبک تا $50 \times 10^{-26} \text{ em}^2$ برای هسته‌های سنگین در تغییر است. یکی 10^{-28} m^2 را که برای سطح مقطع واکنشهای هسته‌ای به فراوانی مورد استفاده است یک بادن می‌گویند و با b نمایش می‌دهند. این یکا برای تعیین مقدار گشتاورهای چارقطبی هسته‌ها هم مناسب است، و بیشینه‌های انتظاری هسته‌های مختلف بر حسب این یکا بین 6 eb تا 5 eb به دست می‌آید. چنانکه در جدول ۳.۳ دیده

جدول ۳.۳ چند نمونه از مقادیر گشتاور چارقطبی الکتریکی.

نوکلید	$Q(b)$
${}^2H(D)$	+۰.۰۰۰۲۸۸
${}^{17}O$	-۰.۰۰۲۵۷۸
${}^{59}Co$	+۰.۰۲۰
${}^{63}Cu$	-۰.۰۲۰۹
${}^{133}Cs$	-۰.۰۰۰۰۳
${}^{161}Dy$	+۰.۲۲
${}^{176}Lu$	+۰.۸۰
${}^{209}Bi$	-۰.۰۳۷

تمام مقادیر به‌حالت‌های پایه هسته‌ها مربوط می‌شوند. عدم قطعیت‌ها در این مقادیر نوعاً به‌چند قسمت از آخرین ارقام محدود است.

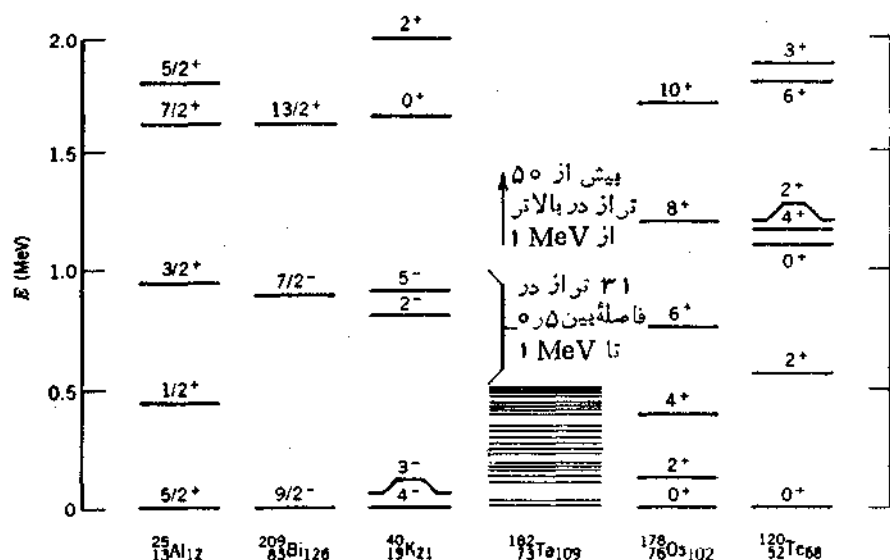
می‌شود، گشتاور چارقطبی بسیاری از هسته‌ها در همین گستره قرار دارد. اما گشتاور تعدادی از هسته‌ها، بویژه عناصر قلیایی خاکی، خیلی از این مقادیر فاصله دارد. در این موارد، گشتاور چارقطبی متضمن اطلاعات مهمی است، و معلوم می‌شود که مدل تک ذره قادر به توجیه مقادیر بزرگ گشتاور چارقطبی نیست. همه پروتون‌های موجود در هسته یا بیشتر آنها باید به نوعی در تولید این مقادیر بزرگ Q شرکت داشته باشند. فرض وجود قلب کروی متقارنی از نوکلئون‌های تزیج شده برای این هسته‌ها معتبر نیست. در بعضی از هسته‌ها ممکن است این قلب یک شکل غیر کروی ایستا داشته باشد که به تولید گشتاور چارقطبی بزرگ منجر شود. خواص این گونه هسته‌های شدیداً تغییر شکل یافته را در فصل ۵ بررسی خواهیم کرد.

۶.۳ حالت‌های برانگیخته هسته

همچنانکه از مطالعه حالت‌های برانگیخته اتمی اطلاعاتی از ساختار اتمها به دست می‌آوریم، با توجه به حالت‌های برانگیخته هسته‌ای نیز می‌توانیم تاحدودی ساختار هسته‌ها را بشناسیم. حالت‌های برانگیخته هسته هم، مانند حالت‌های برانگیخته اتمی، ناپایدارند و سریعاً به حالت پایه برمی‌گردند. برانگیختگی اتمها در اثر جابه‌جا کردن الکترون‌ها و رساندن آنها

به مدارهای انرژی بالاتر صورت می‌گیرد. همین کار را برای نوکلئونهای موجود در هسته نیز می‌توان انجام داد. بدین ترتیب، به کمک حالت‌های برانگیخته می‌توان بعضی از خصوصیات مدارهای نوکلئونی را در هسته‌ها نشان داد. ما قبلاً در همین فصل در چند مورد، به خواص مکمل ساختار تنگ‌دره‌ای و ساختار جمعی هسته‌ها اشاره کردیم. بعلاوه، می‌دانیم که حالت‌های برانگیخته هسته‌ای را نیز می‌توانیم با افزودن انرژی به قلب نوکلئونهای تزویج شده در هسته‌ها تولید کنیم. این انرژی، ممکن است به صورت انرژی نوسانات یا دوران جمعی در کل قلب هسته ظاهر شود، و یا اینکه صرف شکستن یکی از زوج‌های نوکلئونی شود و از این طریق دو نوکلئون بر نوکلئونهای ظرفیتی هسته بیفزاید.

بخشی از هدف طیف‌نمایی هسته‌ای، مشاهده حالت‌های قابل برانگیزش و اندازه‌گیری خواص آنهاست. روشهای تجربی متداول در طیف‌نمایی هسته‌ای، انواع روشهای موجود در مطالعات واپاشی رادیواکتیو و واکنشهای هسته‌ای را در بر می‌گیرد. بررسی تفصیلی واپاشیها و واکنشهای هسته‌ای را در بخشهای آینده خواهیم دید. از جمله نکاتی که در اندازه‌گیری خواص هر حالت برانگیخته باید در نظر گرفت، انرژی برانگیزش، طول عمر و مد (یا مدهای) واپاشی، اسپین و پارینه، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، و گشتاور چاروطبی



شکل ۱۹.۳ چند نمونه از نمودارهای حالت‌های برانگیخته پائین‌تر از ۲ MeV. حالت‌های برانگیخته در بعضی هسته‌ها مانند ^{209}Bi خیلی ساده است، در حالی که در برخی دیگر از هسته‌ها مانند ^{182}Ta خیلی پیچیده است. نظمی که در ترازهای ^{178}Os دیده می‌شود، در تمام هسته‌های زوج-زوج (Z و N هر دو زوج) موجود در گستره $150 \leq A \leq 190$ تکرار می‌شود. ساختار مشابه ^{120}Te هم در بسیاری از هسته‌های موجود در گستره $150 \leq A \leq 50$ تکرار می‌شود.

الکتریکی است. با توجه به وجود تعداد بیش از ۱۰۰۰ نوکلید که هر یک از آنها ممکن است صدها حالت برانگیخته داشته باشد، کار اندازه گیری، تنظیم جدول، و تحلیل و تفسیر اطلاعات مربوط به حالت‌های برانگیخته، برنامه‌ای بسیار بسیار سنگین است. نمونه‌هایی از نمودار تراز هسته‌ای را در شکل ۱۹.۳ نشان داده‌ایم. منشأ تعداد کمی از حالت‌های برانگیخته را می‌توان مشخص کرد و فهمید که از برانگیختگی نوکلئونهای ظرفیت تولید شده‌اند یا از برانگیختگی قلب هسته. این تشخیص هم فقط بعد از اندازه گیری تمامی خواص فوق‌الذکر و مقایسه آنها با پیش‌بینی مبتنی بر محاسبات برانگیزش تک‌ذره‌ای و برانگیزش جمعی قلب هسته، و همچنین مشاهده سازگاری بین آزمایش و محاسبه، امکان پذیر می‌شود. در فصل‌های آینده، روش‌های تجربی رایج برای جمع آوری این گونه اطلاعات و مدل‌های هسته‌ای مورد نیاز برای تفسیر آنها را بررسی خواهیم کرد. این نوع تحلیل و تعبیر جامع از ساختار هسته‌ای را صرفاً از طریق آزمایش‌های بسیار دقیق و دشوار، و با استفاده از محاسبات مفصل کامپیوترهای قدرتمند امروزی، می‌توانیم به دست آوریم.

مراجعات مطالعات تکمیلی

در مورد توزیع جرم و بار هسته‌ای از دو مرجع اصلی زیر می‌توان استفاده کرد:

Roger C. Barrett and Daphne F. Jackson, *Nuclear Sizes and Structure* (Oxford: Clarendon, 1977),

مرجع زیر هم حاوی مجموعه مقالاتی درباره توزیع بار و گشتاور هسته‌ای است

Atomic Data and Nuclear Data Tables, 14, 479-653, (1974).

مجموعه‌ای از مقالات تجدید چاپ شده مربوط به پراکندگی الکترون را می‌توان

در کتاب زیر یافت:

R. Hofstadter, *Nuclear and Nucleon Structure* (New York: Benjamin, 1963),

استفاده از اتم‌های موثونی برای تعیین توزیع بار هسته‌ای در مرجع زیر مرور شده است:

C. S. Wu and L. Wilets, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 19, 527 (1969),

روش‌های عام کاربرد لیزر در طیف‌نمایی اَبَتیکی و بررسی خواص هسته‌ها را می‌توان در مرجع زیر یافت:

D. E. Murnick and M. S. Feld, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 29, 411 (1979),

برای بحث تفصیلی درباره فرمول نیمه تجربی جرم به کتاب زیر رجوع کنید:

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).

مسائل

۱. نشان دهید که میانگین مربعی شعاع بار يك كره باردار يكنواخت عبارت است از $\langle r^2 \rangle = 3R^2/5$.

۲. (الف) معادله (۹.۳) را به دست آورید. (ب) با شروع از معادله (۹.۳) و تکمیل تمام مراحل محاسبه، فرمول (۱۳.۳) را به دست آورید.

۳. عامل شکل $F(q)$ را در هریک از توزیع بارهای زیر محاسبه کنید:

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-(\ln 2)r^2/R^2} \quad (\text{ب}) \quad \rho(r) = \rho_0, \quad r < R \quad (\text{الف})$$

$$= 0, \quad r > R$$

۴. یکی از توزیع بارهای هسته‌ای که واقع بینانه‌تر از توزیع بار يکنواخت است، توزیع فرمی^۱ $\rho(r) = \rho_0 \{1 + \exp[(r-R)/a]\}^{-1}$ است. (الف) این توزیع را رسم کنید و آن را با شکل ۴.۳ مقایسه کنید. (ب) به فرض آنکه $t = 2.3 \text{ fm}$ باشد، مقدار ρ را به دست آورید. (ج) مفهوم پارامتر R چیست؟ (د) مقدار $\langle r^2 \rangle$ را در این توزیع به دست آورید.

۵. تصحیح استتار الکترونی که در تحلیل پرتوایکس الکترونی مشکل بزرگی به وجود می‌آورد، چرا در مورد پرتوایکس موثونی ایجاد اشکال نمی‌کند؟

۶. (الف) با استفاده از مدل تك الکترونی و با فرض يك هسته نقطه‌ای، انرژی پرتوهای ایکس موثونی پوسته K را در Fe تعیین کنید، و آنها را با انرژیهای شکل ۸.۳ مقایسه کنید. (ب) تصحیح ΔE مربوط به اندازه محدود هسته را به دست آورید، و مقدار تصحیح شده را با انرژی اندازه‌گیری شده مقایسه کنید.

۷. (الف) با استفاده از جرمهای معلوم ^{15}O و ^{15}N ، اختلاف انرژی بستگی آنها را محاسبه کنید. (ب) به فرض آنکه این اختلاف ناشی از اختلاف انرژی کولنی باشد، شعاع هسته‌های ^{15}O و ^{15}N را محاسبه کنید.

۸. با در دست داشتن مقادیر دوتایی جرمی زیر (بر حسب 10^{-6} u)، مقدار جرم اتمی ^{37}Cl را در هر مورد محاسبه کنید:

$$m(\text{C}_7\text{H}) - m(^{37}\text{Cl}) = 41922.2 \pm 0.3$$

$$m(\text{C}_7\text{D}_8) - m(^{37}\text{ClH}_7) = 12343.65 \pm 0.1$$

$$m(\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_7) - m(^{37}\text{Cl}_7) = 104974.24 \pm 0.08$$

در اینجا $\text{C} \equiv ^{12}\text{C}$ ، $\text{D} \equiv ^2\text{H}$ ، و $\text{O} \equiv ^{16}\text{O}$ است. در این محاسبات، عدم قطعیت در جرمهای H، D، O، و C را در نظر بگیرید.

۹. انرژی بستگی کل و انرژی بستگی هر نوکلئون را در هریک از موارد زیر حساب کنید:

$$^7\text{Li} \quad (\text{الف}), \quad ^{20}\text{Ne} \quad (\text{ب}), \quad ^{56}\text{Fe} \quad (\text{ج}), \quad ^{238}\text{U} \quad (\text{د}).$$

۰۱۰ با استفاده از فرمول نیمه تجربی جرم، برای هر يك از هسته‌های زیرانرژی بستگی کل و انرژی کوئلی را محاسبه کنید: (الف) ^{21}Ne ، (ب) ^{57}Fe ، (ج) ^{209}Bi ، (د) ^{256}Fm .

۰۱۱ کاستی جرم هسته‌های زیر را حساب کنید: (الف) ^{32}S ، (ب) ^{19}F ، (ج) ^{238}U .

۰۱۲ با در دست داشتن کاستی جرم هسته‌های زیر، جرم اتمی آنها را به دست آورید:

(الف) ^{23}Na : -۸۰۴۱۸ MeV ، (ب) ^{144}Sm : -۸۱۰۹۶۴ MeV

(ج) ^{240}Pu : $+۵۰۰۱۲۳ \text{ MeV}$

۰۱۳ (الف) انرژی جداسازی نوترون را در هر يك از هسته‌های ^7Li ، ^{91}Zr و ^{236}U

به دست آورید. (ب) انرژی جداسازی پروتون را در هر يك از هسته‌های ^{20}Ne

^{55}Mn و ^{197}Au تعیین کنید.

۰۱۴ با بررسی دقیق مقادیر S_p و S_n در جدول ۱۰۳، در مورد میزان استحکام و بستگی

آخرین پروتون یا آخرین نوترون در زوج‌های آینه‌ای (^{17}O ، ^{17}F) و (^{41}Ca ، ^{41}Sc)

اظهار نظر کنید. سعی کنید که رفتار کلی یا سیستماتیک این گونه هسته‌ها را توضیح

دهید. انرژی‌های جداسازی نوکلئون را در هسته‌هایی که تعداد پروتون یا نوترون

یکسان دارند، با هم مقایسه کنید (برای نمونه، مقدار S_n را در ^{16}O و ^{17}F یا S_p

را در ^{16}O و ^{17}O). این بررسی سیستماتیک را با تعیین و تنظیم مقادیر S_p و S_n برای

هسته‌های ^4He ، ^5He ، ^6Li و برای ^{56}Ni ، ^{57}Ni و ^{57}Cu ادامه دهید. (توجه:

هسته‌هایی که Z یا N آنها برابر ۲، ۸، ۲۰، یا ۲۸ باشد، از پایداری خاصی

برخوردارند. علت این امر را در فصل ۵ خواهیم دید.)

۰۱۵ با استفاده از فرمول نیمه تجربی جرم، برای انرژی جداسازی دونوترون از هسته‌های

$A \gg ۱$ عبارتی به دست آورید. (اذهمایی: در این مسئله استفاده از روش تفاضلی

یا دیفرانسیلی خیلی آسانتر از روش جبری است.) بزرگی جملات مختلف را برآورد

کنید، و بستگی آنها را با A مورد بحث قرار دهید. نتیجه را با اطلاعات مربوط به

Al و Te مقایسه کنید:

^{25}Al ۳۱۰۸۲ MeV ^{117}Te ۱۸۰۸۹ MeV ^{124}Te ۱۶۰۳۶ MeV

^{26}Al ۳۸۰۳۰ MeV ^{118}Te ۱۸۰۴۵ MeV ^{125}Te ۱۶۰۵۰ MeV

^{27}Al ۲۴۰۴۲ MeV ^{119}Te ۱۸۰۱۷ MeV ^{126}Te ۱۵۰۶۹ MeV

^{28}Al ۲۰۰۷۸ MeV ^{120}Te ۱۷۰۸۸ MeV ^{127}Te ۱۵۰۴۱ MeV

^{29}Al ۱۷۰۱۶ MeV ^{121}Te ۱۷۰۲۶ MeV ^{128}Te ۱۵۰۰۷ MeV

^{30}Al ۱۵۰۱۹ MeV ^{122}Te ۱۷۰۰۴ MeV ^{129}Te ۱۴۰۸۶ MeV

^{31}Al ۱۳۰۰۳ MeV ^{123}Te ۱۶۰۸۰ MeV ^{130}Te ۱۴۰۵۰ MeV

چرا در این مقایسه، انرژی جداسازی دونوترون را انتخاب کردیم نه يك نوترون را؟

۰۱۶ همانند مسئله قبلی، با استفاده از فرمول نیمه تجربی جرم، عبارت تقریبی تغییرات انرژی

S_p را بر حسب A ، در حالی که Z ثابت مانده باشد، به دست آورید. اطلاعات عددی

چند دسته از ایزوتوپها را جمع آوری کنید و پس از رسم منحنی تغییرات آنها، نتایج را با پیش بینی فرمول نیمه تجربی جرم مقایسه کنید.

۱۷. اسپین - پاریته هر دو هسته ${}^6\text{B}$ و ${}^6\text{Be}$ به صورت $-(\frac{3}{2})$ است. به فرض آنکه اسپین و پاریته در هر دو حالت فقط خصوصیت نوکلئون منفرد را نشان دهد، طرز تعیین اسپین - پاریته قابل مشاهده ${}^{10}\text{B}(3^+)$ را مشخص کنید. چه ترکیب دیگری از اسپین - پاریته ممکن است در این مورد ظاهر شود؟ (این ترکیبات به صورت حالت های برانگیخته ${}^{10}\text{B}$ مشاهده می شوند.)

۱۸. فرض کنید که با افزودن یک پروتون یا یک نوترون به ${}^2\text{H}$ که اسپین آن برابر ۱ و پاریته آن زوج است، آن را به ${}^3\text{He}$ یا ${}^3\text{H}$ تبدیل کنیم. تکانه زاویه ای مداری نوکلئون اضافی را نسبت به مرکز جرم ${}^2\text{H}$ با l نشان می دهیم. مقادیر ممکن برای تکانه زاویه ای کل ${}^3\text{H}$ یا ${}^3\text{He}$ چقدر است؟ با توجه به زوج بودن پاریته حالت پایه ${}^2\text{H}$ و ${}^3\text{He}$ ، کدام یک از این مقادیر قابل حذف است؟ محتملترین مقدار تکانه زاویه ای حالت پایه ${}^3\text{H}$ یا ${}^3\text{He}$ کدام است؟ آیا در جداسازی یک پروتون یا یک نوترون از ${}^4\text{He}$ هم می توان چنین استدلالی را مطرح کرد؟ (اسپین - پاریته حالت پایه ${}^4\text{He}$ چقدر است؟) اسپین - پاریته ${}^6\text{Li}$ و ${}^6\text{He}(\frac{3}{2}^+)$ را چگونه می توان تعیین کرد؟

۱۹. (الف) نوترون را به صورت ترکیبی از یک پروتون و یک مزون منفی π^- در حالت مداری $l=1$ در نظر بگیرید. گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری چنین مجموعه ای چقدر خواهد شد؟ نتیجه را به صورت مضربی از گشتاور مغناطیسی پروتون بیان کنید. (ب) آیا با استفاده از این مدل، گشتاور مغناطیسی قابل مشاهده نوترون را می توان تعیین کرد؟ فرض کنید که تابع موج نوترون متشکل از دو قسمت باشد: یک قسمت مربوط به نوترون «دیراک» با $g=0$ ، و قسمت دیگر مربوط به مجموعه پروتون و مزون π^- . بزرگی نسبی این دو قسمت از تابع موج چقدر است؟ (فرض کنید که پروتون هم مانند یک ذره ایده آل دیراک عمل کند.) (ج) تحلیل قبلی را برای گشتاور مغناطیسی پروتون تکرار کنید. یعنی پروتون را متشکل از دو قسمت در نظر بگیرید: یک قسمت پروتون خالص دیراک و قسمت دیگر نوترون دیراک همراه با مزون مثبت π^+ در حالت مداری $l=1$.

۲۰. فرض کنید که گشتاور مغناطیسی پروتون را ناشی از حرکت دورانی یک توزیع بار مثبت یکنواخت و کروی به شعاع R ، که با سرعت زاویه ای ω حول محورش می چرخد، در نظر بگیرید. (الف) از طریق انتگرال گیری توزیع بار نشان دهید که $\mu = e\omega R^2/5$ است. (ب) با استفاده از رابطه کلاسیک بین تکانه زاویه ای و سرعت دورانی نشان دهید که $\omega R^2 = s/0.4m$ است. (ج) سرانجام، رابطه $\mu = (e/2m)s$ را که مشابه معادله (۳۲.۳) است، به دست آورید.

۲۱. گشتاور چارقطبی الکتریکی یک بیضیوار دوار را با توزیع بار یکنواخت و نیم محورهاهای بزرگ و کوچک a و b محاسبه کنید.

نیروی بین نوکلئونها

حتی پیش از پرداختن به هر گونه آزمایشی برای بررسی نیروی بین دو نوکلئون می توان بعضی از خواص نیروی نوکلئون - نوکلئون را حدس زد:

۱. این نیرو در فواصل کوتاه قویتر از نیروی کولنی است؛ زیرا نیروی هسته ای می تواند بر دافعه کولنی پروتونها در هسته غلبه کند.

۲. نیروی هسته ای در فواصل بلندی که در حدود ابعاد اتمی باشند، به حدی ضعیف می شود که می توان از آن صرف نظر کرد. برهم کنش هسته های موجود در یک مولکول با یکدیگر فقط بر اساس نیروی کولنی قابل درک است.

۳. بعضی از ذرات تحت تأثیر نیروی هسته ای قرار نمی گیرند. برای نمونه، هیچ دلیلی از ساختار اتمی در دست نیست که نیروی هسته ای تأثیری روی الکترونها داشته باشد.

وقتی که به منظور کشف خواص نیروی هسته ای به انجام آزمایشهایی خاص مبادرت می ورزیم، به چند خاصیت قابل توجه دیگر هم برخورد می کنیم:

۴. به نظر می رسد که نیروی نوکلئون - نوکلئون تقریباً مستقل از نوع نوکلئونهاست، یعنی پروتون و نوترون هیچ فرقی با هم ندارند. این خاصیت را استقلال از بار می گویند.

۵. نیروی نوکلئون - نوکلئون به موازی یا پادموازی بودن اسپین نوکلئونها بستگی دارد.

۶. نیروی نوکلئون - نوکلئون شامل یک جمله دافعه نیز هست که نوکلئونها را در فاصله متوسط معینی از یکدیگر نگه می دارد.

۷. نیروی نوکلئون-نوکلئون دارای مؤلفهٔ تانسوری یا غیرمرکزی است. این بخش از نیرو باعث ناپایداری تکانهٔ زاویه‌ای مبداء می‌شود. تکانهٔ زاویه‌ای یکی از ثابتهای حرکت درمیدان نیروی مرکزی است.

در این فصل خواص نیروی هسته‌ای را به تفصیل مورد بحث قرار می‌دهیم، چگونگی آزمایش و طرز اندازه‌گیری آنها را بررسی می‌کنیم، و چند شکل اساسی برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون را مطرح خواهیم کرد.

۱.۴ دوترون

دوترون (هستهٔ ^2H)، از گردهمایی یک نوترون و یک پروتون تشکیل می‌شود. (اتم خنثای ^2H را دوتریم می‌نامند.) این هسته ساده‌ترین حالت مقید نوکلئونهاست، و به همین دلیل سیستمی ایده‌آل برای مطالعهٔ برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون به‌شمار می‌رود. دوترون برای متخصصان فیزیک هسته‌ای همان نقشی را دارد که اتم هیدروژن برای متخصصان فیزیک اتمی داشته است. همچنانکه گذار الکترومغناطیسی بین حالت‌های برانگیختهٔ اتم هیدروژن در سری تجربی بالمر به درک ساختار هیدروژن کمک کرده است، گذار الکترومغناطیسی بین حالت‌های برانگیختهٔ دوترون نیز باید به درکی از ساختار هستهٔ ^2H بینجامد. متأسفانه در این هسته، هیچ نوع حالت برانگیخته‌ای سراغ نداریم. بستگی این سیستم آن‌چنان ضعیف است که «حالت‌های برانگیخته» آن فقط به‌صورت پروتون و نوترون آزاد درسیستم نامقید ظاهر می‌شود.

انرژی بستگی

انرژی بستگی دوترون، کمیتی است که با دقت بسیار زیاد اندازه‌گیری می‌شود و به سه روش مختلف قابل تعیین است. جرم دوترون را از طریق طیف‌نمایی می‌توان مستقیماً تعیین کرد، و سپس انرژی بستگی را به کمک معادلهٔ (۲۵.۳) به‌دست آورد. با استفاده از روش دوتایهٔ جرمی که در بخش ۲.۳ توصیف شد، نتایج زیر به دست آمده است (نماد D را برای ^2H به‌کار می‌بریم)

$$m(\text{C}_6\text{H}_{12}) - m(\text{C}_6\text{D}_6) = (9289710 \pm 0000022) \times 10^{-3} \text{ u}$$

$$m(\text{C}_5\text{D}_{12}) - m(\text{C}_6\text{D}_6) = 847610626 \pm 0000090 \times 10^{-2} \text{ u}$$

با قراردادن $m(^1\text{H}) = 10007825037 \text{ u}$ از رابطهٔ اول به‌دست می‌آید

$$m(^2\text{H}) = 2014101789 \pm 0000000021 \text{ u}$$

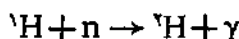
واز رابطه دوم حاصل می شود

$$m(^2\text{H}) = 2.014101771 \pm 0.000000015 \text{ u}$$

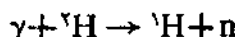
مقادیر حاصل بسیار دقیق و سازگاری شان باهم خیلی خوب است. با استفاده از این مقادیر و جرمهای اندازه گیری شده ^1H و نوترون، انرژی بستگی را می توان به دست آورد

$$B = [m(^1\text{H}) + m(n) - m(^2\text{H})]c^2 = 2.22463 \pm 0.00004 \text{ MeV}$$

با نزدیک سازی یک پروتون به یک نوترون و تشکیل ^2H ، و اندازه گیری انرژی فوتون پرتو گامای گسیل شده در این فرایند نیز می توانیم انرژی بستگی دوترون را مستقیماً تعیین کنیم



انرژی بستگی حاصل از این روش که از انرژی فوتون تولید شده و پس از مختصری تصحیح، به خاطر پس زنی ^2H ، به دست می آید برابر $2.224589 \pm 0.000002 \text{ MeV}$ است که بخوبی با مقدار حاصل از روش طیف نمایی جرمی سازگاری دارد. در روش سوم، از واکنش معکوس موسوم به تجزیه فوتونی استفاده می شود

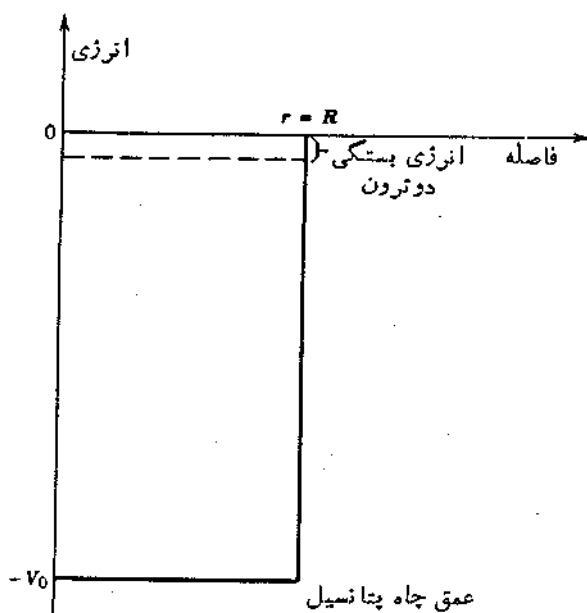


که در آن فوتون پرتو گاما، دوترون را به دو پاره تقسیم می کند. کمینه انرژی پرتو گامایی که بتواند چنین فرایندی را انجام دهد، برابر انرژی بستگی است (در اینجا هم باید تصحیح مربوط به پس زنی محصولات نهایی در نظر گرفته شود). مقدار مشاهده شده برابر $2.224 \pm 0.002 \text{ MeV}$ است که با مقدار حاصل از روش طیف نمایی جرمی سازگاری خوبی دارد.

چنانکه در بحث بخش ۳.۳ گفتیم، انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون در حدود 8 MeV است. بنابراین، بستگی دوترون در مقایسه با هسته های دیگر خیلی ضعیف است. اکنون ببینیم در مطالعه خواص دوترون، این نتیجه را چگونه می توان تحلیل کرد. برای سهولت این بررسی، پتانسیل نوکلئون - نوکلئون را مطابق شکل ۱.۴ به صورت یک چاه مربعی سه بعدی نشان می دهیم

$$\begin{aligned} V(r) &= -V_0, & r < R \\ &= 0, & r > R \end{aligned} \quad (1.4)$$

البته این فرض مسئله را بیش از حد ساده می کند، ولی دستکم برای بعضی نتیجه گیریهای کیفی کفایت خواهد کرد. در اینجا r فاصله جدایی بین نوترون و پروتون را نشان می دهد، و از این رو R حدود بزرگی قطر دوترون را مشخص می کند. فرض کنید که در پایینترین



شکل ۱۰۴ این چاه پتانسیل سه بعدی تقریبی از پتانسیل هسته‌ای است. عمق چاه $-V_0$ است که مقدار آن در حدود 35 MeV برآورد می‌شود. انرژی حالت مقید دوترون در حدود 2 MeV - و خیلی نزدیک به لبه چاه است.

حالت انرژی دوترون، درست مانند پایینترین حالت انرژی اتم هیدروژن، داریم $l=0$. (درستی این فرض را بعداً در همین بخش، هنگام بحث از اسپین دوترون، توجیه خواهیم کرد.) اگر بخش شعاعی تابع موج $\psi(r)$ را به صورت $u(r)/r$ نشان دهیم، معادله (۶۰.۲) را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + V(r)u(r) = Eu(r) \quad (2.4)$$

این معادله دقیقاً مانند معادله یک بعدی (۴۰.۲) است که جواب آن را در قیاس با معادله (۴۷.۲) می‌توان پیدا کرد. برای ناحیه $r < R$ داریم

$$u(r) = A \sin k_1 r + B \cos k_1 r \quad (3.4)$$

که در آن $k_1 = \sqrt{2m(E+V_0)}/\hbar$ است، و برای ناحیه $r > R$ خواهیم داشت

$$u(r) = Ce^{-k_2 r} + De^{+k_2 r} \quad (4.4)$$

که در آن $k_r = \sqrt{-2mE}/\hbar$ است. (پادآور می‌شود که برای حالت‌های مقید، $E < 0$ است.) برای آنکه تابع به‌ازای $r \rightarrow \infty$ متناهی بماند لازم است که $D = 0$ باشد، و برای آنکه تابع به‌ازای $r \rightarrow 0$ متناهی بماند باید $B = 0$ شود. [تابع ψ به $u(r)/r$ بستگی دارد، وقتی که $r \rightarrow 0$ تابع $u(r)$ هم باید به‌سمت صفر میل کند.] با اعمال شرایط پیوستگی u و du/dr در $r = R$ ، به‌دست می‌آوریم

$$k_1 \cot k_1 R = -k_2 \quad (5.4)$$

این معادله غیرجبری، ارتباط میان V_0 و R را نشان می‌دهد. در آزمایش‌های پراکندگی الکترون، ریشه‌میانگین مربعی شعاع دوترون در حدود ۲٫۱ fm به‌دست می‌آید که نخستین برآورد معقول از R است. با قراردادن این مقدار در معادله (۵.۴) و حل عددی آن (مسئله ۶ را در پایان همین فصل ببینید)، خواهیم داشت $V_0 = 35 \text{ MeV}$. این برآورد عمق پتانسیل نوکلئون-نوکلئون، در عمل حتی برای هسته‌های پیچیده‌تر هم کاملاً پذیرفتنی است. (اما توجه داشته باشید که فاصله‌های بزرگتر از R هم برای پروتون و نوترون کاملاً محتمل است، مسئله ۴.)

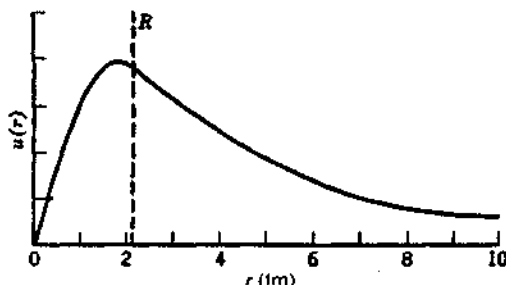
چنانکه در شکل ۱.۴ دیده می‌شود، حالت انرژی دوترون خیلی به‌لبهٔ چاه نزدیک است. اگر نیروی نوکلئون-نوکلئون فقط انسدادی ضعیف‌تر بود، حالت مقید دوترون نمی‌توانست وجود داشته باشد (مسئله ۳). اما جای خوشبختی است که چنین حالت مقیدی وجود دارد. زیرا تشکیل دوتریم از هیدروژن، نه‌تنها نخستین مرحلهٔ چرخهٔ همجوشی پروتون-پروتون به‌عنوان منشأ انرژی خورشیدی است، بلکه نخستین مرحلهٔ تشکیل مواد پایدار هم به‌شمار می‌رود. در این صورت عناصر پایدار، با استفاده از سنگ بنای هیدروژن آغازین که در بدو امر سراسر عالم را فراگرفته بود، ساخته شده‌اند. اگر حالت مقید دونوکلئونی پایدار وجود نمی‌داشت، ماهم نبودیم تا دربارهٔ آن بحث کنیم! [برای توضیح بیشتر دربارهٔ پیامدهای کیهانشناختی تشکیل دوتریم در مراحل اولیهٔ عالم به‌فصل ۱۹ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) رجوع کنید.]

تابع موج دوترون را در شکل ۲.۴ نشان داده‌ایم. انرژی بستگی کم در اینجا بدان معنی است که تابع $\psi(r)$ درست در داخل چاه و در نزدیکی مرز $r = R$ از قله سرازیر می‌شود تا در $r = R$ با شیب منفی به تابع نمایی نزولی پیوندد.

اسپین و پاریته

تکانهٔ زاویه‌ای کل I در دوترون باید دارای سه مؤلفه باشد که عبارت‌اند از: اسپین هر یک از ذرات پروتون و نوترون، s_p و s_n (که هر کدام برابر $1/2$ است)، و تکانهٔ زاویه‌ای مداری I نوکلئونها در حرکت حول مرکز جرم مشترک

$$I = s_n + s_p + I \quad (6.4)$$



شکل ۲۰۴ تابع موج دوترون برای $R = 2.1 \text{ fm}$. توجه کنید که پیوند تا بهای نمایی و سینوسی در $r = R$ چنان ملایم است که $u(r)$ و du/dr هر دو پیوسته اند. اگر قله تابع موج در داخل $r = R$ قرار نمی گرفت، پیوند ملایم آن با تابع نمایی در حال نزول (با شیب منفی) امکان پذیر نمی شد و حالت مقید هم تحقق پیدا نمی کرد.

هنگامی که معادله شرودینگر را برای دوترون حل کردیم، همانند مورد پایستریزین حالت مقید (یا نخستین حالت) اتم هیدروژن فرض کردیم $l = 0$ است. اسپین اندازه گیری شده دوترون برابر $l = 1$ است [چگونگی این اندازه گیری را در فصل ۱۶ (جلد دوم، ترجمه فارسی) بررسی می کنیم]. چون اسپین پروتون و نوترون یا با هم موازی (با اسپین کل ۱) و یا پاد موازی (با اسپین کل صفر) هستند، بردارهای s_p ، s_n و l به چهار صورت می توانند با هم جمع شوند به طوری که نتیجه l برابر ۱ شود:

(الف) s_p و s_n موازی و $l = 0$.

(ب) s_p و s_n پاد موازی و $l = 1$.

(ج) s_p و s_n موازی و $l = 1$.

(د) s_p و s_n موازی و $l = 2$.

یکی دیگر از خواص قابل تعیین دوترون، پاریته آن (به صورت زوج یا فرد) است که رفتار تابع موج را هنگام $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ نشان می دهد (بخش ۶.۲). از بررسی واکنشهایی که دوترون در آنها شرکت دارد و بررسی خواص فوتون گسیل شده در طی تشکیل دوترون، پاریته دوترون را زوج به دست می آوریم. در بخش ۶.۲ گفتیم که پاریته متناسب به حرکت مداری به صورت $(-1)^l$ قابل تعیین است، یعنی برای $l = 0$ (حالت های s) و $l = 2$ (حالت های d) پاریته زوج است، و برای $l = 1$ (حالت های p) پاریته فرد است. با توجه به نتیجه تجربی زوج بودن پاریته دوترون، ترکیب های (ب) و (ج) در بالا که در آنها $l = 1$ است قابل حذف اند، و ترکیب های (الف) و (د) به صورت مقادیر قابل قبول $l = 0$ و $l = 2$ باقی می ماند. بنابراین اسپین و پاریته دوترون با فرض $l = 0$ سازگار است، ولی هنوز نمی توانیم احتمال $l = 2$ را منفی بدانیم.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی

در بخش ۵.۳ درباره سهم حرکت مداری و اسپین در تولید گشتاور دوقطبی مغناطیسی بحث کردیم. اگر فرض $l=0$ درست باشد، حرکت مداری هیچ گونه سهمی در گشتاور مغناطیسی نباید داشته باشد و می توانیم گشتاور مغناطیسی کل را حاصل ترکیب گشتاورهای مغناطیسی نوترون و پروتون تلقی کنیم

$$\begin{aligned}\mu &= \mu_n + \mu_p \\ &= \frac{g_{sn}\mu_N}{\hbar} s_n + \frac{g_{sp}\mu_N}{\hbar} s_p\end{aligned}\quad (7.2)$$

که در آن $g_{sp} = 5.585691$ و $g_{sn} = -3.826084$ است. چنانکه در بخش ۵.۳ دیدیم، گشتاور مغناطیسی مشاهده شده را با مؤلفه μ در راستای z در شرایطی که اسپینها بزرگترین مقدارشان $(\hbar/2)$ را دارند برابر می گیریم

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{1}{2} \mu_N (g_{sn} + g_{sp}) \\ &= 0.879804 \mu_N\end{aligned}\quad (8.4)$$

مقدار مشاهده شده برابر $0.879804 \pm 0.00000004 \mu_N$ است که سازگاری خوبی با مقدار محاسبه شده دارد، ولی این سازگاری کامل نیست. اختلاف کوچکی را که بین این دو مقدار وجود دارد می توان به عواملی از قبیل مزونهای مبادله شده بین نوترون و پروتون نسبت داد. در بحث فعلی، می توانیم این اختلاف را ناشی از اختلاط تابع موج وجود سهم کوچکی از حالت d ($l=2$) در تابع موج دوترون بگیریم

$$\psi = a_s \psi(l=0) + a_d \psi(l=2) \quad (9.4)$$

گشتاور مغناطیسی دوترون به کمک این تابع موج، چنین به دست می آید

$$\mu = a_s^2 \mu(l=0) + a_d^2 \mu(l=2) \quad (10.4)$$

که در آن $\mu(l=0)$ همان مقداری است که در معادله (۸.۴) محاسبه شده است، و $\mu(l=2) = (1/4)(3 - g_{sp} - g_{sn})\mu_N$ مقدار محاسبه شده برای حالت d است. مقدار مشاهده شده گشتاور مغناطیسی با $a_s^2 = 0.96$ و $a_d^2 = 0.04$ سازگار است، یعنی دوترون از ترکیب ۹۶٪ حالت $l=0$ و فقط ۴٪ حالت $l=2$ حاصل می شود. بدین ترتیب معلوم می شود که فرض حالت خالص $l=0$ ، که در محاسبه عمق چاه در نظر گرفتیم، فرضی نسبتاً خوب است ولی خیلی کامل نیست.

گشتاور چارقطبی الکتریکی

نوترون و پروتون به طور جدا گانه هیچ گونه گشتاور چارقطبی الکتریکی ندارند. پس هر مقدار غیر صفری که از اندازه گیری گشتاور چارقطبی به دست آید، باید ناشی از حرکت مداری تلفی شود. در این صورت، گشتاور چارقطبی حاصل از تابع موج $l=0$ خالص برابر صفر خواهد شد. گشتاور چارقطبی مشاهده شده عبارت است از

$$Q = 0.00288 \pm 0.00002 b$$

که در عین کوچک بودن در مقایسه با گشتاور بسیاری از هسته های دیگر، مسلماً برابر صفر نیست.

تابع موج مخلوط معادله (۹.۴) هنگامی که برای محاسبه Q در معادله (۳۶.۳) به کار برده می شود، مقدار Q را در دو قسمت به دست می دهد: يك قسمت متناسب با a_d و قسمت دیگر متناسب با حاصل ضرب $a_s a_d$. با انجام این محاسبه خواهیم داشت

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{10} a_s a_d \langle r^2 \rangle_{sd} - \frac{1}{20} a_d^2 \langle r^2 \rangle_{dd} \quad (11.4)$$

که در آن $\langle r^2 \rangle_{sd} = \int r^2 R_s(r) R_d(r) r^2 dr$ انتگرال r^2 روی تابع موجهای شعاعی است، $\langle r^2 \rangle_{dd}$ نیز به همین ترتیب تعریف می شود. برای محاسبه Q لازم است که تابع موج حالت d دوترون را که مستقیماً قابل اندازه گیری نیست بدانیم. با استفاده از پتانسیلهای پدیده شناختی واقع بینانه ای که بعداً در همین فصل مورد بحث قرار می گیرد، با چند درصد اختلاط حالت d مقادیر قابل قبولی برای Q به دست می آوریم که با ۴٪ اختلاط استنباط شده از گشتاور مغناطیسی بخوبی سازگاری دارد.

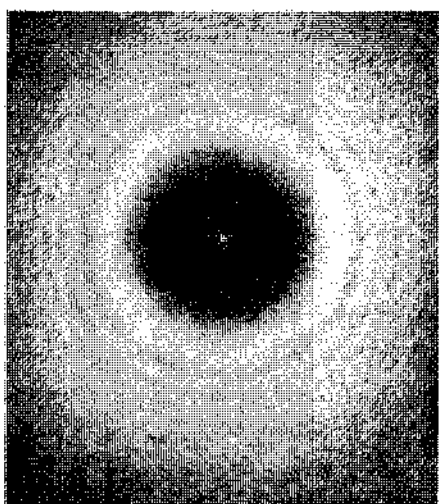
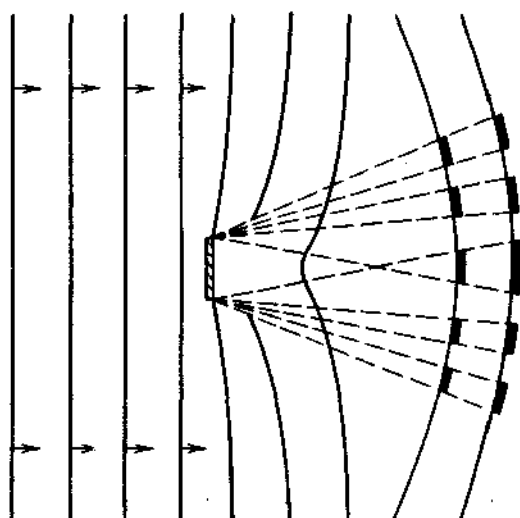
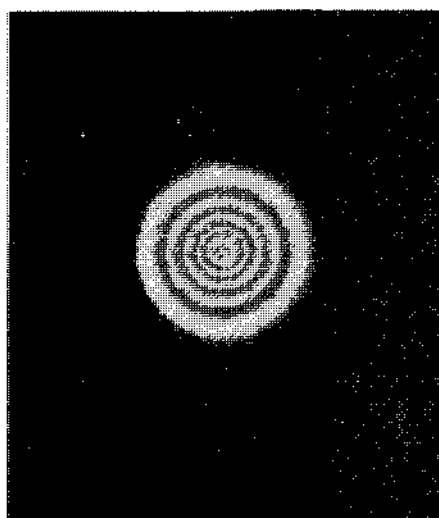
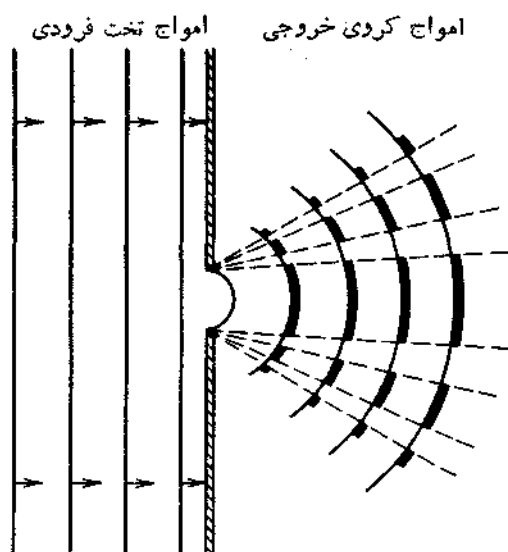
این سازگاری بین اختلاطهای حالت d که با استفاده از کمتهای μ و Q حاصل می شود را نباید زیاد جدی گرفت بلکه باید آن را ناشی از حسن تصادف تلفی کرد. در مورد گشتاور دوقطبی مغناطیسی، هیچ دلیلی نداریم که انتظار داشته باشیم استفاده از گشتاور مغناطیسی نوکلئون آزاد در هسته ها کار درستی باشد. (در واقع، در فصل بعد خواهیم دید که شواهد محکمی در دست است که خلاف آن را نشان می دهد.) متأسفانه نوکلئون درون دوترون حالتی بینایی دارد، یعنی نه آزاد است و نه قیدی قوی دارد، و هیچ نشانه ای هم در دست نیست که گشتاور مغناطیسی آن را چقدر باید در نظر گرفت. برهم کنش اسپین مدار، اثرات نسبیتی، و تبادل مزون ممکن است تأثیری بزرگتر از اختلاط حالت d بر مقدار μ داشته باشند (ولی این احتمال هم وجود دارد که این گونه اثرات در جهت حذف یکدیگر عمل کنند). در مورد گشتاور چارقطبی، اطلاع اندک از تابع موج حالت d باعث عدم اطمینان از درصد اختلاط برآورد شده برای حالت d می شود. (شاید بهتر باشد که محاسبه Q را بر اساس درصد اختلاط معلوم حالت d ، به عنوان آزمونی برای تابع موج حالت d تلفی کنیم.) آزمایشهای دیگر هم، بویژه آزمایشهای پراکندگی هدفهای دوترون، اختلاط حالت d را در حدود ۴٪ به دست می دهد. بدین ترتیب معلوم می شود که نتیجه حاصل از

گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و چارقطبی الکتریکی، در نهایت ممکن است معتبر باشد. آگاهی دقیق از تابع موج حالت l از این جهت مهم است که برای تشخیص خصوصیت غیرمرکزی (یا تانسوری) نیروی هسته‌ای بهترین نشانه‌ای که در اختیار داریم همان اختلاط مقادیر l در دوترون است.

۲.۴ پراکندگی نوکلئون - نوکلئون

بررسی دوترون اگرچه قرائنی از برهم کنش نوکلئون - نوکلئون به دست می‌دهد، ولی مقدار اطلاعات آن محدود است. چون دوترون هیچ حالت برانگیخته‌ای ندارد، دینامیک برهم کنش نوکلئون - نوکلئون را فقط در پیکربندی $l=0$ ، اسپینهای موازی، و فاصله $2fm$ می‌توانیم مورد مطالعه قرار دهیم. (اگر حالت‌های برانگیخته در اختیار باشد، می‌توانیم مقادیر مختلف l بسا سمگئیریهایی متفاوت اسپین را هم بررسی کنیم.) برای مطالعه برهم کنش نوکلئون - نوکلئون در پیکربندیهای مختلف، می‌توانیم آزمایش‌های پراکندگی نوکلئون - نوکلئون را که در آنها باریکه‌ای از نوکلئونهای فرودی توسط هدف نوکلئونی پراکنده می‌شود بررسی کنیم. اگر هدف یک هسته با نوکلئونهای متعدد باشد، در برد پتانسیل هسته‌ای نوکلئون فرودی چندین نوکلئون هدف وجود خواهد داشت. در این صورت، پراکندگی ایجادشده برای هر نوکلئون منفرد شامل اثرات پیچیده رویاروییهای چندباره خواهد بود، و تعیین خواص برهم کنش بین نوکلئونهای منفرد خیلی دشوار خواهد شد. بنابراین، هدفی از هیپروژن انتخاب می‌کنیم به طوری که ذرات فرودی بتوانند در رویارویی با پروتونهای منفرد پراکنده شوند. در اینجا هم ممکن است با پراکندگی چندباره روبه‌رو شویم، اما این پراکندگیها به این صورت خواهد بود که ذره ابتدا از یک پروتون پراکنده می‌شود و سپس از پروتون دیگری که در مقیاس هسته‌ای خیلی از اولی فاصله دارد پراکنده خواهد شد. اگر احتمال رویارویی منفرد کوچک باشد، احتمال رویارویی چندباره قابل صرف نظر خواهد بود. این مورد با پراکندگی ناشی از یک هسته سنگین، که در آن هر رویارویی منفرد با هسته هدف شامل چندین برهم کنش نوکلئون - نوکلئون می‌شود کاملاً متفاوت است. قبل از بحث درباره پراکندگی هسته‌ای، یک مسئله مشابه اپتیکی را درباره پراش امواج از یک شکاف یا مانع کوچک یادآوری می‌کنیم. چنانکه در شکل ۳.۴ دیده می‌شود، نقش پراش حاصل از یک مانع خیلی شبیه به نقش حاصل از یک شکاف با همان اندازه است. پراکندگی هسته‌ای شباهت زیادی به پراش از یک مانع دارد، و به همین دلیل بحثمان را روی آن متمرکز می‌کنیم. پراش اپتیکی دارای سه ویژگی مشابه با پراکندگی نوکلئونهاست:

۱. موج فرودی به صورت موج تخت نموده می‌شود، در حالی که در نقاط دور از مانع جبهه موج پراکنده به صورت موج کروی است. کل انرژی موجود در جبهه موج کروی در حال گسترش، قابل تغییر نیست. یعنی، شدت موج باید بر حسب r^{-2} و دامنه آن



شکل ۳۰۴ نمایش پراکندگی حاصل از يك روزنه كوچك (بالا) و يك مانع كوچك (پایین).
نواحی شدت زیاد و کم، روی جبهه‌های موج با خطوط کلفت و نازک نموده شده است. در عکسهای
سمت راست، نقش پسرانش حاصل از يك روزنه دایره‌ای و يك قرص دایره‌ای کدر نشان داده
شده است.

باید برحسب π^{-1} کاهش یابد.

۲. پدیده پراش باعث می شود که شدت تابش پراکنده در نقاط مختلف سطح جبهه موج کروی تغییر کند. بدین جهت، شدت امواج پراکنده به مختصات زاویه ای θ و ϕ بستگی پیدا می کند.

۳. آشکارسازی که در نقطه ای دور از مانع قرار می گیرد، هر دو موج فرودی و پراکنده را ثبت خواهد کرد.

برای حل کوانتوم مکانیکی مسئله پراکندگی نوکلئون - نوکلئون، همانند بخش قبلی، باز هم فرض می کنیم که بتوانیم برهم کنش را به کمک چاه پتانسیل مربعی نمایش دهیم. در واقع، تنها فرضی که این محاسبه با مورد دوترون دارد، این است که در اینجا با ذرات فرودی آزاد با انرژی $E > 0$ سروکار داریم. باردیگر معادله شرودینگر را با فرض $l = 0$ ساده می کنیم. توجه این فرض هیچ ربطی به توجیه فرض مشابه در محاسبه دوترون ندارد. يك نوکلئون فرودی را چنان در نظری می گیریم که درست در سطح خارجی نوکلئون هدف با آن برخورد کند، یعنی پارامتر برخورد (فاصله عمودی مرکز نوکلئون هدف از خط سیر نوکلئون فرودی) از مرتبه 1 fm باشد. اگر سرعت ذره فرودی v باشد، تکانه زاویه ای آن نسبت به هدف برابر mvR می شود. تکانه زاویه ای نسبی بین نوکلئونها باید برحسب یکی $\hbar$ کوانتیده باشد، یا به زبان نیمه کلاسیک $mvR = l\hbar$ شود. اگر $mvR \ll \hbar$ باشد، آنگاه فقط برهم کنشهای $l = 0$ قابل تحقق اند. در این صورت، داریم $v \ll \hbar/mR$ و انرژی جنبشی متناظر چنین برآورد می شود

$$T = \frac{1}{2} mv^2 \ll \frac{\hbar^2}{2mR^2} = \frac{\hbar^2 c^2}{2mc^2 R^2} = \frac{(200 \text{ MeV} \cdot \text{fm})^2}{2(1000 \text{ MeV})(1 \text{ fm})^2} = 20 \text{ MeV}$$

هرگاه انرژی فرودی خیلی کمتر از 20 MeV باشد، فرض $l = 0$ قابل توجیه است. پس در اینجا فقط پراکندگی کم - انرژی را در نظر می گیریم که برای آن فرض $l = 0$ معتبر است.

مسئله پراکندگی نوکلئون - نوکلئون را در دستگاه مختصات مرکز جرم (بیوست ب) حل می کنیم. جرمی که در معادله شرودینگر ظاهر می شود، جرم کاهیده است که در این حالت تقریباً برابر نصف جرم نوکلئون می شود.

در اینجا هم برای آنکه $u(r)/r$ به ازای $r \rightarrow 0$ متناهی بماند، داریم $B = 0$ و جواب مسئله چاه مربعی برای $r < R$ به صورت معادله (۳.۴) خواهد بود. در ناحیه $r > R$ ، تابع موج چنین می شود

$$u(r) = C' \sin k_r r + D' \cos k_r r \quad (12.4)$$

که در آن $k_r = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ است، آسانتر است که معادله (۱۲.۴) را به صورت زیر بنویسیم

$$u(r) = C \sin(k_r r + \delta) \quad (13.4)$$

که در آن داریم

$$C' = C \cos \delta \quad \text{و} \quad D' = C \sin \delta \quad (14.4)$$

با استفاده از شرایط مرزی u و du/dr در $r=R$ حاصل می شود

$$C \sin(k_1 R + \delta) = A \sin k_1 R \quad (15.4)$$

و

$$k_1 C \cos(k_1 R + \delta) = k_1 A \cos k_1 R \quad (16.4)$$

که پس از تقسیم آنها خواهیم داشت

$$k_1 \cot(k_1 R + \delta) = k_1 \cot k_1 R \quad (17.4)$$

باز هم به يك معادله غیر جبری می رسیم که باید حل شود. در صورت معلوم بودن E (که از طریق انرژی ذره فرودی قابل تعیین است)، V_0 و R ، می توان مقدار δ را به دست آورد. قبل از بحث درباره روشهای تعیین پارامتر δ در معادله (17.4)، چگونگی پیدایش δ را در جواب معادله شرودینگر بررسی می کنیم. هنگامی که $V_0 \rightarrow 0$ (در این حالت هرگز پراکندگی اتفاق نمی افتد)، داریم $k_1 \rightarrow k_0$ و $\delta \rightarrow 0$. این همان جواب ذره آزاد است. اثر V_0 را بر تابع موج در شکل ۴.۲ نشان داده ایم. تابع موج در ناحیه $r > R$ همان شکل تابع موج ذره آزاد را دارد، ولی در این حالت يك اختلاف فاز δ در آن پیدا شده است. پتانسیل پراکننده ای که از نوع جاذبه است، نقطه صفر یا گره تابع موج را به طرف مبدأ «می کشد». (اما پتانسیلی که از نوع دافعه است، گره ها را از مبدأ دور می کند و اختلاف فاز منفی می شود.) امواج فرودی را بر حسب تکانه زاویه ای شان نسبت به هدف می توان به صورت مؤلفه های $l=0$ (که تاکنون در نظر بوده است)، $l=1$ ، و غیره در نظر گرفت. به ازای هر مؤلفه ای از l يك جواب متفاوت برای معادله شرودینگر و يك اختلاف فاز مشخص δ_l خواهیم داشت.

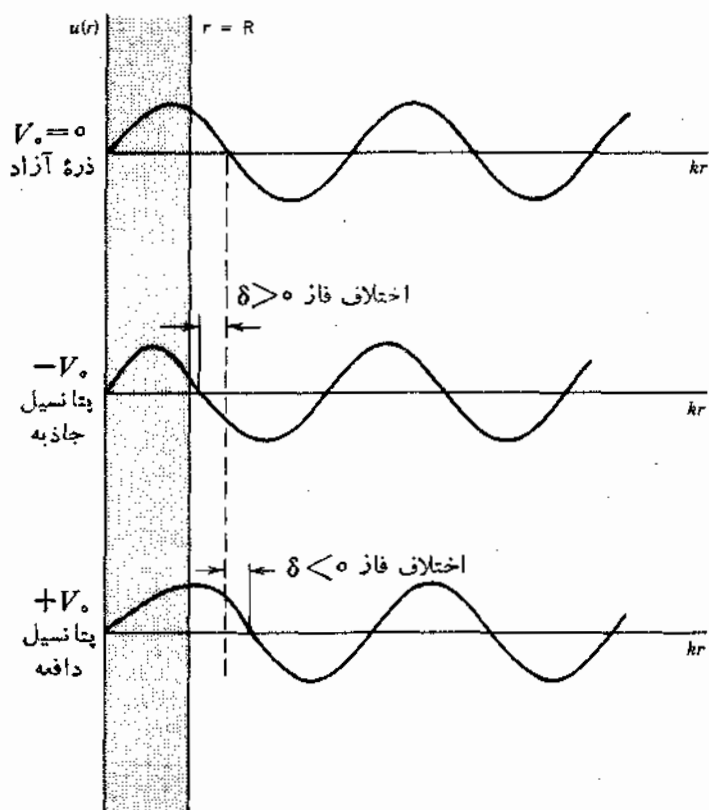
اکنون بینیم رابطه بین مسئله چاه مربعی و نظریه کلیتر پراکندگی چیست. تابع موج فرودی (چنانکه در نمونه ایستیک دیدیم)، يك موج تخت است که در راستای z حرکت می کند

$$\psi_{in} = A e^{ikz} \quad (18.4)$$

هدف را در مبدأ در نظر می گیریم. با توجه به عامل وابسته به زمان، داریم

$$\psi(z, t) = A e^{i(kz - \omega t)} \quad (19.4)$$

که همیشه در جهت $z+$ در حرکت است (موج در نواحی $z < 0$ به هدف نزدیک و در نواحی $z > 0$ از هدف دور می شود). عملیات ریاضی با استفاده از امواج کروی e^{ikr}/r و e^{-ikr}/r آسانتر انجام می شود و با ضرب آنها در $e^{-i\omega t}$ ، امواج خروجی به صورت e^{ikr} و امواج ورودی به صورت e^{-ikr} مشخص می شوند. [بررسی دقیقتر نظریه پراکندگی



شکل ۴.۴ در اثر پتانسیل پراکننده فاز تابع موج پراکنده نسبت به تابع موج ذره آزاد تغییر می‌کند و به‌خارج از نواحی پراکندگی کشیده می‌شود.

را همراه با جملات مربوط به $l > 0$ ، در فصل ۱۱ (جلد دوم، ترجمه فارسی) خواهیم دید. برای حالت $l = 0$ ، تابع موج فرودی عبارت است از

$$\psi_{in} = \frac{A}{2ik} \left[\frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r} \right] \quad (20.2)$$

علامت منفی بین دو جمله باعث می‌شود که به‌ازای $r \rightarrow 0$ تابع ψ متناهی بماند، و استفاده از ضریب A برای هر دو جمله نشانگر برابری دامنه‌ی امواج ورودی و خروجی است. در اینجا فرض ما این است که پراکندگی باعث تولید یا نابودی ذرات نمی‌شود، و به همین دلیل دامنه‌های جملات e^{ikr} و e^{-ikr} در اثر پراکندگی تغییر نمی‌کند (مجدور دامنه، احتمالی وجود ذرات ورودی و خروجی را به‌دست می‌دهد). نتیجه نهایی پراکندگی را فقط به‌صورت یک اختلاف فاز موج خروجی می‌توان نشان داد

$$\psi(r) = \frac{A}{\gamma ik} \left[\frac{e^{i(kr+\beta)}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r} \right] \quad (21.4)$$

که در آن همان اختلاف فاز است. با استفاده از معادله (۱۳.۴)، رابطه بین β و δ_0 به دست می آید

$$\begin{aligned} \psi(r) &= \frac{C}{r} \sin(kr + \delta_0) \\ &= \frac{C}{r} \frac{e^{i(kr + \delta_0)} - e^{-i(kr + \delta_0)}}{2i} \\ &= \frac{C}{\gamma i} e^{-i\delta_0} \left[\frac{e^{i(kr + \gamma\delta_0)}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r} \right] \end{aligned} \quad (22.4)$$

که از آن حاصل می شود $\beta = \gamma\delta_0$ و $A = kCe^{-i\delta_0}$. برای تعیین احتمال پراکندگی باید دامنه موج پراکنده را به دست آوریم. تابع موج ψ تمام امواج موجود در ناحیه $r > R$ را نشان می دهد. برای تعیین تابع موج پراکنده، ψ_{sc} به طور خالص، لازم است که دامنه موج فرودی را از آن کم کنیم

$$\begin{aligned} \psi_{sc} &= \psi - \psi_{in} \\ &= \frac{A}{\gamma ik} (e^{\gamma i\delta_0} - 1) \frac{e^{ikr}}{r} \end{aligned} \quad (23.4)$$

جریان ذرات پراکنده از واحد سطح را می توان به کمک معادله (۱۲.۲) و تعمیم آن در سه بعد به دست آورد

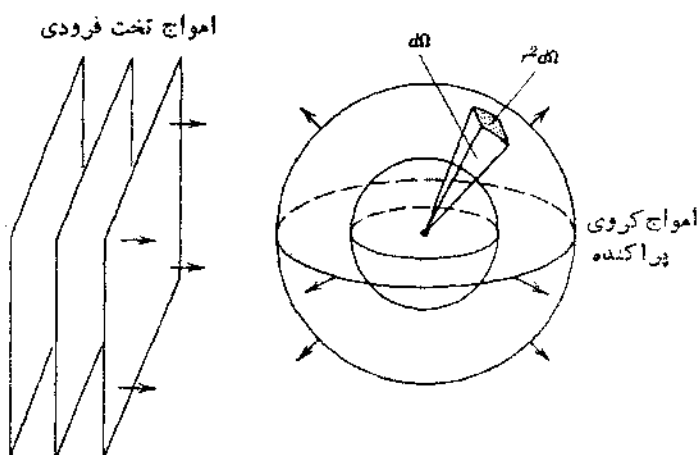
$$j_{sc} = \frac{\hbar}{\gamma m i} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi^*}{\partial r} \psi \right) \quad (24.4)$$

$$= \frac{\hbar |A|^2}{m k r^2} \sin^2 \delta_0 \quad (25.4)$$

و جریان ذرات فرودی را، با توجه به شباهت با معادله (۲۲.۲)، چنین به دست می آوریم

$$j_{in} = \frac{\hbar k |A|^2}{m} \quad (26.4)$$

جریان پراکنده به طور یکنواخت در کسره ای به شعاع r پخش می شود. همچنانکه در شکل ۵.۴ دیده می شود، هر جزء سطح $d\Omega$ از این کسره در برابر يك زاویه حجمی $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ که رأس آن در مرکز پراکندگی است قرار دارد. سطح مقطع



شکل ۵.۴ نمایش هندسه پراکندگی.

دیفرانسیلی (یا سطح مقطع جزئی) $d\sigma/d\Omega$ را به صورت احتمال پراکندگی یک ذره فرودی در زاویه $d\Omega$ به ازای واحد زاویه حجمی تعریف می‌کنیم. احتمال $d\sigma$ مربوط به پراکندگی یک ذره فرودی در زاویه $d\Omega$ ، از نسبت جریان پراکنده تحت زاویه $d\Omega$ به جریان فرودی به دست می‌آید

$$d\sigma = \frac{(j_{sc})(r^2 d\Omega)}{j_{in}} \quad (27.4)$$

با استفاده از معادلات (۲۵.۴ و ۲۶) برای جریانهای پراکنده و فرودی، خواهیم داشت

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sin^2 \delta_0}{k^2} \quad (28.4)$$

سطح مقطع کلی σ احتمال کل پراکندگی در تمام راستاهاست

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (29.4)$$

در حالت کلی، مقدار $d\sigma/d\Omega$ در سطح کره به راستای پراکندگی بستگی دارد. در حالت خاص پراکندگی $l=0$ ، مقدار $d\sigma/d\Omega$ ثابت است و از زیر انتگرال خارج می‌شود

$$\begin{aligned} \sigma &= 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \\ &= \frac{4\pi \sin^2 \delta_0}{k^2} \end{aligned} \quad (30.4)$$

پس، اختلاف فاز $l=0$ مستقیماً با احتمال پراکندگی متناسب است. بدین گونه، با استفاده از مدل ساده چاه مربعی (معادله ۱۷.۴) می توانیم مقدار δ_0 را به دست آوریم و آنگاه، پس از تعیین سطح مقطع کل از معادله (۳۰.۴)، آن را با مقدار تجربی سطح مقطع مقایسه کنیم. اکنون به تحلیل معادله (۱۷.۴) باز می گردیم. فرض می کنیم که انرژی ذره فرودی خیلی کم، مثلاً $E \leq 10 \text{ keV}$ ، است. در این صورت، با قراردادن $V_0 = 35 \text{ MeV}$ که از تحلیل حالت مقید دوترون به دست آمده است و $k_r = \sqrt{2mE}/\hbar \leq 0.016 \text{ fm}^{-1}$ خواهیم داشت $k_1 = \sqrt{2m(V_0 + E)}/\hbar \simeq 0.992 \text{ fm}^{-1}$. اگر طرف راست معادله (۱۷.۴) را برابر $-\alpha$ بگیریم

$$\alpha = -k_1 \cot k_1 R \quad (31.4)$$

آنگاه با استفاده از قواعد مثلثاتی داریم

$$\sin^2 \delta_0 = \frac{\cos k_r R + (\alpha/k_r) \sin k_r R}{1 + \alpha^2/k_r^2} \quad (32.4)$$

و بنابراین

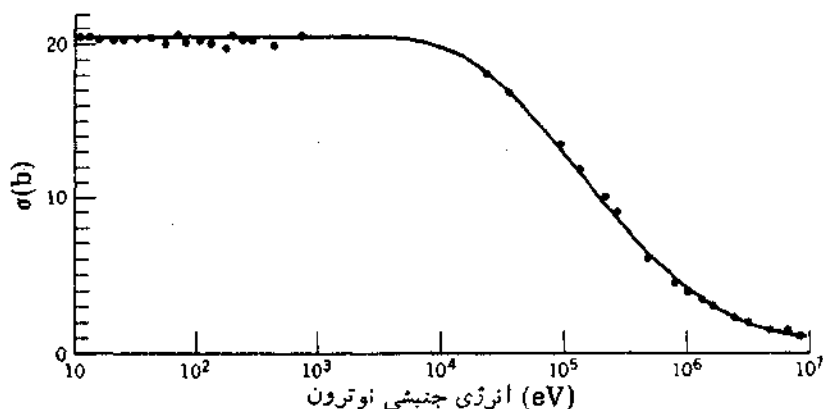
$$\sigma = \frac{4\pi}{k_r^2 + \alpha^2} \left(\cos k_r R + \frac{\alpha}{k_r} \sin k_r R \right) \quad (33.4)$$

پس از قراردادن $R \simeq 2 \text{ fm}$ که از بررسی حالت مقید ${}^2\text{H}$ حاصل می شود، داریم $\alpha \simeq 0.02 \text{ fm}^{-1}$. بدین ترتیب $k_r^2 \ll \alpha^2$ و $k_r R \ll 1$ است که در نتیجه خواهیم داشت

$$\sigma \simeq \frac{4\pi}{\alpha^2} (1 + \alpha R) = 4.6 \text{ b} \quad (34.4)$$

که در آن یکای بارن معادل $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$ است. این نتیجه نشان می دهد که سطح مقطع در انرژیهای کم ثابت است و مقدار آن نزدیک به 4.6 b تا 5 b است. سطح مقطع تجربی پراکندگی نوترونها توسط پروتونها در شکل ۶.۴ نشان داده شده است. سطح مقطع در انرژیهای پایین واقعاً ثابت است، و طبق پیش بینی معادله (۳۳.۴) در انرژیهای زیاد کاهش می یابد، ولی مقدار ثابت سطح مقطع در انرژیهای کم (یعنی مقدار 4.6 b) با مقدار 4.6 b تا 5 b حاصل از محاسبه سازگاری ندارد.

برای پسی بردن به منشأ این اختلاف، باید اسپینهای نسبی نوکلئونهای فرودی و پراکنده را مورد بررسی قرار دهیم. از ترکیب اسپینهای نوترون و پروتون (که هر يك برابر $1/2$ است) اسپین کل $S = s_p + s_n$ به دست می آید که مقدار آن می تواند برابر ۰ یا ۱ باشد. براینکه $S = 1$ سه سمنگیری متفاوت می تواند داشته باشد (که مؤلفه های z آن برابر $1, 0, -1$ می شود)، و براینکه $S = 0$ فقط يك سمنگیری منفرد خواهد



شکل ۴.۶ سطح مقطع پراکندگی نوکلئون-پروتون در انرژیهای پایین.

داشت. به همین دلیل، برای $S = 1$ را حالت سه تاییه و برای $S = 0$ را حالت تک تاییه می نامند. در این چهار سمگتری نسبی اسپین، سه سمگتری مربوط به حالت سه تاییه و یک سمگتری مربوط به حالت تک تاییه است. هنگامی که نوکلئون فرودی به هدف نزدیک می شود، احتمال تحقق حالت سه تاییه برابر $3/4$ و حالت تک تاییه برابر $1/4$ است. اگر سطح مقطع پراکندگی برای حالت های سه تاییه و تک تاییه با هم فرق داشته باشد، آنگاه داریم

$$\sigma = \frac{3}{4}\sigma_t + \frac{1}{4}\sigma_s \quad (35.4)$$

که در آن σ_t و σ_s به ترتیب سطح مقطع پراکندگی حالت های سه تاییه و تک تاییه هستند. در برآورد سطح مقطع معادله (۳۵.۴)، پارامترهای دوترون را به کار برده ایم که به حالت $S = 1$ مربوط می شود. بنابراین می دانیم $b = 4.6$ است و با استفاده از مقدار اندازه گیری شده $b = 2.04$ در انرژیهای پایین، خواهیم داشت

$$\sigma_s = 6.78 b$$

این نتیجه نشان می دهد که اختلاف بین سطح مقطعات حالت های تک تاییه و سه تاییه خیلی زیاد است، و بدین سان نیروی هسته ای باید وابسته به اسپین باشد.

حتی در بررسی دوترون هم باید به این نتیجه می رسیدیم که نیروی هسته ای وابسته به اسپین است. اگر نیروی نوکلئون-پروتون به جهت نسبی اسپینها بستگی نمی داشت، در دوترونها باید با هر دو حالت مقید $S = 0$ و $S = 1$ با انرژی تقریباً یکسان روبه رو می شدیم. چون هیچ گاه با حالت مقید $S = 0$ روبه رو نمی شویم، پس نیروی هسته ای الزاماً وابسته به اسپین است.

نتایجی را که در مورد سطح مقطعات تک تاییه و سه تاییه به دست آورده ایم، از راههای

مختلف می‌توانیم به تأیید برسائیم. یکی از این روشها، استفاده از پراکندگی نوترونهای کم انرژی در رویارویی با مولکولهای هیدروژن است. هیدروژن مولکولی به دو صورت موجود است: اورتوهیدروژن و پاراهیدروژن. در اورتوهیدروژن اسپین هر دو پروتون باهم موازی است، در حالی که در پاراهیدروژن اسپینها پاد موازی اند. اختلاف بین سطح مقطعهای پراکندگی نوترون با این دو نوع هیدروژن حاکی از وابستگی اسپینی نیروی نوکلئون- نوکلئون است.

بحثی که در اینجا درباره سطح مقطع پراکندگی نوترون- پروتون مطرح شد، برای تحلیل پراکندگی نوترونها از مولکولهای H_2 ناکافی است. طول موج دوبروی برای نوترونهای خیلی کم انرژی ($E < 0.01 \text{ eV}$)، بزرگتر از 0.05 nm و در نتیجه بزرگتر از فاصله بین پروتونها در مولکول H_2 است. بنا بر اصل عدم قطعیت، اندازه بسته‌موجی که یک ذره را توصیف می‌کند نباید از طول موج دوبروی مربوط به آن کوچکتر شود. بدین گونه، با وجود آنکه برد نیروی هسته‌ای در هر برهم کنش نوترون- پروتون از مرتبه 1 fm است، بسته‌موج نوترون فردی به‌طور همزمان با هر دو پروتون موجود در مولکول H_2 همپوشی خواهد داشت. پس امواج نوترونی ψ_1 و ψ_2 که از این دو پروتون پراکنده می‌شوند به‌طور هم‌دوس با هم ترکیب خواهند شد، یعنی این امواج پراکنده باهم تداخل خواهند داشت و سطح مقطع به $|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2$ بستگی ندارد بلکه به $|\psi_1 + \psi_2|^2$ بستگی دارد. بنابراین ما نمی‌توانیم به‌سادگی سطح مقطعهای دو پراکندگی جداگانه را باهم جمع کنیم. در انرژیهای بالاتر که طول موج دوبروی در مقایسه با فاصله بین پروتونها کوچک است، امواج پراکنده با هم تداخل نخواهند داشت و ما می‌توانیم سطح مقطعها را مستقیماً با هم جمع کنیم. یکی از دلایل انتخاب انرژی پایین این است که اثرات تداخلی را بررسی کنیم، و دلیل دیگر این است که از انتقال انرژی زیاد به مولکول H_2 و به چرخش در آوردن آن معانیت به‌عمل آوریم. زیرا در این صورت، تحلیل مسئله پیچیدگی بیشتری پیدا می‌کند. کمینه انرژی دورانی مولکول در حدود 0.015 eV است، و بنابراین نوترونهای با انرژی حدود 0.01 eV نمی‌توانند باعث تحریک دورانی مولکول شوند. برای تحلیل اثرات تداخلی در این نوع مسائل، طول پراکندگی a را چنان تعریف می‌کنیم که سطح مقطع در انرژی پایین برابر $4\pi a^2$ شود

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma = 4\pi a^2 \quad (36.4)$$

از مقایسه این معادله با معادله (30.4) حاصل می‌شود

$$a = \pm \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sin \delta_0}{k} \quad (37.4)$$

انتخاب علامت دلخواه است، اما معمول این است که علامت منفی را انتخاب می‌کنند. اگرچه طول پراکندگی از لحاظ بعدی از جنس طول است، ولی پارامتری است که

قدرت پراکندگی را نشان می‌دهد و نه برد آن را. برای درک این مطلب، به معادله (۳۷.۴) توجه می‌کنیم که در آن مقدار δ_0 در انرژیهای کم باید به سمت صفر میل کند تا a متناهی بماند. به ازای δ_0 کوچک، تابع موج پراکنده (۳۳.۴) را می‌توان به صورت زیر نوشت

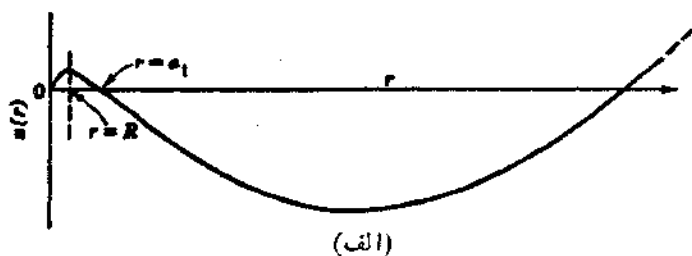
$$\psi_{sc} \simeq A \frac{\delta_0}{k} \frac{e^{ikr}}{r} = -Aa \frac{e^{ikr}}{r} \quad (38.4)$$

پس در عمل a دامنه موج پراکنده را تعیین می‌کند.

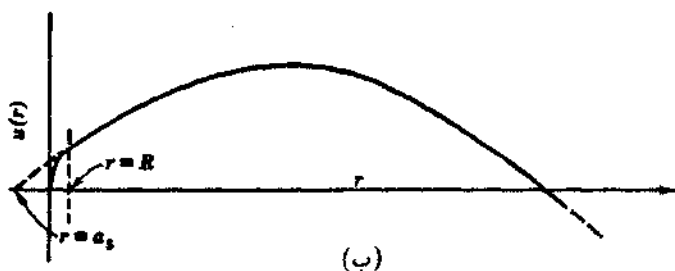
علامت طول پراکندگی متضمن اطلاعات فیزیکی نیز هست. تابع موج پراکنده $u(r)$ را برای حالت‌های سه تاییه و تک تاییه در شکل ۷.۴ نشان داده‌ایم. در انرژی کم می‌توان نوشت $a \simeq -\delta_0/k$ و تابع موج پراکنده، معادله (۱۳.۴)، چنین می‌شود

$$u(r) = C \sin k(r-a) \quad (39.4)$$

مقدار a با توجه به نقطه‌ای که در آن $u(r)$ برابر صفر می‌شود، قابل تعیین است. تابع موج حالت سه تاییه در ناحیه $r < R$ درست مانند تابع موج حالت مقید دوترون است؛ تابع $u(r)$ برای تشکیل حالت مقید در ناحیه $r < R$ «برمی‌گردد». در این صورت، مقدار a مثبت است. چون حالت تک تاییه شکل مقید ندارد، تابع $u(r)$ در ناحیه $r < R$ «برنمی‌گردد»



(الف)



(ب)

شکل ۷.۴ (الف) تابع موج پراکندگی سه تاییه np برای فوترونهای آزمایشگاهی با انرژی حدود ۲۰۰ keV و به شعاع چاه ۲.۱ fm. در این مورد، طول پراکندگی مثبت است. (ب) تابع موج با طول پراکندگی منفی. این تابع موج بسا مورد مربوط به پراکندگی تک تاییه np انطباق دارد.

بلکه با شیب مثبت به $r = R$ می‌رسد. هنگامی که تابع موج را در $r = R$ به‌طور هموار برون‌یابی می‌کنیم و به $u(r) = 0$ امتداد می‌دهیم، طول پراکندگی تک‌تایه a_s را منفی به‌دست می‌آوریم.

برآورد $b = 4.6r$ σ_1 با توجه به خواص دوترون به‌مقدار $a_1 = +6.1 \text{ fm}$ منتهی می‌شود، و برآورد $b = 6.7r$ σ_s که با توجه به سطح مقطع کل تجربی به‌دست آمده است طول پراکندگی تک‌تایه را برابر $a_s = -2.3r$ fm به‌دست می‌دهد.

بنابراین نظریه پراکندگی نوترون از پراگماتیک و اورتوایدروژن، داریم

$$\sigma_{pa} = 5.7(3a_1 + a_s)^2 \quad (40.4)$$

$$\sigma_{or} = \sigma_{pa} + 1.29(a_1 - a_s)^2 \quad (41.4)$$

که ضرایب عددی در آنها به‌سرعت نوترون فرودی بستگی دارد. معادلات (41 و 40.4) برای نوترونهای با سرعت 770 m/s ، که حتی از نوترونهای «گرمایی» (2200 m/s) هم کندترند، نوشته شده‌اند. سطح مقطعی اندازه‌گیری شده برای چنین نوترونهایی، پس از تصحیح فرایند جذب، عبارت‌اند از

$$\sigma_{pa} = (3.2 \pm 0.2) b \quad \text{و} \quad \sigma_{or} = (1.08 \pm 1) b$$

اگر نیروی هسته‌ای مستقل از اسپین بود، $\sigma_1 = \sigma_s$ و $a_1 = a_s$ می‌شد و در نتیجه σ_{or} و σ_{pa} باید یکسان به‌دست می‌آمد. اختلاف بزرگ بین مقادیر اندازه‌گیری شده نشان می‌دهد که $a_1 \neq a_s$ است، و اینکه علامتهای a_1 و a_s هم باید مخالف باشند تا با توجه به رابطه $3a_1 \approx a_s - \sigma_{pa}$ مقدار کوچک شود. از حل معادلات (41 و 40.4) خواهیم داشت

$$a_s = (-2.355 \pm 0.12) \text{ fm}$$

$$a_1 = (+5.35 \pm 0.06) \text{ fm}$$

که با مقادیر حاصل از σ_1 و σ_s که قبلاً به‌دست آوردیم سازگار است.^۱ آزمایشهای دیگری هم هستند که نمایانگر طول پراکندگی تک‌تایه و سه‌تایه را نشان می‌دهند. از جمله این آزمایشها، می‌توان پراش نوترونها در بلورهای محتوی هیدروژن (مانند هیدریدها)، و همچنین بازتاب کلی باریکه‌های نوترونی را که با زوایای کوچک به‌مواد آکنده از هیدروژن (مانند هیدروکربنها) تابیده می‌شوند نام برد. نتایج حاصل از این روشها بخوبی با مقادیر a_s و a_1 مذکور در بالا سازگار است.

نظریه‌ای که در اینجا بیان کرده‌ایم، فقط برای پراکندگی $l = 0$ ذرات فرودی

۱. برای مطالعه شرح این آزمایشها می‌توانید رجوع کنید به

کم انرژی اعتبار دارد. شرط $l=0$ مستلزم ذرات فرودی با انرژی کمتر از 20 MeV است، درحالی که منظور از انرژی کم در تقریبهایی دیگر انرژیهای در حدود eV یا keV است. با افزایش انرژی ذره فرودی، خیلی پیشتر از آنکه به انرژی 20 MeV برسیم، معادله (۳۶.۴) را نقض خواهیم کرد. در این صورت همچنان با پراکندگی $l=0$ سروکار داریم، اما در این انرژیها (که از مرتبه 1 MeV است) معادلاتی مانند (۳۸.۴) دیگر معتبر نیستند. چنین مواردی را عموماً در قریب برد مؤثر بررسی می کنیم که در آن داریم

$$k \cot \delta_0 = \frac{1}{a} + \frac{1}{r_0} k^2 + \dots \quad (42.4)$$

در اینجا از توانهای بالاتر k صرف نظر می شود. کمیت a همان طول پراکندگی انرژی صفر است که قبلاً از آن سخن گفتیم [در واقع، در حد $k \rightarrow 0$ این معادله به صورت معادله (۳۷.۴) درمی آید]، و کمیت r_0 پارامتر جدیدی است که برد مؤثر نامیده می شود. یکی از مزایای این طرز نمایش آن است که پارامترهای a و r_0 پتانسیل هسته ای را مستقل از شکل آن به دست می آوریم. یعنی، تمام محاسبات انجام شده در این بخش را می توانیم برای پتانسیلی غیر از چاه مربعی نیز تکرار کنیم، که در این صورت با توجه به سطح مقطعی تجربی برای a و r_0 مقادیری مشابه به دست خواهیم آورد. البته وجه ناخوشایند این روش آن است که از تحلیلی که محاسبات با پتانسیلهای مختلف در آن به نتایج یکسانی منجر شود، هیچ اطلاعی از شکل پتانسیل هسته ای به دست نمی آید!

در اینجا هم مثل مورد طول پراکندگی، برد مؤثر در حالت های تک تابه و سه تابه با هم تفاوت دارد. با توجه به انواع آزمایشهای پراکندگی، بهترین مجموعه پارامترهای $l=0$ را در برهم کنش نوترون-پروتون به صورت زیر به دست می آوریم

$$a_s = -23.715 \pm 0.015 \text{ fm} \quad a_t = 5.422 \pm 0.005 \text{ fm}$$

$$r_{os} = 2.73 \pm 0.03 \text{ fm} \quad r_{ot} = 1.748 \pm 0.006 \text{ fm}$$

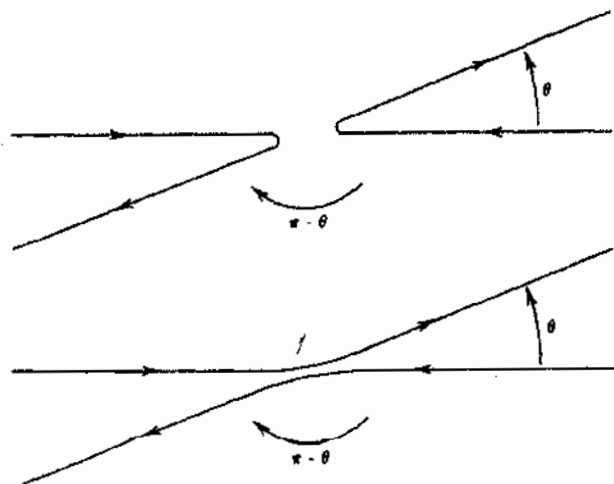
به عنوان آخرین نکته در برهم کنش نوترون-پروتون در حالت های تک تابه و سه تابه، سعی می کنیم که انرژی حالت تک تابه $n-p$ را برآورد و آن را با انرژی حالت مقید سه تابه (22.24 MeV) مقایسه کنیم. با استفاده از معادلات (۳۴.۴)، (۳۱.۴) و (۵۰.۴)، انرژی حالت تک تابه را در حدود $77 \text{ keV} +$ به دست می آوریم. بدین گونه می توان گفت که حالت تک تابه فقط تا حدودی نامقید است.

۳.۴ برهم کنشهای پروتون-پروتون و نوترون-نوترون

بین پراکندگی نوکلئونهای یکسان (پراکندگی پروتون-پروتون و نوترون-نوترون) و پراکندگی نوکلئونهای نایکسان (پراکندگی نوترون-پروتون) یک اختلاف بسیار مهم

وجود دارد. این اختلاف از آنجا ناشی می شود که، چنانکه در بخش ۷.۲ دیدیم، نوکلئونهای یکسان هدف و پرتابه را باید بایک تابع موج مشترک توصیف کرد. چون نوکلئونها اسپین $1/2$ دارند، تابع موج آنها باید نسبت به تعویض نوکلئونها پادمتقارن باشد. اگر در اینجا هم فقط پراکندگی نوکلئونها در انرژیهای پایین را در نظر بگیریم، $l=0$ می شود و در نتیجه تعویض مختصات فضایی دو ذره به تغییر علامت منتهی نمی شود. (این وضعیت تاحدودی به عملیات پاریته که در بخش ۶.۲ شرح داده شد شباهت دارد.) پس تابع موج کسه نسبت به تعویض مختصات فضایی متقارن است، باید نسبت به تعویض مختصات اسپینی پادمتقارن باشد تا تابع موج کل (حاصل ضرب فضایی و اسپینی) پادمتقارن بماند. تابع موج اسپینی پادمتقارن به صورت معادله (۷۶.۲) است و باید با اسپین کل صفر متناظر شود، یعنی سمگگیری اسپینها باید متفاوت باشد. بنابراین فقط حالت های اسپینی تک تایی می توانند در پراکندگی شرکت کنند. (در انرژیهای بالاتر، حالت های فضایی پادمتقارن $l=1$ که فقط در حالت های اسپینی سه گانه متقارن دیده می شوند نیز قابل قبول اند.)

سطح مقطع دیفرانسیلی بر پایه ویژگی دیگری از فیزیک کوانتومی تعیین می شود. شکل ۸.۴ را که نمایشگر پراکندگی دو ذره یکسان در چارچوب مرجع مرکز جرم است در نظر می گیریم. چون ذره ها یکسان هستند، هیچ راه تجربی برای تشخیص تمایز بین دو حالتی که در شکل نشان داده ایم وجود ندارد. بنابراین تابع موج پراکنده باید پراکندگیهای تحت هر دو زاویه θ و $\pi - \theta$ را شامل شود. هنگامی که برای تعیین سطح مقطع، تابع موج



شکل ۸.۴ پراکندگی ذرات یکسان در دستگاه مرکز جرم. یک ذره تحت زاویه θ و دیگری تحت زاویه $\pi - \theta$ خارج می شود. چون ذرات یکسان هستند، هیچ راه تجربی برای تشخیص اینکه کدام ذره از کدام زاویه خارج می شود وجود ندارد، و بنابراین تمایز بین دو حالتی که نموده شده است امکان پذیر نیست.

پراکنده را مجذور می‌کنیم، با يك جمله متناسب با تداخل دوبه‌رو می‌شویم که از اجزای تابع موج پراکنده شده در زوایای θ و $\pi - \theta$ حاصل می‌شود. این تداخل صرفاً يك اثر کوانتومی است و هیچ مشابه کلاسیکی ندارد.

نخست پراکندگی بین دو پروتون را در نظر می‌گیریم: چون تابع موج باید هر دو نوع پراکندگی هسته‌ای و کولنی را توصیف کند، يك جمله تداخلی هسته‌ای - کولنی اضافی هم در سطح مقطع وجود خواهد داشت. تابع موج پراکنده باید شامل جمله‌ای از پراکندگی کولنی و جمله دیگری از پراکندگی هسته‌ای باشد. جمله کولنی باید در حد $e \rightarrow 0$ ناپدید شود، و جمله هسته‌ای هم باید وقتی پتانسیل هسته‌ای به‌سوی صفر میل می‌کند ناپدید شود که در این صورت داریم $0 \rightarrow \delta_0$. هنگامی که برای تعیین سطح مقطع تابع موج را مجذور می‌کنیم، جمله‌ای به‌دست می‌آید که هر دو پراکندگی هسته‌ای و کولنی را شامل می‌شود. سطح مقطع دیفرانسیلی عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{4T^2} \left\{ \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} + \frac{1}{\cos^4(\theta/2)} - \frac{\cos[\eta \ln \tan^2(\theta/2)]}{\sin^2(\theta/2)\cos^2(\theta/2)} \right. \\ \left. - \frac{2}{\eta} (\sin \delta_0) \left(\frac{\cos[\delta_0 + \eta \ln \sin^2(\theta/2)]}{\sin^2(\theta/2)} + \frac{\cos[\delta_0 + \eta \ln \cos^2(\theta/2)]}{\cos^2(\theta/2)} \right) \right. \\ \left. + \frac{4}{\eta^2} \sin^2 \delta_0 \right\} \quad (۳۳.۴)$$

در اینجا T انرژی جنبشی ذره فرودی در آزمایشگاه (که در آن پروتون هدف در حال سکون در نظر گرفته می‌شود)، θ زاویه پراکندگی در دستگاه مرکز جرم، δ_0 اختلاف فاز $l=0$ برای پراکندگی هسته‌ای خالص است، و به‌علاوه داریم $\alpha/\beta = (e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c)\beta^{-1}$ که در آن α ثابت ساختار ریز (با مقداری نزدیک به $1/137$) و $\beta = v/c$ سرعت نسبی (بدون بعد) پروتون‌هاست. جملات شش‌گانه درون آکولاد در این معادله به آسانی قابل شناسایی هستند: (۱) جمله $\sin^{-4}(\theta/2)$ مشخصه پراکندگی کولنی است که پراکندگی رادرفورد هم نامیده می‌شود. ما در فصل ۱۱ (جلد دوم، ترجمه فارسی) درباره این نوع پراکندگی بحث بیشتری خواهیم داشت. (۲) چون دو پروتون مشابه یکدیگرند، تشخیص اینکه (در دستگاه مرکز جرم) پروتون فرودی با زاویه θ و پروتون هدف با زاویه $\pi - \theta$ پراکنده می‌شود یا برعکس، امکان‌پذیر نیست. بنابراین سطح مقطع پراکندگی بسايد شامل يك جمله مشخصه کولنی (با رادرفوردی) $\cos^{-4}(\theta/2) = \sin^{-4}(\pi - \theta)/2$ هم باشد. (۳) این جمله نشانگر تداخل بین پراکندگیهای کولنی تحت زوایای θ و $\pi - \theta$ است. (۴ و ۵) این

۱. برای محاسبه سطح مقطع باید پا را از حد این کتاب فراتر گذاشت. برای بحث در این باره و کارهای اولیه پراکندگی پروتون - پروتون رجوع کنید به

دوجمله از تداخل بین پراکندگیهای کولنی و هسته‌ای حاصل می‌شوند. (۶) آخرین جمله به پراکندگی هسته‌ای خالص مربوط است. در حد $e \rightarrow 0$ (پراکندگی هسته‌ای خالص)، فقط همین جمله است که برجای می‌ماند و معادله (۴۳.۴) چنانکه باید به صورت معادله (۲۸.۴) درمی‌آید.

برهم‌کنش پروتون-پروتون اگرچه در عمل ممکن است پیچیده باشد، ولی درک مفهوم و روش بررسی آن ساده است: چون δ تنها مجهول معادله (۴۳.۴) است، سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی را می‌توانیم به صورت تابعی از زاویه (برای هر مورد از انرژی جنبشی ذرات فرودی) اندازه‌گیری کنیم، و آنگاه با استفاده از بهترین برازش نتایج با معادله (۴۳.۴) مقدار δ را به دست آوریم. نمونه‌ای از نتایج این نوع اندازه‌گیری را در شکل ۹.۴ نشان داده‌ایم که با توجه به آن در انرژی $T = 327 \text{ MeV}$ اختلاف فاز برابر $\delta = 50966^\circ$ می‌شود. با استفاده از تعداد زیادی آزمایش به همین صورت می‌توان بستگی δ را به انرژی، مطابق شکل ۱۰.۴، به دست آورد.

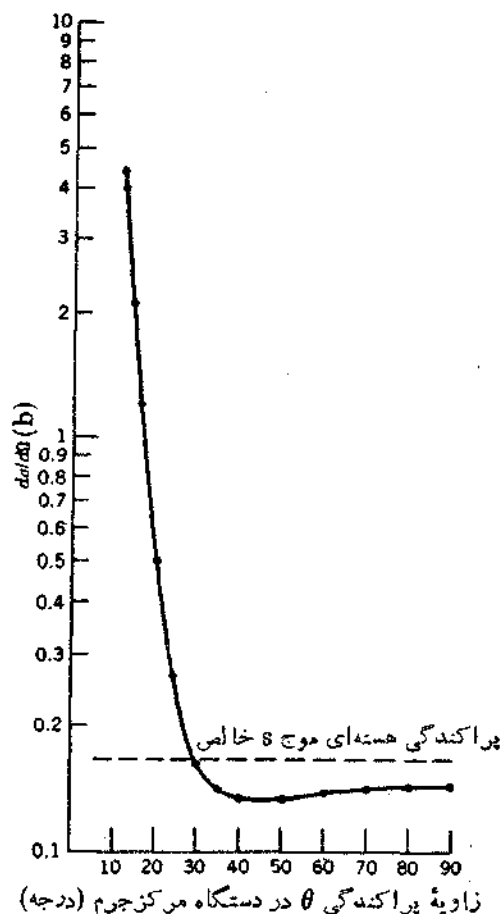
گام بعدی در تعبیر این اطلاعات این است که همچنانکه در مورد معادله (۴۲.۴) دیدیم، پراکندگی را با استفاده از کمیت‌هایی مستقل از انرژی نظیر طول پراکندگی و برد مؤثر نشان دهیم. متأسفانه این کار را به آسانی نمی‌توان انجام داد، زیرا برد برهم‌کنش کولنی بینهایت است و حتی در حد $e \rightarrow 0$ نمی‌توانیم از جملات مرتبه بالاتر در معادله (۴۲.۴) صرف‌نظر کنیم. اما با قبول بعضی اصلاحات، می‌توانیم به صورتی مشابه معادله (۴۲.۴) عبارتی حاوی اثرات پراکندگی کولنی و هسته‌ای به دست آوریم، و مقادیر طول پراکندگی پروتون-پروتون و برد مؤثر را تعیین کنیم

$$a = -7.82 \pm 0.01 \text{ fm}$$

$$r_0 = 2.79 \pm 0.02 \text{ fm}$$

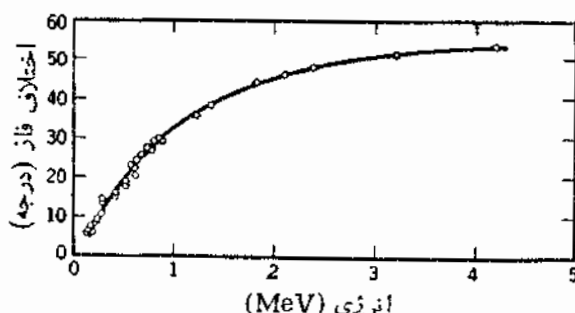
این مقدار برد مؤثر کاملاً با مقادیر مربوط به تکتایه np که در بخش قبلی به دست آمد، سازگار است. طول پراکندگی که قدرت برهم‌کنش را نشان می‌دهد، هر دو اثر کولنی و هسته‌ای را شامل می‌شود و بنابراین مستقیماً با مقدار مربوط به برهم‌کنش np قابل مقایسه نیست. (اما، به این نکته مهم باید توجه داشت که a منفی است، و این بدان معنی است که مجموعه pp هیچ حالت مقیدی ندارد، و در نتیجه هسته ${}^2\text{He}$ در طبیعت موجود نیست.) مقایسه بین طولهای پراکندگی pp و np را در بخش بعدی دنبال خواهیم کرد.

پراکندگی نوترون-نوترون باید فارغ از اثرات برهم‌کنش کولنی، که باعث پیچیدگی تحلیل پراکندگی پروتون-پروتون می‌شود، مطالعه کرد. مشکلی که در این مورد وجود دارد، مشکل آزمایش است. هرچند که باریکه نوترون را به آسانی می‌توان تهیه کرد، ولی هدف‌هایی که نوترون آزاد داشته باشند در اختیار نداریم. بنابراین، اندازه‌گیری پارامترهای پراکندگی نوترون-نوترون نیازمند استفاده از نوعی واکنش هسته‌ای است که در طی آن دوترون تولید شوند و این دو در محدوده نیروی هسته‌ای نسبت به یکدیگر در



شکل ۹.۴ سطح مقطع پراکندگی پروتون-پروتون در انرژی کم و درحالتی که انرژی پروتون
 فرودی برابر 2027 MeV است. از پرازش این اطلاعات با معادله (۴۳.۴)، اختلاف فاز
 موج s برابر $\delta_0 = 50.966^\circ$ به دست می‌آید. سطح مقطع پراکندگی هسته‌ای خالص برابر
 165 b است. وجود سطح مقطعی که از مقدار مربوط به پراکندگی هسته‌ای خالص
 کوچکترند، حاکی از تداخل قسمتهای کوئنی و هسته‌ای تابع موج است.

حرکت باشند. وقتی این دو نوترون از یکدیگر فاصله می‌گیرند، مثل این است که با آزمایش
 پراکندگی سروکار داریم. متأسفانه، در این گونه واکنشها يك ذره سوم حتماً تولید
 می‌شود که با هر دو نوترون (هم به‌طور جداگانه و هم به‌طور جمعی) برهم‌کنش خواهد
 داشت. اما برای به دست آوردن مقادیر مربوط به برد مؤثر و طول پراکندگی نوترون-نوترون،
 تصحیحات لازم را با دقت کافی می‌توان محاسبه کرد. در آزمایشهایی که تاکنون در این
 مورد گزارش شده‌اند، از واکنشهای تجزیه دوترون، در پی گیراندازی مسزون منفی π^-



شکل ۱۰.۴ اختلاف فاز موج s در پراکندگی pp. این منحنی با استفاده از نتایج تعداد زیادی آزمایش رسم شده است.

$(\pi^- + {}^1\text{H} \rightarrow 2n + \gamma)$ و در پی پراکندگی نوترون $(n + {}^1\text{H} \rightarrow 2n + p)$ ، استفاده شده است. ایمن امکان هم وجود دارد که پارامترهای nn را از مقایسه واکنشهای آینه‌ای ${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + 2n$ و ${}^3\text{He} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{H} + 2p$ با استفاده از پارامترهای معلوم pp، به عنوان وسیله‌ای برای محاسبه اثرات حالت نهایی ذرات سه گانه، تعیین کنیم. از تحلیل این آزمایشها (و آزمایشهای دیگر)، پارامترهای نوترون-نوترون به صورت زیر به دست می‌آید

$$a = -16.6 \pm 0.5 \text{ fm}$$

$$r_0 = 2.76 \pm 0.15 \text{ fm}$$

همچنانکه در برهم کش پروتون-پروتون دیدیم، طول پراکندگی منفی نشان می‌دهد که از اجتماع دوترون يك حالت مقید پایدار حاصل نمی‌شود. دلیل دافعه کولنی برای توضیح عدم وجود دی-پروتون، اگرچه وسوسه‌انگیز است، دلیل درستی نمی‌تواند باشد. در مورد دی-نوترون چنین وسوسه‌ای نداریم، و عدم وجود آن را باید ناشی از وابستگی اسپینی واکنش هسته‌ای تلقی کنیم. خلاصه قرائن به این صورت است که گفتیم: حالت پایه دوترون يك سه تایی اسپینی است، و هیچ حالت مقیدی با اسپین تک تایی وجود ندارد. سپس استدلال کردیم که چون فرمیونهای یکسان باید تابع موجهای کلی پادمقارن داشته باشند و چون انتظار بر این است که پاینترین حالت يك حالت مقارن فضایی $l=0$ باشد، سیستمهای دی-پروتون و دی-نوترون باید حالتهای اسپینی پادمقارن (یا تک تایی) داشته باشند که حالتی نامقیدند.

۴.۴ خواص نیروی هسته‌ای

بر پایه خواص هسته‌ها در انرژیهای پایین که در بخشهای پیشین مورد بحث قرار گرفت،

بسیاری از خصوصیات نیروی هسته‌ای قابل بررسی است. هنگامی که نتایج آزمایشهای انجام شده در انرژیهای بالاتر را هم بدانها بیفزاییم، جزئیات بیشتری از نیروی هسته‌ای برای ما روشن می‌شود. در این بخش، ویژگیهای اصلی نیروی بین نوکلئونها را به‌طور خلاصه شرح می‌دهیم، و در بخش بعدی نمایش خاصی از این نیرو را که متضمن بسیاری از این خصوصیات است مورد بحث قرار می‌دهیم.

برهم‌کنش بین دو نوکلئون از پایینترین مرتبه پتانسیل مرکزی جاذبه‌ای حاصل می‌شود. در این فصل این پتانسیل را به‌صورت چاه مربعی در نظر گرفته‌ایم، که این فرض باعث سادگی محاسبات می‌شود و اطلاعات تجربی را بخوبی بازتولید می‌کند. به همین ترتیب می‌توانستیم دیگر صورتهای واقع بینانه‌تر پتانسیل را در نظر بگیریم، ولی در نتیجه‌گیریهای اصلی تغییری حاصل نمی‌شد (در حقیقت، تقریب برد مؤثر عملاً از شکلی که برای پتانسیل در نظر می‌گیریم مستقل است). ویژگی مشترک همه این پتانسیلها در بستگی انحصاری آنها به فاصله بین نوکلئونی r است. به همین دلیل این عبارت مرکزی را به صورت $V_c(r)$ نشان داده‌ایم. برنامه آزمایشی بررسی $V_c(r)$ به این ترتیب خواهد بود که وابستگی انرژی پارامترهایی نظیر اختلاف فازهای پراکندگی را اندازه‌گیری کنیم، و آنگاه سعی کنیم که شکل $V_c(r)$ را چنان انتخاب کنیم که به‌بهترین وجهی پارامترهای یادشده را بازتولید کند.

برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون قویاً وابسته به اسپین است

این نتیجه‌گیری از عدم موفقیت در مشاهده حالت مقيّد تک‌تایه دوترون و همچنین از اندازه‌گیری اختلاف سطح مقطعهای حالتهای تک و سه‌تایه حاصل شده است. شکل جمله اضافی‌ای که با در نظر گرفتن این اثر باید به پتانسیل افزود چیست؟ روشن است که این جمله باید به اسپین S_1 و S_2 نوکلئونها بستگی داشته باشد، و لسی همه ترکیبهای S_1 و S_2 مجاز نیستند. نیروی هسته‌ای باید متضمن بعضی از تقارنهای باشد، که این امر منجر به محدودیت شکل پتانسیل می‌شود. انعکاس پاریته ($\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$) و برگشت زمان ($t \rightarrow -t$) را می‌توان به‌عنوان نمونه‌هایی از این تقارنهای نام برد. آزمایش نشان می‌دهد که پتانسیل بین نوکلئونی نسبت به این عملیات تاحد زیادی (برای پاریته با دقت یک در ۱۰۵ و برای برگشت زمان یک در ۱۰۴ قسمت) ناورد است. در اثر عملگر پاریته، که متضمن انعکاس فضایی است، بردار تکانه زاویه‌ای بدون تغییر می‌ماند. این گفته ممکن است که تاحدی عجیب به نظر بیاید، زیرا طبیعی است که با معکوس شدن دستگاه مختصات تمام بردارهای تعریف شده در آن دستگاه نیز وارونه می‌شوند. اما تکانه زاویه‌ای از جنس بردار حقیقی یا بردار قطبی نیست، بلکه از جنس شبه‌بردار یا بردار محوری است که در اثر تبدیل $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ معکوس نمی‌شود. این نکته را مستقیماً از تعریف $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ یا از نمودار جسم چرخان می‌توان استنباط کرد. در اثر عملگر برگشت زمان، تمام حرکتها (از جمله تکانه خطی و زاویه‌ای) معکوس می‌شوند.

از این دو جملاتی مانند s_1 و s_2 یا ترکیبی از آنها $As_1 + Bs_2$ در تابع پتانسیل، باعث نقض ناوردایی برگشت زمان خواهند شد و آنها را نمی توان بخشی از پتانسیل هسته ای به شمار آورد. جملاتی مانند s_1^2 ، s_2^2 یا $s_1 \cdot s_2$ که نسبت به برگشت زمان ناوردا هستند، مجاز خواهند بود. (تمام این جملات نسبت به پارته هم ناوردا هستند.) ساده ترین جمله ای که اسپین هردو نوکلئون را شامل شود به صورت $s_1 \cdot s_2$ است. اکنون مقدار $s_1 \cdot s_2$ را برای حالت های تک تابه و سه تابه تعیین می کنیم. برای ایسن منظور اسپین کل $S = s_1 + s_2$ را به دست می آوریم

$$S^2 = S \cdot S = (s_1 + s_2) \cdot (s_1 + s_2) \\ = s_1^2 + s_2^2 + 2s_1 \cdot s_2$$

پس داریم

$$s_1 \cdot s_2 = \frac{1}{2} (S^2 - s_1^2 - s_2^2) \quad (44.4)$$

برای تعیین مقدار این عبارت، باید یادآور شد که در مکانیک کوانتومی مربع تکانه زاویه ای به صورت $S^2 = \hbar^2 S(S+1)$ محاسبه می شود [به بخش ۵.۲ و معادله (۶۹.۲) رجوع شود]. بنابراین خواهیم داشت

$$\langle s_1 \cdot s_2 \rangle = \frac{1}{2} [S(S+1) - s_1(s_1+1) - s_2(s_2+1)] \hbar^2 \quad (45.4)$$

با توجه به اینکه $s_1 = s_2 = 1/2$ است، مقدار $s_1 \cdot s_2$ در حالت سه تابه ($S=1$) عبارت است از

$$\langle s_1 \cdot s_2 \rangle = \frac{1}{2} \left[1(1+1) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \right] \hbar^2 = \frac{1}{4} \hbar^2 \quad (46.4)$$

و مقدار آن در حالت تک تابه ($S=0$) عبارت است از

$$\langle s_1 \cdot s_2 \rangle = \frac{1}{2} \left[0(0+1) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \right] \hbar^2 = -\frac{3}{4} \hbar^2 \quad (47.4)$$

بنابراین در تابع پتانسیل عبارتی به صورت $s_1 \cdot s_2 V_s(r)$ را می توان در نظر گرفت که با وجود آن سطح مقطعهای مختلف حالت های تک تابه و سه تابه قابل محاسبه خواهد شد. بزرگی V_s را می توان چنان تنظیم کرد که اختلاف سطح مقطعهای تک تابه و سه تابه را به درستی پیش بینی کند، و وابستگی شعاعی آن همچنان قابل تنظیم است که انرژی حالتها نیز به طور مناسبی در نظر گرفته شود.

پتانسیل دربرگیرنده V_c و V_s را به صورت زیر نیز می توانیم بنویسیم

$$V(r) = -\left(\frac{S_1 \cdot S_2}{\hbar^2} - \frac{1}{4}\right)V_1(r) + \left(\frac{S_1 \cdot S_2}{\hbar^2} + \frac{3}{4}\right)V_2(r) \quad (48.4)$$

که در آن $V_1(r)$ و $V_2(r)$ پتانسیلهایی هستند که به طور جداگانه رفتار تک تابه و سه تابه را توضیح می دهند.

پتانسیل بین نوکلئون شامل يك جمله غیر مرکزی، به نام پتانسیل تانسوری، است عمده ترین دلیل وجود نیروی تانسوری از مشاهده گشتاور چار قطبی در حالت پایه دوترون حاصل می شود. تابع موج حالت S ($l=0$) تقارن کروی دارد، یعنی گشتاور چار قطبی الکتریکی آن صفر است. تابع موجهای با حالت های مختلط l را باید از پتانسیلهای غیر مرکزی به وجود آورد. این نیروی تانسوری باید، به جای $V(r)$ ، به صورت $V(\mathbf{r})$ باشد. برای نوکلئون منفرد، بدیهی است که انتخاب يك جهت مشخص در فضا اختیاری است یعنی شمال و جنوب یا شرق و غرب برای آن تفاوتی ندارد. تنها جهت مرجع برای نوکلئون جهت اسپین آن است، و از این رو تنها جمله ای که می توان در نظر گرفت به صورت $\mathbf{S} \cdot \mathbf{r}$ یا $\mathbf{S} \times \mathbf{r}$ است که بردار مکان $\mathbf{r}$ را با جهت $\mathbf{S}$ ارتباط می دهد. برای آنکه شرط ناوردایی پارته تامین شود، باید با تعداد زوجی از عوامل $\mathbf{r}$ سروکار داشته باشیم، و بنا بر این پتانسیل بین دو نوکلئون می باید به جملاتی مانند $(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{r})$ یا $(\mathbf{S}_1 \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{S}_2 \times \mathbf{r})$ بستگی داشته باشد. با استفاده از اتحاد های برداری می توان نشان داد که صورت دوم همان صورت اول بعلاوه جمله $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$ است که قبلا در پتانسیل $V(r)$ گنجانده شده است. بنابراین بدون آنکه کلیت مسئله را از دست بدهیم، می توانیم بخش تانسوری پتانسیل بین نوکلئونی را به صورت $V_T(r) \mathbf{S}_{12}$ در نظر بگیریم که در آن $V_T(r)$ بستگی شعاعی نیرو و بزرگی آن را تأمین می کند، و داریم

$$\mathbf{S}_{12} = \frac{3(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \quad (49.4)$$

کسه این عبارت متضمن ویژگی تانسوری نیروست و متوسط آن در تمام زوایا برابر صفر می شود.

نیروی نوکلئون - نوکلئون نسبت به بار نوکلئون تقارن دارد

این بدان معنی است که پس از تصحیح نیروی کولنی در سیستم پروتون - پروتون، فرقی بین برهم کنش پروتون - پروتون و برهم کنش نوترون - نوترون نیست. در اینجا مقصود از «بار» خصوصیت یا جنس نوکلئون (پروتون یا نوترون) است و نه بار الکتریکی آن. دلیل این امر آن است که طولهای پراکندگی و همچنین بردهای مؤثر در برهم کنشهای nn و pp با هم مساوی است. البته، در ابتدا لازم است که تصحیح برهم کنش کولنی را در مورد

پارامترهای pp در نظر بگیریم. با در نظر گرفتن این تصحیح، پارامترهای تک تابه pp چنین می شود

$$a = -17.1 \pm 0.2 \text{ fm}$$

$$r_0 = 2.84 \pm 0.03 \text{ fm}$$

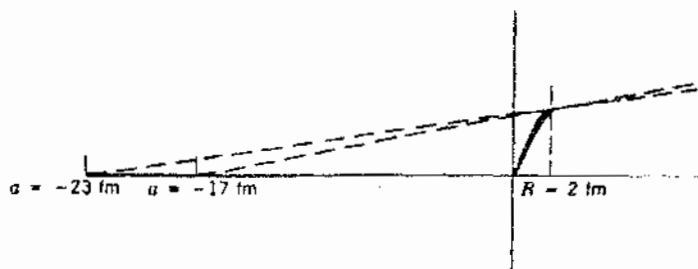
این مقادیر با پارامترهای اندازه گیری شده nn ($a = -16.6 \pm 0.5 \text{ fm}$) و $r_0 = 2.66 \pm 0.15 \text{ fm}$) سازگاری خوبی دارند؛ که این سازگاری قویاً مؤید مفهوم تقارن بار است.

نیروی نوکلئون-نوکلئون تقریباً مستقل از بار الکتریکی است

این بدان معنی است که (همانند حالت‌های اسپین) پس از تصحیح نیروی کولنی pp ، هر سه نیروی هسته‌ای nn ، pp و pn باهم مساوی اند. به این ترتیب، استقلال بارشرطی قویتر ارتقارن بار است. در این مورد، شواهد امرچندان قاطع نیست. در واقع، به نظر می رسد که طول پراکندگی حالت تک تابه np (-23.7 fm) تفاوت زیادی با طولیای پراکندگی pp و nn (-17 fm) داشته باشد. اما با توجه به شکل ۱۱.۴ معلوم می شود که طول پراکندگی منفی نسبت به تابع موج هسته در نزدیکی $r=R$ حساسیت قابل ملاحظه‌ای دارد، به طوری که تغییر بسیار کوچک λ می تواند به تغییر بزرگی در طول پراکندگی منجر شود. بنابراین اختلاف زیاد بین طولهای پراکندگی را می توان ناشی از اختلاف بسیار کوچکی (در حدود ۱٪) در پتانسیلها دانست، که (چنانکه در بخش بعدی می بینیم) به آسانی به وسیله مدل نیروی تبادل قابل توجیه است.

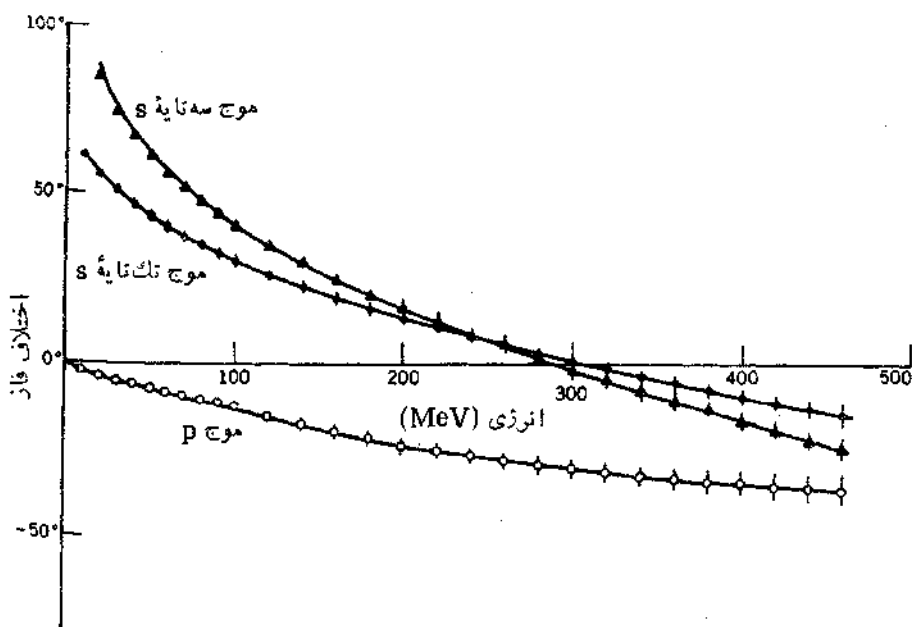
برهم کنش نوکلئون-نوکلئون در فواصل خیلی کوتاه دافعه می شود

این نتیجه از بررسی کیفی چگالی هسته‌ای حاصل می شود. رشد هسته در اثر افزایش



شکل ۱۱.۴ تغییر بسیار کوچکی در تابع موج نوکلئون-نوکلئون در نزدیکی $r=R$ می تواند اثر بر رویایی به اختلاف قابل توجهی در طول پراکندگی منجر شود [این شکل را با شکل ۷.۴ (ب) مقایسه کنید].

نوکلئونها به صورتی است که چگالی مرکزی آن تقریباً ثابت می‌ماند، و از این رو باید عاملی وجود داشته باشد که از تجمع و نزدیک شدن بیش از حد نوکلئونها جلوگیری کند. برای آنکه مسئله را کمیتر بررسی کنیم، پراکندگی نوکلئون-نوکلئون را در انرژیهای بالا در نظر می‌گیریم. اختلاف فاز موج تک‌تایه s برای پراکندگی نوکلئون-نوکلئون را تا انرژی 500 MeV در شکل ۱۲.۴ نشان داده‌ایم. (در این انرژیها اختلاف فاز امواج جزئی مراتب بالاتر، مثلاً موجهای p و d ، نیز در این سطح مقطعها سهم اند. اختلاف فاز موج s را به آسانی می‌توان از اندازه‌گیریهای پراکندگی دیفرانسیلی $d\sigma/d\Omega$ بر حسب θ استخراج کرد، زیرا این اختلاف فاز به θ بستگی ندارد.) اختلاف فاز موج s در انرژی حدود 300 MeV منفی می‌شود، که این امر حاکی از تغییر نیرو از صورت جاذبه به صورت دافعه است. برای آنکه مغز دافعه را به حساب آوریم، باید پتانسیلهای مورد استفاده را اصلاح کنیم. برای مثال، اگر در اینجا هم برای سهولت محاسبات چاه مربعی را انتخاب کنیم، ممکن است تابع پتانسیل را به صورت زیر در نظر بگیریم



شکل ۱۲.۴ اختلاف فاز حاصل از پراکندگی نوترون-پروتون در انرژیهای متوسط. تغییر اختلاف فاز موج s از مقدار مثبت به منفی، در انرژی حدود 300 MeV ، نشان می‌دهد که در این انرژیها نوکلئون فرودی با مغز دافعه در برهم کنش نوکلئون-نوکلئون روبه‌رو شده است.

$$\begin{aligned}
 V(r) &= +\infty & r < R_c \\
 &= -V_0 & R_c \leq r \leq R \\
 &= 0 & r > R
 \end{aligned} \quad (50.4)$$

در اینجا R_c شعاع مغز دافعه است که با تنظیم مقدار آن می توان به سازگاری رضایتبخشی با اختلاف فاز تجربی موج s دست یافت. با انتخاب $R_c \approx 5$ fm مقدار حاصل از محاسبه با اختلاف فاز تجربی سازگار می شود.

برهم کنش نوکلئون-نوکلئون می تواند به تکانه یا سرعت نسبی نوکلئونها هم بستگی داشته باشد نیروهای وابسته به سرعت یا تکانه را نمی توان با پتانسیل نرده ای نشان داد، اما با استفاده از جملات درجه اول $\mathbf{p}$ ، درجه دوم $\mathbf{p}$ ، و غیره، که هر کدام از آنها با یک پتانسیل مشخصه $V(r)$ متناظرند، می توان آنها را به سه طرز قابل قبولی در نظر گرفت. تحت تأثیر عملگر پاریته داریم $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ ، و در اثر عملگر برگشت زمان هم داریم $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$. پس هر جمله ای که فقط شامل توانهای درجه اول $\mathbf{p}$ باشد غیر قابل قبول است، زیرا در این صورت ناورداییهای پاریته و برگشت زمان هر دو نقض خواهند شد. جملاتی که به صورت $\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}$ یا $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ باشند، نسبت به پاریته ناوردا هستند ولی ناوردایی برگشت زمان را نقض می کنند. یکی از صورتهای قابل قبول این جمله که شامل توانهای درجه اول $\mathbf{p}$ می شود و نسبت به پاریته و برگشت زمان هر دو ناورداست، $V(r)(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{S}$ است که در آن $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ اسپین کل دو نوکلئون مورد بررسی است. تکانه زاویه ای نسبی نوکلئونها برابر $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ است، و در نتیجه این جمله که به خاطر مشابهت با فیزیک اتمی جمله اسپین-مدار نامیده می شود، به صورت $V_{so}(r) \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{S}$ نوشته می شود. هرچند که از جملات درجه بالاتر هم می توان استفاده کرد، ولی این عبارت تنها عبارت درجه اول $\mathbf{p}$ است که با تقارن پاریته و برگشت زمان هر دو سازگاری دارد.

فرض برهم کنش اسپین-مدار، با این مشاهده تجربی تقویت می شود که اسپین نوکلئونهای پراکنده ممکن است سمنگیری خاصی در فضا داشته باشد که در این حالت اسپین نوکلئونها را قطبیده می گویند. قطبیدگی نوکلئونهای موجود در یک باریکه (یا یک هدف) چنین تعریف می شود

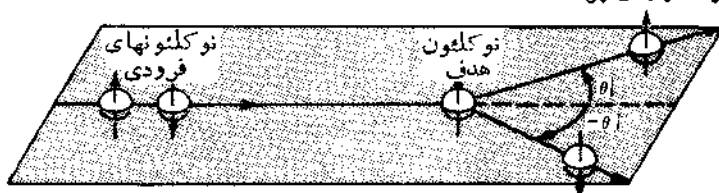
$$P = \frac{N(\uparrow) - N(\downarrow)}{N(\uparrow) + N(\downarrow)} \quad (51.4)$$

که در آن $N(\uparrow)$ و $N(\downarrow)$ به ترتیب تعداد نوکلئونهایی است که سمنگیری اسپین آنها به طرف بالا و به طرف پایین است. مقدار P در گستره ای از مقادیر $+1$ تا -1 برای باریکه ای با ۱۰۰٪ اسپین رو به بالا، تا -1 برای باریکه ای با ۱۰۰٪ اسپین رو به پایین، قرار می گیرد. برای یک باریکه ناقطبیده $P = 0$ می شود، و این بدان معنی است که نیمی از

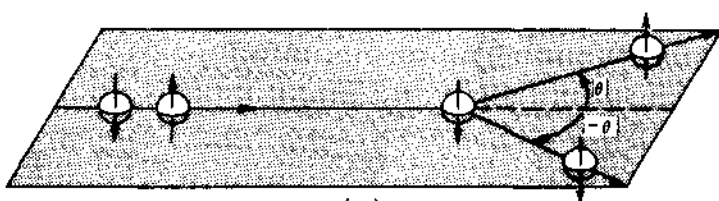
نوکلئون‌ها جهت اسپین‌شان رو به بالا و نیمی دیگر رو به پایین است.

آزمایش پراکندگی شکل ۱۳.۴ (الف) را در نظر می‌گیریم که در آن باریکه‌ای ناقطبیده (که به صورت مخلوطی از نوکلئون‌های با اسپین بالا و پایین نموده شده است) بر نوکلئون هدفی که سمتگیری اسپین آن رو به بالاست فرو می‌آید. فرض کنید که برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون موجب شود که نوکلئون‌های با اسپین رو به بالا تحت زاویه θ به طرف چپ، و نوکلئون‌های با اسپین رو به پایین تحت زاویه $-\theta$ به طرف راست پراکنده شوند. شکل (ب)، همان آزمایش را از دیدگاه ناظری که نسبت به اولی معکوس ایستاده است یا ناظری که حول باریکه فرودی به اندازه 180° دوران کرده است، نشان می‌دهد. آزمایش شکل ۱۳.۴ (ب) را همچنین می‌توان به صورت پراکندگی یک باریکه ناقطبیده از هدف نوکلئونی با اسپین رو به پایین تلقی کرد که در این مورد هم نوکلئون‌های فرودی با اسپین رو به بالا به طرف چپ، و نوکلئون‌های اسپین پایین به طرف راست پراکنده می‌شوند. نتیجه آزمایش، حتی در مورد هدف ناقطبیده که شامل مخلوطی از نوکلئون‌های اسپین بالا و اسپین پایین است نیز همین است: هنگامی که باریکه‌ای ناقطبیده از هدفی ناقطبیده پراکنده می‌شود، تسریعاً نوکلئون‌های با اسپین رو به بالا تحت زاویه θ و نوکلئون‌های با اسپین رو به پایین

نوکلئون‌های پراکنده



(الف)



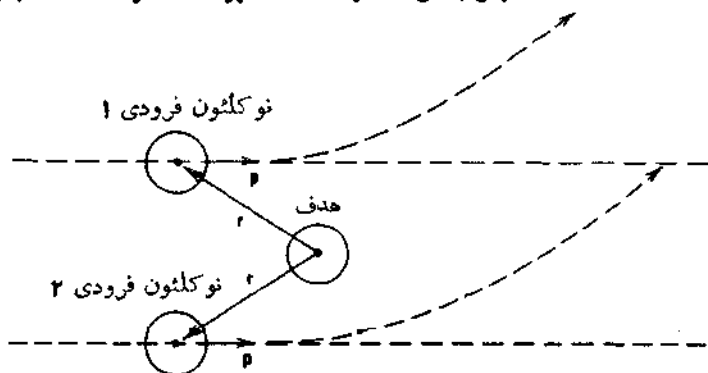
(ب)

شکل ۱۳.۴ یک باریکه ناقطبیده (که به صورت مخلوطی از نوکلئون‌های با اسپین بالا و پایین نموده شده است) از هدفی که می‌تواند اسپین رو به بالا یا رو به پایین داشته باشد پراکنده می‌شود. در حالت (الف)، نوکلئون‌های با اسپین رو به بالا با زاویه θ به طرف چپ پراکنده می‌شوند، در حالی که نوکلئون‌های با اسپین رو به پایین با زاویه $-\theta$ به طرف راست پراکنده می‌شوند. حالت (ب) را می‌توان همان حالت (الف) از دیدگاه ناظری معکوس یا ناظری پس از دوران 180° حول راستای باریکه تلقی کرد. حالت اخیر نشان می‌دهد که پراکندگی از هدفی که اسپین آن رو به پایین باشد نیز به همان نتیجه منتهی می‌شود.

تحت زاویه θ — پراکنده خواهند شد.

هرچند که در اینجا ظاهراً به نظر می رسد که تقارن انعکاسی (پارینه) نقض می شود، ولی با ترسیم آزمایش و تصویر آینه ای آن می توانیم خودمان را قانع کنیم که در واقع نقضی در کار نیست. اگر قطبیدگی خالص نوکلئونهای پراکنده تحت زاویه θ برابر P و تحت زاویه θ — برابر P — باشد، پارینه پایسته می ماند.

اکنون می خواهیم ببینیم که برهم کنش اسپین-مدار چگونه ممکن است به پراکندگی بسا قطبیدگی مشخص منتهی شود. در شکل ۱۴.۴ دو نوکلئون بسا اسپین روبه بالا نشان داده شده اند که بسر يك هدف با اسپین روبه بالا فرود می آیند، بنابراین $S=1$ است. [پراکندگویی که در آن فقط امواج S شرکت داشته باشند باید تقارن کروی داشته باشد، و بنابراین هیچ گونه قطبیدگی در آن وجود ندارد. پراکندگویی موج p ($l=1$) در نوکلئونهای یکسان، يك تابع موج فضایی بادمقارن و بنابراین يك تابع موج اسپینی متقارن خواهد داشت.] در اینجا بنا به فرض $V_{so}(r)$ را منفی می گیریم. برای نوکلئون فرودی ۱، جهت $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ به طرف پایین (به طرف داخل صفحه کاغذ) است. در این صورت، چون بردارهای $\mathbf{l}$ و $\mathbf{S}$ در خلاف جهت یکدیگرند، بردار $\mathbf{l} \cdot \mathbf{S}$ منفی خواهد شد. بنابراین، ترکیب $\mathbf{l} \cdot \mathbf{S}$ مثبت است و در نتیجه بین نوکلئون فرودی ۱ و نوکلئون هدف يك نیروی دافعه به وجود می آید که نوکلئون فرودی را به طرف چپ می راند. اما برای نوکلئون فرودی ۲، جهت $\mathbf{l}$ به طرف بالا، حاصلضرب $\mathbf{l} \cdot \mathbf{S}$ مثبت، و برهم کنش از نوع جاذبه است. در نتیجه، نوکلئون ۲ به طرف هدف کشیده می شود و مانند نوکلئون قبلی به طرف چپ پراکنده خواهد شد. بنابراین نوکلئونهای فرودی با اسپین بالا ترجیحاً به طرف چپ و (بسا همین استدلال) نوکلئونهای بسا اسپین پایین به طرف راست پراکنده خواهند شد. بدین گونه،



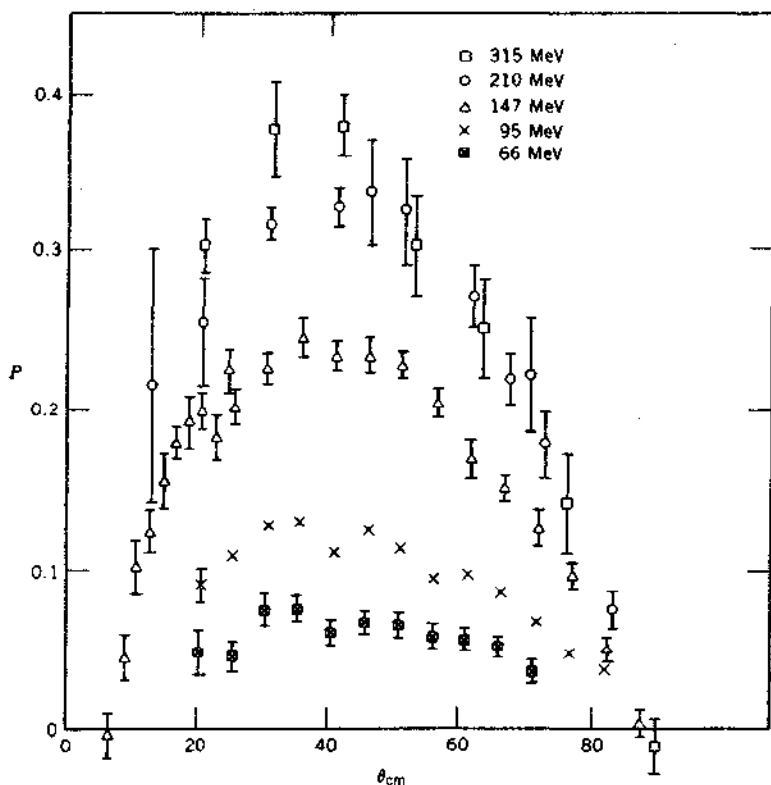
شکل ۱۴.۴ آزمایش پراکندگی نوکلئون-نوکلئون از دید قائم. جهت همه اسپینها روبه بالا (به طرف خارج از صفحه کاغذ) است. جهت $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ برای نوکلئون فرودی ۱ به طرف داخل صفحه، و بنابراین $\mathbf{l} \cdot \mathbf{S}$ منفی است که به تولید نیروی دافعه و پراکندگی به طرف چپ منتهی می شود. جهت $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ برای نوکلئون فرودی ۲ به طرف خارج صفحه است که به تولید نیروی جاذبه و بازهم پراکندگی به طرف چپ منجر می شود.

هنگامی که باریکه‌ای از ذرات ناقطیده بره‌دنی فرود می‌آید، نیروی اسپین - مدار می‌تواند باریکه‌های پراکنده قطیده تولید کند.

در انرژی‌های کم که در آن غلبه با پراکندگی موج s است، نمی‌توان انتظار قطیدگی را داشت. هنگامی که انرژی ذرات فرودی افزایش می‌یابد، سهم پراکندگی موج p نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه باید افزایش مقدار قطیدگی را انتظار داشت. شکل ۱۵.۴ صحت این انتظار را تأیید می‌کند. با توجه به نحوه تغییرات P بر حسب θ و انرژی، می‌توان در مورد شکل $V_{so}(r)$ به نتایجی دست یافت.

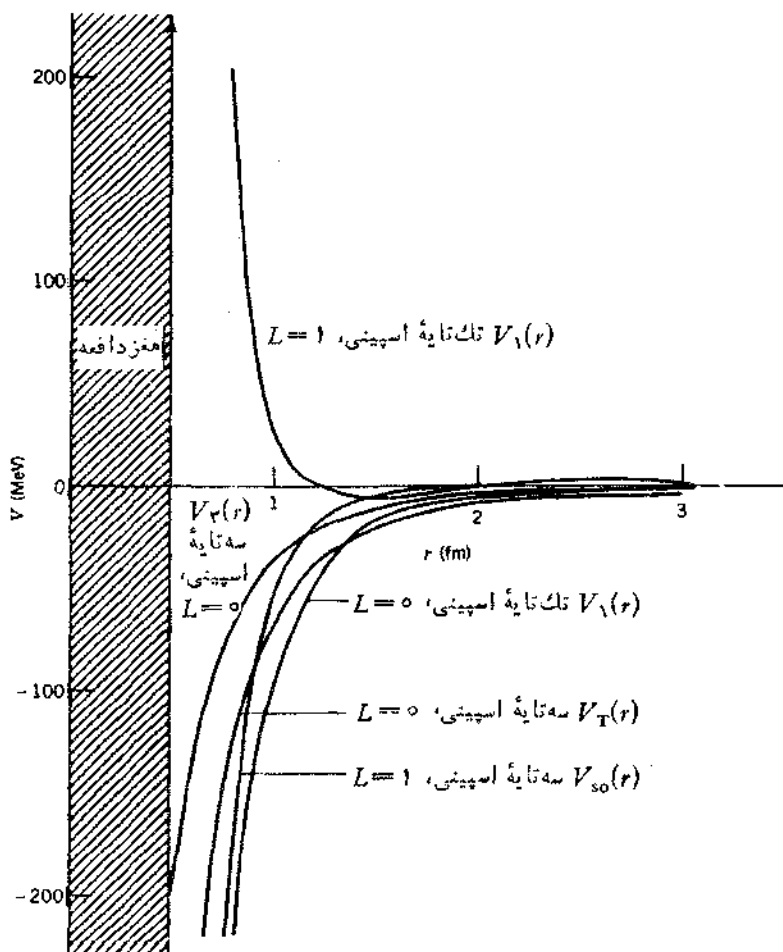
موضوع کلی قطیدگی در واکنشهای هسته‌ای خیلی پیچیده‌تر از آن چیزی است که در این بحث کوتاه بدان پرداخته‌ایم. ما می‌بایست میزان تأثیر استفاده از باریکه‌های قطیده و هدفهای قطیده را در اندازه‌گیری سطح مقطع واکنشها نیز در نظر می‌گیریم که در فصل ۱۱ (جلد دوم، ترجمه فارسی) بدان خواهیم پرداخت.

با استفاده از این همه اطلاعات تجربی (سطح مقطع جزئی و کلی، وابستگی به اسپین،



شکل ۱۵.۴ در پراکندگی پروتون - پروتون، با افزایش انرژی ذرات فرودی مقدار قطیدگی بیشینه نیز افزایش می‌یابد.

و قطبیدگی)، می توان مجموعه ای از پتانسیلهای بدیده شناختی $V(r)$ پیشنهاد کرد که سازگاری قابل قبولی با اطلاعات موجود نوکلئون-نوکلئون داشته باشد. آنگاه این پتانسیلها را می توان در محاسبات مربوط به هسته های پیچیده تر مورد استفاده قرار داد. برای نمونه، یک مجموعه از این گونه پتانسیلها را در شکل ۱۶.۴ نشان داده ایم. مطابق معمول، پتانسیلهای



شکل ۱۶.۴ چند نمونه از پتانسیلهای نوکلئون-نوکلئون. این نمونه ها شامل موارد زیر می شوند: جملات تک تاییه و سه تاییه مربوط به جاذبه که در پراکندگی موج s شرکت دارند، جمله دافعه ای که یک نوع پراکندگی موج p ($L=1$) از آن ناشی می شود، و جملات مربوط به جاذبه تانسوری و برهم کنش اسپین-مدار. در تمام این پتانسیلها، مغز دافعه ای به شعاع $r=0.49$ fm وجود دارد.

منفی مولد نیروی جاذبه و پتانسیل‌های مثبت مولد نیروی دافعه هستند. توجه به نحوه مشارکت خصوصیتی از قبیل برد برهم کنشها، مغز دافعه، اختلاف فاز موج S مربوط به نیروی جاذبه قوی، اختلاف فاز موج دافعه p، و استقلال از بار (به خاطر آنکه نوکلئونها به طور متمايز در نظر گرفته نشده‌اند)، آموزنده است.

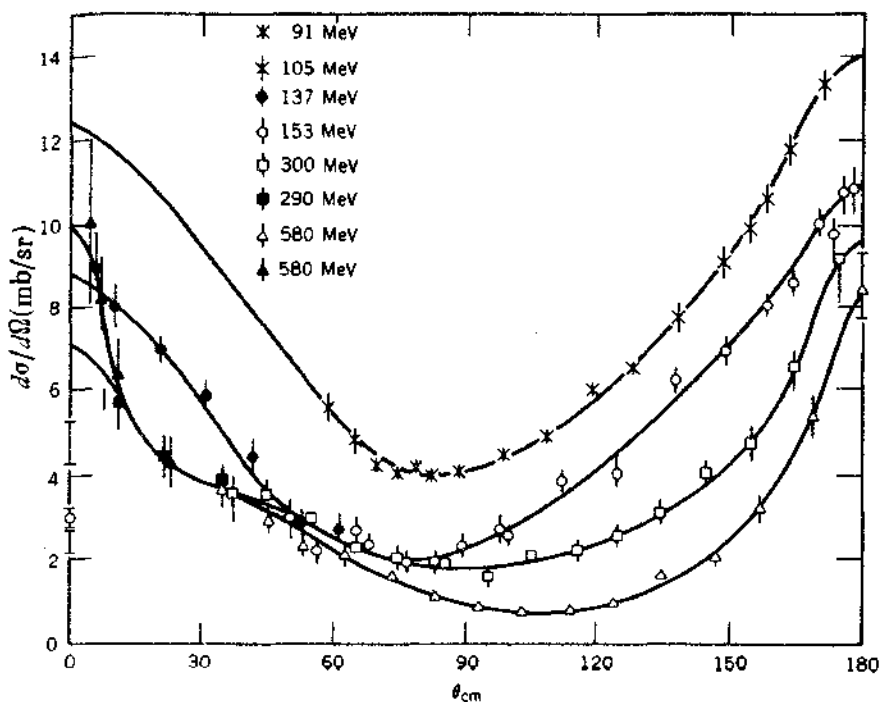
۵.۴ مدل نیروی تبادل

پتانسیل‌های پدیده شناختی مسود بحث در بخش پیشین، در تعیین بسیاری از خصوصیات اندازه گیری شده برهم کنش نوکلئون - نوکلئون موفقیت خوبی داشته‌اند. البته با افزایش تعداد جملات دخیل در برهم کنش، قدرت و دقت پیش بینی این پتانسیلها نیز افزایش خواهد یافت. برای نمونه، می توانیم جمله ای به پتانسیل بیفزاییم که بستگی آن را با توان دوم تکانه (۱۲) نشان دهد، می توانیم پتانسیلها را به صورتی در آوریم که برای هر مقداری از l شکلی متفاوت داشته باشند، و همین طور الی آخر. هر جمله جدیدی که در پتانسیل وارد می شود ممکن است نتیجه محاسبات را بهبود بخشد، ولی با این کار شکل پتانسیل سادگی اش را از دست می دهد. علاوه، با این کار ممکن است ما هدف اصلی خود را که همان درک برهم کنش نوکلئون - نوکلئون است، گم کنیم. صرف اینکه پتانسیلها آن قدر گسترش یابند که محاسبات دقیقی از آنها حاصل شود، بدان معنی نیست که درک ما از ویژگی بنیادی برهم کنش نوکلئون - نوکلئون افزایش یافته است. بنابراین، با روش اصل موضوعی می گوئیم که سازوکاری فیزیکی برای نیروی نوکلئون - نوکلئون در نظر گیریم که بتواند پتانسیلهایی را که در محاسبات موفق بوده اند به دست دهد.

یکی از سازوکارهای موفق، سازوکار نیروی تبادل است. برای تأیید حضور نیروی تبادل در هسته ها، دو دلیل اصلی در دست است. دلیل اول به خاصیت اشباع نیروی هسته ای مربوط می شود. پستوانه تجربی خاصیت اشباع را از چگالی هسته ای نسبتاً ثابت و انرژی بستگی تقریباً ثابت به ازای هر نوکلئون در هسته های سنگین گوناگون به دست می آوریم. به نظر می رسد که هر نوکلئون فقط تعداد کمی از همسایه های نزدیکش را جذب می کند، اما این نوکلئون در فواصل خیلی کوتاه همان همسایه های نزدیک را هم دفع می کند تا از نزدیکی بیش از حد آنها جلوگیری کند. (در بخش پیشین این طرز رفتار را با انتخاب يك پتانسیل مرکزی که بردی محدود و مرکزی به صورت يك مغز دافعه داشت توضیح دادیم.) در مورد مولکولها نیز با طرز رفتاری دقیقاً از همین نوع روبه رو هستیم. وقتی دو اتم را به هم دیگر نزدیک می کنیم تا از ترکیب آنها يك مولکول دو اتمی حاصل شود، نظیر آنچه در مورد پیوندهای کووالان دیده می شود، الکترونها بین دو اتم به اشتراك گذاشته می شوند یا مبادله می شوند. در این صورت، در حالی که آنها در فاصله ای تعادلی از یکدیگر قرار گرفته اند، يك مولکول پایدار تشکیل می شود. اگر بخواییم اتمها را به زور به یکدیگر نزدیکتر کنیم، در اثر همپوشی پوسته های الکترونی پر يك نیروی دافعه

قوی بین آنها به وجود خواهد آمد. علاوه بر این، نزدیک شدن مولکول به یک اتم سوم هم ممکن است فقط به تولید نیروی بسیار ضعیفی بین این اتم و دو اتم قبلی منجر شود. در صورتی که در مجموعه مقید (یا مولکول) اولی، از همه الکترونهاى ظرفیت استفاده شده باشد، هیچ الکترونی برای تشکیل پیوند جدید نخواهیم داشت و در نتیجه نمی توان پیوندی بین مولکول و اتم سوم ایجاد کرد. نیروهای هسته ای هم خصوصیت اشباعی مشابهی از خود بروز می دهند.

یکی دیگر از دلایل تأیید کننده مدل نیروی تبادل را از مطالعه پراکندگی np در انرژیهای بالا به دست می آوریم. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی np را در شکل ۱۷.۴ نشان داده ایم. سطح مقطع پراکندگی در زوایای نزدیک به صفر در جهات روبه جلو دارای مقادیر بزرگ قله ای است، و این نشانگر آن است که انتقال تکانه در برخورد بین ذرات فروزی و هدف کوچک است. مرتبه بزرگی این قله رو به جلو را با بررسی پیشینه انتقال



شکل ۱۷.۴ سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی نوترون-پروتون در انرژیهای متوسط. قله بزرگ پراکندگی رو به جلو (در زوایای نزدیک به صفر) را انتظار داریم، اما قله ای به همان بزرگی را در پراکندگی رو به عقب (در زوایای نزدیک به ۱۸۰°) نشانه وجود نیروی تبادل می دانیم.

تکانه، به ترتیب زیر، می‌توان برآورد کرد: برای انحراف در زوایای کوچک داریم $\sin \theta \approx \theta = \Delta p / p$ که در آن p تکانه ذره فرودی و Δp تکانه عرضی حاصل از برخورد است. اگر متوسط نیروی وارد در طی زمان برخورد Δt را F بگیریم، داریم $\Delta p = F \Delta t$. نیروی F برابر $-dV/dr$ است، و از این‌رو نیروی متوسط از مرتبه V_0/R می‌شود که در آن V_0 عمق چاه پتانسیل مریعی نوکلئون-نوکلئون و R برد آن است. (حتی اگر پتانسیل واقعی صورت ثابتی هم نداشته باشد، همان‌طور که در جمله مرکزی شکل ۱۶.۴ دیده می‌شود، مقدار متوسط dV/dr باید از مرتبه V_0/R شود.) زمان برخورد Δt باید از مرتبه R/v باشد، که در آن v سرعت ذره فرودی است. بنابراین خواهیم داشت

$$\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{F \Delta t}{p} = \frac{1}{p} \frac{V_0}{R} \frac{R}{v} = \frac{V_0}{pv} = \frac{V_0}{2T} \quad (52.2)$$

که در آن T انرژی جنبشی ذره فرودی است. برای انرژی‌هایی که در شکل ۱۷.۴ نموده شده‌اند، مقادیر θ در حدود 10° یا کمتر از 10° است. مسلماً انتظار نداریم که در زاویه پراکندگی 180° با قله‌ای روبه‌رو شویم! اما این وسوسه وجود دارد که این قله «رو به عقب» را نتیجه برخورد رودررو در چارچوب مرکز جرم تلقی کنیم که در آن حرکت ذره فرودی معکوس می‌شود. برآورد بالا نشان می‌دهد که چنین توضیحی نمی‌تواند درست باشد.

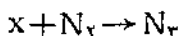
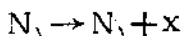
اگر فرض کنیم که در طی برخورد، نوترون و پروتون جایشان را با هم عوض می‌کنند، مدل تبادل می‌تواند توضیح قانع‌کننده‌تری ارائه کند. این بدان معنی است که نوترونی که به طرف جلو در حرکت است به پروتون تبدیل می‌شود، و پروتونی که به طرف عقب در حرکت است (از دیدگاه چارچوب مرکز جرم) به نوترون تبدیل می‌شود. در این صورت از دیدگاه چارچوب آزمایشگاه، نوکلئون فرودی به صورت نوکلئونی نمایان می‌شود که به طرف جلو در حرکت است. چنین تحلیلی با برآورد زاویه انحراف کوچک در پراکندگی نوکلئون-نوکلئون که در بالا مطرح شد، سازگاری دارد.

خلاصه اینکه، هم خصوصیت اشباع نیروهای هسته‌ای و هم وجود قله بزرگ رو به عقب در پراکندگی np را با استفاده از نیروی تبادل می‌توان توضیح داد. در مورد اول می‌گوییم برای آنکه نوعی پیوند اشباعی بین نوکلئونها وجود داشته باشد باید بین آنها «چیزی» رد و بدل شود. در مورد دوم می‌گوییم که بین نوکلئونها «چیزی» مبادله می‌شود که عملاً خصوصیت آنها را تغییر می‌دهد.

در مراحل آغازین تکامل فیزیک کلاسیک، برهم‌کنش بین اجسام را از طریق «کنش از دور» می‌دانستند. این بدان معنی است که نیروی یک جسم به طریق اسرار آمیزی در فضا به جسم دیگر منتقل می‌شود. پیشرفت بزرگ فیزیک نظری قرن نوزدهم را باید در معرفی مفهوم میدان دانست. طبق این نظر، هر جسمی در فضا یک میدان نیرو (که نمونه‌های آن

میدانهای الکترومغناطیسی و گرانشی هستند) ایجاد می‌کند و برهم کنش جسم دوم، نه مستقیماً با جسم اول، بلکه فقط از طریق همین میدان صورت می‌گیرد. در مورد میدان الکترومغناطیسی، چگونگی انتقال میدان در فضا توسط «اکسول» نشان داده شد. عمده‌ترین تحول فیزیک قرن بیستم را باید پیدایش مکانیک کوانتومی بدانیم که بنابر آن، هرگونه تبادل انرژی لزوماً به صورت بسته‌ها یا مضربهایی از یک مقدار گسسته یا کوانتوم انرژی است. میدان کلاسیک کمیتی یکتواخت و پیوسته است، و برای اینکه نظریه کلاسیک میدان را با نظریه کوانتومی سازگار کنیم، خود میدان را باید به صورت کوانتومی درآوریم. یعنی بنابر نظریه کوانتومی میدان، جسم اول در فضای اطرافش یک میدان کلاسیک به وجود نمی‌آورد بلکه از خود کوانتوم میدان گسیل می‌کند. در این صورت، جسم دوم می‌تواند این کوانتومهای میدان را جذب کند (و به طرّف جسم اول بازپس فرستد). پس این دو جسم به طور مستقیم با کوانتومهای (میدان) مبادله شده، و به طور غیرمستقیم با یکدیگر، برهم کنش دارند.

با توجه به بحث پیشین، طبیعی است که آن «چیزی» را که در برهم کنش نوکلئون-نوکلئون مبادله می‌شود، کوانتوم میدان هسته‌ای در نظر بگیریم. روشن است که برای تبدیل یک نوترون با اسپین $1/2$ به یک پروتون با اسپین $1/2$ ، ذره مبادله شده باید دارای اسپین درست (۱ یا ۰) و بار الکتریکی باشد. بعلاوه، اگر بخواهیم همان مفهوم نیروی تبادل را برای برهم کنشهای nn و pp هم به کار ببریم، نوع بدون بار ذره مبادله شونده نیز باید وجود داشته باشد. با استفاده از برد نیروی هسته‌ای که در عمل مشاهده می‌کنیم، می‌توانیم جرم ذره تبدلی را برآورد کنیم. فرض کنید که نوکلئون (که آن را با N نشان می‌دهیم) تا پروتون و نوترون هر دو را شامل شود (ذره‌ای مانند X از خود گسیل می‌کند. نوکلئون دومی این ذره X را جذب می‌کند



یک نوکلئون چگونه می‌تواند یک ذره X با انرژی جرمی $m_X c^2$ از خود گسیل کند و بدون نقض پایستگی انرژی همچنان به صورت نوکلئون باقی بماند؟ چنین عملی ممکن نیست، مگر اینکه گسیل و جذب مجدد نوکلئون در چنان فاصله زمانی کوتاهی Δt صورت بگیرد که ما از نقض پایستگی انرژی مطلع نشویم. چون اصل عدم قطعیت توانایی ما را در اندازه‌گیری انرژی (و در نتیجه در تعیین پایستگی انرژی) محدود می‌کند، اگر $\Delta t < \hbar / (m_X c^2)$ باشد، ما از نقض پایستگی انرژی به میزان $\Delta E = m_X c^2$ مطلع نخواهیم شد. بیشینهٔ برد نیرو را بیشینهٔ فاصله‌ای که ذره X می‌تواند در زمان Δt طی کند، تعیین می‌کند. اگر سرعت ذره را از مرتبهٔ c بگیریم، حداکثر برد ذره R چنین می‌شود

$$R = c \Delta t = \frac{\hbar c}{m_{\pi} c^2} = \frac{200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{m_{\pi} c^2} \quad (53.4)$$

که در آن به جای $\hbar c$ از تقریب ساده‌ای استفاده شده است. معادله (۵۳.۴) حاکی از وجود رابطه‌ای مفید بین انرژی جرمی ذرات مبادله‌شونده و برد نیروی تبادل است. روشن است که اگر برد نیروی هسته‌ای در حدود 1 fm باشد، انرژی جرمی ذره تبادلی می‌باید در حدود 200 MeV شود.

چنین ذراتی را که فقط برای لحظاتی زودگذر دوام می‌آورند و می‌توانند قانون پایستگی انرژی و تکانه را نقض کنند (در نوکلئونهای جذب‌کننده و گسیل‌کننده پس‌زنی دیده نمی‌شود)، ذرات مجازی می‌گویند. ما می‌توانیم نیروی حاصل از تبادل ذرات مجازی را مشاهده کنیم، ولی نمی‌توانیم خود این ذرات را در حین تبادل مشاهده کنیم. (اماء، ذرات مجازی مبادله‌شونده را می‌توان همانند ذرات معمولی در نظر گرفت. بنا بر نظریه میدان، برهم‌کنش کوانتی بین بارهای الکتریکی را می‌توان به صورت تبادل فوتونهای مجازی که خواص مشابهی با فوتونهای حقیقی و معمولی دارند، در نظر گرفت.)

ذرات تبادلی حامل نیروی هسته‌ای را هزون می‌نامند (واژه «مزو» در یونانی به معنی میانه و متوسط است که به جرم متوسط این ذرات که از الکترون بیشتر و از نوکلئون کمتر است، اشاره دارد). سبکترین مزونها را که مزون π یا پیون نامیده می‌شود، عامل اصلی آن قسمت از پتانسیل نوکلئون-نوکلئون که برد بلندتر (از 1.0 تا 1.5 fm) دارد می‌دانیم. برای آنکه انواع تبادلهای لازم در سیستم دو نوکلئونی امکان‌پذیر باشد، باید سه نوع پیون با بارهای الکتریکی $+$ ، 0 ، و $-$ وجود داشته باشند. پیونها اسپین صفر دارند و انرژی سکونشان معادل 139.6 MeV (برای $\pi^{\pm}$) و 135.0 MeV (برای π^0) است. در بردهای کوتاهتر (از 0.5 تا 1.0 fm)، شاید بتوان عامل پیوند هسته‌ای را تبادل دو پیونی دانست. در بردهای خیلی کوتاهتر (0.25 fm)، تبادل مزون ω ($mc^2 = 782 \text{ MeV}$) ممکن است در تشکیل مغز دافعه دخالت داشته باشد و تبادل مزون ρ ($mc^2 = 769 \text{ MeV}$) می‌تواند تأمین‌کننده اثر اسپین-مدار در برهم‌کنش هسته‌ای باشد. در فصل ۱۷ (جلد دوم، ترجمه فارسی) درباره خواص این مزونها بیشتر بحث خواهیم کرد. اختلاف جرم پیونهای باردار و خنثی می‌تواند نقض احتمالی کوچکی را که قبلاً در مورد استقلال بار مطرح شد، توضیح دهد. پیون منفردی که در برهم‌کنش بین نوکلئونهای یکسان مبادله می‌شود، لزوماً از نوع π^0 است

$$n_1 \rightarrow n_1 + \pi^0 \quad \pi^0 + n_2 \rightarrow n_2$$

یا

$$p_1 \rightarrow p_1 + \pi^0 \quad \pi^0 + p_2 \rightarrow p_2$$

چون هیچ نوکلئونی که بار $+$ یا $-$ داشته باشد وجود ندارد، تبادل پیون باردار در این موارد کار ساز نیست

$$\pi^- + n_2 \rightarrow ? \quad \text{اما} \quad n_1 \rightarrow p_1 + \pi^-$$

$$\pi^+ + p_2 \rightarrow ? \quad \text{اما} \quad p_1 \rightarrow n_1 + \pi^+$$

[چنانکه در فصلهای ۱۷ و ۱۸ (جلد دوم، ترجمه فارسی) خواهیم دید، نوکلئونهای با بار ۱- و ۲+ در حالتیهای پتانسیل وجود دارند، ولی این حالتیهای پراثری در آزمایشهای انرژی پایین که در این فصل مورد بحث است سهم قابل توجهی ندارد.] اما برهم کنش نوترون- پروتون یا تبادل هر دو نوع پیون، باردار و خنثی، تحقق پذیر است

$$n_1 \rightarrow n_1 + \pi^0 \quad \pi^0 + p_2 \rightarrow p_2$$

$$n_1 \rightarrow p_1 + \pi^- \quad \pi^- + p_2 \rightarrow n_2$$

همین جمله اضافی در برهم کنش np (و اختلاف جرم بین پیونهای باردار و خنثی) است که احتمالاً اختلاف کوچکی را در پتانسیلها موجب می شود، و این اختلاف به نوبه خود به اختلافی فاحش بین طولهای پراکندگی np از يك سو و pp و nn از سوی دیگر منجر می شود.

نظریه تبادل مزون را در نیروهای هسته ای، نخستین بار یوکاوا در سال ۱۹۳۵ مطرح کرد. خلاصه ای از کار یوکاوا را در فصل ۱۷ (جلد دوم، ترجمه فارسی) شرح می دهیم. تبادل مزون را می توان با استفاده از پتانسیلی به شکل کلی $r^{-1}e^{-r/R}$ نشان داد، که در آن R برد نیروست (برای پیونها $R = \hbar/m_\pi c = 1.5 \text{ fm}$ می شود). شکل تفصیلی پتانسیل تبادل تک پیونی (که در نشریات تخصصی با نماد OPEP مشخص می شود) به صورت زیر است

$$V(r) = \frac{g_\pi^2 (m_\pi c^2)^2}{2(Mc^2)^2 \hbar^2} \left[S_1 \cdot S_2 + S_{12} \left(1 + \frac{rR}{r} + \frac{r^2 R^2}{r^2} \right) \right] \frac{e^{-r/R}}{r/R} \quad (54.4)$$

در اینجا g_π^2 یک ثابت بدون بعد جفت شدگی است که (درست همانند e^2 در برهم کنش الکترومغناطیسی) قدرت برهم کنش را نشان می دهد، M جرم نوکلئون است. این پتانسیل خاص، فقط بخش بلند- برد برهم کنش نوکلئون- نوکلئون را توصیف می کند، وجوه دیگر برهم کنش را باید با پتانسیلهای دیگری مشخص کرد.

مسائل نیروی تبادل، در تحلیل خواص سیستم نوکلئون- نوکلئون موفقیت شایان توجهی داشته است. منشأ این نیروها را در تبادل مزونهای مجازی می دانیم. تمام این مزونها را می توان در آزمایشگاه تولید کرد و به طور مستقیم مورد بررسی قرار داد. پیون، سبکترین مزون و در نتیجه بلند- بردترین مزون در میان آنهاست. با استفاده از کاوه های پراثریتر (که طول موج دوبروی کوتاهتری دارند) می توانیم هسته ها را مورد بررسی قرار دهیم و پدیده های مربوط به خصوصیات ظریفتر اختار هسته ای را که فقط در فواصل بسیار کوتاه اتفاق می افتد، مطالعه کنیم. این گونه پدیده ها را ناشی از تبادل مزونهای سنگینتر تلقی می کنیم. با بررسی وابستگی فضایی و اسپینی ایسن برهم کنشهای تفصیلی

می توان خواص مزونهای فرضی مبادله شونده را استنباط کرد. از سوی دیگر، متخصصان فیزیک ذرات قادرند که گونه های بسیار متنوعی از مزونها را در برخوردهای پراثری که درشتا بدهنده های بزرگ اتفاق می افتند مورد آزمایش قرار دهند. در میان خرده-پاشهای همین برخوردهاست که این فیزیکدانها انواع مختلفی از ذرات جدید را تشخیص می دهند و فهرست خواص آنها را تهیه می کنند. متخصصان فیزیک هسته ای آنگاه با توجه به این فهرستها، مزونهایی را که ممکن است در پیدایش خصوصیات مختلف برهم کش نوکلئون- نوکلئون سهم داشته باشند مشخص می کنند. چشم اندازی که در اینجا به طور ساده تصویر شده است، بر ارتباط تنگاتنگ تاریخی میان فیزیک هسته ای و فیزیک ذرات بنیادی تأکید می کند.

مراجع مطالعات تکمیلی

بحث مشابهی از برهم کش نوکلئون- نوکلئون را می توان در مراجع زیر یافت:

H. Enge, *Introduction to Nuclear Physics* (Reading: Addison-Wesley, 1966), Chap. 2&3,

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955), Chap. 10,

E. Segre, *Nuclei and Particles* (Reading, MA: Benjamin, 1977), Chap. 10.

تک نگاریهایی که به برهم کش نوکلئون- نوکلئون اختصاص یافته اند عبارت اند از

H. A. Bethe and P. Morrison, *Elementary Nuclear Theory* (New York: Wiley, 1956),

M. J. Moravcsik, *The Two Nucleon Interaction* (Oxford: Clarendon, 1963),

R. Wilson, *The Nucleon-Nucleon Interaction* (New York: Wiley, 1963).

مروری از کارهای اولیه در مسود پراکندگی نوکلئون- نوکلئون را می توان در

مرجع زیر خواند

R. K. Adair, *Rev. Mod. Phys.* 22, 249 (1950),

برای مروری بر تحلیل اطلاعات پراکندگی و تعیین اختلاف فازها و پارامترهای دیگر رجوع کنید به

M. H. MacGregor, M. J. Moravcsik, and H. P. Stapp, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 10, 291 (1960),

H. P. Noyes, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 22, 465 (1972),

M. H. MacGregor, *Phys. Today*, 22, 21 (Dec. 1969).

مسائل

۱. حداقل انرژی فوتون لازم برای تجزیه ^2H چقدر است؟ انرژی بستگی این هسته را برابر 2.224589 MeV بگیرید.
۲. (الف) با استفاده از شرایط پیوستگی و بهنجارش، ضرایب A و C را در تابع موجهای دوترون، معادلات (۳.۴) و (۴.۴)، به دست آورید.
- (ب) با استفاده از تابع موج حاصل، ریشه میانگین مربعی شعاع دوترون را تعیین کنید.
۳. شرط وجود حالت مقید را در پتانسیل چاه مربعی به ترتیب زیر می توان تعیین کرد:
- (الف) با استفاده از تابع موج بهنجار شده کامل، یعنی معادلات (۳.۴) و (۴.۴)، نشان دهید که مقدار انتظاری انرژی پتانسیل عبارت است از

$$\langle V \rangle = \int \psi^* V \psi dv = -V_0 A^2 \left[\frac{1}{2} R - \frac{1}{4k_1} \sin 2k_1 R \right]$$

(ب) نشان دهید که مقدار انتظاری انرژی جنبشی عبارت است از

$$\begin{aligned} \langle T \rangle &= \frac{\hbar^2}{2m} \int_0^\infty \left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|^2 dv \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} A^2 \left[\frac{1}{2} k_1^2 R + \frac{1}{4} k_1 \sin 2k_1 R + \frac{k_2}{2} \sin^2 k_1 R \right] \end{aligned}$$

- (ج) نشان دهید که شرط لازم برای وجود حالت مقید به صورت $\langle T \rangle < -\langle V \rangle$ است.
- (د) سرانجام، نشان دهید که فقط در صورتی حالت مقید خواهیم داشت که $V_0 \geq \pi^2 \hbar^2 / 4mR^2$ شود، و حداقل عمق پتانسیل را برای حالت مقید دوترون تعیین کنید.

گوشزد: این محاسبه فقط برای مسائل سه بعدی معتبر است. در مورد چاه مربعی یک بعدی (در واقع، در تمام موارد پتانسیلهای یک بعدی جاذبه که نسبتاً خوش رفتار باشند) همواره دستکم یک حالت مقید وجود دارد. فقط در مورد مسائل سه بعدی است که برای وجود حالت مقید به یک حداقل عمق نیازمندیم^۱.

۴. نوترون و پروتون موجود در دوترون، چه کسری از عمرشان را در خارج از بسرد نیروی هسته ای می گذرانند؟

۵. با استفاده از معادله (۵.۴)، نمایش تغییرات V_0 را بر حسب R در فاصله $R = 10$ تا $R = 30 \text{ fm}$ رسم کنید. چگونگی بستگی V_0 به R را مورد بحث قرار دهید.

۶. (الف) نشان دهید که معادله (۵.۴) را می توان به صورت غیر جبری $x = -\tan bx$ نوشت، که در آن $x = \sqrt{-(V_0 + E)/E}$ است. مقدار پارامتر b را به ازای

$R = 2 \text{ fm}$ تعیین کنید. توجه داشته باشید که در معادله (۲.۴)، همان جرم کاهیده $m_p m_n / (m_p + m_n)$ است که تقریباً برابر $m_p / 2$ می شود.

(ب) این معادله غیر جبری را به دو روش حل کنید: روش ترسیمی و روش دوره‌ای با استفاده از ماشین حساب برنامه‌پذیر یا کامپیوتر^۱.

۷. تابع موج دوترون را به صورت معادله (۹.۴) در نظر بگیرید و بگویید که چسرا در عبارت مربوط به گشتاور چارقطبی الکتریکی، یعنی معادله (۱۱.۴)، یک جمله متناسب با حاصلضرب $a_p a_n$ وجود دارد، در حالی که در عبارت مربوط به گشتاور دوقطبی مغناطیسی یعنی معادله (۱۰.۴) چنین جمله‌ای نیست.

۸. انرژی برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی مغناطیسی را در دوترون تعیین کنید، و آن را با انرژی بستگی هسته مقایسه کنید. حالاتی را که در آنها اسپین نوکلئونها به موازات خط واصل بین نوکلئونها و عمود بر آنهاست، به طور جداگانه در نظر بگیرید.

۹. سطح مقطع پراکندگی از «کره سخت» را با پتانسیل زیر به دست آورید

$$V(r) = \infty \quad (r < R) \quad \text{درون کره:}$$

$$= 0 \quad (r > R) \quad \text{بیرون کره:}$$

۱۰. فرض کنید که انرژی بستگی دوترون خیلی ضعیفتر از مقدار واقعی آن، مثلاً در حدود 10 keV ، باشد. در این صورت، سطح مقطع موج S نوترون-پروتون چقدر می شود؟

۱۱. نشان دهید که حالت تک‌تایه نوترون-پروتون نامعید است، و انرژی این حالت را به دست آورید.

۱۲. امروزه پادپروتون ($\bar{p}$) و پادنوترون ($\bar{n}$) را در تعدادی از شتابنده‌های دنیا می توان تولید کرد. خواص سیستمهای زیر را در مقایسه با سیستمهای مطرح شده در این فصل مورد بحث قرار دهید: (الف) حالت مقید $\bar{n}\bar{p}$ ، (ب) حالت مقید $n\bar{p}$ ، (ج) پراکندگی موج S در $\bar{n}\bar{p}$ ، (د) پراکندگی $\bar{p}p$.

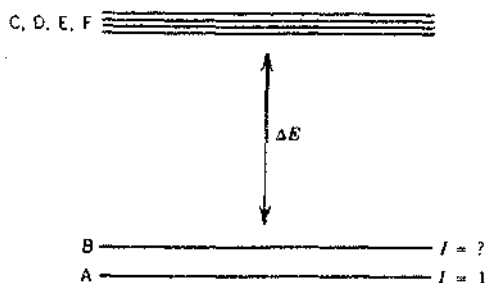
۱۳. معادله شرودینگر را با پتانسیلی که در معادله (۵.۴) برای پراکندگی موج S نوترون-پروتون داده شده است، حل کنید. عبارتی به دست آورید که رابطه اختلاف فاز موج S را با شعاع مغز دافعه نشان دهد، و مقدار شعاع مغز R_0 را که باعث منفی شدن اختلاف فاز در شکل ۲۰.۴ می شود، پیدا کنید.

۱۴. در یکی از اندازه گیریهای سطح مقطع دیفرانسیلی pp ، در انرژی آزمایشگاهی 42 MeV و زاویه پراکندگی آزمایشگاهی 30° ، نتیجه $d\sigma/d\Omega = 0.111 \text{ b/Sr}$ را به دست آورده ایم. اختلاف فاز موج S در این مورد چقدر است؟

۱۵. فرض کنید که نیروی نوکلئون-نوکلئون قویتر، و حالتهای مقید دوترون به شرح زیر

۱. برای مروری بر روشهای دوره‌ای حل این گونه معادلات رجوع کنید به

باشد: حالت A همان حالت «شناخته شده» پایه است که خواص آن را در این فصل بررسی کردیم. حالت B خیلی به حالت A نزدیک است. بالاتر از حالت‌های A و B و در فاصله زیاد ΔE از آنها چهار حالت C, D, E, و F وجود دارند، و هیچ حالت دیگری در نزدیکی آنها نیست.



(الف) محتملترین مقدار تکانه زاویه‌ای مداری نسبی نوکلئونها در حالت B چقدر است؟ سمنگیری نسبی اسپین ذاتی نوکلئونها در حالت B چیست، و مقدار نتیجه تکانه زاویه‌ای کل I در حالت B چقدر است؟

(ب) نوکلئونها در حالت‌های C, D, E, و F، تکانه زاویه‌ای مداری نسبی یکسان دارند (که با حالت A متفاوت است). حدسی قابل قبول از این مقدار تکانه زاویه‌ای مداری ارائه کنید، و دلیل توجیهی خودتان را در این مورد شرح دهید.

(ج) با بررسی جفت شدگیهای ممکن بین تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین ذاتی این دو نوکلئون، نشان دهید که در چندتاییه برانگیخته باید فقط چهار حالت وجود داشته باشد. مقادیر چهارگانه تکانه زاویه‌ای کل I و پاریتته آنها را تعیین کنید.

(د) به فرض آنکه فاصله انرژی ΔE عمدتاً از قسمت «مرکز گرای» پتانسیل حاصل شده باشد، مقدار ΔE را برآورد کنید. سعی کنید انتخاب پارامترهایی که برای این برآورد به کار می‌برید، قابل توجیه باشد.

۱۶. در آزمایشی که در آن نوترونهای کم انرژی (موج s) توسط پروتونها پراکنده می‌شوند، می‌خواهیم توزیع پروتونهای «پس زده» را اندازه گیری و تحلیل کنیم. زاویه پراکندگی نوترون را در دستگاه مختصات آزمایشگاه θ می‌گیریم، و انرژی جنبشی نوترون فرودی را با T_n نشان می‌دهیم. (الف) نشان دهید که زاویه خروج پروتونها نسبت به جهت نوترونهای فرودی برابر $\theta - 90^\circ = \phi$ است. (ب) نشان دهید که در این فرایند $T'_n = T_n \cos^2 \theta$ و $T'_p = T_n \sin^2 \theta$ می‌شود. در اینجا مقصود از T' انرژی جنبشی پس از پراکندگی است. (ج) نشان دهید که رابطه سطح مقطعها در دو دستگاه آزمایشگاه و مرکز جرم به صورت

$$(d\sigma/d\Omega)_{lab} = (\frac{1}{2} \cos \theta) (d\sigma/d\Omega)_{cm}$$

است. (د) به فرض آنکه در دستگاه مرکز جرم پراکندگی مستقل از جهت باشد، نشان دهید که در دستگاه آزمایشگاه داریم $d\sigma/dT'_p = \sigma/T_a$ که در آن σ سطح مقطع کل است. نتیجه اخیر نشان می‌دهد که تعداد پروتوئهای که با انرژی معین $(0 \leq T'_p \leq T_a)T'_p$ پس‌زده می‌شوند مستقل از مقدار انرژی T'_p است. (ه) توزیع زاویه‌ای پروتوئهای پس‌زده را در دستگاه آزمایشگاه پیدا کنید.

مدلهای هسته‌ای

اکنون در شرایطی هستیم که میل داریم ملاحظات فصل قبلی را به هسته‌های سنگین نیز گسترش دهیم. متأسفانه، هنگامی که به این عمل مبادرت می‌ورزیم، به چند مشکل بنیادی برخورد می‌کنیم. یکی از مشکلات این است که از لحاظ ریاضی در حل مسئله چندجسمی باکار دشواری روبه‌رو هستیم. اگر در این مورد هم برای پتانسیل هسته‌ای شکل فوق‌العادة ساده‌ای مانند پتانسیل چاه مربعی یا پتانسیل نوسانگر ساده در نظر بگیریم، در اساس برای توصیف برهم‌کنش متقابل A نوکلئون می‌توانیم یک دستگاه معادلات مرتبط به دست آوریم. این دستگاه معادلات را نمی‌توان به طور تحلیلی حل کرد، بلکه با استفاده از روشهای عددی باید به حل آن پرداخت. مشکل دوم مسئله، به‌ماهیت نیروی هسته‌ای مربوط می‌شود. شواهد موجود نشان می‌دهد که برهم‌کنش نوکلئونها نه تنها از طریق نیروهای متقابل دوجسمی، بلکه از طریق نیروهای سه‌جسمی نیز صورت می‌گیرد. یعنی نیروی وارد بر نوکلئون ۱ نه فقط به مواضع هر یک از نوکلئونهای ۲ و ۳ بستگی دارد، بلکه شامل یک جمله اضافی است که از همبستگی بین مواضع نوکلئونهای ۲ و ۳ ناشی می‌شود. برای این نوع نیرو، در فیزیک کلاسیک نیروی مشابهی سراغ نداریم.

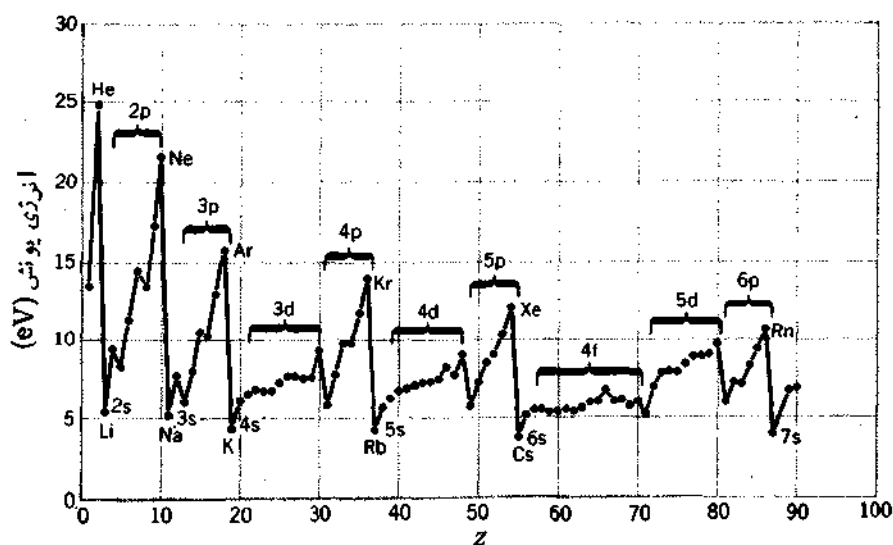
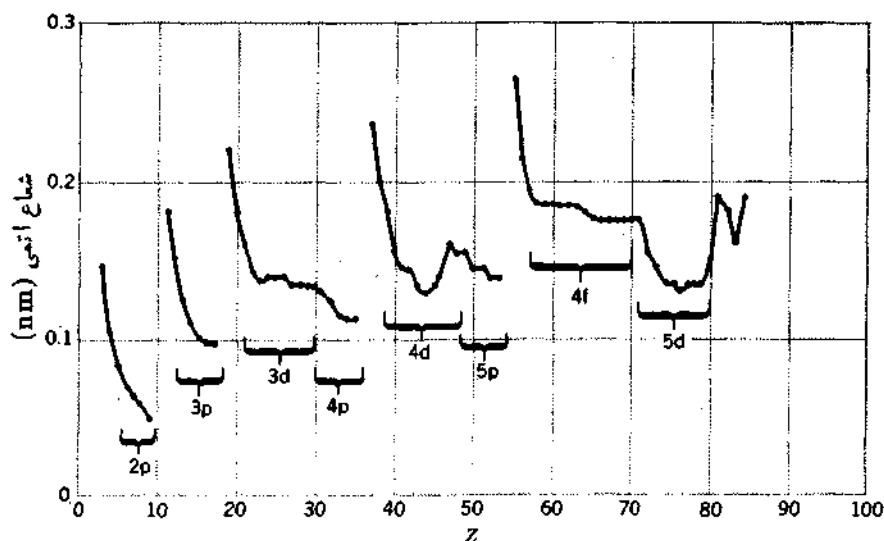
در اصل، برای به‌دست آوردن بعضی از پارامترهای مشخصه نیروهای سه‌جسمی (همان طور که در بررسیهای دوجسمی در فصل ۴ دیدیم) می‌توانیم پراکندگی سیستم سه‌جسمی را به‌طور تجربی مورد بررسی قرار دهیم. اما خیلی زود معلوم می‌شود که این گونه رهیافت میکروسکوپی، به‌جای آنکه مبانی فیزیک هسته‌ها را برای ما روشنتر کند، آن را

مبهمتر می‌کند. این عمل تا حدودی مثل آن است که با مطالعهٔ برهم‌کنشهای اتمهای موجود در یک حجم گازی و حل معادلات دینامیکی توصیف‌کنندهٔ نیروهای بین اتمی، بخواهیم خواص گاز را به‌طور میکروسکوپی‌ک شرح دهیم. بیشتر شناخت ما از خواص گازها، از چند پارامتر عمومی نظیر فشار و دما حاصل می‌شود نه از بررسی تفصیلی و میکروسکوپی اتمهای موجود در آن.

بنابراین، برای بررسی هسته‌ها رهیافت زیر را در پیش می‌گیریم. در اینجا عمداً یک نظریهٔ فوق‌العاده ساده را که از لحاظ ریاضی بدون مشکل و از لحاظ فیزیکی غنی باشد، انتخاب می‌کنیم. اگر این نظریه در توصیف دستکم چند خاصیت هسته‌ای نسبتاً موفق باشد، آنگاه با افزودن جمله‌های اضافی آن را تکمیل می‌کنیم. بدین ترتیب، یک مدل هسته‌ای می‌سازیم، یعنی چشم‌انداز ساده‌ای از ساختار هسته‌ای در نظر می‌گیریم که متضمن خصوصیات اصلی فیزیک هسته‌هاست. معیار موفقیت هر مدلی را باید در دو نکته دانست: (۱) مدل باید بتواند خواص هسته‌ای تاکنون اندازه‌گیری شده را به‌طور قابل قبولی توضیح دهد، و همچنین (۲) مدل باید خواص دیگری را پیش‌بینی کند که در آزمایشهای جدیدی قابل اندازه‌گیری باشند. این شیوهٔ مدل‌سازی فرایندهای پیچیده، در بسیاری از عرصه‌های علمی رایج است. مدل‌سازی زیست-شیمی‌دانها در مورد فرایندهای پیچیدهٔ تکثیر ژن، و مدل‌سازی متخصصان هواشناسی در مورد دینامیک پیچیدهٔ جریانهای جوی که باعث تغییر آب و هوا می‌شود، نیز از همین قبیل است.

۱.۵ مدل پوسته‌ای

نظریهٔ اتمی با استفاده از مدل پوسته‌ای توانسته است به‌طور کاملاً روشن جزئیات پیچیدهٔ ساختار اتمها را توضیح دهد. به‌همین دلیل متخصصان فیزیک هسته‌ای، به‌امید آنکه بتوانند به توصیف روشنی از خواص هسته‌ها دست یابند، سعی کردند در بررسی ساختار هسته‌ای از نظریهٔ مشابهی استفاده کنند. در مدل پوسته‌ای اتمها، پوسته‌ها را با الکترونهایی که انرژی‌شان به ترتیب افزایش می‌یابد پر می‌کنیم، و این آرایش الکترونی به گونه‌ای است که اصل طرد پاولی در آن رعایت می‌شود. بدین ترتیب، هر اتمی متشکل است از یک ناحیهٔ مرکزی خنثی که پوسته‌های پر دارد، و چند الکترون ظرفیت که در پوسته‌ای خارج از این ناحیهٔ مرکزی قرار می‌گیرند. در این مدل، فرض بر این است که عمدتاً همین الکترونهای ظرفیت هستند که خواص اتمها را تعیین می‌کنند. هنگامی که پیش‌بینیهای این مدل را با بعضی از خواص اندازه‌گیری شدهٔ سیستمهای اتمی مقایسه می‌کنیم، آنها را بخوبی با هم سازگار می‌یابیم. بویژه مشاهده می‌کنیم که تغییرات خواص اتمی در محدودهٔ هر زیرپوسته تدریجی و کم است، درحالی که وقتی از یک زیرپوسته به زیرپوستهٔ دیگر می‌رویم تغییرات خواص ناگهانی و زیاد است. اثرات تغییر زیرپوسته را بر شعاع یونها و انرژی یونش عناصر، در شکل ۱.۵ نشان داده‌ایم.



شکل ۱۰۵ تغییرات شعاع اتمی (در شکل بالا) و انرژی یونش عناصر (در شکل پایین) نشان داده شده است. تغییرات کم با پرشدن تدریجی پوسته اتمی متناظر است، در حالی که تغییرات زیاد به گذار از یک پوسته به پوسته دیگر مربوط می شود.

هنگامی که سعی می‌کنیم تا این مدل را به قلمرو هسته‌ای هم گسترش دهیم، از همان آغاز کار با چند مانع روبه‌رو می‌شویم. در مورد اتمها، پتانسیل حاکم را میدان کولنی هسته تأمین می‌کند، یعنی یک عامل خارجی زیرپوسته‌ها یا «مدارها» را سازمان می‌دهد. در این حالت، معادله شرودینگر را با همین پتانسیل می‌توان حل کرد، و انرژی زیرپوسته‌هایی را که الکترونها باید در آنها قرار گیرند محاسبه کرد. اما در مورد هسته هیچ عامل خارجی وجود ندارد، و نوکلئونها در پتانسیلی که خودشان به وجود می‌آورند در حرکت‌اند.

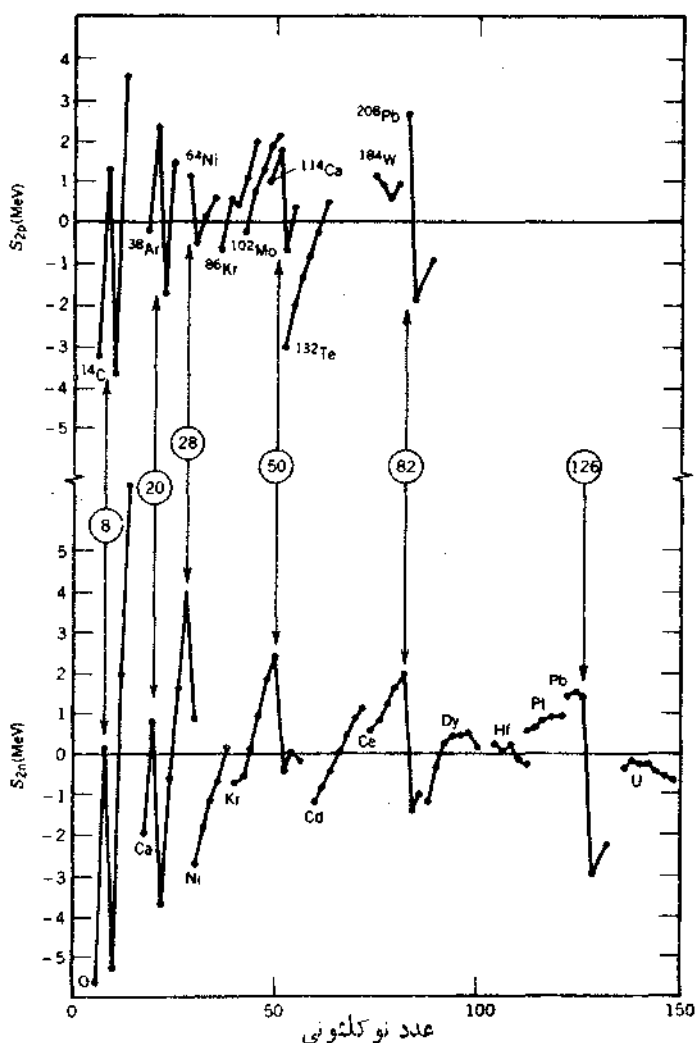
یکی دیگر از جنبه‌های جالب توجه نظریه پوسته‌ای اتمها وجود مدارهای فضایی است. خواص اتمها را اغلب بر حسب مدارهای فضایی الکترونها توصیف می‌کنیم. الکترونها می‌توانند نسبتاً آزادانه در این مدارها حرکت کنند، بدون اینکه برخوردی با الکترونهای دیگر داشته باشند. قطر نوکلئونها در مقایسه با اندازه هسته نسبتاً بزرگ است. در حالی که هر نوکلئون منفرد در خلال حرکتش در هر مدار می‌تواند برخوردهای متعددی با نوکلئونهای دیگر داشته باشد، چگونه می‌توان نوکلئونها را در مدارهای کاملاً مشخص در حرکت تصور کرد؟

در آغاز، شواهد تجربی وجود پوسته‌های هسته‌ای را از نظر می‌گذرانیم. در شکل ۲۰۵، مقادیر اندازه‌گیری شده انرژی جدایی پروتون و نوترون را به صورت انحراف از مقادیر پیش‌بینی شده توسط فرمول نیمه تجربی جرم [معادله (۲۸.۳)] نشان داده‌ایم. (با این شیوه نمایش، اختلاف زیاد بین بستگیهای هسته‌ای بر طرف می‌شود و اثرات پوسته به‌طور برجسته‌تری نمایان می‌شود). شباهت بی‌سن این شکل و شکل ۱۰۵ چشمگیر است: انرژی جدایی، مانند انرژی یونش در اتمها، به استثنای موارد افت سریع در مقابل بعضی از اعداد پروتونی و نوترونی یکسان، به تدریج با افزایش N یا Z افزایش می‌یابد. توجه به این نکته ما را به این حدس می‌رساند که شاید ناپیوستگیهای تیز انرژی جدایی (همانند مورد مشابه اتمی) با پر شدن پوسته‌های اصلی ارتباط داشته باشد. شواهد دیگری از چند نوع آزمایش را در شکل ۳۰۵ نشان داده‌ایم. طرز رفتار ناگهانی و ناپیوسته هسته‌ها در این موارد هم در مقابل همان اعداد پروتونی یا نوترونی که در انرژی جدایی دیدیم اتفاق می‌افتد. این اعداد پروتونی یا نوترونی هسته‌هایی که Z یا N آنها برابر ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲، ۱۲۶ است و معرف اثرات پوسته‌های اصلی پر شده هستند را «اعداد جادویی» می‌گویند. هر نظریه موفق باید بتواند برای وجود این پوسته‌های پر با اعداد اشغالی که برشمرده‌ایم، توضیحی قابل قبول فراهم کند.

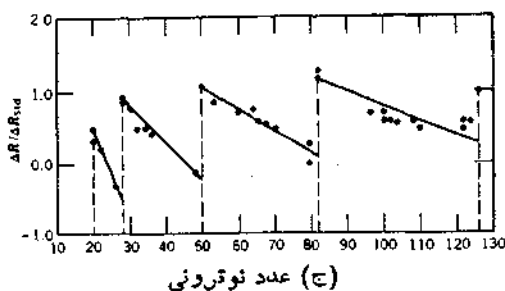
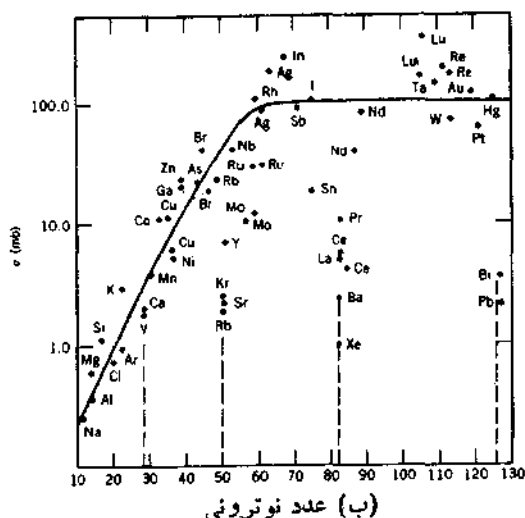
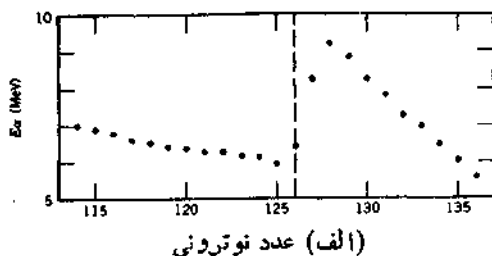
در مدل پوسته‌ای، مسئله پتانسیل هسته‌ای را با این فرض بنیادی حل می‌کنیم: حرکت هر نوکلئون منفرد را تحت تأثیر پتانسیل واحدی که نوکلئونهای دیگر همه در تولید آن شرکت دارند، در نظر می‌گیریم. اگر هر یک از نوکلئونها را به این نحو مورد بررسی قرار دهیم، آنگاه برای تمامی نوکلئونهای موجود در هسته می‌توانیم ترازهای انرژی متناظر به زیرپوسته‌ها را به دست آوریم.

وجود مدارهای فضایی مشخص را اصل پاؤلی تعیین می‌کند. فرض می‌کنیم که در

یک هسته سنگین، تقریباً در ته‌چاه پتانسیل، برخوردی بین دو نوکلئون صورت می‌گیرد و نوکلئون‌ها هنگام برخورد با هم انرژی مبادله می‌کنند، اما اگر تمامی ترازهای انرژی



شکل ۲۰۵ نمودار بالا: انرژی جدایی دوپروتونی در چند رشته از ایزوتوپها (N ثابت). در هر رشته هسته‌ای که کمترین Z را دارد مشخص شده است. نمودار پایین: انرژی جدایی دونوترونی در چند رشته از ایزوتوپها، تغییرات ناگهانی در مقابل «اعداد جادویی» به وضوح قابل مشاهده اند. در این نمودار، اختلاف بین مقادیر اندازه گیری شده و مقادیر پیش بینی شده فرمول نیمه تجربی جرم نشان داده شده است.



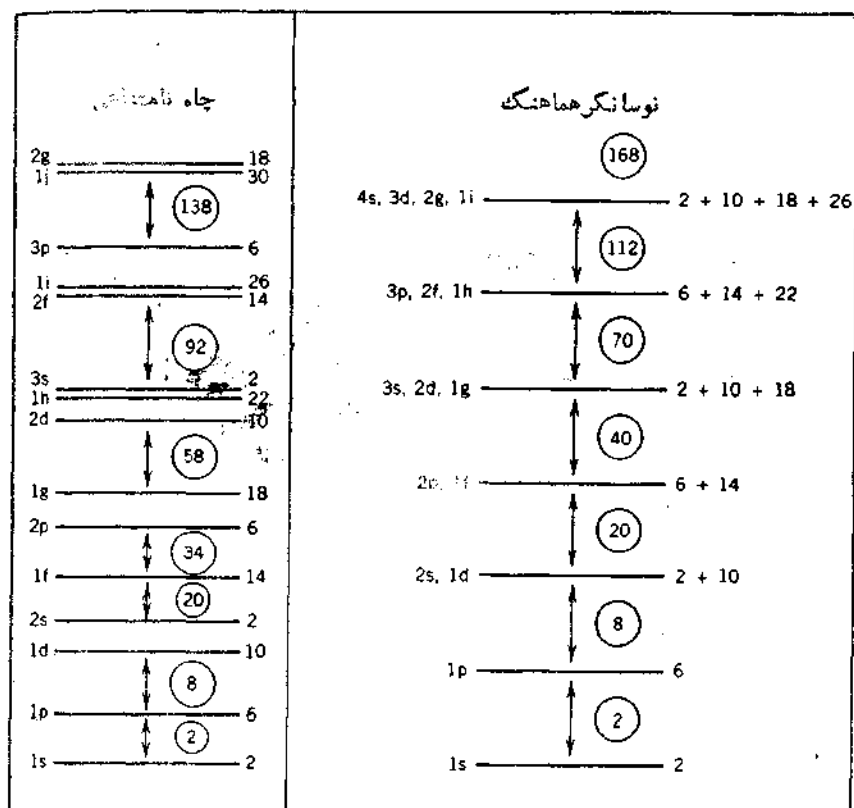
شکل ۳-۵ شواهد اضافی در تأیید ساختار پوسته‌ای هسته‌ها. (الف) انرژی ذرات آلفای گسیل شده از ایزوتوپ‌های مختلف Rn . به افزایش ناگهانی انرژی در دختر هسته $N=126$ (یا مادر هسته $N=128$) توجه کنید. انرژی بستگی دخترهسته هرچه بیشتر باشد، ذره آلفا می‌تواند با انرژی زیادتری گسیل شود. (ب) سطح مقطع گیراندازی نوترون در هسته‌های مختلف. سطح مقطع در نواحی $N=50, 82, 126$ تقریباً به اندازه دو مرتبه بزرگی کاهش می‌یابد. (ج) تغییرات شعاع بار هسته در فواصل $\Delta N=2$. به صعودهای ناگهانی در نقاط $N=126, 82, 50, 28, 20$ توجه کنید و آن را با شکل ۱-۵ مقایسه کنید. برای برجسته کردن اثرات پوسته‌ای، اختلاف شعاع ΔR به اختلاف استاندارد حاصل از رابطه $A^{1/3}$ تقسیم شده است.

تا تراز نوکلئونهای ظرفیت پر شده باشد، هیچ راهی برای کسب انرژی نوکلئون نمی‌ماند مگر آنکه مقدار انرژی به اندازه‌ای باشد که نوکلئون را به تراز ظرفیت برساند. سایر ترازهای نزدیکتر به تراز اولیه نوکلئون همگی پر هستند و نمی‌توانند یک نوکلئون اضافی را بپذیرند. انرژی لازم برای این انتقال که از تراز نزدیک به تراز پایه به نوار ظرفیت انجام می‌شود، بیشتر از مقداری است که معمولاً در برخورد بین دو نوکلئون از یکی از آنها به دیگری منتقل می‌شود. از این رو، چنین برخوردی بین نوکلئونها نمی‌تواند صورت گیرد، و گویی نوکلئونها در حرکت مداری‌شان با هیچ گونه مانعی از طرف نوکلئونهای درون هسته روبه‌رو نمی‌شوند!

پتانسیل مدل پوسته‌ای

نخستین گام در ارائه مدل پوسته‌ای، انتخاب پتانسیل هسته‌ای مناسب است. در آغاز دو نوع پتانسیل چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ را در نظر می‌گیریم که حل معادله سه بعدی شرودینگر مربوط به آنها را در فصل ۲ دیدیم. ترازهای انرژی حاصل را در شکل ۴-۵ نشان داده‌ایم. همچنانکه در فیزیک اتمی دیدیم، واگنی هر تراز را تعداد نوکلئونهایی که می‌توانند در آن قرار بگیرند تعیین می‌کند. به عبارت دیگر، واگنی هر تراز برابر $(2l+1)$ می‌شود که در آن عامل $(2l+1)$ از طریق واگنی m_l و عامل ۲ از طریق واگنی m_s حاصل شده است. برای نامگذاری این ترازها، مثل مورد فیزیک اتمی، از نمادهای طیف نمودی استفاده می‌کنیم. اما این نمادگذاری از یک نظر با فیزیک اتمی تفاوت دارد. در اینجا n عدد کوانتومی اصلی نیست، بلکه صرفاً شماره تراز مربوط به l مشخص را نشان می‌دهد. بنابراین $1d$ به معنی اولین (یا پایتترین) حالت d ، $2d$ به معنی دومین حالت d است و همین‌طور... (در نمادگذاری فیزیک اتمی، هیچ حالتی به صورت $1d$ یا $2d$ نداریم). در شکل ۴-۵، عدد اشغال هر تراز و تعداد جمعی نوکلئونهای متناظر به پوسته‌های اصلی کامل را هم نشان داده‌ایم. (نوترون‌ها و پروتون‌ها، چون ذرات نایکسان هستند، به‌طور جداگانه شمرده می‌شوند. بنابراین در تراز $1s$ ، علاوه بر ۲ نوترون، ۲ پروتون هم می‌تواند قرار گیرد.) ظهور اعداد جادویی ۲، ۸، و ۲۰ در هر دو نوع پتانسیل دل‌گرم کننده است، ولی در ترازهای انرژی بالاتر هیچ گونه ارتباطی با اعداد جادویی تجربی به چشم نمی‌خورد.

به عنوان اولین گام در اصلاح مدل، سعی می‌کنیم پتانسیل واقع بینانه‌تری را انتخاب کنیم. چاه نامتناهی، بنا بر دلایلی، تقریب خوبی برای پتانسیل هسته‌ای نیست؛ برای جدا کردن یک نوترون یا پروتون از هسته، با صرف انرژی کافی باید بتوانیم آن را از چاه خارج کنیم. در این صورت، عمق چاه نمی‌تواند بی‌نهایت باشد! بعلاوه، لبه پتانسیل هسته‌ای نباید تیز باشد بلکه مثل توزیع بار و جرم هسته‌ای، مقدار پتانسیل بعد از شعاع میانگین R باید به آهستگی به سوی صفر میل کند. از طرف دیگر، پتانسیل نوسانگر هماهنگ هم

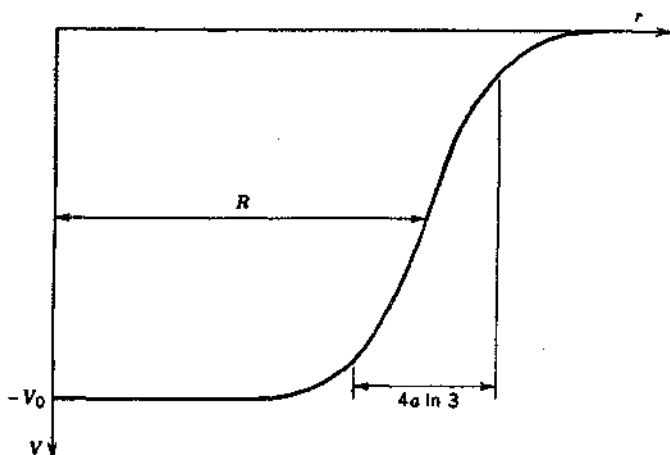


شکل ۴.۵ ساختار پوسته‌ای حاصل از پتانسیلهای چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ. ظرفیت هر تراز را درست‌تر است آن نشان داده‌ایم. فاصله زیاد بین ترازها را ناشی از پر شدن پوسته‌ها می‌دانیم. اعداد درون دایره‌ها نشانگر تعداد کل نوکلئونهای موجود در پوسته‌های پر هستند.

لبه‌اش به قدر کافی تیز نیست و انرژی جدایی آن نیز بی‌نهایت می‌شود. از این رو، شکل واقع بینانه‌تر پتانسیل را به صورت بینایی

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp[(r-R)/a]} \quad (۱.۵)$$

انتخاب می‌کنیم که منحنی نمایش آن در شکل ۵.۵ رسم شده است. پارامترهای R و a به ترتیب شعاع میانگین و ضخامت پوست هستند که مقادیرشان طبق اندازه‌گیریهای مذکور در فصل ۳ انتخاب می‌شود: $R = 1.25A^{1/3} \text{ fm}$ و $a = 0.524 \text{ fm}$. عمق چاه V_0 چنان تنظیم می‌شود که برای انرژیهای جدایی که از مرتبه ۵۰ MeV است، مقادیر مناسبی



شکل ۵.۵ شکل واقع بینانه پتانسیل در مدل پوسته‌ای. ضخامت پوست $4a \ln 3$ برابر فاصله‌ای است که در طی آن پتانسیل از ۹۷٪ به ۱۷٪ کاهش می‌یابد.

به دست آید. ترازهای انرژی حاصل را در شکل ۶.۵ نشان داده‌ایم. نتیجه پتانسیل جدید، در مقایسه با نوسانگر هماهنگ (شکل ۴.۵)، این است که واکنش I را در پوسته‌های اصلی بر طرف می‌کند. هر چه به طرف انرژی‌های بالاتر پیش می‌رویم، فاصله ایجاد شده در این مورد بیشتر و بیشتر می‌شود، به طوری که سرانجام این فاصله با فاصله بین ترازهای نوسانگر هماهنگ قابل مقایسه خواهد شد. وقتی پوسته‌های حاصل را به ترتیب با $(1+27)2$ نوکلئون پر می‌کنیم، باز هم اعداد جادویی ۲، ۸، و ۲۰ را به دست می‌آوریم، ولی اعداد جادویی بالاتر را نمی‌توان با این محاسبات پیدا کرد.

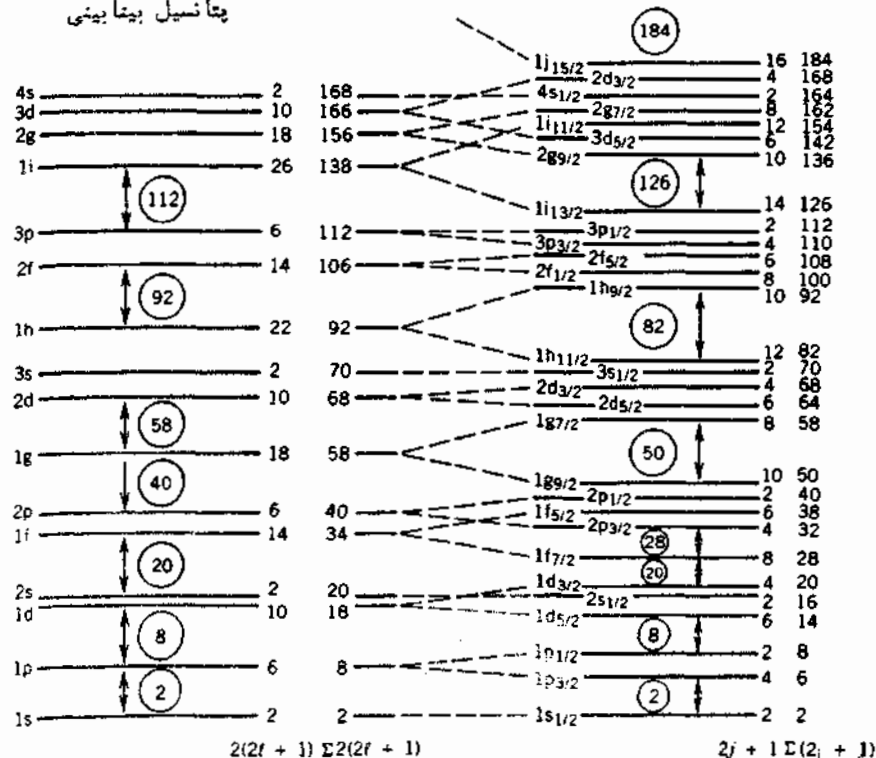
پتانسیل اسپین-مدار

این پتانسیل را چگونه می‌توانیم اصلاح کنیم تا همه اعداد جادویی را از آن به دست آوریم؟ چون نمی‌خواهیم محتوای فیزیکی مدل را از بین ببریم، مسلماً نمی‌توانیم تغییر زیادی در پتانسیل وارد کنیم. دلایل توجیهی معادله (۱.۵) را به عنوان یک حدس خوب پتانسیل هسته‌ای قبلاً ارائه کردیم. بنابراین، برای بهبود محاسبات لازم است که جمله‌های مختلفی به معادله (۱.۵) افزوده شود. در دهه ۱۹۴۵ تلاش‌های نافرجام زیادی برای یافتن این جمله تصحیحی صورت گرفت و سرانجام مایر، هاکسل، سوئس، و جنسن در سال ۱۹۴۹ موفق شدند که با افزودن یک پتانسیل اسپین-مدار فاصله‌های مناسبی بین زیرپوسته‌ها به دست آورند.

در اینجا، باردیگر به فیزیک اتمی روی می‌آوریم و یکی دیگر از مفاهیم آن را به کار می‌گیریم. برهم کنش اسپین-مدار در فیزیک اتمی که مولد ساختار ریز مشاهده شده در

پتانسیل بینا یونی همراه
 با پتانسیل اسپین-مدار

پتانسیل بینا یونی



شکل ۹۰۵ در نمودار چپ، ترازهای انرژی حاصل از پتانسیل شکل ۵۰۵ را نشان داده‌ایم. درست‌راست هر تراز، ظرفیت نوکلئونی تراز و تعداد کل نوکلئونهای منتهی به آن تراز مشخص شده است. نمودار سمت راست، تأثیر برهم‌کنش اسپین-مدار را به صورت شکافگی ترازهای $l > 0$ و تبدیل آنها به دو تراز جدید نشان می‌دهد. اثر پوسته‌ای کاملاً نمایان شده است، و اعداد جادویی دقیقاً بازتولید شده‌اند.

خطوط طیفی است، از برهم‌کنش الکترومغناطیسی بین گشتاور مغناطیسی الکترون و میدان مغناطیسی ناشی از حرکت الکترون به دور هسته حاصل می‌شود. اثر این برهم‌کنش نوعاً خیلی کوچک و شاید از مرتبه یک قسمت از ۱۰۵ قسمت فاصله بین ترازهای اتمی است. هیچ برهم‌کنش الکترومغناطیسی از این نوع نخواهد توانست تغییرات محسوسی را در فواصل تراز هسته‌ای ایجاد و اعداد جادویی تجربی را بازتولید کند. با وجود این، در اینجا مفهوم نیروی اسپین-مدار هسته‌ای را به همان صورت نیروی اسپین-مدار اتمی، ولی نه از نوع الکترومغناطیسی آن، در نظر می‌گیریم. در واقع، با توجه به آزمایشهای

پراکنندگی در فصل ۴، شواهدی قوی در دست داریم که حاکی از وجود نیروی اسپین-مدار در برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون است.

برهم‌کنش اسپین-مدار را به صورت $V_{so}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ در نظر می‌گیریم، و لسی شکل $V_{so}(r)$ خیلی مهم نیست. این عامل $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ است که باعث تجدید سازمان ترازها می‌شود. همچنانکه در فیزیک اتمی دیدیم، حالتها را در حضور برهم‌کنش اسپین-مدار باید با تکانه زاویه‌ای کل $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ نشانه‌گذاری کنیم. عدد کوانتومی اسپین هر نوکلئون برابر $s = 1/2$ است، پس مقادیر ممکن برای عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل عبارت‌اند از $j = l + 1/2$ و $j = l - 1/2$ (البته به استثنای مورد $l = 0$ که در آن فقط مقدار $j = 1/2$ مجاز است). مقدار انتظاری $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ را با استفاده از یک شگرد متداول می‌توان محاسبه کرد. نخست، مقدار $\mathbf{j}^2 = (\mathbf{l} + \mathbf{s})^2$ را به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \mathbf{j}^2 &= \mathbf{l}^2 + 2\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{s}^2 \\ \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} &= \frac{1}{2}(\mathbf{j}^2 - \mathbf{l}^2 - \mathbf{s}^2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

با قرار دادن مقادیر انتظاری در این معادله، حاصل می‌شود

$$\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \hbar^2 \quad (3.5)$$

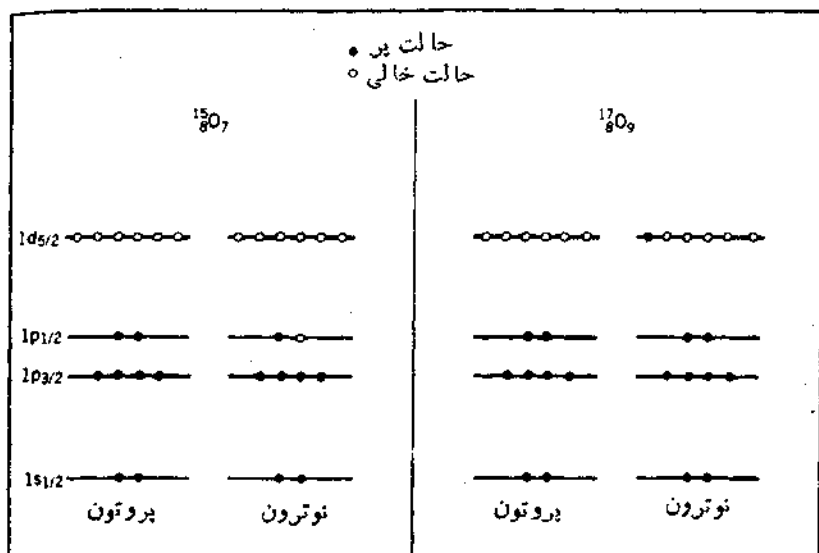
اکنون تراز $1f$ ($l=3$) را که دارای واگنی $2(2l+1) = 14$ است در نظر می‌گیریم. مقادیر ممکن برای j در این تراز عبارت‌اند از $7/2$ و $5/2$ ، بنا براین، ترازهای مورد نظر به صورت $1f_{7/2}$ و $1f_{5/2}$ خواهند بود. واگنی هر تراز برابر $(2j+1)$ است که از مقادیر m_j حاصل می‌شود. (در حضور برهم‌کنش اسپین-مدار، m_l و m_s دیگر اعداد کوانتومی «خوب» به حساب نمی‌آیند و نمی‌توان آنها را برای نمایاندن حالتها یا شمردن واگنيتها به کار برد.) در این صورت، ظرفیت نوکلئونی تراز $1f_{5/2}$ برابر ۶ و ظرفیت $1f_{7/2}$ برابر ۸ می‌شود که از جمع آنها مجدداً تعداد ۱۴ حالت به دست می‌آید (تعداد حالت‌های ممکن باید حفظ شود، فقط نحوه دسته‌بندی آنها را تغییر داده‌ایم). فاصله انرژی بین حالت‌های $1f_{5/2}$ و $1f_{7/2}$ ، که زوج اسپین-مدار یا دوتایه نامیده می‌شوند، متناسب با مقدار $\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle$ است. در واقع می‌توان اختلاف انرژی هر زوج حالتی را که در آن $l > 0$ باشد، به کمک معادله (۳.۵) محاسبه کرد

$$\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle_{j=l+1/2} - \langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle_{j=l-1/2} = \frac{1}{2} (2l+1) \hbar^2 \quad (4.5)$$

شکافتگی (یا فاصله) انرژی بین حالتها با افزایش l افزایش می‌یابد. حال اگر انرژی $V_{so}(r)$ را به صورت منفی در نظر بگیریم، عضوی از زوج که مقدار j در آن بزرگتر است در سطح

پایینتر قرار خواهد گرفت. اثر این شکاف‌نگی را در نمودار شکل ۶.۵ نشان داده‌ایم. در اینجا، تراز $1f_{7/2}$ در فاصله (با گاف) بین پوسته‌های دوم و سوم قرار می‌گیرد. ظرفیت این تراز برابر ۸ نوکلئون است، و بدین‌سان عدد جادویی ۲۸ از آرایش جدید حاصل خواهد شد. (شکاف‌نگی‌های dp به اندازه‌ای نیستند که تغییرات مهمی در دسته‌بندی ترازها به وجود آورند.) اثر مهم بعدی ناشی از جمله تصحیحی اسپین-مدار را در تراز $1g$ می‌بینیم. حالت $1g_{7/2}$ آن قدر به پایین رانده می‌شود که در پوسته اصلی پایینتر قرار می‌گیرد، و وقتی ظرفیت ۱۰ نوکلئونی آن به پوسته ۴۰ نوکلئونی قبلی افزوده می‌شود، عدد جادویی ۵۰ به دست می‌آید. این اثر روی پوسته‌های اصلی دیگر نیز تکرار می‌شود. در هر يك از این موارد، عضو کم انرژی تر زوج اسپین-مدار از پوسته بعدی به پوسته قبلی تنزل می‌کند، و بدین ترتیب باقیمانده اعداد جادویی هم طبق انتظار به دست می‌آید (حتی يك عدد جادویی جدید، ۱۸۴، هم پیش‌بینی می‌شود که هنوز در عمل مشاهده نشده است).

برای بررسی نمونه‌ای از کاربرد مدل پوسته‌ای، نحوه پر شدن ترازهای انرژی را در تشکیل هسته‌های ^{15}O و ^{17}O در نظر می‌گیریم. در هر دو مورد، تعداد ۸ پروتون در يك پوسته اصلی قرار می‌گیرد و نقشی در ساختار هسته‌ای ندارد. پر شدن ترازهای انرژی در نمودار شکل ۷.۵ نشان داده شده است. مدل پوسته‌ای در نهایت به این نتیجه می‌رسد که فقط نوکلئون توزیع نشده در تعیین خواص هسته دخالت دارد. نوترون توزیع نشده در هسته ^{15}O در تراز $p_{3/2}$ قرار دارد. بنابراین، حالت پایه ^{15}O را باید با اسپین $1/2$



شکل ۷.۵ پر شدن پوسته‌ها در ^{15}O و ^{17}O . ترازهای کامل پروتونی در ساختار هسته دخالتی ندارد. خواص حالت پایه را عمدتاً نوترون منفرد تعیین می‌کند.

و پاریته فرد پیش‌بینی کنیم، زیرا پاریته از (۱-) به دست می‌آید. حالت پایه $1D$ را با مشخصات یک نوترون منفرد در تراز $d_{5/2}$ ، یعنی اسپین $5/2$ و پاریته زوج، تعیین می‌کنیم. این دو پیش‌بینی دقیقاً با آنچه در عمل برای اسپین و پاریته مشاهده می‌شود، سازگاری دارند. در واقع، در گستره‌ای که مدل پوسته‌ای برای هسته‌های A فرد اعتبار دارد (به دلایلی که بعداً در همین فصل خواهیم دید، عموماً برای هسته‌هایی که در آنها $150 < A < 220$ و $190 < A$ است)، با چنین سازگاریهایی بین پیش‌بینی مدل و مشاهدات تجربی روبه‌رو می‌شویم. این موفقیت در پیش‌بینی اسپین و پاریته حالت پایه هسته‌ها را باید پیروزی بزرگی برای مدل پوسته‌ای به‌شمار آورد.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی

یکی دیگر از موارد سازگاری قابل قبول (ولی نه چندان دقیق) بین خواص هسته‌ای مشاهده شده و پیش‌بینی مدل پوسته‌ای، مورد گشتاور دوقطبی مغناطیسی است. چنانکه در فصل ۳ دیدیم، گشتاور مغناطیسی را از طریق مقدار انتظاری عملگر گشتاور مغناطیسی در حالتی که تصویر z تکانه زاویه‌ای حداکثر مقدارش را دارد، محاسبه می‌کنیم. بنابراین، با در نظر گرفتن هر دو جمله l و s باید مقدار زیر را در حالی که $j_z = j\hbar$ است، به دست آوریم

$$\mu = \mu_N \frac{g_l l_z + g_s s_z}{\hbar} \quad (5.5)$$

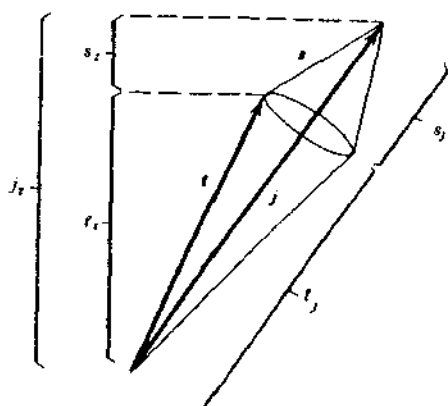
این مقدار را به‌طور مستقیم نمی‌توان تعیین کرد. زیرا، وقتی در سیستمی که در آن j دقیقاً تعریف شده است کار می‌کنیم، مقادیر l_z و s_z دقیقاً مشخص نیستند. این عبارت را با استفاده از $j = l + s$ می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mu = \frac{[g_l j_z + (g_s - g_l)s_z]}{\hbar} \mu_N \quad (6.5)$$

و چنانچه مقدار انتظاری آن را در حالت $j_z = j\hbar$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت

$$\langle \mu \rangle = \left[\frac{g_l j + (g_s - g_l)\langle s_z \rangle}{\hbar} \right] \mu_N \quad (7.5)$$

مقدار انتظاری $\langle s_z \rangle$ را با یادآوری این نکته که j تنها بردار مورد توجه در این مسئله است (بردارهای l و s تنها در ارتباطشان با j در نظر گرفته می‌شوند)، به آسانی می‌توان محاسبه کرد. وقتی که به‌طور مشخص $\langle s_z \rangle$ را محاسبه می‌کنیم، همچنانکه از نمودار برداری شکل ۸-۵ استنباط می‌شود، تنها قسمتی که باقی می‌ماند همان مؤلفه s در امتداد j است. مقدار لحظه‌ای s_z تغییر می‌کند، اما مؤلفه آن در امتداد j ثابت می‌ماند. بنابراین، برای بردار s_z که مؤلفه s در امتداد j است، باید بتوانیم عبارتی به دست آوریم. بردار یکه



شکل ۸.۵ همان‌طور که بردار تکانه زاویه‌ای کل $\mathbf{j}$ با ثابت ماندن j_z با حرکت تقدیمی به دور محور z در گردش است، بردارهای $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ هم حول z در گردش‌اند. مؤلفه‌های $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ در امتداد $\mathbf{j}$ ثابت می‌مانند، ولی l_z و s_z تغییر می‌کنند.

امتداد $\mathbf{j}$ برابر $|\mathbf{j}|/|\mathbf{j}|$ ، و مؤلفه $\mathbf{s}$ در امتداد $\mathbf{j}$ برابر $|\mathbf{s} \cdot \mathbf{j}|/|\mathbf{j}|$ است. بنابراین، بردار $\mathbf{s}_j$ برابر $|\mathbf{j}|^2/|\mathbf{s} \cdot \mathbf{j}|$ می‌شود که با قرار دادن مقادیر انتظاری خواهیم داشت

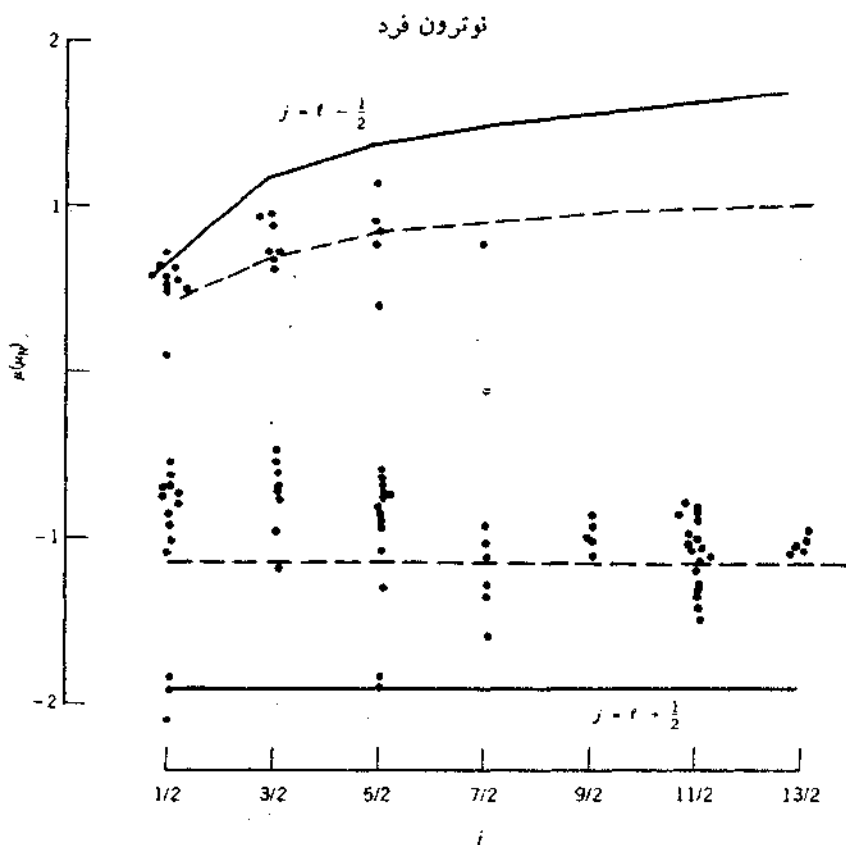
$$\langle s_j \rangle = \frac{j}{2j(j+1)} [j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)] \hbar \quad (۸.۵)$$

که در آن $\mathbf{s} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{s} \cdot (\mathbf{l} + \mathbf{s})$ به کمک معادله (۳.۵) محاسبه می‌شود. پس برای $j = l + 1/2$ داریم $\langle s_j \rangle = \hbar/2$ ، و برای $j = l - 1/2$ داریم $\langle s_j \rangle = -\hbar/2$. گشتاورهای مغناطیسی متناظر به این مقادیر عبارت‌اند از

$$\begin{aligned} j = l + \frac{1}{2} \quad \langle \mu \rangle &= \left[g_l \left(j - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} g_s \right] \mu_N \\ j = l - \frac{1}{2} \quad \langle \mu \rangle &= \left[g_l \frac{j(j+3/2)}{(j+1)} - \frac{1}{2} \frac{1}{j+1} g_s \right] \mu_N \end{aligned} \quad (۹.۵)$$

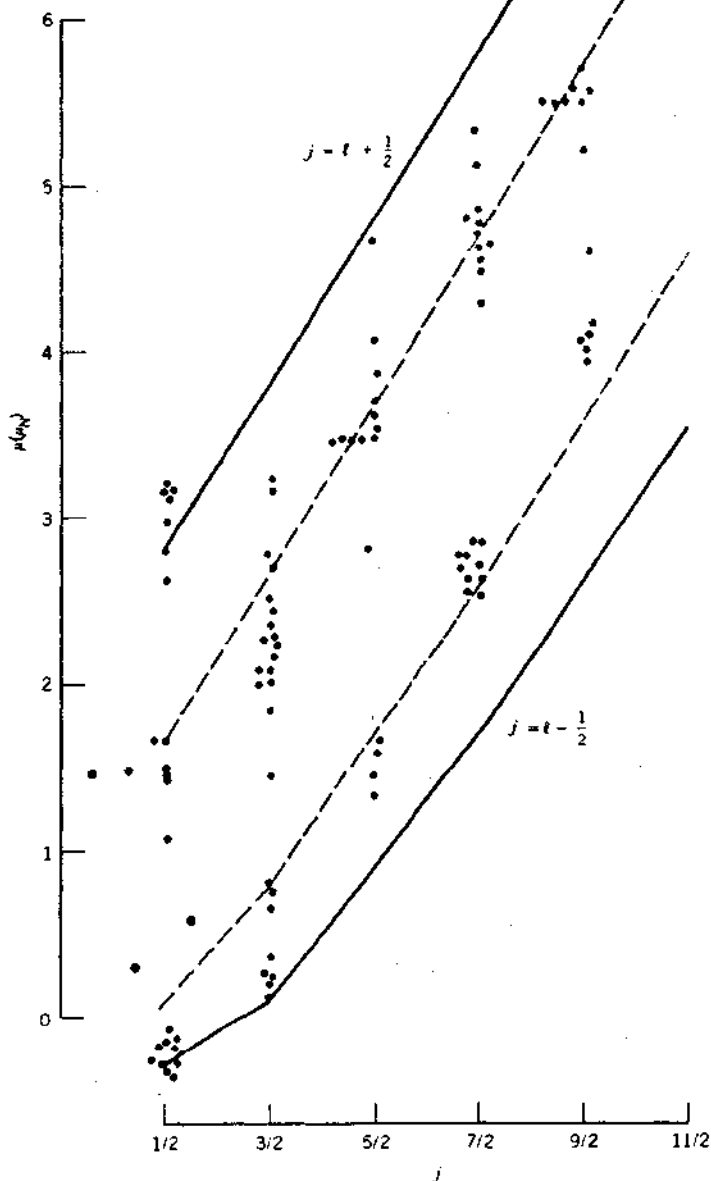
نتایج اندازه‌گیری شده گشتاورهای مغناطیسی را با مقادیر حاصل از محاسبات مبتنی بر مدل پوسته‌ای برای هسته‌های A فرد در شکل ۹.۵ مقایسه کرده‌ایم. مقادیر محاسبه شده به صورت خطوط پر که خطوط اشمیت نامیده می‌شوند نموده شده‌اند. این محاسبه را نخستین بار اشمیت در سال ۱۹۳۷ انجام داد. مقادیر تجربی که در محدوده خطوط اشمیت قرار دارند، بزرگی‌شان عموماً کوچکتر و پراکندگی‌شان خیلی زیاد است. یکی از نقضهای این نظریه، قبول این فرض است که عامل j نوکلئون موجود در هسته را با j نوکلئون آزاد برابر می‌گیرد. در فصل ۳ اختلاف قابل توجه بین عامل اسپینی g مربوط به نوکلئونها و مقدار انتظاری $\langle j \rangle$ را برای ذره «بنیادی» با اسپین $1/2$ شرح دادیم. اگر این اختلاف قابل توجه را ناشی از «ابر مزونی» اطراف نوکلئون بدانیم، جای هیچ تعجبی نیست که ابر مزونی

درون هسته که در آن مزونها و نوکلئونهای دیگر هم حضور دارند، با ابرمژونی نوکلئون آزاد تفاوت داشته باشد. معمولاً این اثر را با کاهش (تقریباً اختیاری) عامل g در محاسبه وارد می‌کنند که برای نمونه خطوط متناظر به $(\text{آزاد}) g = g_0 = 9.5$ را در شکل ۹.۵ نشان داده‌ایم. در این صورت، سازگاری کلی بین مقادیر تجربی و نظری بهتر می‌شود، ولی پراکندگی نقاط حاکی از آن است که محاسبه گشتاور مغناطیسی در این مدل بیش از حد ساده در نظر گرفته شده است. با وجود این، موفقیت محاسبه در نشان دادن روند کلی مقادیر تجربی گشتاورهای مغناطیسی، دال بر آن است که مدل پوسته‌ای می‌تواند دستکم در کمی تقریبی از ساختار این گونه هسته‌ها به دست بدهد.



شکل ۹.۵ مقادیر تجربی گشتاور مغناطیسی هسته‌های نوترون فرد و پروتون فرد مدل پوسته‌ای. خطوط اشمیت را برای $(\text{آزاد}) g = g_0$ به صورت خطوط پر، و برای $(\text{آزاد}) g = g_0 = 9.5$ به صورت خط چین نشان داده‌ایم.

پروتون فرد



شکل ۹۰۵ (ادامه).

گشتاور چارقطبی الکتریکی

گشتاور چارقطبی الکتریکی در مدل پوسته‌ای به کمک عملگر چارقطبی الکتریکی $Q_{sp} = 2^2 - 3^2$ در حالتی که تصویر تکانه زاویه‌ای کل ذره فرد در امتداد محور z بیشینه (یعنی $m_j = +j$) است، محاسبه می‌شود. در اینجا فرض می‌کنیم که ذره فرد يك پروتون است. اگر تکانه زاویه‌ای این ذره (تاحدی که در مکانیک کوانتومی مجاز است) در امتداد محور z قرار گیرد، مقدار درون آن باید عمدتاً در صفحه xy قرار داشته باشد. همچنانکه در بحث پس از معادله (۳۶.۳) گفتیم، در این صورت گشتاور چارقطبی منفی و از مرتبه $(j^2) - Q_{sp}$ خواهد بود. بعضی از مقادیر تجربی گشتاور چارقطبی هسته‌هایی که يك پروتون بعد از يك زیرپوسته کامل دارند، در جدول ۱۰.۵ نشان داده شده است. مقدار (j^2) در گستره یسن b ۵۳ تا b ۵۳، به ترتیب برای هسته‌های $A=7$ تا $A=209$ ، تغییر می‌کند. از این رو، سازگاری بین مقادیر تجربی و انتظاری را باید خوب بدانیم.

محاسبه دقیق‌تر کوانتوم مکانیکی، گشتاور چارقطبی تک‌ذره‌ای يك پروتون فرد را در حالت j مدل پوسته‌ای چنین به دست می‌دهد

$$\langle Q_{sp} \rangle = -\frac{2j-1}{2(j+1)} \langle j^2 \rangle \quad (10.5)$$

برای يك کره باردار یکنواخت داریم $\langle j^2 \rangle = (3/5)R^2 = (3/5)R_0^2 A^{2/3}$. با استفاده از این نتایج می‌توان گشتاور چارقطبی هسته‌های موجود در جدول ۱۰.۵ را محاسبه کرد. علامت مقادیر محاسبه شده به درستی به دست می‌آید، ولی اندازه آنها به میزان ۳ تا ۲ برابر کوچکتر است.

در مورد هسته‌هایی که يك نوترون فرد دارند، در دسر بزرگتری داریم. نوترون بدون بار در خارج از يك زیرپوسته کامل نباید مولد گشتاور چارقطبی باشد. با توجه به جدول ۱۰.۵ معلوم می‌شود که مقادیر مربوط به نوترون فرد عموماً از مقادیر مربوط به پروتون فرد کوچکترند، ولی مسلم است که این مقادیر برابر صفر نیستند.

هنگامی که يك زیرپوسته بیش از يك ذره منفرد داشته باشد، تمام ذرات موجود در زیرپوسته می‌توانند در تولید گشتاور چارقطبی شرکت کنند. چون ظرفیت هر زیرپوسته برابر $(2j+1)$ است، تعداد نوکلئونهای موجود در زیرپوسته پر نشده از 1 تا $2j$ نوکلئون تغییر می‌کند. گشتاور چارقطبی در این حالت عبارت است از

$$\langle Q \rangle = \langle Q_{sp} \rangle \left[1 - 2 \frac{n-1}{2j-1} \right] \quad (11.5)$$

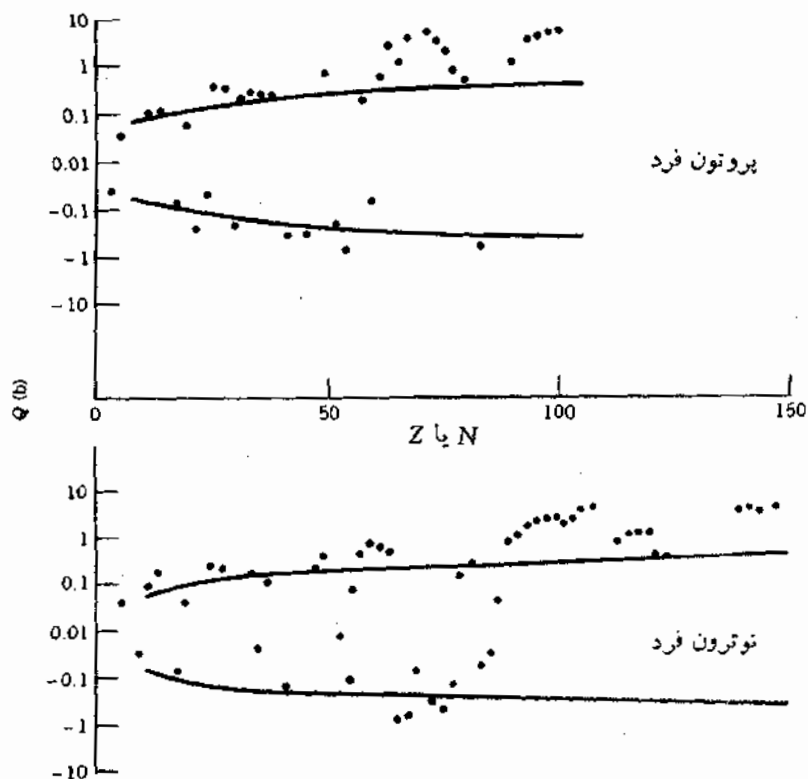
که در آن n تعداد نوکلئونهای موجود در زیرپوسته $(1 \leq n \leq 2j)$ و Q_{sp} گشتاور چارقطبی ذره منفرد است که از معادله (۱۰.۵) به دست می‌آید. هنگامی که $n=1$ باشد داریم $Q = Q_{sp}$ ، ولی وقتی که $n=2j$ باشد (یعنی زیرپوسته‌ای که از حالت کاملاً پرفقط يك نوکلئون کمتر دارد) داریم $Q = -Q_{sp}$. در جدول ۱۰.۵ گشتاورهای چارقطبی مربوط

حالت مدل پوسته‌ای	مقدار محاسبه شده Q (پروتون منفرد)	مقدار اندازه‌گیری شده Q		
		ذره منفرد		حفره منفرد
		p	n	
$1p_{7/2}$	-۰۰۰۰۱۳	-۰۰۰۰۳۶۶(^7Li)	-۰۰۰۰۴۰۷(^{11}B)	+۰۰۰۵۳(^9Be)
$1d_{5/2}$	-۰۰۰۰۳۶	-۰۰۰۱۲(^{19}F)	-۰۰۰۰۲۶(^{17}O)	+۰۰۰۲۰۱(^{25}Mg)
$1d_{7/2}$	-۰۰۰۰۳۷	-۰۰۰۰۲۲۹(^{35}Cl)	-۰۰۰۰۶۴(^{33}S)	+۰۰۰۲۵(^{36}S)
$1f_{7/2}$	-۰۰۰۰۷۱	-۰۰۰۲۶(^{43}Sc)	-۰۰۰۰۸۰(^{41}Ca)	+۰۰۰۲۲(^{44}Ti)
$2p_{7/2}$	-۰۰۰۰۵۵	-۰۰۰۲۰۹(^{63}Cu)	-۰۰۰۰۲۸۵(^{57}Cr)	+۰۰۰۲۰(^{57}Fe)
$1f_{5/2}$	-۰۰۰۰۸۶		-۰۰۰۲۰(^{61}Ni)	+۰۰۰۱۵(^{67}Zn)
$1g_{9/2}$	-۰۰۰۱۳	-۰۰۰۳۲(^{87}Nb)	-۰۰۰۱۷(^{73}Ge)	+۰۰۰۲۵(^{85}Kr)
$1g_{7/2}$	-۰۰۰۱۲	-۰۰۰۲۹(^{113}Sb)		
$2d_{5/2}$	-۰۰۰۱۲	-۰۰۰۳۶(^{121}Sb)	-۰۰۰۲۳۶(^{91}Zr)	+۰۰۰۲۴(^{111}Cd)

عدم قطعیت مقادیر این جدول نوعاً در حدود چند قسمت از آخرین رقم با معنایی است که در اینجا ذکر شده است.

به این حالت‌های موسوم به «حفره» را هم نشان داده‌ایم، و چنانکه می‌بینیم رابطه (حفره) $-Q = Q(\text{ذره})$ با تقریب خوبی برقرار است. بویژه باید به این نکته در جدول توجه داشت که گشتاور چارقطبی حالت‌های حفره مثبت است، یعنی علامت آن نسبت به گشتاور چارقطبی حالت‌های ذره‌ای تغییر کرده است.

پیش از آنکه هیجان ناشی از موفقیت این مدل ساده بر ما غلبه کند، رفتار و نظم عمومی گشتاورهای دوقطبی را به‌طور دسته‌جمعی در نظر می‌گیریم. مقادیر اندازه‌گیری شده گشتاور چارقطبی حالت پایه، برای هسته‌هایی که عدد جرمی فرد دارند، به‌طور خلاصه در شکل ۱۰.۵ نشان داده شده است. شواهدی از تغییر علامت Q که در معادله (۱۱.۵)



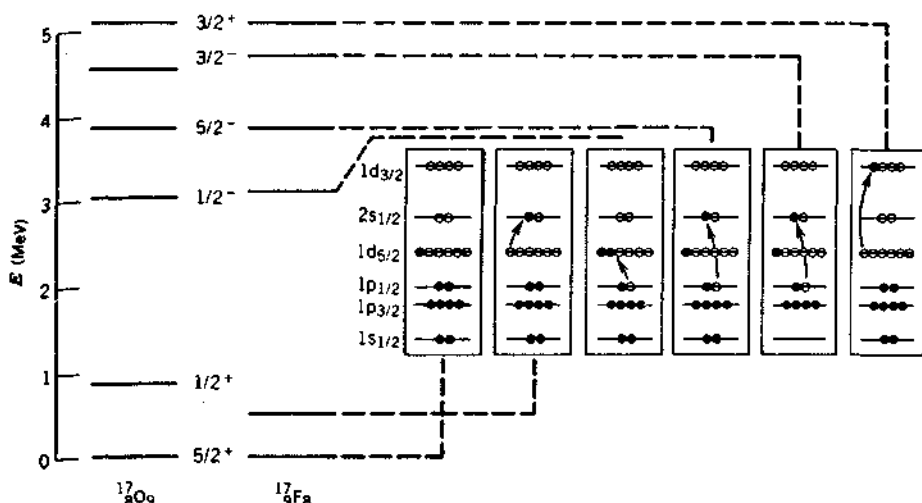
شکل ۱۰.۵ مقادیر تجربی گشتاور چارقطبی الکتریکی برای هسته‌هایی که پروتون فرد و نوترون فرد دارند. خطوط پر حدود انتظاری $Q \sim (A^2)$ را برای هسته‌های مدل پوسته‌ای نشان می‌دهند. بجز در نواحی $90 < Z < 100$ ، $60 < Z < 90$ ، و $120 < N < 140$ که مقادیر تجربی یک مرتبه از مقادیر پیش‌بینی شده در مدل پوسته‌ای بزرگترند، اطلاعات تجربی در محدوده مدل قرار دارند.

پیش‌بینی شده‌است، در این شکل دیده می‌شود. اما در این مورد با نظمی سراسری روبه‌رو نیستیم، زیرا تعداد مقادیر گشتاور چارقطبی مثبت خیلی بیشتر از گشتاورهای منفی است. نکته ناخوشایندتر اینکه، این مدل از پیش‌بینی گشتاورهای چارقطبی بسیار بزرگ چندین بارنی که در مورد بعضی از هسته‌های سنگین دیده شده‌است، ناتوان است. با توضیح این نارساییها، به جنبه‌های دیگری از ساختار هسته‌ای رهبری می‌شویم که در چارچوب مدل پوسته‌ای توجیه پذیر نیستند. این ویژگیهای جدید را در دوبخش آخر این فصل مورد بحث قرار می‌دهیم.

نوکلئونهای ظرفیت

مدل پوسته‌ای، با وجود سادگی‌اش، در توضیح اسپین و پارینته حالت پایه تقریباً تمام هسته‌های A فرد موفق است و برای گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و چارقطبی الکتریکی آنها نیز توضیحی نسبتاً موفق (و رضایت‌بخش) به دست می‌دهد. کاربرد خاصی از مدل پوسته‌ای را که در اینجا در نظر گرفتیم، مدل ذره خیلی مستقل می‌گویند. فرضیه‌اساسی مدل ذره خیلی مستقل این است که به استثنای یکی از نوکلئونها، بقیه نوکلئونهای موجود در هسته تزویج شده‌اند و خواص هسته از حرکت همین نوکلئون تزویج نشده منفرد ناشی می‌شود. روشن است که چنین برخوردی مسئله را بیش از حد ساده می‌کند، و بهتر است که در تقریب بعدی تمام ذرات موجود در زیر پوسته پرنشده را در نظر بگیریم. برای نمونه، در مورد هسته‌ای مانند ${}^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$ که بعد از پوسته کامل $N=20$ دارای سه نوترون است، نوع خیلی مستقل مدل پوسته‌ای فقط بیست و سومین نوترون را در نظر می‌گیرد، در حالی که در محاسبه کاملتر مدل پوسته‌ای باید هر سه نوترون ظرفیت را در نظر گرفت. برای هسته ${}^{46}_{23}\text{Ti}_{23}$ باید هر پنج ذره (۲ پروتون، ۳ نوترون) بالاتراز پوسته‌های $N=20$ و $Z=20$ را در نظر بگیریم.

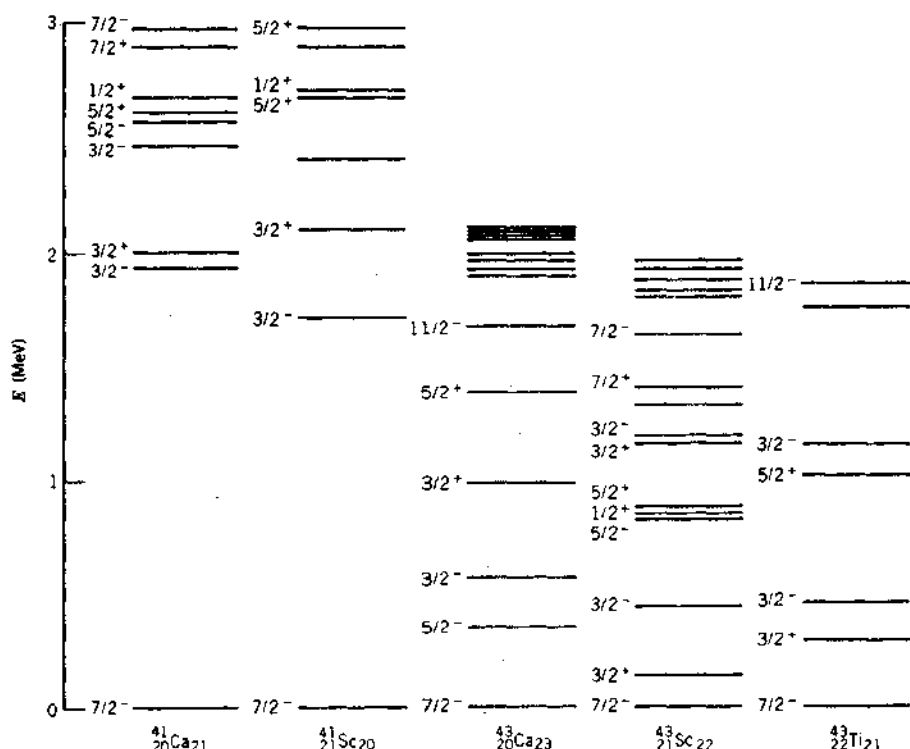
اگر مدل ذره خیلی مستقل معتبر بود، باید می‌توانستیم با بررسی حالت برانگیخته هسته‌ها نمودار ترازهای انرژی شکل ۶.۵ را بازتولید کنیم. در اینجا نمونه‌هایی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. برخی از حالت‌های برانگیخته هسته‌های ${}^{18}_{8}\text{O}_8$ و ${}^{19}_{9}\text{F}_9$ را که هر کدام از آنها پس از بخش مرکزی دوجادویی ($N=8$ و $Z=8$) فقط شامل یک نوکلئون هستند، در شکل ۱۱.۵ نشان داده‌ایم. حالت پایه، همچنانکه از حالت $d_{5/2}$ نهمین نوکلئون مدل پوسته‌ای انتظار می‌رود، به صورت $(5/2)^+$ است. با توجه به شکل ۶.۵ انتظار خواهیم داشت که متناظر با ترازهای $1s_{1/2}$ و $1d_{5/2}$ در مدل پوسته‌ای، با حالت‌های برانگیخته‌ای با اسپین-پارینته $(1/2)^+$ و $(3/2)^+$ روبه‌رو شویم. طبق این فرضیه، وقتی که به هسته انرژی می‌دهیم، بخش مرکزی هسته هیچ تغییری نمی‌کند ولی نوکلئون فرد باجذب انرژی به یکی از ترازهای بالاتر مدل پوسته‌ای خواهد رفت. حالت $(1/2)^+$ که مورد انتظار مدل پوسته‌ای است، به عنوان اولین حالت برانگیخته ظاهر می‌شود، و حالت $(3/2)^+$ هم در فاصله زیادی بالاتر از آن قرار می‌گیرد. اما حالت‌های $(1/2)^-$



شکل ۱۱.۵ ترازهای ^{17}O و ^{17}F از دیدگاه مدل پوسته‌ای. تمام ترازهای پایینتر از حدود ۵ MeV نشان داده شده‌اند. شباهت بین ترازهای این دو هسته حاکی از ساختار یکسانی است که نوکلئونهای ظرفیت به وجود می‌آورند. حالت‌های پاریده-زوج را به آسانی می‌توان با برانگیختگی تنها نوکلئون فرد از حالت پایه $d_{5/2}$ به حالت $2s_{1/2}$ یا $1d_{3/2}$ توضیح داد. حالت‌های پاریده-فرد ساختار پیچیده‌تری دارند. یکی از پیکر بندی‌های ممکن نشان داده شده است، ولی پیکر بندی‌های دیگر نیز حائز اهمیت‌اند.

$-(3/2)$ و $-(5/2)$ را چگونه می‌توان به حساب آورد؟ (حالت‌های پاریده-منفی $2p_{1/2}$ ، $2p_{3/2}$ و $1f_{5/2}$ در مدل پوسته‌ای خیلی بالاتر از حالت $1d_{3/2}$ قرار می‌گیرند که در این صورت، حالت اخیر باید پایینتر ظاهر شود.) در شکل ۱۱.۵ یکی از توضیحات ممکن برای حالت $-(1/2)$ نشان داده شده است: به جای آنکه نوکلئون فرد به حالت برانگیخته بالاتر برود، زوج نوکلئون موجود در تراز $1p_{1/2}$ می‌شکند و یکی از نوکلئونهای آن در اثر برانگیزش به تراز $d_{5/2}$ می‌رود و با نوکلئون موجود در آنجا زوج جدیدی تشکیل می‌دهد. در این صورت، نوکلئون فرد در حالت $1p_{1/2}$ خواهد بود که به حالت برانگیخته $-(1/2)$ منجر می‌شود. (چون انرژی نزدیک به افزایش l افزایش می‌یابد، در واقع از نقطه نظر انرژی بهتر است که زوج $l=1$ شکسته و زوج $l=2$ تشکیل شود.) تأیید این فرضیه مستلزم آن است که به کمک آزمایش مشخص شود که خواص حالت $-(1/2)$ با خواص مورد انتظار حالت $p_{1/2}$ در مدل پوسته‌ای سازگاری دارد. برای حالت $-(3/2)$ نیز می‌توان از فرضیه‌ای مشابه استفاده کرد (با شکستن زوج $p_{3/2}$)، ولی حالت $-(5/2)$ و بسیاری از حالت‌های برانگیخته دیگر بدون توضیح می‌ماند.

در شکل ۱۲.۵ وضعیت مشابهی را برای هسته‌های پوسته $1f_{7/2}$ نشان داده‌ایم.



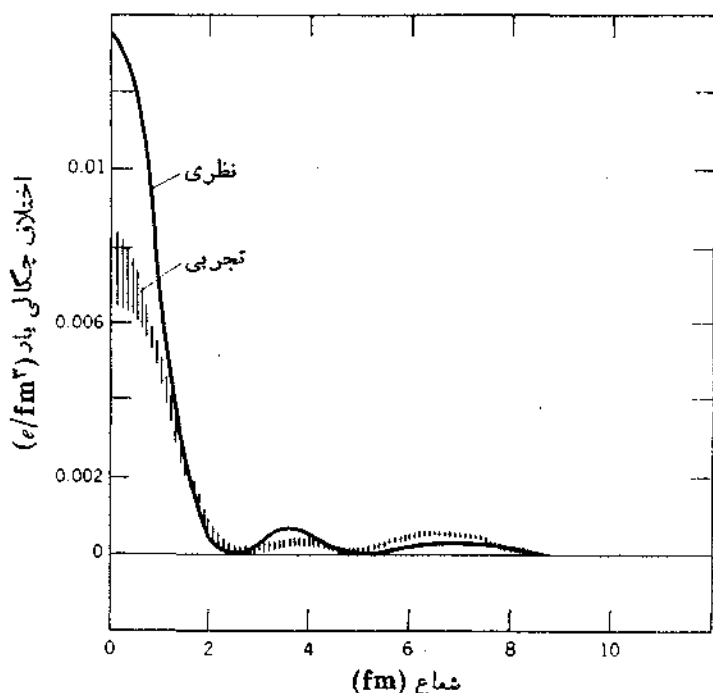
شکل ۱۲.۵ ترازهای انرژی چند هسته که تعداد ذرات موجود در پوسته $1f_{7/2}$ در آنها فرد است.

حالت پایه $(\nu/2)^-$ مربوط به $(1f_{7/2})^-$ و حالت برانگیخته $(3/2)^-$ مربوط به $(2p_{3/2})^+$ طبق انتظار در هسته‌های ^{41}Ca و ^{41}Sc که هر يك در خارج از بخش مرکزی دوجادویی $(Z=20, N=20)$ فقط يك نوکلئون منفرد دارند، ظاهر می‌شود. چنانکه دیده می‌شود، ساختار ^{43}Ca کاملاً با ^{41}Ca تفاوت دارد. در مورد ^{43}Ca تعداد حالت‌های کم-انرژی خیلی زیاد است. این حالت‌ها در نتیجه جفت‌شدگی سه ذره در پوسته $1f_{7/2}$ حاصل می‌شوند و اختلاف بین مدل پوسته‌ای کامل و مدل پوسته‌ای ذره خیلی مستقل را نشان می‌دهند. اگر فقط ذره فرد در ساختار هسته اهمیت داشته باشد، ترازهای ^{43}Ca باید با ترازهای ^{41}Ca مشابه باشد. تأثیر قابل توجه نوترون‌های بیست و یکم و بیست و دوم در ^{43}Sc ، که در مدل حدی ذره خیلی مستقل از آنها صرف‌نظر می‌شود، بخوبی در نمودار تراز انرژی مشخص شده است. نمودار تراز انرژی ^{43}Ti هم تأثیر مشابه پروتون‌های بیست و یکم و بیست و دوم را بر ترازهای مدل پوسته‌ای نوترون بیست و یکم نشان می‌دهد.

مدل پوسته‌ای نه تنها برای تعیین خواص اسپین-پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چارقطبی الکتریکی، و حالت برانگیخته هسته‌ها، بلکه برای محاسبه احتمال گذار

هسته‌ای از يك حالت به حالت دیگر در اثر واپاشی رادیواکتیو یا واکنش هسته‌ای نیز به کار برده می‌شود. پیش‌بینی مدل پسته‌ای را در مورد این فرایندها در فصلهای بعدی خواهیم دید.

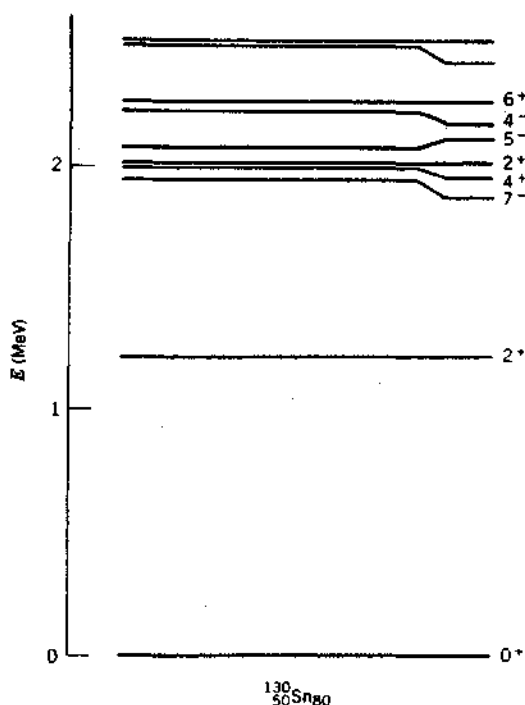
بحث مدل پسته‌ای را در اینجا با اشاره به پرسشی که در آغاز مطرح کردیم به پایان می‌رسانیم. چگونه می‌توانیم مطمئن باشیم که فرض اولیه ما، مبنی بر وجود نوکلئون با خواص مسداری مشخص در اعماق هسته، معتبر می‌ماند؟ حقیقت این است که بسیاری از آزمونهایی که در مورد مدل پسته‌ای انجام می‌شوند، به خواصی مانند اسپین و گشتاورهای الکترومغناطیسی نوکلئونهای ظرفیت که محل استقرارشان در نزدیکی سطح هسته است، مربوط می‌شوند. به همین ترتیب، بسیاری از ابزارهای تجربی کاوش درون هسته نیز بیشتر از خواص سطحی هسته‌ها خبر می‌دهند. ذرات مورد استفاده در تحقیق نیروی هسته‌ای هم از جمله این ابزارها هستند. برای آنکه بتوانیم به پرسش مطرح شده پاسخ دهیم، به وسیله کاونده‌ای نیاز داریم که به اعماق هسته رسوخ کند. با استفاده از این وسیله باید بتوانیم به جای خواص سطحی، خواص درونی هسته‌ها را مورد اندازه‌گیری قرار دهیم. همچنانکه در مطالعه توزیع بار هسته در فصل ۳ عمل کردیم، الکترونهای پرانرژی را به عنوان وسیله کاونده اختیار می‌کنیم. خاصیتی که می‌خواهیم اندازه‌گیری کنیم، چگالی بار يك نوکلئون منفرد در مدار است که کمیتی معادل مربع تابع موج آن ψ^2 است. با مراجعه به شکل ۱۲.۲، به خاطر می‌آوریم که فقط تابع موج حالت S می‌تواند عمیقاً به درون هسته نفوذ کند و تابع موج حالت‌های دیگر در مرکز هسته به صفر میل می‌کند ($\psi \rightarrow 0$, $r \rightarrow 0$). پس برای این منظور، هسته‌ای مانند $^{205}_{81}\text{TI}_{124}$ را انتخاب می‌کنیم که از تمامی زیرپسته‌های پایینتر از گاف $Z = 82$ يك پروتون منفرد مربوط به مدار $3s_{1/2}$ را کم دارد. اما چگونه می‌توانیم سهم پروتون $3s_{1/2}$ را به تنهایی در توزیع بار اندازه‌گیری کنیم و پروتونهای دیگر را در نظر نگیریم؟ با اندازه‌گیری اختلاف توزیع بار بین هسته‌های $^{205}_{81}\text{TI}_{124}$ و $^{206}_{82}\text{Pb}_{124}$ که پسته پروتونی کاملی دارد، می‌توان به این هدف دست یافت. هر گونه اختلاف بین توزیع بسارهای این دو هسته را باید به پروتون $3s_{1/2}$ موجود در ^{206}Pb نسبت داد. اختلاف توزیع بار تجربی که اخیراً در يك آزمایش اندازه‌گیری شده است، در شکل ۱۳.۵ نموده شده است. نتیجه تجربی بخوبی با مربع يك تابع موج $3s$ قابل مقایسه است (در اینجا از همان تابع موج نوسانگر هماهنگ شکل ۱۲.۲ استفاده شده است، با این استثنا که ترسیم فعلی تغییرات ψ^2 را نشان می‌دهد نه $r^2 R^2$ را). پس اعتبار این فرضیه که ویژگیهای مداری نوکلئونها حتی در اعماق درون هسته‌ها هم حفظ می‌شود، به تأیید می‌رسد. با استفاده از این گونه آزمایشها مطمئن می‌شویم که توصیف ذره مستقل که در نظریه پسته‌ای نقشی اساسی بر عهده دارد، صرفاً به خاطر سهولت در تحلیل اندازه‌گیریهای نزدیک به سطح هسته اختیار نشده است، بلکه می‌توان آن را معرف رفتار نوکلئون در سراسر حجم هسته تلقی کرد.



شکل ۱۳.۵ اختلاف چگالی بار بین ^{205}Tl و ^{206}Pb که با استفاده از پراکندگی الکترون حاصل شده است. منحنی «نظری»، صرفاً مربع تابع موج χ را در یک نوسانگر هماهنگ نشان می‌دهد. تغییرات چگالی بار به کمک نظریه پهنوی باز تولید می‌شود.

۲.۵ هسته‌های Z زوج و N زوج و ساختار جمعی

اکنون سعی می‌کنیم که ساختار هسته‌های با تعداد زوج پروتون و نوترون را (که هسته‌های زوج-زوج نامیده می‌شوند) درک کنیم. برای نمونه، هسته ^{130}Sn را که تراز انرژی آن در شکل ۱۴.۵ نموده شده است، در نظر می‌گیریم. بنابر پیش‌بینی مدل پوسته‌ای، حالت پایه تمام هسته‌های زوج-زوج به صورت 0^+ (اسپین صفر، پارینته زوج) خواهد بود، زیرا همه نوکلئون‌ها در این گونه هسته‌ها تزویج شده‌اند. موافق مدل پوسته‌ای، تعداد ۵۰ پروتون هسته ^{130}Sn پوسته $g_{7/2}$ را پر می‌کند و تعداد ۸۰ نوترون آن برای پر کردن پوسته $h_{11/2}$ که متناظر با عدد جادویی ۸۲ است، ۲ نوترون کم دارد. برای تشکیل حالت برانگیخته، می‌توان یکی از زوج‌ها را شکست و یک نوکلئون آن را به تراز بالاتری برد که در این صورت جفت‌شدگی بین این دو نوکلئون فرد، اسپین و پارینته ترازا را مشخص خواهد کرد. بالا بردن یکی از پروتون‌های $g_{7/2}$ یا یکی از نوترون‌های $h_{11/2}$ مستلزم انرژی زیاد است، زیرا در این موارد باید از فاصله زیاد بین پوسته‌های اصلی عبور کرد (شکل ۶.۵).



شکل ۱۴.۵ چند تراز انرژی سطح پایین در هسته ^{130}Sn .

بنابراین انتظار می‌رود که مؤلفه‌های اصلی تابع‌موجهای مربوط به حالت‌های برانگیخته پایین، از برانگیزش نوترون در داخل آخرین پوسته اصلی اشغال شده حاصل شود. برای نمونه، اگر فرض کنیم پیکربندی حالت پایه ^{130}Sn به صورت زیرپوسته‌های کامل $8_{1/2}$ و $d_{7/2}$ و اشغال ۱۰ نوترون در زیرپوسته $h_{11/2}$ (که با ۱۲ نوترون پر می‌شود) باشد، حالت برانگیخته را می‌توان بسا شکستن زوج $8_{1/2}$ و رساندن یکی از نوترون‌های آن به زیرپوسته $h_{11/2}$ به وجود آورد. در این صورت، یک نوترون در زیرپوسته $8_{1/2}$ و ۱۱ نوترون در زیرپوسته $h_{11/2}$ موجود خواهند بود. خواص چنین سیستمی عمدتاً از جفت‌شدگی نوترون موجود در $8_{1/2}$ و نوترون تزویج‌نشده $h_{11/2}$ حاصل خواهد شد. جفت‌شدگی تکانه‌های زاویه‌ای j_1 و j_2 در مکانیک کوانتومی، مقادیری باحد اکثر $(j_1 + j_2)$ تا حداقل $|j_1 - j_2|$ به فاصله‌های واحد به دست خواهد داد. مقادیر ممکن در این مورد عبارت‌اند از $6 = (1/2) + (11/2)$ و $5 = (1/2) - (11/2)$. احتمال دیگر این است که یکی از زوج‌های $d_{7/2}$ شکسته شود و باز هم یک نوترون فرد در زیرپوسته $h_{11/2}$ قرار گیرد. در این صورت، بزرگی تکانه زاویه‌ای در گستره مقادیر $7 = (3/2) + (11/2)$ تا $4 = (11/2) - (3/2)$ قرار خواهند گرفت. چون نوترون‌های $8_{1/2}$ و $d_{7/2}$ باریته زوج و نوترون $h_{11/2}$ باریته فرد دارند، تمام این جفت‌شدگی‌ها به حالت‌های با باریته فرد

منجر خواهند شد. هنگامی که نمودار تراز ^{130}Sn را بررسی می‌کنیم، عملاً با چند حالت پاریته فرد واسپینهایی که در گستره ۴ تا ۷ قرار دارند، و انرژیهای حدود ۲ MeV، روبه‌رو می‌شویم. این انرژی از مشخصه لازم برای شکستن يك زوج و برانگیزش یکی از ذرات درون پوسته برخوردار است، و بدین گونه می‌توان گفت دلیلی قوی که حاکی از درك این حالتهاست در اختیار داریم. احتمال دیگر در تشکیل حالتها برانگیخته این است که یکی از زوجهای $h_{11/2}$ شکسته شود، و هر دو عضو زوج شکسته در همان زیر پوسته $h_{11/2}$ نگهداشته شوند. در این صورت، جفت‌شدگی مجدد این دو نوکلئون به اسپینی غیر از صفر قبلی منجر خواهد شد که بنا بر قواعد جفت‌شدگی تکانه زاویه‌ای می‌تواند برابر با هر مقداری از $11 = (11/2) + (11/2)$ تا $0 = (11/2) - (11/2)$ باشد. این دو نوترون موجود در $h_{11/2}$ را باید مانند ذرات یکسان تلقی کرد، و بنا بر این تابع موج مربوط به آنها باید مقادیر در نظر گرفته شود. این شرط، اسپین برآیند حاصل از جفت‌شدگی را به مقدار زوج محدود می‌کند و در نتیجه حالتها ممکن عبارتند از 0^+ ، 2^+ ، 4^+ ، 6^+ ، 8^+ ، 10^+ . برای این حالتها در ناحیه ۲ MeV می‌توان نمونه‌های متعددی به دست آورد. بدین ترتیب، به نظر می‌رسد که مدل پوسته‌ای در این مورد هم می‌تواند توصیفی قابل قبول از ساختار ترازها ارائه دهد.

یکی از استثنای مهم این تعبیر موفق، حالت 2^+ در انرژی حدود ۱۲ MeV است. در شرایطی که بحث ما به حالتها نوترونی محدود است، طریقه‌های ممکن برای جفت‌شدگی دو نوترون در تشکیل 2^+ چه خواهد بود؟ چنانکه در بالا گفته شد، حالت 2^+ می‌تواند از جفت‌شدگی دو نوترون در $h_{11/2}$ حاصل شود. همچنین به کمک برانگیزش می‌توان يك زوج از نوترونهای $d_{3/2}$ را تا زیر پوسته $h_{11/2}$ بالا برد (که بدین ترتیب این پوسته کاملاً پر و پیکربندی بسیار پایدار خواهد شد)، و آنگاه با شکستن جفت‌شدگی دو نوترون باقیمانده در $d_{3/2}$ و جفت‌شدن مجدد آنها به حالت 2^+ دست یافت. يك احتمال دیگر هم این خواهد بود که زوج نوترونهای $s_{1/2}$ در زیر پوسته $h_{11/2}$ قرار گیرد، و سپس یکی از نوترونهای $d_{3/2}$ به زیر پوسته $s_{1/2}$ برود. در این صورت، در هر کدام از زیر پوسته‌های $s_{1/2}$ و $d_{3/2}$ يك نوترون فرد خواهیم داشت که از جفت‌شدگی آنها ممکن است حالت 2^+ حاصل شود. به هر حال، در تمام این موارد نخست باید يك زوج شکسته شود، و در نتیجه انرژی حالتها انتظاری در حدود ۲ MeV خواهد بود.

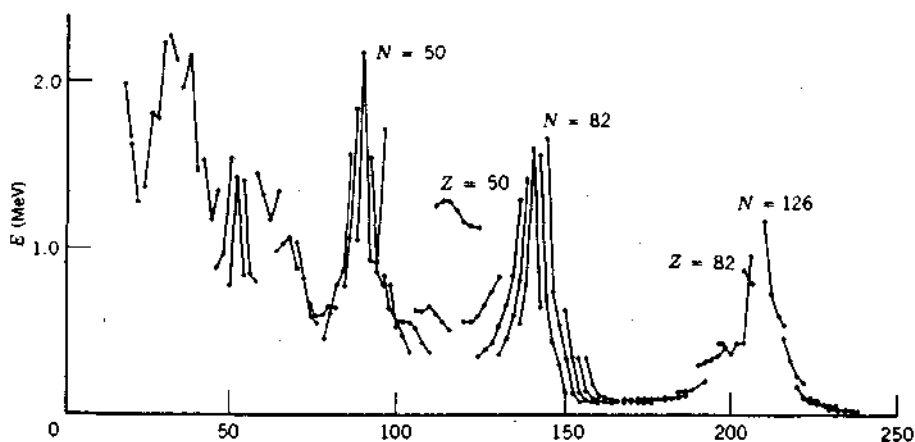
البته توصیف مدل پوسته‌ای صرفاً نوعی تقریب است، و بعید است که بتوانیم حالتها مدل پوسته‌ای «تاب» را در يك نمودار تراز انرژی پیچیده پیدا کنیم. رهیافت بهتر این است که وقتی از مدل پوسته‌ای به عنوان وسیله‌ای برای تعبیر ساختار هسته‌ای استفاده می‌کنیم، حالتها فیزیکی را به صورت ترکیبی از حالتها مدل پوسته‌ای در نظر بگیریم

$$\psi(2^+) = a\psi(v h_{11/2} \oplus v h_{11/2}) + b\psi(v d_{3/2} \oplus v d_{3/2}) \\ + c\psi(v d_{3/2} \oplus v s_{1/2}) + \dots \quad (12.5)$$

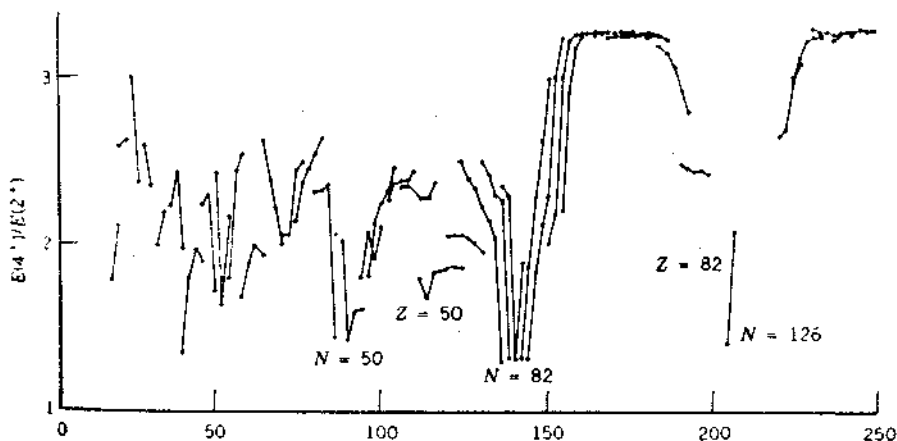
که در آن ν نشانه نوترون است و علامت $\oplus$ حاکی از این است که جفت شدگی تکانه زاویه‌ای را باید چنان تنظیم کنیم که برابند 2^+ حاصل شود. اکنون مسئله پیچیده‌ی حالت 2^+ در انرژی پایین را می‌توان چنین بیان کرد: انرژی هر یک از حالت‌های سازنده (یا حالت‌های جزئی) در حدود 2 MeV است، اما درباره‌ی برهم‌کنش هسته‌ای که منجر به ترکیب مناسبی از ضرایب $a, b, c, \dots$ در بسط (۱۲.۵) می‌شود و حالت برابند را تا انرژی 192 MeV تنزل می‌دهد، چه می‌توان گفت؟

نخستین حدس ما این است که چنین ساختاری ممکن است از ترازهای خاصی از مدل پوسته‌ای، در حالی که بسا ذرات ظرفیتی هسته ^{130}Sn اشغال شده‌اند، حاصل شود. وقتی هسته‌های زوج-زوج دیگر را مورد بررسی قرار می‌دهیم، به این واقعیت درخور توجه می‌رسیم: از کاربرد مدل پوسته‌ای در صدها مورد هسته‌های زوج-زوج شناخته شده معلوم می‌شود که همگی آنها دارای یک حالت «بی‌هنجار» 2^+ هستند که انرژی آن معادل یا کوچکتر از نصف انرژی لازم برای شکستن یک زوج نوکلئونی است. این حالت 2^+ جز در چند مورد استثنایی، در همه‌ی موارد پایتترین حالت برانگیخته است. از این رو، ظهور این حالت یک امر تصادفی نیست که از ساختار مدل پوسته‌ای ^{130}Sn حاصل شده باشد بلکه از یک خاصیت کلی هسته‌های زوج-زوج ناشی می‌شود که صرفنظر از اشغال حالت‌های خاص مدل پوسته‌ای، در سراسر گستره‌ی جرم معتبر است. چنانکه خواهیم دید، خواص کلی دیگری هم وجود دارند که در همه‌ی هسته‌ها مشترک‌اند، پس همان بهتر که این خواص را نه با حرکت چند نوکلئون ظرفیت بلکه با تمام هسته مرتبط بدانیم. این گونه خواص را که منشأ آنها در حرکت دسته‌جمعی اجزای هسته‌ای است و بسیاری از نوکلئون‌های هسته در ایجادشان شرکت دارند، خواص جمعی می‌گویند. خواص جمعی هسته‌ها بر حسب عدد جرمی به‌طور ملایم و تدریجی تغییر می‌کند، و اکثراً هم از تعداد و نوع نوکلئون‌های ظرفیت که خارج از زیرپوسته‌های کامل قرار دارند، مستقل است (هرچند که نوکلئون‌های ظرفیت در ساختار پوسته‌ای ادغام‌شونده در ساختار جمعی شرکت خواهند داشت).

در شکل‌های ۱۵.۵ و ۱۶.۵ چهار خاصیت مختلف هسته‌های زوج-زوج را که حاکی از رفتار جمعی هسته‌ها هستند، نشان داده‌ایم. با توجه به شکل ۱۵.۵ (الف) به نظر می‌رسد که انرژی نخستین حالت برانگیخته 2^+ بسا افزایش A به تدریج کاهش می‌یابد (نواحی نزدیک به پوسته‌های کامل استثناست). مقادیر $E(2^+)$ در ناحیه‌ی تقریبی $A=150$ تا $A=190$ هم فوق‌العاده ثابت‌اند و هم بسیار کوچک. در شکل ۱۵.۵ (ب) نیز، به استثنای نواحی نزدیک به پوسته‌های کامل، نسبت $E(2^+)/E(2^+)$ برای هسته‌های سبکتر از $A=150$ تقریباً برابر ۲۰ و برای هسته‌های $190 < A < 150$ و $A > 230$ برابر A مقدار ثابت ۳۳ است. گشتاور مغناطیسی حالت‌های 2^+ (طبق شکل ۱۶.۵ الف) در گستره‌ی مقادیر ۷ تا ۱۰ تقریباً ثابت می‌ماند، و گشتاور چارقفلی الکتریکی (طبق شکل ۱۶.۵ ب) برای هسته‌های $A < 150$ دارای مقادیر کوچک و برای هسته‌های $A > 150$ دارای مقادیر خیلی بزرگتری است. برای توضیح این خصوصیات باید دو نوع ساختار جمعی در نظر



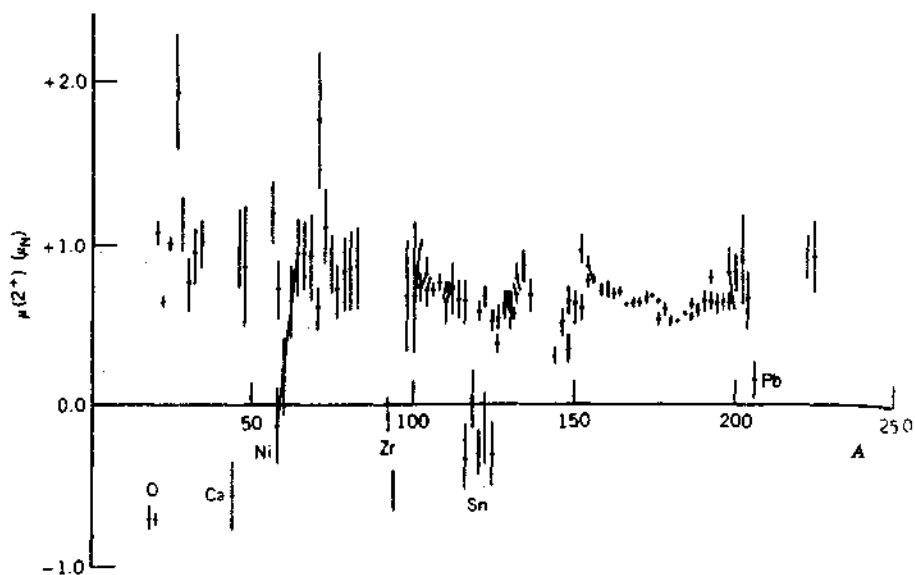
شکل ۱۵.۵ (الف) انرژی پایینترین حالت‌های 2^+ در هسته‌های زوج-زوج. نقاط مربوط به اینزوتوپیهای متوالی با خط به هم وصل شده‌اند.



شکل ۱۵.۵ (ب) نسبت $E(4+)/E(2^+)$ برای پایینترین حالت‌های 2^+ و 4^+ در هسته‌های زوج-زوج. نقاط مربوط به اینزوتوپیهای متوالی با خط به هم وصل شده‌اند.

بگیریم، زیرا به نظر می‌رسد که یک دسته از خواص به هسته‌های $A < 150$ و دسته دیگر به هسته‌های $150 < A < 190$ مربوط می‌شوند.

هسته‌های با عدد جرمی $A < 150$ را عموماً به کمک مدلی که مبتنی بر ارتعاشات حول شکل تعادل کروی است بررسی می‌کنیم، در حالی که خواص هسته‌های با عدد جرمی بین ۱۵۰ و ۱۹۰ خیلی شبیه اثرات دورانی سیستمهای غیر کروی است. ارتعاش و دوران،



شکل ۱۶.۵ (الف) گشتاور مغناطیسی پایینترین حالت‌های 2^+ در هسته‌های زوج-زوج. هسته‌های مدل پوسته‌ای که رفتار غیر جمعی دارند، مشخص شده‌اند.



شکل ۱۶.۵ (ب) گشتاور چار قطبی الکتریکی پایینترین حالت‌های 2^+ در هسته‌های زوج-زوج. نقاط مربوط به ایزوتوپ‌های متوالی با خط بهم وصل شده‌اند.

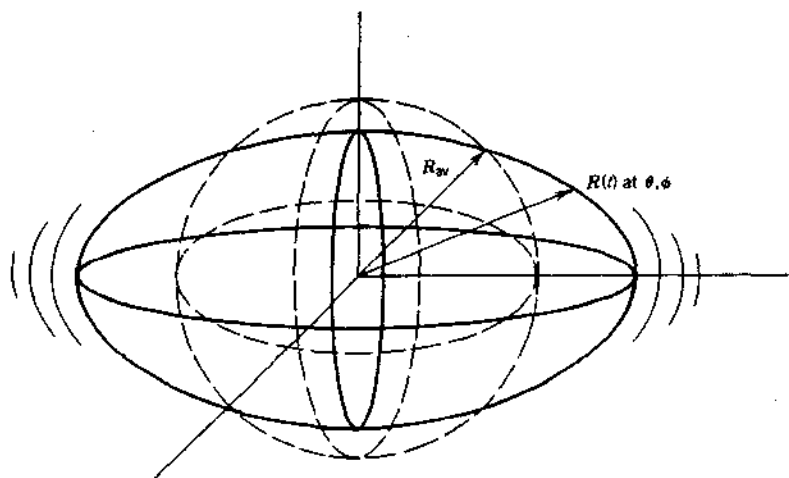
دو نوع اصلی حرکت جمعی در هسته‌هاست که هر يك از آنها را به نوبت بررسی خواهیم کرد. مدل جمعی هسته‌ها را غالباً مدل «قطره مایع» می‌گویند، زیرا ارتعاش و دوران هسته کاملاً مشابه ارتعاش و دوران قطره مایع معلق است و با همان تحلیل ریاضی می‌توان هسته‌ها را مورد بررسی قرار داد.

ارتعاشات هسته‌ای

با در نظر گرفتن قطره مایعی که با بسامد زیاد در حال ارتعاش باشد، می‌توان به مفهوم قابل قبولی از فیزیک ارتعاشات هسته‌ای دست یافت. هرچند که شکل چنین قطره‌ای به طور متوسط کروی است، ولی شکل لحظه‌ای آن کروی نیست. مختصه لحظه‌ای $R(t)$ يك نقطه از سطح هسته را در زوایای (θ, ϕ) به آسانی می‌توان، مطابق شکل ۱۷.۵، به صورت هماهنگ‌گ کروی $Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$ نشان داد. هر مؤلفه از هماهنگ‌گ کروی دارای دامنه $\alpha_{\lambda\mu}(t)$ خواهد بود

$$R(t) = R_{av} + \sum_{\lambda \geq 1} \sum_{\mu = -\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \quad (13.5)$$

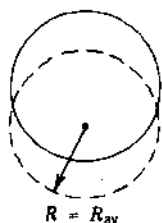
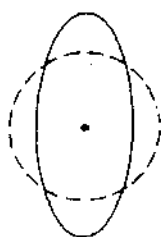
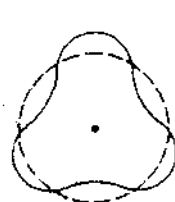
دامنه‌های $\alpha_{\lambda\mu}$ کاملاً اختیاری نیستند؛ تقارن انعکاسی مستلزم آن است که $\alpha_{\lambda\mu} = \alpha_{\lambda-\mu}$ شود و اگر مایع هسته‌ای را تراکم ناپذیر بگیریم، محدودیت‌های دیگری هم وارد خواهند شد. جمله ثابت $(\lambda = 0)$ ، در شعاع متوسط $R_{av} = R_0 A^{1/3}$ مستقر است. ارتعاش نمونه‌وار



شکل ۱۷.۵ يك هسته در حال ارتعاش با شکل متغیر کروی. مختصه وابسته به زمان $R(t)$ ، يك نقطه از سطح هسته را تحت زوایای θ, ϕ مشخص می‌کند.

$\lambda = 1$ را که ارتعاش دوقطبی نامیده می‌شود، در شکل ۱۸.۵ نشان داده‌ایم. باید توجه داشته باشیم که در این ارتعاش با جابه‌جایی مرکز جرم روبه‌رو هستیم، و بنابراین نمی‌توانیم آن را نتیجه عملکرد نیروهای درون هسته به شمار آوریم. در این صورت، پایینترین مد بعدی ارتعاش را که ارتعاش (چارقطبی) $\lambda = 2$ است، در نظر می‌گیریم. همانند نظریه کوانتومی الکترومغناطیس که در آن واحد انرژی الکترومغناطیسی را فوتون می‌نامند، یک کوانتوم انرژی ارتعاشی را فونون می‌گویند. در هر جایی که ارتعاش مکانیکی وجود داشته باشد، می‌توان گفت که فونونهای ارتعاشی تولید می‌شود. بدین گونه، واحد منفرد انرژی ارتعاشی متناظر به $\lambda = 2$ را فونون چارقطبی می‌نامند.

در اینجا نتیجه افزایش یک واحد انرژی ارتعاشی (یا یک فونون چارقطبی) را به حالت پایه هسته‌ای زوج-زوج مورد بررسی قرار می‌دهیم. فونون $\lambda = 2$ حاوی ۲ واحد تکانه زاویه‌ای (که درست مانند مورد Y_{1m} با $l = 2$ ؛ باعث افزایش مؤلفه $Y_{2\mu}$ به تابع موج هسته می‌شود) و باریته زوج است، زیرا باریته Y_{1m} به صورت (-1) است. با افزودن دو واحد تکانه زاویه‌ای به حالت 0^+ یک حالت 2^+ حاصل می‌شود که با نتایج تجربی اسپین-باریته نخستین حالت‌های برانگیخته هسته‌های زوج-زوج سازگاری دقیقی دارد. (در این نظریه، انرژی فونون چارقطبی پیش‌بینی نمی‌شود و باید آن را به صورت یک پارامتر قابل تنظیم در نظر گرفت.) اکنون فرض می‌کنیم که فونون چارقطبی دومی را هم به هسته افزوده‌ایم. تعداد مؤلفه‌های ممکن μ برای هر فونون برابر ۵ است و همچنانکه در جدول ۲.۵ نموده شده است، برای این دو فونون تعداد ۲۵ ترکیب $\lambda\mu$ قابل تصور است. حال ترکیبات مختلف را بررسی می‌کنیم. در میان این ترکیبات، یک حالت با جمع کل 4^+ وجود دارد. طبیعی است که این ترکیب را متناظر با انتقال با تکانه زاویه‌ای (یک تابع Y_{1m} که در آن $m = +4$ و در نتیجه $l = 4$ است) تلقی کنیم. دو ترکیب با مقدار کل 3^+ وجود دارد که یکی از $(\mu_1 = +1, \mu_2 = +2)$ و دیگری از $(\mu_1 = +2, \mu_2 = +1)$ به دست می‌آید. اما وقتی ترکیب متقارن تابع موجهای

 $\lambda = 1$ (دوقطبی) $\lambda = 2$ (چارقطبی) $\lambda = 3$ (هشت‌قطبی)

شکل ۱۸.۵ سه مد از پایینترین مدهای ارتعاشی هسته. در این شکلها، برش مرکزی هسته‌ها نشان داده شده است. منحنیهای خطچین شکل تعادل کروی، و خطوط پر وضعت لحظه‌ای سطح در حال ارتعاش را نشان می‌دهد.

جدول ۳.۵ مؤلفه z تکانه برابند از جمع تصاویر تکانه‌های زاویه‌ای دوفونون در راستای z به‌دست می‌آید.^۱

μ_2	μ_1				
	-۲	-۱	۰	+۱	+۲
-۲	-۴	-۳	-۲	-۱	۰
-۱	-۳	-۲	-۱	۰	+۱
۰	-۲	-۱	۰	+۱	+۲
+۱	-۱	۰	+۱	+۲	+۳
+۲	۰	+۱	+۲	+۳	+۴

۱. مقادیر این جدول نشان می‌دهد که $\mu = \mu_1 + \mu_2$ است.

فونونی (مطابق آنچه در بخش ۷.۲ گفته شد، فونونهای با اسپین درست باید تابع موجهای متقارن داشته باشند) را مورد توجه قرار می‌دهیم، فقط يك نوع ترکیب دیده می‌شود. سه ترکیب با مقدار $\mu = +۲$ وجود دارد که از مجموعه‌های

$$(\mu_1, \mu_2) = (+۲, ۰), (+۱, +۱), (۰, +۲)$$

حاصل می‌شود. از ترکیب اولی و سومی باید يك تابع موج متقارن به‌دست آید. پیش از این دیدیم که ترکیب $(+۱, +۱)$ متقارن است. اگر تعداد ترکیبهای ممکن را به‌همین طریق تعیین کنیم، تعداد ترکیبهای مجاز را نه ۲۵ بلکه ۱۵ خواهیم یافت: يك ترکیب با $\mu = +۴$ ، يك ترکیب دیگر با $\mu = +۳$ ، دو تا با $\mu = +۲$ ، دو تا با $\mu = +۱$ ، سه تا با $\mu = ۰$ ، دو تا با $\mu = -۱$ ، دو تا با $\mu = -۲$ ، یکی با $\mu = -۳$ ، و یکی با $\mu = -۴$ به‌دست می‌آید. این ترکیبها را به‌صورت زیر می‌توان دسته‌بندی کرد

$$l=۴ \quad \mu = +۴, +۳, +۲, +۱, ۰, -۱, -۲, -۳, -۴$$

$$l=۲ \quad \mu = +۲, +۱, ۰, -۱, -۲$$

$$l=۰ \quad \mu = ۰$$

به‌این ترتیب، در انرژی معادل دو برابر انرژی نخستین حالت ۲^+ (چون انرژی دوفونون یکسان، دو برابر انرژی یکی از آنهاست)، انتظار داریم که با سه تایی‌های از حالت‌های ۵^+ ، ۲^+ ، ۴^+ روبه‌رو شویم. سه تایی ۵^+ ، ۲^+ ، ۴^+ یکی از ویژگیهای مشترک هسته‌های ارتعاشی

است و پشتوانه‌ای قوی برای اعتبار این مدل به شمار می‌رود. این سه حالت، به دلیل اثرات دیگری که در این مدل ساده در نظر گرفته نشده‌اند، هرگز انرژی دقیقاً یکسان ندارند. با محاسبه مشابهی می‌توان نشان داد که با افزودن سه فونون چارقطبی به هسته، حالت‌های 0^+ ، 2^+ ، 3^+ ، 4^+ ، 6^+ به دست می‌آیند (مسئله ۱۵ را ببینید).

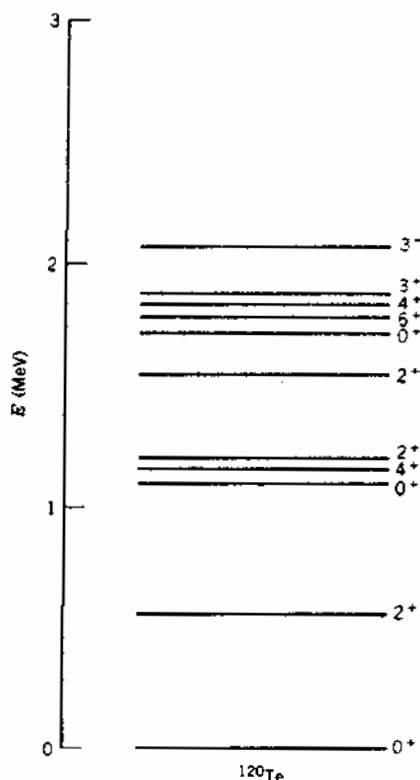
مد ارتعاشی بعدی، مد هشت قطبی $\lambda = 3$ است که حاوی سه واحد تکانه زاویه‌ای با پاریته منفی است. با افزایش یک فونون منفرد هشت قطبی به حالت پایه 0^+ ، یک حالت 3^- حاصل می‌شود. معمولاً در انرژی‌های اندکی بالاتر از سه تاییه دوفونونی، چنین حالت‌هایی را هم می‌توان در هسته‌های ارتعاشی پیدا کرد. وقتی به طرف انرژی‌های بالاتر می‌رویم، ساختار ارتعاشی به تدریج با ساختار برانگیزش ذره‌ای جایگزین می‌شود که با شکسته شدن یک زوج حالت پسیاه متناظر است. بررسی این گونه برانگیختگی‌ها بسیار پیچیده است، و جای بحث آن در ساختار جمعی هسته‌ها نیست.

مدل ارتعاشی متضمن چند پیش‌بینی است که می‌توان آنها را در آزمایشگاه مورد بررسی قرار داد. اگر شکل تعادل را کروی بگیریم، از گشتاور چارقطبی نخستین حالت 2^+ باید صرف‌نظر کرد. چنانکه در شکل ۱۶.۵ (ب) دیدیم، مقادیر این گشتاورها کوچک و اغلب در ناحیه $A < 150$ نزدیک به صفر هستند. گشتاور مغناطیسی نخستین حالت‌های 2^+ به صورت $2(Z/A)$ پیش‌بینی می‌شود که برای هسته‌های مورد نظر در گستره ۸۸ تا ۱۰۵ قرار می‌گیرد، و سازگاری قابل قبولی هم با آزمایش دارد. اگر حالت 4^+ را عضوی از سه تاییه دوفونونی و حالت 2^+ را نخستین حالت برانگیخته بگیریم، نسبت $E(4^+)/E(2^+)$ برابر با ۲.۰۵ پیش‌بینی می‌شود که طبق شکل ۱۵.۵ (ب)، در ناحیه $A < 150$ سازگاری قابل قبولی با آزمایش نشان می‌دهد. در فصل ۱۵، سازگاری قابل قبول دیگری را بین مقادیر تجربی و نظری احتمال گذار پرتوگاما خواهیم دید. نمونه‌ای از ساختار تراز انرژی‌های پایین را برای یک نوع هسته «ارتعاشی» در شکل ۱۹.۵ نشان داده‌ایم که در آن بسیاری از ویژگی‌های پیش‌بینی شده به آسانی قابل مشاهده است. بدین‌سان، می‌توان گفت که مدل ارتعاشی کروی تصویر نسبتاً دقیقی از ساختار این گونه هسته‌ها به دست می‌دهد.

دورانهای هسته‌ای

حرکت دورانی را تنها در هسته‌هایی می‌توان مشاهده کرد که شکل تعادل غیر کروی دارند. این هسته‌ها را که ممکن است تغییر شکل زیادی به نسبت شکل کروی در آنها رخ داده باشد، غالباً هسته‌های تغییر شکل یافته می‌گویند. این گونه هسته‌ها در گستره‌های جرمی $190 < A < 220$ و $A > 220$ (خاکهای نادر و آکتینیدها) دیده می‌شوند. در شکل ۱۵.۵ دیدیم که گشتاور چارقطبی هسته‌های با عدد جرمی فرد نیز در این نواحی به‌طور استثنایی بزرگ است. شکل عمومی این نوع هسته‌ها را به صورت یک بیضیوار دوار (شکل ۲۰.۵) می‌توان نشان داد که سطح آن با معادله زیر توصیف می‌شود

$$R(\theta, \phi) = R_{av} [1 + \beta Y_{20}(\theta, \phi)] \quad (14.5)$$

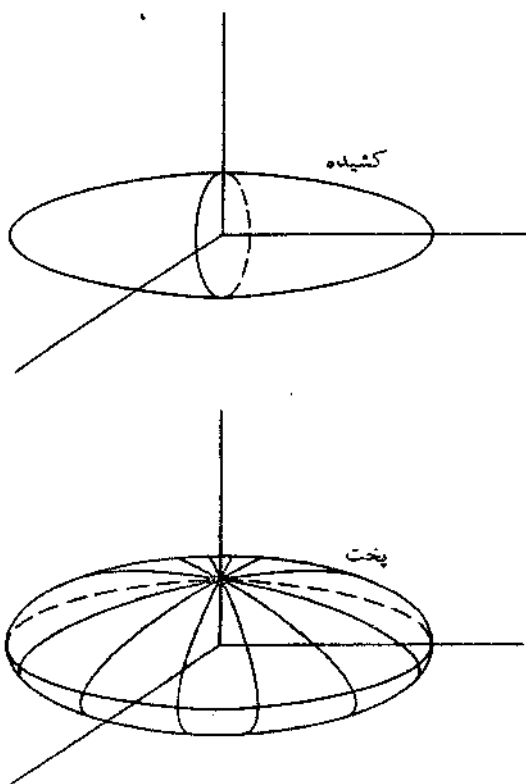


شکل ۱۹.۵ ترازهای انرژی پایین در ^{120}Te . حالت تک فونون چارقطبی (اولین 2^+)، سه تاییهٔ دوفونونی، و پنج تاییهٔ سه فونونی را به آسانی می‌توان مشاهده کرد. حالت 3^- را می‌توان ناشی از ارتعاش هشت قطبی دانست. در انرژیهای بالاتر از ۲ MeV، ساختار آنچنان پیچیده است که هیچ گونه نقش ارتعاشی در آن دیده نمی‌شود.

چون این معادله مستقل از ϕ است، هسته دارای تقارن استوانه‌ای می‌شود. رابطهٔ بین پارامتر تغییر شکل β و خروج از مرکز بیضی به صورت زیر است

$$\beta = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{\Delta R}{R_{av}} \quad (۱۵.۵)$$

که در آن ΔR اختلاف طول محورهاهای بزرگ و کوچک بیضی است. معمولاً شعاع متوسط هسته را به صورت $R_{av} = R_0 A^{1/3}$ در نظر می‌گیرند که چندان دقیق نیست. چون حجم هسته‌ای که با معادله (۱۴.۵) توصیف می‌شود کاملاً برابر $4/3\pi R_{av}^3$ نمی‌شود، تقریب حاضر دقت زیادی ندارد (مسئله ۱۱ را ببینید). محور تقارن معادله (۱۴.۵) محور مرجعی



شکل ۲۰.۵ شکل تعادل هسته‌های با تغییر شکل دائمی. اختلاف بین این طرح شکلها و شکل‌های ۱۷.۵ و ۱۸.۵ در آن است که این طرح شکلها تصاویری فوری از سطح متحرک هسته در يك لحظه خاص زمانی نیستند، بلکه شکل هسته را در حالت ایستا نشان می‌دهند.

است که زاویه θ نسبت به آن تعریف می‌شود. هنگامی که $\beta > 0$ باشد، هسته به صورت يك بیضیوار کشیده و طویل است؛ و هنگامی که $\beta < 0$ باشد، هسته به شکل يك بیضیوار پخت و پهن درمی‌آید.

یکی از نشانه‌های تغییر شکل پایدار در هسته، وجود گشتاور چارقطبی الکتریکی قابل توجه است که نمونه‌های آن در شکل ۱۰.۵ نموده شده است. رابطه بین گشتاور چارقطبی و پارامتر تغییر شکل به صورت زیر است

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5}\pi} R_0^2 Z \beta (1 + 0.16\beta) \quad (16.5)$$

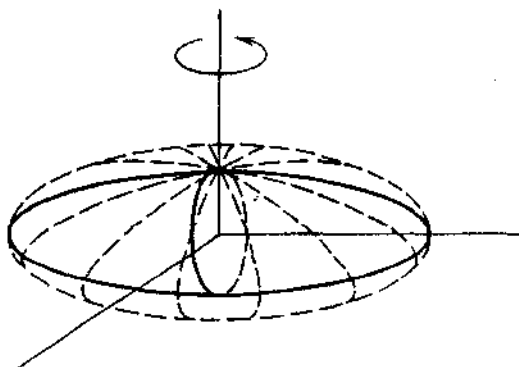
گشتاور چارقطبی Q_0 را گشتاور چارقطبی ذاتی می‌نامند و فقط در چارچوب مرجعی که نسبت به هسته در حال سکون باشد قابل مشاهده است. در چارچوب مرجع آزمایشگاه،

هسته حالت دورانی دارد و اندازه گیری گشتاور چار قطبی آن به مقدار کاملاً متفاوت Q منتهی می‌شود. در واقع، چنانکه در شکل ۲۱.۵ دیده می‌شود، از دوران يك توزیع ذاتی کشیده حول محوری که بر محور تقارن آن عمود باشد (دورانهای حول محور موازی با محور تقارن قابل مشاهده نیستند)، توزیعی حاصل می‌شود که متوسط زمانی آن به صورت پخت است. بنابراین برای وقتی که $Q_0 > 0$ باشد، خواهیم داشت $Q < 0$. رابطه بین Q_0 و Q به تکانه زاویه‌ای هسته بستگی دارد: برای حالت‌های 2^+ داریم $Q = - (2/7) Q_0$. مطابق شکل ۱۶.۵ (ب)، برای هسته‌هایی که در ناحیه تغییر شکل دائمی پایدار قرار دارند ($190 \leq A \leq 150$)، داریم $Q \approx -2b$ که در این صورت $Q_0 = +7b$ خواهد شد. با توجه به معادله (۱۶.۵) معلوم می‌شود که $\beta \approx 0.29$ است. این مقدار نشانگر انحراف قابل توجهی نسبت به هسته کروی است، به طوری که بنابر معادله (۱۵.۵)، اختلاف طول نیم محوره‌های بزرگ و کوچک در حدود ۳ رده شعاع هسته می‌شود.

انرژی جنبشی يك جسم دوار به صورت $\frac{1}{2} I \omega^2$ است، که در آن I گشتاور لختی جسم است. این مقدار انرژی را می‌توان بر حسب تکانه زاویه‌ای $I \omega = L$ به صورت $\frac{1}{2} L^2 / I$ نوشت. اگر مقادیر کوانتوم مکانیکی L^2 را در نظر بگیریم و عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای را با I نشان دهیم، بنابر مکانیک کوانتومی انرژی جسم دوار چنین می‌شود

$$E = \frac{\hbar^2}{2I} I(I+1) \quad (17.5)$$

افزایش انرژی دورانی هسته با افزایش عدد کوانتومی I متناظر است، و از توالی حالت‌های برانگیخته هسته يك نواد دورانی به وجود می‌آید. (حالت‌های برانگیخته در مولکولها هم نواد دورانی تشکیل می‌دهند که در این مورد دوران مولکول حول مرکز جرم آن خواهد بود). حالت پایه يك هسته Z زوج و N زوج، همیشه حالت 0^+ است و تقسارن آینه‌ای



شکل ۲۱.۵ از دوران يك توزیع کشیده ایستا حول محور عمود بر محور تقارن، يك توزیع پخت عملاً مسطح حاصل می‌شود.

هسته در این مورد خاص باعث می‌شود که تمامی حالت‌های دورانی به‌مقادیر زوج I محدود شوند. بنابراین، توالی حالت‌ها چنین خواهد شد

$$E(0^+) = 0$$

$$E(2^+) = 6 \frac{\hbar^2}{2J}$$

$$E(4^+) = 20 \frac{\hbar^2}{2J}$$

$$E(6^+) = 42 \frac{\hbar^2}{2J}$$

$$E(8^+) = 72 \frac{\hbar^2}{2J}$$

و همین‌طور تا آخر.

حالت‌های برانگیخته یک نمونه از هسته‌های دوار را در شکل ۲۲.۵ نشان داده‌ایم. نخستین حالت برانگیخته دارای انرژی $E(2^+) = 914 \text{ keV}$ است، و در نتیجه داریم

$$12^+ \text{ ————— } 2082.7$$

$$10^+ \text{ ————— } 1518.1$$

$$8^+ \text{ ————— } 1024.6$$

$$6^+ \text{ ————— } 614.4$$

$$4^+ \text{ ————— } 299.5$$

$$2^+ \text{ ————— } 91.4$$

$$0^+ \text{ ————— } 0$$

I انرژی (keV)

شکل ۲۲.۵ حالت‌های برانگیخته ناشی از دوران ^{164}Er در حالت پایه.

$\hbar^2/2g = 15.02 \text{ keV}$. انرژی‌های چند حالت بعدی در این نوار دورانی حالت پایه عبارت‌اند از

$$E(2^+) = 20 \frac{\hbar^2}{2g} = 305 \text{ keV}, \quad (300 \text{ keV: اندازه‌گیری شده})$$

$$E(6^+) = 42 \frac{\hbar^2}{2g} = 640 \text{ keV}, \quad (614 \text{ keV: اندازه‌گیری شده})$$

$$E(8^+) = 72 \frac{\hbar^2}{2g} = 1097 \text{ keV}, \quad (1025 \text{ keV: اندازه‌گیری شده})$$

ترازهای انرژی محاسبه شده کاملاً دقیق نیستند (شاید به این دلیل که هسته ناحدودی مثل شاره نوکلئونی عمل می‌کند و درست مانند جسم صلبی که گشتاور لختی ثابتی داشته باشد نیست)، اما آن قدر خوب هستند که مطمئن شویم دست کم ایده‌ای تقریبی از منشأ ترازهای برانگیخته در اختیار داریم. بویژه نسبت $E(4^+)/E(2^+)$ برابر با ۳۳۳ پیش‌بینی می‌شود که سازگاری درخور توجهی با نتایج ترازهای هسته‌ای هسته‌های $190 < A < 150$ و $A > 230$ در شکل ۱۵.۵ (ب) دارد.

با بررسی گشتاور لختی هسته تغییر شکل یافته در دو حالت حدی می‌توان اطلاعاتی از ساختار این گونه هسته‌ها به دست آورد. گشتاور لختی حالت صلب یک بیضیوار دوار به جرم M که سطح آن با معادله (۱۴.۵) مشخص می‌شود، عبارت است از

$$g_r = \frac{1}{5} MR_{av}^2 (1 + 0.31\beta) \quad (18.5)$$

که اگر $\beta = 0$ باشد، مقدار آن با گشتاور لختی یک کره توپر برابر می‌شود. با استفاده از این معادله، مقدار ثابت انرژی دورانی یک هسته در ناحیه تغییر شکل ($A \approx 170$) چنین می‌شود

$$\frac{\hbar^2}{2g_r} \cong 6 \text{ keV}$$

مرتبه بزرگی این مقدار ثابت درست است، ولی مقدار آن در مقایسه با مقادیر تجربی [حدود 15 keV برای $E(2^+) = 90 \text{ keV}$] خیلی کم است. یعنی، گشتاور لختی حالت صلب باید کم‌تر از مقدار مورد انتظار است. اکنون اگر حالت حدی دیگر را در نظر بگیریم و هسته را به صورت شاره‌ای که در یک ظرف بیضیوار دوار قرار گرفته است تصور کنیم، گشتاور لختی آن چنین خواهد شد

$$g_r = \frac{9}{8\pi} MR_{av}^2 \beta \quad (19.5)$$

که با استفاده از آن، مقدار ثابت انرژی دورانی به صورت زیر برآورد می‌شود

$$\frac{\hbar^2}{2I_f} \cong 90 \text{ keV}$$

پس معلوم می‌شود که گشتاور لختی شاره خیلی کوچک است، و در نتیجه خواهیم داشت $I_f \gg I_r$. بنابراین رفتار دورانی هسته‌ها را می‌توان به صورت رفتار بینابینی جسم صلب و جسم شاره‌ای توضیح داد. ذرات جسم صلب قویاً درقید یکدیگرند، درحالی که در شاره‌ها قید ذرات با یکدیگر خیلی ضعیف است، (شاید با توجه به شناختی که از نیروی هسته‌ای داریم، باید می‌توانستیم این نتیجه را حدس بزنیم. نیروی قوی فقط بین یک نوکلئون و نوکلئونهای دیوار به دیوار آن وجود دارد، و درست به همین دلیل است که ساختار بلندبردی را که مشخصه جسم صلب است نمی‌توان از هسته انتظار داشت.)

یکی دیگر از نشانه‌های صلب نبودن هسته، افزایش گشتاور لختی آن در تکانه‌های زاویه‌ای زیاد یا بسامدهای دورانی زیاد است. این اثر که آن را «کشیدگی گریز از مرکز» می‌نامند، اغلب در واکنشهای یون سنگین دیده می‌شود که در بخش ۱۳.۱۱ درباره آنها بحث خواهد شد.

البته هسته هیچ گونه «ظرفی» ندارد که به شاره دوار شکل بدهد، بلکه این همان پتانسیل ناشی از نوکلئونهای درون هسته است که شکل هسته را تعیین می‌کند. مطلب بعدی این است که ببینیم آیا مفهوم شکل برای یک هسته دوار معنایی دارد یا نه. اگر دوران هسته در مقایسه با سرعت نوکلئونهای موجود در «مدار» که با پتانسیل هسته‌ای (واز دید چارچوب مرجع در حال سکون نسبت به هسته) مشخص می‌شود خیلی سریع باشد، در این صورت چون حرکت نوکلئونها تحت الشعاع دوران هسته قرار می‌گیرد، مفهوم شکل ایستای هسته خیلی بامعنی نیست. انرژی جنبشی متوسط هر یک از نوکلئونهای هسته، از مرتبه 20 MeV و تقریباً متناظر با سرعت $0.2c$ است. این مقدار برآورد معقولی از سرعت حرکت نوکلئونهای درون هسته به دست می‌دهد. سرعت زاویه‌ای یک حسالت دورانی از رابطه $\omega = \sqrt{2E/I}$ به دست می‌آید، که در آن E انرژی حالت مورد نظر است. برای نخستین حالت دورانی داریم $\omega = 1.91 \times 10^{10} \text{ rad/s}$ ، و در این صورت نوکلئونی که نزدیک به سطح هسته باشد با سرعت مماسی $0.2c$ در دوران خواهد کرد. بدین ترتیب معلوم می‌شود که حرکت دورانی در مقایسه با حرکت درونی خیلی کندتر است. بنابراین تصویر درست یک هسته تغییر شکل یافته دوار همانند شکل تعادل پایداری است که در اثر حرکت درونی سریع نوکلئونها در پتانسیل هسته‌ای حاصل می‌شود، و درحالی که این توزیع نوکلئونی به‌طور نسبتاً کند دوران می‌کند این دوران تأثیر چندانی بر ساختار هسته یا بر مدارهای نوکلئونی نخواهد داشت. (به همین دلیل، مدل دورانی را گاهی مدل «بی‌درو» می‌گویند.)

تشکیل انواع دیگر حالت‌های برانگیخته که نوارهای دورانی جدیدی به وجود

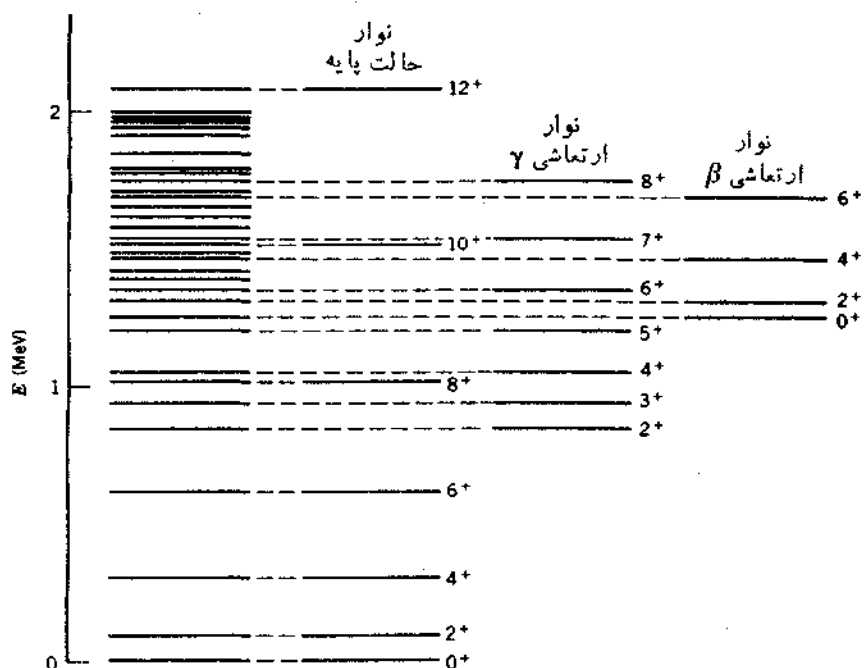
می‌آورند نیز امکان پذیر است. نمونه‌هایی از این گونه حالتها که به دلیل تغییر دادن ساختار ذاتی هسته حالت‌های ذاتی نامیده می‌شوند، عبارت‌اند از: حالت‌های ارتعاشی (که در آن هسته حول يك شكل تعادل تغییر شکل یافته ارتعاش می‌کند) و برانگیختگی ذره‌ای زوج-شکن. اگر اسپین حالت ذاتی غیر صفر باشد، نوار دورانی مبتنی بر آن حالت به ترتیب دارای مقادیر اسپین $I, I+1, I+2, \dots$ خواهد شد. حالت‌های ارتعاشی هسته‌های تغییر شکل یافته بر دو نوع است: ارتعاش‌های β که طی آن پارامتر تغییر شکل β نوسان می‌کند و هسته تقارن استوانه‌ای‌اش را حفظ می‌کند، و ارتعاش‌های γ که طی آن تقارن استوانه‌ای هسته نقض می‌شود. (اگر هسته را به صورت توپ فوتبال در نظر بگیریم، ارتعاش‌های بتا به بالا و پایین رفتن دوسر توپ و ارتعاش‌های گاما به جلو و عقب رفتن دو پهلوی آن مربوط می‌شود). هر دو حالت ارتعاشی و برانگیزش ذره‌ای در انرژی‌های حدود 1 MeV اتفاق می‌افتند، در حالی که فواصل انرژی دورانی خیلی خیلی از این مقدار کمتر است (از مرتبه $10 - 20 \text{ keV} \approx \hbar^2/2J$).

در شکل ۲۳.۵، ساختار کامل هسته ^{144}Er را در انرژی پایین نشان داده‌ایم. اگرچه از کل مجموعه حالت‌های برانگیخته هیچ نقش مشخصی به دست نمی‌آوریم، ولی این حالتها را با توجه به اسپین-پارته‌شان می‌توان به صورت نوارهای دورانی با فواصل مشخصه $I(I+1)$ دسته‌بندی کرد. برای شناسایی ساختار هسته، از خواص دیگر حالت‌های برانگیخته (مانند احتمال گسیل پرتو گاما) هم می‌توان کمک گرفت.

حرکت‌های جمعی دورانی و ارتعاشی هر دو باعث تولید گشتاور مغناطیسی در هسته می‌شوند. حرکت پروتون‌ها را می‌توان به صورت يك جریان الکتریکی در نظر گرفت، و در این صورت گشتاور مغناطیسی ناشی از يك پروتون منفرد با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای I عبارت است از $\mu_N I$. اما چنانکه می‌دانیم، کل تکانه زاویه‌ای يك هسته صرفاً از پروتون‌های آن حاصل نمی‌شود بلکه نوترون‌های هسته هم در ایجاد تکانه زاویه‌ای کل سهیم‌اند. اگر حرکت جمعی پروتون‌ها و نوترون‌های درون هسته را یکسان بگیریم (که فرضی است معقول ولی نه چندان دقیق)، سهم تقریبی پروتون‌ها را در ایجاد تکانه زاویه‌ای کل هسته به نسبت Z/A به دست خواهیم آورد. (در اینجا فرض می‌کنیم که حرکت جمعی نوترون‌ها دخالتی در تولید گشتاور مغناطیسی هسته ندارد، و همچنین فرض می‌کنیم که همه نوترون‌ها و پروتون‌ها به صورت دوه‌دو با هم جفت شده‌اند به طوری که گشتاور مغناطیسی ناشی از اسپین نیز در گشتاور مغناطیسی هسته سهمی ندارد.) بدین ترتیب، گشتاور مغناطیسی يك حالت دورانی یا ارتعاشی با تکانه زاویه‌ای I در مدل جمعی چنین پیش‌بینی می‌شود

$$\mu(I) = I \frac{Z}{A} \mu_N \quad (20.5)$$

برای هسته‌های سبک که در آنها $Z/A \approx 0.5$ است، داریم $\mu(2) \approx +1 \mu_N$ ؛ در حالی که برای هسته‌های سنگین که در آنها $Z/A \approx 0.4$ است، داریم $\mu(2) \approx +0.8 \mu_N$.

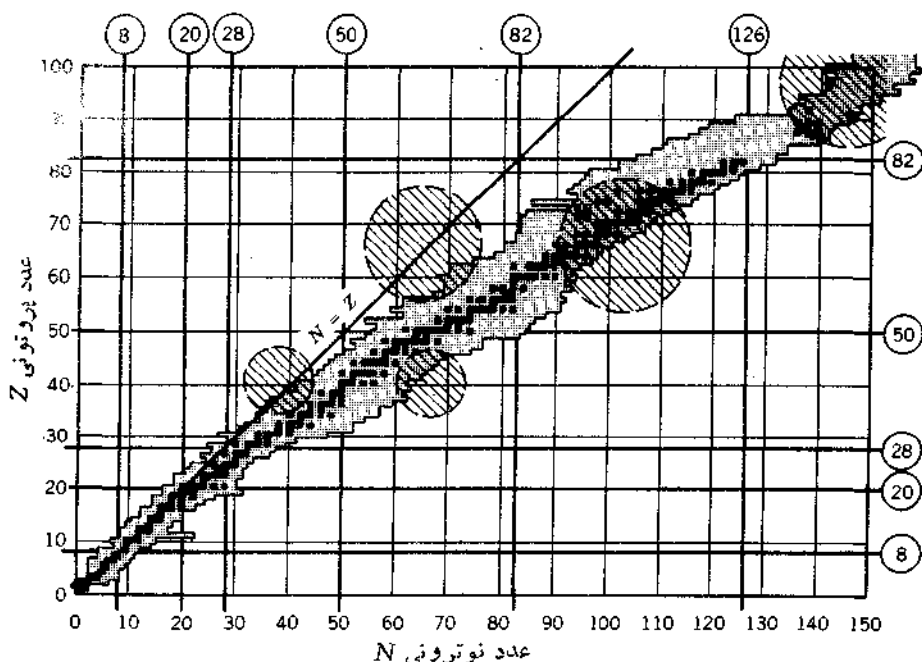


شکل ۲۳.۵ حالت‌های ^{164}Er در انرژی پایینتر از ۲ MeV. اکثر حالت‌ها را می‌توان در سه نوار دورانی جای داد که به ترتیب عبارت‌اند از: حالت پایه هسته تغییر شکل یافته، ارتعاش نوع گاما (که در آن ارتعاش سطوح بر محور تقارن عمود است)، و ارتعاش نوع بتا (که در آن ارتعاش سطوح به موازات محور تقارن است). منشأ بسیاری از حالت‌های برانگیخته دیگر را می‌توان در برانگیزش ذره‌ای زوج-شکن و نوارهای دورانی مربوط به آن جستجو کرد.

با توجه به شکل ۱۶.۵ (الف) معلوم می‌شود که به استثنای مورد هسته‌های با پوسته پر (که مدل جمعی برای آنها معتبر نیست)، مقادیر گشتاور مغناطیسی حالت‌های 2^+ در سایر موارد بخوبی با این پیش‌بینی سازگار است.

به عنوان آخرین نکته در این آشنایی مختصر با حرکت جمعی هسته، باید بگوئیم که منشأ رفتار جمعی را با رهیافتی میکروسکوپی‌تر در ساختار هسته جستجو کنیم. این قضیه بویژه در مورد هسته‌های دورانی با تغییر شکل دائمی صادق است. قبلاً دیده‌ایم که مدل پوسته‌ای را می‌توان با یک پتانسیل کروی مقارن بخوبی برای بسیاری از هسته‌ها به کار برد. وقتی که به هسته انرژی می‌دهیم، به آسانی می‌توانیم پتانسیل مدل پوسته‌ای را در اطراف وضع تعادل در حال ارتعاش تصور کنیم. در این صورت، حرکت ارتعاشی هسته را به طور طبیعی می‌توان به کمک مدل پوسته‌ای بررسی کرد. چنانکه در بحث از ساختار ^{130}Sn در آغاز این بخش گفتیم، ساختار ارتعاشی جمعی را حتی با رهیافت میکروسکوپی‌تر هم می‌توان

بررسی کرد. برای نمونه، می‌توان تمام نوکلئونهای ظرفیت (یعنی نوکلئونهای خارج از پوسته‌های بسته) را در نظر گرفت، تمام جفت شدگیهای ممکن که منجر به اسپین 2^+ می‌شوند (از جمله آنهایی که زوج-شکن هستند) را پیدا کرد، و کوشید که ترکیب درست تابع موجهایی را که نخستین حالت برانگیخته مورد مشاهده 2^+ را تولید می‌کند، به دست آورد. اگر تعداد جفت شدگیهای ممکن زیاد باشد، این روش ممکن است از لحاظ ریاضی پیچیدگی داشته باشد. اما مدل پوسته‌ای مبنای این روش، اساساً اختلاف چندانی با مدل ذره کاملاً مستقل که در بخش قبلی بررسی شد ندارد. این رهیافت برای هسته‌های کروی کارایی دارد، ولی به طور طبیعی به یک هسته دورانی با تغییر شکل دائمی منجر نمی‌شود. سؤال بسیار حساسی که در اینجا مطرح می‌شود این است: مدارهای مدل پوسته‌ای که با استفاده از پتانسیل کروی محاسبه می‌شوند، چگونه به یک هسته غیر کروی منجر می‌شوند؟ با روی هم قرار دادن یک نمودار «اعداد جادویی» و یک نمودار انواع هسته‌های شناخته شده، همچنانکه در شکل ۲۴.۵ می‌بینیم، به جواب این سؤال نزدیک می‌شویم.



شکل ۲۴.۵ مناطق هاشورخورده، نواحی دور از پوسته‌های پر هستند که انتظار داریم اثرات دسته‌جمعی تعداد زیادی از ذرات منفرد و ترکیب چندین حالت مدل پوسته‌ای به پیدایش یک تغییر شکل دائمی در هسته منجر شود. این گونه هسته‌های تغییر شکل یافته را در تمامی نواحی همپوشی بین مناطق هاشورخورده و مناطق مربوط به انواع هسته‌های شناخته شده شناسایی کرده‌اند.

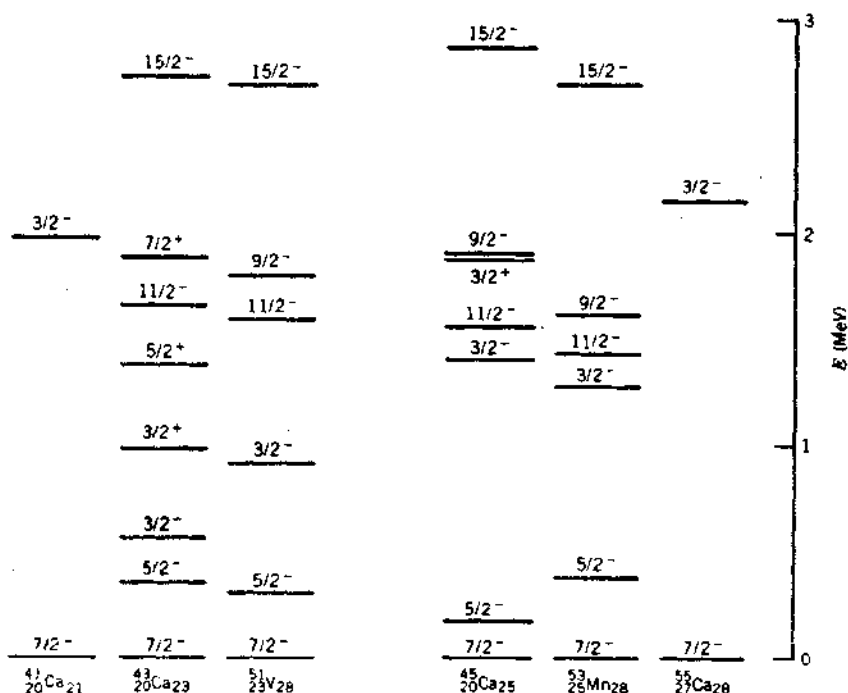
هسته‌های تغییر شکل یافته را فقط در نواحی دور از پوسته‌های کامل نوترونی و پروتونی می‌توان یافت. درست همان‌طور که تشریک مساعی چندزوج نوکلئونی خارج از پوسته پر به ساختار میکروسکوپی ارتعاشهای هسته‌های کروی منجر می‌شد، تشریک مساعی چندین زوج از نوکلئونهای ظرفیت هم می‌تواند آنچنان تغییری در هسته مرکزی نوکلئونها به وجود آورده که شکل تعادل هسته قویاً دگرگون شود.

۳.۵ مدل‌های هسته‌ای واقعیت‌ر

مدل پوسته‌ای هسته‌های A فرد و مدل جمعی هسته‌های زوج-زوج، هر دو ایده‌آل‌سازیهایی هستند که فقط به‌طور تقریبی برای هسته‌های واقعی قابل استفاده‌اند. ساختار هسته‌های واقعی خیلی پیچیده‌تر از آن چیزی است که در این مدل‌های ساده مطرح می‌شود. بعلاوه، در هسته‌های واقعی نمی‌توان یک نوع ساختار را در نظر نگرفت و فقط نوع دیگر را مطرح کرد. از این رو، حتی در هسته‌های با خواص شدیداً جمعی نیز با اثرات ذره منفرد روبه‌رو می‌شویم. ضمناً بخش مرکزی هسته‌های مدل پوسته‌ای هم می‌تواند در خواص جمعی آن نقشی داشته باشد که تاکنون در این نوع بررسیها از آن صرف‌نظر کرده‌ایم. ساختار بسیاری از هسته‌ها را نمی‌توان به‌سادگی در یک گروه از دسته‌بندی دوگانه ذره منفرد و حرکت جمعی قرار داد، بلکه معمولاً لازم است که ترکیبی از هر دو مدل را برای توصیف ساختار هسته در نظر بگیریم. این مدل هسته‌ای وحدت‌یافته از لحاظ ریاضی پیچیده‌تر از آن است که در اینجا مطرح شود، و به همین جهت ما در اینجا صرفاً برخی از خواص هسته‌ها را شرح می‌دهیم و می‌کشیم رابطه آنها را با وجوه بنیادین مدل‌های پوسته‌ای و جمعی نشان دهیم.

مدل پوسته‌ای چند ذره‌ای

در بررسی مدل پوسته‌ای، فقط اثرات ناشی از آخرین تک‌ذره تزویج نشده را در نظر گرفتیم. رهیافت واقع‌بینانه‌تر برای هسته‌های A فرد این است که تمام ذرات خارج از پوسته‌های پر را در نظر بگیریم. برای نمونه هسته‌های Z فرد یا N فرد را در فاصله بین ۲۵ تا ۲۸ در نظر می‌گیریم که در این صورت نوکلئونهای فرد در پوسته $f_{7/2}$ قرار دارند. برای سهولت، بحثمان را فقط به یک نوع نوکلئون محدود می‌کنیم و نوکلئون نوع دیگر را نه فقط با تعداد زوج بلکه با یک عدد جادویی در نظر می‌گیریم. در شکل ۲۵.۵، حالت‌های برانگیخته انرژي پایین را برای چندتا از این هسته‌ها نشان داده‌ایم. هسته‌هایی که ساختارشان توسط یک ذره منفرد تعیین می‌شود (^{41}Ca و ^{55}Co)، ترازهای مورد انتظار را نشان می‌دهند؛ حالت پایه $-(7/2)$ که متناظر با ذره منفرد $f_{7/2}$ با پارینه فرد است (و یا متناظر با تهیجای نوکلئونی در ^{55}Co است، زیرا یک حفره یا تهیجای منفرد در پوسته مانند یک ذره منفرد عمل می‌کند)؛ و حالت برانگیخته $-(3/2)$ در انرژی حدود ۲ MeV



شکل ۲۵-۵ حالت‌های برانگیخته چند هسته که در پوسته $f_{7/2}$ دارای نوکلئونهای ظرفیت‌اند. تمام ترازهای زیر ۲ MeV نموده شده‌اند، و حالت $(15/2)^-$ نیز بدانها افزوده شده است.

که با برانگیزش ذره منفرد با پارینه فرد به حالت $p_{3/2}$ متناظر است. هسته‌هایی که ۳ یا ۵ ذره در تراز $f_{7/2}$ دارند، طیف حالت‌هایشان خیلی غنیتر است، و مخصوصاً باید توجه داشت که حالت‌های خیلی کم انرژی با پارینه منفی را نمی‌توان به کمک مدل پوسته‌ای تک‌ذره‌ای توضیح داد. برای نمونه اگر حالت $(5/2)^-$ از برانگیختگی یک ذره منفرد و انتقال آن به پوسته $f_{5/2}$ حاصل شود، چون تراز $f_{5/2}$ بالاتر از تراز $p_{3/2}$ قرار می‌گیرد (شکل ۶-۵) انتظار داریم که این حالت با انرژی بیش از ۲ MeV ظاهر شود. پابینترین تراز $(5/2)^-$ در هسته‌های تک‌ذره در انرژی ۲۶ MeV (در مورد ^{41}Ca) و ۳۳ MeV (در مورد ^{55}Co) دیده می‌شود.

دو اینجا برای نشان دادن پیچیدگی در پوسته $f_{7/2}$ از نمادگذاری اختصاری $(f_{7/2})^n$ استفاده می‌کنیم، و مقادیر n را برای پیچیدگی $(f_{7/2})^n$ مورد بررسی قرار می‌دهیم. (به خاطر تفاوت بین ذرات و حفره‌ها، ترازهای مربوط به سه حفره یا پنج‌ذره در پوسته $f_{7/2}$ با ترازهای سه ذره یکسان خواهد بود.) نوکلئون‌ها چون اسپین نیم‌درست دارند، باید از اصل پاولی پیروی کنند، و در نتیجه هیچ دو ذره‌ای نمی‌توانند مجموعه اعداد کوانتومی یکسان داشته باشند. تکانه زاویه‌ای هر ذره در مدل پوسته‌ای

به صورت $z = 7/2$ توصیف می‌شود که تصاویر آن (m) در راستای z دارای مقادیر $\pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \pm 7/2$ است. بنابراین باؤلی، مقادیر m برای این سه ذره با هم متفاوت است. در این صورت، فوراً معلوم می‌شود که حداکثر بزرگی تصویر برابری برای این سه ذره $(M = m_1 + m_2 + m_3)$ برابر است با $(15/2) = (7/2) + (5/2) + (3/2)$ اگر اصل باؤلی را در نظر بگیریم، حداکثر بزرگی تصویر برابر $21/2$ خواهد شد. بنا بر این، انتظار می‌رود که در پیکربندی $(f_{7/2})^3$ مقدار I متناظر به هیچ حالتی بزرگتر از $15/2$ نباشد. بیشینهٔ تکانهٔ زاویه‌ای برابری در این مورد برابر $I = 15/2$ است که می‌تواند تمام مقادیر ممکن M را از $15/2$ تا $-15/2$ به خود بگیرد. مقدار بعد از حداکثر M برابر $13/2$ است که فقط از مجموع $1/2 + 5/2 + 7/2$ قابل حصول است (مجموعه‌های $3/2 + 3/2 + 7/2$ و $1/2 - 7/2 + 7/2$ مجاز نیستند). این حالت منفرد $M = 13/2$ باید به همان M حالتی که قبلاً به پیکربندی $I = 15/2$ نسبت دادیم متعلق باشد، یعنی امکان ندارد که برابری به صورت $I = 13/2$ در این پیکربندی وجود داشته باشد. با ادامهٔ این بحث معلوم می‌شود که برای مقدار

$$M = +\frac{11}{2} \left(+\frac{7}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \text{ و } +\frac{7}{2} + \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

دو امکان وجود دارد، یعنی دو حالت ممکن برای $M = +11/2$ قابل تصور است: یکی از این دو حالت برای پیکربندی $I = 15/2$ است و دیگری حالتی است که به پیکربندی $I = 11/2$ نسبت می‌دهیم. با تکمیل این بحث، حالت‌های ممکن برای پیکربندی $(f_{7/2})^3$ یا $(f_{7/2})^2$ را چنین به دست می‌آوریم: $15/2, 11/2, 9/2, 7/2, 5/2, 3/2, I = 15/2$. چون هر ذره از پیکربندی‌های سه ذره‌ای یا پنج ذره‌ای پاریته منفی دارد، پاریته برابری به صورت $(-1)^3$ است. هسته‌هایی که در شکل ۲۵۰ نشان داده شده‌اند، حالت‌های کم انرژی با پاریته منفی را با اسپین‌های مورد انتظار نشان می‌دهند [همچنین عدم امکان حالت‌های $(1/2)^-$ و $(13/2)^-$ نیز چنانکه انتظار می‌رود، مشخص شده است].

این تحلیل اگرچه نسبتاً موفق است، ولی کامل نیست. در صورتی که تمام ذرات ظرفیتی را واقعاً مستقل و معادل در نظر بگیریم، انرژی هر تراز باید مستقل از سمگیری مقادیر متفاوت m باشد. این بدان معنی است که تمامی برابری‌های I باید انرژی یکسان داشته باشند. این نتیجه‌گیری حتی به طور تقریبی هم درست نیست. مثلاً در مورد چند تاییهٔ $(f_{7/2})^3$ ، فاصلهٔ انرژی بین بالاترین و پایینترین تراز انرژی برابر 2.7 MeV است که مقدار آن در همان حدود انرژی برهم کنشهای زوج شکتی و برانگیزش ذره‌ای است. این گونه شکافتگی انرژی را با فرض برهم کنش باقیمانده بین ذرات ظرفیت می‌توان توضیح داد. بدین ترتیب، ساختار تراز انرژی این هسته‌ها وسیله‌ای برای بررسی برهم کنش نوکلئون-نوکلئون در یک محیط جدید در اختیار ما می‌گذارد که با آنچه در بررسی نوکلئون آزاد در فصل ۴ دیدیم متفاوت است.

به عنوان آخرین کلام، یکی دیگر از ویژگیهای عام پیکر بندیهای n ذره‌ای يك پورسته را بدون اثبات در اینجا ذکر می‌کنیم. این نکته که با آزمون تجربی قابل تحقیق است، بدین صورت است که گشتاور مغناطیسی هر پیکر بندی متناسب با تکانه زاویه‌ای آن I خواهد بود. یعنی اگر دو حالت مختلف ۲۰۱ متعلق به يك پیکر بندی مشخص را در نظر بگیریم، داریم

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{I_1}{I_2} \quad (21.5)$$

متأسفانه تعداد موارد کاملاً مشخص گشتاور مغناطیسی حالت برانگیخته کمتر از آن است که این پیش‌بینی قابل تحقیق باشد. در مورد ^{51}V می‌دانیم که گشتاور مغناطیسی حالت پایه برابر $\mu_N = +591514 \pm 500001 \mu_N$ و گشتاور نخستین حالت برانگیخته برابر $\mu_N = +3786 \pm 5033 \mu_N$ است. نسبت بین این دو گشتاور برابر 1733 ± 5011 می‌شود که با نسبت مورد انتظار $174 = (5/2)/(7/2)$ سازگار است. نسبت بین گشتاورها برای همان حالتها در مورد ^{53}Mn برابر

$$\frac{50024 \pm 50007 \mu_N}{3725 \pm 5030 \mu_N} = 1355 \pm 5014$$

می‌شود. بدین گونه می‌توان گفت که شواهد حاصل از گشتاور مغناطیسی، فرض اولیه ما را درباره ماهیت این حالتها تأیید می‌کند.

حالتهای تک-ذره‌ای در هسته‌های تغییر شکل یافته

ترازهای انرژی مدل پوسته‌ای هسته بر پایه فرض کروی بودن پتانسیل هسته‌ای محاسبه می‌شوند. اما می‌دانیم که این فرض برای هسته‌های موجود در گستره $190 \leq A \leq 150$ و $A > 230$ درست نیست. برای این گونه هسته‌ها باید از پتانسیلی در مدل پوسته‌ای استفاده کنیم که تقریبی از شکل واقعی هسته، یعنی بیضیوار دوار، باشد. در محاسبات معادله شرودینگر با پتانسیل غیر کروی، تکانه زاویه‌ای I دیگر به صورت عدد کوانتومی «خوب» نیست. یعنی، حالتهای پتانسیل غیر کروی را نمی‌توان مثل مورد مدل پوسته‌ای کروی با نمادهای طیف نمودی $(s, p, d, f, \dots)$ و غیره مشخص کرد. به عبارت دیگر، حالتهای حاصل از مدل غیر کروی به صورت مخلوطی از مقادیر مختلف I هستند (که با در نظر گرفتن پارینه، انتظار داریم این مخلوط فقط از مقادیر زوج I یا فقط از مقادیر فرد I تشکیل شود).

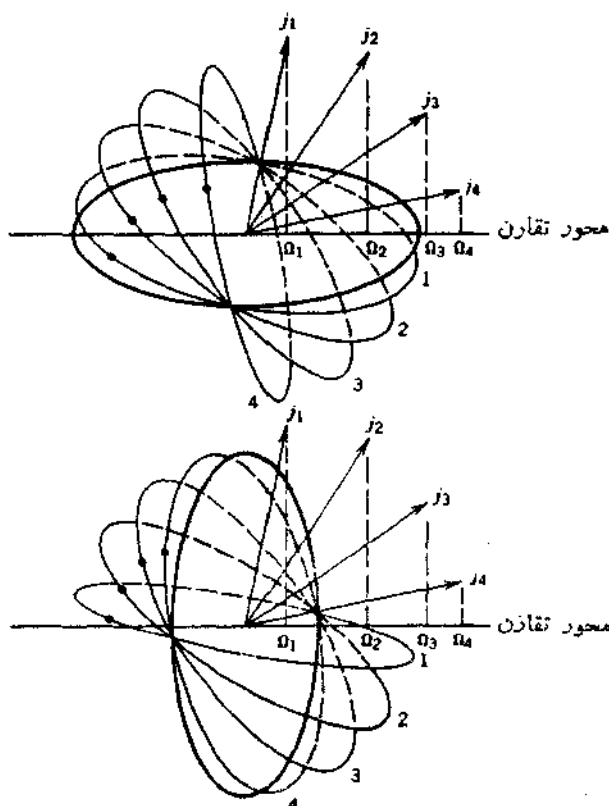
در مورد پتانسیل کروی، ترازهای انرژی هر حالت از ذره منفرد دارای واکنشی $(2j+1)$ است. (این بدان معنی است که تمامی سمگکریهای بردار j که تعداد آنها نسبت به هر محور دلخواه به $2j+1$ می‌رسد، با هم معادل هستند.) این واکنشی ترازها یا هم‌ارزی سمگکریها، دیگر برای پتانسیلی که تغییر شکل داده است معتبر نیست و ترازهای انرژی پتانسیل تغییر شکل یافته به سمگکری فضایی مدار بستگی دارد. دقیقتر بگوییم،

انرژی هر تراز به مؤلفه J در راستای محور تقارن قلب هسته بستگی پیدا می‌کند. برای نمونه، يك نوکلئون $f_{7/2}$ می‌تواند دارای هشت مؤلفه مجاز J باشد که مقدار آنها از $7/2 -$ تا $7/2 +$ تغییر می‌کند. این مؤلفه J در راستای محور تقارن را عموماً با Ω نشان می‌دهند. چون هسته‌ها نسبت به جهات دوگانه محور تقارن دارای تقارن آینه‌ای هستند، انرژی مؤلفه‌های $\Omega +$ و $\Omega -$ با هم مساوی و در نتیجه واگنی هر تراز برابر ۲ خواهد شد. یعنی اگر پتانسیل مرکزی تغییر شکل پیدا کند، حالتی که قبلاً با نماد $f_{7/2}$ مشخص شد به چهار حالت شکافته می‌شود که عبارت‌اند از $7/2, 5/2, 3/2, 1/2$ که پاریته همه آنها منفی است. «مدار»های مجاز مختلف ذره فرد را برای تغییر شکل‌های کشیده و پخت در شکل ۲۶.۵ نشان داده‌ایم. در تغییر شکل کشیده، مداری که کوچکترین مقدار ممکن Ω (مساوی $1/2$) را داراست قویترین برهم‌کنش را با قلب هسته خواهد داشت، بدین ترتیب بستگی این مدار از همه بیشتر و انرژی آن از همه پایینتر است. در تغییر شکل پخت، با وضعیت متفاوتی روبرو می‌شویم. در این مورد، مداری که بزرگترین مقدار Ω (مساوی J) را داراست قویترین برهم‌کنش و پایینترین انرژی ممکن را خواهد داشت. چگونگی شکافته شدن حالت‌های $f_{7/2}$ ، در اثر افزایش تغییر شکل هسته، در شکل ۲۷.۵ نموده شده است.

البته باید به خاطر داشته باشیم که شکل‌های ۲۶.۵ و ۲۷.۵ چندان دقیقی ندارند، زیرا اعداد کوانتومی l و J که با استفاده از پتانسیل کروی برای ذره منفرد به دست آمده‌اند در مورد پتانسیل تغییر شکل یافته فاقد اعتبارند. برای مثال، حالت پاریته - منفی $\Omega = 5/2$ را نمی‌توان همان حالت $f_{7/2}$ دانست، هر چند که وقتی $\beta \rightarrow 0$ تفاوت بین این دو حالت از میان می‌رود. تابع موج حالت $\Omega = 5/2$ را می‌توان به صورت مخلوطی (بسا يك ترکیب خطی) از تعداد زیادی l و J مختلف نوشت (برای آنکه مؤلفه $5/2$ حاصل شود، فقط مقادیر $5/2 \leq J$ را باید در نظر گرفت). معمولاً تقریب را به صورتی در نظر می‌گیرند که پوسته‌های اصلی مختلف نوسانگر (شکل‌های ۴.۵ و ۶.۵) با هم مخلوط نمی‌شوند. بنابراین، برای نمونه، حالت $\Omega = 5/2$ که در شرایط $\beta \rightarrow 0$ به سمت تراز $f_{7/2}$ میل می‌کند، فقط شامل بعضی از حالت‌های پوسته پنجم نوسانگر ($2f_{7/2}, 2f_{5/2}$)، $1h_{9/2}, 1h_{11/2}$) خواهد بود. پوسته‌های چهارم و ششم نوسانگر، پاریته متقابل دارند و در نتیجه قابل اختلاط نیستند. پوسته‌های پاریته - فرد بعدی نیز خیلی از هم فاصله دارند و نمی‌توانند بخوبی با هم مخلوط شوند. اگر تابع موجهای کروی را با ψ_{Nlj} نشان دهیم، باید داشته باشیم

$$\psi'(\Omega) = \sum_{lj} a(Nlj) \psi_{Nlj} \quad (22.5)$$

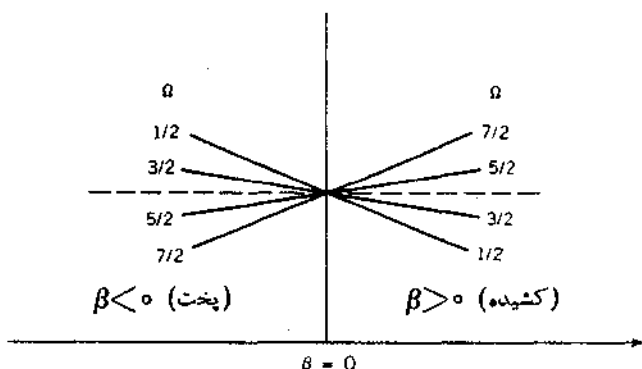
که در آن $\psi'(\Omega)$ معرف تابع موج حالت تغییر شکل یافته Ω است و $a(Nlj)$ ضرایب بسط هستند. برای حالت $\Omega = 5/2$ داریم



شکل ۲۶-۵ مدارهای ذره منفرد با $j = 7/2$ و تصاویر مجاز آن در راستای محور تقارن. تغییر شکل کشیده در بالا و تغییر شکل پخت در پایین نشان داده شده است. تصاویر مجاز عبارت‌اند از $\Omega_1 = 1/2$, $\Omega_2 = 3/2$, $\Omega_3 = 5/2$ و $\Omega_4 = 7/2$. (برای وضوح شکل، فقط تصاویر مثبت را نشان داده‌ایم.) توجه داشته باشید که در مورد هسته کشیده، مدار ۱ (به طور متوسط) از همه مدارهای دیگر به قلب هسته نزدیکتر است و از همه قویتر با آن برهم کنش می‌کند، در حالی که در مورد هسته پخت، مدار ۴ قویترین برهم کنش را با قلب هسته خواهد داشت.

$$\begin{aligned} \psi'(\Omega) = & a\left(\Omega_3 \frac{5}{2}\right) \psi_{\Omega_3 \frac{5}{2}} + a\left(\Omega_2 \frac{3}{2}\right) \psi_{\Omega_2 \frac{3}{2}} + a\left(\Omega_1 \frac{1}{2}\right) \psi_{\Omega_1 \frac{1}{2}} \\ & + a\left(\Omega_4 \frac{7}{2}\right) \psi_{\Omega_4 \frac{7}{2}} \quad (23.5) \end{aligned}$$

ضرایب $a(Nlj)$ را می‌توان از حل معادله شرودینگر با پتانسیل تغییر شکل یافته به دست آورد، کسه محاسبه آن نخستین بار در سال ۱۹۵۵ توسط نیلسون انجام شد. مقدار این



شکل ۲۷.۵ نتیجه سمتگیریهای مختلف مدار $f_{\gamma/2}$ را مستقیماً در این شکل نشان داده‌ایم. چنانکه در شکل ۲۶.۵ دیده می‌شود، مداری که مؤلفه‌اش در راستای محور تقارن برابر $\Omega = 1/2$ است قویترین برهم‌کنش را با قلب هسته کشیده دارد، و در نتیجه انرژی آن از همه مدارهای دیگر کمتر می‌شود. در مورد قلب هسته پخت، مداری که مؤلفه آن برابر $\Omega = 7/2$ باشد پایستریز انرژی را داراست.

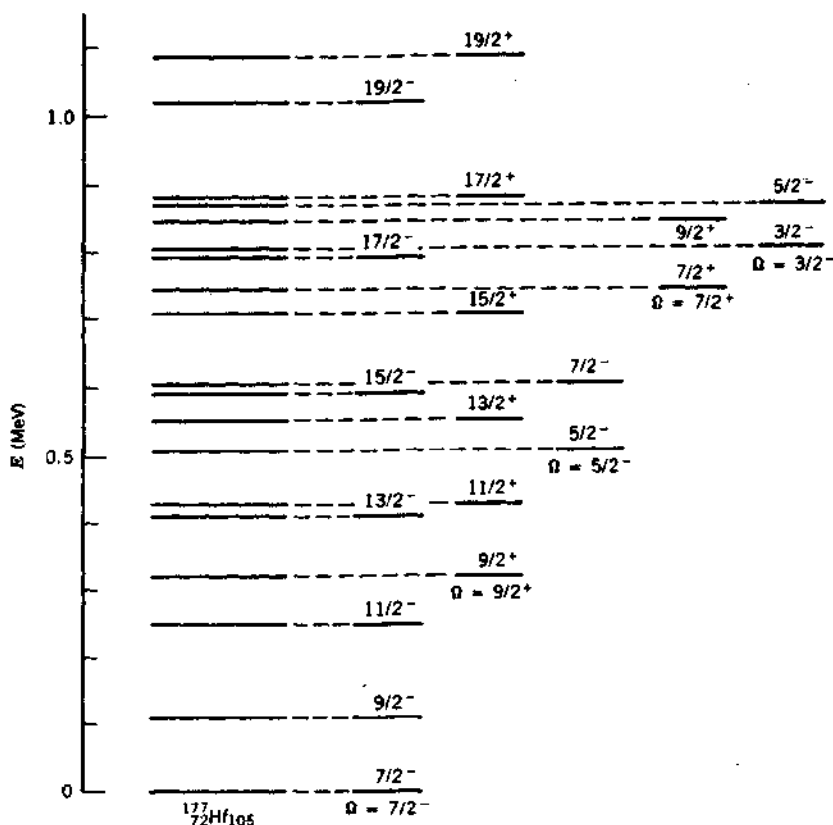
ضرایب به تبعیت از β تغییر می‌کند، و طبعاً انتظار داریم که به ازای $\beta \rightarrow 0$ مقدار $a[\Omega(7/2)]$ به ۱ میل کند و ضرایب دیگر همگی صفر شوند. به ازای $\beta = 0.3$ (که معروف یک نمونه از تغییر شکل کشیده است)، نیلسون مقادیر این ضرایب را برای تراز $\Omega = 5/2$ که در اینجا مورد بحث است، به صورت زیر به دست آورد

$$a\left(\Omega \frac{5}{2}\right) = 0.267 \quad a\left(\Omega \frac{7}{2}\right) = 0.832$$

$$a\left(\Omega \frac{9}{2}\right) = 0.415 \quad a\left(\Omega \frac{11}{2}\right) = -0.255$$

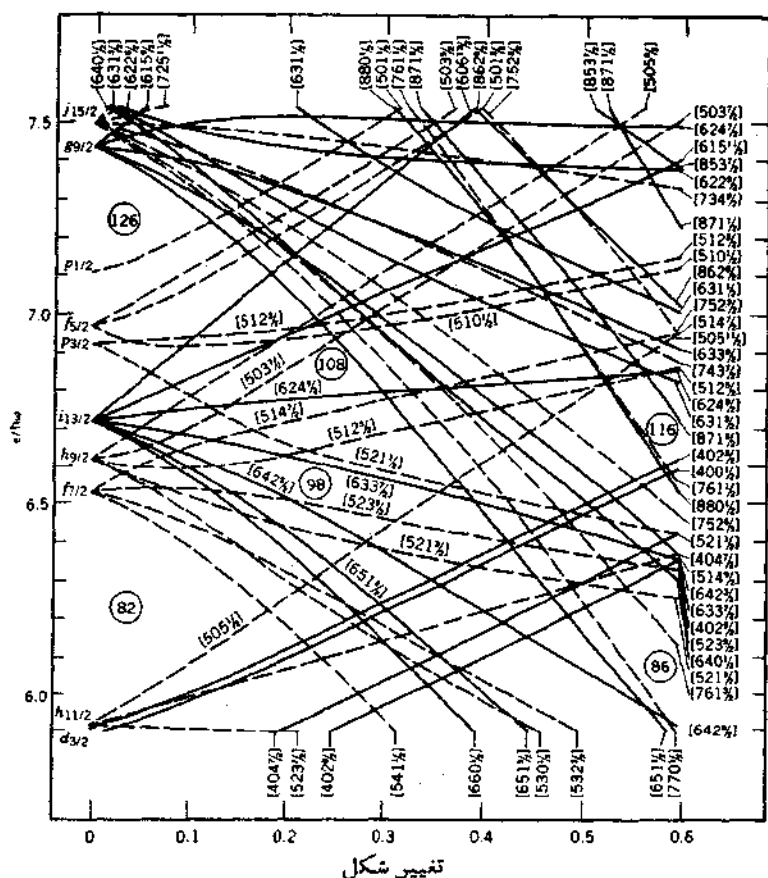
وقتی که این تابع موجهای حالتی تک-ذره هسته‌های تغییر شکل یافته را در اختیار داشته باشیم، آنگاه می‌توانیم هسته‌ها را در حال دوران در نظر بگیریم. در این صورت، برای هر حالت ذره منفرد یک سری حالتی دوران به دست می‌آوریم که فاصله انرژی بین آنها با عبارت $I(I+1)$ متناسب است. در پایستریز حالت نوار دورانی $I = \Omega$ است، و تکانه زاویه‌ای حالتی متوالی، با افزایش انرژی دوران، به صورت $\Omega, \Omega+1, \Omega+2, \dots$ افزایش می‌یابد. شکل ۲۸.۵ ترازهای انرژی هسته ^{177}Hf را نشان می‌دهد. در این هسته، علاوه بر دو نوار دورانی کاملاً مشخص، چند حالت تک-ذره‌ای دیگر هم مشاهده شده است.

برای تغییر ترازهای تک-ذره مشاهده شده، به نموداری مشابه شکل ۲۷.۵ نیازمندیم که تمام حالتی مجاز تک-ذره و چگونگی تغییر انرژی آنها را بر حسب تغییر شکل هسته



شکل ۲۸.۵ ترازهای انرژی ^{177}Hf . همانند مورد ^{164}Er (در شکل ۲۳.۵)، با استفاده از وضعیت اسپین-پارایته می‌توان حالت‌ها را به صورت نوارهای دورانی دسته‌بندی کرد. در پایین‌ترین حالت هر نوار $I = \Omega$ است و فاصله انرژی حالت‌های بالاتر از $I(I+1)$ به دست می‌آید.

نشان دهد. شکل ۲۹.۵ چنین نموداری را برای حالت‌های نوترونی هسته‌های موجود در ناحیه $190 \leq A \leq 150$ نشان می‌دهد. با توجه به اینکه واگنی هر یک از ترازهای ذره منفرد در هسته تغییر شکل یافته برابر ۲ است، درست مانند آنچه در مورد مدل پوسته‌ای با پتانسیل کروی عمل کردیم، در هر حالت دو نوترون قرار می‌دهیم تا به $N = 105$ برسیم و همین‌طور در هر حالت دو پروتون می‌گذاریم تا به $Z \approx 72$ برسیم. اکنون به دلیل تزیوج نوکلئونی از حالت‌های تک-ذره‌ای پروتون‌ها صرف‌نظر می‌کنیم، و به بررسی ترازهای مجاز یکصد و پنجمین نوترون در هسته تغییر شکل یافته‌ای با مقدار مثلاً $\beta \approx 0.3$ می‌پردازیم. چنانکه در نمودار می‌بینیم، ترازهای انتظاری تک-ذره دقیقاً با ترازهای مشاهده شده در ^{177}Hf مطابقت دارند.



تغییر شکل

شکل ۲۹.۵ ترازهای انرژی نوترونها در یک پتانسیل تغییر شکل یافته کشیده. تغییر شکل را اساساً با پارامتر β برآورد می‌کنند. اعداد درون قلابها نمایانگر حالتها هستند؛ در اینجا فقط اولین عدد که همان عدد کوانتومی اصلی N مربوط به پوسته نوسانگر و معرف پاریته حالت $N(-)$ است و همچنین آخرین عدد که همان مؤلفه Ω است، مورد توجه ماست. خطوط بر حالت‌های با پاریته زوج، وخط‌چینها حالت‌های با پاریته فرد را نشان می‌دهند. برای تغییر شکل بین ۲ و ۳ (که معرف تغییر شکل نوعی هسته‌های موجود در این ناحیه است)، یکصد و پنجمین نوترن ^{177}Hf در حالت $[514(7/2)]$ یعنی یک حالت پاریته - فرد که در آن $\Omega = 7/2$ است، قرار می‌گیرد. یک برانگیزش کوچک کافی است که این نوترن را به حالت $[624(9/2)]$ که یک حالت پاریته - زوج و $\Omega = 9/2$ است، برساند. هس دو حالت ذاتی (و نوارهای دورانی مربوط به آنها) را می‌توان در شکل ۲۸.۵ مشاهده کرد. حالت‌های دیگری که در ^{177}Hf مشاهده می‌شوند، از شکست زوج نوترونی یک حالت پایینتر و برانگیختگی یکی از آنها و تزویج آن با نوترن $-(7/2)$ حاصل می‌شوند. بدین گونه، مثلاً، می‌توان یک نوترن منفرد در حالت $[512(5/2)]$ به دست آورد که نمایشگر حالت پاریته - فرد $\Omega = 5/2$ در ^{177}Hf است.

بنا بر این، ساختار کلی هسته‌های تغییر شکل یافته هر فرد با نوارهای دورانی مشخص می‌شود. این نوارها را بر اساس حالت‌های تك- ذره که با استفاده از پتانسیل مدل پوسته‌ای تغییر شکل یافته محاسبه می‌شوند، می‌توان تعیین کرد. حالت‌های نوترون و پروتون (با استقرار دو نوکلئون در هر حالت) پر می‌شوند، و خواص هسته با استفاده از خواص ذره منفرد در مدل تك ذره قابل برآورد است. این مدل که تابع موجهای آن توسط نیلسون محاسبه شده است، در توجیه خواص هسته‌های موجود در این ناحیه موفقیت چشمگیری داشته است. به طور کلی می‌توان گفت که محاسبات مبتنی بر خواص ذره منفرد، برای ناحیه تغییر شکل یافته بسیار موفقتر از ناحیه هسته‌های کروی بوده است.

در این فصل، نمونه‌هایی از ساختار هسته‌ای را که مبتنی بر خواص ایستای هسته‌ها بوده‌اند بررسی کرده‌ایم که اهم آنها عبارت‌اند از: ترازهای انرژی، وضعیت اسپین-پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چار قطبی الکتریکی. با استفاده از تابع موجهای حاصل از حل معادله شرودینگر در مدل‌های مختلف می‌توان بسیاری از ویژگی‌های دیگر ساختار هسته‌ای، از جمله گذار بین حالت‌های هسته‌ای متفاوت را محاسبه کرد. اغلب مشاهده می‌شود که اگر برای نمونه بخواهیم فقط با استفاده از ترازهای انرژی شواهدی برای ساختار جمعی فراهم آوریم ممکن است تلاشمان بی‌نتیجه بماند، در حالی که استفاده از احتمال گذار بین حالت‌های برانگیخته وجود اثرات جمعی را به طور قطعی ثابت می‌کند. همچنین ممکن است با مواردی روبرو شویم که يك حالت برانگیخته خاص به راه‌های مختلف قابل تعبیر باشد. حالت ارتعاشی یا جفت‌شدگی دو ذره‌ای را می‌توان به عنوان نمونه‌هایی از این موارد یادآور شد. معمولاً با بررسی احتمالی گذار، می‌توانیم تغییرهای مختلف را با هم مقایسه کنیم و نقاط قوت و ضعف آنها را دریابیم. بنا بر این بررسی کامل ساختار هسته‌ای مستلزم مطالعه واپاشیهای α و β و واکنشهای هسته‌ای است که اولی گذار خود به خودی بین حالتها را نشان می‌دهد، و در دومی آزمایشگر می‌تواند حالت‌های ابتدایی و نهایی را به میل خود انتخاب کند. در این دو زمینه تحقیقی، ما می‌توانیم احتمالات واپاشی و واکنش را محاسبه و بسا مقادیر تجربی آنها مقایسه کنیم، و بدین گونه ساختار حالت‌های هسته‌ای را مورد پژوهش قرار دهیم. قسمت اعظم باقیمانده این کتاب، به مطالعه روشهای متداول در هر يك از این دو شاخه طیف‌نمایی هسته‌ای اختصاص خواهد داشت.

مراجع مطالعات تکمیلی

کتابهای درسی فیزیک هسته‌ای که شامل مطالب پیشرفته‌تر و مفصلتر در باره مدل‌های هسته‌ای هستند، عبارت‌اند از

B. L. Cohen, *Concepts of Nuclear Physics* (New York: McGraw-Hill, 1971),
ترجمه فارسی این کتاب تحت عنوان مفاهیم فیزیک هسته‌ای در سال ۱۳۷۰ توسط مرکز نشر دانشگاهی منتشر شده است. -د.

H. Frauenfelder, E. M. Henley, *Subatomic Physics* (Englewood Cliffs, NJ : Prentice - Hall, 1974),

ترجمه فارسی این کتاب تحت عنوان فیزیک زیر اتمی بزودی توسط مرکز نشر دانشگاهی منتشر خواهد شد.

M. A. Preston, *Physics of Nucleus* (Reading, MA : Addison - Wesley, 1962).

دو اثر تلنگاری زیر به ترتیب درباره مدل پوسته‌ای و مدل جمعی نوشته شده‌اند. مؤلفان از برندگان جایزه نوبل هستند که به خاطر کارشان در مدل‌های هسته‌ای به دریافت این جایزه نایل شده‌اند.

M. G. Mayer, J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (New York : Wiley, 1955),

A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (Reading, MA : Benjamin, 1975).

مرجع زیر یکی دیگر از کتابهای پیشرفته و جامع است

J. M. Eisenberg, W. Greiner, *Nuclear Models* (Amsterdam : North - Holland, 1970).

مسائل

۱. با استفاده از مدل پوسته‌ای، وضعیت پارته واسپین انتظاری حالت‌های پایه را در هسته‌های زیر مشخص کنید: (الف) ${}^7\text{Li}$ ، (ب) ${}^{11}\text{B}$ ، (ج) ${}^{12}\text{C}$ ، (د) ${}^{16}\text{O}$ ، (ه) ${}^{31}\text{P}$ ، (و) ${}^{141}\text{Pr}$.
۲. ترازهای پایین در هسته ${}^{12}\text{C}$ عبارت‌اند از: حالت پایه $(1/2)^-$ ، حالت $(1/2)^+$ با انرژی 3.09 MeV ، حالت $(3/2)^-$ با انرژی 3.68 MeV ، حالت $(5/2)^+$ با انرژی 3.85 MeV . حالت‌های دیگر در حدود انرژی 7 MeV و بالاتر هستند. تعبیر این چهار حالت را بر اساس مدل پوسته‌ای بیان کنید.
۳. بنابر نمودار تراز انرژی شکل ۶.۵، برای حالت پایه ${}^{203}\text{Tl}$ ($Z = 81$) انتظار داریم که $I^\pi = (11/2)^-$ شود، ولی وضعیت مشاهده شده به صورت $(1/2)^+$ است. در مورد هسته‌های ${}^{207}\text{Pb}$ ($N = 125$) و ${}^{199}\text{Hg}$ ($N = 119$) هم با شرایط مشابهی روبه‌رو می‌شویم: وضعیت انتظاری این هسته‌ها $(13/2)^+$ و وضعیت مشاهده شده $(1/2)^-$ است. به فرض آنکه نیروی تزویج قویاً بر حسب I افزایش یابد، پیکربندی مدل پوسته‌ای این هسته‌ها را که با وضعیت مشاهده شده اسپین - پارته سازگار باشد مشخص کنید.
۴. شکل ۶.۵، متوسط حالت‌های تک‌ذره‌ای مدل پوسته‌ای را فقط به‌طور کلی نشان می‌دهد. انرژی حالت‌ها بر حسب تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هسته تغییر می‌کند. برای نشان

دادن این اثر، حالت‌های پنجاه و یکمین پروتون را در ایزوتوپ‌های Sb در نظر بگیرید. به همان شیوه شکل ۲۵.۵، نموداری تهیه کنید که حالت‌های $(5/2)^+$ و $(7/2)^+$ را در هسته‌های ^{123}Sb و ^{125}Sb نشان دهد. (برای کسب اطلاعات مربوط به ترازهای انرژی به جدول ایزوتوپها رجوع کنید.) مواضع نسبی حالت‌های پرتونی $g_{7/2}$ و $d_{5/2}$ را به صورت تابعی از تعداد فوتون مورد بحث قرار دهید.

۵. در مدل پوسته‌ای تک ذره، حالت پایه یک هسته با تعداد فرد پروتون و نوترون را از جفت‌شدگی حالت‌های پروتون و نوترون در این مدل تعیین می‌کند: $I = j_p + j_n$. هسته‌های $^{14}\text{N} - 2^-$ ، $^{12}\text{B} - 1^+$ ، $^{31}\text{P} - 1^+$ و $^{28}\text{Al} - 3^+$ را در نظر بگیرید. با رسم نمودارهای برداری ساده این جفت‌شدگیها را نشان دهید، سپس j_p و j_n را به ترتیب با $I_p + s_p$ و $I_n + s_n$ جایگزین کنید. با بررسی نمودارهای این چهار هسته، برای سم‌نگیری نسبی s_p و s_n در حالت پایه یک قاعده تجربی به دست آورید. سرانجام، با استفاده از قاعده تجربی به دست آمده، وضعیت‌های I^π را در ^{26}Na پیش‌بینی کنید.

۶. (الف) اگر انرژی یک حالت تک‌ذره در غیاب برهم‌کنش (شکاف‌نگی) اسپین-مدار برابر E_0 باشد، انرژی هر یک از اعضای دوتایه اسپین-مدار را که اختلاف انرژی‌شان از معادله (۴.۵) به دست می‌آید پیدا کنید. (ب) نشان دهید که «گرانیگاه» این دوتایه روی E_0 قرار دارد.

۷. گشتاور چارقطبی انتظاری $^{209}\text{Bi}(9/2)^-$ را بر اساس مدل پوسته‌ای محاسبه کنید، و آن را با مقدار تجربی 0.37 b مقایسه کنید.

۸. مقادیر انتظاری گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته‌های زیر را با استفاده از مدل پوسته‌ای محاسبه و آن را با مقادیر تجربی زیر مقایسه کنید:

هسته	I^π	μ تجربی (μ_N)
^{76}Ge	$(\frac{1}{2})^-$	+۰.۵۱۰
^{87}Sr	$(\frac{9}{2})^+$	-۱.۰۹۳
^{91}Zr	$(\frac{5}{2})^+$	-۱.۳۰۴
^{47}Sc	$(\frac{7}{2})^-$	+۰.۳۴
^{147}Eu	$(\frac{11}{2})^-$	+۰.۲۰۶

۹. بسامد ارتعاشی متناظر به نمونه‌ای از ارتعاشات چارقطبی را حساب کنید. با در نظر گرفتن مقادیر نمونه طول عمر واپاشی حالت‌های 2^+ در هسته‌های ارتعاشی (این مقادیر را می‌توان در جدول ایزوتوپها پیدا کرد)، نتیجه‌گیری کنید که واپاشیها در مقایسه با ارتعاشات هسته‌ای به‌طور کلی در زمان طولانیتر یا کوتاهتری اتفاق می‌افتند. چنانکه در معادله (۱۳.۵) دیده می‌شود، اگر α نمایشگر دامنه ارتعاش باشد، آیا می‌توان کمیت‌های متناسب با $\langle \alpha \rangle$ را مشاهده کرد؟ متناسب با $\langle \alpha^2 \rangle$ را چطور؟

۱۰. با مشخص کردن فهرست حالت‌های ممکن m برای سه فونون چارقطبی ($I=2$) و ترکیب‌های قرینه آنها، نشان دهید که حالت‌های برابند مجاز عبارت‌اند از: 0^+ ، 2^+ ، 3^+ ، 4^+ و 6^+ .

۱۱. حجم هسته‌ای را که سطح آن از معادله (۱۴.۵) به‌دست می‌آید تعیین کنید.

۱۲. يك هسته بیضوی با توزیع بار یکنواخت را در نظر بگیرید که سطح آن با معادله (۱۴.۵) مشخص می‌شود. نشان دهید که گشتاور چارقطبی الکتریکی این هسته که با معادله (۳۶.۳) تعریف می‌شود، به‌صورت معادله (۱۶.۵) درمی‌آید.

۱۳. ترازهای انرژی ^{174}Hf دارای دو نوار دورانی مشابه به‌صورت زیر است:

$E(12^+)$	$E(10^+)$	$E(8^+)$	$E(6^+)$	$E(4^+)$	$E(2^+)$	$E(0^+)$
۲۰۰۲۱	۱۲۲۸۶	۱۰۰۱۰	۰۶۶۰۸	۰۲۹۷	۰۰۹۱	۰
۲۰۲۸۹	۲۰۰۲۶	۱۶۳۰	۱۳۰۷	۱۰۶۳	۰۹۰۰	۰۸۲۷

(مقادیر بالا برحسب MeV داده شده‌اند). گشتاور لختی این دو نوار را باهم مقایسه کنید، و دربارهٔ اختلاف آنها اظهار نظر کنید.

۱۴. اختلاف بین ترازهای انرژی پایین در هسته‌های ^{17}O و ^{19}O به‌علت وجود حالت‌های $I^\pi = (9/2)^+$ و $I^\pi = (3/2)^+$ در هسته ^{19}O است. این دو حالت در هسته ^{17}O دیده نمی‌شوند. نشان دهید که این دو حالت ممکن است از پیکربندی $(d_{5/2})^3$ حاصل شوند که در هسته ^{17}O مورد انتظار نیستند.

۱۵. هسته ^{24}Mg دارای يك حالت برانگیخته اول 2^+ در انرژی 1.369 MeV و يك حالت برانگیخته دوم 4^+ در انرژی 4.123 MeV است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی حالت 2^+ برابر $1.02\mu_N$ و گشتاور چارقطبی الکتریکی آن برابر 0.27 b — است. کدام يك از مدل‌های هسته‌ای می‌تواند توصیفی دقیق از این حالت‌ها به‌دست دهد؟ انتخاب خود را با محاسبه پارامترهای خاص مدل مورد نظر توجیه کنید.

قسمت ۲

واپاشی هسته‌ای
ورادیواکتیویته

واپاشی رادیواکتیو

واپاشی رادیواکتیو کانیهای طبیعی حاوی اورانیوم و توریم تا حدود زیادی منشأ مطالعات اولیه فیزیک هسته‌ای بوده است. این واپاشیها دارای نیمه‌عمرهایی در حدود عمر زمین‌اند، که این امر نمایانگر باقی ماندن این مواد از دوران اولیه پیدایش ماده در اثر گردهمایی نوکلئونهاست. هسته‌های با عمر کوتاهتر مدتها قبل واپاشیده و ناپدید شده‌اند، و امروز ما فقط واپاشیهای با عمر طولانی را مشاهده می‌کنیم. اگر $[^{235}\text{U}]$ و $[^{238}\text{U}]$ دارای نیمه‌عمرهای بسیار طولانی نبودند، امروز دیگر اورانیومی در طبیعت وجود نداشت و احتمالاً رآکتورهای هسته‌ای و سلاحهای هسته‌ای هم در کار نبودند.

علاوه بر رادیواکتیوئته طبیعی، هسته‌های رادیواکتیو را از طریق واکنشهای هسته‌ای در آزمایشگاه نیز می‌توانیم تولید کنیم. این عمل اولین بار در سال ۱۹۳۴ توسط ایرن کوری و فردریک ژولیو، با بمباران آلومینیم به وسیله ذرات آلفای حاصل از واپاشی پولونیم رادیواکتیو، انجام شد. در این واکنش ایزوتوپ ^{20}P تولید می‌شود که از طریق گسیل پوزیترون با نیمه‌عمر ۲۵ دقیقه واپاشیده خواهد شد. طبق گفته آنها:

آخرین آزمایشهای ما حقیقت تکان دهنده‌ای را نشان داده است: هنگامی که يك ورقه آلومینیم تحت تأثیر تابشهای يك ترکیب پولونیم قرار می‌گیرد، گسیل پوزیترون بلافاصله پس از برداشتن ترکیب رادیواکتیو متوقف نمی‌شود. ورقه همچنان رادیواکتیو می‌ماند و گسیل پرتوهای ناشی از واپاشی مانند يك عنصر رادیواکتیو معمولی به‌طور نمایی فرومی‌افتد.

برای این کار در زمینه رادیواکتیویته مصنوعی، جایزه نوبل شیمی سال ۱۹۳۵ به تیم ژولیه کوری داده شد (در پی يك سنت خانوادگی والدین ایرن، پی‌یر، و ماری کوری برای کار در زمینه رادیواکتیویته طبیعی عنصر رادیم در جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۰۳ با بکرل شریک شدند، و ماری کوری نخستین کسی است که با دریافت جایزه نوبل شیمی در سال ۱۹۱۱ برای دومین بار به دریافت این جایزه مفتخر شد).
در این فصل قوانین فیزیکی حاکم بر تولید و واپاشی مسود پرتوزا را بررسی خواهیم کرد. در اینجا منظور از مواد پرتوزا موادی است که هسته‌های آنها در اثر گسیل خود به خود تابش تغییر حالت می‌دهد.

۱.۶ قانون واپاشی رادیواکتیو

سه سال پس از کشف رادیواکتیویته در سال ۱۸۹۶ ملاحظه شد که آهنگ واپاشی يك ماده پرتوزای خالص با گذشت زمان طبق يك قانون نمایی کاهش می‌یابد. تشخیص اینکه رادیواکتیویته نماینده تغییر در تركت آنها و نه در كل نمونه است، مستلزم سپری شدن مدت زمان بیشتری بود. پس از گذشت دو سال دیگر مشخص شد که واپاشی دارای طبیعت آماری است، یعنی پیش‌بینی زمان فروپاشی يك اتم معین غیر ممکن است، و معلوم شد که این فرضیه مستقیماً به قانون نمایی منجر می‌شود. این موضوع علم قابلیت پیش‌بینی رفتار يك ذره، امروزه دانشمندان را نگران نمی‌کند، ولی پذیرش آن در مراحل آغازین و قبل از گسترش نظریه کوانتومی مشکل بود. تلاش فراوان همین محققان از خود گذشته بود که آنچه را که امروز حقایق مسلم به نظر می‌رسند، پیرجا ساخت.
اگر N هسته پرتوزا در زمان t در نمونه‌ای موجود باشند و هسته‌های جدیدی وارد نمونه نشوند، تعداد dN هسته که در زمان dt واپاشیده می‌شوند با N متناسب خواهد بود، در نتیجه داریم

$$\lambda = - \frac{(dN/dt)}{N} \quad (۱.۶)$$

که در آن λ يك مقدار ثابت است که ثابت واپاشی یا فروپاشی نامیده می‌شود. طرف راست معادله (۱.۶) احتمال واپاشی يك اتم در واحد زمان است. اینکه این احتمال بدون توجه به عمر اتمها ثابت می‌ماند، فرض اساسی نظریه آماری واپاشی رادیواکتیو است. (طول عمر بشر از این قانون پیروی نمی‌کند!)

با انتگرال‌گیری از معادله (۱.۶) به قانون نمایی واپاشی رادیواکتیو می‌رسیم

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (۲.۶)$$

که در آن N_0 ، ثابت انتگرال‌گیری، تعداد اولیه هسته‌های موجود در $t = 0$ است. نیمه‌عمر

$t_{1/2}$ زمان لازم برای واپاشی نیمی از هسته‌هاست. با قرار دادن $N = N_0/2$ در معادله (۲.۶) داریم

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \quad (3.6)$$

تعیین طول عمر متوسط، τ ، (که گاهی فقط طول عمر خوانده می‌شود) نیز مفید است. این زمان طبق تعریف میانگین مدت زمانی است که هسته قبل از واپاشی باقی می‌ماند. تعداد هسته‌هایی که تا زمان t باقی می‌مانند برابر $N(t)$ ، و تعدادی که بین t و $t+dt$ واپاشیده می‌شوند برابر $|dN/dt| dt$ است. بنابراین عمر متوسط عبارت است از

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t |dN/dt| dt}{\int_0^{\infty} |dN/dt| dt} \quad (4.6)$$

که مخرج آن نشان‌دهنده تعداد کل واپاشی‌هاست. پس از انتگرال‌گیری نتیجه زیر به دست می‌آید

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (5.6)$$

بنابراین عمر متوسط برابر عکس ثابت واپاشی است.

با استفاده از معادله (۲.۶) می‌توان تعداد هسته‌های از نوع معین را که پس از زمان t ناواپاشیده مانده‌اند، پیش‌بینی کرد. متأسفانه، قانون به این صورت ارزش محدودی دارد، زیرا اندازه‌گیری کمیت N مشکل است. به جای شمارش تعداد هسته‌های ناواپاشیده در یک نمونه، بهتر است تعداد واپاشیهایی که در فاصله زمانی بین t_1 و t_2 رخ می‌دهند شمرده شوند (از طریق مشاهده تابشهای گسیل شده). اگر تغییر تعداد هسته‌های موجود در فاصله t و $t+\Delta t$ برابر ΔN باشد، خواهیم داشت

$$|\Delta N| = N(t) - N(t+\Delta t) = N_0 e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda \Delta t}) \quad (6.6)$$

اگر فاصله زمانی Δt که طی آن شمارش انجام می‌شود بسیار کوچکتر از λ^{-1} (و در نتیجه، در واقع $\Delta t \ll t_{1/2}$) باشد، می‌توان از جمله مرتبه بالا در بسط دومین جمله پراوتز صرف‌نظر کرد و نوشت

$$|\Delta N| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Delta t \quad (7.6)$$

در حد دیفرانسیلی رابطه به صورت زیر درمی‌آید

$$\left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (۸.۶)$$

با تعریف فعالیت یا اکتیویته A به صورت آهنگ واپاشیهای که در نمونه رخ می‌دهند، داریم

$$A(t) \equiv \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (۹.۶)$$

اکتیویته اولیه در $t=0$ برابر $A_0 = \lambda N_0$ است. در حقیقت، می‌توانستیم معادله (۸.۶) را با مشتق‌گیری از معادله (۲.۶) مستقیماً به دست آوریم، ولی با انتخاب راه طولانی‌تر بر نکته‌ای مهم تأکید کردیم که غالباً نادیده گرفته می‌شود: اندازه‌گیری تعداد شمارشهای ΔN در فاصله زمانی Δt ، در حدودی اکتیویته نمونه را به دست می‌دهد که $\Delta t \ll t_{1/2}$ باشد. تعداد واپاشیها در فاصله زمانی t_1 تا t_2 برابر است با

$$\Delta N = \int_{t_1}^{t_2 + \Delta t} A dt \quad (۱۰.۶)$$

که فقط در حالت $\Delta t \ll t_{1/2}$ برابر $A \Delta t$ می‌شود (يك نمونه نادر را در نظر بگیرید که در آن $t_{1/2} = 18$ باشد، در این صورت تعداد شمارش در دقیقه با شمارش در ساعت برابر است). برای تشخیص ارتباط بیشتر بین A و ΔN به مسئله ۱ در انتهای این فصل رجوع کنید. اکتیویته يك نمونه رادیواکتیو درست برابر تعداد واپاشیهای نمونه در واحد زمان است، و تعداد واپاشی در ثانیه یکای مناسبی برای اندازه‌گیری است. یکای دیگر اندازه‌گیری اکتیویته کودی (Ci) است، که در ابتدا نماینده اکتیویته يك گرم رادیوم محسوب می‌شد، ولی در حال حاضر به صورت ساده زیر تعریف می‌شود

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ واپاشی در ثانیه}$$

اغلب چشمه‌های رادیواکتیوی که در آزمایشگاهها مورد استفاده قرار می‌گیرند دارای اکتیویته‌ای در محدوده میکروکوری و میلی‌کوری هستند. یکای اکتیویته در دستگاه SI بکرل (Bq) نامیده می‌شود که برابر يك واپاشی در ثانیه است. با وجود این، کوری به‌هوان یکای اکتیویته به اندازه‌ای جا افتاده است که بکرل هنوز به صورت یکای متداول در نیامده است.

توجه کنید که اکتیویته فقط تعداد فروپاشی در ثانیه را بدون هیچگونه اطلاعی از نوع تابشهای گسیلی و یا انرژی آنها به دست می‌دهد. اگر بخواهیم اثرات تابش در يك سیستم زیست‌شناختی را بررسی کنیم، اکتیویته کمیت مفیدی نیست، زیرا تابشهای مختلف ممکن است اثرات متفاوتی داشته باشند. در بخش ۸.۶ درباره برخی یکاهای دیگر

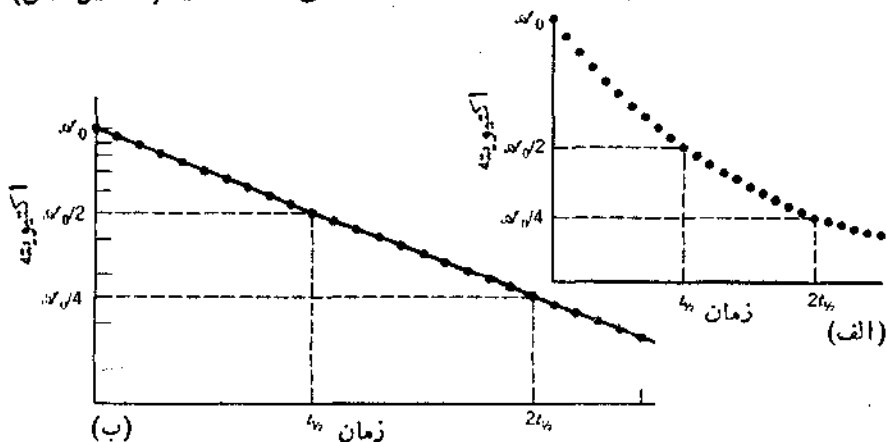
اندازه‌گیری تابش که اثرات نسبی زیست‌شناختی در آنها در نظر گرفته می‌شود، بحث خواهیم کرد.

معادله (۹.۶) نشان می‌دهد که اکتیویته با گذشت زمان به‌صورت نمایی فرومی‌افتد. بنابراین می‌توانیم تغییرات اکتیویته برحسب زمان را با شمارش تعداد واپاشیها در يك رشته فواصل زمانی کوتاه Δt اندازه بگیریم. با رسم این اطلاعات روی نمودار نیمه‌لگاریتمی، مطابق شکل ۱۰.۶، (یعنی نمودار $\ln A$ برحسب t) خط راستی با شیب $-\lambda$ حاصل می‌شود، که از روی آن می‌توان نیمه‌عمر واپاشی رادیواکتیو را تعیین کرد.

این روش اندازه‌گیری فقط برای نیمه‌عمرهایی مفید است که بسیار کوتاه یا بسیار بلند باشند. از یکسو، نیمه‌عمر باید به اندازه کافی کوتاه باشد تا بتوانیم واپاشی نمونه را مشاهده کنیم - و از سوی دیگر برای نیمه‌عمرهای بسیار بیش از عمر انسان، قادر به مشاهده کاهش قابل ملاحظه در اکتیویته نمونه نیستیم. در این موارد، می‌توان معادله (۱۰.۶) را مستقیماً با اندازه‌گیری dN/dt (که همان میزان اکتیویته در این فرایند ساده واپاشی است) و تعیین تعداد آنها (مثلاً به‌روش وزن کردن نمونه‌ای که ترکیب شیمیایی آن به‌دقت شناخته شده است) به‌کاربرد.

برای نیمه‌عمرهای بسیار کوتاه (کوتاهتر از مثلاً يك ثانیه) مشاهده آهنگ فروپاشیهای متوالی نیز سودمند نیست، زیرا اکتیویته نمونه در زمانهای لازم برای روشن و خاموش کردن دستگاه شمارش قابل اندازه‌گیری نیست. در این صورت، از روش دقیقتری که در فصل ۷ شرح داده شده است، استفاده می‌کنیم که اندازه‌گیریهای روزانه نیمه‌عمرهای حدود نانوثانیه (10^{-9} s) و حتی پیکوثانیه (10^{-12} s) را ممکن می‌سازد.

این نکته مهم را باید به‌خاطر سپرد که قانون ساده واپاشی نمایی رادیواکتیو فقط در شرایط محدودی به‌کار می‌رود - در این موارد، مقدار معینی از ماده اولیه (با گسیل تابش)



شکل ۱۰.۶ واپاشی نمایی اکتیویته. (الف) نمودار خطی. (ب) نمودار نیمه‌لگاریتمی.

به يك عنصر پایدار نهایی واپاشیده می شود. تحت این شرایط که هسته رادیواکتیو ۱ با ثابت واپاشی λ_1 به هسته پایدار ۲ واپاشیده می شود، تعداد هسته های موجود برابر است با

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t} \quad (۱۱.۶ \text{ الف})$$

$$N_2 = N_0 (1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad (۱۱.۶ \text{ ب})$$

توجه کنید که تعداد هسته های نوع ۲ از صفر شروع می شود و با افزایش $t \rightarrow \infty$ به N_0 می رسد (تمام هسته های نوع ۱ در نهایت به نوع ۲ تبدیل می شوند) و نیز توجه کنید که داریم $N_1 + N_2 = N_0$ (تعداد کل هسته ها ثابت است). اگر هسته های نوع ۲ نیز رادیواکتیو باشند، و یا اگر هسته های نوع ۱ در حال تولید هم باشند (مثلا در اثر واکنش هسته ای)، در این صورت معادلات (۱۱.۶) قابل استفاده نیستند. این موارد را در بخشهای ۳.۶ و ۴.۶ بررسی می کنیم.

در بسیاری از موارد، يك هسته اولیه می تواند به دو طریق یا بیشتر واپاشیده شود که در این صورت حالت نهایی شامل دو هسته متفاوت یا بیشتر است. اگر این دو مد واپاشی را a و b بنامیم، آهنگ واپاشی در مد a با ثابت واپاشی جزئی λ_a برابر $(dN/dt)_a$ و آهنگ واپاشی در مد b با ثابت λ_b برابر $(dN/dt)_b$ خواهد شد

$$\lambda_a = - \frac{(dN/dt)_a}{N} \quad (۱۲.۶)$$

$$\lambda_b = - \frac{(dN/dt)_b}{N}$$

آهنگ واپاشی کل برابر است با

$$- \left(\frac{dN}{dt} \right)_t = - \left(\frac{dN}{dt} \right)_a - \left(\frac{dN}{dt} \right)_b = N(\lambda_a + \lambda_b) = N\lambda_t \quad (۱۳.۶)$$

که در آن $\lambda_t = \lambda_a + \lambda_b$ ثابت واپاشی کل است. بنابراین هسته ها طبق رابطه $N = N_0 e^{-\lambda_t t}$ واپاشیده می شوند، و فعالیت $|dN/dt|$ با ثابت واپاشی λ_t فرو می افتد. حال اگر تابشهایی را که منجر به حالت های نهایی a یا b می شوند بشماریم، فقط ثابت واپاشی کل λ_t را مشاهده خواهیم کرد؛ و هرگز با يك واپاشی نمایی فعالیت با ثابت های λ_a یا λ_b روبه رو نمی شویم. ثابت های واپاشی نسبی λ_a و λ_b احتمال واپاشی در مد a یا b را نشان می دهند. بنابراین کسری معادل λ_a/λ_t از هسته ها در مد a و کسر λ_b/λ_t از هسته ها در مد b واپاشیده می شوند، به طوری که

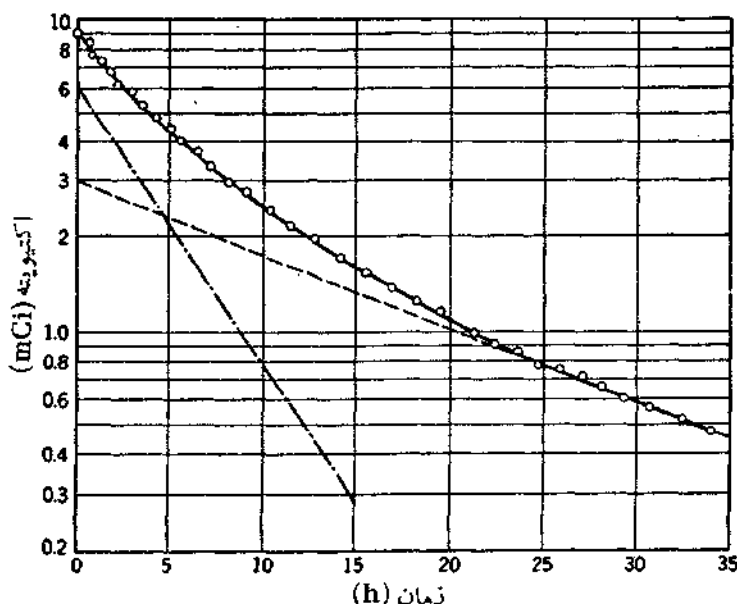
$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_{\gamma, a} = \left(\frac{\lambda_a}{\lambda_1}\right) N_0 (1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad (۱۴.۶)$$

$$N_{\gamma, b} = \left(\frac{\lambda_b}{\lambda_1}\right) N_0 (1 - e^{-\lambda_1 t})$$

عوامل جداگانه λ_a و λ_b هرگز در هیچ جمله نمایشی ظاهر نمی شوند؛ یعنی ما نمی توانیم یک مد واپاشی را برای مشاهده واپاشی مد دیگر «متوقف کنیم».

حالت خاص دیگر، مورد یک نمونه با دو یا چند هسته رادیواکتیو با طرحهای واپاشی نامرتب است. مخلوط ^{64}Cu (۱۲.۷h) و ^{61}Cu (۳.۴h) را در نظر بگیرید؛ البته این مخلوطها را نمی توان به طور شیمیایی از هم جدا کرد. اکتیویته یک مخلوط خاص بر حسب زمان، بر روی کاغذ نیمه لگاریتمی در شکل ۲.۶ رسم شده است. فرض می کنیم که در انتهای سمت راست منحنی فقط یک نوع اکتیویته وجود دارد (زیرا منحنی خطی است). شیب حدی این خط نیمه عمر ۱۲.۷h را نشان می دهد. با (۱) امتداد دادن این خط، و (۲) به دست آوردن تفاوت بین منحنی و این خط راست در نقاط مختلف محور زمان، و (۳) رسم این تفاوت بر همان مبنا، خط نقطه چین مستقیمی را که نشان دهنده نیمه عمر ۳.۴h



شکل ۲.۶ منحنی واپاشی نمونه ای که حاوی مخلوطی از ^{64}Cu (۱۲.۷h) و ^{61}Cu (۳.۴h) است.

است به دست می آوریم. محل برخورد هر يك از این خطوط با محور قائم، شمارش اولیه هر مؤلفه را به دست می دهد. این روش را در صورتی که نیمه عمرها تفاوت قابل ملاحظه با هم داشته باشند، می توان برای مخلوطهای دارای بیش از دو مؤلفه نیز تعمیم داد.

۲.۶ نظریه کوانتومی واپاشیهای رادیواکتیو

ترازهای انرژی که از حل معادله شرودینگر برای پتانسیلهای گوناگون مستقل از زمان به دست می آیند يك خصوصیت مشترك دارند که همان حالتهاي مانا در آنهاست. يك سیستم کوانتومی که ابتدا در يك حالت مانای خاص است همواره در آن حالت باقی می ماند و گذاری (یعنی واپاشی) به حالتهاي دیگر نخواهد داشت. وجود يك سیستم کوانتومی گاه در يك حالت و گاهی در حالت دیگر با ساختن مخلوطی از دو یا چند حالت مانند $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ امکان پذیر است. در این رابطه $|c_1|^2$ احتمال وجود سیستم در حالت ۱ و $|c_2|^2$ احتمال وجود در حالت ۲ است. برای پتانسیلهای مستقل از زمان، c_1 و c_2 مستقل از زمان اند که با مشاهدات مربوط به حالتهاي واپاشنده که در آنها احتمال وجود در يك حالت بر حسب زمان تغییر می کند، توافق ندارد. به علاوه، از نظر فلسفی ناچاریم که پنداره حالتهاي ناب با توابع خوش تعریف را از سر بیرون کنیم که در این صورت تعبیر ساختار هسته ای واقعاً مشکل می شود.

بنابراین رهیافت زیر را انتخاب می کنیم: پتانسیل به صورت $V + V'$ در نظر گرفته می شود که V پتانسیل هسته ای است که حالتهاي مانا را می دهد و V' پتانسیل اضافی بسیار ضعیفی است که می تواند سبب گذار بین حالتها شود. در حال حاضر با چشمپوشی از V' ، معادله شرودینگر را برای پتانسیل V حل می کنیم و تابع موجهای ایستای هسته را به دست می آوریم، سپس از این توابع برای محاسبه احتمال گذار بین «حالتهاي مانا» در اثر V' استفاده می کنیم. این احتمال گذار همان ثابت واپاشی λ است که از قاعده طلایی فرمی به دست می آید و در بخش ۸.۲ بررسی شد

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V'_{fi}|^2 \rho(E_f) \quad (15.6)$$

که در آن داریم

$$V'_{fi} = \int \psi_f^* V' \psi_i dv \quad (16.6)$$

با معلوم بودن تابع موجهای اولیه و نهایی ψ_i و ψ_f ، می توان «جزء ماتریس» V' و در نتیجه احتمال گذار را (که می تواند با مقدار تجربی مقایسه شود) به دست آورد.

احتمال گذار به چگالی حالتهاي نهایی $\rho(E_f)$ ، در فاصله انرژی dE_f ، نیز بستگی دارد. بنابراین تعداد حالتهاي نهایی قابل حصول دستگاه برابر $dn_f = \rho(E_f) dE_f$ است.

اگر تعداد حالات نهایی قابل حصول برای واپاشی زیاد باشد، احتمال گذار بزرگ خواهد بود. چگالی حالات نهایی دارای دو جزء است، زیرا حالت نهایی پس از واپاشی شامل دو مؤلفه حالت هسته نهایی و حالت ذره گسیل شده است. با شروع از حالت هسته هریک از این مؤلفه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم.

با حل معادله شرودینگر برای پتانسیل مستقل از زمان V حالت‌های مانای $\psi_a(\mathbf{r})$ هسته به دست می‌آید. تابع موج وابسته به زمان برای حالت a به صورت زیر است

$$\Psi_a(\mathbf{r}, t) = \psi_a(\mathbf{r}) e^{-iE_a t/\hbar} \quad (17.6)$$

که در آن E_a انرژی حالت است. احتمال وجود سیستم در حالت a برابر $|\Psi_a(\mathbf{r}, t)|^2$ است که برای حالت مانا مستقل از زمان است. برای سازگاری با قانون واپاشی رادیواکتیو، علاقه‌مندیم که احتمال وجود سیستم در حالت a بر حسب زمان به صورت e^{-t/τ_a} کاهش یابد

$$|\Psi_a(t)|^2 = |\Psi_a(t=0)|^2 e^{-t/\tau_a} \quad (18.6)$$

که در آن $\tau_a = 1/\lambda_a$ طول عمر میانگین حالت با ثابت واپاشی λ_a است. بنابراین باید معادله (17.6) را به صورت زیر بنویسیم

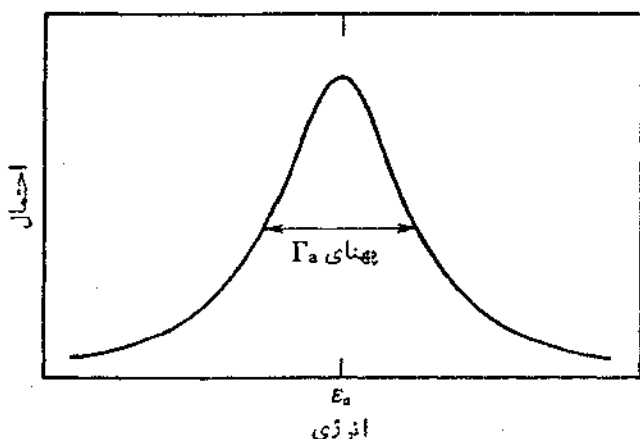
$$\Psi_a(\mathbf{r}, t) = \psi_a(\mathbf{r}) e^{-iE_a t/\hbar} e^{-t/2\tau_a} \quad (19.6)$$

بهایی که برای حضور جمله حقیقی در نمای Ψ_a می‌پردازیم، از دست دادن توانایی تعیین دقیق انرژی حالت است، زیرا دیگر حالت مانایی نداریم [رابطه عدم قطعیت انرژی-زمان، معادله (2.2)]، را ببینید. اگر یک حالت همواره وجود داشته باشد، داریم $\Delta t \rightarrow \infty$ که می‌توانیم انرژی آن را دقیقاً تعیین کنیم زیرا $\Delta E = 0$ است. اگر عمر متوسط یک حالت τ باشد، نمی‌توانیم انرژی آن را با دقتی بیش از $\Delta E \sim \hbar/\tau$ تعیین کنیم. این بحث را می‌توانیم با محاسبه توزیع حالات انرژی (در حقیقت تبدیل فوری $e^{-t/2\tau_a}$) جدی‌تر کنیم. احتمال مشاهده دستگاه در فاصله انرژی E و $E+dE$ در مجاورت E_a از مربع توزیع زیر به دست می‌آید

$$P(E) dE = \frac{dE}{(E - E_a)^2 + \Gamma_a^2/4} \quad (20.6)$$

که در آن $\Gamma_a = \hbar/\tau_a$ پهنای حالت a است. شکل ۳.۶ تابع $P(E)$ را نشان می‌دهد. اگر انرژی این سیستم را اندازه بگیریم، ممکن است مقدار E_a را به دست نیاوریم (اگرچه متوسط اندازه گیرهای متعدد مقدار E_a را می‌دهد). پهنای Γ_a معیاری از عدم توانایی ما در تعیین دقیق انرژی حالت است (در اینجا کوتاهی از ما یا وسیله اندازه‌گیری نیست - طبیعت محدودیت عدم قطعیت را اعمال می‌کند، و چنانکه در شکل ۳.۶ نشان داده شده است، یک حالت با انرژی «دقیق» E_a قابل مشاهده نیست).

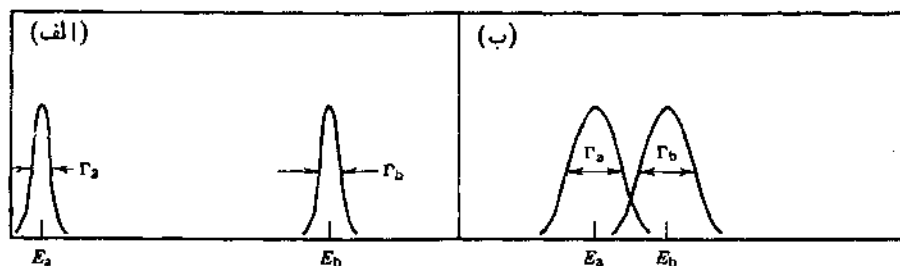
اگر حالات هسته دارای انرژی دقیق نباشند، آیا می‌توانیم از گذار بین ترازهای



شکل ۳.۶ احتمال اندازه گیری انرژی يك حالت ناپایدار به پهنای Γ_a .

مشخص صحبت کنیم؟ بلی، زیرا پهنای ترازهای هسته‌ای کم انرژی در مقایسه با فاصله بین آنها کوچک است. حالات هسته‌ای نوعاً دارای طول عمرهای بیش از 10^{-12} ثانیه هستند که با $10^{-10} \text{ MeV} < \Gamma$ متناظرند. ترازهای هسته‌ای گسسته و کم انرژی که در واپاشیهای عادی (و در بسیاری از واکنشهای هسته‌ای) دیده می‌شوند دارای فواصلی از مرتبه 10^{-3} MeV و بیشتر هستند. بنابراین اگر بخواهیم حالت نهایی هسته‌ای را پس از فرایند واپاشی اندازه بگیریم (به عنوان مثال با اندازه گیری انرژی ذره گسیل شده) همپوشی توزیعهای انرژی دو حالت نهایی مختلف a و b و ایجاد ابهام در حالت «مانای» ناشی از واپاشی بسیار نامحتمل است (شکل ۴.۶).

بنابراین نتیجه می‌گیریم که صحبت از حالات شبه مانای گسسته منطقی است زیرا فاصله بین آنها بسیار بیشتر از پهنایشان است، و نیز می‌توانیم نتیجه بگیریم که این حالات



شکل ۴.۶ هنگامی که پهنای حالت ناپایدار در مقایسه با فاصله بین آنها کوچک است، مانند مورد (الف)، حالتها گسسته و قابل مشاهده‌اند. در مورد (ب) حالتهای a و b در اثر همپوشی کاملاً با هم مخلوط شده‌اند، این حالتها تابع موجهای متمایز قابل مشاهده ندارند.

هسته‌ای در چگالی حالات نهایی سهمی ندارند زیرا تنها يك حالت هسته‌ای قابل حصول در فرایند واپاشی وجود دارد.

بنابراین تنها میدان تابش در چگالی حالات سهمیم است و باید خصوصیات تابش گسیلی را در محاسبه $\rho(E_f)$ در نظر بگیریم. در حال حاضر به اظهار نظرهای کلی در مورد $\rho(E_f)$ قناعت می‌کنیم. اگر فقط احتمال تشکیل حالت هسته‌ای E_f را مشاهده کنیم، باید کلیه تابشهای با انرژی $E_i - E_f$ را در نظر بگیریم. بویژه آنکه تابشها می‌توانند در هر جهت و با هر نوع قطبش (اگر تابشها از ذرات اسپین‌دار تشکیل شده باشند، اسپین می‌تواند جهت گیریهای مختلف داشته باشد) گسیل شوند. در اینجا فرض می‌کنیم که جهت تابش و قطبش آنها را مشاهده نمی‌کنیم. همین فرایند شمارش تعداد حالات نهایی قابل حصول است که چگالی حالتها را به دست می‌دهد و آن را در بحث انواع خاص تابش در فصول ۸ تا ۱۵ بیشتر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در حل معادله دیفرانسیل (۱۰۶) برای به دست آوردن قانون واپاشی رادیواکتیو، فرض کردیم که احتمال واپاشی λ اولاً کوچک و ثانیاً مستقل از زمان است که اتفاقاً همان فرضیهایی هستند که در تعیین قاعده طلایی فرمی به کار بردیم. اگر V' مستقل از زمان باشد، λ که از رابطه (۱۵۰۶) محاسبه می‌شود نیز مستقل از زمان خواهد بود. در این شرایط، تأثیر V' بر حالتهای مانای a و b ناشی از V به صورت زیر است

$$\psi_a \rightarrow \psi_a + \frac{V'_{ba}}{E_b - E_a} \psi_b$$

و احتمال اینکه دستگاهی که قبلاً در حالت a بوده در حالت b دیده شود متناسب با $|V'_{ba}|^2$ است. ما این موضوع را به صورت «واپاشی» از حالت a به حالت b مشاهده می‌کنیم.

برای استفاده از قاعده طلایی فرمی نیز احتمال واپاشی باید کوچک باشد، به طوری که دامنه ψ_b در رابطه فوق کوچک شود. همین ضرورت است که منجر به فرایند واپاشی می‌شود. اگر احتمال واپاشی بزرگ بود، تابش کافی برای ایجاد گذار معکوس $a \rightarrow b$ از طریق فرایند جذب تشدید وجود می‌داشت. در این صورت، سیستم مشابه يك سیستم کلاسیک متشکل از دو نوسانگر جفت شده بین حالات a و b نوسان می‌کرد.

ارتباط نهایی بین احتمال واپاشی مؤثر برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی از هسته‌ها و احتمال واپاشی میکروسکوپی که با استفاده از مکانیک کوانتومی برای يك هسته منفرد محاسبه می‌شود، مستلزم آن است که هر هسته از این مجموعه تابش خود را مستقل از همه هسته‌های دیگر گسیل کند. فرض می‌کنیم که واپاشی يك هسته معین، مستقل از واپاشی همسایگان آن است. با این فرض اطمینان خواهیم یافت که ثابت واپاشی اندازه گیری شده در آزمایشگاه با محاسبات کوانتوم مکانیکی قابل مقایسه باشد.

۳.۶ تولید و واپاشی عناصر رادیواکتیو

در بسیاری موارد شرط اساسی قانون نمایی، یعنی عدم ورود هسته‌های جدید به نمونه، برقرار نمی‌ماند. در حل معادله (۱.۶) تعداد هسته‌های موجود در زمان $t = 0$ برابر N_0 بود. اما در بسیاری از کاربردها، فعالیت رادیواکتیو را مانند مورد واکنشهای هسته‌ای به‌طور پیوسته به وجود می‌آوریم. در این صورت معادله (۲.۶) دیگر معتبر نیست و باید فرایندهای تولید و واپاشی عناصر رادیواکتیو به تفصیل بررسی شوند.

فرض می‌کنیم که هدفی متشکل از هسته‌های پایدار را در یک رآکتور یا شتابدهنده مانند سیکلوترون قرار داده‌ایم. هسته‌های هدف با جذب نوترون یا ذرات باردار، نمونه‌های رادیواکتیو تولید می‌کنند. آهنگ تولید R این هسته‌ها به تعداد N_0 اتمهای هدف، شار یا جریان I ذرات فرودی، و به سطح مقطع σ واکنش (که نماینده احتمال برهم‌کنش ذره فرودی با یک هسته هدف است) بستگی دارد. شار ذرات در یک رآکتور یا سیکلوترون می‌تواند تا $10^{14}/s \cdot cm^2$ برسد و سطح مقطع نوعی واکنشها در حدود باری ($10^{-24} cm^2$) است. بنابراین احتمال تبدیل یک هسته هدف پایدار به هسته رادیواکتیو در حدود $10^{-10}/s$ است. حتی اگر واکنش ساعتها هم ادامه داشته باشد، تعداد مطلق ذرات هدف تبدیل شده کوچک خواهد بود (مثلا کمتر از 10^{-6} برابر ذرات اولیه). بنابراین با تقریب خوب می‌توانیم تعداد هسته‌های هدف را ثابت در نظر بگیریم، و با این تقریب آهنگ تولید R ثابت خواهد بود. (با «مصرف شدن» هسته‌های هدف، N_0 اندکی کاهش می‌یابد و در نتیجه آهنگ تولید در طی زمان کاهش می‌یابد. بدیهی است که وقتی $\infty \rightarrow t$ ، تعداد N_0 در نهایت به صفر میل می‌کند. ولی در زمانهای معمولی واکنشها و با در نظر گرفتن سطح مقطعهای عادی، این اثر قابل چشمپوشی است). بنابراین، رابطه

$$R = N_0 \sigma I \quad (2.16)$$

نشانه‌گر مقدار ثابتی است که آهنگ تولید هسته‌های رادیواکتیو را به دست می‌دهد. اکنون تعداد هسته‌هایی را که در اثر واکنش تولید می‌شوند با N_1 نشان می‌دهیم. این هسته‌ها با ثابت واپاشی λ_1 به هسته‌های پایداری تبدیل می‌شوند که تعداد آنها را با N_2 مشخص می‌کنیم. بنابراین تعداد هسته‌های N_1 موجود، به علت تولید با آهنگ R افزایش، و در اثر واپاشی رادیواکتیو کاهش می‌یابد

$$dN_1 = R dt - \lambda_1 N_1 dt \quad (2.17)$$

حل این معادله به آسانی به صورت زیر به دست می‌آید

$$N_1(t) = \frac{R}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad (2.18)$$

و

$$A_1(t) = \lambda_1 N_1(t) = R(1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad (2.19)$$

اگر زمان پرتودهی در مقایسه با یک نیمه عمر کوتاه باشد، با بسط نما و حفظ جملات خطی t رابطه زیر به دست می آید

$$A_1(t) \cong R\lambda_1 t \quad t \ll t_{1/2} \quad (25.6)$$

بنابراین برای زمانهای کوتاه، اکتیویته با آهنگ ثابت افزایش می یابد. این حالت متناظر با انباشته شدن خطی (بر حسب زمان) هسته های تولید شده است، که در اثر واپاشی رادیواکتیو از تعداد آنها هنوز به طور چشمگیری کاسته نشده است.

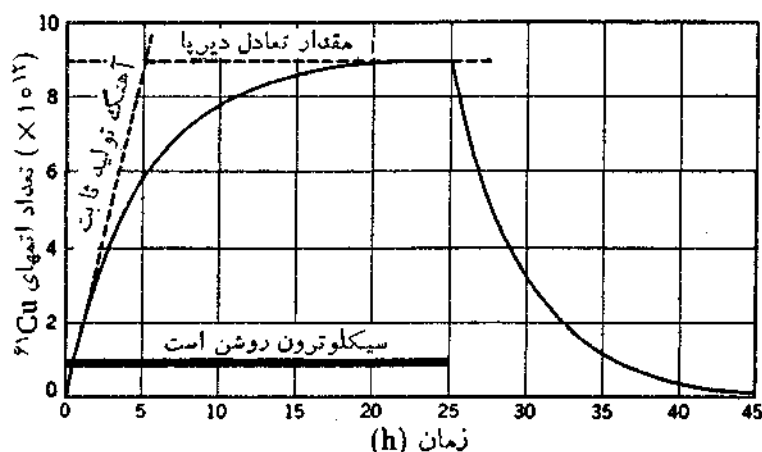
برای زمانهایی که در مقایسه با نیمه عمر طولانی هستند، جمله نمای به صفر میل می کند و اکتیویته تقریباً ثابت می ماند

$$A_1(t) \cong R \quad t \gg t_{1/2} \quad (26.6)$$

در این حالت آهنگ تولید عنصر رادیواکتیو جدید با آهنگ واپاشی عنصر قدیمتر برابر است. این یک نمونه از تعادل دیرپا است که در بخش بعد به تفصیل بررسی می شود.

اگر نمونه را به مدت t_1 پرتودهی کنیم و سپس آن را از شنا بدهنده یا رآکتور خارج کنیم، طبق قانون ساده نمایی واپاشیده می شود، زیرا در این حال هیچ اکتیویته جدیدی به وجود نمی آید. شکل ۵.۶ فعالیت حاصل از تولید ^{61}Cu ($t_{1/2} = 3.4 \text{ h}$) را در اثر بمباران ^{61}Ni توسط دوترون نشان می دهد.

با توجه به معادله (۲۴.۶) ملاحظه می شود که ۷۵٪ اکتیویته بیشینه در اثر پرتودهی در دو نیمه عمر و ۸۷.۵٪ در سه نیمه عمر حاصل می شود. ادامه کار پرتودهی افزایش کمتری را در اکتیویته نمونه موجب می شود، به طوری که با پرتودهی بیشتر از ۲ تا ۳ نیمه عمر



شکل ۵.۶ نمودار تعداد اتمهای رادیواکتیو ^{61}Cu موجود در هدف Ni در طول مدت بمباران توسط دوترونها. یک سیکلوترون، و در زمان پس از قطع بمباران.

اکتیویته اضافی نسبتاً اندکی حاصل می‌شود. در حقیقت، چون هزینه استفاده از رآکتور یا شتابدهنده معمولاً با زمان پرتودهی رابطه مستقیم دارد، بهترین نتیجه (حداکثر اکتیویته به ازای واحد هزینه) با توقف در نزدیکی ناحیه خطی ($t \ll t_{1/2}$) حاصل می‌شود.

۴.۶ رشد اکتیویته دختر- هسته

وضعیت دیگری که اغلب با آن سروکار پیدا می‌کنیم مسئله واپاشیهای رادیواکتیوی است که منجر به تولید هسته‌های رادیواکتیو می‌شوند. در این صورت، ممکن است با یک سری یا زنجیره‌ای از واپاشیهای رادیواکتیو $1 \leftarrow 2 \leftarrow 3 \leftarrow \dots$ روبرو شویم که معمولاً هسته اولیه (نوع ۱) را هسته مادر و «نسل‌های» بعد را دختر (نوع ۲)، نوه (نوع ۳)، و غیره می‌نامند.

فرض می‌کنیم که در $t = 0$ تعداد هسته‌های مادر برابر N_0 است و هیچ محصول واپاشی وجود ندارد

$$N_1(t=0) = N_0$$

$$N_2(t=0) = N_3(t=0) = \dots = 0 \quad (27.6)$$

تابشهای واپاشی مختلف با $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ نشان داده می‌شوند. در این محاسبات فرض می‌کنیم که عنصر نوه، محصول نهایی واپاشی، پایدار است. تعداد هسته‌های مادر با گذشت زمان طبق معمول به صورت زیر کاهش می‌یابد

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt \quad (28.6)$$

تعداد هسته‌های دختر در اثر واپاشی مادر افزایش و در نتیجه واپاشی خودش کاهش می‌یابد

$$dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt \quad (29.6)$$

تعداد هسته‌های مادر را می‌توان مستقیماً با انتگرال‌گیری از معادله (28.6) به دست آورد

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t} \quad (30.6)$$

برای حل معادله (29.6)، جوابی به صورت $N_2(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$ در نظر می‌گیریم که با قرار دادن آن در معادله (29.6) و استفاده از شرایط اولیه $N_2(0) = 0$ خواهیم داشت

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (31.6)$$

$$A_2(t) \equiv \lambda_2 N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (32.6)$$

توجه کنید که اگر هسته‌های نوع ۲ پایدار باشند ($\lambda_2 \rightarrow 0$)، معادله (۳۱.۶) به معادله (۱۱.۶) تبدیل می‌شود. همچنین می‌توان نتایج قسمت قبل را به صورت حالت خاص معادله (۳۱.۶) در نظر گرفت. فرض می‌کنیم λ_1 بسیار کوچک است (ولی برابر صفر نیست)، به طوری که داریم $N_1 \simeq N_0 - N_2$. در یک واکنش هسته‌ای، تعداد هسته‌های هدف طبق رابطه $N_0 - R t$ با آهنگ R کاهش می‌یابد، و در نتیجه با یکی گرفتن $\lambda_1 N_0$ و R و چشمپوشی از λ_1 در مقایسه با λ_2 ، معادله (۳۱.۶) به معادله (۲۴.۶) برای فعالیت نوع ۲ تبدیل می‌شود.

حالت $\lambda_1 \ll \lambda_2$

در این مورد عمر مادر به اندازه‌ای طولانی است که واپاشی آن با آهنگ اساساً ثابتی صورت می‌گیرد؛ برای تمام زمانهای عملی $e^{-\lambda_1 t} \simeq 1$ است و داریم

$$N_2(t) \simeq N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \quad (33.6)$$

که به همان صورت معادله (۲۴.۶) است. بنابراین اکتیویته A_2 چنانکه در شکل ۵.۶ نشان داده شده است به مقدار حدی $N_0 \lambda_1$ میل می‌کند.

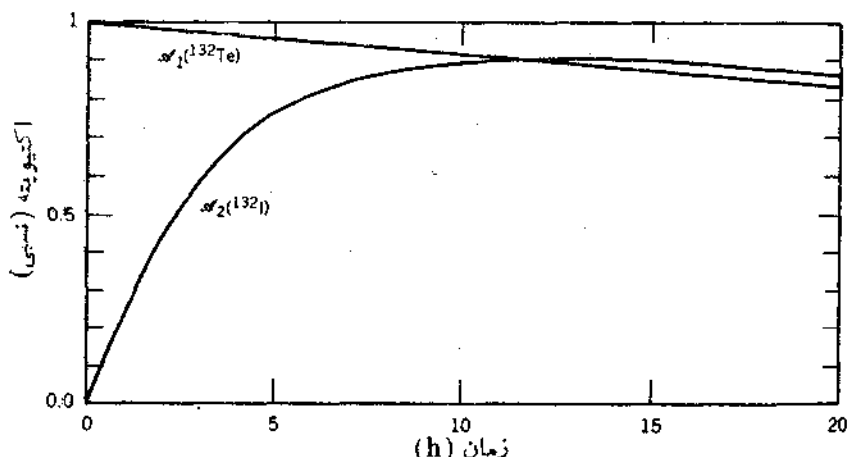
این مثال دیگری از تعادل دیرپاست، که در آن با بزرگ شدن λ_2 آهنگ واپاشی هسته نوع ۲ با آهنگ تولید آن برابر می‌شود: $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$ [توجه کنید که در این حالت طبق معادله (۲۹.۶) داریم $dN_2/dt = 0$] شکل ۶.۶ مثالی از تعادل دیرپای تقریبی را نشان می‌دهد.

حالت $\lambda_1 < \lambda_2$

با استفاده از معادلات (۳۰.۶) و (۳۱.۶) می‌توانیم نسبت دواکتیویته را محاسبه کنیم

$$\frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_1 N_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}) \quad (34.6)$$

با افزایش زمان، جمله نمایی کوچکتر می‌شود و نسبت A_2/A_1 به مقدار ثابت حدی



شکل ۶.۶ در واپاشی $^{132}\text{Te} (7.8 \text{ h}) \rightarrow ^{132}\text{I} (2.28 \text{ h}) \rightarrow ^{132}\text{Xe}$ پس از تقریباً ۱۲ ساعت تعادل دیر یا حاصل می‌شود.

$\lambda_2/(\lambda_2 - \lambda_1)$ میل می‌کند. اکتیویته‌ها ثابت نیستند، ولی هسته‌های نوع ۲ (عملاً) با ثابت واپاشی نوع ۱ واپاشیده می‌شوند. این وضعیت که در شکل ۷.۶ نشان داده شده است، تعادل گذرا نامیده می‌شود.

حالت $\lambda_1 > \lambda_2$

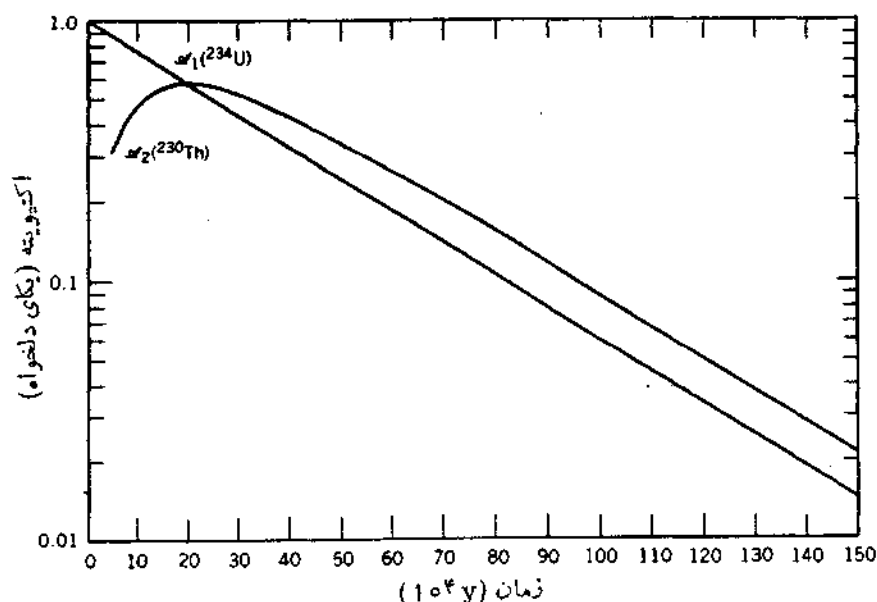
در این مورد مادر به سرعت واپاشیده می‌شود و اکتیویته دختر پس از رسیدن به مقدار بیشینه با ثابت واپاشی خاص خودش کاهش می‌یابد. در چنین حالتی تعداد هسته‌های نوع ۱ کم و تقریباً ناچیز است. اگر زمان به اندازه‌ای طولانی باشد که $e^{-\lambda_1 t}$ به سمت صفر میل کند، معادله (۳۱.۶) به صورت زیر درمی‌آید

$$N_2(t) \cong N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \quad (35.6)$$

که نشان می‌دهد واپاشی هسته‌های نوع ۲ تقریباً طبق قانون نمایی است.

سریهای واپاشی

حال اگر فرض کنیم که چند نسل متوالی هسته‌های رادیواکتیو وجود داشته باشند (یعنی، اگر هسته‌های نوع ۴، ۵، ۶، و... نیز رادیواکتیو باشند)، چون هر نمونه از نمونه قبل از خود به وجود می‌آید، می‌توانیم معادله (۲۹.۶) را به آسانی تعمیم دهیم



شکل ۷.۶ مثالی از تعادل در واپاشی ^{234}U ($2.45 \times 10^5 \text{ y}$) به ^{230}Th ($8.0 \times 10^4 \text{ y}$) به نسبت A_2/A_1 به سمت مقدار ثابت ۱۴۸ میل می کند.

$$dN_i = \lambda_{i-1}N_{i-1}dt - \lambda_iN_idt \quad (۳۶.۶)$$

یک جواب عمومی برای موردی که در ابتدا N_0 هسته نوع ۱ وجود داشته باشد و هیچ هسته نوع دیگر موجود نباشد، از معادلات باتمام به دست می آید، که در آن اکتیویته عنصر n ام زنجیره بر حسب ثابت واپاشی کلیه اعضای قبل از آن داده می شود

$$\begin{aligned} A_n &= N_0 \sum_{i=1}^n c_i e^{-\lambda_i t} \\ &= N_0 (c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t} + \dots + c_n e^{-\lambda_n t}) \end{aligned} \quad (۳۷.۶)$$

که در آن داریم

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{\prod_{i=1}^n \lambda_i}{\prod_{i=1}^n (\lambda_i - \lambda_m)} \\ &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n}{(\lambda_1 - \lambda_m)(\lambda_2 - \lambda_m) \dots (\lambda_n - \lambda_m)} \end{aligned} \quad (۳۸.۶)$$

علامت پریم در مخرج رابطه فوق (علامت حاصلضرب Π') نشان می‌دهد که جملات با $i = m$ حذف شده‌اند.

دراین مورد نیز می‌توان به تعادل دیر پا رسید، که دراین صورت داریم

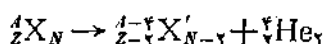
$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_n N_n$$

۵.۶ انواع واپاشیها

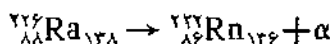
سه نوع عمده واپاشی که در فصول ۸، ۹، و ۱۰ به تفصیل بررسی می‌شوند، واپاشیهای آلفا، بتا، و گاما هستند. در فرایندهای واپاشی آلفا و بتا، یک هسته ناپایدار برای رسیدن به هسته پایدارتر (یعنی برای نزدیک شدن به پایداری بیشترین ایزوبار با عدد جرمی مورد نظر) یک ذره α یا β گسیل می‌کند. در فرایندهای واپاشی گاما، یک حالت برانگیخته بدون هیچگونه تغییر هسته‌ای به حالت پایه واپاشیده می‌شود.

واپاشی آلفا

دراین فرایند، هسته یک ذره آلفا گسیل می‌کند (که رادر فورد و همکارانش نشان دادند که این ذره همان هسته هلیوم، ${}^4_2\text{He}$ ، است). هسته ${}^4_2\text{He}$ از آن رو به‌عنوان عامل این فرایند درآمده است که سیستمی با پیوند بسیار مستحکم است، و در نتیجه انرژی جنبشی آزاد شده در واپاشی به حداکثر می‌رسد. این واپاشیها، چنانکه در فصل ۸ خواهیم دید، فرایندهای ترجیحی هستند. این فرایند واپاشی را به‌صورت زیر می‌توان نشان داد



که در آن X و X' نماینده علائم شیمیایی هسته‌های اولیه و نهایی‌اند. باید توجه داشته باشیم که در فرایند واپاشی، تعداد پروتونها و نوترونها هر یک به‌تنهایی باید پایسته بماند. نمونه زیرمثالی از فرایند واپاشی آلفا است



که در آن نیمه‌عمر برابر ۱۶۰۰ سال است و ذره α با انرژی جنبشی حدود ۴.۸ MeV ظاهر می‌شود.

واپاشی بتا

در اینجا هسته می‌تواند اضافه نوترون یا اضافه پروتون خود را مستقیماً با تبدیل پروتون به نوترون و یا نوترون به پروتون برطرف کند. این فرایند به سه صورت امکان پذیر است،

که در هریک از آنها برای پایداری بار الکتریکی باید ذره باردار دیگری نیز گسیل شود (بعدها معلوم شد که این ذره باردار که در ابتدا ذره β خوانده می‌شد، الکترون معمولی است).

$$n \rightarrow p + e^{-} \quad \text{واپاشی } \beta^{-}$$

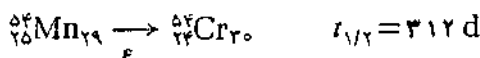
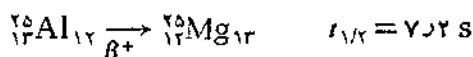
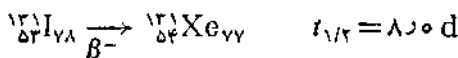
$$p \rightarrow n + e^{+} \quad \text{واپاشی } \beta^{+}$$

$$p + e^{-} \rightarrow n \quad \text{گیراندازی الکترون (}\epsilon\text{)}$$

نخستین فرایند که به نام واپاشی بتای منفی یا واپاشی نگاترون معروف است، مستلزم آفرینش و گسیل يك الکترون معمولی است. دومین فرایند واپاشی بتای مثبت یا واپاشی پوزیترون‌زاست، که در آن يك الکترون با بار مثبت گسیل می‌شود. در سومین فرایند، يك الکترون اتمی که به هسته نزدیک است بلعیده می‌شود، و بدین ترتیب تبدیل پروتون به نوترون تحقق می‌یابد.

در هر سه فرایند، ذره دیگری به نام نوترینو نیز گسیل می‌شود، ولی چون نوترینو بار الکتریکی ندارد، انضمام آن در فرایند واپاشی هویت سایر ذرات نهایی را تغییر نمی‌دهد. توجه کنید که در واپاشیهای بتای مثبت و منفی، يك ذره خالق می‌شود (با صرف انرژی واپاشی و طبق رابطه $m = E/c^2$). الکترون و پوزیترون قبل از واپاشی در هسته وجود ندارند. (بر خلاف مورد واپاشی آلفا، که در آن نوکلئونهای گسیلی قبل از واپاشی در هسته موجودند.)

چند نمونه از فرایند واپاشی بتا را به صورت زیر است



در این فرایند Z و N هریک به اندازه يك واحد تغییر می‌کنند، اما عدد جرمی کل ($Z + N$) ثابت می‌ماند.

واپاشی آلفا

گسیل رادیواکتیو α مشابه گسیل تابشهای اتمی، مانند گذارهای اپتیکی یا پرتو x است.

يك حالت هسته‌ای برانگیخته با گسیل يك فوتون γ با انرژی برابر با اختلاف انرژی دو حالت (منهای تصحیح قابل چشم‌پوشی مربوط به انرژی «پس‌زنی» هسته گسیلنده) به حالت هسته‌ای پایتتر با حالت پایه تنزل می‌کند. گسیل گاه در تمام هسته‌هایی که حالت برانگیخته مقید دارند ($A > 5$) مشاهده می‌شود، و معمولاً به دنبال واپاشیهای آلفا و بتا صورت می‌گیرد، زیرا در این واپاشیها معمولاً هسته دختر در حالت برانگیخته تشکیل می‌شود. نیمه‌عمر گسیل γ معمولاً بسیار کوتاه، عموماً کمتر از 10^{-9} s است. ولی در مواردی نیمه‌عمرهای طولانیتر در حدود ساعت یا روز نیز مشاهده شده است. این گذارها را گذارهای ایزومری و حالت‌های برانگیخته با عمر طولانی را حالت‌های ایزومری یا ایزومرها (یا گاهی حالت‌های شبه پایدار) می‌نامند. معیار روشنی برای طبقه‌بندی حالتها به صورت ایزومری و غیر ایزومری وجود ندارد. قبلاً معیار این تقسیم‌بندی، قابلیت اندازه‌گیری نیمه‌عمر به‌طور مستقیم بود، ولی امروزه می‌توانیم نیمه‌عمرهای خیلی کم‌تر از 10^{-9} s را نیز اندازه بگیریم. مسلماً حالت با $t_{1/2} = 10^{-6}$ s ایزومر است و حالت با نیمه‌عمر 10^{-12} s ایزومر نیست، ولی بین این دو حد با وضعیتی نسبتاً مبهم روبه‌رو می‌شویم. معمولاً حالت‌های شبه پایدار را با شاخص بالای m مشخص می‌کنیم: مانند $^{110}\text{Ag}^m$ یا $^{110}\text{Ag}^m$. فرایندی که غالباً با گسیل γ رقابت می‌کند تبدیل داخلی است، که در آن هسته با انتقال مستقیم انرژی اش به يك الکترون اتمی و انگیزه می‌شود. این الکترون سپس در آزمایشگاه به صورت الکترون آزاد ظاهر می‌شود. (این فرایند با واپاشی بتا از خیلی تفاوت دارد، زیرا در این فرایند تغییری در Z و N رخ نمی‌دهند، هرچند که اتم در اثر واپاشی یونیده می‌شود.)

شکافت خود به خود

اغلب تصور می‌کنیم که شکافت تحت شرایط غیر طبیعی و مصنوعی، مثلاً در يك رآکتور هسته‌ای، رخ می‌دهد، اما بعضی هسته‌ها در طبیعت وجود دارند که عمل واپاشی رادیواکتیو در آنها به صورت شکافت خود به خود ظاهر می‌شود. این فرایند با شکافت ایجاد شده توسط نوترون، که در رآکتورها رخ می‌دهد، مشابهت دارد ولی با این تفاوت که در این مورد لزومی به گیراندازی قبلی نوترون برای شروع شکافت نیست. در این فرایند، هسته سنگینی که نوترون اضافی دارد تقریباً به دو نیمه تقسیم می‌شود و به دو هسته سبک‌تر تبدیل می‌شود. هسته‌های نهایی، برخلاف واپاشی آلفا و بتا دقیقاً مشخص نیستند، بلکه به‌طور آماری در گستره هسته‌های میان وزن توزیع می‌شوند. هسته‌های ($t_{1/2} = 2.6 \text{ h}$) ^{252}Fm و ($t_{1/2} = 6.0 \times 10^5 \text{ d}$) ^{254}Cf نمونه‌هایی هستند که خود به خود شکافته می‌شوند.

گسیل نوکلئون

با دور شدن هر چه بیشتر از «دره» هسته‌های پایدار، اختلاف انرژی بین ایزومرهای مجاور

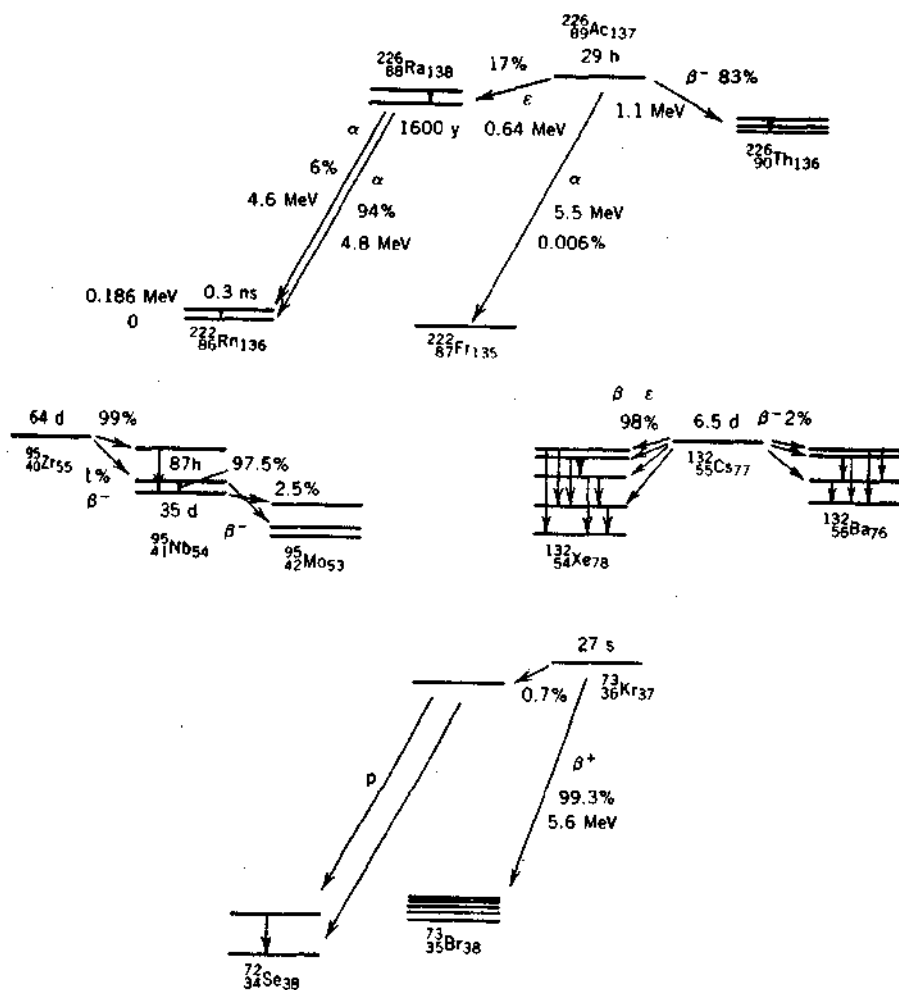
افزایش می‌یابد (سه‌میهای جرمی برای هسته‌های با A ثابت در شکل ۱۸.۳). سرانجام این اختلاف انرژی از انرژی بستگی نوکلئون (که به‌طور متوسط برابر 8 MeV است) بیشتر می‌شود و واپاشی رادیواکتیو با گسیل نوکلئون امکان‌پذیر می‌شود. این نوع واپاشی اغلب در محصولات شکافت که اضافه نوترون زیادی دارند رخ می‌دهد، و همین فرایند است که نوترونهای «تاخیری» (تاخیری درحد نیمه‌عمر واپاشی نوکلئونی) مورد نیاز کنترل رآکتورهای هسته‌ای را تأمین می‌کند. به‌عنوان مثال، ^{138}I با تابش بتا با نیمه‌عمر 6.5 s به ^{138}Xe واپاشیده می‌شود. بیشتر این واپاشیها منجر به حالات برانگیخته کم انرژی در ^{138}Xe می‌شوند. ولی در حدود ۵٪ از واپاشیها در ^{138}I به ترازهای برانگیخته ^{138}Xe با انرژی بیش از 6.5 MeV منجر می‌شوند، که این حالات با گسیل مستقیم نوترون به ^{137}Xe منتهی می‌شوند. به‌همین ترتیب، ۷۰٪ از واپاشیهای ^{72}Kr از طریق گسیل β^+ ($t_{1/2} = 27 \text{ s}$) به ترازهای ^{72}Br با انرژی حدود 5 MeV منتهی می‌شوند، که این حالات با گسیل پروتون به حالات ^{72}Se واپاشیده می‌شوند.

نسبتهای انشعاب و نیمه‌عمرهای جزئی

انواع مختلف فرایندهای واپاشی در شکل ۸.۶ خلاصه شده‌اند، و شکل ۹.۶ بخش کوچکی از جدول هسته‌های پایدار و رادیواکتیو (شکل ۱۰.۱) را نشان می‌دهد که در آن چند فرایند واپاشی مشخص شده است. بعضی هسته‌ها فقط طی يك فرایند واپاشیده می‌شوند، و لسی غالباً نمودار واپاشی بسیار پیچیده و شامل گسیل آلفا، بتا، و گاما در مدهایی است که با همدیگر در رقابت‌اند. شدت نسبی مدهای رقیب را نسبتهای انشعاب می‌نامیم. بنابراین ^{226}Ra در واپاشی آلفا با نسبت انشعاب ۹۴٪ به حالت پایه و با نسبت انشعاب ۶٪ به اولین حالت برانگیخته ^{222}Rn واپاشیده می‌شود. اغلب مدهای مختلف واپاشی با هم قابل رقابت‌اند: واپاشی ^{226}Ac به صورت‌های گسیل α (۵۰۰۶٪)، گسیل β^- (۸۳٪)، و گیراندازی الکترون ϵ (۱۷٪) انجام می‌شود؛ واپاشی ^{132}Cs به صورت‌های گسیل β^- (۲٪)، β^+ (۹۸٪) صورت می‌گیرد؛ حالت شبه پایدار $^{95\text{m}}\text{Nb}$ با گسیل β^- (۲۰۵٪) و با گذار ایزومری (۹۷۰۵٪) واپاشیده می‌شود. گذار ایزومری خود شامل يك شاخه ۲۷ درصدی گسیل γ و يك شاخه ۷۳ درصدی تبدیل داخلی است.

معمولاً نسبت انشعاب را با ثابت واپاشی جزئی یا نیمه‌عمر جزئی مشخص می‌کنیم. به عنوان مثال واپاشی ^{226}Ac ($t_{1/2} = 29 \text{ h}$) را در نظر می‌گیریم. ثابت واپاشی کسل برابر است با

$$\lambda_i = \frac{0.693}{t_{1/2}} = 0.0024 \text{ h}^{-1} = 6.6 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$



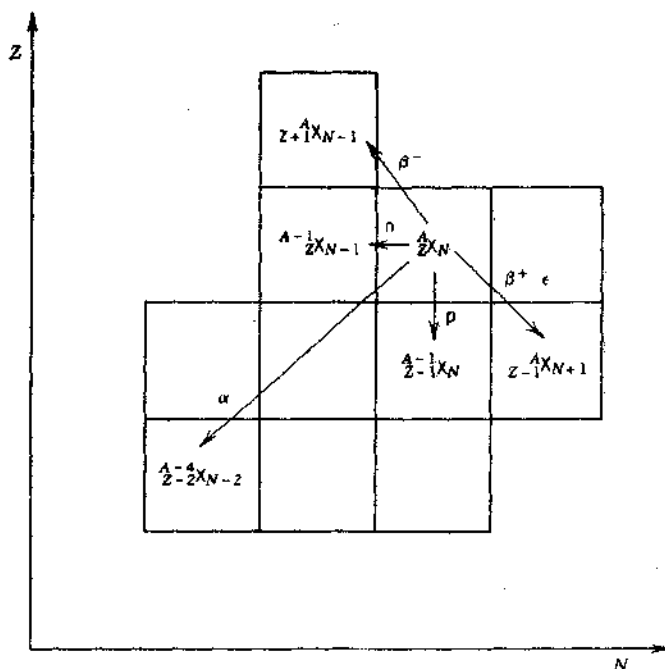
شکل ۸-۶ انواع مختلف فرایندهای واپاشی.

و ثابتهای واپاشی جزئی عبارت اند از

$$\lambda_{\beta} = 0.84 \lambda_t = 5.95 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_e = 0.17 \lambda_t = 1.1 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{\alpha} = 6 \times 10^{-5} \lambda_t = 4 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$



شکل ۹.۶ هسته اولیه $\frac{1}{2}X_N$ از طریق فرایندهای مختلف واپاشی می‌تواند به حالت‌های نهایی متنوعی برسد.

و نیمه‌عمرهای جزئی به‌قرار زیرند

$$t_{1/2,\beta} = \frac{0.693}{\lambda_{\beta}} = 1.3 \times 10^5 \text{ s} = 3.5 \text{ h}$$

$$t_{1/2,\epsilon} = \frac{0.693}{\lambda_{\epsilon}} = 6.1 \times 10^5 \text{ s} = 170 \text{ h}$$

$$t_{1/2,\alpha} = \frac{0.693}{\lambda_{\alpha}} = 1.7 \times 10^9 \text{ s} = 55 \text{ y}$$

استفاده از نیمه‌عمر جزئی روشی آسان برای معرفی نسبت‌های انشعاب است؛ نظری به‌شکلهای بالا نشان می‌دهد که برای ^{226}Ac احتمال گسیل α بسیار کمتر از β است. اما، در عمل مشاهده می‌شود که اکتیویته فقط با نیمه‌عمر کل وپاشیده می‌شود. حتی اگر واپاشی ^{226}Ac را با توجه به گسیل α مورد مشاهده قرار دهیم، اکتیویته با گذشت زمان با نیمه‌عمر ۲۹ h کاهش می‌یابد. (اگر این مطلب حقیقت نداشت و دو ناظر واپاشی ^{226}Ac را یکی با مشاهده β و دیگری با مشاهده α بررسی می‌کردند. چون قانون واپاشی رادیواکتیو تعداد هسته‌های ناواپاشیده را معین می‌کند، ناظر β نتیجه می‌گرفت که نیمی از هسته‌های ^{226}Ac پس از

۳۵ ساعت باقیمانده است، درحالی که ناظر α برای مشاهده واپاشی نیمی از هسته‌ها باید ۵۵ سال صبر می‌کرد! درحقیقت، نیمی از هسته‌ها در هر ۲۹ ساعت بدون توجه به روش مشاهده واپاشیها واپاشیده می‌شوند.)

۶.۶ راديو اکتیویته طبیعی

زمین وسایر سیارات منظومه شمسی در حدود $10^9 \times 45$ سال قبل ازموادی تشکیل شدند که از نظر آهن، کسری، اکسیژن، سیلیسیم، و سایر عناصر میان‌وزن و سنگین غنی بودند. این عناصر هم به‌نوبه خود از ترکیب هیدروژن و هلیوم که طی انفجار بزرگ موسوم به مه‌بانگ در حدود $10^9 \times 15$ سال قبل تولید شده بودند به‌وجود آمدند. درفاصله‌زمانی $10^9 \times 10$ سال بین مه‌بانگ تا تشکیل منظومه شمسی، هیدروژن و هلیوم درقسمتهای داخلی ستاره‌ها، نواخترها، و ابرنواخترها «پخته» شدند و به‌صورت عناصر سنگین‌تر درآمدند که ما زمینی‌ها هم امروز از بقایای تغییر شکل یافته همان ستاره‌های نابود شده به‌شمار می‌رویم. بیشتر عناصری که به این طریق تولید شدند راديو اکتیو بودند، اما از آن زمان تاکنون به‌هسته‌های پایدار واپاشیده‌اند. نیمه‌عمر تعداد اندکی از عناصر راديو اکتیو درمقایسه با عمر زمین طولانی است، و بنابراین هنوز هم می‌توانیم راديو اکتیویته آنها را ملاحظه کنیم. همین راديو اکتیویته است که بخش عمده‌ای از اکتیویته محیط طبیعی ما را تشکیل می‌دهد، و احتمالاً گرمای درونی سیاراتی مانند زمین نیز از همین‌جا نشأت می‌گیرد.

اگرچه انواع زیادی عناصر راديو اکتیو طبیعی با عمر طولانی وجود دارند، ولی منشأ اغلب آنهايي که امروزه مشاهده می‌شوند به‌عناصر بسیار سنگین مربوط می‌شود که هیچ ایزوتوپ پایداری ندارند. این نوکلیدها با گسیل α و β واپاشیده می‌شوند، و A و Z در آنها آن قدر کاهش می‌یابد تا سرانجام يك هسته پایدار سبکتر حاصل می‌شود. واپاشی آلفا A را چهار واحد تغییر می‌دهد ولی واپاشی بتا A سبب تغییر نمی‌شود. از این‌رو، در طبیعت با چهار زنجیره واپاشی مستقل با اعداد جرمی $4n+1$ ، $4n+2$ ، $4n+3$ ، و $4n+4$ روبه‌رو می‌شویم که در آنها n عدد صحیح است. فرایندهای واپاشی باعث وفور هسته‌هایی خواهند شد که دراز - عمرترین عضو زنجیره محسوب می‌شوند، و اگر طول عمر این نوع نوکلیدها دست کم در حدود عمر زمین باشد، هنوز هم قادر به مشاهده اکتیویته ناشی از آنها خواهیم بود. این چهار زنجیره در جدول ۱۰۶ فهرست شده‌اند. توجه کنید که نیمه عمر دراز - عمرترین عضو نپتونیم به اندازه‌ای کوتاه بوده است که از زمان تشکیل زمین تاکنون دوام نیاورده است؛ به همین دلیل این سری را در مواد طبیعی مشاهده نمی‌کنیم.

به عنوان مثال، سری توریم را در نظر بگیرید که در شکل ۱۰۶ نشان داده شده است. فرض می‌کنیم که در مدت زمان کوتاه، انواع ایزوتوپهای بلوتونیم (Pu) را تولید کرده‌ایم. ایزوتوپهای ^{239}Pu و ^{241}Pu به سرعت به ^{235}U با نیمه عمر ۷۲ سال و سایر نمونه‌های با نیمه عمر خیلی کوتاه‌تر واپاشیده می‌شوند. بنابراین، طی زمانی که درمقایسه با ۷۲ سال

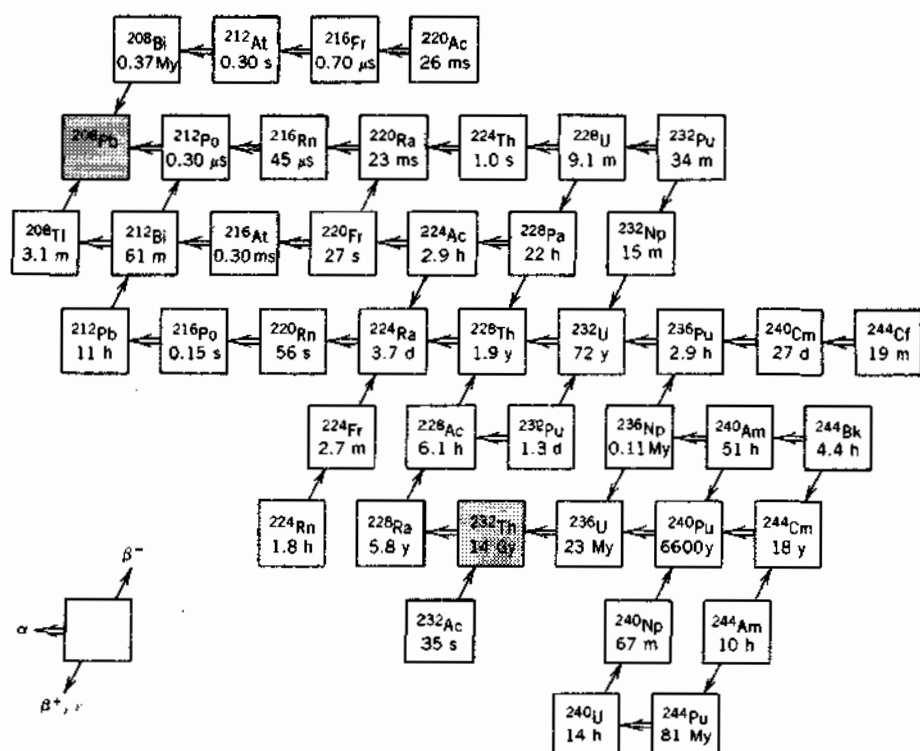
جدول ۱۰۶ بعضی از مشخصات سریهای فروپاشی عناصر سنگین.

نام سری	نوع*	هسته پایدارنهایی	دراز - عمرترین عضو	
			هسته	نیمه عمر (y)
توریم	$4n$	^{208}Pb	^{232}Th	1.41×10^{10}
پروتونیم	$4n+1$	^{209}Bi	^{237}Np	2.14×10^6
اورانیم	$4n+2$	^{206}Pb	^{238}U	4.47×10^9
اکتینیم	$4n+3$	^{207}Pb	^{235}U	7.04×10^8

* همواره عدد صحیح است.

طولانی است (مثلاً ۱۵۴ سال) رد کلیه این ایزوتوپها از بین می رود و فقط محصول پایدار نهایی ^{208}Pb به جا می ماند. ایزوتوپهای ^{238}Pu و ^{244}Pu بسیار کندتر به ^{236}U تبدیل می شوند (اولی نسبتاً سریعتر و دومی خیلی به کندی). اورانیم ^{238}U به نوبه خود به دراز - عمرترین عضو این سری یعنی ^{232}Th واپاشیده می شود. در طی زمانی بیشتر از 81×10^6 سال و کمتر از 14×10^9 سال، ^{238}Pu و ^{244}Pu اولیه (و ^{236}U واسطه) تماماً واپاشیده شده و به صورت ^{232}Th درآمده اند، که واپاشی ^{232}Th هنوز هم قابل مشاهده است.

این ایزوتوپهای رادیواکتیو در موادی که در اطراف ما وجود دارند، و مخصوصاً در صخره ها و کانیهای که $10^9 \times 10^5$ سال قبل همراه با زمین تشکیل شده اند، دیده می شوند. [در حقیقت، بررسی واپاشی آنها روش قابل اعتمادی برای تعیین زمان تشکیل صخره ها و در نتیجه عمر زمین به شمار می رود؛ برای بحث در مورد این روشها به بخش ۷۰۶ و فصل ۱۹ (جلد دوم، ترجمه فارسی) رجوع کنید.] عموماً عناصر رادیواکتیو به صورتی وجود دارند که با مواد معدنی پیوند خورده اند و تهدیدی برای سلامت ما نیستند، ولی تمام سریهای رادیواکتیو طبیعی حاوی گاز رادیواکتیو رادن هستند. این عنصر، اگر در اعماق صخره ها تشکیل شود، معمولاً قبل از واپاشی شانس اندکی برای رسیدن به سطح صخره و در نتیجه ورود به هوا را خواهد داشت. اما با شکسته شدن صخره ها، گاز رادن به خارج از صخره فرار می کند (در حقیقت، در سالهای اخیر وجود گاز رادن در هوا مقدمه بروز زلزله تشخیص داده شده است). احتمال فرار رادن از سطح کانیها، و مخصوصاً مصالحی که برای ساختمانها به کار می روند، نیز وجود دارد. اشتقاق این گاز رادیواکتیو می تواند علت بسیاری از سرطانهای ریه محسوب شود، و ظن قوی می رود که این فرایند سرطان زایی در اثر سیگار کشیدن و به واسطه تجمع این محصولات رادیواکتیو در ریه ها تشدید شود. شایان ذکر است که تمایلی اخیر به احداث



شکل ۱۰.۶ واپاشیهای رادیواکتیو طبیعی در سری توریم. بعضی نیمه‌عمرها با $\text{My}(10^6\text{y})$ و $\text{Gy}(10^9\text{y})$ مشخص شده‌اند. دراز - عمرترین اعضای رادیواکتیو این سری (که توریم نامگذاری شده‌است) و همچنین محصول پایدار نهایی آن به‌صورت سایه‌دار نشان داده شده‌اند.

ساختمانهای عایق‌بندی شده و کاملاً بسته برای صرفه‌جویی انرژی ممکن است به افزایش گاز رادن منجر شده باشد، و در حال حاضر پژوهشهای زیادی در این زمینه انجام می‌شود که اندازه‌گیری تجمع گاز رادن در ساختمانها نیز از آن جمله است.

سریهای عناصر سنگین تنها چشمه ایزوتوپهای رادیواکتیو طبیعی با نیمه‌عمر طولانی در مواد زمینی نیستند. جدول ۲.۶ فهرستی از چشمه‌های دیگر را نشان می‌دهد که برخی از آنها می‌توانند برای عمرسنجی رادیواکتیو نیز به کار روند.

چشمه‌های رادیواکتیو دیگر با نیمه‌عمر نسبتاً کوتاه نیز وجود دارند که باقیمانده عناصر تولید شده به‌نگام تشکیل زمین نیستند، بلکه در زمان معاصر و به‌طور پیوسته تولید می‌شوند. این عناصر که شامل ^3H و ^{14}C هستند، در اثر برخورد پرتوهای کیهانی (پروتونهای پراانرژی) با اتمهای موجود در جو و وقوع واکنشهای هسته‌ای در جو فوقانی به‌وجود می‌آیند. ایزوتوپ ^{14}C کاربردهای مهمی در عمرسنجی رادیواکتیو دارد.

فرایند واپاشی، واپاشی هسته‌های رادیواکتیو زمان‌سنج بسیار دقیق و کاملاً قابل اعتمادی برای ثبت گذشت زمان است. یعنی اگر ثابت واپاشی λ را بدانیم، کاهش‌نمایی اکتیویته یک نمونه می‌تواند برای اندازه‌گیری زمان به‌کار رود.

استفاده از این فرایند وقتی با مشکل روبه‌رو می‌شود که بخواهیم آن را در واپاشیهایی که طی زمانهای زمین‌شناختی ($\sim 10^9$ - $\sim 10^{10}$ سال) رخ می‌دهند به‌کار ببریم، زیرا در این مورد تغییرات اکتیویته برحسب زمان را اندازه نمی‌گیریم. در عوض، از تعداد نسبی هسته‌های مادر و دختر در زمان t_1 (زمان حال) در مقایسه با تعداد آنها در زمان t_0 (وقتی که «زمان‌سنج» شروع به‌کار کرده‌است، که معمولاً همان زمان پیکالش موادی مانند صخره‌های کانی است که بر اثر آن هسته‌های مادر در مرحله‌ای فعلی محبوس شده‌اند) استفاده می‌کنیم. این فرایند در اصل فرایندی نسبتاً ساده است. با معلوم بودن واپاشی ایزوتوپ مادر P به دختر D ، فقط (مثلاً) با استفاده از روشهای شیمیایی) تعداد اتمهای موجود P و D یعنی $N_P(t_1)$ و $N_D(t_1)$ را در می‌شماریم

$$N_D(t_1) + N_P(t_1) = N_P(t_0) \quad (39.6)$$

$$N_P(t_1) = N_P(t_0)e^{-\lambda(t_1 - t_0)} \quad (40.6)$$

$$\Delta t \equiv t_1 - t_0 = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_P(t_0)}{N_P(t_1)}$$

$$\Delta t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(1 + \frac{N_D(t_1)}{N_P(t_1)} \right) \quad (41.6)$$

با معلوم بودن ثابت واپاشی (که می‌توان آن را در آزمونگاه اندازه‌گرفت) و نسبت فعلی هسته‌های دختر به‌مادر، سن نمونه مستقیماً به‌دست می‌آید. دقت این روش به‌دقت شناخت λ و آمار شمارش N_D و N_P بستگی دارد.

معادلات (39.6) و (40.6) متضمن فرضیهایی است که باید قبل از کاربرد معادله (41.6) برای تعیین عمر نمونه به‌دقت بررسی شوند. در معادله (39.6) فرض شده‌است $N_D(t_0) = 0$ و این بدان معنی است که در لحظه $t = 0$ هیچ اتم دختری وجود ندارد؛ همچنین فرض شده‌است که تعداد کل اتمها ثابت مانده‌است، یعنی هیچ اتم مادر یا دختری از محیط اولیه کانی یا جسم جامد فرار نمی‌کند. در بحث زیر خواهیم دید که می‌توان طرز تعیین Δt را چنان اصلاح کرد که تعداد اتمهای دختر در لحظه t_0 را هم شامل شود (اگرچه در تحلیل امروز که در زمان t_1 انجام می‌شود، نمی‌توانیم بگوییم که چه اتمهای دختری ابتدا در نمونه موجود بودند و کدامیک از آنها در اثر واپاشی در زمان t_0 ناشی شده‌اند). در معادله (40.6) فرض شده‌است که تغییرات N_P فقط در اثر واپاشی موردنظر حاصل می‌شود، یعنی هیچ اتم مادری به‌روشهای دیگر (مثلاً در اثر واپاشی قبلی و یا در اثر واکنشهای هسته‌ای ایجاد شده توسط پرتوهای کیهانی) تولید نمی‌شود.

اکنون محدودیت فرضها را در معادله (۳۹.۶) کمتر می‌کنیم، و فرض می‌کنیم تعدادی هسته دختر هم در لحظه $t = t_0$ در نمونه وجود داشته باشند. این هسته‌های دختر می‌توانند ناشی از واپاشی هسته‌های مادر در زمان قبل از t_0 یا فرایندهایی (مانند يك انفجار ابرنواختر) باشند که هسته‌های اولیه مادر را به وجود آورده‌اند. چگونگی تشکیل این هسته‌های دختر اولیه در محاسبات ما حائز اهمیت نیست. بنابراین می‌توان نوشت

$$N_D(t_1) + N_P(t_1) = N_D(t_0) + N_P(t_0) \quad (42.6)$$

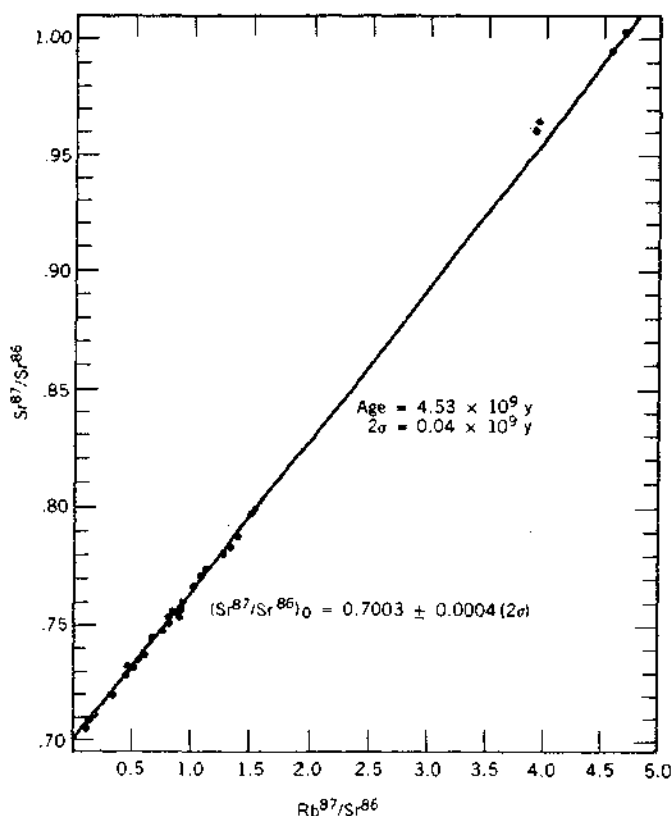
به علت ورود مجهول $N_D(t_0)$ نمی‌توان معادله را مستقیماً حل کرد و Δt را به دست آورد. اما اگر ایزوتوپ دختر دیگری مانند D' هم در نمونه وجود داشته باشد که رادیواکتیو نبوده و از واپاشی مادری با عمر طولانی نیز تشکیل نشده باشد، می‌توانیم عمر نمونه را تعیین کنیم. تعداد موجود این ایزوتوپ پایدار را با $N_{D'}$ نشان می‌دهیم که اگر D' پایدار باشد داریم $N_{D'}(t_1) = N_{D'}(t_0)$ و در این صورت

$$\frac{N_D(t_1) + N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)} = \frac{N_D(t_0) + N_P(t_0)}{N_{D'}(t_0)} \quad (43.6)$$

که می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$\frac{N_D(t_1)}{N_{D'}(t_1)} = \frac{N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)} [e^{\lambda(t_1 - t_0)} - 1] + \frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)} \quad (44.6)$$

نسبت‌های $N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ و $N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ را می‌توان در آزمایشگاه اندازه‌گیری کرد، ولی هنوز هم دو مجهول عمر Δt و نسبت اولیه ایزوتوپها $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ در معادله (۴۴.۶) باقی می‌مانند. کانیهای که از يك منشأ به صورت بلور درآمده‌اند باید سن و نسبت ایزوتوپی $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ یکسان داشته باشند، اگرچه $N_P(t_0)$ اولیه در آنها ممکن است بسیار متفاوت باشد (مثلاً به علت ترکیب شیمیایی متفاوت). اگر این فرضیه‌ها صحیح باشند، انتظار داریم که در حال حاضر کانیهای را با نسبت‌های مختلف $N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ و $N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ و مقادیر یکسان Δt و $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ مشاهده کنیم. این فرضها را می‌توان با رسم $y = N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ بر حسب $x = N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ برای کانیهای مختلف آزمود. معادله (۴۴.۶) به صورت $y = mx + b$ خط راستی با شیب $m = e^{\lambda(t_1 - t_0)} - 1$ و محل برخورد $b = N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ است. شکل ۱۱.۶ نمونه‌ای از کاربرد این روش را برای واپاشی $^{87}\text{Rb} \rightarrow ^{87}\text{Sr}$ ($t_{1/2} = 48.8 \times 10^9 \text{y}$) نشان می‌دهد، که در آن مبنای مقایسه ^{86}Sr پایدار است. اگرچه نسبت فعلی ^{87}Rb به ^{86}Sr با بیش از يك مرتبه بزرگی تغییر می‌کند، ولی با استفاده از کلیه اطلاعات موجود سن زمین را برابر $4.5 \times 10^9 \text{y}$ $\Delta t = 4.5 \times 10^9 \text{y}$ به دست می‌آوریم. در این روش، برآزش خطی مناسب اهمیت زیادی دارد، زیرا همین برآزش است که فرضهای ناپدید نشدن هسته‌های مادر و دختر را توجیه می‌کند.



شکل ۱۱.۶ روش عمرسنجی Rb-Sr با در نظر گرفتن ^{87}Sr اولیه. رفتار خطی با معادله (۴.۴.۶) سازگار است.

از دیگر روشهای مشابه برای عمرسنجی کانیهای زمین، ماه و شهابسنگها هم سن مشترک ^{235}U به ^{206}Pb و ^{238}U به ^{207}Pb و ^{238}U به ^{234}Th و ^{235}U به ^{231}Pa است که بررسی آنها با جداسازی شیمیایی محصولات شکافت و یا با مشاهده میکروسکوپی ردهای به جامانده در کانیها در اثر شکافت - پارهها انجام می گیرد.

برای عمرسنجی نمونههای نه چندان قدیمی مواد آلی، از روش عمرسنجی ^{14}C استفاده می شود. CO_2 جذب شده در مواد آلی تقریباً به طور کامل از ^{12}C بایدار (۹۸.۸۹٪) و مقدار اندک ^{13}C بایدار (۱.۱۱٪) تشکیل شده است. ^{14}C رادیواکتیو در اثر بمباران نیتروژن جو با پرتوهای کیهانی به طور پیوسته در جو فوقانی تشکیل می شود، و بنابراین تمام مواد زنده به علت وجود مقداری ^{14}C در بدنشان اندکی رادیواکتیو اند. چون آهنگ تولید ^{14}C

با پرتوهای کیهانی طی هزاران سال نسبتاً ثابت بوده است، مقدار کربن موجود در مواد آلی زنده با کربن جو به تعادل می‌رسد که مقدار آن يك اتم ^{14}C به ازای هر 10^{12} اتم ^{12}C است. نیمه عمر ^{14}C برابر ۵۷۳۰ سال است، و بنابراین هر گرم کربن اکتیویته‌ای در حدود ۱۵ واپاشی در دقیقه خواهد داشت. هنگامی که موجود زنده می‌میرد، چون جذب ^{14}C جدید متوقف می‌شود و محتوای قبلی طبق قانون واپاشی رادیواکتیو کاهش می‌یابد، تعادل آن با کربن جو برهم می‌خورد. بنابراین می‌توانیم عمر نمونه‌ها را با اندازه‌گیری اکتیویته ویزه (اکتیویته هر گرم) محتوای کربن آنها تعیین کنیم. این روش تا زمانی که شدت ^{14}C برای تعیین اکتیویته کافی باشد به کار می‌رود. اگر ۱۰ نیمه عمر یا بیشتر از مرگ موجود زنده گذشته باشد، واپاشی به قدری ضعیف می‌شود که روش ^{14}C قابل استفاده نیست. روشهای جدید استفاده از شنا بدهنده‌ها به عنوان طیف سنج جرمی، با توانایی شمارش مستقیم اتمهای ^{14}C ، این محدودیت را پشت سر می‌گذارند؛ این روشها در فصل ۲۰ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

فرض اصلی در این روش این است که طی حدود ۵۰۰۰۰ سال اخیر تولید ^{14}C توسط پرتوهای کیهانی با آهنگ نسبتاً ثابتی ادامه داشته است. می‌توان این فرض را با مقایسه عمرهای تعیین شده به روش رادیو کربن با عمرهای شناخته شده به طرق مستقل (برای مثال، به طریق سوابق تاریخی یا شمارش حلقه درخت) آزمود. این مقایسه‌ها توافق بسیار خوبی را نشان می‌دهند، و فرض نسبتاً یکنواخت بودن شار پرتوهای کیهانی را تأیید می‌کنند.

در هزاران سال بعد، ممکن است روش رادیو کربن دیگر قابل استفاده نباشد. طی ۱۰۰ سال اخیر، سوزاندن سوختهای فسیلی تعادل جو را با رقیق کردن آن با کربن پایدار برهم زده است (هیدروکربنهای موجود در سوختهای فسیلی به اندازه‌ای قدیمی اند که تقریباً تمام ^{14}C موجود در آنها واپاشیده و ناپدید شده است). طی دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰، آزمایش‌های سلاحهای هسته‌ای در جو مقداری ^{14}C اضافی وارد جو کرده است که به این ترتیب تراکم کربن ۱۴ شاید به دو برابر مقدار تعادل ناشی از پرتوهای کیهانی رسیده است.

۸.۶ یکاهای اندازه‌گیری تابش

اکتیویته يك نمونه رادیواکتیو (بر حسب کوری یا واپاشی در ثانیه) به نوع تابش یا انرژی آن بستگی ندارد. بنابراین اکتیویته وسیله مفیدی برای مقایسه دو چشمه مختلف از يك نوع ایزوتوپ واپاشنده است (10 mCi از ^{60}Co از 1 mCi از آن قویتر است)، ولی چگونه می‌توان واپاشیهای مختلف را با هم مقایسه کرد؟ به عنوان مثال، چگونه قدرت يك چشمه ^{60}Co با اکتیویته 10 mCi با قدرت چشمه ^{14}C با همان اکتیویته قابل مقایسه است، یا چگونه می‌توان يك چشمه $10\text{ }\mu\text{Ci}$ گاماگسیل را با يك چشمه 10 mCi آلفاگسیل مقایسه کرد؟ و منظور از «قدرت» چشمه تابش دقیقاً چیست؟

یکی از ویژگیهای عام تابشهای هسته‌ای قابلیت یونش (جداسازی الکترونها از) اتمهایی است که با آنها برهم‌کنش می‌کنند. (به این دلیل تابشهای هسته‌ای را معمولاً تابشهای یوننده می‌گویند) بحث را از بررسی عبور پرتو x و پرتو γ از هوا آغاز می‌کنیم. فوتونها از طریق فرایندهای مختلف (پراکندگی کامپتون، اثر فوتوالکتریک و تولید زوج الکترون-پوزیترون) به دفعات با اتمهای هوا برهم‌کنش می‌کنند. هر یک از این فرایندها الکترون آزاد تولید می‌کند، که معمولاً انرژی نسبتاً زیادی دارد، این الکترونها ثانویه به سهم خود می‌توانند تولید یونش (والکترونها اضافی) کنند. بار الکتریکی کل Q یونهای تولیدی در جرم m هوا را پرتوگیری x می‌نامند، و در صورتی که چشمه‌های γ پرتوگیری یکسانی ایجاد کنند، حتی اگر انرژی پرتوهای γ و اکتیویته چشمه‌ها کاملاً متفاوت باشند، می‌توانیم شدت آنها را باهم برابر بگیریم. تعریف مشخص پرتوگیری به صورت زیر است

$$X = \frac{Q}{m} \quad (۴۵.۶)$$

یکای آن در دستگاه SI کولن بر کیلوگرم است. اغلب بدیهای دنتگن (R) برمی‌خوریم، که به صورت پرتوگیری منجر به ایجاد یک واحد الکتروستاتیکی بار (در دستگاه cgs که در آن e برابر ۴.۸۵×10^{-10} واحد الکتروستاتیک است) در ۱ سانتی متر مکعب هوا در دمای $0^\circ C$ و فشار $۷۶۰ mm$ (یعنی در جرمی معادل ۰.۰۱۲۹۳ گرم هوا) تعریف می‌شود. بنابراین

$$1R = \frac{1 \text{ esu}}{0.01293 \text{ g}} = 2.58 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$$

اگر به هر یون باری معادل بار یک الکترون تخصیص دهیم، پرتوگیری $1R$ به معنای تشکیل 1.61×10^9 یون در $1.6 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$ (یا $2.58 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$) یون در هر سانتی متر مکعب است. برای تشکیل یک جفت یون در هوا به طور متوسط 34 eV لازم است. بنابراین پرتوگیری $1R$ منجر به جذب انرژی $70.8 \times 10^9 \text{ eV/cm}^3$ یا 1.13 erg/cm^3 در هوا می‌شود.

یونش تولیدی پرتو γ به انرژی آن بستگی دارد. با انرژی 34 eV لازم برای تولید هر یون در هوا، انتظار می‌رود که یک پرتو γ با انرژی 1 MeV به طور متوسط در حدود 30000 یون تولید کند. یک چشمه رادیواکتیو با اکتیویته معین معمولاً پرتوهای γ با انرژی و شدتهای مختلف تولید می‌کند. پرتوگیری ناشی از این چشمه به تعداد و پاشی، شدت و انرژی هریک از پرتوهای γ بستگی دارد و آهنگ پرتوگیری (پرتوگیری در واحد زمان) به اکتیویته چشمه بستگی پیدا می‌کند. همچنین مقدار این کمیت تابع فاصله از چشمه است؛ اگر بخواهیم یونش تولیدی در 1 cm^3 هوا را اندازه بگیریم، بدیهی است

که این یونش به نزدیک یادور بودن حجم هوا از چشمه بستگی دارد. بنا براین می توان نوشت

$$\frac{\Delta X}{\Delta t} = \Gamma \frac{A}{d^2} \quad (۲۶.۶)$$

که در آن $\Delta X/\Delta t$ آهنگ پرتو گیری، A اکتیویته، d فاصله از چشمه و Γ ثابت ویژه پرتو γ است که به جزئیات گسیل پرتو γ از هر نوکلید رادیواکتیو (کسر پرتوهای γ با انرژی معین و قابلیت یونندگی فوتونها با انرژی معین) بستگی دارد. معمولاً $d = 1\text{m}$ را به عنوان فاصله استاندارد برای اندازه گیری رابطه بین آهنگ پرتو گیری و اکتیویته در نظر می گیرند، که در نتیجه Γ دارای یکای $(\text{Ci}/\text{m}^2)/(\text{R}/\text{h})$ خواهد بود. بعضی مقادیر مشخص Γ در جدول ۳۰۶ داده شده است.

جدول ۳۰۶ ثابتهای ویژه پرتو گاما برای رادیوایزوتوپهای مختلف.*

Γ	انرژی پرتو γ (MeV) و فراوانی آن (%)	$t_{1/2}$	نوکلید
۱۰۲۰	۱۰۲۲۷۵، (۱۰۰)؛ ۵۱۱، (۱۸۱)	۲۶۶y	^{22}Na
۱۰۸۲	۲۷۷۵۴، (۱۰۰)؛ ۳۶۹، (۱۰۰)	۱۵۰۰۲h	^{24}Na
۰۰۶۰	۱۴۳، (۱)؛ ۱۹۲، (۳)؛ ۵۹۹، (۵۶)؛ ۱۲۹۲، (۲۴)	۴۴۰۶d	^{59}Fe
۰۰۵۹	۱۴، (۹)؛ ۱۲۲، (۸۵)؛ ۱۳۶، (۱۱)	۲۷۰d	^{57}Co
۱۰۲۸	۱۷۳، (۱۰۰)؛ ۳۳۳، (۱۰۰)	۵۲۷y	^{60}Co
۰۰۲۲	۸، (۲)؛ ۲۸۴، (۶)؛ ۳۶۴، (۸۲)؛ ۷۲۳، (۷)؛ ۷۲۳، (۲)	۸۰۰۶d	^{131}I
۰۰۳۲	۳۲، (۸)؛ ۶۶۲، (۸۵)	۳۰۱y	^{137}Cs
۰۰۲۳	۴۱۲، (۹۵)؛ ۶۷۶، (۱)	۲۷d	^{198}Au
۰۰۸۴			^{226}Ra و دختران

* یکای Γ در اینجا $\text{R} \cdot \text{m}^2/\text{h} \cdot \text{Ci}$ است. به رابطه بین Γ و انرژی و شدت پرتوهای γ توجه کنید.

آهنك جذب انرژی درمادی غیر از هواكه در معرض پرتوهای یوننده قرار گیرند، متفاوت خواهد بود. بنابراین، وجود يك استاندارد برای جذب انرژی پرتوهای یوننده در مواد مختلف ضروری است. این كمیت دز جذب شده D در ماده است كه میزان انرژی جذب شده از تابش یوننده را در واحد جرم ماده تعیین می كند. متداولترین يكای دز جذب شده راد (rad) نامیده می شود كه برابر جذب ۱۰۰ ارگ انرژی در هر گرم ماده است. (بنابراین در هوا داریم $1 rad = 0.0001 J/kg$) يكای دز جذب شده در دستگاه SI گری (Gy) نامیده می شود كه برابر جذب ۱ ژول انرژی در هر كيلوگرم ماده است، در نتیجه $1 Gy = 100 rad$.

برای تعریف استانداردهای حفاظت انسان در برابر تابش، تعیین برآوردی از اثرات زیست شناختی تابشهای مختلف ضروری است. یعنی، بعضی تابشها ممكن است انرژی شان را در مسیری طولانی از دست دهند، در نتیجه در فواصل کوتاه (مثلاً در حدود ابعاد سلولهای انسانی) انرژی نسبتاً كمی از خود باقی می گذارند. پرتوهای گاما و بتا از این نوع هستند. سایر انواع تابشها، مثلاً ذرات آلفا، انرژی خود را به سرعت از دست می دهند و اساساً تمام انرژی خود را در مسیر بسیار کوتاهی بر جای می گذارند. بنابراین، احتمال آسیب به سلول در اثر يك راد تابش α بسیار بیشتر از يك راد تابش γ است. برای كمیت بخشیدن به این تفاوتها، تأثیر نسبی زیست شناختی (RBE) را به صورت نسبت دز يك تابش خاص به دز پرتوهای x كه همان اثر زیست شناختی را به وجود می آورد، تعریف می كنیم. مقادیر RBE از ۱ تا ۲۰ برای تابش α تغییر می كند. از آنجا كه اندازه گیری RBE نسبتاً مشكل است، معمولاً به جای آن از عامل کیفیت (QF) استفاده می شود كه برای نوع (یا انرژی) خاص تابش به صورت انرژی بر جای مانده در واحد طول مسیر تعریف می شود. تابشهایی كه انرژی كمی در واحد طول از دست می دهند (β و γ) دارای QF نزدیک به ۱ هستند، در حالی كه برای تابشهایی كه انرژی بیشتری در واحد طول از دست می دهند (ذرات α) مقدار QF تا حدود ۲۰ قابل افزایش است. جدول ۴.۶ نمونه بعضی مقادیر QF را نشان می دهد.

جدول ۴.۶ عامل کیفیت برای تابش جذب شده.

نوع تابش	QF
پرتوهای x ، β ، و γ	۱
p و n كم انرژی ($\sim keV$)	۲-۵
p و n پر انرژی ($\sim MeV$)	۵-۱۰
α	۲۰

تأثیر يك تابش خاص بر يك اندام زیست‌شناختی به دز جذب شده D و عامل کیفیت آن QF بستگی دارد. حاصلضرب این دو کمیت را دز معادل می‌گویند

$$DE = D \cdot QF \quad (۲۷.۶)$$

اگر از راد به عنوان یکای دز استفاده شود، دز معادل برحسب یکای (rem) به دست می‌آید. اگر از یکای گری در دستگاه SI استفاده شود، دز معادل برحسب سیورت (Sv) خواهد بود. دیدیم که $1 Gy = 100 rad$ است، و بنابراین داریم $1 Sv = 100 rem$. ملاحظه می‌شود که «شدت» تابش برحسب اینکه آهنگ واپاشی (اکتیویته) موردنظر باشد یا تأثیر آن بر روی اندامهای زنده (دز معادل)، به طرق مختلف قابل تعریف است. خلاصه‌ای از کمیت‌های مختلف و یکاهای سنتی و بین‌المللی (SI) این کمیتها در جدول ۵.۶ داده شده است.

استانداردهای پرتوگیری تابشی افراد اجتماع و کارکنان حرفه‌ای تابش را برحسب رم در دوره‌های خاصی از زمان (به‌طور فصلی یا سالیانه) تعریف می‌کنند. انسان از چشمه‌های زمینه طبیعی (پرتوهای کیهانی و ایزوتوپهای رادیواکتیو طبیعی مانند سربهای اورانیم و توریم و ^{40}K) سالیانه در حدود ۱٫۵ تا ۲٫۵ رم دریافت می‌کند. کمیسیون بین‌المللی حفاظت در برابر تابش (ICRP) حد سالیانه دز جذب شده در تمام بدن را به $5 rem$ برای افراد عادی اجتماع و $5 rem$ برای کارکنان حرفه‌ای تابش محدود کرده است. اما حد سالیانه دز جذب شده در نواحی فوق‌العاده حساس بدن، مانند مغز، استخوان، در عکسبرداری پرتو X فوسفه سینه در حدود $5 rem$ و در عکسبرداری از دندان در حدود $2 rem$ تعیین شده است. متأسفانه، محاسبه و اندازه‌گیری اثرات زیست‌شناختی پرتوگیری مشکل است، و بنابراین رهنمود باید درجهتی باشد که پرتوگیری را تا حد امکان جدول ۵.۶ کمیتها و یکاهای اندازه‌گیری تابش.

کمیت	ماهیت فیزیکی	یکای سنتی	یکای SI
اکتیویته (A)	آهنگ واپاشی	کوری (Ci)	بکرل (Bq)
پرتوگیری (X)	یونش در هوا	رونتگن (R)	کولن بر کیلوگرم (C/kg)
دز جذب شده (D)	جذب انرژی	راد (rad)	گری (Gy)
دز معادل (DE)	تأثیر زیست‌شناختی	رم (rem)	سیورت (Sv)

پایین نگه دارد. به همین دلیل، بسیاری از پزشکان دیگر عکسبرداری از قفسه سینه را با استفاده از پرتو X در معاینه های سالیانه پزشکی توصیه نمی کنند و زندان پزشکان معمولاً هنگام عکسبرداری از دهان يك پیش بند سربی روی قسمتهای حساس بدن بیمار قرار می دهند.) اگر چه شواهد موجود قاطعیت ندارد، ولی دلایلی بر خطر سرطان زایی تابش و آسیب ژنتیکی آن حتی در دزهای خیلی پایین در دست است، در حالی که آثار دیگر مانند تولید آب مروارید و عقیم پازي آستانه ای دارند که در کمتر از آن خطری وجود ندارد. بسیاری از معلومات ما در این زمینه در نتیجه مطالعات انجام شده در مورد بازماندگان انفجار هسته ای هیروشیما و ناگازاکی در جنگ دوم جهانی است، که طبق آن می دانیم خطر مرگ پس از جذب ۱۰۰ رم در فاصله زمانی کوتاه قطعی است، ولی شواهد واضحی دال بر رابطه خطی بین دز و خطر وجود ندارد. مباحثات مربوط به جذب دزهای کم در فواصل زمانی طولانی هنوز هم در جریان است، که برای استانداردهای حفاظت در برابر تابش و سلامت افراد اجتماع نتایجی جدی در بر خواهد داشت.

مراجع مطالعات تکمیلی

برای مطالعه تفصیلی تر مکانیک کوانتومی فرایندهای واپاشی می توانید به کتاب زیر رجوع کنید

M. G. Bowler, *Nuclear Physics* (Oxford: Pergamon, 1973).

برای بررسی کاملتر سریهای واپاشی رادیواکتیو می توانید به کتاب زیر رجوع کنید

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).

روشهای عمرسنجی رادیواکتیو منظومه شمسی در مراجع زیر مرور شده است

L. T. Aldrich and G. W. Wetherill, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 8, 257 (1958).

G. W. Wetherill, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 25, 283 (1975).

برای کسب اطلاعات بیشتر درباره رادیواکتیوئیت جو و اقیانوسها به مقاله زیر رجوع

کنید

D. Lal and H. E. Suess, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 18, 407 (1968).

اطلاعات مشروحتر درباره پرتوگیری تابشی را می توان در مراجع مختلف فیزیک

یهداشت، از جمله کتاب زیر، یافت

E. Pochin, *Nuclear Radiation: Risks and Benefits* (Oxford: Clarendon, 1983).

مسائل

۰۱. سه چشمه رادیواکتیو که اکتیوئیت هر يك از آنها در زمان $t = 0$ برابر $100 \mu\text{Ci}$ است،

مفروض اند. نیمه عمر آنها به ترتیب برابر 1.0×10^8 s، 1.0×10^8 h و 1.0×10^8 d است. (الف) چند هسته رادیواکتیو در $t = 0$ در هر چشمه وجود دارد؟ (ب) چند هسته بین $t = 0$ و $t = 1$ s در هر چشمه واپاشیده می شود؟ (ج) تعداد واپاشی هر چشمه در فاصله $t = 0$ و $t = 1$ h چقدر است؟

۲. ساماریم طبیعی شامل ۱۵.۱٪ ایزوتوپ رادیواکتیو ^{147}Sm است که با گسیل α واپاشیده می شود. یک گرم ساماریم طبیعی در هر ثانیه تعداد (89 ± 5) ذره آلفا گسیل می کند. با استفاده از این اطلاعات، نیمه عمر ^{147}Sm و خطای اندازه گیری آن را محاسبه کنید.

۳. از جمله محصولات رادیواکتیو گسیل شده در حادثه رآکتور چرنوبیل در سال ۱۹۸۶، ایزوتوپهای ^{137}Cs ($t_{1/2} = 30.5$ y) و ^{131}I ($t_{1/2} = 8.0$ d) بودند. تعداد اتمهای ^{137}Cs تولید شده در فرایند شکافت در حدود پنج برابر ^{131}I است. (الف) کدام ایزوتوپ سهم بیشتری در اکتیویته ابر تابش رادیواکتیو دارد؟ فرض کنید که رآکتور قبل از آزاد شدن تابش چندین روز به طور پیوسته کار کرده است، (ب) چمدت پس از وقوع حادثه اکتیویته های این دو ایزوتوپ باهم برابر می شوند؟ (ج) در حدود ۱٪ از شکافتها منجر به تولید ^{131}I می شوند و در هر شکافت در حدود 200 MeV انرژی آزاد می شود. با در نظر گرفتن اندازه رآکتور چرنوبیل (1000 MW)، اکتیویته ^{131}I را بر حسب کوری پس از ۲۴ ساعت کار محاسبه کنید.

۴. زنجیره واپاشیهای رادیواکتیو $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ را در نظر بگیرید که در آن هسته نوع ۳ پایدار است. (الف) نشان دهید که معادله (3.16) از حل معادله $(2.9.6)$ به دست می آید. (ب) معادله دیفرانسیلی برای تعداد هسته های نوع ۳ بنویسید، و آن را بر حسب $N_3(t)$ حل کنید. (ج) مقدار $N_1(t) + N_2(t) + N_3(t)$ را به دست آورید و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید. (د) N_1 ، N_2 و N_3 را به ازای مقادیر کوچک t ، یعنی فقط با در نظر گرفتن جملات خطی آنها، مورد بررسی قرار دهید و تعبیر فیزیکی نتایج را بیان کنید. (ه) حد مقادیر N_1 ، N_2 و N_3 را در حالت $t \rightarrow \infty$ بیابید و تعبیر فیزیکی آنها را بیان کنید.

۵. بدن انسان به طور متوسط حاوی ۱۸٪ کربن و ۲.۵٪ پتاسیم است. اکتیویته ذاتی ناشی از ^{14}C و ^{40}K را برای یک فرد متوسط محاسبه کنید.

۶. ایزوتوپ رادیواکتیوی را با استفاده از یک واکنش هسته ای در یک سیکلوترون تولید می کنیم. در پایان پرتو دهی که در مقایسه با نیمه عمر واپاشی خیلی کوتاه است، از یک روش شیمیایی برای استخراج ایزوتوپ رادیواکتیو استفاده می کنیم. زمان انجام این کار برابر 1 h و کارایی بازیافت ماده رادیواکتیو ۱۰۰٪ است. پس از جداسازی شیمیایی، اکتیویته نمونه را در فواصل زمانی 1 min مورد شمارش قرار دادیم که نتایج زیر به دست آمده اند (زمان پایان پرتو دهی را $t = 0$ در نظر گرفته ایم):

زمان (دقیقه)	واپاشی در هر دقیقه	زمان (دقیقه)	واپاشی در هر دقیقه
۶۲۰	۵۹۲	۱۲۵۰	۲۱۵
۶۸۰	۵۲۷	۱۳۰۰	۲۰۸
۷۳۰	۵۱۰	۱۳۸۰	۱۸۷
۸۵۰	۴۳۱	۱۴۴۰	۱۷۷
۹۰۰	۳۸۰	۱۴۹۰	۱۵۸
۹۷۰	۳۵۳	۱۵۶۰	۱۴۲
۱۰۱۰	۳۱۸	۱۶۳۰	۱۲۵
۱۰۵۰	۳۱۰	۱۷۰۰	۱۱۰
۱۱۲۰	۲۹۰	۱۷۵۰	۱۰۹
۱۲۰۰	۲۴۲	۱۸۰۰	۱۰۰

(الف) این اطلاعات را روی کاغذ نیمه لگاریتمی رسم کنید و با استفاده از آن نیمه عمر و اکتیوین اولیه را (در لحظه $t=0$) به دست آورید. گستره خطای هر یک از نقاط اطلاعاتی را نشان دهید، و خطای حاصل را در نیمه عمر برآورد کنید. (ب) با استفاده از یک روش تحلیلی، برآزش خطی حداقل مربعات را در مورد این اطلاعات انجام دهید (به صورت $\log N$ بر حسب t) و نیمه عمر و خطای آن را تعیین کنید.

۷. نمونه‌ای از یک عنصر متشکل از دو ایزوتوپ طبیعی را با استفاده از گیراندازی نوترون رادیو اکتیو می‌کنیم. پس از یک ساعت پرتو دهی در رآکتور، نمونه را به اتاق شمارش منتقل و تعداد کل واپاشیها را در فواصل یک ساعته به طور روزانه ثبت می‌کنیم. خلاصه اطلاعات ثبت شده به قرار زیر است:

زمان (d)	تعداد واپاشی	زمان (d)	تعداد واپاشی
۰	۱۰۲۵۱۵	۲۰	۲۳۷۲
۱	۷۹۲۰۵	۴۰	۱۴۲۱
۲	۶۱۹۰۳	۶۰	۱۱۳۵
۳	۴۸۲۱۳	۸۰	۸۶۲
۴	۳۷۴۳۱	۱۰۰	۷۲۵
۵	۲۹۳۶۷	۱۲۰	۵۵۱
۶	۲۳۵۱۱	۱۴۰	۴۶۲
۷	۱۸۴۹۵	۱۶۰	۳۵۹
۸	۱۴۸۲۹	۱۸۰	۲۶۵
۹	۱۱۸۵۳	۲۰۰	۲۲۵
۱۰	۹۵۹۵		

با استفاده از این اطلاعات، نیمه عمر و اکتیویته اولیه هر دو ایزوتوپ را به دست آورید.
عصر مورد آزمایش چیست؟

۸. يك فرايند واپاشی ساده را در نظر بگیرید که در آن تعداد N_0 هسته رادیواکتیو اولیه نوع A به هسته پایدار نوع B تبدیل می شود. چند واپاشی در فاصله زمانی t_1 تا $t_1 + \Delta t$ رخ می دهد؟ این مسئله را به دو طریق حل کنید: (۱) با استفاده از معادله (۱۰.۶)، و (۲) با استفاده از تفاوت بین $N(t_1)$ و $N(t_1 + \Delta t)$. گوشه: در حالت کلی فقط روش اول صحیح است؛ مسئله بعد را ببینید.

۹. فرايند واپاشی $A \rightarrow B \rightarrow C$ را در نظر بگیرید که در آن $N_A(t=0) = N_0$ ، و $N_B(t=0) = N_C(t=0) = 0$. تعداد واپاشیهای هسته نوع B در فاصله بین $t_1 + \Delta t$ تا t_1 چقدر است؟ (راهنمایی: با مراجعه به مسئله قبل بگویید چرا روش (۲) در این مورد عملی نیست. شکلهای ۶.۰۶ و ۷.۰۶ هم ممکن است شواهد قانع کننده ای در اختیار بگذارند.)
۱۰. هسته های نوع A که با آهنگ ثابت R در يك رآکتور هسته ای تولید می شوند، در اثر واپاشی به هسته نوع B تبدیل می شوند که آن هم به نوبه خود به هسته نوع C واپاشیده می شود. (الف) معادلات دیفرانسیل N_A ، N_B ، و N_C را بر حسب زمان بنویسید و آنها را حل کنید. (ب) حاصل جمع $N_A + N_B + N_C$ را به دست آورید و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید.

۱۱. ایزوتوپ رادیواکتیو ^{232}Pa ($t_{1/2} = 2720 \text{ d}$) در اثر گیراندازی نوترون در ^{232}Th تولید می شود. ایزوتوپ تولید شده ^{232}Th با نیمه عمر 223 min واپاشیده می شود و به صورت ^{232}Pa در می آید. گیراندازی نوترون در ۱ گرم ^{232}Th ، در شار نوترونی يك رآکتور، با آهنگ $1 \times 10^{18} \text{ s}^{-1}$ تولید ^{232}Th می کند. (الف) در پایان يك ساعت پرتو دهی نوترونی، اکتیویته ^{232}Th و ^{232}Pa چقدر است؟ (ب) پس از يك ساعت پرتو دهی، نمونه انبار می شود تا اکتیویته ^{232}Th بتواند ناپدید شود. اکتیویته های ^{232}Pa و ^{232}Th پس از گذشت ۲۴ ساعت و ۴۸ ساعت از انبار سازی چقدر است؟ (ج) واپاشی ^{232}Pa منجر به تولید ^{232}U می شود که آن هم به نوبه خود رادیواکتیو است ($t_{1/2} = 1.6 \times 10^5 \text{ y}$). اکتیویته ^{232}U يك سال پس از انبار کردن نمونه چقدر است؟ (راهنمایی: برای به دست آوردن اکتیویته ^{232}U ضرورتی ندارد که معادله دیفرانسیل دیگری نوشته شود.)

۱۲. اکتیویته ای از هسته های A به B و سپس هسته B به هسته پایدار C واپاشیده می شود. (الف) با بحث کیفی نشان دهید که چرا در زمانهای کوتاه باید $A_B > A_A$ باشد، در حالی که در زمانهای طولانی $A_B > A_A$ خواهد شد. (ب) بتا بر این زمانی مانند T باید وجود داشته باشد که در آن $A_A = A_B$ است. زمان T را بر حسب ثابتهای واپاشی λ_A و λ_B محاسبه کنید.

۱۳. زنجیره واپاشی $^{139}\text{La} \rightarrow ^{139}\text{Ba} \rightarrow ^{139}\text{Cs}$ در يك نمونه بدوخالص ^{139}Cs با اکتیویته اولیه 1 mCi مشاهده شده است. نیمه عمر ^{139}Cs برابر 9.75 min ،

نیمه عمر ^{139}Ba برابر 829 min و ^{139}La پایدار است. اکتیویته بیشینه ^{139}Ba چقدر است و در چه زمانی حاصل می شود؟

۱۴. در فرایند واپاشی $^{231}\text{Pa} \rightarrow ^{231}\text{Th} \rightarrow ^{235}\text{U}$ ($t_{1/2} = 2505\text{ h}$ برای ^{231}Th و $t_{1/2} = 704 \times 10^8\text{ y}$ برای ^{235}U) برای محاسبه زمان از $t = 100\text{ h}$ تا $t = 100\text{ h}$ رسم کنید. فرض کنید اکتیویته اولیه ^{235}U در نمونه 100 mCi است. درباره شرط تعادل دیر یا در این فرایند واپاشی بحث کنید.

۱۵. واپاشی آلفای ^{238}U ($t_{1/2} = 447 \times 10^8\text{ y}$) منجر به تولید ^{234}Th با نیمه عمر 24 d می شود. هر نمونه ای از سنگ معدن اورانیم باید اکتیویته ^{234}Th را در تعادل دیر یا با مادر هسته ^{238}U نشان دهد؛ اکتیویته ^{234}Th در هر گرم اورانیم چقدر است؟

۱۶. نموداری مشابه شکل ۱۰.۶ تهیه کنید که سری رادیواکتیو ^{238}U را نشان دهد.

۱۷. واپاشی رادیواکتیو ^{232}Th در نهایت به تولید ^{208}Pb پایدار منجر می شود. در یک نمونه سنگ معدن، مقدار 365 گرم ^{232}Th و 75 گرم ^{208}Pb دیده شده است. (الف) عمر این نمونه را با استفاده از نسبت Th/Pb محاسبه کنید. (ب) اگر نمونه سنگی بزرگ باشد، ذرات آلفای گسیل شده در فرایندهای واپاشی به دام می افتند. اگر چنین سنگی را خرد کنیم، ذرات آلفای آن را می توان به صورت گاز هلیوم گردآوری کرد. در فشار 760 mm و دمای 0°C حجم گاز گردآوری شده از این صخره چقدر است؟

۱۸. می خواهیم عمر یک تیرچوبی را که در ساختمان یک کلبه باستانی مورد استفاده قرار گرفته است، تعیین کنیم. با بررسی نمونه ای از این چوب برای تعیین محتوای ^{14}C ، تعداد 21 واپاشی در دقیقه مشاهده شده است. نمونه دیگری با همان اندازه و همان نوع چوب که از یک درخت تازه بریده گرفته ایم، تعداد 53 واپاشی در دقیقه به دست داده است. عمر نمونه باستانی چقدر است؟

۱۹. نشان دهید که محتوای کنونی ^{14}C در یک ماده آلی، اکتیویته ای در حدود 15 واپاشی در دقیقه در هر گرم کربن دارد.

۲۰. احتمال وقوع یک واپاشی ^{14}C در ریه ها طی یک تنفس چقدر است؟ مقدار CO_2 جو در حدود 0.03% است و در یک تنفس متوسط در حدود 50 لیتر هوا را به ریه ها وارد و 35 لیتر آن را خارج می کنیم.

۲۱. (الف) شار پرتوگاما (تعداد γ در هر واحد سطح) در فاصله 100 m از یک چشمه ^{60}Co با اکتیویته 75 mCi چقدر است؟ (ب) در این فاصله، چند یون در دقیقه در هر سانتی متر مکعب هوا تولید می شود؟



آشکارسازی تابشهای هسته‌ای

اصول اساسی کار اغلب آشکارسازهای تابش هسته‌ای مشابیه است. تابش وارد آشکارسازی می‌شود، با اتمهای ماده آشکارساز برهم‌کنش می‌کند (بخشی از انرژی خود را از دست می‌دهد)، و تعداد زیادی الکترون کم‌انرژی را از مدارهای اتمی خود آزاد می‌کند. این الکترون‌ها سپس گردآوری می‌شوند و جهت تحلیل توسط مدار الکترونیکی به صورت یک تپ ولتاژ یا جریان درمی‌آیند. انتخاب ماده مناسب برای آشکارسازهای تابش به‌نوع تابش مورد آشکارسازی و اطلاعات مورد نظر بستگی دارد. برای ذرات α حاصل از واپاشیهای رادیواکتیو و یا ذرات باردار حاصل از واکنشهای هسته‌ای در انرژیهای کسم (MeV)، آشکارسازهای بسیار نازک کفایت می‌کند، زیرا بیشینه برد این ذرات در اغلب جامدات نوعاً کمتر از $100 \mu\text{m}$ است. برای الکترون‌ها، مشابیه آنچه در تابش β گسیل می‌شوند، آشکارسازی به ضخامت 1 mm تا 1 cm لازم است، در حالی که به علت برد زیاد پرتوهای γ ، حتی آشکارسازی به ضخامت 5 cm ممکن است برای تبدیل فوتونهای پرانرژی (MeV یا بیشتر) به تپ الکترونیکی کافی نباشد. صدای تیک آشنای شمارگر گایگر ممکن است برای نشان دادن حضور تابش کافی باشد؛ در این مورد تمامی انواع تابشهای فسرودی، خروجی یکسانی تولید می‌کنند. برای اندازه‌گیری انرژی تابش، باید آشکارسازی را انتخاب کنیم که دامنه تپ خروجی آن متناسب با انرژی باشد. در اینجا باید ماده‌ای را برگزینیم که تعداد الکترونهای آزاد شده در آن زیاد باشد، بدین ترتیب با افت وخیز آماری یا با از دست دادن شمارش چند ذره، توانایی تعیین انرژی به‌طور قابل ملاحظه تغییر نمی‌کند. برای تعیین زمان گسیل تابش، باید ماده‌ای را انتخاب کنیم که در آن الکترون‌ها به سرعت تبدیل

به تب شوند؛ در این مورد تعداد الکترونهاي گرد آوری شده حائز اهمیت کمتری است. برای تعیین نوع ذره (مانند مورد يك واکنش هسته‌ای که در آن انواع مختلفی از ذرات تولید می‌شوند)، باید ماده‌ای را انتخاب کنیم که در آن جرم یا بار ذره اثر مشخصی ایجاد کند. برای اندازه‌گیری اسپین یا قطبش ذرات تابشی، باید از آشکارسازی استفاده کنیم که بتواند حالات مختلف اسپین یا قطبش را تفکیک کند. در مواردی که انتظار آهنگ شمارش فوق‌العاده زیادی را داریم، باید از آشکارسازی استفاده کنیم که بتواند به سرعت پس از هر شمارش به حالت عادی بازگردد؛ و برای آهنگ شمارش خیلی کند باید هم خود را مصروف آشکارسازی هرواقعه و تقلیل اثر تابش زمینه کنیم. بالاخره، اگر به بازسازی مسیر تابشهای آشکار شده علاقه‌مندیم، باید آشکارسازی داشته باشیم که نسبت به محل ورود تابش به آشکارساز حساس باشد.

در این فصل انواع مختلف آشکارسازها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. البته تمام شرایط فوق هرگز در يك آشکارساز جمع نمی‌شوند، بلکه هر آشکارسازی فقط از یکی از این خصوصیتها برخوردار است. بحث ما محدود به تابشهایی است که در اغلب واپاشیهای هسته‌ای یا مطالعه واکنشها با آنها روبرو می‌شویم: یعنی ذرات باردار سنگین (پروتونها، آلفاها) با انرژی ناهسته‌ای، الکترونهاي نسبیتی (با انرژی حدود MeV)، و فوتونها در ناحیه پرتو X و پرتو گاما. آشکارسازهای نوترون جداگانه در فصل ۱۲ (جلد دوم، ترجمه فارسی) مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۱۰۷ برهم کنشهای تابش با ماده

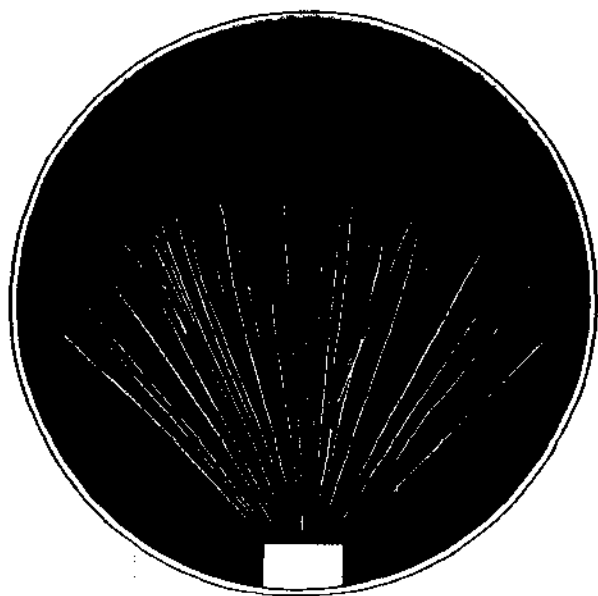
ذرات باردار سنگین

اگرچه پراکندگی کولنی ذرات باردار توسط هسته‌ها (که پراکندگی رادرفورد خوانده می‌شود) فرایندی مهم در فیزیک هسته‌ای است، تأثیر آن بر کاهش انرژی ذره باردار در طی عبور از ماده آشکارساز اندک است. از آنجا که هسته‌های آشکارساز فقط کسر بسیار کوچکی در حدود 10^{-15} از حجم آنها را اشغال می‌کنند، احتمال برخورد ذره با الکترون (تقریباً) 10^{-15} بار بیش از احتمال برخورد با هسته است. بنابراین سازوکار غالب در کاهش انرژی ذرات باردار، پراکندگی کولنی آنها در رویارویی با الکترونهاي اتمی آشکارساز است. با توجه به پایداری انرژی و تکانده در برخورد الاستیک سر به سر بین یک ذره سنگین به جرم M و یک الکترون به جرم m (که برای سهولت آن را ساکن فرض می‌کنیم)، کاهش انرژی جنبشی ذره به صورت زیر به دست می‌آید

$$\Delta T = T \left(\frac{2m}{M} \right) \quad (10.7)$$

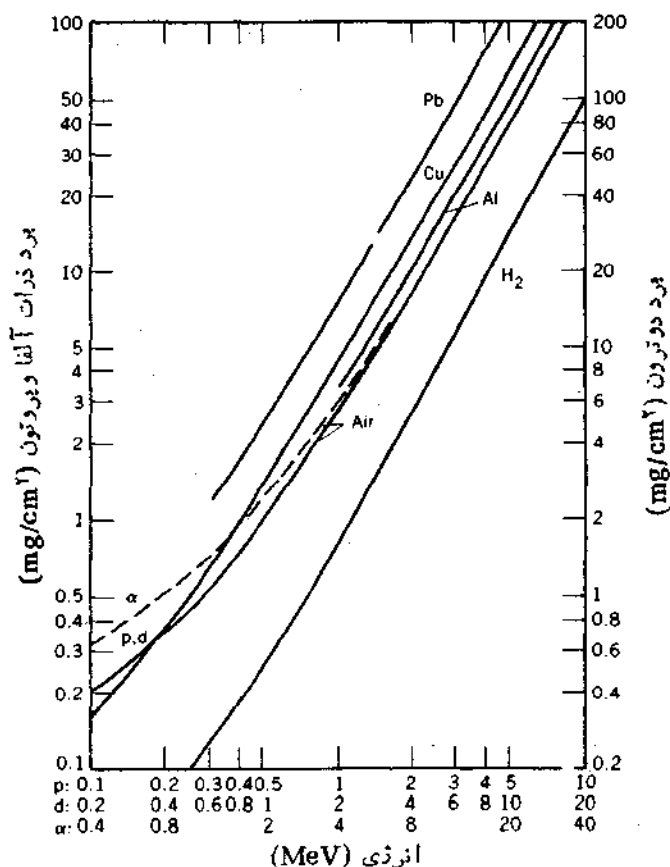
برای ذره α به انرژی ۵ MeV (نمونه ذرات گسیل شده در واپاشی رادیواکتیو)، این مقدار برابر ۲۲۷ keV است. بلافاصله می‌توان به چهار نتیجه زیر رسید:

۱. برای اینکه ذره تمام انرژی خود را از دست بدهد، چندین هزار واقعه از این نوع لازم است (بیشترین مقدار انرژی انتقالی در برخورد سر به سر به الکترون منتقل می‌شود؛ در اغلب برخوردها، کاهش انرژی خیلی کمتر از این مقدار است).
۲. در يك برخورد خراشان بين الکترون و ذره سنگین، زاویه انحراف ذره سنگین بسیار کوچک است و بنا بر این ذره تقریباً مسیر مستقیمی را می‌پیماید.
۳. به علت برد نامتناهی نیروی کولنی، ذره به طور همزمان با الکترونهاي زیادی برهم کنش می‌کند و بنا بر این انرژی خود را به تدریج و به طور پیوسته در طول مسیر از دست می‌دهد. پس از طی مسافتی معین، ذره تمام انرژی اش را از دست می‌دهد؛ که این فاصله را برد ذره می‌نامند. برد با در نظر گرفتن نوع ذره، نوع ماده مورد گذار، و انرژی ذره تعیین می‌شود. رد ذرات آلفا را در اتاقک ابر در شکل ۱۰۷ نشان داده‌ایم، در این مسیرها پس از يك فاصله نسبتاً مشخص دیگر اثری از ذرات دیده نمی‌شود. ما معمولاً با برد میانگین سروکار داریم که طوری تعریف می‌شود که برد نیمی از ذرات از آن بلندتر و نیم دیگر کوتاه‌تر است؛ تغییرات حول مقدار میانگین بسیار کوچک است و حداکثر به چند درصد می‌رسد و بدین ترتیب می‌توان برد میانگین را کمیتی دقیق و مفید دانست.
۴. انرژی لازم برای یونش يك اتم (یعنی جداساختن يك الکترون) در حدود 10 eV است؛ بنا بر این بسیاری از برخوردها می‌توانند انرژی لازم جهت یونش را به اتم



شکل ۱۰۷ رد ذرات آلفای حاصل از واپاشی ^{210}Po در اتاقک ابر.

منتقل کنند. (اگر انرژی کافی برای تولید یون به‌الکترون داده نشود، اتم به یک حالت برانگیخته می‌رود و سپس به سرعت به حالت پایه و اوانگیخته می‌شود). به علاوه، الکترونهای با انرژی حدود keV (که به نام پرتوهای دلتا معروف اند) می‌توانند در اثر برخورد تولید یون کنند، که منجر به الکترونهای ثانویه بیشتر می‌شود. برای تعیین کاهش انرژی ذره، باید الکترونهای اولیه و ثانویه و برانگیختگی اتمی را در نظر بگیریم. رابطه بین برد و انرژی برای هوا و سایر مواد متداول در شکل ۲۰۷ نشان داده شده است. برای موادی که نشان داده نشده‌اند، با استفاده از رابطه نیمه تجربی زیر که به نام قانون براگ - کلیمان معروف است، می‌توان برد را برآورد کرد



شکل ۲۰۷ رابطه برد - انرژی در مواد مختلف. به علت کاهش انرژی ذره در اثر پراکندگی توسط الکترونهای اتمی، برد با چگالی نسبت معکوس دارد. بنابراین برای سهولت حاصلضرب برد در چگالی را بر حسب mg/cm^2 در نظر می‌گیرند. متأسفانه این حاصلضرب نیز در نشریات علمی «برد» نامیده می‌شود.

$$\frac{R_1}{R_0} \approx \frac{\rho_0 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_0}} \quad (2.7)$$

که در آن R برد، ρ چگالی، A وزن اتمی است. شاخصهای ۱ و ۰ به ترتیب نشانه‌های مربوط به ماده‌ی شناخته شده و ناشناخته‌اند.

رابطه‌ی نظری بین برد و انرژی را می‌توان از يك محاسبه‌ی کوانتوم مکانیکی فرایند برخورد، که برای اولین بار در سال ۱۹۳۵ توسط هانسیته انجام شد، به دست آورد. این محاسبه، مقدار افت انرژی در واحد طول را (که گاهی توان ایستاندگی نامیده می‌شود) به صورت زیر به دست می‌دهد

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{4\pi z^2 N_0 Z \rho}{mc^2 \beta^2 A} \left[\ln \left(\frac{2mc^2 \beta^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad (3.7)$$

که در آن $v = \beta c$ سرعت ذره، ze بار الکتریکی ذره، A ، Z ، ρ به ترتیب عدد اتمی، وزن اتمی، و چگالی ماده‌ی موردگذار، N_0 عدد آووگادرو، و m جرم الکترون است. پارامتر I انرژی برانگیزش متوسط الکترونهاى اتمی است که می‌توان آن را با متوسط گیری بر روی کلیه‌ی فرایندهای یونش و برانگیختگی محاسبه کرد. در عمل I را به عنوان يك ثابت تجربی در نظر می‌گیرند، که مقدار آن بر حسب eV در حدود Z ۱۰ است. برای مثال، در هوا $I = 86 \text{ eV}$ و در آلومینیم $I = 163 \text{ eV}$ است. برد را می‌توان با انتگرال گیری از معادله (۳.۷) در گستره‌ی انرژی ذره به دست آورد

$$R = \int_T^0 \left(-\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (4.7)$$

اما، معادله (۳.۷) در قسمت کم انرژی نزدیک به انتهای برد معتبر نیست، و این عمدتاً بدان سبب است که در این معادله گیراندازی الکترونها توسط ذرات کند در نظر گرفته شده است. می‌توان معادله (۴.۷) را به صورت زیر نوشت

$$R = M z^{-2} \int f(v) dv \quad (5.7)$$

که در آن $f(v)$ تابع سرعت ذره و مستقل از جرم و بار آن است. بنابراین می‌توانیم برد ذرات مختلف با سرعت اولیه یکسان را در محیط گذار با هم مقایسه کنیم

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{M_1 z_1^2}{M_0 z_0^2} \quad (6.7)$$

الکترونها

الکترونها (مثبت و منفی) همانند ذرات باردار سنگین از طریق پراکندگی کوانتی با الکترونهاى

انمی برهم‌کنش می‌کنند. اما، در اینجا چند تفاوت اساسی وجود دارد: (۱) الکترونها به‌خصوص آنها که در واپاشی بتا یا گسیل می‌شوند، سرعت‌های نسبی دارند. (۲) الکترونها در برخورد با دیگسر الکترونها به میزان زیادی منحرف می‌شوند، و در نتیجه مسیرهای درهم‌برهمی دارند. بنابراین برد (که به‌صورت فاصله خطی نفوذ در ماده تعریف می‌شود) با طول مسیری که الکترون طی می‌کند، بسیار متفاوت است. (۳) در برخوردهای سربه‌سر يك الکترون با الکترون دیگر، کسر بزرگی از انرژی اولیه ممکن است به الکترون مورد برخورد منتقل شود (درحقیقت، در برخوردهای الکترون-الکترون باید هویت دو ذره را در نظر بگیریم؛ بعد از برخورد نمی‌توانیم بگوییم که کدام الکترون فرودی و کدام یک هدف بوده است). (۴) به‌علت امکان تغییرات سریع جهت و اندازه سرعت الکترون، شتابهای بزرگی حاصل می‌شوند، و ذرات باردار شتابان باید انرژی الکترومغناطیسی تابش کنند. این تابش را برهمشتراش‌الونگ یا تابشی قهرزی می‌نامند.

رابطه افت انرژی در واحد طول مسیر برای الکترونها نیز توسط بنه به‌دست آمده است، و می‌توان آن را مشابه معادله (۳.۷) به‌صورت زیر نوشت

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_e = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{\pi N_0 Z \rho}{mc^2 \beta^2 A} \left[\ln \frac{T(T+mc^2)^2 \beta^2}{4I^2 mc^2} + (1-\beta^2) - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + \frac{1}{\lambda} (1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 \right] \quad (7.7)$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_r = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{Z^2 N_0 (T+mc^2)}{137 m^2 c^4 A} \left[2 \ln \frac{(T+mc^2)}{mc^2} - \frac{2}{3} \right] \quad (8.7)$$

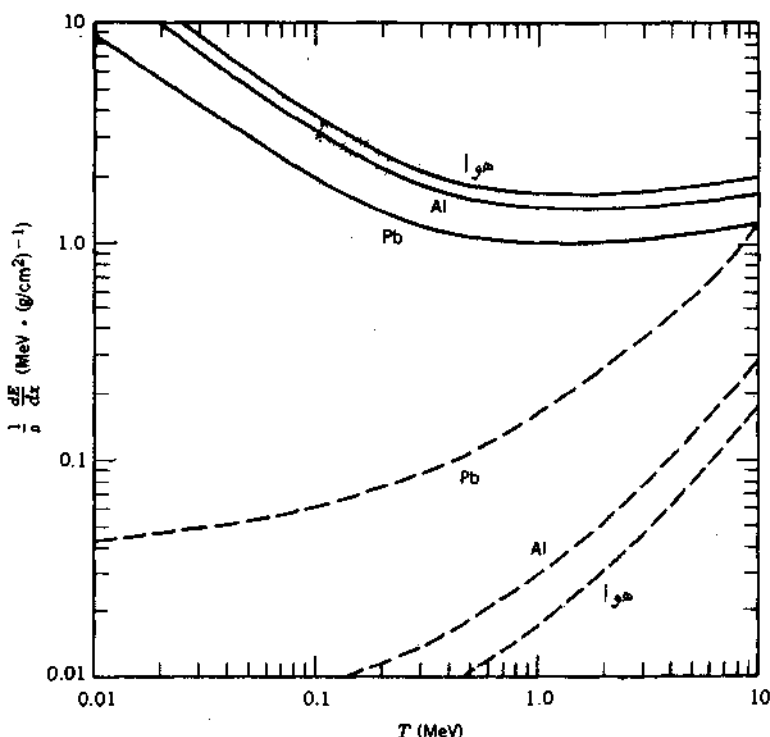
که در آن T انرژی جنبشی الکترون است. شاخصهای C و r به ترتیب نماینده افت انرژی به‌علت برخورد و تابش است. رابطه افت تابشی فقط برای انرژیهای نسبی معتبر است؛ در انرژی کمتر از ۱ MeV می‌توان از افت تابشی صرف‌نظر کرد. افت انرژی کل مجموع این دو مقدار است

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_e + \left(\frac{dE}{dx}\right)_r \quad (9.7)$$

برای برآورد سهم نسبی این دو جمله می‌توان نسبت آنها را تشکیل داد، که در ناحیه نسبی تقریباً برابر است با

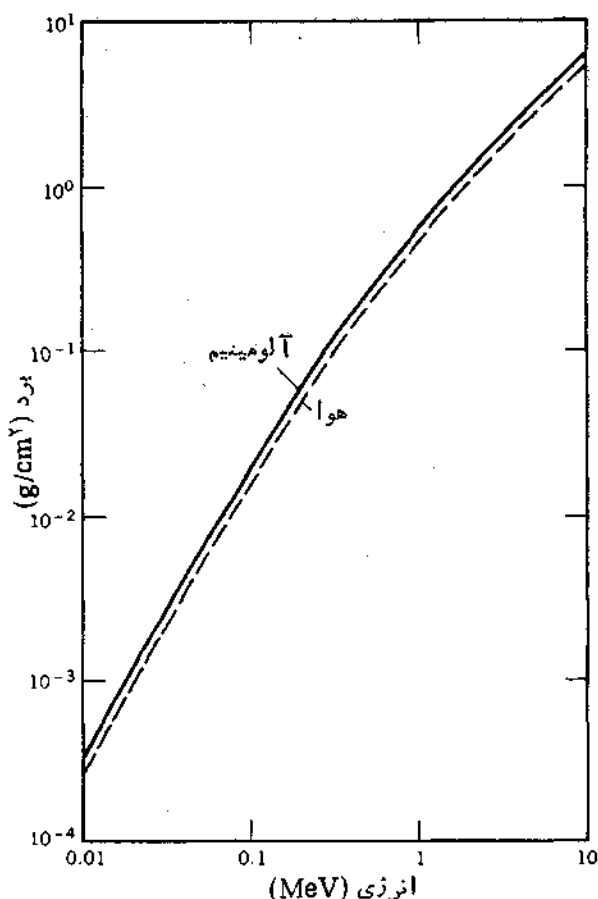
$$\frac{(dE/dx)_r}{(dE/dx)_e} \approx \frac{T+mc^2}{mc^2} \cdot \frac{Z}{1600} \quad (10.7)$$

بدین‌سان، جمله تابشی فقط در انرژیهای زیاد و در مواد سنگین قابل ملاحظه است. در



شکل ۳.۷ افت انرژی الکترونها در هوا، Al، و Pb. برای اجتناب از تغییرات زیاد dE/dx ناشی از تعداد الکترونهاى ماده، تغییرات کمیت $\rho^{-1}(dE/dx)$ رسم شده است. خطوط پر برای نمایش افت برخوردی و خط چینها برای نمایش افت تابشی به کار رفته‌اند.

شکل ۳.۷ سهم نسبی افت انرژی برای هوا، آلومینیم و سرب نشان داده شده است. برای بیشتر موادی که به عنوان آشکارسازهای الکترون به کار می‌روند، سهم تابشی کوچک است. به علاوه، تغییرات افت انرژی ناشی از برخورد برحسب انرژی الکترون بسیار کم است. محاسبه برد الکترونها را می‌توان با انتگرال گیری از معادلات (۷.۷) و (۸.۷) روی مسیر الکترونها انجام داد؛ اما، به علت طبیعت کاتوره‌ای مسیر، انجام آن کار دشواری است. در عوض، از اطلاعات تجربی جذب یازیکه‌های الکترون تک انرژی برای به دست آوردن رابطه برد انرژی الکترونها استفاده می‌شود. شکل ۴.۷ مثالی از این رابطه است. با مقایسه این اطلاعات با مقادیر $\rho^{-1}(dE/dx)$ حاصل از شکل ۳.۷، نتیجه می‌گیریم که تغییرات برحسب نوع جذب کننده کوچک است، و بنابراین می‌توانیم شکل ۴.۷ را برای برآورد برد (برحسب mg/cm^2 که در حقیقت حاصل ضرب برد در چگالی است) در سایر مواد نیز به کار ببریم.



شکل ۴.۷ ارتباط بین برد و انرژی برای الکترونها در هوا و آلومینیم.

تابش الکترومغناطیسی

برهم‌کنش پرتوهای گاما و ایکس با ماده از طریق سه فرایند صورت می‌گیرد که عبارت‌اند از جذب فوتوالکتریک، پراکندگی کامپتون، و تولید زوج. در اثر فوتوالکتریک، یک فوتون جذب اتم می‌شود و یکی از الکترونهای اتمی، که در این مورد فوتوالکترون خوانده می‌شود، آزاد می‌گردد. (الکترونهای آزاد نمی‌توانند فوتون را جذب کنند و پس‌زده شوند. انرژی و تکانه توأمأ در چنین فرایندی پایسته نخواهند بود؛ برای جذب تکانه یک اتم سنگین لازم است که در این حال انرژی منتقل شده به اتم نیز اندک خواهد بود.) انرژی جنبشی الکترون برابر انرژی فوتون منهای انرژی بستگی الکترون است:

$$T_e = E_\gamma - B_e \quad (11.7)$$

محاسبه احتمال جذب فوتوالکتریک دشوار است، ولی با توجه به مطالعات تجربی برخی از ویژگیهای آن شناخته شده است: این پدیده برای فوتونهای کم انرژی ($\sim 100 \text{ keV}$) بارزتر است، مقدار آن به سرعت با افزایش عدد اتمی Z ات‌های جذب کننده (تقریباً به صورت Z^4) افزایش و با افزایش انرژی فوتون به سرعت (تقریباً به صورت E_γ^{-2}) کاهش می‌یابد. به علاوه، در احتمال جذب فوتوالکتریک جهشهای ناپیوسته‌ای در انرژیهای متناظر با انرژی بستگی پوسته‌های الکترونی خاص وجود دارد. یعنی، انرژی بستگی يك الکترون از پوسته K در سرب برابر 88 keV است. فوتونهای فرودی با انرژی کمتر از 88 keV نمی‌توانند فوتوالکتریک‌های پوسته K را آزاد کنند (اگرچه می‌توانند الکترونهای با انرژی بستگی کمتر مربوط به پوسته‌های بالاتر را آزاد کنند). با افزایش انرژی فوتون به بیش از 88 keV ، آمادگی الکترونهای پوسته K برای شرکت در فرایند جذب فوتوالکتریک سبب افزایش ناگهانی احتمالی جذب می‌شود، که به نام لبه جذب K یا لبه K معروف است. شکل ۵.۷ نمونه‌ای از سطح مقطع جذب فوتوالکتریک را نشان می‌دهد.

پراکندگی کامپتون فرایندی است که در اثر آن فوتون از يك الکترون آزاد پراکنده می‌شود، و سبب تولید يك فوتون کم انرژی و پراکندگی الکترون می‌شود که انرژی آن برابر کاهش انرژی فوتون است. شکل ۶.۷ طرح ساده‌ای از این فرایند را نشان می‌دهد. اگر الکترون مورد برخورد را آزاد و ساکن در نظر بگیریم (تقریبی مناسب، زیرا انرژی فوتون معمولاً در مقایسه با انرژی مداری الکترونهای پوسته‌های سست خارجی در اتم زیاد است). اصل پایستگی تکانه خطی و انرژی (با استفاده از دینامیک نسبیتی) روابط زیر را می‌دهد

$$\frac{E_\gamma}{c} = \frac{E'_\gamma}{c} \cos \theta + \frac{mc\beta \cos \phi}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (12.7)$$

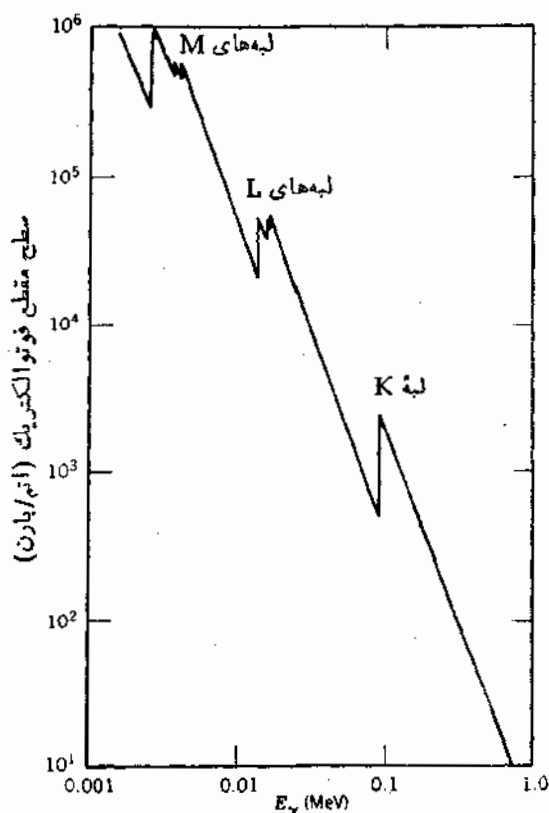
$$0 = \frac{E'_\gamma}{c} \sin \theta - \frac{mc\beta \sin \phi}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (13.7)$$

$$E_\gamma + mc^2 = E'_\gamma + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (14.7)$$

اگر موضوع تحت بررسی مشاهده فوتون پراکنده باشد، می‌توان با حذف متغیرهای خارج از مشاهده β و ϕ فرمول پراکندگی کامپتون را به دست آورد

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + (E_\gamma/mc^2)(1 - \cos \theta)} \quad (15.7)$$

گستره انرژی فوتونهای پراکنده از E_γ برای $\theta = 0^\circ$ (پراکندگی به جلو که متناظر با عدم

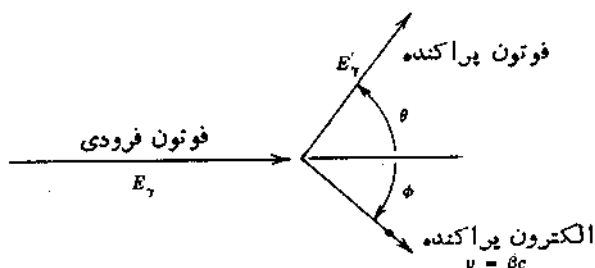


شکل ۵۰۷ سطح مقطع فوتو الکتریک در Pb. جهشهای گسته متناظر با انرژی بستگی پوسته‌های مختلف الکترونی است. برای مثال، انرژی بستگی الکترون K برابر ۸۸ keV است. برای تبدیل سطح مقطع به ضریب جذب خطی τ بر حسب cm^{-1} ، آن را در ۰.۰۳۳ ضرب کنید.

برهم‌کنش است) تا کمینه‌ای تقریباً برابر ۲۵ MeV در $\approx 2/3 mc^2$ تحت زاویه $\theta = ۱۸۰^\circ$ برای فوتون پراثری تغییر می‌کند.

احتمال پراکندگی کامپتون در زاویه θ را می‌توان با محاسبات کوانتوم مکانیکی این پدیده به دست آورد. حاصل این محاسبه فرمول کلاین - نیشینا برای سطح مقطع دیفرانسیلی هر الکترون است

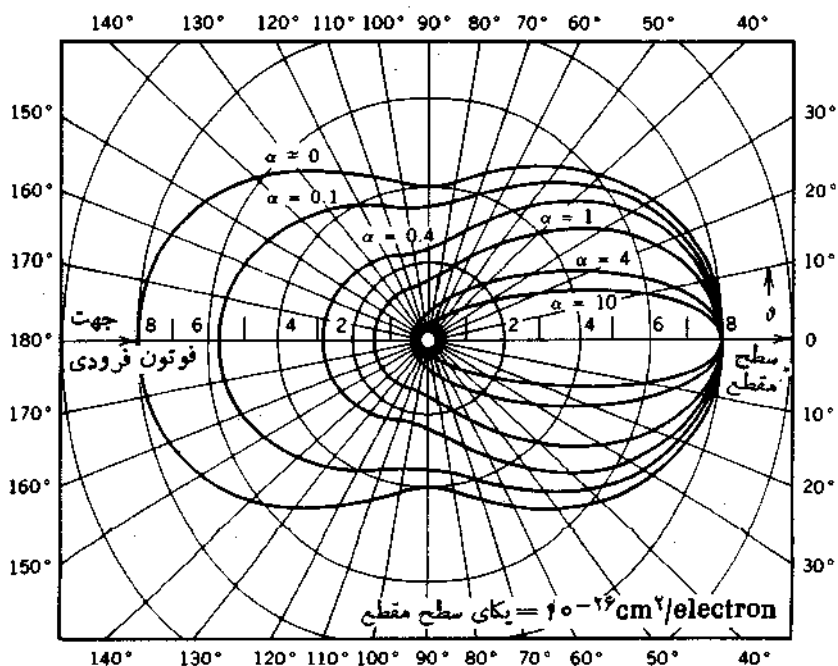
$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = r_e^2 \left[\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right]^2 \left[\frac{1 + \cos\theta}{2} \right] \times \left[1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2\theta)[1 + \alpha(1 - \cos\theta)]} \right] \quad (۱۶.۷)$$



شکل ۶.۷ نمودار هندسی پراکندگی کامپتون.

که در آن α انرژی فوتون بر حسب انرژی سکون الکترون ($\alpha = E_\gamma / mc^2$) و r_0 پارامتری به نام شعاع کلاسیک الکترون است، $r_0 = e^2 / 4\pi\epsilon_0 mc^2 = 2.818 \text{ fm}$ (این پارامتر فقط برای سهولت در نظر گرفته می‌شود و ارتباطی با «اندازه» الکترون ندارد.) نمودار قطبی سطح مقطع کامپتون در شکل ۷.۷ نشان داده شده است.

اگر به جذب فوتونها (یعنی حذف آنها از باریکه فوتونهای فرودی) علاقه‌مند باشیم، باید از معادله (۱۶.۷) در تمام زوایا انتگرال بگیریم زیرا در این حالت فوتونهای پراکنده را مشاهده نمی‌کنیم. نتیجه برای هر الکترون موجود در محیط پراکنده به صورت زیر است



شکل ۷.۷ سطح مقطع پراکندگی کامپتون برای انرژیهای فرودی مختلف. این نمودار قطبی نمایی از شدت تابش پراکنده بر حسب زاویه پراکندگی θ است.

$$\sigma_c = \frac{\pi r_0^2}{\alpha} \left\{ \left[1 - \frac{2(\alpha+1)}{\alpha^2} \right] \ln(2\alpha+1) + \frac{1}{2} + \frac{2}{\alpha} - \frac{1}{2(\alpha+1)^2} \right\} \quad (17.7)$$

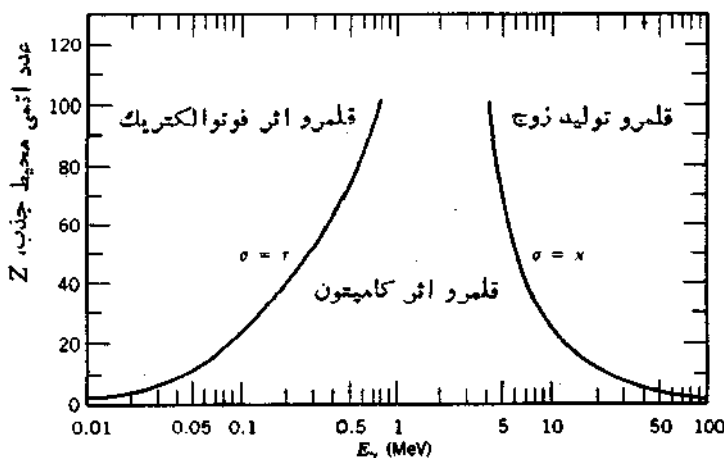
سومین فرایند برهم‌کنش تولید زوج است، که در آن با ناپدیدشدن فوتون، یک زوج الکترون-پوزیترون به وجود می‌آید. در این فرایند، بنابر پایداری انرژی داریم

$$E_\gamma = T_+ + mc^2 + T_- + mc^2 \quad (18.7)$$

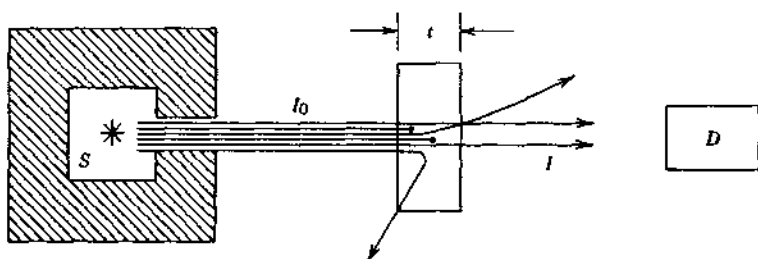
که در آن T_+ و T_- انرژیهای پوزیترون و الکترون است. مانند جذب فوتو الکترونیک، این فرایند برای پایداری تکانه محتاج حضور یک اتم سنگین در نزدیکی محل تحقق آن است، ولی انرژی پس‌زنی اتم در مقایسه با سایر جملات معادله (۱۸.۷) ناچیز است.

بدیهی است که انرژی آستانه $2mc^2$ و یا 1.02 MeV برای این فرایند ضروری است، و به‌طور کلی تولید زوج فقط برای فوتونهای پر انرژی حایز اهمیت است. اهمیت تولید زوج نسبت به دو فرایند دیگر در شکل ۸.۷ نشان داده شده است؛ تولید زوج فقط در انرژیهای بیش از 1.02 MeV غالب می‌شود.

باریکه کاملاً همسوسده‌ای از فوتونهای تک انرژی را در نظر بگیرید که بر تیغه‌ای از ماده به ضخامت x فرود می‌آید (شکل ۹.۷). فوتون ممکن است در اثر جذب فوتو الکترونیک یا تولید زوج ناپدید شود، و یا در اثر پراکندگی کامپتون منحرف شود و به آشکارساز نرسد. فوتونهایی به آشکارساز می‌رسند که هیچگونه برهم‌کنشی نداشته‌اند؛ البته تعداد اینها از فوتونهای موجود در باریکه فرودی کمتر است. (برخلاف مورد ذرات باردار سنگین، که اگر x کوچکتر از برد باشد، تعداد تغییر نمی‌کند ولی انرژی کم می‌شود). احتمال کل حذف یک فوتون در واحد طول μ را ضریب تضعیف خطی کل می‌نامند؛ این ضریب مجموع احتمالات نسبی جذب فوتو الکترونیک (τ)، پراکندگی کامپتون (σ)، و تولید زوج (κ) است



شکل ۸.۷ سه فرایند برهم‌کنش پرتوگاما و منطقه غلبه آنها.



شکل ۹.۷ آزمایشی برای اندازه‌گیری جذب تابش در تیفه‌ای از ماده به ضخامت t . باریکه تابشی به‌طور موازی از چشمه S خارج و توسط ماده جذب یا پراکنده می‌شود. شدت باقیمانده I به آشکارساز D می‌رسد.

$$\mu = \tau + \sigma + \kappa \quad (۱۹.۷)$$

ارتباط بین ضریب جذب خطی کامپتون σ و سطح مقطع محاسبه شده هر الکترون σ_e ، در معادله (۱۷.۷)، به‌صورت زیر است

$$\sigma = \sigma_e N Z \quad (۲۰.۷)$$

که در آن Z و N مجدداً نماینده عدد اتمی ماده پراکننده و تعداد اتمها در واحد حجم است. کلیه کمیت‌های معادله (۱۹.۷) دارای بعد l^{-1} (طول) هستند.

کاهش نسبی شدت در عبور از ضخامت dx ماده برابر است با

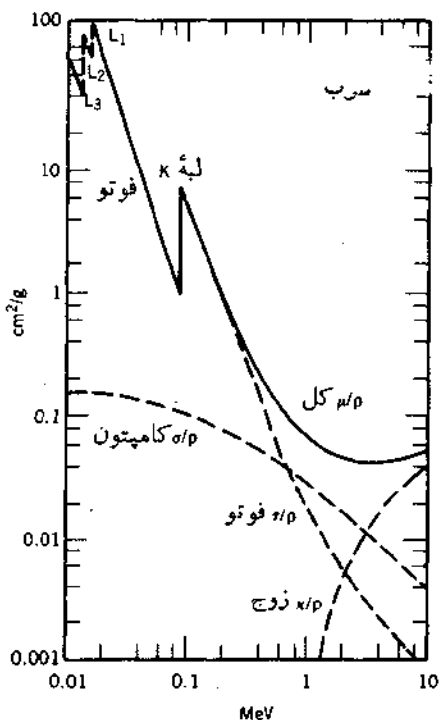
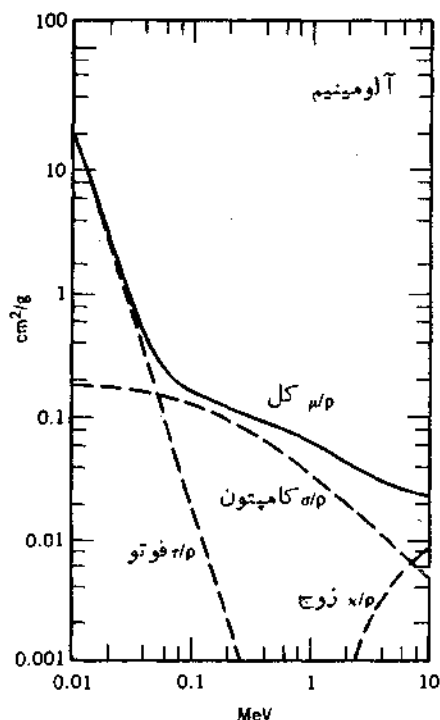
$$\frac{dI}{I} = -\mu dx \quad (۲۱.۷)$$

و بنابراین، شدت خروجی از ضخامت t عبارت است از

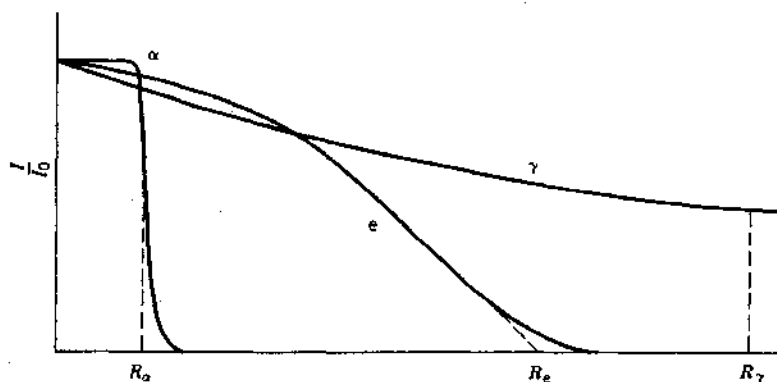
$$I = I_0 e^{-\mu t} \quad (۲۲.۷)$$

شکل ۱۰.۷ نمونه‌هایی از مقادیر ضرایب تضعیف و بستگی آنها را به انرژی نشان می‌دهد.

اگر افت شدت باریکه‌های تک انرژی ذرات آلفا با انرژی ۱ MeV، الکترونها، و تابش گاما با همان انرژی و با آرایش هندسی شکل ۹.۷ را بررسی کنیم، نتایج ممکن است مانند شکل ۱۱.۷ به نظر برسند. شدت α تا ضخامتهای نزدیک به برد میانگین بدون تغییر است و سپس به سرعت به صفر می‌رسد؛ برآورد با انرژی ۱ MeV در آلومینیم در حدود 0.0003 cm است. شدت الکترونها حتی در ضخامتهای خیلی کمتر از برد هم به‌کندی شروع به کاهش می‌کند، زیرا الکترونها در اثر پراکندگی از باریکه خارج می‌شوند. برد برون‌یابی شده الکترونها در حدود 1.8 cm است. شدت گاما به‌طور نمایی کاهش می‌یابد؛ برد میانگین (یعنی ضخامتی که در آن $I = 0.5 I_0$ می‌شود) برای گامای با انرژی ۱ MeV در آلومینیم در حدود 4.3 cm است.



شکل ۱۰.۷ ضرایب تضعیف جرمی فوتون در طی فرایندهای سه گانه در Al و Pb. این مقادیر از تقسیم ضرایب تضعیف خطی بر چگالی به دست می آیند (تا اثرات ناشی از تعداد الکترونها در ماده خنثی شود).



شکل ۱۱.۷ شدت تابش عبوری در آزمایشی مشابه شکل ۹.۷. برای ذرات آلفا ضخامت ازماده را که به ازای آن $I/I_0 = 0.5$ شود، برد میانگین می گویند. برای فوتونها، با توجه به بستگی نمایی ساده، می توان برد میانگین را به طریق مشابه تعریف کرد. برای الکترونها، معمولاً برد پرونیایی شده را با امتداد قسمت خطی منحنی جذب مطابق شکل تعریف می کنند. مقیاس افقی هرگز خطی نیست، مقدار برد γ ممکن است 10^4 برابر α باشد.

به کاربردهای تاحدودی مختلف مفهوم برد در این موارد توجه کنید، ونسبت به دردك این مطلب كه انرژی هر يك از ذرات مشاهده شده α و β ونه پرتوهای γ در آرایش هندسی شكل ۹.۷ در طی عبور باریكه از ماده كاهش می یابد نیز توجه داشته باشید.

۲.۷ شمارگرهای گازی

كار كرد بسیاری از آشكارسازهای تابش هسته‌ای مبتنی بر استفاده از يك میدان الكتريكی برای جداسازی و شمارش یونهای (یا الكترونهاي) تشكيل شده در اثر عبور تابش از آشكارساز است. ساده‌ترین آشكارسازی كه این عمل را انجام می‌دهد اتاقك یونشی است، كه می‌توانیم آن را خازنی با صفحات موازی تلقی كنیم كه ناحیه بین صفحات آن از گازی، كه معمولاً هواست، پر شده است. میدان الكتريكی در این ناحیه مانع از تركيب مجدد یونها و الكترونها می‌شود، و برای دردك بهتر وضعیت درون اتاقك باید گفت درحالی كه ابری از الكترونها به سوی صفحه متصل به پتانسیل مثبت رانده می‌شود یونهای مثبت به طرف صفحه دیگر خازن سوق داده می‌شوند. انرژی متوسط لازم برای تولید يك یون در هوا برابر 32 eV است؛ بنابراین تابش با انرژی 1 MeV حداكثر تعداد 3×10^4 زوج یون- الكترون تولید می‌كند. برای این اتاقك متوسط، در حدود $10 \times 10 \text{ cm}$ كه فاصله بین صفحات، آن برابر 1 cm باشد، ظرفیت برابر $8.9 \times 10^{-12} \text{ F}$ و تپ ولتاژ حاصل در حدود

$$\frac{(3 \times 10^4 \text{ ions})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C/ion})}{8.9 \times 10^{-12} \text{ F}} \cong 0.5 \text{ mV}$$

می‌شود، كه علامتی نسبتاً كوچك است و قبل از اینکه بتوانیم آن را با استفاده از دستگاههای الكترونیکی استاندارد تجزیه و تحلیل كنیم باید به طور قابل ملاحظه‌ای تقویت شود (با ضریب تقریباً 10^4).

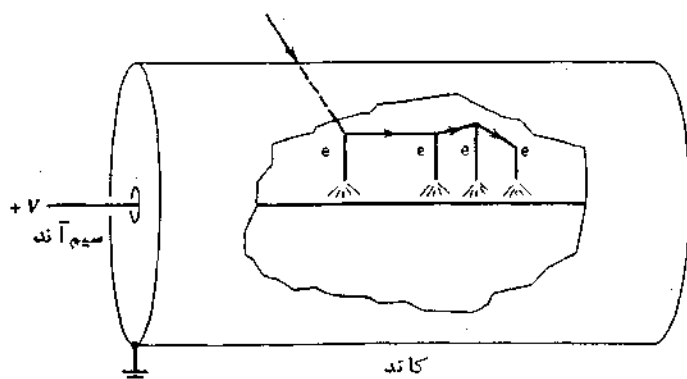
دامنه این علامت متناسب با تعداد یونهای تولیدی (و در نتیجه انرژی به جا مانده در آشكارساز) و مستقل از ولتاژ بین صفحات است. ولتاژ مورد استفاده سرعت سوق ابرهای الكترونی و یونی را به سوی الكترودها تعیین می‌كند. برای ولتاژ تقریباً 100 V ، سرعت یونها در حدود 1 m/s است و زمان عبور از اتاقك 1 سانتی‌متری تقریباً برابر $8 \times 10^{-8} \text{ s}$ می‌شود. (الكترونها تحرك بیشتری دارند و در حدود 1000 بار سریعتر حركت می‌كنند.) این زمان در مقیاس شمارش هسته‌ای بسیار طولانی است (در يك چشمه ضعیف رادیواكتیو به فعالیت $1 \mu\text{Ci}$ به طور متوسط در هر $30 \mu\text{s}$ يك واپاشی صورت می‌گیرد)، در نتیجه اتاقك یونش کاربردی در شمارش تپهای مستقل ندارد. ولی کاربرد زیادی در دیدبانی تابش دارد، و بسیاری از دیدبانهای تجارتی تابش در حقیقت به صورت اتاقك یونش هستند. شدت تابش به صورت جویانی ثبت می‌شود كه صرف برهم كنش تعداد زیادی از تابشها در خلال زمان پاسخ اتاقك است. جریان خروجی، هم با اکتیویته چشمه و هم با انرژی تابش

متناسب است - تابشهای با انرژی بالاتر یونش بیشتر و در نتیجه پاسخ بزرگتری تولید می‌کنند.

برای استفاده از يك شمارگر گازی جهت مشاهده تپهای منفرد، تقویت قابل ملاحظه‌ای لازم است. يك راه رسیدن به این هدف، افزایش ولتاژ به مقادیر معمولاً بیش از ۱۰۰۰۰V است. میدان الکتریکی بزرگتری می‌تواند الکترونهای حاصل از یونش را، به‌جای آنکه به‌کندی به‌سوی آند سوق داده شوند و برخورد‌های الاستیک اتفاقی با اتمهای گاز داشته باشند، شتاب دهد. الکترونهای شتاب گرفته می‌توانند انرژی لازم را جهت برخورد‌های ناالاستیک به دست آورند و حتی اتمهای جدیدی را یونیده کنند (و الکترونهای بیشتری تولید کنند که می‌توانند به‌نوبه خود شتاب بگیرند). این تقویت سریع از طریق یونشهای ثانویه را به‌همین قاذون‌زد می‌نامند. اگرچه تعداد وقایع ثانویه به‌ازای هر یون اولیه زیاد است (شاید ۱۰۳ تا ۱۰۵)، کار اتاقک به‌گونه‌ای است که همواره تعداد وقایع ثانویه با تعداد وقایع اولیه متناسب است، و در این صورت این وسیله را يك شمارگر تناسبی می‌گویند. شکل هندسی شمارگر تناسبی معمولاً مطابق شکل ۱۲۰۷ به صورت استوانه است. میدان الکتریکی در این آرایش هندسی در فاصله r برابر است با

$$E(r) = \frac{V}{r \ln(b/a)} \quad (۲۳۰۷)$$

که در آن b شعاع داخلی کاند و a شعاع خارجی سیم آند است. بدیهی است که به‌همین در ناحیه میدان شدید نزدیک سیم آند ایجاد می‌شود. اما، این ناحیه کسر بسیار کوچکی از حجم اتاقک را تشکیل می‌دهد. اکثریت بزرگی از یونهای اولیه دور از این ناحیه مرکزی تولید می‌شوند، و سوق الکترون‌ها قبل از شروع فرایند به‌همین به‌کندی صورت می‌گیرد.



شکل ۱۲۰۷ شکل هندسی يك شمارگر تناسبی استوانه‌ای. تابش ورودی تعداد زیادی زوج الکترون-پون تولید می‌کند. سرعت سوق الکترون‌ها، قبل از رسیدن به‌حوالی سیم آند که در آنجا شتاب می‌گیرند و یونهای قاذونیه بسیاری تولید می‌کنند، نسبتاً کم است.

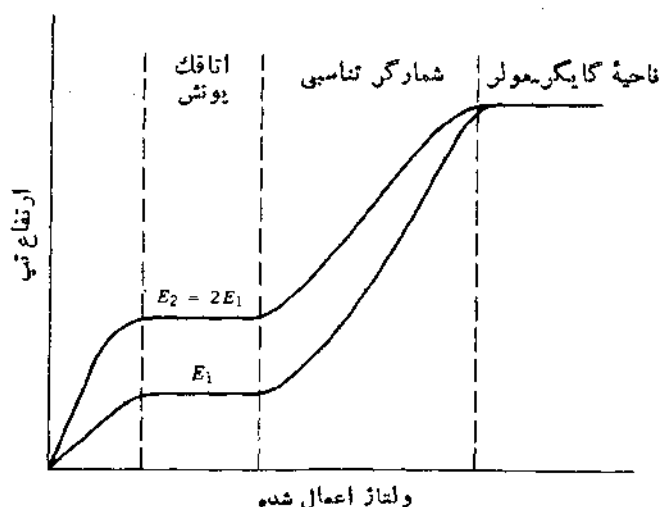
(واقعه اولیه‌ای که در ناحیه میدان شدید ایجاد شده باشد ضریب تقویت کسوجکتی دارد زیرا فرصت کافی برای برخورد زیاد را نخواهد داشت.)

از آنجا که علامت خروجی شمارگر تناسبی عمدتاً ناشی از فرایند بهمن است، که به سرعت تحقق می‌یابد، تعیین زمان با استفاده از زمان سوئیچ الکترونیهای اولیه از نقطه تولید یون اولیه تا حوالی سیم آند یعنی محل ایجاد بهمن انجام می‌شود. این زمان در حدود میکروثانیه است، و در نتیجه این شمارگر می‌تواند تا آهنگ شمارش $10^6/8$ به صورت تب شمار مورد استفاده قرار گیرد.

اگر میدان الکتریکی بازم افزایش یابد، بهمنهای ثانویه ایجاد می‌شوند. نقطه شروع این بهمنها ممکن است گسیل فوتونهای ناشی از اتمهای برانگیخته در بهمن اولیه (یا بهمنهای بعدی) باشد. این فوتونها می‌توانند به نواحی نسبتاً دور از بهمن اولیه برسند، و بنابراین تمام حجم لوله در فرایند شرکت می‌کند. ضریب تقویت می‌تواند تا 10^9 برسد. به علت شرکت تمام حجم لوله در هر واقعه اتفاقی، هیچ اطلاعی از انرژی تابش اولیه حاصل نمی‌شود - کلیه تابشهای فرودی تپهای خروجی یکسانی ایجاد می‌کنند. این ناحیه کار شمارگر گازی را ناحیه گایگر-مولر و شمارگرهایی را که بر این اساس کار می‌کنند معمولاً شمارگرهای گایگر می‌نامند. شمارگرهای گایگر در دستگاههای دیدبانی قابل حمل تابش نیز کاربرد دارند.

علامت خروجی شمارگر گایگر از الکترونهای گردآوری شده از بهمنهای بسیار زیادی تشکیل می‌شود، که بزرگی آن در حدود 10^7 است، و بنابراین معمولاً احتیاج به تقویت بیشتر ندارد. زمان گردآوری در حدود 10^{-6} - 10^{-8} است که طی آن یونهای مثبت از ناحیه بهمن چندان دور نمی‌شوند. بنابراین، در حوالی سیم آند ابری از یونهای مثبت به وجود می‌آید که با کاستن از شدت میدان الکتریکی سبب پایان یافتن فرایند بهمن می‌شود.

این چرخه با رسیدن یونهای مثبت به کاتد و خنثی شدن آنها (در طی 10^{-4} تا 10^{-3} ثانیه) کامل می‌شود، اما این یونها در طول مسیر خود می‌توانند شتاب بگیرند و با انرژی کافی برای آزاد کردن الکترون (از کاتد) با آن برخورد کنند که در این صورت فرایند مجدداً آغاز می‌شود (و به علت ماهیت فرایند بهمن چندگانه در شمارگر گایگر، برای آفرینش یک تپ خروجی فقط یک الکترون کافی است). برای جلوگیری از تحقق این واقعه، گاز درمی به نام گاز فرونشانی به شمارگر افزوده می‌شود. گاز فرونشانی معمولاً گازی با مولکولهای آلی پیچیده مانند اتانول است. گاز اصلی معمولاً از مولکولهای ساده تشکیل شده است و مخلوط می‌تواند نوعاً ۹۰٪ آرگون و ۱۰٪ اتانول باشد. وقتی که فضای بار که عمدتاً از یونهای آرگون تشکیل شده است به سوی کاتد به حرکت درمی‌آید، برخوردی با گاز فرونشانی صورت می‌گیرد که طی آن به احتمال زیاد یک الکترون از مولکول اتانول به یون آرگون منتقل و آرگون خنثی می‌شود، و در این حال اتانول یونیده به سوی کاتد به حرکت درمی‌آید. با رسیدن آن به کاتد و خنثی شدنش، انرژی که قبلاً صرف آزاد شدن الکترون شده بود، می‌تواند جذب و سبب تجزیه مولکول شود (فرایندی که برای اتم ساده آرگون امکان پذیر نیست). به این ترتیب، گاز فرونشانی به تدریج مصرف می‌شود و شمارگر گایگر



شکل ۱۳.۷ ارتفاع تپهای ایجاد شده توسط شمارگرهای گازی مختلف بر حسب ولتاژ مورد استفاده، برای دو دسته ذرات تابشی که انرژی آنها با ضریب ۲ باهم متفاوت است. در ناحیه گایگر-مولر، برای کلیه تابشها تپ خروجی با ارتفاع یکسان تولید می شود؛ در سایر نواحی، ارتفاع تپ خروجی با انرژی که تابش از طریق یونش اولیه از دست می دهد متناسب است.

باید به طور دوره ای تعویض شود. در طرحهای دیگر شمارگر گایگر از هالوژنها به عنوان گاز فرونشانی استفاده شده است. در این نوع شمارگر، ترکیب مجدد مولکول تجزیه شده، ضرورت تعویض شمارگر را از میان می برد.

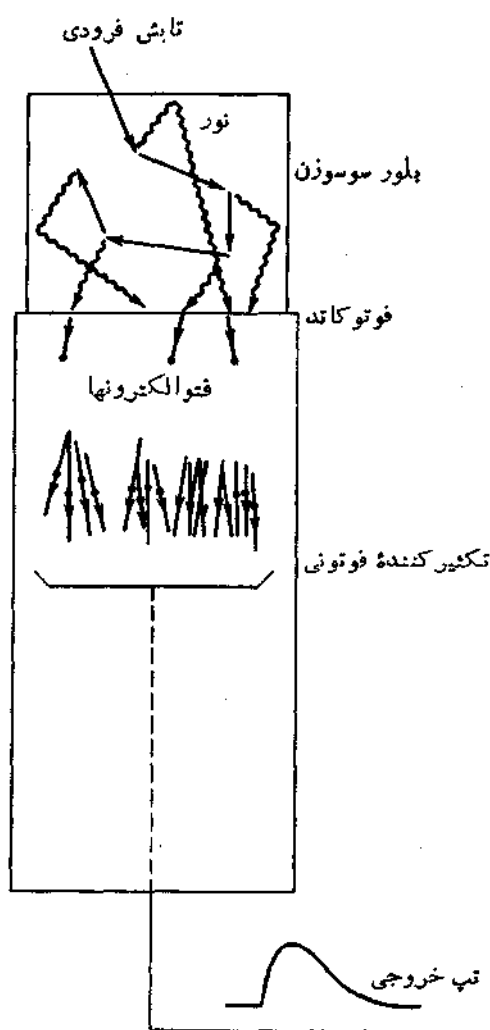
نواحی مختلف کار شمارگرهای گازی در شکل ۱۳.۷ نشان داده شده اند. در ولتاژهای کم، ترکیب مجدد الکترونها و یونهای اولیه صورت می گیرد. با افزایش V به ناحیه اتافک یونش می رسیم که در آن تپ خروجی با یونش اولیه تولید شده در اثر تابش و در نتیجه با انرژی آن متناسب، ولی از ولتاژ دوسر شمارگر مستقل است. در ناحیه تناسبی، دامنه تپ با افزایش V زیاد می شود که این امر کار تجزیه و تحلیل را آسانتر می کند، ولی تپ خروجی هنوز هم از طریق یونش ایجاد شده با انرژی تابش متناسب است. بالاخره، به ناحیه پلاتوی گایگر می رسیم که در آن کلیه تابشها، بدون توجه به مقدار یونش اولیه یا انرژی تابش، خروجی یکسانی تولید می کنند.

۳.۷ آشکارسازهای سوسوزن (سنتیلاسیون)

نقطه ضعف شمارگرهای گازی بازده کم آنها برای بسیاری از تابشهای مورد توجه در فیزیک هسته ای است. دلیل اصلی آن هم برای این است که برد یک فوتون گامای 1 MeV

در هوا در حدود 100 m می‌شود. آشکارسازهای حالت جامد با چگالیهای بیشتر از گاز، احتمال جذب در آشکارسازی با اندازه معقول را افزایش می‌دهند. اما برای ساختن آشکارساز جامدی که عملاً قابل استفاده باشد، تحقق دو شرط متضاد ضروری است: (۱) ماده آشکارساز باید بتواند میدان الکتریکی قوی را تحمل کند تا الکترون‌ها و یونها قابل گسردآوری و تبدیل به تپ الکترونیکی باشند، و درغیاب تابش جریان الکتریکی در آن باید بسیار کوچک یا صفر باشد تا توفه زمینه قابل توجه نباشد. (۲) الکترون‌های زیادی باید در اثر تابش به آسانی از اتم‌ها قابل جدا شدن باشند، و الکترون‌ها و اتم‌های یونیده باید بتوانند به سهولت در ماده حرکت کنند. (درحقیقت، خود یونها در جسم جامد حرکت نمی‌کنند، بلکه جای خالی الکترون یا «حفره» در اثر انتقال‌های متوالی الکترون از يك اتم به اتم بعدی پر می‌شود، به طوری که به نظر می‌رسد که «حفره» حرکت می‌کند.) با توجه به شرط اول باید از يك جسم نارسانا به این منظور استفاده کرد، درحالی که برای تحقق شرط دوم به يك جسم رسانا نیاز داریم. بدیهی است که برای مصالحه باید از جسم نیمرسانا استفاده کنیم، که در بخش بعدی آن را بررسی خواهیم کرد. مواد نیمرسانای کپ‌ای در اندازه‌های مناسب برای آشکارسازی تابش (چندده سانتی متر مکعب) تا اواخر دهه ۱۹۶۰ در دسترس نبودند، و برای پاسخگویی به نیاز وسایل طیف‌سنجی هسته‌ای با بازده زیاد و توان تفکیک قابل قبول بود که شمارگرهای سوسوزن در سال‌های دهه ۱۹۵۰ ساخته شدند و مورد استفاده قرار گرفتند. شمارگرهای سوسوزن مشکل ما را در انتخاب مواد مورد نیاز به صورت زیرکانه‌ای حل می‌کنند: الکترون‌های تولید شده در فرایند یونش همان الکترون‌هایی نیستند که تپ الکترونیکی را به وجود می‌آورند. رابط میان الکترون‌های یونش و الکترون‌های مولد تپ، نور معمولی است. کل فرایند را می‌توان با توجه به شکل ۱۴.۷ به طریق زیر درک کرد: (۱) تابش فرودی وارد آشکارساز می‌شود و طی برهم‌کنش‌های بسیار متعدد سبب برانگیزش اتم‌ها به حالات برانگیخته می‌شود. (۲) حالات برانگیخته به سرعت نور مرئی (یا نزدیک مرئی) گسیل می‌کنند؛ چنین ماده‌ای را فلوئورسان می‌نامند. (۳) نور به سطحی که نسبت به فوتونها حساسیت دارد می‌تابد و حداکثر يك فوتو الکترون به ازای هر فوتون تولید می‌شود. (۴) این الکترون‌های ثانویه تکثیر می‌شوند، شتاب می‌گیرند، و در لوله تکثیرکننده فوتونی (PM) به صورت تپ خروجی درمی‌آیند.

تعداد زیادی از انواع مختلف سوسوزن‌ها و لوله‌های PM برای کاربردهای گوناگون ساخته شده‌اند. خواصی که معمولاً در انتخاب ساده آشکارساز مورد نظر قرار می‌گیرند عبارت‌اند از: نور خروجی (کری از انرژی فرودی که به صورت نور ظاهر می‌شود)، بازده (احتمال جذب تابش)، مسئله زمان، و تفکیک انرژی. ضوابط دیگر به سهولت کار با مواد مربوط می‌شود. خواص نوری يك نوع سوسوزن متداول، NaI بلورین، در اثر رطوبت تغییر می‌کند؛ بخار آب بلور شفاف را به گردکدر تبدیل می‌کند و از این رو NaI باید همیشه سر بسته باقی بماند. از طرف دیگر، بسیاری از سوسوزن‌های پلاستیکی را می‌توان با اره‌های معمولی برید و به شکل و اندازه دلخواه درآورد.

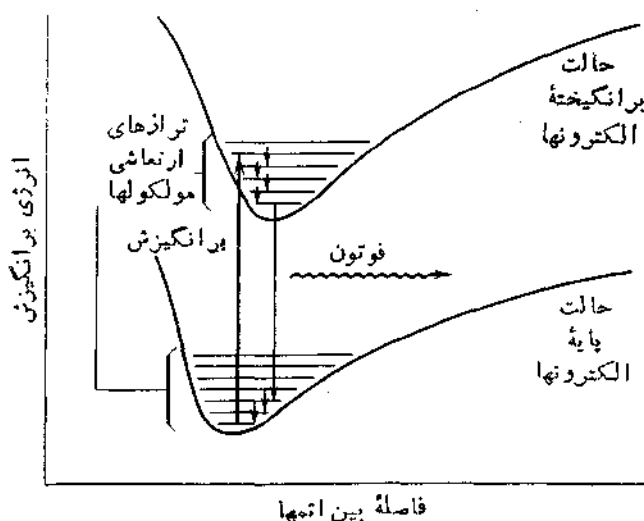


شکل ۱۴۰۷ فرایندهای اساسی در یک آشکارسازی سوسوزن.

برای درک طرز کار یک سوسوزن، باید مکانیسم جذب انرژی و برانگیزش الکترونها را به حالات برانگیخته بررسی کنیم. آشکارسازهای موجود اساساً بر دو نوع اند، یک دسته از آنها از مواد آلی و دسته دیگر از مواد معدنی ساخته می شوند.

در سوسوزنهای آلی (که ممکن است به صورت مایع یا جامد باشند)، برهم کنش بین مولکولها نسبتاً ضعیف است، و می توانیم خصوصیات آنها را بر حسب حالات برانگیخته گسسته مولکولها بررسی کنیم. یک مولکول می تواند به دو طریق انرژی جذب کند: الکترونها

می‌توانند به حالات برانگیخته بالاتر بروند، و اتمهای هر مولکول می‌تواند نسبت به یکدیگر ارتعاش کنند. فاصله نوعی انرژیهای ارتعاشی در حدود 1eV است، درحالی که انرژی برانگیزش الکترونها در حدود چند eV است. ساختار حاصل می‌تواند به صورت شکل ۱۵.۷ باشد. الکترونهاى برانگیخته معمولاً الکترونهاى هستند که در پیوند ماده شرکت فعال ندارند. در هیدروکربنهاى معطر، مانند مولکولهاى که با ساختار حلقوى بنزن مشخص می‌شوند، سه الکترون از چهار الکترون ظرفیت کربن در مداروارها (اوربیتالها) مختلطی هستند که مداروار σ خوانده می‌شوند؛ این الکترونها قویاً در فاصله بین هر کربن و دو کربن طرفین آن و یک هیدروژن جایگزین شده‌اند. چهارمین الکترون که در مداروار به اصطلاح π قرار دارد، به این شدت جایگزین نشده است و به اندازه الکترونهاى σ در فرایند پیوند سهیم نیست. همین الکترون π است که در فرایند سوسوزنی نقش اصلی را بازی می‌کند. تابش فرودی با تعداد زیادی از مولکولها برهم‌کنش می‌کند، و در هر برهم‌کنش با برانگیزش مولکول چند الکترون ولت از دست می‌دهد. حالات ارتعاشی بسیاری ممکن است برانگیخته شوند (همین‌طور تعداد حالات برانگیخته الکترونی نیز بسیار زیاد است که برای سهولت فقط پایین‌ترین حالتهاى الکترونی نشان داده شده‌اند). این حالات به سرعت ($\sim 1\text{ ps}$) به پایین‌ترین حالت ارتعاشی حالت برانگیخته الکترون واپاشیده می‌شوند که



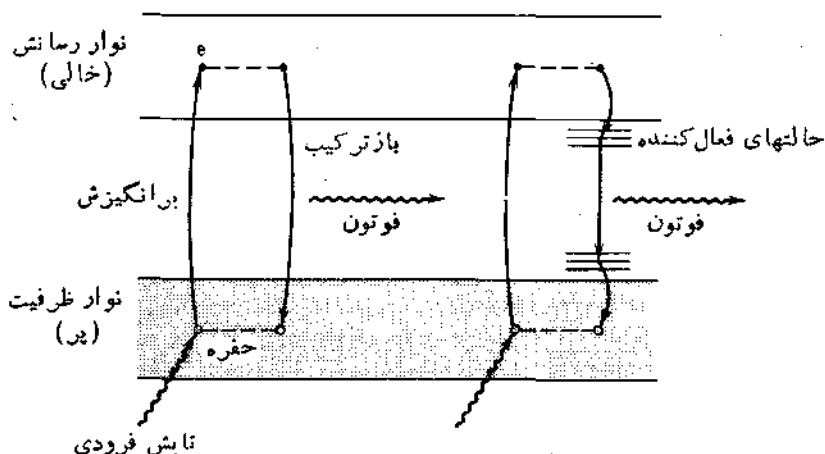
شکل ۱۵.۷ ساختار الکترونی یک سوسوزن آلی. حالات الکترونی به صورت کمیته پتانسیل حاصل از ترکیب اثرات جاذبه مولکولی که مانع جداسازی اتمها می‌شود و دافعه‌ای که مانع نزدیکی اتمها می‌شود (زیرا اصل پاولی مانع از همپوشی تابع موجهاست) نشان داده شده‌اند. در داخل کمیته پتانسیل الکترون، تعدادی تراز ناشی از ارتعاش اتمهای مولکول در کنار هم قرار گرفته‌اند.

آنگاه این حالت (در زمانی حدود 10^{-8} s) به یکی از حالات ارتعاشی حالت پایه الکترون واپاشیده می شود. اینها هم به نوبه خود به حالت پایه ارتعاشی واپاشیده خواهند شد.

در شرایط متعارفی، در دمای اتاق تمام مولکولهای يك سوسون در پایین ترین حالت ارتعاشی حالت پایه الکترونی هستند. انرژی گرمایی kT در دمای اتاق برابر 0.025 eV است، و در نتیجه طبق توزیع جمعیت بولتزمن $e^{-E/kT}$ ، وجود هر گونه جمعیت حالات ارتعاشی در ورای حالت پایه الکترون غیر محتمل است. بنابراین، فقط برای یکی از فوتونهای گسیل شده در اثر گذار احتمال جذب وجود دارد. این نکته یکی از خصوصیات مهم سوسون را نشان می دهد: سوسون باید برای تابش خودش شفاف باشد.

متداولترین نوع سوسونهای معدنی يك بلورهای هالوژن قلیایی هستند که در میان آنها NaI بیشترین مصرف را دارد. برای حصول به شفافیت باید يك بلور سروکار داشته باشیم، زیرا وجود بازتاب و جذب در سطوح بلور، سوسون چند بلوری را بی مصرف می کند. برهم کنشهای دسته جمعی آنها در يك بلور سبب می شوند که ترازهای انرژی به صورت يك رشته نوارهای انرژی در آیند. بالاترین نوارها نوار ظرفیت و نوار رسانش هستند (شکل ۱۶.۷). در يك ماده عایق مانند NaI، حالتیهای نوار ظرفیت معمولاً پر و حالتیهای نوار رسانش خالی هستند. تابش ورودی می تواند سبب عبور الکترون از گاف انرژی (بیش از 2 eV) و ورود به نوار رسانش شود. بالاخره، الکترون انرژی خود را با گسیل يك فوتون از دست می دهد و به نوار ظرفیت برمی گردد.

برای افزایش احتمال گسیل فوتون و کاهش خود جذبی نور، مقادیر اندك ناخالصی به نسام فعال کننده به بلور افزوده می شود. از عنصر تالیم به عنوان يك فعال کننده متداول



شکل ۱۶.۷ نوارهای انرژی در يك بلور. فرایندهای مشخصه يك بلور خالص مانند NaI در طرف چپ نشان داده شده است. درست راست فرایندها در حضور يك فعال کننده مانند Tl در NaI(Tl) نشان داده شده است.

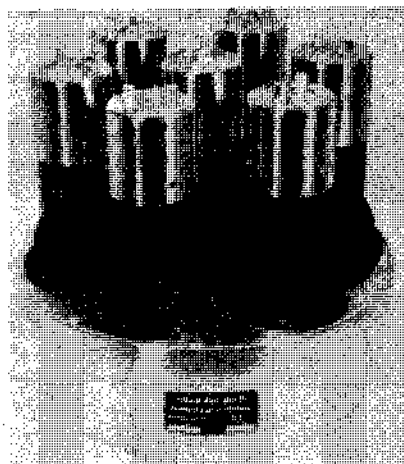
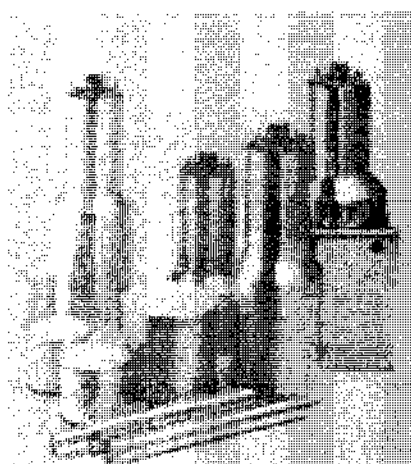
استفاده می‌شود، و در این صورت آشکارساز را مثلاً به صورت NaI(Tl) نشان می‌دهند. فعال‌کننده سبب ایجاد حالت‌های جدیدی در گراف انرژی می‌شود و گسیل نور بین این حالات فعال‌کننده صورت می‌گیرد. در مورد NaI ، طول موج بیشینه گسیل از 303 nm در NaI(Tl) خالص به 410 nm در NaI(Tl) منتقل می‌شود. این انرژی نمی‌تواند در NaI(Tl) جذب شود، زیرا حالات پایه فعال‌کننده الکترون ندارند، و تغییر طول موج از فرابنفش به مرئی سبب بهتر شدن همپوشی با بیشترین حساسیت در اغلب لوله‌های تکثیرکننده فوتونی می‌شود.

جدول ۱۰۷ برخی خصوصیات آشکارسازهای سوسوزن متداول را نشان می‌دهد. انتخاب سوسوزن در عمل به نوع آزمایش مورد نظر بستگی دارد. برای مثال، در آنجا که بازده بالای پرتوهای γ مورد نظر باشد معمولاً NaI(Tl) انتخاب می‌شود، مقدار بزرگ Z در $I(52)$ احتمال جذب فوتون را زیاد می‌کند. اما از نظر زمانی، NaI(Tl) خیلی مناسب نیست و سوسوزن پلاستیک با بازده کمتر می‌تواند انتخاب مناسبتری باشد. اتصال سوسوزن به لوله تکثیرکننده فوتونی به راه‌های مختلف انجام می‌گیرد. در بعضی از موارد، ترکیب آشکارساز - لوله به عنوان یک واحد سر بسته خریداری می‌شود. آشکارسازهای NaI(Tl) را می‌توان با استفاده از یک «روغن اپتیکی» شفاف مستقیماً

جدول ۱۰۷ خصوصیات برخی از سوسوزنهای متداول.

نام	نوع	چگالی (g/cm^3)	ضریب شکست	بیشینه گسیل (nm)	خروجی نسبی ^۱	ثابت زمانی (ns)
آتراسن	جامد آلی	۱۲۲۵	۱۶۶۲	۲۲۷	۰۰۴۳	۳۰
پایلوت B	پلاستیک					
	(جامد آلی)	۱۵۰۳	۱۵۵۸	۴۰۸	۰۰۳۰	۱۲۸
NE ۲۱۳	مایع آلی	۰۰۸۷	۱۵۵۰۸	۴۲۵	۰۰۳۴	۳۲۷
NaI(Tl)	بلور معدنی	۳۶۷	۱۲۸۵	۴۱۰	۱۰۰۰	۲۳۰
CsF	بلور معدنی	۴۱۱	۱۲۴۸	۳۹۰	۰۰۰۵	۵

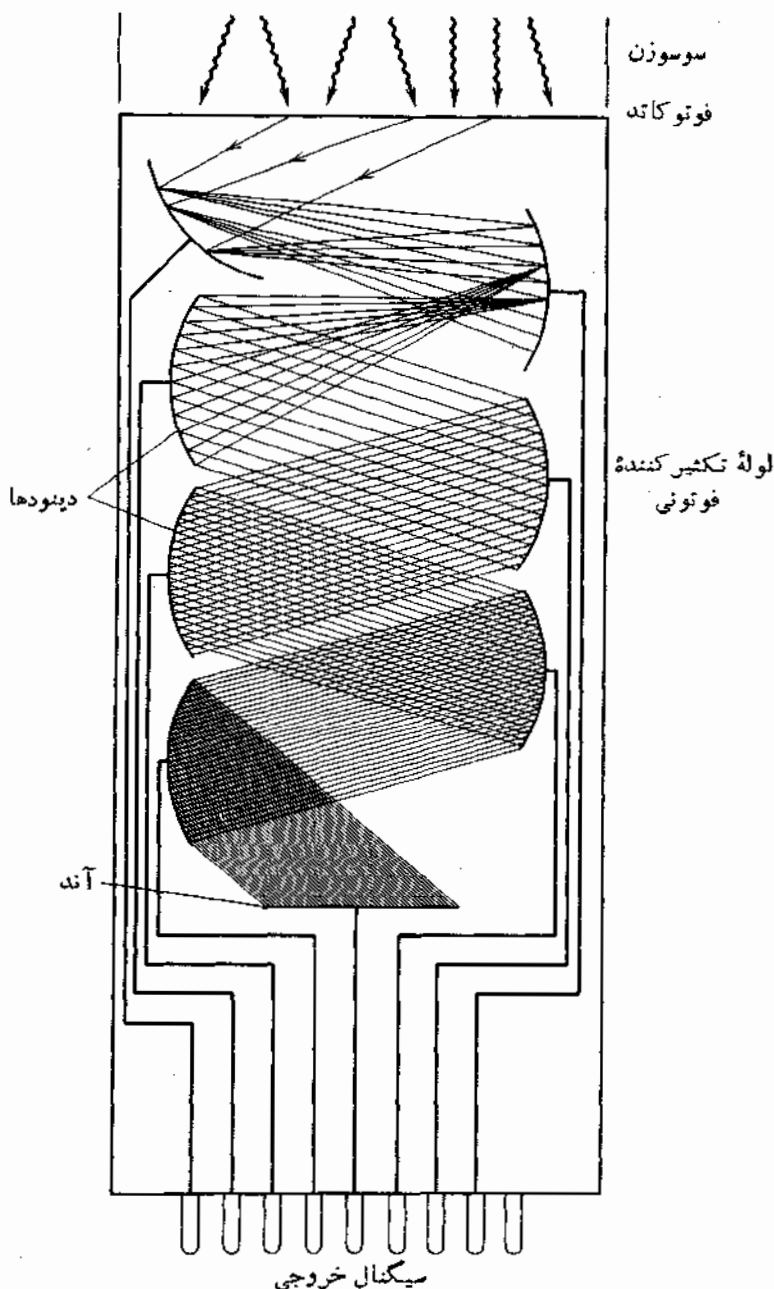
۱. خروجی نسبی شامل بازده نوعی جذب فوتون و نور خروجی حاصل است.



شکل ۱۷.۷ (چپ) تعدادی سوسوزن NaI که در بعضی از آنها تکثیر کننده فوتونی هم نشان داده شده است. (راست) یک آشکارساز بزرگ NaI که به هفت لوله تکثیر کننده فوتونی وصل شده است.

به لوله PM وصل کرد، تا تغییر ضریب شکست تقریباً یکنواخت و بازتاب داخلی به حداقل برسد. در بعضی موارد شکل هندسی تکثیر کننده با شکل هندسی سوسوزن بسیار متفاوت است و یا (مثلاً به منظور حذف اثرات میدانهای مغناطیسی) باید آن را دور از سوسوزن قرار داد. در این گونه موارد، از یک «لوله نوری» استفاده می شود. لوله های نوری را می توان به هر اندازه برید و آن را از هر ماده شفاف معمولی همچون لوسیت ساخت. برای بهبود بازده گردآوری نور، سوسوزن و لوله نوری را باید با مواد بازتابنده پوشانید. مجموعه ای از آشکارسازهای سوسوزن و لوله های نوری و PM را در شکل ۱۷.۷ نشان داده ایم.

نمودار ساده ای از یک لوله PM در شکل ۱۸.۷ نشان داده شده است. تعداد کمی الکترون (کمتر از تعداد فوتونهای فرودی) در فوتوکاتد آزاد می شود، سپس این الکترون ها توسط الکترودهایی به نام دینود تکثیر و لثاؤ تأمین می شود متصل اند. اختلاف پتانسیل دو دینود یک منبع تغذیه و تعدادی تقسیم کننده و لثاؤ تأمین می شود متصل اند. اختلاف پتانسیل دو دینود مجاور در حدود ۱۰۰ V است، و از این رو اختلاف انرژی الکترونهایی که به دینودهای مثالی برخورد می کنند در حدود ۱۰۰ eV است. دینودها از موادی ساخته می شوند که احتمال گسیل الکترون ثانویه در آنها زیاد است؛ برای رها شدن یک الکترون ۲ تا ۳ eV انرژی لازم است و بنابراین افزایش تعداد الکترون ها با ضریب ۳۰ تا ۵۰ صورت می گیرد. اما، به علت آزاد شدن الکترون ها در جهات کاتوره ای، تعداد کمی از آنها واقعاً از سطح دینود رها می شوند و معمولاً بهره ای در حدود ۵ برای هر دینود حاصل می شود. با وجود این، در لوله ای که ۱۰ دینود داشته باشد، بهره کلی برابر ۵۱۰ (در حدود ۱۰^۲) خواهد بود. برای طیف سنجی انرژی، دو مشخصه مهم خطی بودن و پایداری را باید مورد توجه قرار داد.



شکل ۱۸۰۷ نمودار طرز کار تکثیر کننده فوتونی. الکترونهاى رها شده از کاتد در اولین دینود جذب و چند برابر می شوند. هر دینود در پتانسیلی بالاتر از دینود قبلی قرار دارد، یک لوله می تواند ۱۰ تا ۱۴ دینود داشته باشد. در هر مرحله، تعداد الکترونها با ضریبی از مرتبه ۵ افزایش می یابد.

خطی بودن به معنی تناسب مستقیم دامنهٔ تب نهایی خروجی با تعداد وقایع سوسوزنی، و در نتیجه تناسب بین دامنهٔ تب و انرژی به جا مانده در آشکارساز در اثر تابش است. چون بهره هر مرحله دینود به اختلاف ولتاژ بستگی دارد، هر تغییر در ولتاژ سبب تغییر تب خروجی می شود؛ بنابراین پایا ساختن منبع تغذیه ضرورت پیدا می کند.

انواع مختلفی از لوله های تکثیر کننده در دسترس اند، و در انتخاب آنها پارامترهایی مانند اندازه فیزیکی، پاسخ فوتوکاتد به طول موجهای فرودی مختلف، حساسیت فوتوکاتد، بهره، میزان نوفه، و خصوصیات زمانی دخالت دارند.

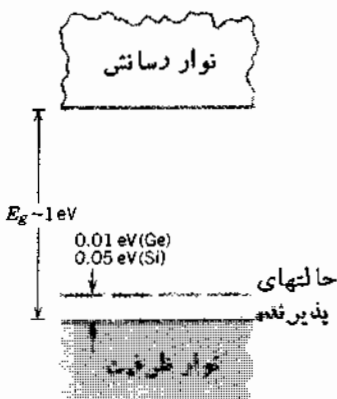
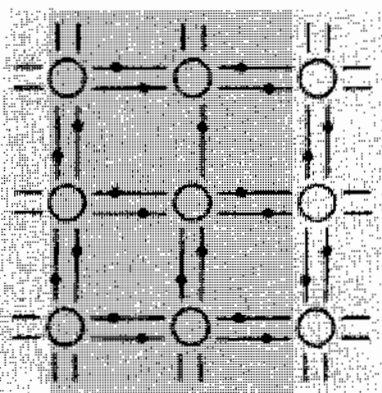
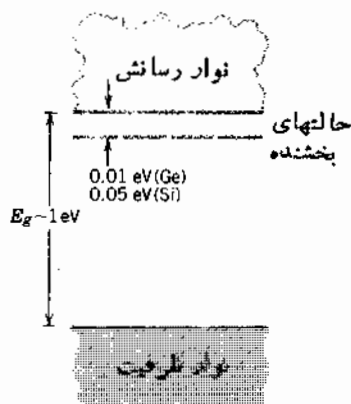
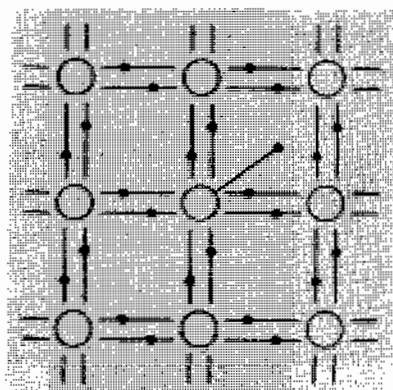
۴.۷ آشکارسازهای نیمرسانا

همان طور که در بخش قبلی بحث شد، مواد نیمرسانای جامد (مانند ژرمانیم و سیلیسیم) را می توان به جای سوسوزنها برای آشکارسازی تابش به کار برد. عناصر Si و Ge هر دو به صورت بلور جامد هستند که در آنها اتمهای چهار ظرفیتی چهار پیوند کووالان با اتمهای مجاور تشکیل می دهند. بنابراین تمام الکترونها ظرفیت در پیوندهای کووالان شرکت دارند و ساختار نواری شامل یک نوار ظرفیت پر و یک نوار رسانش خالی است. تفاوت میان یک جسم عایق و یک نیمرسانا در اندازه گاف انرژی است، که در عایق در حدود 5 eV و در نیمرسانا در حدود 1 eV است. در دمای اتاق تعداد اندکی از الکترونها (شاید یکی از هر 10^9 الکترون) در اثر برانگیختگی از گاف عبور می کنند و به نوار رسانش می روند و از خود جای خالی به نام «حفره» در نوار ظرفیت برجای می گذارند. با پرسیدن این جای خالی توسط الکترون اتم مجاور (و تولید یک حفره جدید) به نظر می رسد که حفره در بلور مهاجرت می کند (ولی البته اتمهای با بار مثبت حرکت نمی کنند).

برای کنترل رسانش الکتریکی در نیمرساناها، مقادیر کمی از مواد ناخالصی به نام آلاینده به آنها اضافه می شوند. در فرایند آلاییدن، اتمهای ۳ یا ۵ ظرفیتی در شبکه بلور وارد می شوند. در مورد اتمهای ۵ ظرفیتی (As , P ، و Sb)، چهار الکترون در پیوند کووالانی با Si و Ge شرکت می کنند، پنجمین الکترون به آسانی در شبکه حرکت می کند و درست در زیر نوار رسانش مجموعه ای از حالت های بخشندگسسته از هم را تشکیل می دهد. به علت وجود حاملین بار منفی (الکترونها)، این نوع ماده را نیمرسانای نوع n می نامند. از سوی دیگر اگر از اتمهای ۳ ظرفیتی استفاده کنیم، تلاش در جهت تشکیل پیوندهای کووالانی با چهار اتم بلور منجر به تولید حفره های اضافی در بلور می شود. این عمل سبب تشکیل حالت های پذیرنده در بالای نوار ظرفیت می شود، و ماده حاصل را نیمرسانای نوع p می نامند زیرا حاملین بار حفره های با بار مثبت اند. شکل ۱۹.۷ ساختار نواری این نیمرساناها را نشان می دهد.

باید به خاطر داشته باشیم که نوع p و نوع n به علامت بار حاملین اولیه جریان الکتریکی مربوط می شوند، و خود مواد از نظر الکتریکی خنثی هستند.

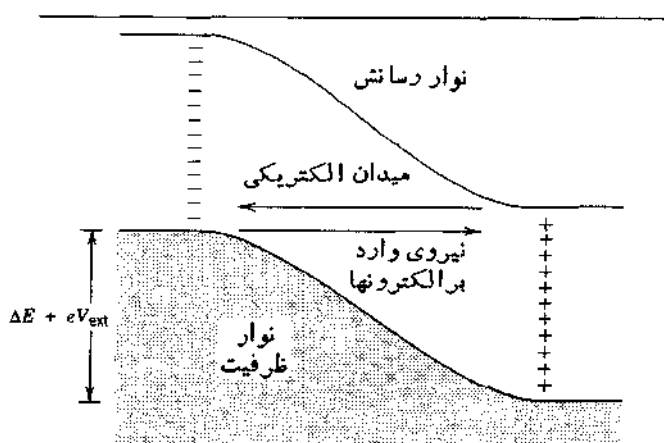
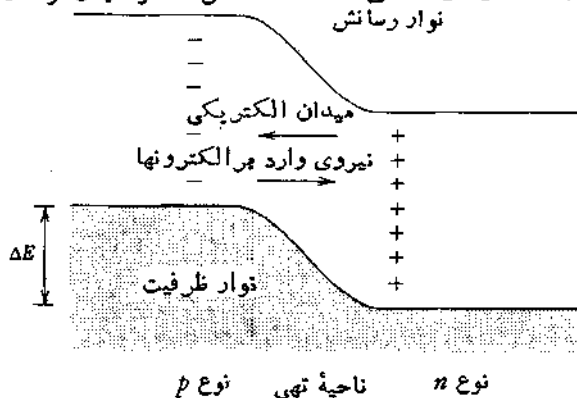
با تماس مواد نوع n و نوع p با یکدیگر، الکترون‌ها از طریق بخش در پیوندگاه از ماده نوع n به ماده نوع p نفوذ می‌کنند و در مجاورت پیوندگاه با حفره‌ها ترکیب می‌شوند. بدین ترتیب حاملین بار خنثی می‌شوند، و ناحیه‌ای به نام ناحیه تپی به وجود می‌آید. بخش الکترون‌ها از ناحیه نوع n جایگاههای بخشنده ثابت و یونیده برجای



شکل ۱۹۰۷ (بالا) با جایگزین شدن یک اتم δ ظرفیتی در بلور Ge یا Si ، یک الکترون اضافی که در پیوند کووالانسی شرکت ندارد به آسانی به نوار رسانش برانگیخته می‌شود. این اتمها حالت‌های بخشنده را درست در زیر نوار رسانش به وجود می‌آورند. ماده‌ای که با ناخالصی δ ظرفیتی آلاییده شده است به صورت نیمرسانای نوع n درمی‌آید. (پایین) با استفاده از یک اتم δ ظرفیتی به عنوان آلاینده، یک جای خالی یا حفره تشکیل می‌شود که می‌تواند به آسانی یک الکترون از نوار ظرفیت را بپذیرد. حفره می‌تواند در ماده‌ای که نیمرسانای نوع p است، حرکت کند.

می‌گذارد، درحالی‌که بخش حفره‌ها از ناحیه نوع p جایگاه‌های پذیرنده ثابت با بار منفی باقی می‌گذارد. فضای بار ناشی از جایگاه‌های ثابت، میدانی الکتریکی به وجود می‌آورد که در نهایت از مهاجرتهای بیشتر جلوگیری می‌کند. نتیجه این ترکیب، تولید یک دیود پیوندی مطابق شکل ۲۰.۷ است.

اگر تابش هسته‌ای وارد ناحیه تهی شود و زوج الکترون-حفره به وجود آورد، نتیجه بسیار شبیه همان فرایندی است که در یک اتاقک یونش اتفاق می‌افتد (در حقیقت، ناحیه تهی کاملاً شبیه یک خازن با صفحات موازی عمل می‌کند). الکترون‌ها در یک جهت و حفره‌ها در جهت دیگر حرکت می‌کنند، و تعداد کل الکترون‌های گردآوری شده یک تب نوار رسانش



شکل ۲۰.۷ (بالا) با تماس مواد نوع n و نوع p ، الکترون‌ها و حفره‌های نزدیک پیوندگاه می‌توانند باهم ترکیب شوند و یک ناحیه تهی از حاملین بار را به وجود آورند. (پایین) تحت بایاس معکوس (وقتی قطب منفی یک باتری خارجی به قسمت نوع p متصل شود)، ناحیه تهی بزرگتر می‌شود و اندازه میدان الکتریکی افزایش می‌یابد.

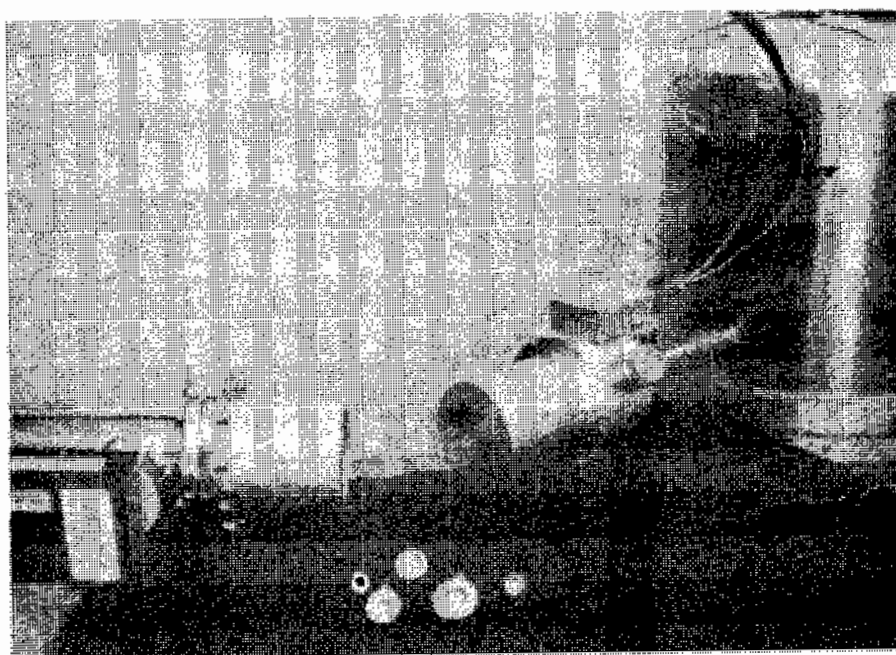
الکترونیکی تولید می‌کند که دامنه آن با انرژی تابش متناسب است.

در عمل، این آشکارسازها با بایاس معکوس ولتاژهای بسیار زیاد (۱۰۰۰ تا ۳۰۰۰V) کار می‌کنند که دارای دو اثر است: مقدار میدان الکتریکی را در ناحیه تهی افزایش می‌دهد و یازده گردآوری بار را بهبود می‌بخشد؛ و به علاوه با راندن حاملین بار و سوق آنها از یک طرف پیوندگاه به طرف دیگر ابعاد ناحیه تهی را زیاد می‌کند (و در نتیجه حجم حساس آشکارساز را افزایش می‌دهد).

در یکی از روشهای رایج ساخت آشکارسازهای Si و Ge از یک ماده نوع p شروع می‌کنند و مقداری از اتمهای Li را از طریق پخش در سطح آن وارد می‌کنند، بدین ترتیب با تشکیل حالت‌های بخشنده یک ناحیه نازک نوع n در آن ایجاد می‌شود. با بایاس معکوس و با افزایش اندک دما، اتمهای Li به ناحیه نوع p رانده می‌شوند و ناحیه تهی نسبتاً بزرگی را به وجود می‌آورند. این آشکارسازها را آشکارسازهای Si و Ge با لیتیم نفوذی یا آشکارسازهای Ge(Li) و Si(Li) می‌خوانند (که «جلی» و «سیلی» تلفظ می‌شوند). پس از نفوذ Li، آشکارساز Ge(Li) باید سرد نگه داشته شود (معمولاً در دمای نیتروژن مایع، یعنی ۷۷K)؛ در غیر این صورت Li از جایگاه شبکه‌ای خود در ناحیه تهی مهاجرت می‌کند و خاصیت آشکارسازی از بین می‌رود. سرد نگه داشتن آشکارساز، پس از گسیختگی گرمایی الکترون‌ها و عبور آنها را از گاف انرژی کاهش می‌دهد، و در نتیجه از نوفه الکتریکی زمینه آشکارساز کاسته می‌شود. اخیراً، به علت پیشرفت روشهای بالایش بلورهای Ge، آشکارسازهای Ge با حجم بزرگ و خلوص زیاد در دسترس قرار گرفته‌اند که نیازی به نگهداری در دمای ۷۷K ندارند، ولی برای پایین نگه داشتن سطح نوفه در این دما کار می‌کنند. چند نمونه از آشکارسازهای حالت جامد در شکل ۲۱.۷ نشان داده شده‌اند.

ضخامت لایه نوع n در آشکارسازهای Ge(Li) و Si(Li) در حدود ۱ mm است، که پرتوهای گاما با انرژی متوسط به سهولت در آن نفوذ می‌کنند (برد یک فوتون ۱۰۰ keV در Ge در حدود ۴ mm و در Si در حدود ۲ cm است). اما، برد ذرات باردار خیلی کمتر است (برد الکترون ۱ MeV در Si و Ge در حدود ۱ mm)، برد ذرات آلفای با انرژی ۵ MeV در Si و Ge در حدود ۰.۲ mm است)، و چنین لایه‌ای مانع از رسیدن ذرات به ناحیه تهی می‌شود. انتخاب مناسب برای ذرات باردار، استفاده از آشکارساز سد مسطحی است، که در آن لایه بسیار نازکی از نوع p بر سطح Si نوع n حکاکی یا نشاندن می‌شود. سپس یک لایه نازک طلا از طریق تبخیر بر سطح فوقانی آن نشاندن می‌شود تا به عنوان یک اتصال الکتریکی عمل کند. در این صورت، کل ضخامت که ذره برای رسیدن به ناحیه تهی باید از آن عبور کند در حدود ۱۰ μm است.

زمان گردآوری بار در یک آشکارساز با حجم بزرگ در گستره ۱۰ ns تا ۱۰۰ ns قرار می‌گیرد، و این تغییرات زمان به شکل هندسی آشکارساز (تخت یا استوانه‌ای) و محل ورود تابش نسبت به الکترونها بستگی دارد.



شکل ۲۱۰۷ چهار اندازه مختلف آشکارسازهای سیلیسیم سد سطحی در قسمت جلو نشان داده شده‌اند. دو آشکارساز بزرگ گاما از نوع Ge در زمپ‌های آلومینیومی به اندازه تقریبی ۸ cm قرار دارند؛ آشکارسازها استوانه‌هایی به طول و قطر ۴ cm هستند. هر آشکارساز روی یک میله مسی نصب می‌شود که این میله با محفظه نیتروژن مایع (در طرف راست شکل) در تماس گرمایی است. جعبه‌های کوچکی که به موازات زمپ‌ها سوار شده‌اند، تقویت‌کننده اولیه‌اند.

۵.۷ آمار شمارش

در کلیه اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی منابع عدم قطعیت یا خطا وجود دارد. برخی از این عدم قطعیت‌ها از خصوصیات دستگاه اندازه‌گیری ناشی می‌شود (مانند وقتی که با استفاده از خط‌کشی که برحسب میلی‌متر مدرج شده است، می‌خواهیم کسری از میلی‌متر را برآورد کنیم). منشأ دسته دیگر، که عدم قطعیت واپاشی رادیواکتیو نمونه آن است، به تغییرات آماری ذاتی فرایندی مربوط می‌شود که وقوع آن اساساً کانونوره‌ای است. اگر تنها یک اندازه‌گیری از پدیده‌ای که تابع فرایند آماری و کانسوره‌ای است انجام دهیم، نتیجه اندازه‌گیری تنها در صورتی مفید است که بتوانیم به دو سؤال زیر پاسخ دهیم: (۱) این اندازه‌گیری تا چه اندازه نتیجه اندازه‌گیری‌های آتی را پیش‌بینی می‌کند؟ (۲) نتیجه یک اندازه‌گیری منفرد تا چه اندازه می‌تواند به مقدار «حقیقی» نزدیک باشد؟ برای پاسخ به این پرسش‌ها، باید

توزیع آماری نتایج ممکن مختلف را بدانیم. نمونه‌ای متشکل از N هسته را در نظر بگیرید. می‌خواهیم احتمال $P(n)$ را برای واپاشی n هسته از این نمونه، در فاصله زمانی معین، محاسبه کنیم. (در اینجا فرض می‌کنیم که می‌توانیم زمان را با خطای کم اندازه بگیریم.) احتمال واپاشی یک هسته منفرد را با p نمایش می‌دهیم و آن را ثابت در نظر می‌گیریم. این بدان معنی است که هر هسته مستقل از حالت سایر هسته‌ها واپاشیده می‌شود. احتمال مورد نظر را می‌توان از توزیع دوجمله‌ای به دست آورد

$$P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} \quad (24.7)$$

در آزمایشهای کاتوره‌ای ساده، مانند بازی شیر و خط یا ریختن تاس، اغلب با توزیع دوجمله‌ای روبه‌رو می‌شویم. نمونه‌ای از این توزیع را در شکل ۲۲.۷ که با مقدار میانگین $\bar{n}$ مساوی pN (همان‌طور که انتظار می‌رود، با ضرب کردن احتمال واپاشی هر هسته در تعداد کل هسته‌های موجود، تعداد واپاشیها قابل محاسبه است) و نیز تعداد واریانس σ^2 مشخص می‌شود، نشان داده‌ایم

$$\bar{n} \equiv \sum_{n=0}^N n P(n) = pN \quad (25.7)$$

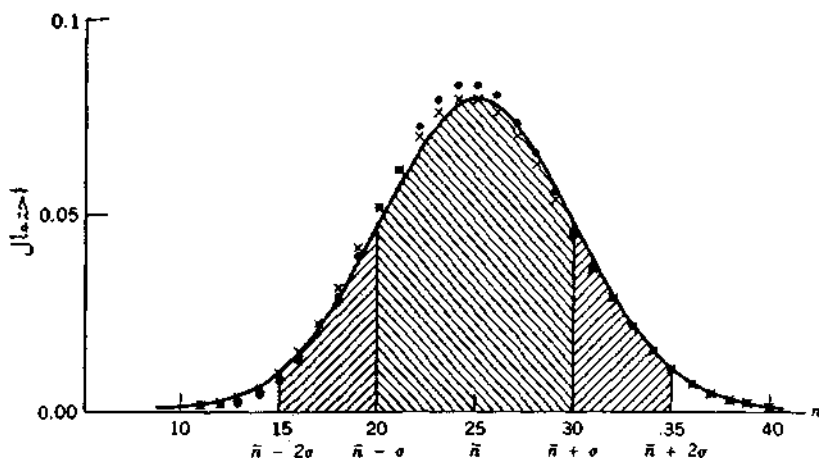
$$\sigma^2 \equiv \sum_{n=0}^N (n - \bar{n})^2 P(n) = \bar{n}(1-p) \quad (26.7)$$

انحراف معیار σ اندازه تقریبی «پهنای» توزیع آماری را به دست می‌دهد. وقتی n و N کوچک اند، توزیع دوجمله‌ای استفاده چندانی ندارد. ولی هنگامی که n و N خیلی بزرگ باشند (فرایندهای واپاشی را می‌توان نوعاً در این دسته قرار داد)، سودمندی این توزیع کم و انجام محاسبات مشکل می‌شود. تقریب کم دوسرتر برای این توزیع، هنگامی به دست می‌آید که $p \ll 1$ باشد (که معمولاً در مورد واپاشی رادیواکتیو صادق است).

$$P(n) = \frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!} \quad (27.7)$$

که در آن $\bar{n} = pN$ است. این توزیع را توزیع پواسون می‌گویند. توجه کنید که احتمال مشاهده n واپاشی فقط تابع میانگین $\bar{n}$ است. برای این توزیع $\sigma = \sqrt{\bar{n}}$ است. یک تقریب مفید دیگر در این مورد وقتی به دست می‌آید که p کوچک و $\bar{n}$ بزرگ ($\bar{n} \gg 1$) باشد. در این صورت می‌توان از توزیع بهنجار یا گاوسی استفاده کرد

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}}} e^{-(n-\bar{n})^2/2\bar{n}} \quad (28.7)$$



شکل ۲۲.۷ مقایسه توزیعهای دو جمله‌ای (•)، بواسون (X)، و گاوسی (-) برای $\bar{n}=25$. تقریب استفاده از توزیع گاوسی با افزایش $\bar{n}$ بهتر می‌شود. سطح زیر منحنی توزیع گاوسی بین $\bar{n}-\sigma$ و $\bar{n}+\sigma$ برابر ۶۸٪ سطح کل زیر منحنی است؛ بنابراین احتمال قرار گرفتن هر اندازه‌گیری منفرد، در فاصله $\pm\sigma$ از میانگین حقیقی $\bar{n}$ برابر ۶۸٪ است. سطح بین حدود $\bar{n}\pm 2\sigma$ برابر ۹۵٪ سطح کل است.

که در این حالت هم $\sigma = \sqrt{\bar{n}}$ است.

در اکثر موارد عملی، می‌توانیم برای تحلیل آماری از توزیع گاوسی استفاده کنیم. همان‌طور که در شکل ۲۲.۷ نشان داده شده است، توزیع گاوسی دارای این خصوصیت است که ۶۸٪ احتمال در فاصله $\pm\sigma$ از مقدار میانگین $\bar{n}$ قرار می‌گیرد. متأسفانه مقدار میانگین $\bar{n}$ را نمی‌توان با اندازه‌گیری به‌دست آورد؛ این مقدار فقط با انجام بی‌نهایت آزمون قابل حصول است. بدیهی است که در اینجا مقدار «حقیقی» را که در جستجوی آن هستیم با $\bar{n}$ نشان داده‌ایم، و یک اندازه‌گیری منفرد با احتمال ۶۸٪ شانس قرار گرفتن در فاصله $\pm\sigma$ از $\bar{n}$ را دارد. بنابراین، n را بهترین برآورد $\bar{n}$ در نظر می‌گیریم و حد خطای n را به صورت $\pm\sigma$ یا $\pm\sqrt{\bar{n}}$ نشان می‌دهیم.

اگر اندازه‌گیریها را به‌دفعات تکرار کنیم، می‌توانیم یک نمودار ستونی به‌دست آوریم که به توزیع گاوسی نزدیک است، و خطای نسبی هر بار کاهش می‌یابد. اگر m اندازه‌گیری مستقل انجام دهیم و تعداد کل M شمارش را ثبت کنیم ($M = \sum_{i=1}^m n_i$). در این صورت، داریم

$$\sigma_M = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^m n_i} = \sqrt{M} \quad (29.7)$$

$$\bar{n} = \frac{M}{m}$$

$$\sigma_R = \frac{\sigma_M}{m} = \frac{\sqrt{M}}{m} = \sqrt{\frac{\bar{n}}{m}} \quad (۳۰.۷)$$

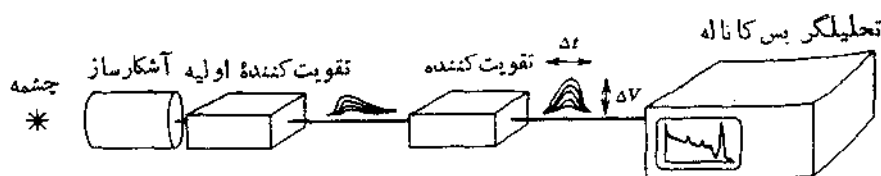
بدین‌سان، انحراف استاندارد (یا مقدار خطای) بهترین برآورد مقدار حقیقی $\bar{n}$ با ضرب $1/\sqrt{m}$ کاهش یافته است. هر اندازه‌گیری مستقل دیگری که متعاقباً انجام شود، خطای میانگین را تقلیل می‌دهد.

کمیتی که از یک توزیع آماری کاتوره‌ای از این نوع پیروی کند (احتمال هر واقعه کم و مستقل از سایر وقایع، تعداد وقایع مشاهده شده زیاد)، دارای این خصوصیت بنیادی است که عدم قطعیت انتظاری در نتیجه مشاهدات را می‌توان به صورت جذر تعداد مشاهدات برآورد کرد. این مطلب نه فقط در مورد شمارشهای یک آشکارساز از واپاشی رادیواکتیو، بلکه در مورد تولید یونش در خود آشکارساز نیز صادق است. چنانکه در بخش بعد خواهیم دید، تفکیک انرژی یک آشکارساز با جذر تعداد وقایع یونشی مشخص می‌شود.

بالاخره، باید همواره به این نکته توجه داشت که رابطه جذر فقط برای تعداد وقایع خام به کار می‌رود، و در مورد کمیت‌های محاسبه شده مانند آهنگ شمارش یا اختلاف تعداد شمارشها به کار نمی‌رود. یعنی اگر آشکارساز تعداد N شمارش را در زمان t ثبت کند، آهنگ شمارش برابر N/t و عدم قطعیت آن برابر $N^{1/2}/t$ می‌شود. اگر بخواهیم زمینه B را از شمارش N کم کنیم، با توجه به قوانین عادی جمع خطاها، عدم قطعیت در تفاضل $N - B$ برابر $(N + B)^{1/2}$ است.

۶.۲ اندازه‌گیری انرژی

نمودار ساده‌ای از دستگاهی را که می‌تواند برای اندازه‌گیری انرژی تابشهای هسته‌ای مورد استفاده قرار گیرد، در شکل ۲۳.۷ نشان داده‌ایم. معمولاً سیگنال الکترونیکی حاصل از آشکارساز هسته‌ای مستقیماً به تقویت‌کننده اولیه می‌رود، و در آن تب بار آشکارساز به تب و لثاژ تبدیل می‌شود (مثلاً، با پر شدن یک خازن) و سپس این تب به قسمت بعدی مدار فرستاده می‌شود. دستگاه تقویت‌کننده با تأمین بهره و لثاژ، تب حاصل از تقویت‌کننده اولیه را به حدود چند ولت می‌رساند و بدین ترتیب پردازش آن را به سهولت امکان‌پذیر می‌سازد. تقویت‌کننده باید خطی باشد تا تناسب بین انرژی تابش و ارتفاع تب حفظ شود. تپهای با ارتفاع مختلف را که در فرایند واپاشی پیچیده تولید شده‌اند می‌توان به سهولت توسط یک تحلیلگر بس‌کاناله (MCA) به صورت نمودار ستونی نشان داد که در آن محور افقی نماینده ارتفاع تب و محور عمودی نمودار تعداد تپهاست. تپهای ورودی به صورت رقمی در می‌آیند، ارتفاع رقمی تب در حافظه‌ای به نام کانال ذخیره می‌شود؛



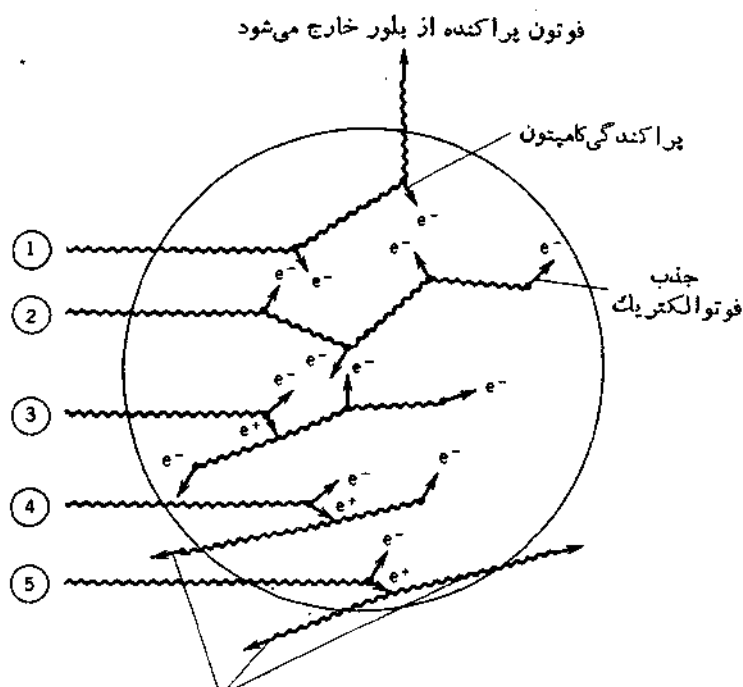
شکل ۲۳.۷ نمودار ساده‌ای از دستگاه الکترونیکی که می‌توان آن را در اندازه‌گیری انرژی تابشهای حاصل از یک چشمه به کار برد. تپهای بین تقویت کننده اولیه و تقویت کننده عموماً دارای زمان صعود کوتاه (ns) و زمان نزول طولانی (ms) و دامنه‌ای در حدود میلی‌ولت هستند. تپهای خارج شده از تقویت کننده مقادیر نزدیک به تپهای ΔE آنها در حدود μs و ارتفاع تپ ΔV آنها در حدود چند ولت است. در صفحه نمایش تحلیلگر بس کاناله ΔV در امتداد محور افقی قرار می‌گیرد.

واژه‌های دوست که محور افقی را غالباً به صورت شمارده کانال مشخص می‌کنند، طیف ارتفاع تپ را می‌توان برای تعیین انرژی تابشهای گسیل شده از چشمه (با توجه به محل آنها در روی محور افقی) و شدت نسبی آنها (از سطح زیر قله‌های مختلف طیف) به کار برد. این عمل غالباً برای تابش γ انجام می‌شود، که اکنون با تفصیل بیشتر درباره آن بحث خواهیم کرد. در شکل ۲۴.۷ فرایندهایی نشان داده شده است که ممکن است در اثر ورود یک فوتون γ به یک آشکارساز جامد رخ دهند. فوتون می‌تواند چند بار در اثر پدیده کامپتون پراکنده شود؛ پس از هر پراکندگی، فوتون قسمتی از انرژی خود را از دست می‌دهد و یک الکترون آزاد تولید می‌شود. به تدریج فوتون با یکی از دو سرنوشت زیر روبه‌رو خواهد شد: یا پراکندگی کامپتون ادامه می‌یابد و در نهایت انرژی فوتون به قدری کم می‌شود که در اثر جذب فوتو الکتریک ناپدید می‌شود، و یا آن قدر به لبه بلور نزدیک می‌شود که در اثر پراکندگی از آن خارج می‌شود. انرژی فوتون به صورت انرژی الکترونها درمی‌آید (انرژی فوتو الکتریک یا الکترونها پراکنده شده از پدیده کامپتون). این الکترونها بردشان در بلور بسیار کوتاه است و در نتیجه انرژی خود را به سرعت، با خلق فوتوهای نوری در سوسوزن و یا تولید زوج الکترون-پوزیترون-حفره در آشکارساز نیم رسانا، از دست می‌دهند. بدین ترتیب می‌توان فرض کرد که تمام این انرژی جذب می‌شود، و ما از این کمیت به عنوان انرژی به جا مانده از فوتون اولیه در آشکارساز یاد خواهیم کرد. اگر سرنوشت فوتون اولیه جذب فوتو الکتریک باشد، انرژی به جا مانده با انرژی پرتو اولیه گاما برابر است. اگر فوتون به خارج از بلور پراکنده شده انرژی به جا مانده از انرژی فوتون اولیه کمتر است.

حال مقدار انرژی الکترون پراکنده را در فرایند کامپتون مورد بررسی قرار می‌دهیم. از معادله (۱۵.۷) انرژی جنبشی الکترون را به دست می‌آوریم

$$T_e = E_\gamma - E'_\gamma = \frac{E_\gamma(1 - \cos \theta)}{mc^2 + E_\gamma(1 - \cos \theta)} \quad (۲۱.۷)$$

از آنجا که پراکندگی در کلیه زوایا امکان پذیر است، انرژی الکترون پراکنده در گستره $\theta = 0^\circ$ تا $\theta = 180^\circ$ برای $2E_\gamma/(mc^2 + 2E_\gamma)$ قرار می گیرد. این الکترونها معمولاً به طور کامل جذب آشکارساز می شوند، و (در صورت فرار فوتون پراکنده) سهم آنها در پاسخ انرژی آشکارساز به صورت طیف پیوسته‌ای است که پیوسته‌ای کامپتون خوانده می شود و محدوده آن از انرژی صفر تا یک انرژی بیشینه است که آن را لبه کامپتون می گویند. (این

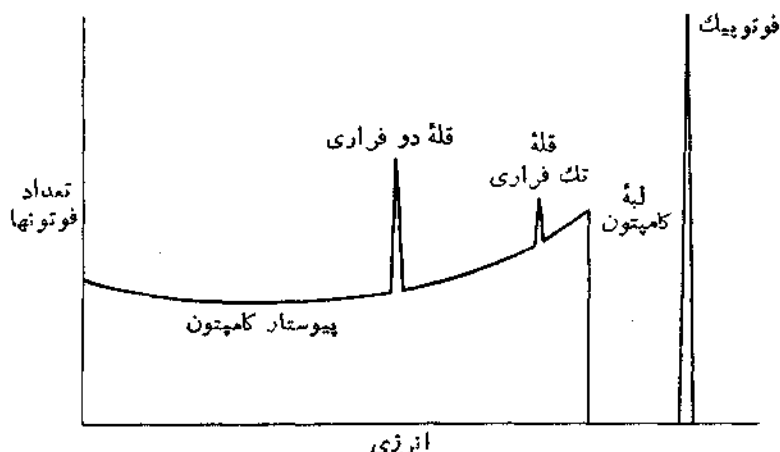


فوتون ناپودی 511 keV از بلور خارج می شود

شکل ۲۴.۷ فرایندهایی که در آشکارسازی پرتو گاما رخ می دهند. (۱) فوتون پس از چند پراکندگی کامپتون آشکارساز را قبل از به جا گذاشتن همه انرژی خود ترك می کند. (۲) پس از چند پراکندگی کامپتون، جذب فوتو الکتریک صورت می گیرد و تمام انرژی پرتو گاما در بلور به جا می ماند. (۳) به ترتیب فرایندهای تولید زوج، ناپودی پوزیترون، پراکندگی کامپتون، و جذب فوتو الکتریک صورت می گیرند، و در نتیجه در این حالت هم تمام انرژی پرتو گاما در بلور به جا می ماند. (۴) یکی از فوتونهای ناپودی آشکارساز را ترك می کند، و پرتو گاما انرژی کامل منهای 511 keV را به جا می گذارد. (۵) هر دو فوتون حاصل از ناپودی آشکارساز را ترك می کنند، در نتیجه انرژی به جا مانده برابر انرژی کل منهای 1022 keV است. فرایندهای (۴) و (۵) در صورتی رخ می دهند که انرژی پرتو گاما بیش از 1022 keV باشد.

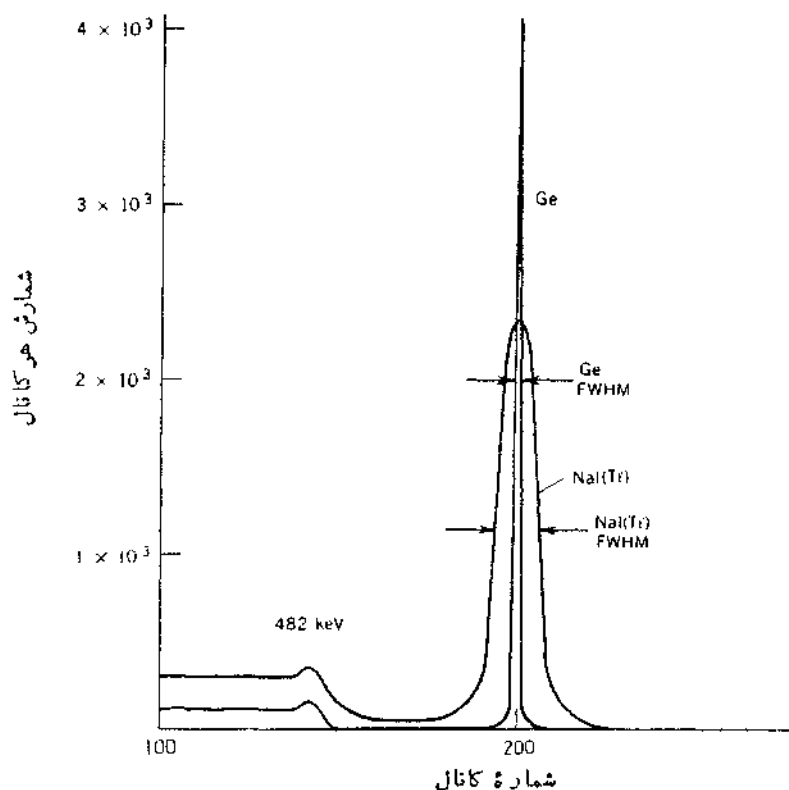
قسمت پیوستار طیف به صورت منحنی تخت نیست؛ فرمول کلاین - نیشینا یا معادله (۱۶.۷) چگونگی تغییرات احتمال پراکندگی را بر حسب زاویه نشان می دهد. قله با انرژی $E = E_\gamma$ که با جذب کامل فوتوالکتریک متناظر است (وقله انرژی کامل یا فوتوپیک خوانده می شود) و پیوستار کامپتون را از شکل ۲۵.۷ نشان داده ایم.

تاکنون سومین فرایند برهم کنش پرتو گاما با آشکارساز یعنی تولید زوج را نادیده می گرفتیم. پوزیترون والکترون، مطابق معادله (۱۸.۷)، با انرژی جنبشی کل $E_\gamma - 2mc^2$ به وجود می آیند، و جذب این انرژی در آشکارساز سبب ایجاد قله ای با انرژی کامل می شود. اما، با کند شدن پوزیترون و رسیدن آن به حدود انرژیهای الکترونهای اتمی، نابودی صورت می گیرد که طی آن پوزیترون والکترون اتمی ناپدید می شوند و به جای آنها دوفوتون با انرژی mc^2 یا ۵۱۱ keV به وجود می آیند. این دوفوتون می توانند بدون برهم کنش از آشکارساز خارج شوند، یا در اثر فرایندهای پراکندگی کامپتون، قسمتی از انرژی یا همه آن را از دست بدهند. بنابراین انتظار داریم که قله هایی را در $E_\gamma - 2mc^2$ (وقتی هر دو فوتون فرار کنند)، در $E_\gamma - mc^2$ (وقتی یکی فرار کند و دیگری کاملاً جذب شود)؛ و در E_γ (وقتی هر دو فوتون به طور کامل جذب شوند)، مشاهده کنیم. این قله های تک فرای و دوفرای در شکل ۲۵.۷ نشان داده شده اند.



شکل ۲۵.۷ نمونه پاسخ یک آشکارساز به پرتوهای گاهای تک انرژی. فوتوپیک ناشی از جذب کامل انرژی پرتو گاما در آشکارساز، متناظر با وقایع ۲ و ۳ در شکل ۲۴.۷ است. پیوستار کامپتون از وقایع نوع ۱ تشکیل شده است، در حالی که قله های تک فرای و دو فرای از فرایندهای ۴ و ۵ ناشی می شوند. تفکیک انرژی آشکارساز می تواند قله ها را از آنچه در این شکل نشان داده شده است پهن تر کند، و پراکندگی چندگانه کامپتون فاصله بین لبه کامپتون و فوتوپیک را پیم می کند. قله های فرار فقط وقتی که انرژی پرتو گاما بیش از ۱.۰۲۲ MeV باشد، ظاهر می شوند.

دامنه‌های نسبی فوتوپیک، پیوستار کامپتون، و قله‌های فرار به اندازه و شکل آشکارساز بستگی دارند. به طور کلی، هرچه آشکارساز بزرگتر باشد، پیوستار کامپتون نسبت به فوتوپیک کوچکتر خواهد بود، زیرا احتمال آنکه فوتون پراکنده بتواند بدون برهم کنش مجدد تا سطح آشکارساز پیش برود کاهش می‌یابد. به همین ترتیب، در یک آشکارساز بزرگ، احتمال گیراندازی یک یا هر دو فوتون 511 keV ناشی از نابودی هم بیشتر می‌شود. شکل ۲۶.۷ طیفهای توزیع ارتفاع تپ حاصل از MCA را که برای واپاشی ^{137}Cs و به کمک آشکارسازهای Ge و NaI(Tl) به دست آمده‌اند نشان می‌دهد. فقط یک پرتو منفرد گاما با انرژی 662 keV در این واپاشی گسیل می‌شود. پیوستار و لبه کامپتون در این طیفها به سهولت قابل مشاهده‌اند. «دره» موجود بین لبه کامپتون و فوتوپیک کاملاً به‌صفر



شکل ۲۶.۷ مقایسه طیفهای حاصل از چشمه ^{137}Cs در آشکارسازهای Ge(Li) و NaI(Tl). انرژی فوتوپیک برابر 662 keV است. توان تفکیک (FWHM) آشکارساز NaI(Tl) در حدود 40 keV است، درحالی‌که برای Ge در حدود 1 keV است. شدت (یا مساحت زیر قله) در Ge در حدود ۱۱٪ شدت در NaI(Tl) است.

نمی رسد و لبه کامپتون تیز نیست. در بحث قبل فرض کردیم که طیف پیوسته کامپتون ناشی از يك پراکندگی منفرد است، ولی در عمل پراکندگی چندگانه تصویر ساده شکل ۲۵.۷ را تغییر می دهد. همان طور که در طیف دیده می شود، لبه کامپتون در انرژی انتظاری $E = 478 \text{ keV}$ قرار می گیرد.

آنچه در مقایسه طیفهای حاصل از Ge و NaI(Tl) چشمگیر است، اختلاف بازده آشکارسازها (مساحت زیر منحنی فوتوپیکها) و اختلاف توان تفکیک (پهنای فوتوپیک) آنهاست. بازده آشکارسازهای NaI از آشکارسازهای Ge بیشتر است، و بعلاوه قیمت آنها نیز ارزاتر است (قیمت NaI در حدود ۱/۱۰ قیمت Ge یا کمتر است) و شرایط کار با آنها هم ساده تر است (NaI نیازی به خنک کردن ندارد). به علت تقاضای کنونی طیف نمایی هسته ای برای مطالعه واپاشیهای هرچه پیچیده تر، تفکیک اهمیت خاصی پیدا کرده است. برای مطالعه دقیق این واپاشیها، باید بتوانیم انرژی و شدت کلیه پرتوهای گاما را تعیین کنیم، اما اگر پهنای تمام قلهها به صورت پهنای مشخصه آشکارساز NaI(Tl) باشد رسیدن به این هدف امکان پذیر نخواهد بود. در کارهای اولیه آشکارسازهای Ge، برای آنکه به تفکیک خوب دسترسی پیدا کنند، باید به بازده فوق العاده ضعیف قناعت می کردند، به طوری که بازده این آشکارسازها فقط در حدود چند درصد آشکارسازهای NaI(Tl) می شد. پیشرفت روشهای پالایش Ge، تولید آشکارسازهای با حجم بزرگ را امکان پذیر کرده است و بدین ترتیب در حال حاضر بازده آنها فقط با ضریب ۲ تا ۳ کمتر از بازده NaI(Tl) است. به علت کوچکتر بودن عدد اتمی Ge از NaI ، احتمال برهم کنش فوتون با آن همواره کوچکتر خواهد بود و بنابراین بازده نسبی آن نیز کمتر است. ضریب جذب فوتو الکتریک تقریباً متناسب با Z^4 تغییر می کند.

حال دلایل توان تفکیک تجربی را با توجه به آمار فرایند آشکارسازی بررسی می کنیم. قلههای انرژی کامل در هر دو آشکارساز NaI(Tl) و Ge را می توان تقریباً با شکل گاوسی نشان داد، و پهنای قلهها را در شکل کلی توزیع گاوسی با پارامتر σ مشخص کرد

$$f(E) = Ae^{-(E-\bar{E})^2/2\sigma^2} \quad (32.7)$$

که در آن A ثابت بهنجارش است. در اینجا نمی توان از رابطه بین میانگین $\bar{E}$ و σ استفاده کرد، زیرا تعداد رویدادهای معرف میانگین $\bar{n}$ را نمی دانیم (یادآور می شویم که $\sigma = \sqrt{\bar{n}}$ فقط برای رویدادهای شمارشی به کار می رود).

عموماً پهنای σ را بر حسب پهنای نیم ارتفاع (FWHM)، یعنی فاصله ΔE بین دو نقطه E_1 و E_2 که در آنها $f(E_1) = f(E_2) = A/2$ ، مشخص می کنند که با دستکاری مختصری به صورت زیر درمی آید

$$\Delta E = 2\sigma\sqrt{2\ln 2} \cong 2.35\sigma \quad (33.7)$$

اغلب پهنای نیم ارتفاع FWHM را به صورت $\Delta E/\bar{E}$ نشان می دهند.

برای برآورد σ باید $\bar{\sigma}$ ، یعنی تعداد رویدادهای آماری مربوط به تولید علامت آشکارساز را برآورد کنیم. انرژی پرتوگامای فرودی برابر 662 keV است. در NaI(Tl) بازده سوسوزنی (کسری از تابش فرودی که تبدیل به نور می‌شود) در حدود ۱۳٪ است، بنابراین 86 keV از انرژی فوتون در آشکارساز ظاهر می‌شود. انرژی هر فوتون در NaI در حدود 2 eV است، و بنابراین تعداد فوتونهای نور (به طور متوسط) در حدود ۲۱۰۰۰ است. سهم این مقدار در توان تفکیک در حدود $21000 / \sqrt{21000} / 235$ یا حدود ۱۰٪ است. این تعداد در فوتوکاتد، کاهش بیشتری می‌یابد. ضریب عبور نور از انتهای شیشه‌ای اولیه تکثیر کننده نوعاً حدود ۸۵٪ است و بازده کوانتومی یک نمونه از فوتوکاتد (یعنی، تعداد فوتوالکترودهای گسیلی به ازای هر فوتون فرودی) در حدود ۲۳٪ است. بنابراین تعداد فوتوالکترودها فقط در حدود ۲۰٪ تعداد فوتونهای فرودی، یا در حدود ۴۲۰۰ است و سهم آن در تفکیک انرژی در حدود $4200 / \sqrt{4200} / 235$ یا ۳٫۶٪ است. فرایند تکثیر الکترون در تکثیر کننده فوتونی تعداد رویدادها را افزایش می‌دهد و سهم کوچکی در FWHM دارد. در کل فرایند آشکارسازی NaI(Tl) ، کمترین تعداد رویدادها مربوط به تولید الکترونها در فوتوکاتد است، و بنابراین این تعداد اساسی ترین سهم را در تفکیک انرژی دارد. در این محاسبه ساده، تعدادی از اثرات داخل بلور، تکثیر کننده فوتونی، و تقویت کننده نادیده گرفته شده است، که تمامی آنها می‌توانند سهمهای غیر آماری در تفکیک داشته باشند. رقم ۶٪ (40 keV) در 662 keV نمونه بهتری است. بهنای نیم ارتفاع مطلق FWHM (بهنای قله انرژی) با افزایش انرژی تقریباً به صورت $E^{1/2}$ افزایش می‌یابد، ولی نسبت $\Delta E/E$ به صورت $E^{-1/2}$ تنزل می‌یابد؛ بنابراین توان تفکیک در انرژی 1 MeV در حدود ۵٪ (یا 50 keV) است.

در آشکارساز Ge تنها یک رویداد منفرد در تعیین آمار شمارش دخالت دارد، و آن هم تولید زوجهای الکترون-حفره در اثر برهم کنش فوتون است. متوسط انرژی لازم برای خلق زوج الکترون-حفره برابر 3 eV است، و بنابراین متوسط تعداد رویدادهای آماری وقتی که یک فوتون 662 keV کاملاً جذب می‌شود، در حدود ۲۲۰۰۰۰ است. در این صورت، توان تفکیک این فوتون در حدود 33 keV است (طبق قرارداد، تفکیک NaI بر حسب درصد، و تفکیک Ge بر حسب keV بیان می‌شود). به این ترتیب، توان تفکیک Ge نسبت به NaI(Tl) به میزانی بیش از یک مرتبه بزرگی بهتر می‌شود که این تفاوت را می‌توان با توجه به خصوصیات جذب تابش در آشکارسازها به سهولت درک کرد.

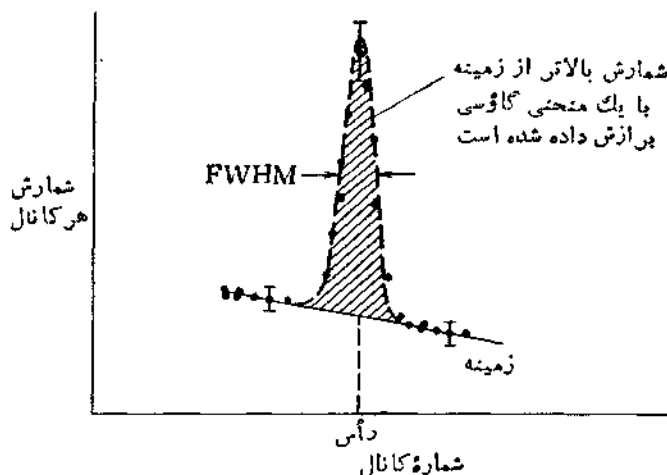
در برآورد توان تفکیک Ge چند عامل را نادیده گرفته ایم. در حقیقت جذب را نمی‌توان به خوبی به کمک آمار بواسون توصیف کرد؛ توجه به ماهیت صحیح فرایند آماری (به طریق تجربی) مقدار محاسبه شده را به حدود 10 keV تقلیل می‌دهد. فسراندهای غیر آماری (گرد آوری بار توسط میدان الکتریکی، نوفه الکترونیکی در تقویت کننده اولیه و تقویت کننده) تا حدودی تمایل به افزایش این مقدار دارند. نمونه‌ای از این مقدار برای یک آشکارساز خوب امروزی برابر 107 keV در انرژی 1332 keV (انرژی پرتوگامای

حاصل از ^{60}Co که به عنوان استاندارد اندازه‌گیری تفکیک در نظر گرفته می‌شود) است، که در صورت معتبر بودن رابطه $E^{1/2}$ با تفکیک 1.2 keV در انرژی 62 keV عمتناظر است. در طیف‌نمایی پرتو γ (یا سایر تابشها)، هدف معمولاً تعیین انرژی و شدت تابش است. برای به دست آوردن انرژی، باید رأس قله انرژی را تعیین کنیم. برای قله‌های منزوی کاملاً جدا از هم، رأس را می‌توان با استفاده از یک دستورالعمل ساده تجربی تعیین کرد. ابتدا باید زمینه را کم کرد (قله ممکن است روی پیوستار کامپتون قله‌های پرانرژیتر قرار گرفته باشد). که این عمل معمولاً با رسم یک خط راست بین دو گروه از کانالهای زمینه قبل و بعد از قله انجام می‌شود (شکل ۲۷.۷). در این حالت زمینه را خطی در نظر می‌گیریم، و شمارشهای زمینه را مستقیماً از شمارش کفی چشمه و زمینه کم می‌کنیم. رأس قله و سطح زیر آن را می‌توان به طریق زیر تعیین کرد

$$\text{سطح} = \sum y_i \quad (34.7)$$

$$\text{رأس} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum y_i} \quad (35.7)$$

که در آن y_i نماینده تعداد شمارش خالص بیش از زمینه در کانال i است. روش دقیقتر برازش یک تابع گاوسی به قله است. این عمل را با در نظر گرفتن بستگی تابعی به صورت



شکل ۲۷.۷ مساحت سطح یک قله کاملاً تفکیک شده را می‌توان از تفاضل زمینه خطی از شمارش کل، و سپس یا با جمع زنی شمارشهای بالاتر از زمینه، و یا با برازش یک تابع گاوسی با شمارشهای بالاتر از زمینه به دست آورد. چون شمارش هر کانال از یک فرایند شمارش ساده حاصل می‌شود، عدم قطعیت آن برابر جذر شمارش کانال خواهد شد. این حکم فقط برای شمارش کل هر کانال صادق است، و برای شمارش بالاتر از زمینه قابل استفاده نیست.

معادله (۳۲.۷) و لگاریتم گیری می‌توان به‌ساده‌ترین شکل انجام داد

$$\ln y_i = \ln A - \frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2} \quad (36.7)$$

يك برآزش كمترین مربعات، پارامترهای $\bar{x}$ ، σ ، و A را به‌دست می‌دهد. با انتگرال گیری از شكل گاوسی خواهیم داشت

$$\text{سطح} = \sigma A \sqrt{2\pi} \quad (37.7)$$

درمورد طیفهای پیچیده نمی‌توان از این دستورالعمل ساده استفاده کرد. در این گونه موارد، معمولاً زمینه را نمی‌توان با تقریب خطی به‌خوبی نشان داد. قله‌های نزدیک به هم را که ممکن است همپوشی داشته باشند، نمی‌توان به این طریق برآزش داد. حتی فرض شكل گاوسی هم همیشه معتبر نیست، زیرا ممکن است در قسمتهای کم انرژی و پر انرژی منحنی گاوسی «دنباله‌های» نهایی وجود داشته باشند. در این صورت، بر نامه‌های برآزش پیشرفته‌ای وجود دارند که در آنها پارامترهای مختلف از جمله رأسها و سطوح قله‌ها و زمینه‌های غیرخطی قابل برآوردند.

با معلوم بودن رأس و سطح قله، می‌توان انرژی و آهنگ شمارش تابش را به‌دست آورد. برای تعیین انرژی باید دستگاه MCA را مدرج کرد، به‌طوری که بتوان شماره هر کانال را به انرژی تبدیل کرد. این عمل معمولاً با استفاده از دو یا چند تابش با انرژی مشخص E_1 و E_2 که دارای رأسهای $\bar{x}_1$ و $\bar{x}_2$ هستند، انجام می‌گیرد. سپس می‌توان يك رابطه خطی بین $\bar{x}$ و E به‌دست آورد. چون دستگاههای MCA (و سایر قسمتهای دستگاه، از جمله آشکارساز و تفویض کننده) ممکن است کمی غیرخطی باشند، توصیه می‌شود که انرژیهای درجه بندی E_1 و E_2 حتی الامکان نزدیک انرژی نامعلوم E انتخاب شوند. برای مدرج کردن دستگاه بر حسب انرژی باید از دو تابش استفاده کرد، زیرا کانال صفر MCA همیشه متناظر با ارتفاع تب صفر نیست. برخی از چشمه‌های استاندارد مدرج سازی در جدول ۲.۷ نشان داده شده است.

برای تبدیل سطح قله به آهنگ شمارش مطلق، باید اطلاعاتی از بازده آشکارساز داشته باشیم — مانند اینکه زاویه فضایی آشکارساز از محل منبع تابش و احتمال جذب تابش فرودی در فوتوپیک باید معلوم باشند. بازده آشکارساز برای پرتوهای γ به شدت وابسته به انرژی است؛ بازده مطلق آشکارسازهای Ge و NaI(Tl) بر حسب انرژی پرتو γ در شكل ۲۸.۷ نشان داده شده است.

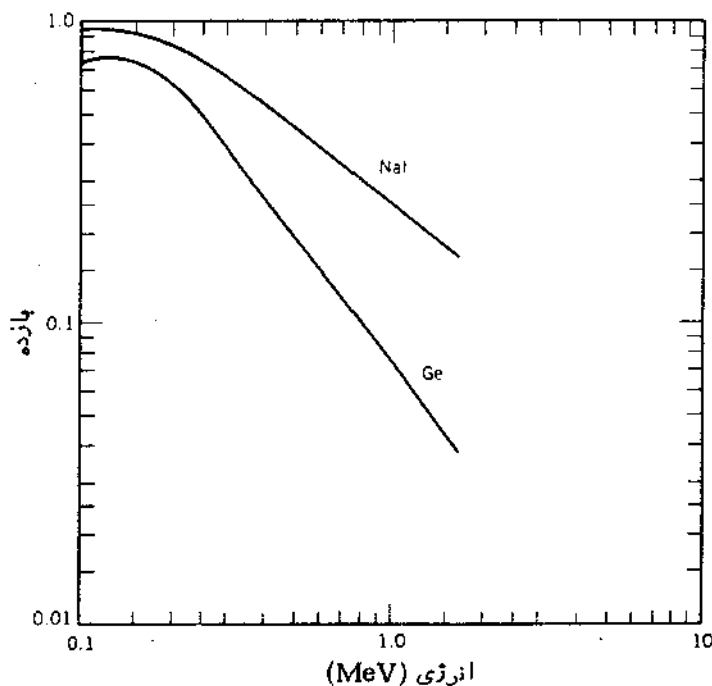
جدول ۲۰۷ استانداردهای متداول مورد استفاده در مدرج کردن آشکارسازها.

نوکلید	$t_{1/2}$	تابش	انرژی (keV)
^{109}Cd	۴۵۳ d	γ	88.037 ± 0.0005
^{57}Co	۲۷۱ d	γ	122.06135 ± 0.00013
			136.47434 ± 0.00030
^{198}Au	۲۶۹۶ d	γ	411.80441 ± 0.00015
^{137}Cs	۳۰۱۷ y	γ	661.9641 ± 0.0003
^{60}Co	۵۷۲۷۱ y	γ	1173.238 ± 0.015
			1332.513 ± 0.018
^{202}Bi	۲۸ y	e^-	281.965 ± 0.001
			975.963 ± 0.001
^{241}Am	۴۳۳ y	α	548.574 ± 0.012
^{226}Ra	۱۶۰۰ y	α	278.2750 ± 0.025
			548.9966 ± 0.030
			600.2755 ± 0.009
			768.709 ± 0.006

۷.۷ اندازه‌گیری‌های همفرودی و تفکیک زمانی

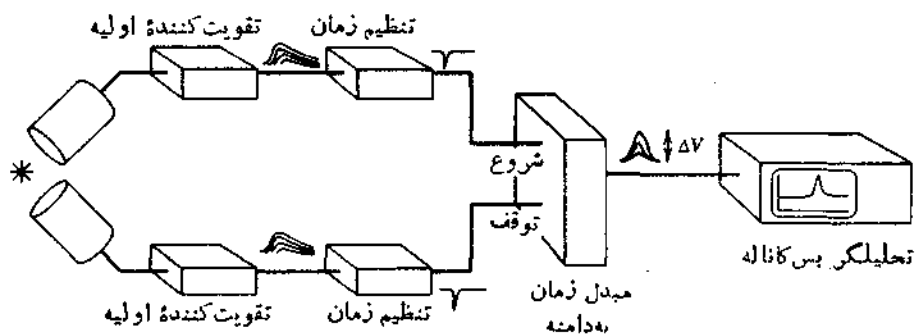
وقتی می‌خواهیم تابشهایی را که به‌طور متوالی یکی پس از دیگری گسیل می‌شوند - برای مثال، پرتوهای گاما را پس از یک واپاشی بتا - بررسی کنیم، معمولاً از دستگاهی مانند شکل ۲۹.۷ استفاده می‌کنیم. هدف اصلی این دستگاه، تعیین همفرودی زمانی واقعی تابش دوم با تابش اول است. به عبارت دیگر، آیا فاصله زمانی بین دو تابش به اندازه کافی کوتاه است تا سرچشمه گرفتن آنها را از یک هسته در گسیل بیایی توجیه کند؟ دستگاه‌های زمان به‌دامنه (TAC) یک طیف زمانی از تپ‌های خروجی تولید می‌کنند که ارتفاع آنها با تفاوت زمان ورود دو تپ ورودی متناسب است. این تفاوت زمان ورود به‌نوبه خود، پس از تصحیح تأخیرهای شناخته‌شده در دستگاه‌های رابط و کابل‌های علائم، به تفاوت زمان گسیل دو تابش از چشمه مرتبط می‌شود.

همفرودی زمانی دو تابش ناشی از یک هسته را همفرودی حقیقی یا واقعی می‌نامند. راه‌اندازی مدارهای تنظیم زمان در اثر تابشهای ناشی از هسته‌های مختلف نیز امکان‌پذیر است - که تحقق آن همفرودی شانس با تصادفی ناخواسته را به وجود می‌آورد. اصولاً، تمیز بین همفرودیهای واقعی و شانس نسبتاً آسان است. پس از پذیرش اولین تابش در



شکل ۲۸.۷ بازده نسبی آشکارسازهای NaI و Ge. در اینجا «بازده» به معنی احتمال پدیدار شدن فوتون برخوردکننده با آشکارساز در فوتوویک است. اندازه‌های مختلف آشکارساز در نظر گرفته نشده‌اند. منحنیها برای یک آشکارساز NaI(Tl) به قطر ۷٫۵ cm و ارتفاع ۷٫۵ cm و یک آشکارساز Ge به قطر ۴٫۲ cm و ارتفاع ۴٫۲ cm رسم شده‌اند. فاصله چشمه از آشکارساز برابر ۱۰ cm است. برای به دست آوردن بازده نسبی، احتمال نسبی ظهور فوتون 1332 MeV (گسیل شده از ^{60}Co) در فوتوویک Ge را، با در نظر گرفتن عامل زاویه فضایی، برابر ۸٪ این مقدار در NaI(Tl) در نظر می‌گیرند.

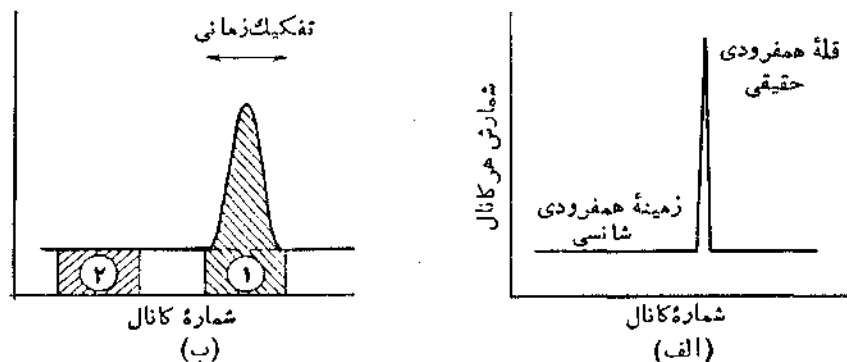
کانال شروع TAC، فقط زمان کوتاهی (در حدود نانوثانیه) برای ورود دومین تابش و راه اندازی کانال توقف صبر می‌کنیم. هرچه این زمان طولانیتر باشد، احتمال تولید یک همفرودی شانس در اثر تابش هسته دیگر بیشتر می‌شود. (در این بحث فرض می‌کنیم که فاصله زمانی بین گسیل دو تابش از هسته ناچیز است. موردی را که این نکته در آن صادق نیست در قسمت بعد بررسی می‌کنیم.) طیف ارتفاع تب، به تشخیص همفرودیهای حقیقی و شانس فقط تاحدی کمک می‌کند. ارتفاعهای تب، و در نتیجه تفاوت‌های زمانی، متناظر با علائم شروع و توقف همفرودیهای حقیقی دارای ارتباط زمانی ثابت و مشخصی هستند. همفرودیهای شانس که نماینده گسیل از چشمه‌های مختلف اند ارتباط زمانی معینی ندارند. اگر آهنگ و اباشی چشمه تغییر نکند، احتمال گسیل دومین تابش (از یک هسته دیگر) به دنبال اولین تابش در تمام لحظات یکسان خواهد بود. همفرودیهای شانس گستره یکنواختی از



شکل ۲۹۰۷ نمودار ساده دستگاهی که برای تعیین همفرودی زمانی دو تایش حاصل از چشمه (یعنی، اینکه آیا فاصله زمانی آنها به اندازه کافی کوتاه است تا سرچشمه گرفتن آنها را از یک هسته درگسیل پیاپی توجیه کند) به کار می‌رود. زمان خیز کوتاه علامت ناشی از هر تقویت کننده اولیه سبب راه اندازی یک مدار تنظیم زمان می‌شود. علائم سریع تنظیم زمان سبب شروع و توقف کار یک مبدل زمان به دامنه (TAC) می‌شود که ارتفاع تپ خروجی ΔV آن با اختلاف زمان بین شروع و توقف تپها متناسب است. طیف ارتفاع تپها (و در نتیجه زمانها) را می‌توان روی MCA نمایش داد.

ارتفاع تپ را تولید می‌کنند، درحالی که همفرودیهای حقیقی ارتفاع تپ منحصر به فردی را به وجود می‌آورند. نمونه‌ای از طیف مبدل زمان به دامنه قابل مشاهده روی صفحه نمایش تحلیلگر بس کاناله را در شکل ۳۰۰۷ نشان داده‌ایم.

شکل ۳۰۰۷ (الف) نتیجه مورد انتظار از آشکارسازها و الکترونیک ایده‌آل را



شکل ۳۰۰۷ (ب) طیف مبدل زمان به دامنه برای همفرودیهای حاصل از (الف) آشکارساز ایده‌آل و (ب) آشکارساز واقعی. ارتفاع تپ (که مشابه تمام طیفهای MCA در امتداد محور افقی، قرار می‌گیرد) تفاوت زمانی دو تپ را به دست می‌دهد. بی‌دقتی زمان در آشکارسازهای واقعی قله همفرودی را پهن می‌کند. مساحت زیر منحنی در ناحیه ۱ مجموع همفرودیهای حقیقی و شانس را به دست می‌دهد. اگر زمینه تخت باشد، ناحیه ۲ همفرودیهای شانس را نشان می‌دهد و تفاضل دو ناحیه نمایانگر همفرودیهای حقیقی است.

نشان می‌دهد که در آن علامت زمانی بی‌هیچ ابهام و عدم قطعیتی از تابش فرودی گرفته می‌شود. آشکارسازهای واقعی و الکترونیک وابسته به آنها نتیجه پیچیده‌تری را نشان می‌دهند (مثلاً در اثر نوفه الکترونیکی، و یا در اثر مشکلات ناشی از راه‌اندازی مدار تنظیم زمان با استفاده از تپ تقویت کننده اولیه). طیف زمانی حاصل از آشکارساز واقعی در شکل ۳۰.۷ (ب) نشان داده شده است. در این مورد قله تیز هم‌فروندهای حقیقی پهن شده است، و پهنای آن مشخصه تفکیک زمانی τ آشکارساز و دستگاه الکترونیکی است. برای تعیین آهنگ گسیلهای هم‌فروند، می‌توانیم نواحی ۱ و ۲ را در شکل ۳۰.۷ (ب) به‌طور الکترونیکی تعیین کنیم و با استفاده از تفاوت سطح آنها (در صورت اطمینان از تخت بودن هم‌فروندهای شانس) قله هم‌فروندی حقیقی را به دست آوریم.

با استفاده از این روش، همواره می‌توانیم هم‌فروندهای شانس را تصحیح کنیم. ولی اگر آهنگ هم‌فروندهای شانس بسیار بالا باشد، خطاهای آماری تولید شده در اثر تفریق دو کمیت بزرگ و تقریباً مساوی می‌تواند منجر به یک آهنگ هم‌فروندی حقیقی با خطای نسبتاً بزرگ شود. بنابراین، معمولاً توصیه می‌شود که آهنگ هم‌فروندهای شانس به کمترین سطح ممکن تقلیل یابد. این کار به دو طریق امکان پذیر است: (۱) چون آهنگ هم‌فروندی شانس به انطباق کاتوره‌ای دو تپ بستگی دارد، مقدار آن متناسب با مجذور اکتیوینت چشمة افزایش می‌یابد. برای مثال، دو برابر کردن اکتیوینت، آهنگ هم‌فروندی حقیقی را دو برابر و آهنگ هم‌فروندی شانس را چهار برابر می‌کند. بنابراین کاهش اکتیوینت، آهنگ هم‌فروندهای شانس را کم می‌کند. از طرف دیگر، کاهش بیش از اندازه آن می‌تواند آهنگ هم‌فروندهای حقیقی را به اندازه‌ای کم کند که سبب نقصان دقت آماری شود. بنابراین در تنظیم اکتیوینت چشمة باید جانب اعتدال را رعایت کرد. (۲) بهینه‌سازی آشکارساز و دستگاه الکترونیکی می‌تواند تفکیک زمانی قله هم‌فروندی حقیقی را در شکل ۳۰.۷ (ب) کاهش دهد، که این امر به معنای کاهش مشابه در هم‌فروندهای شانس زمینه است که باید شمرده شود. تفکیک زمانی در نهایت به تأثیر نوفه کاتوره‌ای در آشکارساز و دستگاه الکترونیکی و یا به تأثیر این نوفه در تغییرات زمان لازم برای گردآوری بار الکترونی آشکارساز، که مولد تپ تقویت کننده اولیه است، بستگی دارد. در آشکارسازهای ژرمانیم، مخصوصاً بلورهای با حجم بزرگی که در حال حاضر برای آشکارسازی پرتو گاما به کار می‌روند، زمان گردآوری بار در حجم آشکارساز می‌تواند تفکیک را به حدود 10 ns تقلیل دهد. برای آشکارسازهای کوچک NaI با تکثیر کننده‌های فوتونی سریع، مقادیر تفکیک در گستره 1 ns است، و در سوسوزنهای پلاستیکی مقادیر کوچکتر حدود 100 ps هم امکان پذیر است.

۸.۷ اندازه‌گیری طول عمرهای هسته‌ای

روشهای اندازه‌گیری طول عمرهای هسته‌ای به اندازه خود این طول عمرها، که در گستره‌ای از 10^{15} سال برای بعضی ایزوتوپهای پرتوزای طبیعی تا کمتر از 10^{-15} s برای حالت‌های برانگیخته کم عمر قرار می‌گیرند، متنوع‌اند. جستجو برای واپاشی پنازای دوگانه (فصل ۹

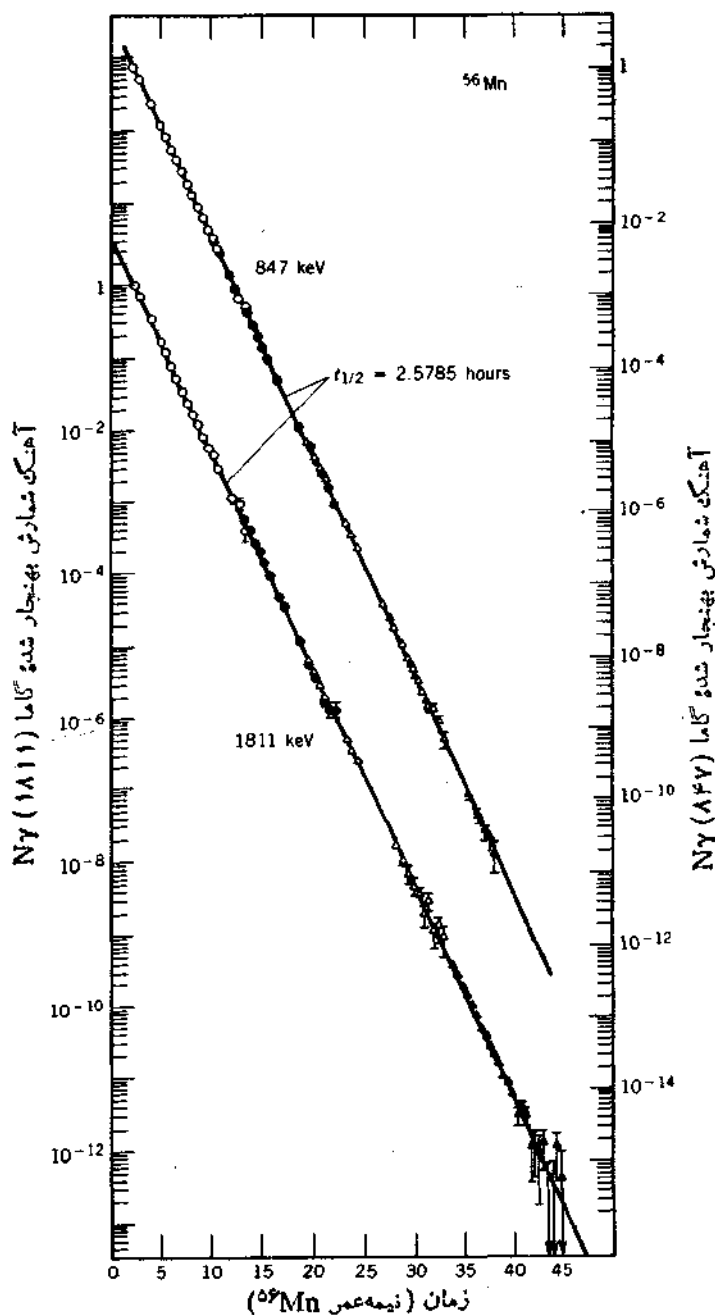
را ببینید) در گستره طول عمرهای حدود 10^{20} سال ادامه دارد، و فروپاشی هسته‌های بسیار ناپایداری مانند ${}^8\text{Be}$ یا ${}^5\text{He}$ در گستره طول عمرهای 10^{-16} تا 10^{-20} ثانیه اتفاق می‌افتد. در اینجا روشهای غیر متداول را برای این حالت‌های خاص بررسی نخواهیم کرد، بلکه فقط چند نمونه از روشهایی را بررسی خواهیم کرد که برای اندازه‌گیری طول عمرهای عادی در مطالعه واپاشیهای هسته‌ای به کار می‌روند.

مسلماً سراسر ترین روش، مشاهده کاهش نمایی اکتیویته بر حسب زمان است که در شکل ۱.۶ نشان داده شده است. رسم اکتیویته λ بر حسب t در مقیاس نیمه‌لگاریتمی مستقیماً ثابت واپاشی λ و در نتیجه نیمه عمر را به دست می‌دهد. برای نیمه‌عمرهای در گستره دقیقه تا ساعت، این روش آزمایشگاهی بسیار ساده است. می‌توانیم از تابش خاصی استفاده کنیم و شمارش در زمان معین را به کمک شمارنده تعیین کنیم. این روش را می‌توان برای نیمه‌عمرهای در گستره سال نیز به کار برد، اگرچه دنبال کردن واپاشی برای چند نیمه‌عمر کار چندان ساده‌ای نیست. با رسیدن به نیمه‌عمرهای بسیار طولانیتر، این روش غیر عملی می‌شود. مثالی از این روش مستقیم در شکل ۳۱.۷ نشان داده شده است.

برای نیمه‌عمرهای بسیار طولانی، استفاده از روش اکتیویته ویژه مناسبتر است. (اکتیویته ویژه، مقدار اکتیویته ناشی از هر واحد ماده است که با یکایی مانند کوری بر گرم بیان می‌شود) در اینجا می‌توان مستقیماً از رابطه $\lambda N = A$ استفاده کرد. مقدار λ را با شمارش واپاشیهای گسیل شده در زمان معین و N (تعداد هسته‌های رادیواکتیو) را با روش تحلیل شیمیایی یا طیف‌سنجی جرم می‌توان تعیین کرد.

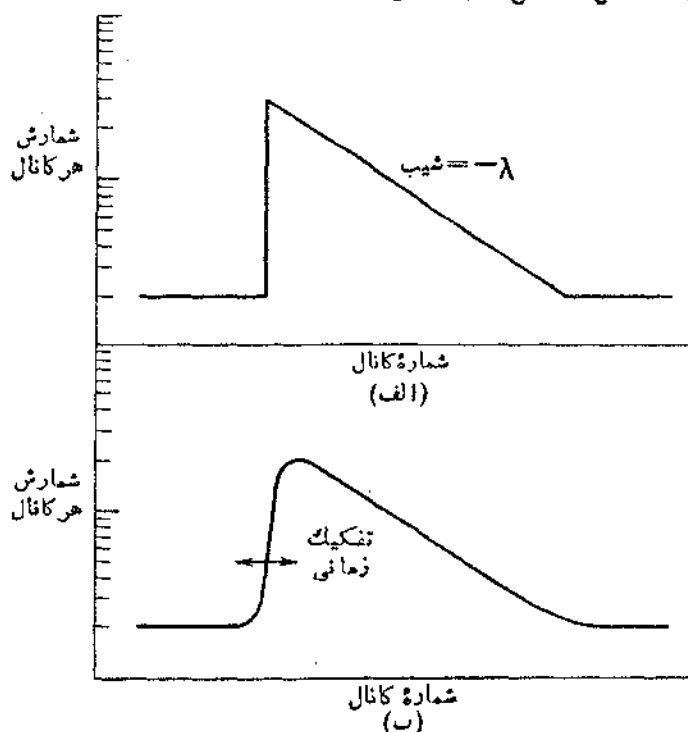
برای نیمه‌عمرهای کوتاهتر از دقیقه، دیگر نمی‌توان λ را بر حسب t اندازه گرفت. یعنی اگر واپاشی مثلاً با نیمه عمر ۱۵ ثانیه انجام شود، فرصت آن را نخواهیم داشت که اطلاعات مربوط به یک نقطه را گردآوری و قبل از نابودی کامل نمونه شمارنده را برای شمارش بعدی آماده کنیم. در این گستره، می‌توان از یکی از امکانات موجود در تحلیلگرهای بس‌کاناله که شمارش چندگانه نامیده می‌شود استفاده کرد. در این روش، MCA به جای یک تب خطی یک تب منطقی را می‌پذیرد. یک زمان درنگ قابل تنظیم توسط آزمایش‌کننده تعیین می‌شود. دستگاه MCA از کانال ۱ شروع می‌کند و تعداد تپهای منطقی را در زمان درنگ می‌شمارد، سپس به کانال ۲ می‌رود و این چرخه را تکرار می‌کند. بنابراین، دستگاه MCA کار شمارش و خواندن تمام شمارنده‌ها را انجام می‌دهد، و بدین سان می‌توانیم منحنیهای واپاشی را مشابه شکل ۱.۶ روی صفحه نمایش مشاهده کنیم.

اساساً می‌توانیم این روش را به نیمه‌عمرهای کوتاه و کوتاهتر نیز گسترش دهیم، ولی در زمانهای حدود 10^{-28} به بن‌بست می‌رسیم. بیشتر آشکارسازهای تابش نمی‌توانند آهنگ شمارش بیش از $10^5/s$ را تحمل کنند. اگر زمان درنگ برابر 10^{-28} باشد، بیشترین شمارش ممکن در هر کانال در حدود ۱۰۰ خواهد بود؛ و چون خطای هر کانال از مرتبه $\sqrt{100}$ یا ۱۰٪ است، خطای نیمه‌عمر در این روش خیلی زیاد خواهد شد. اگر برای تعیین فاصله زمانی بین تشکیل یک حالت هسته‌ای و واپاشی آن روش



شکل ۳۹.۷ اندازه گیری مستقیم نیمه عمر با استفاده از کاهش اکتیویته بر حسب زمان. اطلاعات حاصل از دو پرتو گامای مختلف ناشی از واپاشی ^{56}Mn بر حسب زمان، طی ۴۵ نیمه عمر، روی کاغذ نیمه لگاریتمی رسم شده است. طی این دوره آهنک شمارش در حدود ۱۳ مرتبه بزرگی تغییر می کند.

دقیقی در اختیار داشته باشیم، می توانیم نیمه عمرهای کوتاهتر از 10^{-3} s را هم تعیین کنیم. تشکیل يك حالت را با مشاهده تابشی که به آن حالت منجر می شود می توان فهمید. بنابراین می توانیم بین تابشی که تشکیل يك حالت را نشان می دهد و تابش ناشی از واپاشی آن يك آزمایش همگامی ترتیب دهیم. ساده ترین راه حصول این هدف، استفاده از مبدل زمان به دامنه (TAC) است که در شکل ۳۰.۷ برای مواردی که نیمه عمر در مقایسه با تفکیک زمانی کوتاه است، نشان داده شده است. اگر نیمه عمر قابل مقایسه با تفکیک زمانی یا طولانیتر از آن باشد، طیف TAC شواهدی دال بر کاهش نمایی عادی را که در تمام سیستمهای رادیواکتیو دیده می شود نشان خواهد داد. یعنی احتمال بقای حالت در طول زمان پس از تشکیل آن با افزایش زمان به طور نمایی کاهش می یابد. بنابراین، بیشترین احتمال این است که تابش دوم را در زمان کوتاهی پس از تشکیل آن حالت مشاهده کنیم؛ هر چه بیشتر صبر کنیم، احتمال بقای آن حالت کمتر می شود و تابشهای دوم کمتری را می شماریم. طیف TAC حاصل در شکل ۳۲.۷ نشان داده شده است.

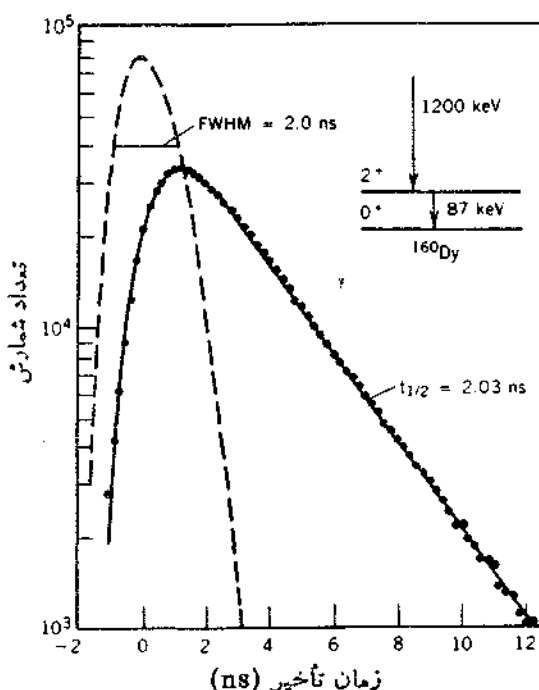


شکل ۳۲.۷ اگر حالت هسته ای بین اولین و دومین تابش در مقایسه با تفکیک زمانی دارای نیمه عمر خیلی کوتاه نباشد، کاهش نمایی آن قابل مشاهده می شود. این طیفهای TAC را برای مشاهده اثر واپاشی حالت (الف) آشکارساز ایده آل، (ب) آشکارساز حقیقی، باید با شکل ۳۰.۷ مقایسه کرد.

این آزمایش، چگونگی کاربرد همفرودی تأخیری را نشان می‌دهد. نمونه‌ای از نتایج تجربی حاصل از این روش در شکل ۳۳.۷ نشان داده شده است.

محدودیت استفاده از روش همفرودی تأخیری در قابلیت تشخیص منحنیهای آبی و تأخیری مطابق شکل ۳۳.۷ است. یعنی، تفکیک زمانی باید کوچکتر از نیمه عمر باشد. تفکیک زمانی Ge در حدود ۱۰ ns و NaI(Tl) در حدود ۱ ns، و سوسوزنهای پلاستیکی در حدود ۱ ns است. با اندازه گیری دقیق می‌توان روش همفرودی تأخیری را برای نیمه عمرهای کمتر از ۱۰ ps گسترش داد، ولی گستره اصلی کاربرد آن از 10^{-3} تا 10^{-11} s است.

برای نیمه عمرهای کوتاهتر، فنون همفرودی قابل استفاده نیستند و باید از روشهای دیگر استفاده کرد. بعضی از این روشها شامل اندازه گیری احتمال برانگیزش يك حالت هسته‌ای از حالت پایه از طریق جذب تابش الکترومغناطیسی است. نمونه‌هایی از این



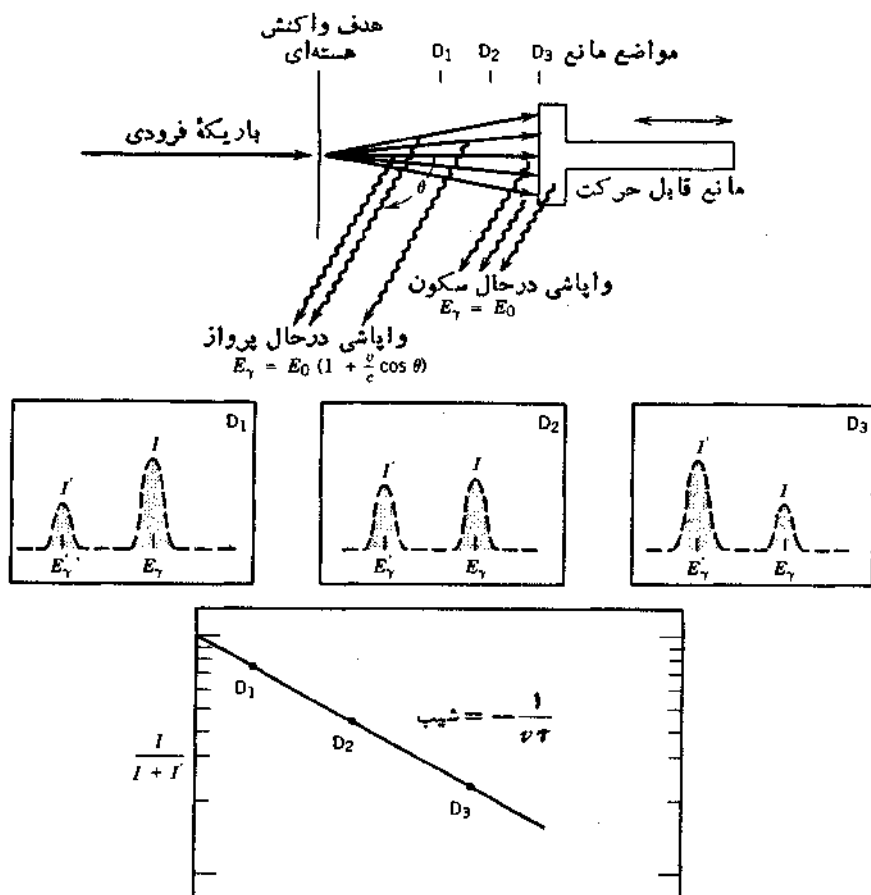
شکل ۳۳.۷ نمونه‌ای از اندازه گیری نیمه عمر با روش همفرودی تأخیری. منحنی خطچین پاسخ انتظاری را برای دو تابشی که به طور لحظه‌ای گسیل می‌شوند، یعنی در يك فاصله زمانی که در مقایسه با تفکیک زمانی دستگاه (۲ ns) کوتاه است، نشان می‌دهند. این همان منحنی به اصطلاح «آبی» است. منحنی تأخیری، گرد شدن ناشی از تفکیک زمانی محدود را مشابه شکل ۳۲.۷ نشان می‌دهد. قسمت خطی نمودار نیمه لگاریتمی، برای اولین حالت برانگیخته ^{160}Dy با انرژی ۸۷ keV، نیمه عمری برابر 2.03 ± 0.02 ns به دست می‌دهد.

آزمایشها را در بخشهای ۱۰، ۱۱ و ۱۲ (جلد دوم، ترجمه فارسی) مورد بررسی قرار خواهیم داد. سایر فنون، اغلب در مورد هسته‌هایی که در واکنشهای هسته‌ای تولید می‌شوند به کار می‌روند. هسته‌های حاصل از واکنش، از محیط هدف به خارج منتقل می‌شوند. اگر این هسته‌ها در حالت برانگیخته تشکیل شده باشند، ممکن است در ضمن پرواز پرتوهای گاما نیز از آنها گسیل شوند. این پرتوهای گاما دارای انتقال دوپلر خواهند بود. اگر باریکه‌های پرتوهای پس‌زن (در اثر برخورد با یک هدف جامد) متوقف شود، هسته‌های باقیمانده در حال سکون و پاشیده می‌شوند و انرژی آنها در اثر انتقال دوپلر تغییر نمی‌کند. بنابراین دو قله پرتو گاما، یکی با انرژی منتقل شده و دیگری با انرژی منتقل نشده، مشاهده می‌کنیم. نسبت شدنهای دو قله به مسافت پیش از توقف هسته‌های پس‌زده بستگی دارد. (اگر مسافت کوتاه باشد، هسته‌های کمتری در حال پرواز و پاشیده خواهند شد.) شکل ۳۴.۷ نمایش ساده‌ای از این آزمایش و نتیجه آن را نشان می‌دهد. کسر پرتوهای گاما در قله منتقل نشده با مساحت پس‌زنی به‌طور نمایی بستگی دارد، و این امر به‌نوبه خود نیمه‌عمر تراز برانگیخته را تعیین می‌کند. این روش برای گستره ۱۰-۱۵ تا ۱۲-۱۵ مفید است. در کمتر از ۱۲-۱۵ s، فاصله پس‌زنی به قدری کوتاه است که این روش به آسانی قابل استفاده نیست. (برای نمونه نوکلئون غیر نسبیتی با $c = 0.91v$ ، مسافت طی شده در ۱۲-۱۵ s برابر ۵۳ mm است.) در عوض، در یک روش دیگر به‌هسته پس‌زن پس از واکنش اجازه نفوذ در جسم جامدی که به‌هدف چسبیده است داده می‌شود. هسته بلافاصله شروع به کند شدن می‌کند و بالاخره متوقف می‌شود. سرعت آن به‌طور پیوسته کم می‌شود، و بنابراین انرژی گامای گسیل شده به‌طور پیوسته از مقدار بدون انتقال تا مقدار انتقال یافته تغییر می‌کند. با درک سازوکار کاهش انرژی در برخورد با ماده مورد گذار، و با استفاده از، نمایه این توزیع انرژی می‌توان طول عمر مورد نظر را به دست آورد. این روش را می‌توان برای طول عمرهای کوتاه تا حدود ۱۵-۱۰ s به کار برد. در شکل ۳۵.۷ کاربرد هر دو روش نشان داده شده است.

۹.۷ سایر انواع آشکارساز

طیف‌سنجیهای مغناطیسی

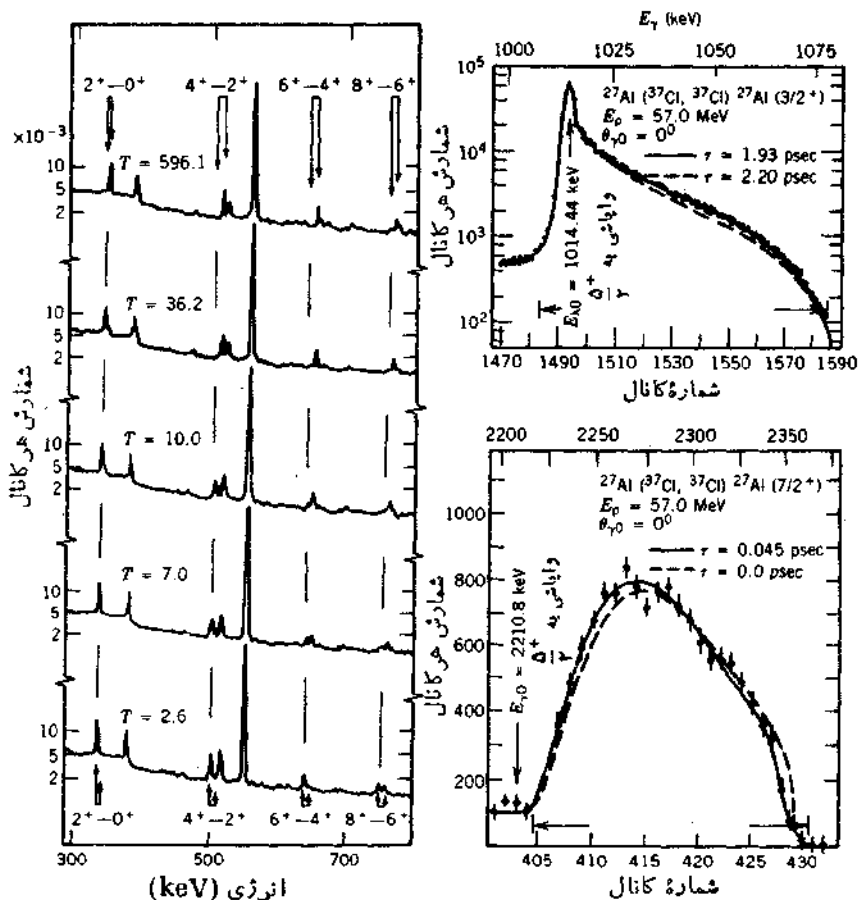
در اندازه‌گیریهای اپتیکی، برای پاشیدگی نور و تجزیه آن به طول موجهای تشکیل‌دهنده از تسوری پراش استفاده می‌کنیم. بدین طریق جداسازی فضایی طول‌موجها امکان‌پذیر می‌شود، یعنی طول موجهای مختلف در مکانهای مختلف ظاهر می‌شوند، و بدین ترتیب می‌توانیم اثر آنها را روی فیلم عکاسی ثبت کنیم (در طیف‌نگار) و یا شدت آنها را به کمک یک شکاف و یک وسیله فوتوالکتریک (در یک طیف‌سنج) تعیین کنیم. هدف از طرح یک دستگاه برای این اندازه‌گیریها، چنانکه در بسیاری از کتابهای مقدماتی بحث شده است، رسیدن به توان تفکیک بالا (که به صورت $\lambda/\Delta\lambda$ تعریف می‌شود و قابلیت تفکیک طول موجهای نزدیک به λ را با تفاوت $\Delta\lambda$ نشان می‌دهد) و پاشندگی زیاد است (که به صورت $\Delta\theta/\Delta\lambda$ یا



شکل ۳۴.۷ نمایش ساده‌ای از روش پس‌زنی دوپلر برای اندازه‌گیری طول عمر، هسته‌های واپاشنده توسط آشکارسازی که محور آن با جهت پس‌زنی زاویه θ می‌سازد مشاهده می‌شوند. حرکت مانع، تعداد نسبی واپاشیهای در حال پرواز و سکون را تغییر می‌دهد، که با استفاده از آن می‌توان عمر میانگین واپاشی را تعیین کرد.

جدایی زاویه‌ای $\Delta\theta$ در فاصله واحد طول موج $\Delta\lambda$ تعریف می‌شود.

همین اهداف در طرح طیف‌سنجیهای مغناطیسی برای ذرات باردار نیز وجود دارند. یعنی ما بایم وسیله‌ای با باشندگی زیاد و تفکیک کوچک در اختیار داشته باشیم. (تعریف تفکیک یکی از موارد متعدد اختلاف اصطلاحات بین فیزیکدانهای اتمی و هسته‌ای است. توان تفکیک یک توری، $\lambda/\Delta\lambda$ ، باید یک عدد بزرگ باشد؛ درحالی که تفکیک یک آشکارساز هسته‌ای، $\Delta E/E$ باید حتی الامکان کوچک باشد. این دو بیان معادل یکدیگرند ولی با عبارات متفاوت مطرح شده‌اند. طبق هردو بیان، تابش تکفام فرودی بر یک وسیله باید با



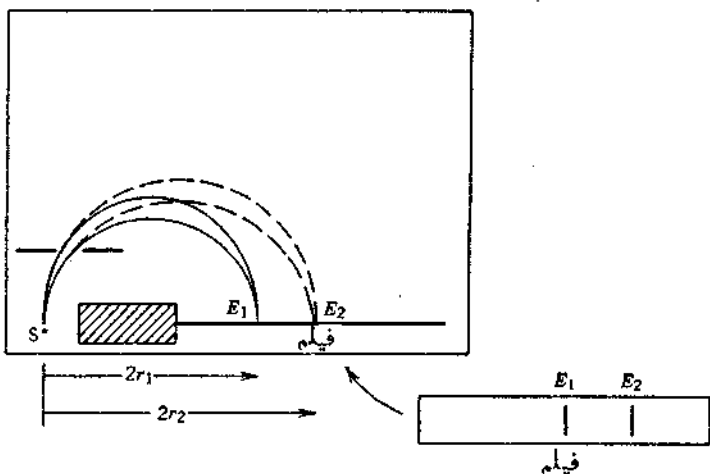
شکل ۳۵.۷ روشهای انتقال دویبلر برای تعیین طول عمر، در قسمت چپ اطلاعات خام از گذارهای حالت پایه نوار چرخشی (2^+ , 4^+ , 6^+ و 8^+) نشان داده شده است. محل گذارهای منتقل شده و منتقل نشده در بالا و پایین علامت گذاری شده است. این اطلاعات با آشکارساز تحت زاویه 0° و با ترتیب هندسی شکل ۳۴.۷ گرفته شده اند. به همین دلیل، خط انتقالی به جای انرژی کمتر دارای انرژی بیشتر است. طیفهای مختلف در فواصلی ازمانع که متناظر با زمانهای پرواز 2.6 تا 596 ps بوده اند گرفته شده اند. نیمه عمرهای استنتاجی به ترتیب برای $0^+ \rightarrow 2^+$ برابر 56 ± 19 ps برای $2^+ \rightarrow 4^+$ برابر 8 ± 0.57 ps برای $4^+ \rightarrow 6^+$ برابر 5 ± 0.27 ps برای $6^+ \rightarrow 8^+$ کمتر از 2.6 ps است. در قسمت راست دومورد نشان داده شده اند که در آنها طول عمر به قدری کوتاه است که نمی توان از روش پس زنی استفاده کرد. خط متناظر به قله انرژی گاما در تمام منطقه انرژی منتقل شده و منتقل نشده پهن شده است. نیمه عمر نمونه بالایی در حدود 50 ± 0.33 ps و نیمه عمر نمونه پایینی در حدود 13 ± 0.25 ps به دست می آید.

کمترین گستردگی ممکن در انرژی یا طول موج از آن خارج شود). همین‌طور مایلم که دستگاه اندازه‌گیری از بیشترین بازده ممکن برخوردار باشد. در مورد ذرات باردار، علاقه‌مندیم که ذرات تک انرژی متحرک در جهات مختلف را در یک مکان مشترک در وسیله خروجی جمع‌آوری کنیم.

طرح طیف‌سنجیهای مغناطیسی با طرح طیف‌سنجیهای جرمی که در بخش ۲۰۳ مورد بررسی قرار گرفت و در شکل ۱۳.۳ نشان داده شد، نقاط مشترک بسیار دارد.

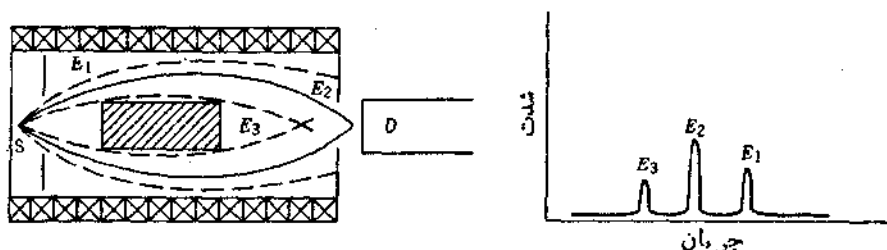
طرزکار اساسی طیف‌سنجیهای مغناطیسی به قدری مشابه یکدیگر است که ما در اینجا فقط مشخصات کلی طرزکار آنها را شرح می‌دهیم و بحث درباره طرح و ساختمان آنها را به کارهای مفصل‌تر وامی‌گذاریم. اصول اساسی این وسایل در شکل ۳۶.۷ نشان داده شده است. فرض کنید که چشمه رادیواکتیو دو تابش متمایز با انرژیهای E_1 و E_2 (به عنوان مثال، دو دسته ذره آلفا) گسیل می‌کند. بدیهی است که این ذرات در جهات مختلف گسیل می‌شوند. در میدان مغناطیسی یکنواخت، این ذرات مسیرهای دایره‌ای دارند که در آنها حاصلضرب $B\rho$ تکانه ذرات را مشخص می‌کند [معادله (۲۰.۳)]. برخورد این دو دسته ذره با وسیله ثبتی مانند فیلم عکاسی، دو تصویر مشخص تولید می‌کند. جزئیات دیگر این دستگاه، به طرح میدان مغناطیسی برای پیشینه‌سازی کانونی کنندگی و بهبود تفکیک آن مربوط می‌شود.

یک نمونه از طیف‌سنج الکترونها در شکل ۳۷.۷ نشان داده شده است. میدان مغناطیسی توسط مجموعه‌ای از پیچ‌ها به وجود می‌آید. به ازای جریان معینی که از پیچ‌ها می‌گذرد (و در نتیجه میدان معینی که به وجود می‌آید)، فقط الکترونها با انرژی مشخصی از شکاف



شکل ۳۶.۷ یک طیف‌سنج مغناطیسی ساده. میدان مغناطیسی یکنواخت B بر صفحه کاغذ عمود است. تکانه ذره، شعاع انحنای r مسیر را تعیین می‌کند. یک اثر کانونی کننده هم وجود دارد که ذرات گسیل شده در هر گستره زاویه‌ای کوچک را در یک نقطه مشترک فیلم جمع‌آوری می‌کند.

← 30 cm →



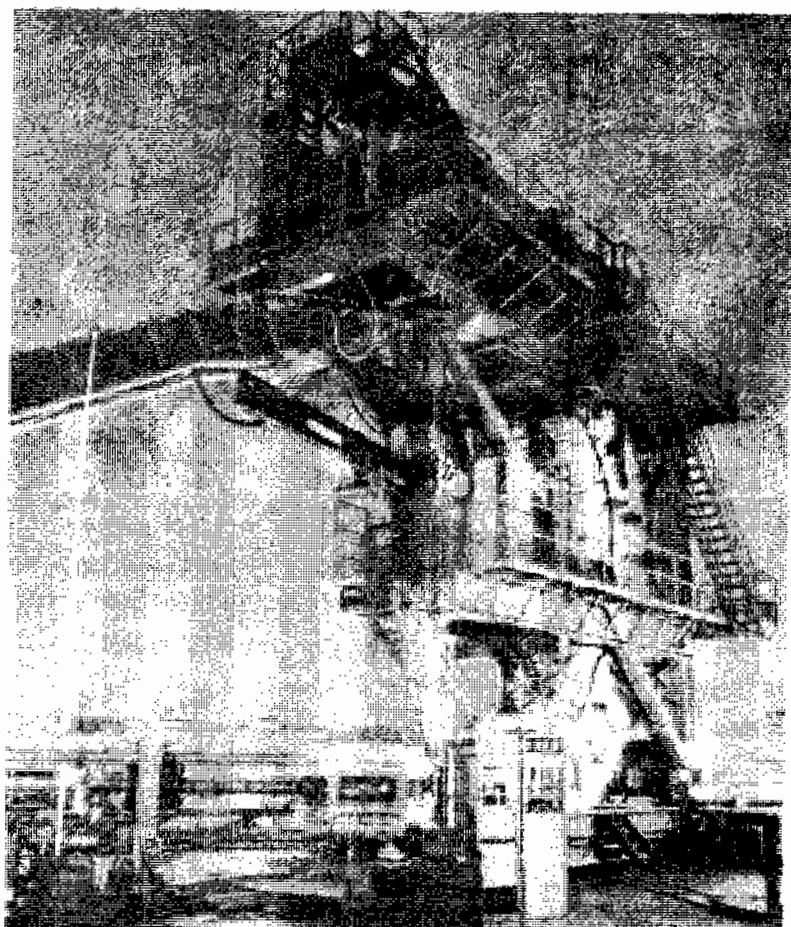
شکل ۳۲.۷ یک طیف سنج با «عدسی» مغناطیسی که برای الکترونها طرح شده است. طرز کار آن بسیار شبیه عدسیهای ایتیکی است. پیچها یک میدان مغناطیسی در امتداد محور دستگاه ایجاد می کنند. ذراتی که انرژی کاملاً مشخص E_p داشته باشند، روی شکاف خروجی کانونی می شوند و به آشکارساز می رسند، ولی ذرات با انرژیهای دیگر ثبت نمی شوند. تغییر جریان پیچها، کانونی کردن گروههای انرژی دیگر و مشاهده آنها را توسط آشکارساز ممکن می سازد.

عبور می کنند و سایر الکترونها از آن رد نمی شوند. شدت الکترونهاي خروجی به ازای جریانهای فرودی مختلف را یک آشکارساز ثبت می کند. تفکیک $\Delta E/E$ قابل حصول برای این وسیله نوعاً کمتر از ۰.۱٪ است، در حالی که بهترین تفکیک برای الکترونها در یک آشکارساز $Si(Li)$ ممکن است در حدود ۰.۵٪ باشد. این بهبود تفکیک، در مطالعات شدت الکترونهاي تبدیل داخلی ناشی از زیر پوسته های مختلف از اهمیت خاصی برخوردار است (بخش ۶.۱۰ را ببینید).

طراحی طیف سنجهای مغناطیسی برای ذرات سنگین، مانند آلفا و پروتون، نیز بر همین اساس است ولی جرم بزرگتر این گونه ذرات باید در ساختمان آنها در نظر گرفته شود. برای خم کردن ذرات سنگین به میدانهای قویتری نیاز است، که این امر معمولاً استفاده از آهنرباهای آهنی را به جای پیچهای حامل جریان ضروری می سازد. با وجود این، شعاع انحنای مسیر ذرات معمولاً بزرگ است و در نتیجه اندازه فیزیکی این وسایل بسیار بزرگتر از طیف سنجهای الکترون می شود. اندازه یک طیف سنج نمونه ممکن است به حدود چند متر، و وزن کل آهن موجود در آن می تواند به ۱۰۰ تن برسد. شکل ۳۸.۷ نمونه ای از طیف سنج مغناطیسی را نشان می دهد که برای ذرات سنگین باردار طرح شده است. تفکیک این دستگاه نیز در حدود ۰.۱٪ یا بهتر است، که با ضریب ۳ تا ۵ بر $Si(Li)$ یا آشکارسازهای سد سطحی برتری دارد.

شمارگر تلسکوپی

یک شمارگر تلسکوپی متشکل از دو یا چند شمارگر است، که در آن تابش مورد نظر به ترتیب از شمارگرها عبور می کند و معمولاً در آخرین شمارگر به طور کامل جذب می شود. برای جذب کامل انرژی ذره، آخرین شمارگر معمولاً دارای بیشترین حجم است؛ بقیه شمارگرهای تلسکوپ بسیار نازک اند، به طوری که ذره فقط کمی از انرژی ΔE را در



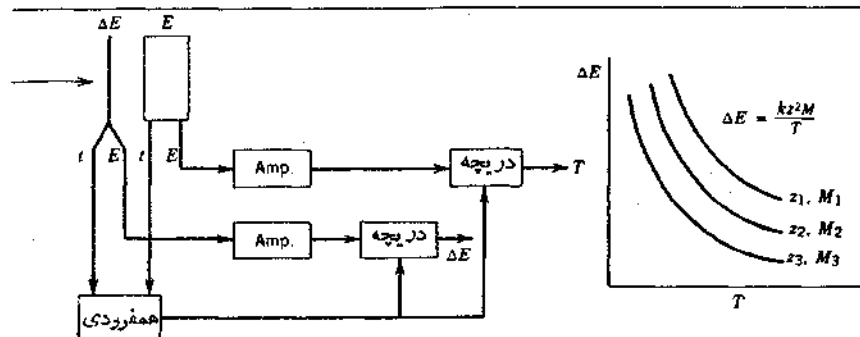
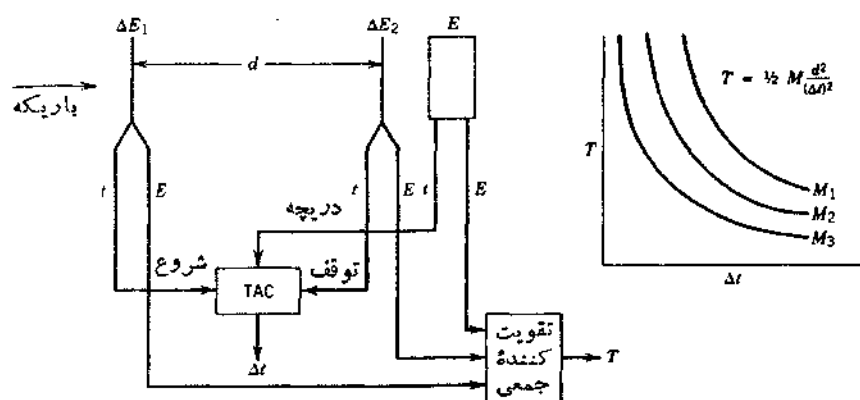
شکل ۳۸۰۷ طیف‌سنج پروتون با تفکیک بالا در آزمایشگاه فیزیک مزونها در لوس آلاموس. باریکه پروتون فرودی از طریق لوله‌های پایینی سمت چپ وارد و در اتاقک هدف در ناحیه مرکزی پراکنده می‌شود. پروتونهای پراکنده دوباره توسط آهنرباهای خم‌کننده عمودی به اندازه 75° منحرف می‌شوند و در قسمت بالایی ساختمان آشکارسازی می‌شوند. تفکیک انرژی برای پروتونهای 800 MeV در حدود 30 keV است.

هریک از آنها از دست می‌دهد. شمارگرهای ΔE معمولاً برای زمان‌سنجی انتخاب می‌شوند. سوسوزنهای پلاستیکی بهترین انتخاب محسوب می‌شوند، زیرا خصوصیات زمان‌سنجی آنها عالی است و به آسانی می‌توان آنها را در اندازه‌ها و به اشکال مختلف مورد نیاز آزمایشها ساخت. در سایر دستگاهها ممکن است از شمارگرهای تناسبی استفاده شود، که به کمک

آنها می توان مسیر ذره را ثبت کرد.

شمارگرهای تلسکوپی موارد استفاده مختلف دارند و می توان آنها را به کمک آشکارسازهای مختلف ساخت. ما فقط یکی از کاربردهایشان، یعنی استفاده از آنها را برای شناسایی ذره مورد بررسی قرار می دهیم. (درباره شمارگرهای تناسبی مکان یاب در قسمت بعدی همین بخش بحث خواهیم کرد.)

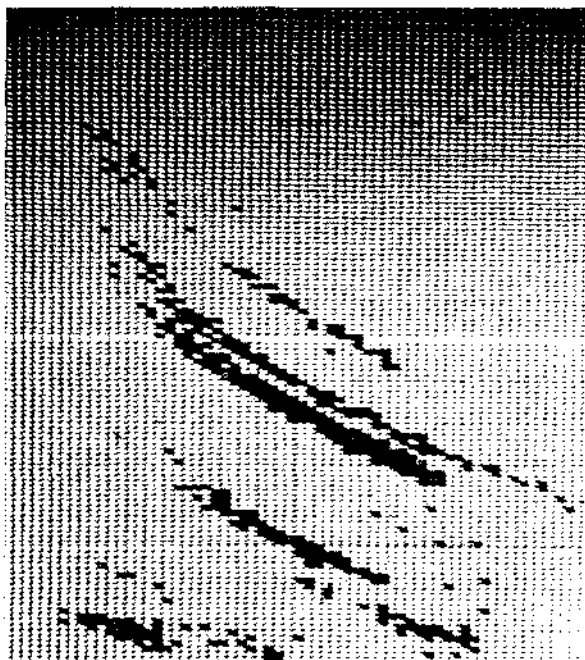
شکل ۳۹.۷ دو تلسکوپ ساده را نشان می دهد که می توانند برای شناسایی ذرات مورد استفاده قرار گیرند. در روش نخست، از دوشمارگر نازک برای استخراج علائم زمانی استفاده می کنیم. این علائم زمانی را می توان با استفاده از يك TAC برای استنتاج زمان لازم برای طی فاصله بین دوشمارگر به کار برد. بدین وسیله می توان سرعت ذره، و چون



شکل ۳۹.۷ دو نمونه مختلف شمارگرهای تلسکوپی. (بالا) در روش زمان پرواز، يك TAC زمان لازم را برای طی مسافت بین دو آشکارساز ΔE اندازه می گیرد، و يك تقویت کننده جمعی، سه مقدار کاهشی انرژی را برای به دست آوردن انرژی ذره جمع می کند. رسم تغییرات انرژی بر حسب ΔE خانواده ای از هذلولیها را تولید می کند که تعیین کننده جرم ذره اند. (پایین) روش $\Delta E, T$ نیز خانواده ای از هذلولیها را به وجود می آورد که z و M را تعیین می کنند.

انرژی جنبشی هم به کمک شمارگر E تعیین می‌شود، جرم ذره را به دست آورد. این روش را روش زمان پرواز می‌نامند که دارای کاربردهایی غیر از شناسایی ذره است. این روش معمولاً در اندازه‌گیری انرژی نوترون به کار می‌رود که برای آنها در شمارگرهای E فوتوپیک به دست نمی‌آید، و از همین رو به طور نسبتاً تقریبی انرژی نوترون تعیین می‌شود (فصل ۱۲، جلد دوم، ترجمه فارسی را ببینید). شکل ۴۰.۷ نمونه‌ای از کاربرد این روش را برای شناسایی محصولات واکنش نشان می‌دهد.

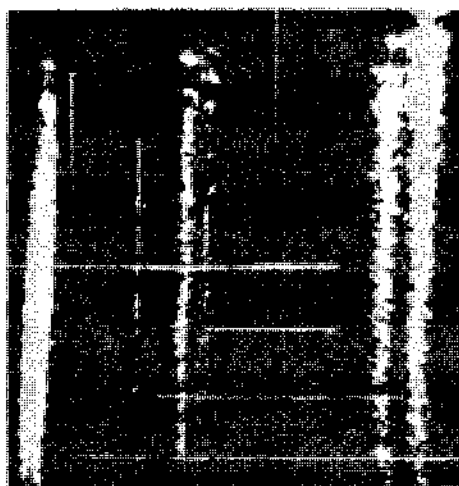
دومین روش متضمن اندازه‌گیری کاهش انرژی در شمارگر نازک است. با استفاده از معادله توان ایستاقندگی بته، معادله (۳.۷)، مشاهده می‌شود که با تقریب خوب داریم $\Delta E \propto v^{-2}$ ، زیرا عوامل درون پرانتز برای ذرات ناسنسیتی کوچک هستند. بنابراین حاصلضرب $\Delta E \cdot T$ برابر kz^2M است که در آن z بار ذره، M جرم آن و k مقداری ثابت است (که به ماده جاذب بستگی دارد). با رسم ΔE بر حسب T خانواده‌ای از هذلولیهای متناظر با مقادیر مختلف z^2M به دست می‌آیند. [معادله (۷.۷) برای الکترون‌ها را می‌توان مشابه ذرات نسبیتی سبک نوشت]. شکل ۴۱.۷ نتایج تحلیل $\Delta E \cdot T$ را برای باریکه‌ای از ذرات نشان می‌دهد.



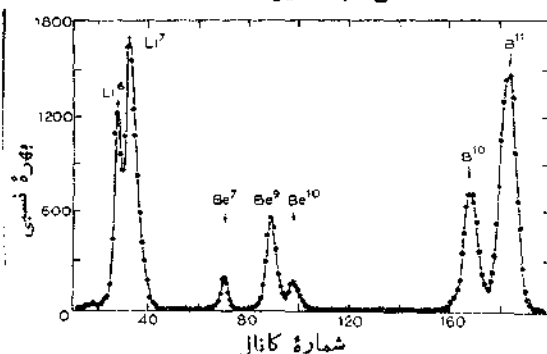
شکل ۴۰.۷ شناسایی ذره به روش زمان پرواز. اطلاعات T بر حسب ΔE درست‌مشابه شکل ۳۹.۷ رسم شده‌اند. هذلولیها از بالا به ترتیب ^{16}O ، ^{13}C ، ^{12}C ، ^7Li ، ^6Li و ^4He را نشان می‌دهند.



ارتفاع تپ آشکارساز E



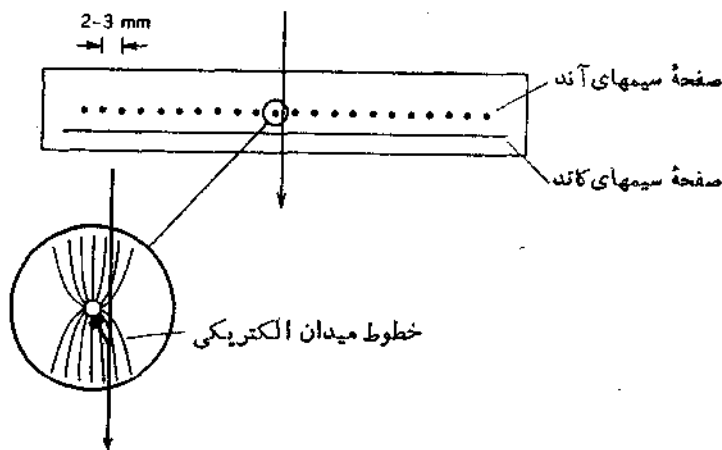
ارتفاع تپ تکثیر کننده



شکل ۴۱.۷ روش $\Delta E \cdot T$ برای شناسایی ذره، در قسمت چپ، نمودارهای هذلولی شبیه شکل ۳۹.۷ نشان داده شده‌اند. در تصویر بالایی سمت راست، اطلاعات با دستورالعمل اندکی متفاوت رسم شده است؛ T روی محور قائم و $\Delta E \cdot T$ روی محور افقی نشان داده شده است. این روش رسم اطلاعات نشان می‌دهد که $\Delta E \cdot T$ واقعاً ثابت است، دو تصویر پایین سمت راست، طیف متناظر با تصویر نشان داده شده است. شماره کانال، ارتفاع تپ حاصل ضرب $\Delta E \cdot T$ را نشان می‌دهد. توجه کنید که این روش ${}^7\text{Li}$ را از ${}^9\text{Be}$ و ${}^{10}\text{Be}$ را از ${}^{10}\text{B}$ جدا می‌کند. اما در روش زمان پرواز که فقط نسبت به جرم حساس است و مستقل از بار است، این نوکلیدها از یکدیگر جدا نمی‌شوند.

شمارگرهای تناسبی چندسیمی

شمارگرهای تناسبی چندسیمی (MWPC) را به عنوان نمونه‌ای از آشکارسازی که نسبت به محل برخورد کَش ذره حساس است، بررسی می‌کنیم. از این آشکارسازها می‌توانیم در



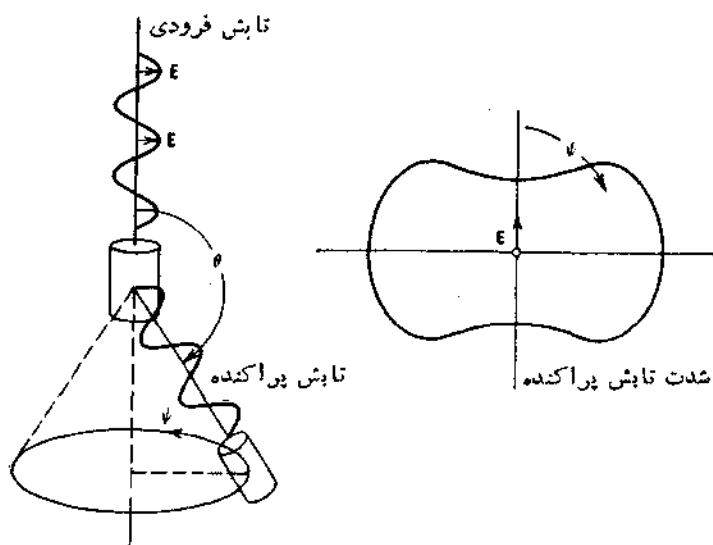
شکل ۴۲.۷ نمودار ساده‌ای از یک شمارگر تناسبی چندسیمی. عبور ذره باردار از مجاورت یکی از سیمهای آند بهمنی به وجود می‌آورد که به عنوان یک علامت منفرد فقط روی همان سیم خوانده می‌شود. بنابراین می‌توان محل ذره را با دقتی در حدود فاصله بین سیمها تعیین کرد. سیمها و پنجره‌های ورودی و خروجی فوق‌العاده نازک‌اند، به طوری که ذره انرژی بسیار کمی را از دست می‌دهد. این آشکارسازها معمولاً در یک تلسکوپ، همراه با یک شمارگر ضخیم E که در قسمت انتهایی انرژی ذره را تعیین می‌کند، به کار می‌روند.

یک ترتیب تلسکوپی برای نقشه برداری از مسیر ذره حاصل از یک واکنش هسته‌ای استفاده کنیم. معمولاً یک شمارگر MWPC (شکل ۴۲.۷) در اساس از دو صفحه سیمهای جداگانه آند و کاتد تشکیل شده است، که به فاصله ۲ تا ۳ mm از یکدیگر قرار گرفته‌اند. حجم خود شمارگر ممکن است به 1 m^3 برسد. ذره باردار در عبور از اتاقک با یونشهایی که تولید می‌کند سبب ایجاد بهمنی از یونش در حوالی یکی از سیمها می‌شود. سیمها به طور جداگانه بررسی می‌شوند، و بدین سان با استفاده از علائم خروجی می‌توانیم محل ذره را با دقتی در حدود فاصله بین سیمها (۲ تا ۳ mm) مشخص کنیم.

قطب‌سنجها

اغلب می‌خواهیم قطبیدگی تابش مورد مشاهده را اندازه بگیریم. برای ذرات با اسپین $1/2$ ، مانند الکترون‌ها و نوکلئون‌ها، قطبیدگی به معنی جهت بالا یا پایین مؤلفه اسپین نسبت به یک محور خاص است. برای فوتونها، معمولاً قطبیدگی خطی کلاسیک مورد نظر است که به کمک بردار $\mathbf{E}$ میدان تابش الکترومغناطیسی تعیین می‌شود.

پراکندگی کامپتون فوتونها، چنانکه در شکل ۴۳.۷ نشان داده شده است، فزاینده و وابسته به قطبش است. با مشاهده شدت تابش پراکنده در نقاط مختلف حول پراکنده، می‌توانیم

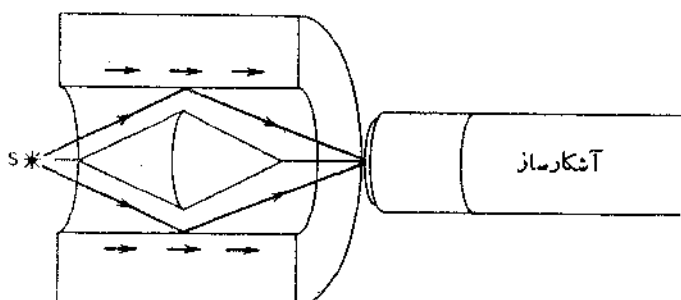


شکل ۴۳.۷ يك قطب‌سنج کامپتون. با حرکت آشکارساز در مختصات استوانه‌ای و به ازای مقادیر مختلف θ ، شدت تابش پراکنده به علت بستگی فرایند پراکندگی کامپتون به قطبیدگی تغییر می‌کند. با اندازه‌گیری شدت تابش پراکنده در دو یا چند زاویه θ ، می‌توان صفحه قطبش (یا راستای E) را استنتاج کرد.

قطبیدگی خطی تابش فرودی را تعیین کنیم. روش دیگر، که غالباً برای اندازه‌گیری قطبش دایره‌ای به کار می‌رود، بر مبنای احتمال پراکندگی فوتونها از الکترونهاي قطبیده مواد مغناطیسی است. در این مورد، قطبیدگی با استفاده از تفاوت شدت تابش پراکنده در اثر وارونی میدان، تعیین می‌شود (شکل ۴۴.۷).

در اندازه‌گیری قطبیدگی ذرات با اسپین $1/2$ نیز از آزمایش پراکندگی استفاده می‌کنیم. می‌دانیم که پراکندگی الکترونهاي قطبیده از الکترونهاي قطبیده (موجود در مواد مغناطیسی) قویاً به موازی بودن یا پادموازی بودن اسپینهای آنها بستگی دارد. اصل پاؤلی مانع از پراکندگی در آرایش موازی است، و در نتیجه پراکندگی در آرایش پادموازی به شدت مرجح است. (نسبت سطح مقطعهای پراکندگی موازی به پادموازی در انرژیهای کم در حدود ۱ تا ۱۰ است.) در پراکندگی پوزیترون-الکترون، اصل پاؤلی به کار نمی‌رود و در انرژیهای کم مقدار سطح مقطعها با هم برابر است.

قطب‌سنجهای نوکلئونی با استفاده از وابستگی پراکندگی هسته‌ای به اسپین، که در فصل ۴ مورد بحث قرار گرفت، کار می‌کنند. در اینجا احتیاجی به پراکندگی اسپینهای قطبیده (چنانکه در مورد الکترونها انجام شد) نداریم. برهم‌کش اسپین-مدار هسته‌ای سبب



شکل ۴۴.۷ فرایند پراکندگی کامپتون به قطبیدگی الکترونیهای ماده پراکننده نیز بستگی دارد. در اینجا ماده پراکننده آهن آهنربا شده است. وارون‌سازی جهت مغناطیس (با معکوس کردن جریان آهنربای الکتریکی) سبب تغییر شدت تابش مشاهده شده توسط آشکارسازی می‌شود، که با استفاده از آن می‌توان قطبش دایره‌ای را تعیین کرد.

وابستگی سطح مقطع به اسپین می‌شود، و تعیین قطبیدگی با استفاده از پراکندگی نوترون‌ها یا پروتون‌ها توسط هدف بدون اسپینی مانند ^4He کاملاً قابل قبول است. معمولاً از این روش برای تحلیل قطبیدگی محصولات واکنشهای هسته‌ای استفاده می‌شود، که آن را در فصل ۱۱ (جلد دوم، ترجمه فارسی) مورد بحث قرار خواهیم داد.

مراجع مطالعات تکمیلی

برای یافتن مقالات جامع و روزآمد درباره آشکارسازهای تابش هسته‌ای به کتابهای زیر رجوع کنید:

Glenn F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement* (New York: Wiley, 1979),

J. B. A. England, *Techniques in Nuclear Structure Physics* (New York: Wiley, 1974).

مشخصات تعداد بسیار زیادی از مراجع و مقالات بدیع را می‌توان در این کتابها پیدا کرد. مرور خیلی جالبی از طیف‌سنجیهای مغناطیسی را می‌توان در کتاب دوم خواند.

سایر مراجع و کتابهای درسی عمومی در این زمینه عبارت‌اند از

G. G. Eichholz and J. S. Poston, *Principles of Nuclear Radiation Detection* (London: Butterworths, 1980),

R. E. Lapp and H. L. Andrews, *Nuclear Radiation Physics*, 4th ed. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1972);

P. W. Nicholson, *Nuclear Electronics* (London: Wiley, 1974);

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).
Chapter 18-25,

G. Dearnaley and D. C. Northrop, *Semiconductor Counters for Nuclear Radiations* (New York: Barnes and Noble, 1966),

J. R. Birks, *The Theory and Practice of Scintillation Counting* (New York: MacMillan, 1964).

بسیاری از مباحث مربوط به آشکارسازها، الکترونیک، و روشها را در کتاب زیر می‌توان دید:

Alpha-, Beta-, and Gamma-Ray Spectroscopy, edited by K. Siegbahn (Amsterdam: North-Holland, 1965),

فصول بسیار جالب این کتاب عبارت‌اند از: فصلهای ۱ و ۲ دربارهٔ برهم‌کنشهای تابش با ماده، فصل ۳ دربارهٔ طیف‌سنجها، فصل ۵ دربارهٔ سوسوزنها، فصل ۶ دربارهٔ آشکارسازهای ذرات، فصلهای ۷ و ۸ دربارهٔ روشهای تجربی عمومی، و فصل ۱۷ دربارهٔ اندازه‌گیری طول‌عمرهای کوتاه.

جدولهای مقادیر سطح مقطعهای فوتون را می‌توان در مرجع زیر یافت:

E. Storm and H. I. Israel, *Nuclear Data Tables*, A 7, 565 (1970),

مقادیر برد الکترونها را می‌توان در مرجع زیر پیدا کرد:

L. Pages, E. Bertel, H. Joffre, and L. Sklavenitis, *Atomic Data*, 4, 1 (1972).

برای مطالعهٔ مروری روشهای اندازه‌گیری طول‌عمرهای هسته‌ای رجوع کنید به:

A. Z. Schwarzschild and E. K. Warburton, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 18, 265 (1968),

روشهای شناسایی ذرات را می‌توان در مرجع زیر مرور کرد:

F. S. Goulding and B. G. Harvey, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 25, 167 (1975).

مسائل

۱. با استفاده از بردهای داده‌شده در شکل ۲۰۷، بردهای زیر را محاسبه کنید: (الف) یک ذره آلفای 10 MeV در طلا؛ (ب) یک پروتون 5 MeV در بریلیم؛ (ج) یک پروتون 1 MeV در آب. بردها را بر حسب سانتی‌متر بیان کنید.
۲. برد ذرات ^3H و ^3He با انرژی 400 MeV را در آلومینیم (بر حسب سانتی‌متر) محاسبه کنید.
۳. کاهش انرژی ΔT پروتونها، دوترونها و ذرات آلفا با انرژی بین 10 تا 200 MeV را در عبور از سوسوزن پلاستیکی جامد به ضخامت 2 mm محاسبه کنید. تغییرات

ΔT را بر حسب T رسم کنید.

۴. برد پروتونها را در NaI برای انرژیهای بین ۱ تا ۱۰۰ MeV محاسبه و رسم کنید (در صورت لزوم از برون‌یابی شکل ۲۰۷ استفاده کنید).
۵. در محیط مجاور شتابدهنده‌ها یا رآکتورها شارهای عظیمی از پرتوهای گاما با انرژی ۵ تا ۱۰ MeV وجود دارد. چه ضخامتی از سرب لازم است تا شدت فوتون با ضرب ۱۰۱۲ کاهش داده شود؟
۶. يك چشمه نقطه‌ای ذرات آلفا به اکتیوینت $25 \mu\text{Ci}$ با یکی از وجوه يك اتاقك یونش بزرگ در تماس است. چشمه فقط ذره آلفا با انرژی ۲۰ MeV گسیل می‌دارد. اگر ذرات آلفایی که وارد اتاقك می‌شوند همه انرژی خود را از دست بدهند، جریان تولیدشده در خروجی اتاقك چقدر است؟ (بازده گردآوری بار اتاقك را ۱۰۰٪ در نظر بگیرید).
۷. يك شمارگر گایگر که در طی روز کاربردهای مختلف پیدا می‌کند، به‌طور متوسط ۱۰۰ شمارش در ثانیه تولید می‌کند. این شمارگر به‌صورت استوانه‌ای با قطر ۲ cm و طول ۱۰ cm است که از مخلوط ۹۰٪ آرگون و ۱۰٪ اتانوسول با فشار ۱ atm پر شده است. در ناحیه گایگر - مولر، هر شمارش خروجی از تولید تعداد 10^{10} زوج یون - الکترون حاصل می‌شود. چه مدت طول می‌کشد تا يك سوم گاز فرونشانی مصرف شود و در نتیجه تعویض استوانه ضرورت پیدا کند؟
۸. طیف ارتفاع تپ يك چشمه رادیواکتیو که فقط فوتونهای تك انرژی با انرژی نسبتاً بالا گسیل می‌کند، شامل سه قله مشخص در ارتفاعات ۷۳۸، ۶۴۹ و ۵۶۰ eV است. انرژی پروتوگاما چقدر است؟
۹. فوتون ۶۶۲ keV ناشی از واپاشی ^{137}Cs توسط يك آشکارساز NaI با تفکیک انرژی (FWHM) ۵۳ keV مشاهده شده است. تفکیک انرژی در اندازه‌گیری فوتون ۱۸۳۶ MeV که از واپاشی ^{88}Y حاصل می‌شود چقدر است؟
۱۰. انرژی لیدهای کامپتون را در طیف پروتوگامای ناشی از واپاشی ^{60}Co پیدا کنید (جدول ۲۰۷).
۱۱. در واپاشی ^{88}Y ، دو فوتون با انرژیهای ۸۹۸ MeV (در ۹۲٪ واپاشیها) و ۱۸۳۶ MeV (در ۱۰۰٪ واپاشیها) گسیل می‌شوند. طیف مسورد انتظار پرتوهای گاما را هنگامی که مانند شکل ۲۶۰۷ چشمه ^{88}Y در مقابل آشکارساز NaI و Ge قرار گرفته است، رسم کنید.
۱۲. عبارتهای واریانس σ^2 را برای توزییمهای دو جمله‌ای، پواسون، و گاوسی به‌دست آورید.
۱۳. يك چشمه رادیواکتیو دارای شمارش ۳۸۶۱ در مدت ده دقیقه است. پس از برداشتن چشمه، زمینه به‌تنهایی ۲۶۴۸ شمارش را در ۳۰ دقیقه نشان دهد. آهنگ شمارش خالص چشمه (شمارش در ثانیه) و خطای آن را تعیین کنید.
۱۴. از يك تک‌سین خواسته‌ایم که قدرت يك چشمه رادیواکتیو را با حداکثر دقت ممکن

تعیین کند. تقاضا برای دستگاه شمارش بسیار زیاد است و فقط يك ساعت وقت برای كل اندازه گیری وجود دارد. درموارد زیر، وقت موجود را چگونه باید زمانبندی کرد: (الف) آهنگ شمارش خالص ۵ برابر آهنگ زمینه است؛ (ب) آهنگ شمارش خالص در همان حدود آهنگ شمارش زمینه است؛ (ج) آهنگ شمارش خالص در حدود يك پنجم آهنگ شمارش زمینه است.

۱۵. در يك آزمایش شمارش همفرودی از دو آشکارساز پرتو گاما، یکی ثابت در $\theta = 0^\circ$ و دیگری متحرك در مقادیر مختلف θ ، استفاده شده است. چشمه روی محور دوران آشکارساز دوم و به فاصله یکسان از دو آشکارساز قرار دارد، و پرتوهای گاما با انرژی ۷۵۰ keV گسیل می کنند. این فوتونها می توانند پس از ورود به يك آشکارساز و شرکت در يك فرایند منفرد پراکندگی کامپتون، به آشکارساز دیگر وارد و در آنجا جذب شوند. انرژی تابش مشاهده شده در آشکارساز متحرك را بر حسب موقعیت آن، وقتی که این پراکندگی رخ می دهد، رسم کنید. (توجه: در این آرایش هندسی، θ زاویه پراکندگی کامپتون نیست.)

۱۶. ضخامت يك ورقه فلزی را طی ساخت آن، با مشاهده تضعیف باریکه فوتونهای عبوری از ورقه تنظیم می کنند. چشمه ای از فوتونها را در بالای ورقه خارج شده از غلتکها قرار می دهند و يك آشکارساز هم در زیر ورقه قرار می گیرد. انرژی فوتون طوری انتخاب می شود که تضعیف در ضخامت مورد نظر ۱۰ mm در ۵۰ درصد برابر ۵۰٪ باشد. بازده آشکارسازی، وقتی که ورقه ای در کار نیست، برابر ۱٪ است. برای برنامه ریزی کار غلتکها، تعیین ضخامت باید حداکثر در ۱ ثانیه انجام شود و دقت اندازه گیری ضخامت باید در حدود $\pm 5\%$ باشد. قدرت چشمه مورد نیاز را تعیین کنید.

۱۷. شکل ظاهری طیف زمان به دامنه (مانند شکل ۳۲.۷)، وقتی که دو تابش دارای انرژی بسیار نزدیک غیر قابل تمایز توسط آشکارساز باشند، چگونه خواهد بود؟



واپاشی آلفا ۱

ذرات آلفا را در ابتدا به عنوان کم نفوذترین تابشهایی که از مواد طبیعی گسیل می شوند شناسایی کردند. در سال ۱۹۰۳، رادرفورد نسبت بار به جرم آنها را با استفاده از انحراف ذرات آلفای حاصل از واپاشی رادیم درمیدانهای الکتریکی و مغناطیسی تعیین کرد. علی رغم مشکل بودن این آزمایشهای اولیه، نتیجه رادرفورد فقط ۲۵٪ بیش از مقدار پذیرفته شده فعلی بود. در سال ۱۹۰۹ رادرفورد نشان داد که همان طور که حدس زده می شد، ذرات آلفا واقعاً از هسته های هلیوم تشکیل می شوند. در آزمایشهای رادرفورد، ذرات با نفوذ از دیواره ای نازک وارد يك اتاقك تخلیه شده می شدند و پس از چند روز گردآوری، طیف نمایی اتمی وجود گاز هلیوم را در اتاقك نشان می داد.

بسیاری از هسته های سنگین، مخصوصاً هسته های مربوط به سریهای رادیواکتیو طبیعی، با گسیل آلفا واپاشیده می شوند. گسیل هر نوع نوکلئون دیگر در فرایند واپاشی رادیواکتیو خود به خود بسیار به ندرت اتفاق می افتد. به عنوان مثال، گسیل دوتریم در فرایند واپاشی طبیعی ملاحظه نمی شود. بنابراین باید دلیل خاصی برای انتخاب گسیل آلفا نسبت به سایر مدهای واپاشی وجود داشته باشد. در این فصل به بررسی این سؤال می پردازیم و فرایند واپاشی آلفا را به تفصیل مطالعه می کنیم. همچنین نشان می دهیم که طیف نمایی آلفا می تواند به درك ساختار هسته ای كمك کند.

۱۰۸ منشأ واپاشی آلفا

گسیل آلفا در نتیجه دافعه کولنی اتفاق می افتد. برای هسته های سنگین این مطلب بدطور فزاینده ای اهمیت می یابد، زیرا آهنگ افزایش نیروی دافعه کولنی (بدصورت تابعی از Z^2) از نیروی بستگی هسته که تقریباً متناسب با A افزایش می یابد بیشتر است.

چرا ذره آلفا به عنوان عامل حمل خود به خود بار مثبت انتخاب شده است؟ منظور از فرایند خود به خود فرایندی است که طی آن مقداری انرژی جنبشی ناگهان بدون دلیل آشکار در سیستم ظاهر می شود؛ این انرژی باید ناشی از کاهش جرم سیستم باشد. ذره آلفا، به علت ساختار بسیار پایدار و قویاً مقیدش، در مقایسه با اجزای تشکیل دهنده آن جرمی نسبتاً کم دارد. در مواقعی که امیدواریم محصولات فروپاشی حتی الامکان سبک و انرژی آزاد شده حداکثر مقدار را داشته باشد، باید گسیل این ذره را انتظار داشته باشیم.

برای یک نمونه آلفا گسیل ^{232}U (۷۲ سال) می توانیم، با استفاده از جرمهای معلوم، انرژی آزاد شده ذرات گسیلی مختلف را محاسبه کنیم. نتایج این محاسبات در جدول ۱۰۸ خلاصه شده است. با توجه به ذرات در نظر گرفته شده، واپاشی خود به خود از لحاظ انرژی فقط برای ذره آلفا امکان پذیر است. برای ذرات اندکی سنگین تر از هسته های فهرست شده، مانند ^8Be یا ^{12}C ، انرژی فروپاشی مثبت است. اما، نشان خواهیم داد (بخش ۴۰۸) که ثابت فروپاشی جزئی گسیل این نوع ذرات سنگین در مقایسه با مقدار آن برای گسیل آلفا بی نهایت کوچک است. این نوع واپاشیها عملاً با قدری نادرند که هرگز مورد توجه قرار نمی گیرند. با توجه به این مطلب، برای اینکه هسته ای آلفا گسیل باشد، امکان پذیر بودن این واپاشی از لحاظ انرژی کفایت نمی کند. ثابت فروپاشی نیز نباید خیلی کوچک باشد، زیرا

جدول ۱۰۸ انرژی آزاد شده (مقدار Q) برای مدهای مختلف واپاشی ^{232}U .

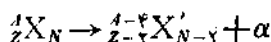
انرژی آزاد شده (MeV)	ذره گسیل شده	انرژی آزاد شده (MeV)	ذره گسیل شده
+۵۰۴۱	^4He	-۷۰۲۶	n
-۲۰۵۹	^5He	-۶۰۱۲	^1H
-۶۰۱۹	^6He	-۱۰۰۷۰	^2H
-۳۰۷۹	^7Li	-۱۰۰۲۴	^3H
-۱۰۹۲	^7Li	-۹۰۹۲	^4He

* این مقادیر بر اساس جرمهای شناخته شده محاسبه شده اند.

در این صورت گسیل آلفا چنان به ندرت اتفاق می افتد که ممکن است هرگز قابل آشکار سازی نباشد. با روشهای امروزی، این بدان معنی است که نیمه عمر باید کمتر از 10^{16} باشد. همچنین، واپاشی بتا را هم اگر ثابت واپاشی جزئی بزرگتری داشته باشد، می تواند واپاشی آلفا را تحت الشعاع قرار دهد. اغلب هسته های با $A > 190$ (و بسیاری از هسته های با $190 < A < 150$) از لحاظ انرژی در برابر گسیل آلفا ناپایدارند ولی فقط نیمی از آنها بقیه شرایط را نیز دارا هستند.

۲.۸ فرایندهای واپاشی آلفا

گسیل خود به خود یک ذره آلفا را می توان با فرایند زیر نشان داد



همان طور که رادرفورد نشان داد، ذره آلفا هسته ${}^4_2\text{He}$ است که از دو نوترون و دو پروتون تشکیل می شود. برای درک فرایند واپاشی، باید پایستگی انرژی، تکانه خطی و تکانه زاویه ای را بررسی کنیم.

ابتدا پایستگی انرژی در فرایند واپاشی آلفا را در نظر می گیریم. فرض می کنیم که هسته واپاشیده اولیه، X ، ساکن است. انرژی سیستم اولیه، همان انرژی سکون X یا $m_X c^2$ است. حالت نهایی متشکل از هسته X' و ذره α است که هر دو متحرک اند (تانه خطی یا بسته بماند). بنابراین انرژی نهایی کل عبارت است از $m_{X'} c^2 + T_{X'} + m_\alpha c^2 + T_\alpha$ که در آن T نماینده انرژی جنبشی ذرات نهایی است. بنابراین پایستگی انرژی داریم

$$m_X c^2 = m_{X'} c^2 + T_{X'} + m_\alpha c^2 + T_\alpha \quad (1.8)$$

یا

$$(m_X - m_{X'} - m_\alpha) c^2 = T_{X'} + T_\alpha \quad (2.8)$$

طرف راست معادله (۲.۸) انرژی خالص آزاد شده در واپاشی است که مقدار Q خوانده می شود

$$Q = (m_X - m_{X'} - m_\alpha) c^2 \quad (3.8)$$

واپاشی خود به خود در صورتی امکان پذیر است که $Q > 0$ باشد. (مقادیر Q واپاشی برای ${}^{232}\text{U}$ در جدول ۱.۸ فهرست شده است.) مقادیر Q را می توان از جدداول جرم اتمی محاسبه کرد، زیرا اگر چه معادله (۳.۸) نماینده فرایندی هسته ای است ولی جرمهای الکترون در اثر تفریق حذف می شوند. اگر جرمها بر حسب یکای جرم اتمی (u) و c^2 برابر $931.5 \text{ MeV}/u$ در نظر گرفته شود، مقادیر Q مستقیماً بر حسب MeV بدست می آیند. مقدار Q همچنین برابر انرژی جنبشی کل پاره های حاصل از واپاشی است

$$Q = T_{X'} + T_{\alpha} \quad (۴.۸)$$

اگر هسته اولیه ساکن باشد، تکانه خطی صفر است و برای پایداری تکانه خطی، X' و α باید تکانه‌های مساوی و غیر هم جهت داشته باشند تا تکانه نهایی صفر شود

$$p_{\alpha} = p_{X'} \quad (۵.۸)$$

انرژی آزادشده در واپاشی آلفا در حدود ۵ MeV است. بنابراین برای X' و α داریم $T \ll mc^2$ و می‌توان با اطمینان از سینماتیک ناسیبتی استفاده کرد. با نوشتن $T = p^2/2m$ و استفاده از معادلات (۴.۸) و (۵.۸) می‌توان انرژی جنبشی را بر حسب مقدار Q به دست آورد

$$T_{\alpha} = \frac{Q}{(1 + m_{\alpha}/m_{X'})} \quad (۶.۸)$$

به علت کوچکی نسبت جرمها در مقایسه با ۱ (به خاطر داریم که X' نماینده یک هسته سنگین است)، نوشتن این نسبت به صورت ساده $(A-4)/4$ به اندازه کافی دقیق است، و با توجه به $A \gg 4$ خواهیم داشت

$$T_{\alpha} = Q(1 - 4/A) \quad (۷.۸)$$

معمولاً، ذره α در حدود ۹۸٪ هسته که بسیار سنگین تر است فقط در حدود ۲٪ مقدار Q را به خود اختصاص می‌دهد. (این انرژی پی‌ذنی پاره سنگین کاملاً صرف نظر کردنی نیست. برای مقدار Q حدود ۵ MeV، انرژی هسته پس‌زن در حدود ۱۰۰۰ keV است. این انرژی خیلی بیش از انرژی پیوند آنها در جامدات است و در نتیجه در صورت نزدیک بودن هسته پس‌زن به سطح جسم رادیواکتیو می‌تواند از آن فرار کند و وارد محیط اطراف شود. اگر واپاشی آلفا از یک زنجیره واپاشی باشد، دختر هسته پس‌زن می‌تواند رادیواکتیو باشد. خوشبختانه، برد هسته‌های سنگین پس‌زن در ماده بسیار کوتاه است و می‌توان با یک پوشش نازک مانند میلار یا لاک الکل روی چشمة رادیواکتیو از پخش آنها جلوگیری کرد.) انرژی جنبشی یک ذره α را می‌توان مستقیماً با یک طیف‌سنج مغناطیسی اندازه گرفت و در نتیجه مقدار Q واپاشی را تعیین کرد. در مواردی که جرم عنصر دراز - عمر X معلوم باشد، از این روش می‌توان برای تعیین جرم اتمی استفاده کرد، ولی به علت کوتاه بودن عمر X' اندازه‌گیری مستقیم جرم آن امکان‌پذیر نیست.

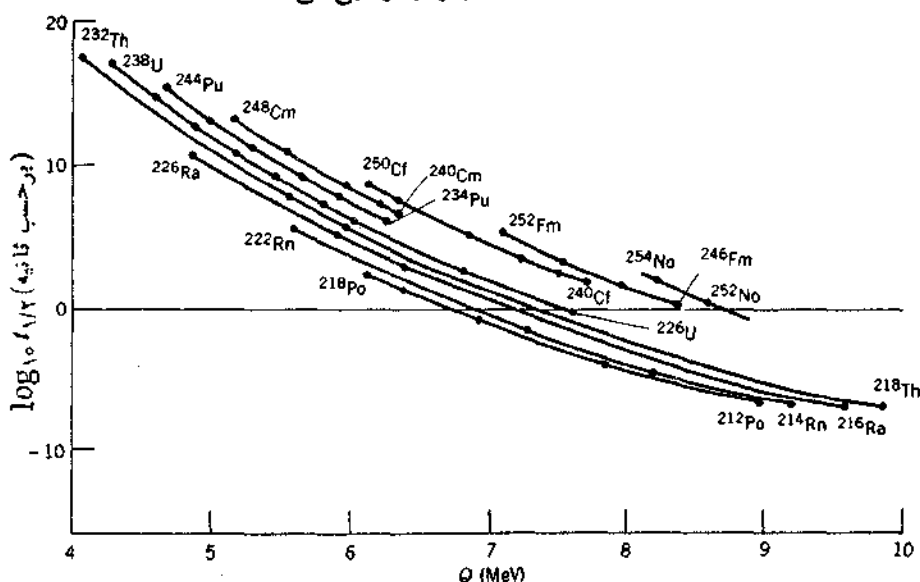
۳.۸ رده‌بندی واپاشی آلفا

یکی از ویژگیهای واپاشی آلفا چنان بارز است که حتی قبل از سال ۱۹۱۱ یعنی قبل از کشف هسته توسط رادرفورد، مورد توجه قرار گرفت. گایگر و ناتال متوجه شدند آلفاگسیلهایی که انرژی فروپاشی‌شان زیاد است، نیمه‌عمرهای کوتاه دارند و به عکس.

چنانچه در موارد جدی ^{232}Th ($1.0 \times 10^{10} \text{y}$; $Q = 4.08 \text{ MeV}$) و ^{238}Th ($1.0 \times 10^{-8} \text{s}$; $Q = 9.85 \text{ MeV}$) مشاهده می‌شود، اختلاف بین نیمه‌عمرها به‌طور شگفت‌انگیزی زیاد است. مضرب ۲ در انرژی به معنای وجود مضرب 10^{24} در نیمه‌عمر است! توضیح نظری قاعده گایگر - ناتال در سال ۱۹۲۸، یکی از اولین پیروزیهای مکانیک کوانتومی بود.

ترسیم نمودار $\log t_{1/2}$ بر حسب انرژی Q که شامل کلیه آلفا گسیلها باشد، پراکنده‌گی قابل ملاحظه‌ای را از روند عمومی گایگر - ناتال نشان می‌دهد. اما اگر فقط آلفا گسیلهای با Z یکسان و از این گروه فقط هسته‌های با Z و N زوج را در نظر بگیریم (شکل ۱۰۸)، خمهای بسیار همواری به‌دست می‌آیند. هسته‌های زوج - فرد، فرد - زوج و فرد - فرد از روند عمومی پیروی می‌کنند ولی نمودار آنها کاملاً هموار نیست و نیمه‌عمر آنها ۲ تا ۱۰۰۰ بار طولانی‌تر از نوع زوج - زوج با Z و Q یکسان است.

هسته ^{235}U (زوج، N فرد) یکی از این انواع «بسیار دراز - عمر» جالب توجه است. اگر نیمه‌عمر آن ۱۰۰۰ بار کوتاه‌تر بود، این هسته مهم در طبیعت وجود نداشت و احتمالاً امروز صاحب رآکتورهای هسته‌ای نبودیم! در فصل ۱۳ (جلد دوم، ترجمه فارسی) خواهیم دید که همان ویژگی که سبب عمر طولانی در واپاشی آلفای ^{235}U می‌شود، یعنی نوترون فرد، آن را مستعد شکافت با نوترون گرمایی می‌سازد.

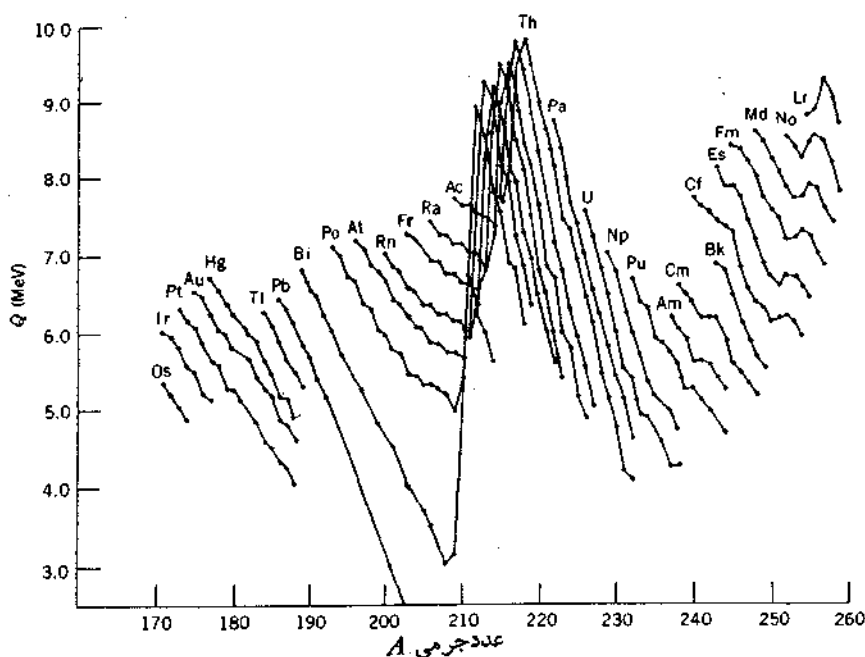


شکل ۱۰۸ رابطه معکوس بین نیمه‌عمر واپاشی آلفا و انرژی واپاشی که قاعده گایگر - ناتال خوانده می‌شود. فقط هسته‌های Z زوج و N زوج نشان داده شده‌اند. خطوط پر نقاط تجربی را به هم وصل می‌کنند.

شکل ۲.۸ رابطه سیستماتیک مهم دیگری را برای آلفاگیسلها نشان می‌دهد. در مرحله اول با توجه به اطلاعات مربوط به $A > 212$ ، ملاحظه می‌شود که افزودن نوترون به هسته سبب کاهش انرژی فروپاشی می‌شود که در این صورت بنا بر قاعده گایگر - نانال نیمه‌عمر افزایش می‌یابد، و هسته پایدارتر می‌شود. ناپیوستگی بارزی را که در نزدیکی $A = 212$ برای $N = 126$ می‌بینیم می‌توانیم دلیل دیگری بر ساختار پوسته‌ای هسته بدانیم. بسنگی سیستماتیک Q به A با پیش‌بینی فرمول نیمه تجربی جرم، معادله (۲۸.۳)، قابل مقایسه است

$$Q = B(^4\text{He}) + B(Z-2, A-4) - B(Z, A) \quad (8.8)$$

$$\cong 28.3 - 2a_v + \frac{1}{8}a_s A^{-1/2} + 2a_c Z A^{-1/2} (1 - Z/2A) - 2a_{\text{sym}} \left(1 - \frac{Z}{A}\right)^2 + 2a_p A^{-1/4} \quad (9.8)$$



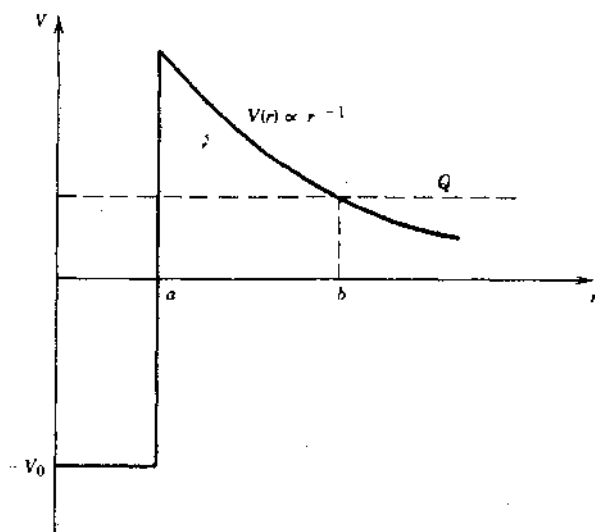
شکل ۲.۸ انرژی آزاد شده در واپاشی آلفا برای زنجیره‌های ایزوتوپی مختلف هسته‌های سنگین. برخلاف شکل ۱.۸ ایزوتوپهای A فرد و A زوج‌هردو نشان داده شده‌اند، و پراکنده‌گیهای ناشی از فرد و زوج بودن کوچک است. اثرات پسته‌شدن پوسته در $N = 126$ (فروفتگی بزرگ در شکل) و $Z = 82$ (فاصله بیش از مقدار متوسط بین زنجیره‌های Pb ، Bi ، Po و Pb به‌وضوح قابل مشاهده است.

در معادله (۹.۸) از تقریب $A \gg Z$ استفاده شده است. این رابطه برای واپاشی آلفای ^{232}Th مقدار $Q = 6.75 \text{ MeV}$ را به دست می‌دهد که از مقدار اندازه‌گیری شده 6.45 MeV چندان دور نیست. نکته مهمتر در این رابطه، بازسازی روند عمومی شکل ۲.۸ است: با استفاده از معادله (۹.۸)، مقدار Q برای ^{232}Th برابر 6.71 MeV (در مقایسه با $Q = 6.08 \text{ MeV}$)، و برای ^{230}Th برابر 7.77 MeV (در مقایسه با $Q = 8.95 \text{ MeV}$) به دست می‌آید. یادآوری می‌شود که پارامترهای فرمول نیمه تجربی جرم چنان انتخاب شده‌اند که این فرمول با انرژی بستگی مشاهده شده در گستره تمام هسته‌ها به تقریب سازگاری داشته باشد. نکته مهم این است که مقادیر حاصل از این فرمول با مقادیر Q واپاشی توافقی تقریبی دارند، و برای هسته‌های سنگین مقدار $Q > 5$ به دست می‌آید. این فرمول همچنین کاهش Q را با افزایش A برای زنجیره ایزوتوپیایی چون توریم به طور صحیح پیش‌بینی می‌کند، اگرچه تغییرات Q بر حسب A از مقدار واقعی‌اش کوچکتر است (این رابطه، مقدار $\Delta Q = -0.17 \text{ MeV}$ را به ازای تغییر واحد در A به دست می‌دهد، درحالی‌که برای Th مقدار متوسط مشاهده شده برابر $\Delta Q = -0.40 \text{ MeV}$ به ازای هر واحد تغییر در A است).

۹.۸ نظریه گسیل آلفا

مشخصات کلی شکل ۱.۸ را می‌توان به کمک نظریه کوانتوم مکانیکی که در سال ۱۹۲۸ تقریباً همزمان توسط گاموف از یک سو، و گورنی و کاندون از سوی دیگر عرضه شد، توجیه کرد. طبق این نظریه ذره α در ناحیه‌ای کروی که توسط هسته دختر تعیین می‌شود، حرکت می‌کند. ویژگی اصلی این مدل یک جسمی است که ذره α پیش از واپاشی در داخل هسته مادر تشکیل می‌شود. در واقع دلیل چندانیتی برای وجود ذره α به طور جداگانه در داخل هسته مادر وجود ندارد؛ با وجود این، این نظریه مخصوصاً برای هسته‌های زوج-زوج از کارایی خوبی برخوردار است. موفقیت نظریه، تشکیل پیشینی ذرات α را ثابت نمی‌کند بلکه صرفاً نشان می‌دهد که رفتار آنها با چنین فرضیه‌ای سازگار است.

شکل ۳.۸ تصویری از انرژی پتانسیل بین ذره α و هسته باقیمانده را برای فواصل مختلف بین مراکز آنها نشان می‌دهد که نموداری مناسب برای بررسی این نظریه است. خط افقی Q انرژی فروپاشی است. توجه کنید که پتانسیل کولنی تا شعاع a گسترش یافته و سپس به دلخواه قطع شده است. شعاع a را می‌توان مجموع شعاع‌های هسته باقیمانده و ذره α در نظر گرفت. سه ناحیه جالب توجه در این شکل وجود دارد. در ناحیه کروی $r < a$ در داخل هسته قرار داریم و از چاهی به عمق $-V$ صحبت می‌کنیم که در آن V عددی مثبت است. از نظر کلاسیک ذره α می‌تواند در این ناحیه با انرژی جنبشی $Q + V$ حرکت کند ولی نمی‌تواند از آن بگریزد. ناحیه پوسته حلقوی $b < r < a$ یک سد پتانسیل به وجود می‌آورد، زیرا در این ناحیه انرژی پتانسیل بیش از کل انرژی قابل استفاده Q است. از نظر کلاسیک



شکل ۳۰۸ انرژی پتانسیل نسبی سیستم متشکل از ذره α و هسته دختر بر حسب فاصله بین آنها. در داخل حصار هسته در $r=a$ ، انرژی پتانسیل به صورت چاه مربعی نشان داده شده است؛ در بیرون از حصار فقط دافعه کولنی حکمفرماست. ذره α از a تا b در سد پتانسیل تونل می‌زند.

ذره α نمی‌تواند از هیچ‌یک از دو طرف وارد این ناحیه شود، همان‌طور که یک توپ تیس که از ارتفاع معینی سقوط می‌کند نمی‌تواند به ارتفاع بالاتر برگردد؛ زیرا در هر موردی لازم خواهد بود که انرژی جنبشی منفی باشد. ناحیه $r > b$ از نظر کلاسیک ناحیه مجاز خارج از سد است.

از نظر کلاسیک، مسیر حرکت ذره آلفا در چاه پتانسیل کروی هر بار که ذره بخواند از مرز $r=a$ فراتر رود، به سرعت وارون می‌شود اما از نظر مکانیک کوانتومی، شانس «نشت» یا «تونل زدن» از چنین سدی وجود دارد. وجود سد این حقیقت را توجیه می‌کند که چرا هسته‌های ناپایدار در مقابل واپاشی آلفا فوراً واپاشیده نمی‌شوند. ذره α در هسته باید بارها و بارها با سد برخورد داشته باشد تا بالاخره در آن نفوذ کند. برای مثال، در [۲۴۸ احتمال نشت به اندازه‌ای کوچک است که ذره α به‌طور متوسط باید قبل از فرار تقریباً 10^{28} بار با سد برخورد کند (با آهنگ تقریبی 10^{21} بار در ثانیه و برای مدت تقریباً 10^9 سال)!

این سد در مورد پراکندگی ذره α توسط هسته‌ها در جهت معکوس عمل می‌کند [بخشهای ۱۰.۳ و ۱۱.۶ (جلد دوم، ترجمه فارسی) را ببینید]. چنانچه انرژی ذرات آلفایی که بر سد پتانسیل فرود می‌آیند خیلی کمتر از ارتفاع سد باشد، پراکندگی معمولاً در میدان کولنی صورت می‌گیرد. در انرژی‌های کم، تونل زدن در سد، به‌صورتی که نیروی هسته‌ای بین ذره و هدف بتواند سبب واکنش هسته‌ای شود، فرایندی نسبتاً غیرمحتمل است.

در تحلیل نظری واکنشهای هسته‌ای توسط ذرات یاردار، برای محاسبه احتمال نفوذ در سد از صورتبندی مشابه واپاشی آلفا استفاده می‌شود. واکنشهای همجوشی، نظیر آنچه سبب آزاد شدن انرژی در ستارگان می‌شود، نیز با استفاده از دریافت نفوذ در سد تحلیل می‌شوند [بخش ۲۰.۱۴ (جلد دوم، ترجمه فارسی) را ببینید].

ثابت فروپاشی یک نوع هسته آلفاگسیل، بنا بر نظریه یک جسمی، به صورت زیر است

$$\lambda = fP \quad (10.8)$$

که در آن f بسامد برخورد ذره α به سد و P احتمال عبور از سد است.

معادله (۱۰.۸) یادآور بررسی نیمه کلاسیک است، و نشان می‌دهد که بحث ما برای $r < a$ بسیار شبیه «توپ بیلارد» است. اما با بررسی جدی مکانیک موجی نیز در این مورد نتیجه تقریباً مشابهی به دست می‌آوریم. کمیت f تقریباً از مرتبه v/a است که در آن v سرعت نسبی ذره α در داخل هسته است. می‌توانیم v را از انرژی جنبشی ذره آلفا در ناحیه $r < a$ به دست آوریم. اگر عمق چاه را برابر $V_0 \approx 35 \text{ MeV}$ بگیریم، برای ذره‌ای با انرژی $Q = 5 \text{ MeV}$ داریم $Q \approx 10^{21} \times 6 \text{ s}^{-1}$. بعداً خواهیم دید که برای بررسی نظریه، نیازی به شناخت دقیق f نیست.

احتمال نفوذ در سد P را باید از محاسبه کوانتوم مکانیکی، مشابه مسئله یک بعدی بخش ۳۰.۲، به دست آورد. ابتدا از نتیجه مسئله یک بعدی که به صورت معادله (۳۹.۲) است، برای تخمین احتمال P استفاده می‌کنیم. البته، محاسبه منجر به معادله (۳۹.۲) بر مبنای سد راستگوشه یک بعدی بود که برای پتانسیل $1/r$ کولنی مستقیماً قابل استفاده نیست، ولی با این کار می‌توانیم دستکم برابری از مرتبه بزرگی داشته باشیم. این نتیجه با معادله (۳۹.۲)، به پهنای سد و به ارتفاع سد (برای سد راستگوشه آن را به صورت V_0 در نظر می‌گیریم) که بالاتر از انرژی E ذره است، بستگی دارد. سد کولنی شکل ۳۰.۸ در $r = a$ دارای ارتفاع B است

$$B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z'Ze^2}{a} \quad (11.8)$$

در این رابطه ذره α دارای بار ze و هسته دختر که مولد دافعه کولنی است دارای بار $Z'e = (Z - z)e$ است. بنا بر این ارتفاع سد از مقدار $(B - Q)$ بالاتر از انرژی ذره در $r = a$ تا صفر در $r = b$ تغییر می‌کند، و برای آن می‌توان ارتفاع متوسطی برابر $(B - Q)/2$ در نظر گرفت. به طور مشابه می‌توان یک پهنای متوسط برابر $(b - a)/2$ انتخاب کرد. بنا بر این عامل k در معادله (۳۹.۲) به صورت $(B - Q)/2 \cdot (2\pi m/\hbar^2)$ درمی‌آید. برای یک نمونه هسته سنگین ($Z = 90$ ، $a = 7.5 \text{ fm}$)، ارتفاع سد B در حدود 34 MeV و در نتیجه k در حدود 1 fm^{-1} است. شعاع b که در آن ذره α سد را «ترک می‌کند»

با مساوی گرفتن انرژی ذره و انرژی پتانسیل قابل محاسبه است

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{zz'e^2}{Q} \quad (12.8)$$

برای مورد نمونه‌ای یک هسته سنگین با $Q \approx 6 \text{ MeV}$ داریم $b = 42 \text{ fm}$. بنابراین $(b-a) \gg \lambda$ است و می‌توان معادله (۲۹.۲) را به صورت تقریبی زیر نوشت

$$P \approx e^{-2\epsilon_1 \cdot (1/2)(b-a)} \quad (13.8)$$

ذیرا بزرگی عوامل موجود در جلوی تابع نمایی از مرتبهٔ واحد است. برای موردی که در اینجا بررسی می‌کنیم، داریم $P \sim 2 \times 10^{-25}$ و در نتیجه $\lambda \sim 10^{-2} \text{ s}$ و $\epsilon_{1/2} \sim 700 \text{ s}$. یک تغییر مختصر Q و تنزل آن به 5 MeV مقدار P را به 1×10^{-20} و $\epsilon_{1/2}$ را به حدود 10^8 s تغییر می‌دهد. حتی این محاسبهٔ تقریبی می‌تواند، مطابق شکل ۱۰.۸، تغییر چندین مرتبه‌ای بزرگی $\epsilon_{1/2}$ را برای انرژیهای بین $Q = 5 \text{ MeV}$ و $Q = 6 \text{ MeV}$ توجیه کند. محاسبهٔ دقیق کوانتوم مکانیکی، از لحاظ روح مطلب، بسیار مشابه برآورد تقریبی فوق است. می‌توانیم سد کولنی را به صورت دنباله‌ای از سدهای راستگوشهٔ بینهایت کوچک با ارتفاع $V(r) = zz'e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ به‌پای dr در نظر بگیریم. احتمال نفوذ در هر سد بینهایت کوچک بین r و $r+dr$ عبارت است از

$$dP = \exp \left\{ -2 dr \sqrt{\left(\frac{2m}{\hbar^2} \right) [V(r) - Q]} \right\} \quad (14.8)$$

احتمال نفوذ در کل سد برابر است با

$$P = e^{-2G} \quad (15.8)$$

که در آن ضریب گاموف G عبارت است از

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b [V(r) - Q]^{1/2} dr \quad (16.8)$$

ضریب گاموف به صورت زیر قابل محاسبه است

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 Q}} \cdot \frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\arccos \sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)} \right] \quad (17.8)$$

که در آن $x = a/b = Q/B$ است. در صورتی که مانند بیشتر واپاشیهای مورد نظر $x \ll 1$ باشد، کمیت داخل کروشه در معادله (۱۷.۸) برابر $2x^{1/2} - (\pi/2)$ است. بنابراین، نتیجهٔ

محاسبه کوانتوم مکانیکی برای نیمه عمر واپاشی آلفا از چنین می شود

$$t_{1/2} = 0.693 \frac{a}{c} \sqrt{\frac{mc^2}{2(V_0 + Q)}} \exp \left\{ 2 \sqrt{\frac{2mc^2}{(\hbar c)^2 Q}} \frac{ZZ'e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\pi}{2} - 2 \sqrt{\frac{Q}{B}} \right) \right\} \quad (18.8)$$

نتیجه این محاسبه برای ایزوتوپهای زوج Th در جدول ۲۰۸ نشان داده شده است. سازگاری بین نتایج تجربی و نظری دقیق نیست، ولی محاسبه قادر به بازتولید روند نیمه عمرها در گستره‌ای بیش از ۲۰ مرتبه بزرگی با اختلاف ۱ تا ۲ مرتبه بزرگی است. در این محاسبه جزئیات مهمی را نادیده گرفتیم: تابع موجهای اولیه و نهایی هسته را در نظر نگرفتیم (قاعده طلایی فرمی، معادله (۷۹.۲))، باید برای ارزیابی احتمال واپاشی مورد استفاده قرار گیرد، تکانه زاویه‌ای ذره آلفای خروجی را در نظر نگرفتیم، و هسته را کره‌ای به شعاع میانگین $1.25 A^{1/3} \text{ fm}$ فرض کردیم. تقریب اخیر بر نیمه عمرهای محاسبه شده تأثیر اساسی دارد. هسته‌های با $A \gg 230$ شدیداً تغییر شکل یافته‌اند و نیمه عمرهای محاسبه شده نسبت به تغییرات کوچک در شعاع میانگین فرضی فوق‌العاده حساس‌اند. برای مثال، تغییر شعاع میانگین به $1.25 A^{1/3}$ (تغییر ۴٪ در مقدار a) نیمه عمر را با ضریب ۵ تغییر می‌دهد! در حقیقت، به علت این حساسیت شدید، روش کار اغلب معکوس می‌شود - یعنی نیمه عمرهای اندازه‌گیری شده غالباً برای استنتاج شعاع هسته مورد استفاده قرار می‌گیرند. آنچه از محاسبه حاصل

جدول ۲۰۸ نیمه عمرهای محاسبه شده برای واپاشی آلفای ایزوتوپهای Th.

$t_{1/2}(\text{s})$	$Q(\text{MeV})$	A
محاسبه شده	اندازه گیری شده	
3.3×10^{-7}	10^{-5}	۸۹۵
6.3×10^{-5}	2.8×10^{-3}	۸۱۳
3.3×10^{-2}	1.04	۷۳۱
6.0×10^1	1.854	۶۴۵
2.4×10^6	6.0×10^2	۵۵۲
1.0×10^{11}	2.5×10^{12}	۴۷۷
2.6×10^{16}	4.4×10^{17}	۴۰۸

می‌شود، با فرض اینکه توزیع بار را دارای لبهٔ تیز در نظر بگیریم، بیشتر شبیه مجموع شعاع‌های هستهٔ X' و ذرهٔ α است. سپس این نتیجه را می‌توان برای به‌دست آوردن برآوردی از شعاع هسته به‌کار برد.^۱

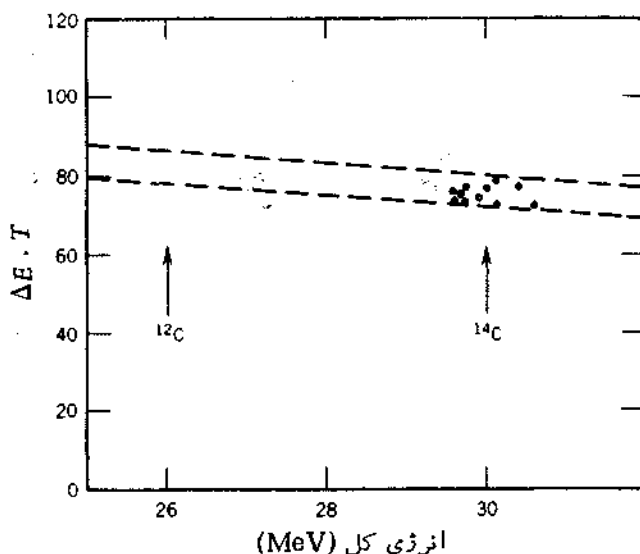
اگرچه این نظریهٔ بسیار ساده کاملاً صحیح نیست، ولی برآورد خوبی از نیمه‌عمرهای واپاشی به‌دست می‌دهد. همچنین ما را قادر می‌سازد که دلیل عدم تسری واپاشی به‌سایر ذرات سبک را، علی‌رغم مقدار مجاز Q ، درک کنیم. برای مثال، در واپاشی $^{208}\text{Po} \rightarrow ^{204}\text{Pb} + ^4\text{He}$ مقدار Q برابر 5.4 MeV خواهد شد و بنا بر معادلهٔ (۱۸-۸) برای واپاشی کربن ذای ^{220}Th داریم $2.3 \times 10^6 = 2.3 \times 10^6$. این مقدار با ضریب 10^{12} طولانی‌تر از نیمه‌عمر واپاشی آلفا است و در نتیجه واپاشی به‌سهولت قابل مشاهده نیست. این مد واپاشی که اخیراً مشاهده شده است، اولین نمونهٔ یک فرایند واپاشی خودبه‌خود با گسیل ذرهٔ سنگین‌تر از ذرهٔ آلفا است. ^{223}Ra معمولاً با گسیل α با نیمه‌عمر ۱۱۲ روز واپاشیده می‌شود، ولی می‌دانیم فرایند واپاشی $^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{209}\text{Pb} + ^{14}\text{C}$ نیز کشف شده است. احتمال این فرایند بسیار کوچک و در حدود 10^{-9} برابر واپاشی آلفا است. شکل ۴-۸ نمایانگر کوشش قهرمانانه‌ای است که برای مشاهدهٔ این فرایند به‌کار رفته است. تأیید این مطلب که ذرهٔ گسیلی همان ^{14}C است، احتیاج به روش $\Delta E, T$ دارد که در فصل ۷ معرفی شد. شکل ۴-۸ انتهای پراورزی دنبالهٔ هذلولی مورد انتظار را برای مشاهدهٔ کربن نشان می‌دهد. با توجه به جدول جرم‌های اتمی، مقدار Q واپاشی برابر 4.8 MeV محاسبه می‌شود که (پس از تصحیح پس‌زنی) انرژی جنبشی ^{14}C را برابر 4.8 MeV به‌دست می‌دهد. در مقابل، انرژی گسیل ^{14}C را در حدود 26 MeV به‌دست می‌آوریم. کل ۱۱ مورد واپاشی مشاهده شده در نتیجهٔ شش‌ماه شمارش با یک چشمهٔ ^{223}Ra به شدت $3.3\text{ }\mu\text{Ci}$ حاصل شده است، و این در حالی بود که این چشمه با ^{227}Ac به نیمه‌عمر ۲۱ سال که عضوی از سری طبیعی اکتنیم با هستهٔ اولیهٔ ^{235}U است در تعادل دیرپا بود.

با محاسبهٔ ضریب گاموف برای گسیل ^{14}C ، احتمال واپاشی در حدود 10^{-3} برابر احتمال گسیل آلفا به‌دست می‌آید؛ اختلاف بین مقادیر نظری و عملی (10^{-9}) ناشی از فرض تشکیل پیشینی ذره در هسته است. باید به‌خاطر داشته باشیم که نظریهٔ واپاشی آلفا را مبنی بر این فرض بود که ذرهٔ α قبل از واپاشی در هسته تشکیل می‌شود. این آزمایش نشان می‌دهد که احتمال تشکیل خوشهٔ ^{14}C در هسته نسبت به تشکیل پیشینی α برابر 10^{-6} است.^۲ گسیل ^{14}C از چند هستهٔ دیگر نیز در این ناحیه مشاهده شده است، و گسیل پارهای واپاشی سنگین‌تر از جمله ^{24}Ne هم گزارش شده است. از سوی دیگر، می‌توانیم با استفاده از معادلهٔ (۱۸-۸) و با قراردادن $z=2$ ، نیمه‌عمر

1. L. Marquez, *J. Phys. Lett.*, 42, 181 (1981).

۲. برای مطالعهٔ شرح این آزمایش رجوع کنید به

H. J. Rose and G. A. Jones, *Nature*, 307, 245 (1984).



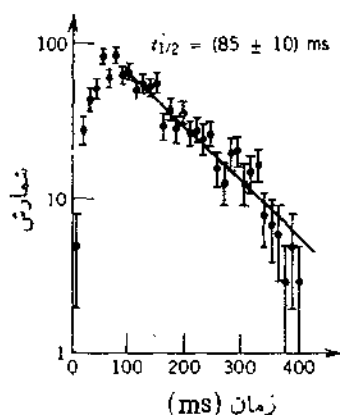
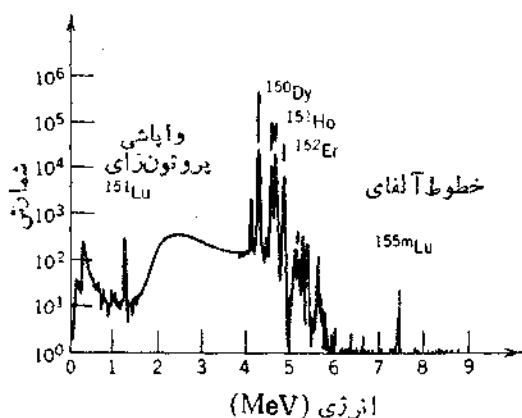
شکل ۴۰۸ قسمتی از دنباله‌های $\Delta E \cdot T$ که تعداد ذرات مورد مشاهده ^{14}C را در اثر واپاشی ^{223}Ra نشان می‌دهد. خط چینها حدود مورد انتظار کربن را نشان می‌دهند. آشکارسازی ۱۱ مورد واپاشی ^{14}C در طی مدت ۶ ماه شمارش حاصل شده است.

واپاشی پروتون‌ها یا گسیل خود به خود پروتون را از یک هسته ناپایدار به دست آوریم. در این مورد، ارتفاع سد کولنی نصف ارتفاع متناظر به واپاشی آلفا است، ولی دلیل قویتری مانع این نوع واپاشیهاست؛ مقدار Q واپاشی پروتون معمولاً منفی است و بنابراین با توجه به پایداری انرژی این واپاشیها مطلقاً ممنوع اند. این نوع واپاشیها اخیراً در تعداد کمی از هسته‌های ناپایدار سرشار از پروتون، طی واکنشهای هسته‌ای بمباران هدف $N \approx Z$ با پیکربندی $N \approx Z$ ، مشاهده شده‌اند. واکنش اخیر یک هسته سنگین $N \approx Z$ با پیکربندی بسیار ناپایدار تولید می‌کند که با توجه به تلاش آن برای رهایی از پروتون اضافی، گسیل پروتون از آن به لحاظ انرژی امکان پذیر می‌شود. مقدار Q واپاشی پروتون‌ها را می‌توان با مختصر اصلاحی در معادله (۳۰۸) به دست آورد. در این صورت، مقدار Q را درست برابر انرژی جداسازی پروتون، معادله (۲۷۳)، با علامت مخالف به دست می‌آوریم. با مقدار مثبت Q ، واپاشی پروتون به لحاظ انرژی امکان پذیر است و در نتیجه در این حالت انرژی جداسازی پروتون منفی است. بانگامی به جدول جرم اتمی^۱ معلوم می‌شود که فقط با موارد معدودی از انرژی جداسازی منفی روبرو می‌شویم، و حتی این موارد هم مستقیماً اندازه گیری نشده‌اند بلکه با برون یابی از هسته‌های پایدارتر به دست آمده‌اند.

در آزمایشی که هافمن و همکارانش گزارش کرده‌اند^۲، هدفی از ^{96}Ru با پرتابه‌های

1. A. H. Wapstra and G. Audi, *Nucl. Phys.*, A 432, 1 (1985).

2. Hofmann *et al.*, *Z. Phys. A* 305, 111 (1982).

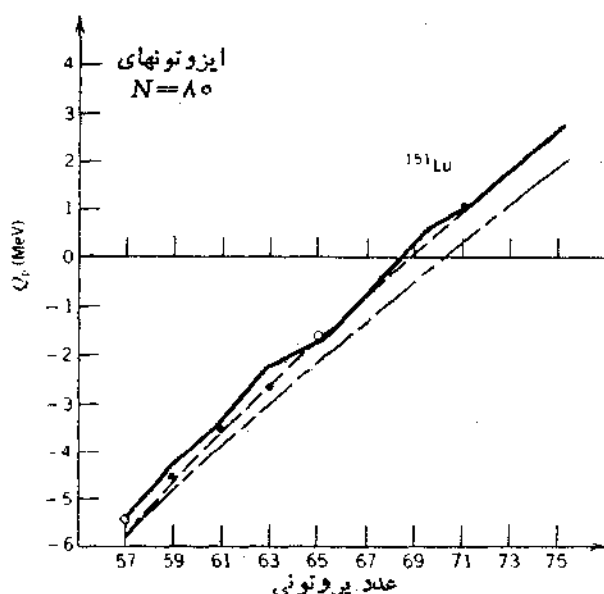


شکل ۵.۸ طیف ذرات پاداردار گسیل شده در واپاشیهای محصولات واکنش هسته‌ای $^{96}\text{Ru} + ^{58}\text{Ni}$. قله‌های پس از ۴ MeV نماینده واپاشیهای آلفا هستند؛ قله ۲ MeV از گسیل پروتون حاصل شده است. (راست) با توجه به افت قله پروتون در طی زمان، نیمه عمر واپاشی پروتون را برابر ۸۵ ms به دست می‌آید.

^{58}Ni بمباران شد. شکل ۵.۸ طیف ذرات سبک گسیل شده در اثر این واکنش را نشان می‌دهد. قله‌های پراثری تر مربوط به واپاشیهای آلفا از هسته‌های ناپایدار تولید شده در واکنش در حوالی $A = 150$ است. قله ۱٫۲۳۹ MeV با استفاده از روش $\Delta E \cdot T$ که در فصل ۷ معرفی شد، به عنوان قله پروتون شناخته شده است. نیمه عمر اندازه‌گیری شده، مطابق شکل ۵.۸، برابر ۸۵ ms است. بر اساس یک رشته دلایل غیرمستقیم، واپاشی مربوط به ایزوتوپ ^{151}Lu است؛ متأسفانه واکنشهایی از این نوع، محصولات مختلف متعددی تولید می‌کنند و مشخص کردن چشمه تابشهای مشاهده شده معمولاً کاری دشوار است. به این ترتیب، این آزمایش دلیلی بر واپاشی $^{151}\text{Lu} \rightarrow ^{150}\text{Yb} + p$ فراهم می‌آورد.

مطالعه واپاشیهای از این نوع سبب پیشرفت شناخت ما از رده‌بندی جرم هسته‌ای و گسترش حدود قبلی آن می‌شود. به عنوان مثال، در موقع انجام این کار، ^{151}Lu در مقایسه با آخرین ایزوبار قبل از خودش (^{151}Er) دارای سه پروتون بیش از حد پایدار بود. شکل ۶.۸ مقادیر Q_p استنتاج شده از جرمهای معلوم و برون‌یابیهای مبتنی بر رده‌بندی را نشان می‌دهد. مقدار مربوط به ^{151}Lu درست روی محاسبه نظری قرار می‌گیرد، که این امر اعتماد به تعیین هویت ایزوتوپ و محاسبه نظری را تقویت می‌کند.

با استفاده از معادله (۱۸.۸)، مقدار نیمه عمر در حدود ۱۲۷ μs به دست می‌آید که تقریباً ۵ مرتبه بزرگی کوچکتر از حد مورد انتظار است. به همین دلیل، این نظر مطرح شده است که تفاوت ساختار هسته‌ای حالات اولیه و نهایی (یا شاید تغییر بزرگ تکانه زاویه‌ای در اثر واپاشی که نمونه‌هایی از آن در بخش بعدی مورد بحث قرار می‌گیرد) مانع از تحقق واپاشی می‌شود.



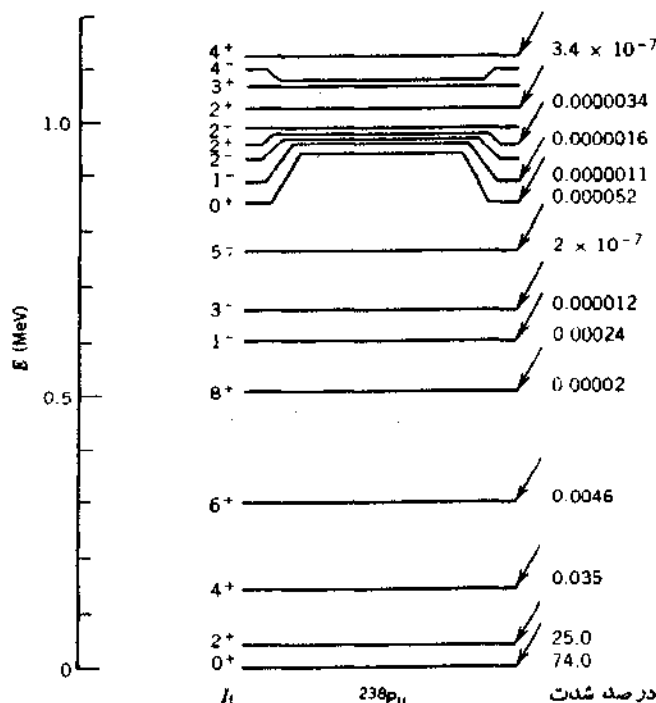
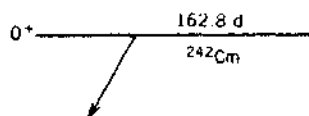
شکل ۶۰۸ انرژیهای واپاشی پروتون‌زا در ایزوتونهای $N=80$. خطوط پر از محاسبات نظری مبتنی بر فرمولهای جرم هسته‌ای (مانند فرمول نیمه تجربی جرم) حاصل شده‌اند. انرژی واپاشی فقط برای ^{151}Lu مثبت است.

۵.۸ تکانه زاویه‌ای و پارینه در واپاشی آلفا

تاکنون از بحث در مورد تکانه زاویه‌ای ذره آلفا صرف نظر کرده‌ایم. در یک گذار از حالت اولیه با تکانه زاویه‌ای I_i به حالت نهایی I_f ، تکانه زاویه‌ای ذره آلفا می‌تواند در گستره $I_i + I_f$ تا $|I_i - I_f|$ قرار گیرد. هسته ^4He از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است که همه آنها در حالت $1s$ هستند و بر اثر جفت‌شدگی تزیجی اسپین کل شان برابر صفر است. بدین ترتیب، اسپین ذره آلفا برابر صفر و تکانه زاویه‌ای کل آن در فرایند واپاشی از نوع تکانه زاویه‌ای مداری است که آن را با I_α نشان می‌دهیم. بنابراین، تابع موج ذره α با Y_{I_α} نشان داده می‌شود که در آن $I = I_\alpha$ است. در نتیجه، تغییر پارینه در گسیل α به صورت $^{L-1}$ است، و قاعده گزینش پارینه که گذارهای مجاز و مطلقاً ممنوع را با توجه به پایستگی پارینه مشخص می‌کند، چنین می‌شود: اگر پارینه‌های اولیه و نهایی یکسان باشند I_α باید زوج، و در صورت مختلف بودن پارینه‌ها I_α باید فرد باشد.

در مطالعه کاربرد این قواعد باید به خاطر داشته باشیم که یکی از ویژگیهای بسیار مهم واپاشی آلفا را نادیده گرفته‌ایم، و آن این است که یک حالت اولیه می‌تواند به حالت‌های نهایی بسیار متعددی در دختر هسته منجر شود. این خصوصیت را گاهی «ساختریز»

واپاشی آلفا می‌نامیم، که البته ربطی به ساختار ریز اتمی ندارد. شکل ۷-۸ واپاشی آلفای ^{242}Cm را نشان می‌دهد. اسپین حالت اولیه صفر است، و در نتیجه تکانه زاویه‌ای ذره آلفا، l_α ، برابر تکانه زاویه‌ای حالت هسته نهایی I_f است. چنانکه ملاحظه می‌شود، حالت‌های نهایی بسیار متعددی از ^{238}Pu قابل تصور است. واپاشیهای آلفا، مقادیر Q متفاوت (که از تفاضل مقدار Q واپاشی به حالت پایه، و انرژی پرتابگری حالت پرتابگر به دست می‌آید) و شدت‌های مختلف دارند. شدت به تابع موج‌های حالات اولیه و نهایی و تکانه زاویه‌ای l_α بستگی دارد. در معادله (۶۰.۲) دیدیم که «پتانسیل مرکز گریز» $\frac{1}{2} m r^2 (l + \frac{1}{2})^2$ چگونه باید در مختصات کروی منظور شود. این جمله که همواره مثبت است، انرژی پتانسیل ناحیه $b < r < a$ را افزایش و در نتیجه ضخامت سد را که باید در آن نفوذ شود افزایش می‌دهد. برای مثال حالات 0^+ ، 2^+ ، 4^+ ، 6^+ ، و 8^+ حالت پایه یک نوار دورانی را در نظر بگیرید. واپاشی به حالت 2^+ به دو دلیل دارای شدتی کمتر



شکل ۷-۸ واپاشی آلفای ^{242}Cm به حالات پرتابگری مختلف ^{238}Pu . شدت هر شاخه واپاشی آلفا در سمت راست تراز داده شده است.

از واپاشی به حالت پایه است؛ اول اینکه «پتانسیل مرکز گریز» ارتفاع سد را به میزان 5 MeV افزایش می‌دهد، و دوم اینکه انرژی برانگیختگی مقدار Q را به اندازه 44 MeV کاهش می‌دهد. به همین دلایل، شدت واپاشی طی صعود در طول نوار و رسیدن به حالت 8^+ به طور پیوسته کاهش می‌یابد. اگر از نظریه قبلی برای آهنگهای واپاشی استفاده کنیم، با در نظر گرفتن افزایش B مؤثر و کاهش Q ، برای شاخه‌های واپاشی به طور نسبی برآوردهای زیر را به دست می‌آوریم: برای حالت 0^+ شدت 76% ؛ برای 2^+ شدت 23% ؛ برای 4^+ شدت 15% ؛ برای 6^+ شدت $77 \pm 5\%$ ؛ و برای 8^+ شدت $5 \pm 10 \times 84\%$. این نتایج با شدتهای مشاهده شده توافق دقیقی ندارند ولی ایده‌ای تقریبی از منشأ کاهش شدت به دست می‌دهند.

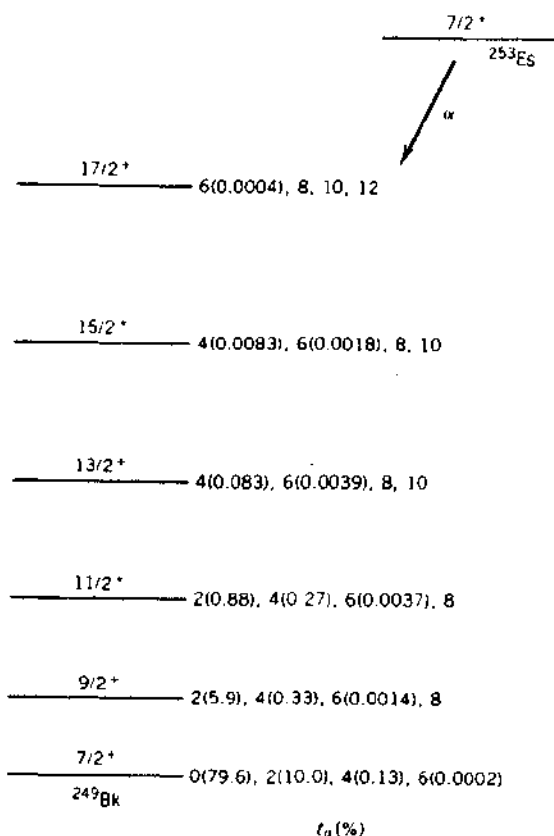
در بالای نوار حالت پایه، شدتهای واپاشی آلفا بسیار کوچک و از مرتبه $10^{-6}\%$ شدت واپاشی کل می‌شود. این مسئله ناشی از هماهنگی ضعیف تابع موجهای اولیه و نهایی است. بسیاری از این حالات برانگیخته از ارتعاشات یا برانگیزشهای ذره‌ای زوج شکنی حاصل می‌شوند که هیچ شباهتی به حالت پایه تزویج شده بدون ارتعاش 0^+ در ^{242}Cm ندارند. باید به این نکته هم توجه داشت که برای برخی از حالتها تاکنون هیچ گونه شدت واپاشی مشاهده نشده است. این حالتها عبارت‌اند از حالت 2^- در انرژیهای 968 MeV و 986 MeV ، حالت 3^+ در انرژی 1070 MeV و حالت 4^- در 1082 MeV . واپاشی آلفا با این حالتها با توجه به قاعده گزینش پاریته مطلقاً ممنوع است. برای مثال، واپاشی $3 \rightarrow 0$ باید دارای $3 = \pi$ باشد که مستلزم تغییر پاریته بین حالتهاى اولیه و نهایی است. بدین سان، واپاشی $3^- \rightarrow 0^+$ ممکن و واپاشی $3^+ \rightarrow 0^+$ غیر ممکن است. همین طور واپاشیهای $2 \rightarrow 0$ و $4 \rightarrow 0$ نمی‌توانند سبب تغییر پاریته شوند، و بنابراین واپاشیهای $2^- \rightarrow 0^+$ و $4^- \rightarrow 0^+$ مجاز نیستند.

اگر اسپین هیچ يك از حالتهاى اولیه و نهایی صفر نباشد، مسئله چندان ساده نیست و واپاشیهای مطلقاً ممنوع وجود ندارند. برای مثال در واپاشی $2^+ \rightarrow 2^-$ ، $\pi = 1$ باید فرد باشد (به علت تغییر پاریته)، و طبق قوانین جفت شدگی، تکانه زاویه‌ای داریم $4 \leq \pi \leq 10$. بنابراین، این واپاشی تحت شرایط $\pi = 1$ مساوی ۱ یا ۳ امکان پذیر است. سؤال بعدی که پیش می‌آید این است که کدام يك از حالتهاى $\pi = 1$ مساوی ۱ یا ۳ مرجح است و میزان ترجیح چقدر است. بحث قبلی ما منجر به این شد که شدت $\pi = 1$ تقریباً به اندازه يك مرتبه بزرگی از شدت $\pi = 3$ بیشتر است. اما، اندازه‌گیری انرژی یا شدت واپاشی به تنهایی هیچ اطلاعی از چگونگی تقسیم شدت واپاشی کل بین مقادیر مجاز π به دست نمی‌دهد. برای تعیین سهم نسبی مقادیر مختلف π ، باید توزیع زاویه‌ای ذرات α را اندازه بگیریم. گسیل ذره α با $1 = \pi$ را تابع $Y_1(\theta, \phi)$ تعیین می‌کند، در حالی که واپاشی آلفای $3 = \pi$ از توزیع $Y_3(\theta, \phi)$ به دست می‌آید. اصولاً، با تعیین توزیع فضایی این واپاشیها می‌توان اندازه‌های نسبی مقادیر مختلف π را تعیین کرد.

برای انجام این آزمایش باید ابتدا اسپین هسته‌های رادیواکتیو آلفا را، مثلاً با

روش به خط کردن دو قطبی مغناطیسی یا گشتاورهای چار قطبی الکتریکی در يك میدان مغناطیسی یا در يك گرادیان میدان الکتریکی بلورین، همسو کنیم. حفظ همسویی اسپینها مستلزم سردسازی هسته‌ها تا دمایی است که در آن حرکت گرمایی برای برهم زدن نظم کافی نباشد. در این حال، معمولا به دماهای کمتر از 10^{-4} K نیاز داریم (یعنی کمتر از 10^{-4} درجه بالاتر از دمای صفر مطلق).

به عنوان مثالی از این نوع آزمایش، واپاشی ^{253}Es را به حالت‌های پایه نوار دورانی ^{249}Bk در نظر می‌گیریم. مقادیر مجاز l در شکل ۸-۸ نشان داده شده‌اند، و نتایج اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای ذره α به ما کمک می‌کنند تا سهم نسبی مقادیر مختلف l را تعیین کنیم. از آنجا که بسیاری از هسته‌های آلفا گسیل تغییر شکل یافته‌اند، اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای می‌تواند در پاسخ به سؤال دیگر نیز به ما کمک کند: در يك هسته پایدار کشیده



شکل ۸-۸ شدت مؤلفه‌های مختلف تکانه زاویه‌ای در واپاشی ^{253}Es . برای $l=8$ و بالاتر، شدت‌ها معلوم نیستند ولی مقدار آنها را می‌توان فوق‌العاده کوچک گرفت.

(دراز شده)، آیا تعداد آلفاهای گسیل شده از محل قطب بیش از استواست؟ شکل ۹.۸ پاسخ ممکن به این سؤال را در اختیار می‌گذارد: در شعاع بزرگتر قطبی، ذره α با سد پتانسیل کولنی ضعیفتری روبه‌رو است. و بنابراین باید در سد نازکتر و کوتاه‌تری نفوذ کند. بنابراین انتظار داریم که گسیل قطبی محتملتر از گسیل استوایی باشد. شکل ۱۰.۸ توزیع زاویه‌ای گسیل آلفا را نسبت به محور تقارن نشان می‌دهد. چنانکه می‌بینید، همان‌طور که با توجه به پتانسیل انتظار می‌رود، گسیل از محل قطب ۳ تا ۴ بار محتملتر از گسیل از استواست.

۶.۸ طیف نمایی واپاشی آلفا

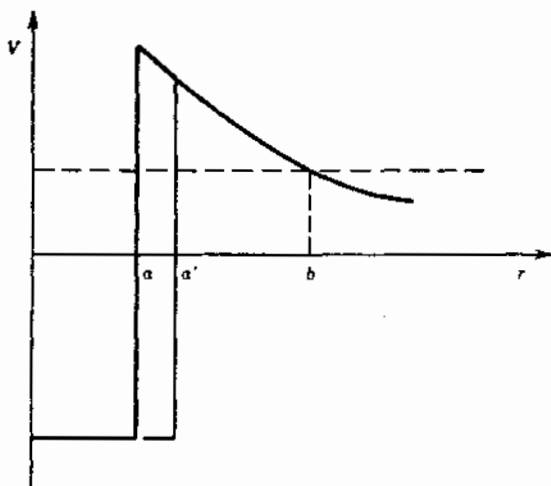
آخرین مطلب مورد بحث در واپاشی آلفا این است که با مطالعه واپاشی آلفا چه اطلاعاتی از ترازهای هسته‌ای به دست می‌آوریم.

برای مثال، واپاشی ۵۳ ساعتی ^{251}Fm را به ترازهای ^{247}Cf در نظر می‌گیریم. (ترازهای ^{247}Cf در اثر واپاشی بتازای ^{247}Es نیز حاصل می‌شوند، ولی نیمه‌عمر این واپاشی برابر 47 min و به اندازه‌ای کوتاه است که استفاده از آن در بررسی تفصیلی ساختار تراز ^{247}Cf خیلی مشکل است.)

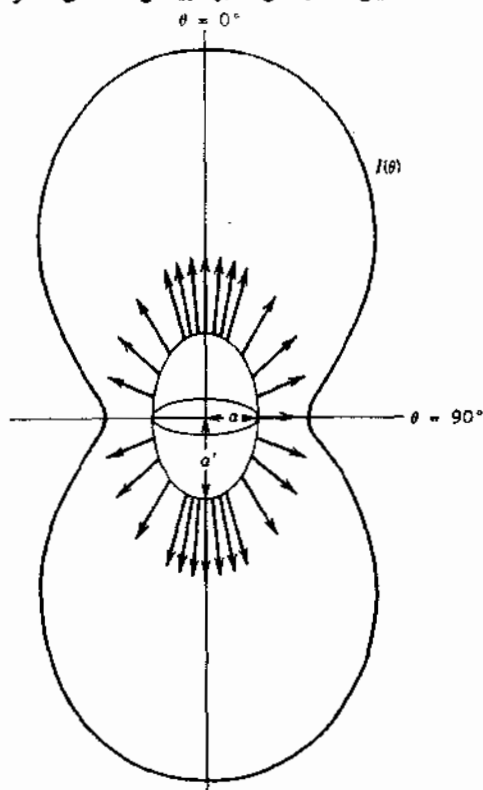
شکل ۱۱.۸ طیف انرژی حاصل از واپاشیهای آلفای ^{251}Fm را نشان می‌دهد. چنانکه می‌بینید، ۱۳ گروه متمایز ذره آلفا در این طیف قابل تشخیص‌اند، که هر گروه احتمالاً واپاشی به یک حالت برانگیخته خاص ^{247}Cf را نشان می‌دهد، چگونه می‌توانیم این اطلاعات را برای بازسازی طرح تراز ^{247}Cf به کار ببریم؟ بر اساس طیف α ابتدا باید انرژی و شدت هر گروه را پیدا کنیم. انرژی در مقایسه با واپاشیهای با انرژی معلوم به دست می‌آید (واپاشیهای ناشی از ناخالصی ^{252}Fm برای این منظور می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد) و شدت با توجه به مساحت سطح هر قله به دست می‌آید. نتیجه این تحلیل همراه با خطاهایی که اغلب ناشی از آمار شمارش هر قله است در جدول ۳.۸ نشان داده شده است. (توجه کنید که قویترین قله‌ها کمترین خطای نسبی را دارند.) برای یافتن انرژیهای واپاشی (یعنی، انرژیهای نسبی حالات هسته‌ای) باید از معادله (۷.۸) استفاده کنیم، زیرا انرژیهای قابل اندازه‌گیری ذرات آلفا فقط از نوع انرژی جنبشی‌اند. این مقادیر نیز در جدول ۳.۸ نشان داده شده‌اند.

حالات برانگیخته مختلف ^{247}Cf با گسیل فوتونهای پرتو گاما به سرعت به حالت پایه واپاشیده می‌شوند، بنابراین برای به دست آوردن طرح واپاشی اطلاع از انرژیها و شدتهای پرتوهای گاما نیز مفید است. شکل ۱۲.۸ پرتوهای گامای مشاهده شده، و جدول ۴.۸ انرژیها و شدتهای به دست آمده را نشان می‌دهد.

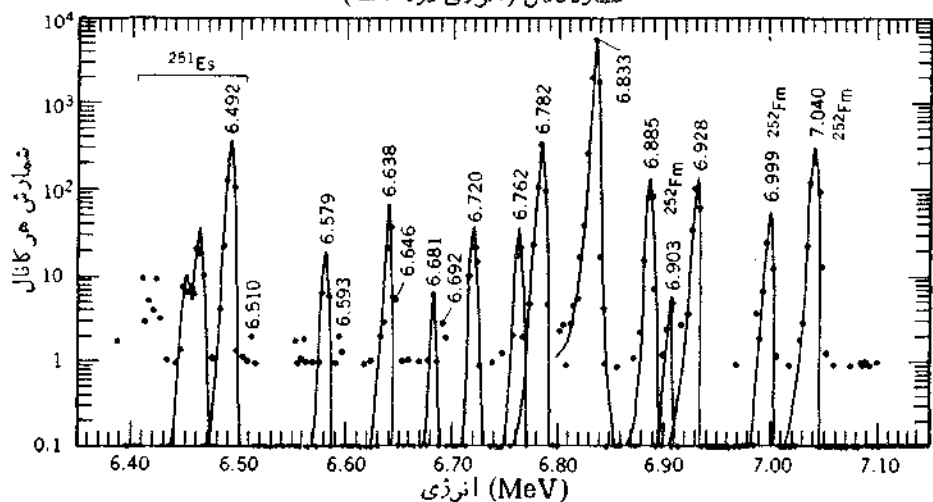
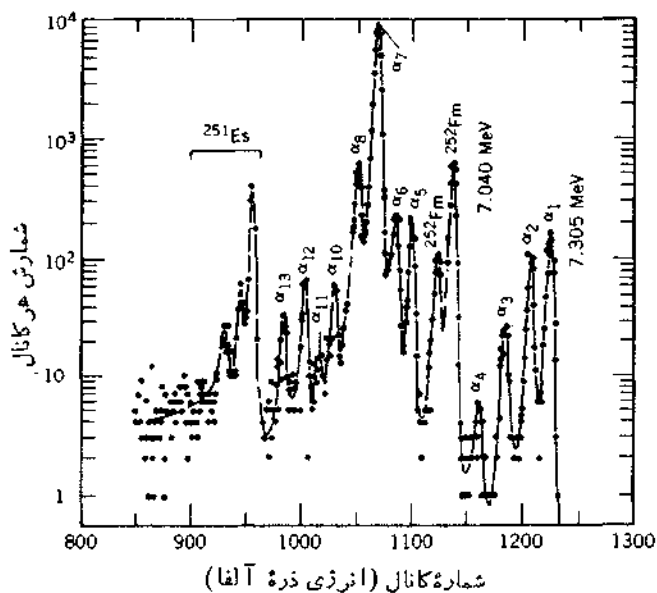
اکنون کار تجسس و ارزیابی ما آغاز می‌شود. در اینجا، چنانکه در مثال بعد خواهیم دید، در حالی که نهایت دقت را به خرج می‌دهیم فرض می‌کنیم که بالاترین انرژی واپاشی آلفا به حالت پایه ^{247}Cf منجر شود. (این فرض در هسته‌های زوج-زوج بسیار خوب



شکل ۹.۸ در یک هسته تغییر شکل یافته، ذرات آلفایی که از محل قطبها خارج می‌شوند در فاصله جدایی بزرگتر a' وارد سد کولنی می‌شوند، و بنا بر این باید در سد کوتاها تر و نازکتری نفوذ کنند. بدین سان، احتمال مشاهده گسیل α در محل قطبها بیشتر از محل استواست.



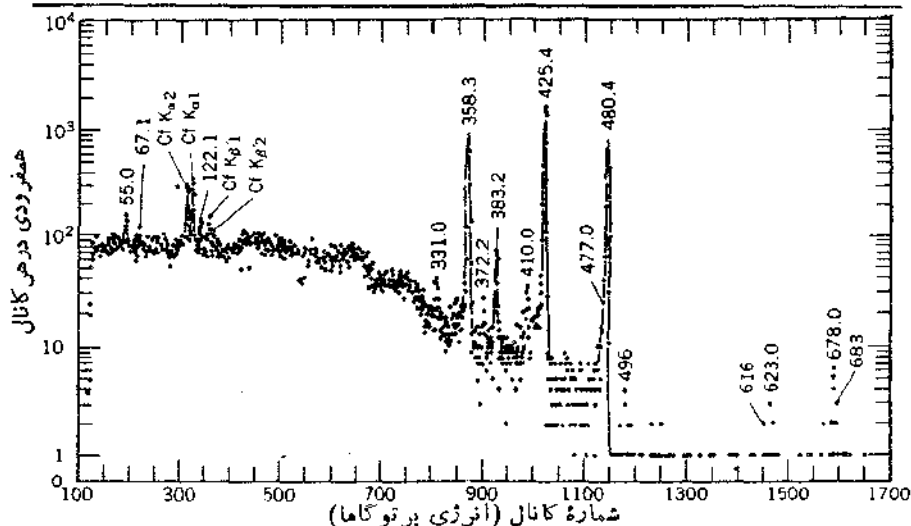
شکل ۱۰.۸ توزیع شدت ذرات آلفای گسیل شده از هسته تغییر شکل یافته‌ای که در مرکز شکل قرار دارد. نمودار قطبی شدت، تأثیر بارز توزیع زاویه‌ای را نشان می‌دهد.



شکل ۱۱۰۸ طیف آلفای ناشی از واپاشی ^{251}Fm . قسمت بالا طیف مشاهده شده توسط یک آشکارساز Si را نشان می‌دهد. تصویر پایین نمایانگر قسمتی از همان طیف است که با طیف‌سنج مغناطیسی مشاهده شده است. تفکیک برتر انرژی در این آشکارساز، وجود واپاشی 6.762MeV را که در طیف بالایی پوشیده می‌ماند پدیدار ساخته است.

جدول ۳۰۸ واپاشیهای آلفازای ^{251}Fm .

گروه α	انرژی α (keV)	انرژی واپاشی (keV)	انرژی حالت برانگیخته (keV)	شدت α (%)
α_1	7305 ± 3	7423	0	1.05 ± 0.01
α_2	7251 ± 3	7368	55	0.93 ± 0.08
α_3	7184 ± 3	7300	123	0.29 ± 0.03
α_4	7106 ± 5	7221	202	~ 0.05
α_5	6928 ± 2	7040	283	1.08 ± 0.01
α_6	6885 ± 2	6996	227	1.07 ± 0.01
α_7	6833 ± 2	6944	279	87.0 ± 0.9
α_8	6782 ± 2	6892	531	2.8 ± 0.2
α_9	6762 ± 3	6872	552	0.38 ± 0.06
α_{10}	6720 ± 3	6829	594	0.44 ± 0.04
α_{11}	6681 ± 2	6789	634	0.07 ± 0.03
α_{12}	6638 ± 3	6745	678	0.56 ± 0.06
α_{13}	6579 ± 3	6686	738	0.26 ± 0.04



شکل ۱۲۰۸ طیف پرتوگامای ناشی از ^{251}Fm در همفرودی با تمام واپاشیهای آلفازا در گستره ۵۶ تا ۷۷ MeV. این طیف با استفاده از آشکارساز Ge(Li) به دست آمده است.

جدول ۴۰۸ پرتوهای گامای ^{247}Cf در پی واپاشی آلفای ^{251}Fm .

انرژی (keV)	شدت (درصد واپاشیها)	انرژی (keV)	شدت (درصد واپاشیها)
55.00 ± 0.02	0.58 ± 0.08	42.574 ± 0.01	4 ± 0.1
67.01 ± 0.02	0.28 ± 0.05	47.700 ± 0.03	0.54 ± 0.08
122.01 ± 0.02	0.28 ± 0.05	48.074 ± 0.01	2 ± 0.2
33.100 ± 0.03	0.35 ± 0.07	49.6 ± 1	~ 0.08
35.803 ± 0.01	17 ± 1.5	61.6 ± 1	~ 0.05
37.202 ± 0.04	0.25 ± 0.05	62.300 ± 0.08	0.07 ± 0.02
38.202 ± 0.03	1.2 ± 0.13	67.800 ± 0.08	0.26 ± 0.06
41.000 ± 0.03	0.50 ± 0.07	68.3 ± 1	~ 0.04

است، زیرا واپاشیهای آلفای $0^+ \rightarrow 0^+$ بسیار قوی هستند و هیچگونه ممنوعیتی در اثر تفاوت تابع موجهای حالتی ابتدایی و انتهایی هسته به وجود نمی آید. درسته‌های A فرد، حالتی پایه ابتدایی و انتهایی ممکن است خصوصیات بسیار متفاوتی داشته باشند، به طوری که احتمال واپاشی به حالت پایه بسیار ضعیف یا صفر شود. واپاشی کم انرژیتر نسبت به حالت پایه فقط 55 keV تفاوت انرژی دارد. اگر فرض کنیم که این واپاشی به اولین حالت برانگیخته منجر شود، آنگاه با مشاهده انرژی 55 keV در بین گذارهای گاما بسیار خوشحال خواهیم شد، زیرا این گذار نماینده عبور از اولین حالت برانگیخته به حالت پایه است. واپاشی آلفای بعدی به حالت برانگیخته‌ای که $3 \pm 123 \text{ keV}$ بالاتر از حالت پایه است منجر می‌شود، و در بین پرتوهای گاما هم انرژی 122.01 keV وجود دارد که با گذار از دومین حالت برانگیخته به حالت پایه متناظر است. همچنین با انرژی گذار $(55.00 - 122.01) \text{ keV} = 67.01 \text{ keV}$ روبه‌رو می‌شویم که ناشی از گذار بین دومین و اولین حالت برانگیخته است.

فرض می‌کنیم که این سه حالت (با انرژیهای فرضی صفر، 55.00 keV و 122.01 keV) یک نوار دورانی تشکیل می‌دهند، که مطابق بحثی که در بخش ۳.۵ در مورد هسته‌های A فرد تغییر شکل یافته مطرح کردیم، دارای حالتی پایه با تکانه زاویه‌ای $0, 1, 2, \dots$ هستند که در آنها Ω مؤلفه تکانه زاویه‌ای ذره فرد در امتداد

محور تقارن است. در این صورت، تفاوت انرژی بین حالت پایه و اولین حالت برانگیخته برابر است با

$$\begin{aligned}\Delta E_{\gamma_1} &\equiv E_{\gamma} - E_1 = \frac{\hbar^2}{2J} [(\Omega + 1)(\Omega + 2) - \Omega(\Omega + 1)] \\ &= \frac{\hbar^2}{2J} 2(\Omega + 1)\end{aligned}\quad (19.8)$$

که در آن انرژی حالت‌های دورانی را به صورت $E = (\hbar^2/2J)I(I+1)$ در نظر گرفته ایم. به همین ترتیب، تفاوت انرژی بین حالت پایه و دومین حالت برانگیخته برابر است با

$$\begin{aligned}\Delta E_{\gamma_2} &\equiv E_{\gamma} - E_2 = \frac{\hbar^2}{2J} [(\Omega + 2)(\Omega + 3) - \Omega(\Omega + 1)] \\ &= \frac{\hbar^2}{2J} 2(2\Omega + 3)\end{aligned}\quad (20.8)$$

از ترکیب این نتایج با مقادیر تجربی، $\Delta E_{\gamma_1} = 550 \text{ keV}$ و $\Delta E_{\gamma_2} = 1221 \text{ keV}$ خواهیم داشت $\Omega = 3.5 \pm 0.2$ (یعنی $\Omega = 7/2$) و $\hbar^2/2J = 611 \pm 0.2 \text{ keV}$. بنابراین، به نظر می‌رسد که این سه حالت یک نوار دورانی با $I = 7/2, 9/2, 11/2$ را تشکیل می‌دهند. با نتایج بدست آمده می‌توان انرژی حالت $13/2$ را پیش‌بینی کرد

$$\Delta E_{\gamma_1} = \frac{\hbar^2}{2J} \left[\frac{13}{2} \cdot \frac{15}{2} - \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} \right] = 2016 \text{ keV}$$

و برای حالت $15/2$

$$\Delta E_{\gamma_1} = \frac{\hbar^2}{2J} \left[\frac{15}{2} \cdot \frac{17}{2} - \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} \right] = 2933 \text{ keV}$$

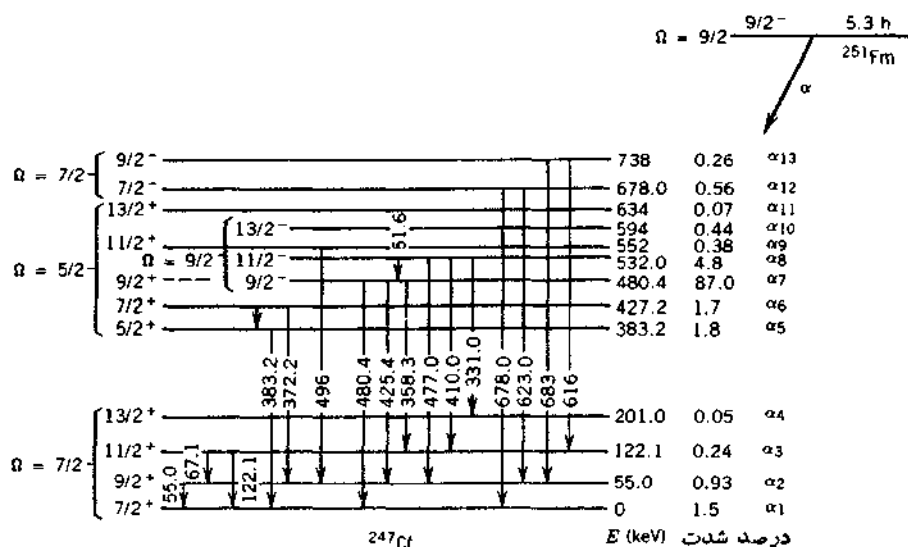
ظاهراً حالت $13/2$ از واپاشی بسیار ضعیف α حاصل می‌شود، ولی واپاشیهای گاما از آن ممکن است آنچنان ضعیف باشد که اثری از آن در طیف شکل ۱۲.۸ مشاهده نشود. واپاشی به حالت $15/2$ هنوز مشاهده نشده است.

حالات باقیمانده را می‌توان به کمک مطالعات همفرودی α - γ تفسیر کرد، که در آن به طور الکترونیکی گذارهایی از γ را انتخاب می‌کنیم که در فاصله زمانی کوتاهی (در این مورد در فاصله 110 ns) پس از واپاشی α رخ می‌دهند. از آنجا که این زمان در مقایسه با طول عمر مشخصه حالات هسته‌ای طولانی است، کلیه پرتوهای γ که بدنبال واپاشی آغاز گسیل می‌شوند ثبت خواهند شد (حتی آنهایی که مانند گسیل دوگامای پیاپی به طور غیرمستقیم گسیل می‌شوند). ارتباط همفرودیهای مشاهده شده به شرح زیر است:

درجه همفرودی	پرتوهای α (keV)
α_5	۳۸۳۲۲
α_6	۳۸۳۲۲، ۳۷۲۲۲
α_7	۴۸۰۰۴، ۴۲۵۰۴، ۳۵۸۰۳، ۱۲۲۲۱، ۶۷۲۰۱، ۵۵۰۰
α_8	۴۸۰۰۴، ۴۷۷۰۵، ۴۲۵۰۴، ۴۱۰۰۵، ۳۵۸۰۳، ۳۳۱۰۵
α_{12}	۶۷۸۰۵، ۶۲۳۰۵

واپاشی α_5 منجر به حالت برانگیخته‌ای با انرژی 38322 keV می‌شود که مستقیماً با گسیل یک پرتو γ به حالت پایه می‌رود. واپاشی α_6 منجر به حالتی با انرژی 427 keV می‌شود، ولی پرتوگامای همفرود با این انرژی که نماینده گذار مستقیم به حالت پایه است، وجود ندارد. اما با گذاری با انرژی 37222 keV روبه‌رو می‌شویم که وقتی به 550 keV افزوده شود، مقدار 42722 keV که به انرژی این حالت بسیار نزدیک است حاصل می‌شود. بنا براین، نتیجه می‌گیریم که این حالت برانگیخته با انرژی 42722 keV به اولین حالت برانگیخته با انرژی 550 keV واپاشیده می‌شود. به علاوه، یک گذار همفرودی در انرژی 38322 keV هم وجود دارد که در این صورت این حالت 42722 keV باید با گسیل یک پرتو γ با انرژی $42722 - 38322 = 4400 \text{ keV}$ به حالت تثبیت شده قبلی در 38322 keV واپاشیده شود؛ این پرتو γ هنوز مشاهده نشده است. واپاشی α_7 به حالت 48004 keV ، واپاشی به حالت پایه و حالت‌های 550 keV و 12221 keV را نشان می‌دهد ($48004 = 42504 + 550$ و $48004 = 35803 + 12221$). همین‌طور، واپاشی α_8 به حالت 53205 keV ، نمایانگر گذارهای مستقیم به حالت‌های پایتشر ($53205 = 41005 + 12221$ و $53205 = 42504 + 7701$) است، در حالی که واپاشی مستقیم به حالت پایه وجود ندارد. این واپاشی همچنین گذارهای همفرودی ناشی از تراز 48004 keV را نشان می‌دهد، که در این صورت باید گذاری با انرژی ($53205 - 48004 = 5201 \text{ keV}$) نیز وجود داشته باشد. به طور مشابه، سایر واپاشیهای آلفا و بتا را بررسی می‌کنیم. شکل ۱۳-۸ همین طرحهای واپاشی را نشان می‌دهد.

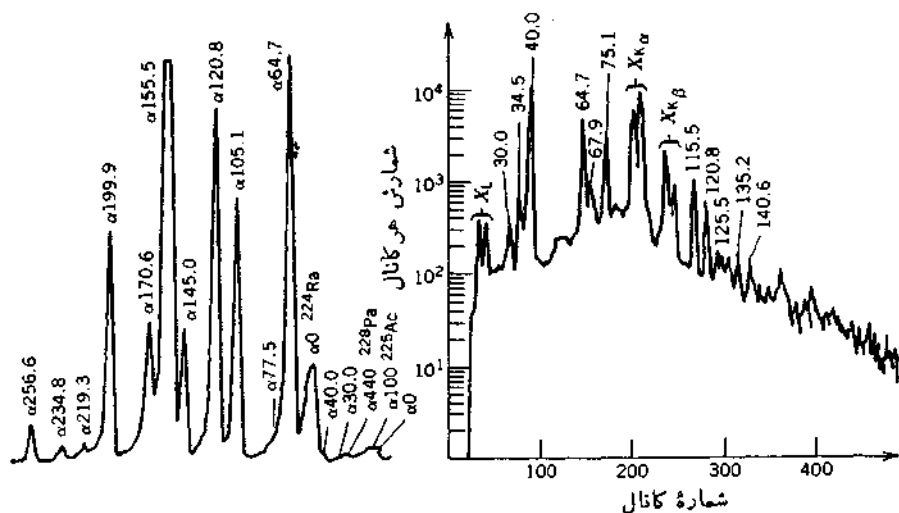
برای حالات بالاتر از نوار حالت پایه، تعیین اسپین و تکانه زاویه‌ای ذاتی Δ به آسانی نوار دورانی حالت پایه نیست. برای این منظور، به اطلاعات دیگری از واپاشیهای گاما نیاز داریم؛ که اندازه گیرهای مربوط به آنها در فصل ۱۰ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. به شاخه قوی α در انرژی 48004 keV توجه کنید. دلیل این امر، یکسان بودن تابع موجهای حالات ابتدایی و انتهایی است که هر دو از حالت تک ذره‌ای تغییر شکل یافته



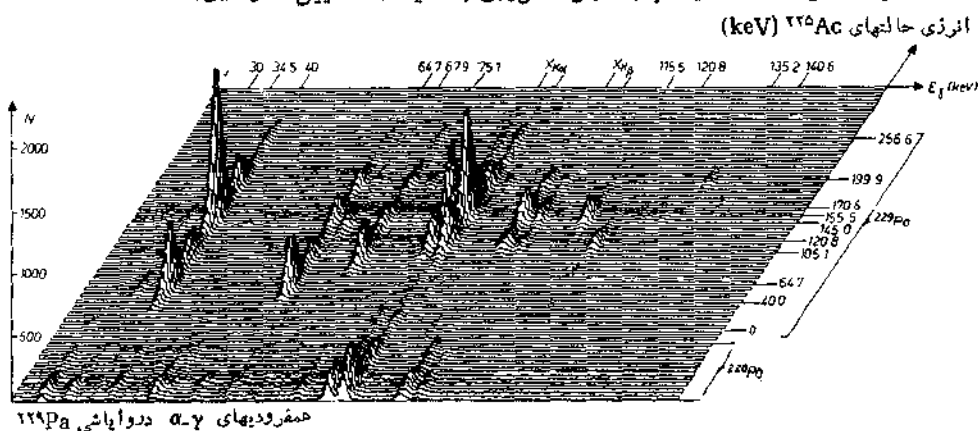
شکل ۱۳۰۸ طرح واپاشی ^{251}Fm به ترازهای ^{247}Cf که از طیف‌نمایی α و γ استنتاج شده است. اسپین ترازهای بالاتر با استفاده از تکنیک‌های پرتو γ و تبدیل داخلی که در فصل ۱۵ توضیح داده شده‌اند، تعیین شده است.

$\Omega = 9/2$ حاصل می‌شوند و در نتیجه بیش از ۹۳٪ شدت واپاشی به حالت‌های به اصطلاح نواری «ترجیحی» منتهی می‌شوند. آهنگ‌های واپاشی مشاهده شده را می‌توان با مقادیر حساب شده حالت‌های مختلف تک ذره تغییر شکل یافته که با استفاده از تابع موج‌های نیلسون به دست می‌آیند مقایسه کرد، که عموماً سازگاری خوبی بین اندازه‌گیری و محاسبه برای هر دو نوع واپاشی‌های ترجیحی و غیر ترجیحی وجود دارد. همین مقایسه بین نظریه و تجربه است که تعیین حالات تک ذره‌ای را امکان‌پذیر می‌سازد، زیرا مقدار ذاتی Ω و کمیت نیلسون مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیستند.

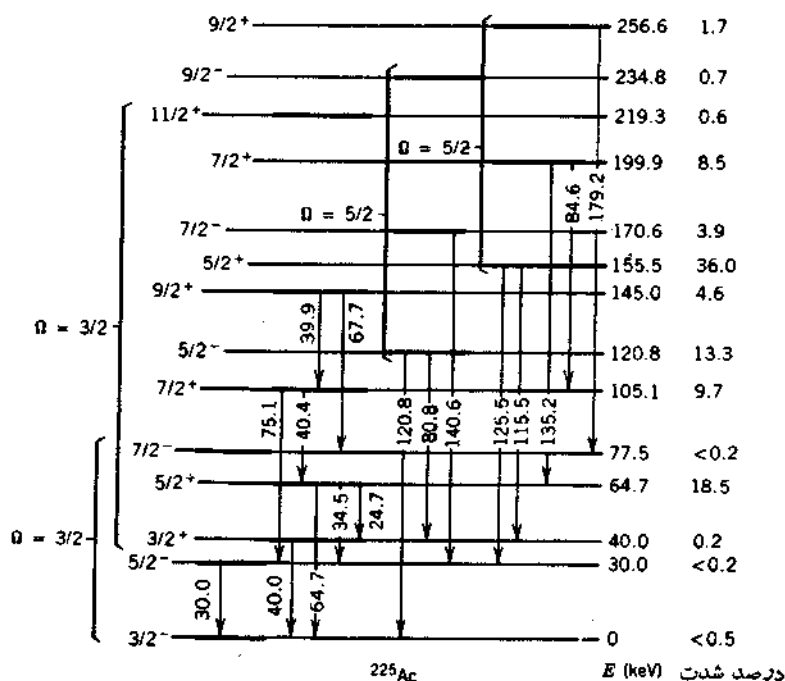
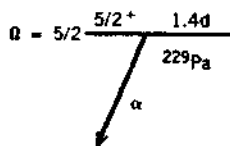
مثال دیگری از مطالعه طیف‌نمایی هسته‌ای با استفاده از واپاشی آلفا از درشکلهای ^{140}La تا ^{160}La نشان داده شده است. شکل ۱۴۰۸ طیف‌های α و γ ناشی از واپاشی $^{229}\text{Pa} \rightarrow ^{225}\text{Ac}$ را نشان می‌دهد و چنانکه می‌بینید، واپاشی به حالت پایه (که با α نشان داده شده است) قابل تأیید نیست. در این مورد هم، هم‌فرودهای α - γ به روشن کردن طرح واپاشی کمک می‌کنند، و یک روش بسیار آموزنده نمایش هم‌فرودها را در شکل ۱۵۰۸ نشان داده‌ایم. هر قلعه در طیف سه بعدی نماینده ارتباط هم‌فرودهی معینی بین α و γ است که روی محورها مشخص شده است. برای به دست آوردن طرح واپاشی شکل ۱۶۰۸ از اطلاعات حاصل از مطالعات هم‌فرودهی استفاده شده است. چهار نواری دورانی در ^{225}Ac مشخص شده‌اند که عبارت‌اند از نوارهای دورانی با پاریته مثبت و منفی و مقادیر



شکل ۱۴۰۸ طیفهای α (چپ) و γ (راست) ناشی از واپاشی ^{229}Pa و تبدیل آن به ^{229}Ac . قله‌های α بر حسب انرژی حالت‌های برانگیخته ^{229}Ac مشخص شده‌اند؛ بنابراین اگر $\alpha 105.1$ واپاشی منجر به حالت برانگیخته 105.1 keV را نشان می‌دهد، قله‌های بارز ناشی از ناخالصیها نیز مشخص شده‌اند. طیف γ با روش همفرودی با کلیه α ها تمییز شده است.



شکل ۱۵۰۸ نمایش سه‌بعدی (یا دو پارامتری) همفرودیهای α - γ در واپاشی ^{229}Pa . محور افقی نمایانگر انرژی پرتوگاما است که در قسمت بالا نشان داده شده است. محور اریب انرژیهای واپاشی آلفا را نشان می‌دهد، و مقادیر آن نماینده حالت‌های برانگیخته ^{229}Ac است که واپاشی بدانها منجر می‌شود، محور عمودی شدت ارتباط همفرودی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۶۰۸ طرح واپاشی ^{229}Pa حاصل از طیف‌نمایی α و γ .

$\Omega = 3/2, 5/2$. به هسته واپاشنده ^{229}Pa اسپین - پاریته $(5/2)^+$ نسبت داده شده است، که در نتیجه در این مورد واپاشی ترجیحی به نوار $(5/2)^+$ در هسته دختر دارای شدنی در حدود ۴۶٪ است. ممنوعیت شدید تابع موجهای هسته‌ای در واپاشی به نوار دورانی حالت پایه $(3/2)^-$ ، به واپاشی بسیار ضعیف (و احتمالاً ناموجود) به حالت پایه منجر می‌شود. در این مورد اگر گسره مشاهده شده α با بیشترین انرژی (α_{48} یا α_{49}) اگر با دقت بنگریم) را متناظر با گذار به حالت پایه در نظر می‌گیریم، مرکب خطا می‌شویم.

مراجع مطالعات تکمیلی

بخشهای مشروحتری از واپاشی آلفا را می‌توان در فصل ۱۶ کتاب

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).

و فصل ۱۳ کتاب

- I. Kaplan, *Nuclear Physics* (Reading, MA: Addison - Wesley, 1955),
یافت. برای مروری بر نظریه واپاشی آلفا رجوع کنید به
- H. J. Mang, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 14, 1 (1964),
و بخش «Alpha Decay» J. O. Rasmussen در فصل ۱۱ کتاب
- Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, edited by K. Siegbahn
(Amsterdam: North Holland, 1965),
برای مطالعه کاربرد واپاشی آلفا در طیف نمایی هسته‌ای به مقاله F. S. Stephens در
کتاب زیر رجوع کنید
- Nuclear Spectroscopy*, Part A, edited by F. Ajzenberg - Selove (New-
York: Academic, 1959).

مسائل

۱. مقدار Q را برای واپاشیهای زیر به دست آورید:
 (الف) ${}^{247}\text{Bk} \rightarrow {}^{243}\text{Am} + \alpha$ (ب) ${}^{258}\text{Cf} \rightarrow {}^{254}\text{Cm} + \alpha$
 (ج) ${}^{230}\text{Th} \rightarrow {}^{226}\text{Ra} + \alpha$
۲. برای واپاشیهای مسئله ۱، انرژی جنبشی و سرعت هسته دختر را پس از واپاشی تعیین کنید.
۳. با استفاده از جرمهای اتمی معلوم، مقدار Q را برای واپاشیهای زیر محاسبه کنید:
 (الف) ${}^{242}\text{Pu} \rightarrow {}^{238}\text{U} + \alpha$
 (ب) ${}^{208}\text{Po} \rightarrow {}^{204}\text{Pb} + \alpha$
 (ج) ${}^{208}\text{Po} \rightarrow {}^{196}\text{Pt} + {}^{12}\text{C}$
 (د) ${}^{210}\text{Bi} \rightarrow {}^{208}\text{Pb} + {}^2\text{H}$
۴. در واپاشی ${}^{242}\text{Cm}$ به ${}^{238}\text{Pu}$ ، انرژی بیشینه α برابر 4.61129 ± 0.00001 keV است.
با معلوم بودن جرم ${}^{238}\text{Pu}$ ، جرم ${}^{242}\text{Cm}$ را محاسبه کنید.
۵. بالاترین انرژی ذرات آلفای گسیل شده در واپاشی ${}^{238}\text{U}$ به ${}^{234}\text{Th}$ برابر 4.196 ± 0.001 keV است. با استفاده از این مقدار و جرم معلوم ${}^{238}\text{U}$ ، جرم ${}^{234}\text{Th}$ را محاسبه کنید.
۶. با استفاده از اصل عدم قطعیت، کمینه سرعت و انرژی جنبشی يك ذره آلفای محبوس در يك هسته سنگین را برآورد کنید.
۷. (الف) مقادیر Q رادرواپاشیهای ${}^{224}\text{Ra} \rightarrow {}^{212}\text{Pb} + {}^{12}\text{C}$ و ${}^{224}\text{Ra} \rightarrow {}^{210}\text{Pb} + {}^{14}\text{C}$ محاسبه کنید. (ب) نیمه عمرهای این دو فرایند واپاشی را برآورد کنید. ${}^{224}\text{Ra}$ يك هسته آلفا گسیل با نیمه عمر ۳٫۶ روز است.
۸. مقدار Q واپاشی آلفای ${}^{203}\text{Tl}$ ، با استفاده از جرم هسته‌های اولیه و نهایی، برابر

91 MeV محاسبه شده است. نیمه عمر ^{202}Tl را برآورد کنید و بگویید چرا ^{202}Tl را يك هسته «پایدار» می نامیم.

۹. با استفاده از فرمول نیمه تجربی جرم، انرژی واپاشی آلفای ^{242}Cf را برآورد کنید و آن را با مقدار اندازه گیری شده مقایسه کنید (شکل ۱۰۸).

۱۰. برای واپاشی آلفای ^{226}Ra به ^{222}Rn ($Q = 4866\text{ MeV}$)، مقادیر نیمه عمر انتظاری جهت تولید ^{222}Rn به شعاعهای $700, 800, 900, 1000$ فرمی را محاسبه کنید. شعاع متناظر به نیمه عمر اندازه گیری شده (1602 سال) را برآورد کنید؛ مقدار R_0 نظیر را استنتاج و تعبیر کنید.

۱۱. با استفاده از مقیاسی مشابه شکل ۲۰۸، معادله (۹۰۸) را رسم کنید و نشان دهید که روند عمومی مقادیر Q باز تولید می شود. مقادیر مناسب Z را متناظر با هر مقدار A انتخاب کنید.

۱۲. سد پتانسیل کولنی مقابل ذره α را در واپاشی آلفای ^{242}Cm ($Z = 96$) به ^{238}Pu ($Z = 94$)، با مقدار $Q = 6217\text{ MeV}$ ، رسم کنید. برای به حساب آوردن میزان بخش شدگی سطح هسته، فرض کنید $R_0 = 1.5\text{ fm}$ است. همچنین سد کولنی به علاوه گریز از مرکز را برای واپاشی $l = 2$ به اولین حالت برانگیخته (44 keV) نشان دهید. حال با استفاده از روشی مشابه معادله (۱۳۰۸)، کاهش احتمال واپاشی را در اثر سد اضافی برآورد کنید و نسبت شدتهای انشعاب به حالت پایه و اولین حالت برانگیخته ^{238}Pu را به دست آورید. (کاهش مقدار Q برای واپاشی به حالت برانگیخته را فراموش نکنید.) برآورد خود را با شدتهای واقعی در شکل ۷۰۸ مقایسه کنید.

۱۳. معادلات (۱۰۸) تا (۵۰۸) حتی در مکانیک نسبیتی هم به طور دقیق برقرارند، اما معادلات (۶۰۸) و (۷۰۸) با استفاده از شکل نانسییتی انرژی جنبشی به دست آمده اند. با استفاده از روابط نسبیتی p و T ، صورت نسبیتی معادلات (۶۰۸) و (۷۰۸) را به دست آورید و خطای ناشی از چشمپوشی از این تصحیحات را برای ذره α با انرژی 6 MeV محاسبه کنید.

۱۴. هسته شدیداً تغییر شکل یافته ^{252}Fm را با $e = 0.3$ در نظر بگیرید. این هسته به شکل بیضیوار دورانی با نیم محور بزرگ $a' = R(1+e)$ و نیم محور کوچک $a = R(1+e)^{-1/2}$ است که در آن R شعاع میانگین است. با استفاده از پتانسیلی به صورت شکل ۹۰۸، احتمالات نسبی گسیل ذرات آلفا را در راستاهای قطبی و استوایی برآورد کنید.

۱۵. در تصویر نیمه کلاسیک، يك ذره α با $l = 0$ در امتداد خطی گسیل می شود که از مرکز هسته می گذرد. (الف) ذرات α با $l = 1$ و $l = 2$ باید در چه فاصله ای از مرکز هسته گسیل شوند؟ مقدار Q را برای يك هسته سنگین ($A = 230$) برابر 6 MeV فرض کنید. (ب) اگر تمام انرژی پس زنی صرف حرکت دورانی هسته دختر شود، انرژی جنبشی دورانی هسته پس زده چقدر می شود؟

۱۶. با استفاده از اطلاعات موجود دربارهٔ مواد مرجع (جدول ایزوتوپها، جدولهای جرم اتمی)، رشته منحنیهای تغییرات مقدار Q واپاشی آلفا را بر حسب Z ، برای وقتی که A ثابت باشد، رسم کنید. از معادله (۹.۸) برای تحلیل این نمودار استفاده کنید.

۱۷. در واپاشی $^{224}\text{Ra} \rightarrow ^{220}\text{Th} + \alpha$ ، انرژی ذره آلفا با انرژی بیشینه برابر 5.423 MeV و انرژی ذره بعدی برابر 4.781 MeV است. (الف) واپاشی با انرژی بیشینه به حالت پایه ^{224}Ra منتهی می شود. چرا این رویداد فرایندی طبیعی است؟ (ب) مقدار Q این واپاشی را از انرژی اندازه گیری شده α محاسبه کنید. (ج) انرژی اولین حالت برانگیخته ^{224}Ra را محاسبه کنید.

۱۸. مقدار Q برای واپاشی $^{232}\text{U} \rightarrow ^{228}\text{Th} + \alpha$ برابر 4.909 MeV است. انرژی حالات برانگیخته ^{228}Th در این واپاشی برابر 2.9 ، 4.2 ، 7.2 و 9.7 keV است. انرژیهای پنج گروه از پراورزی ترین ذرات آلفای گسیل شده در واپاشی ^{232}U را محاسبه کنید.

۱۹. انرژی پنج گروه از ذرات آلفای گسیل شده از ^{242}Cm (شکل ۷.۸) به ترتیب برابر 6.113 ، 6.070 ، 5.972 ، 5.817 و 5.609 MeV است. هر حالت از طریق يك گذار γ به حالت بلافاصله پایتتر مرتبط می شود. انرژیهای پرتوهای گاما را محاسبه کنید. ۲۰. واپاشی آلفای هسته ای با جرم حدود ۲۰۰ دارای دو مؤلفه با انرژیهای 4.687 و 4.650 MeV است. هیچیک از این مؤلفه ها به حالت پایه هسته دختر منتهی نمی شوند، ولی به دنبال هریک از آنها پرتوی گامایی با انرژی به ترتیب برابر 2.66 و 3.05 keV گسیل می شود، و هیچ پرتوی گامای دیگری مشاهده نمی شود. (الف) با استفاده از این اطلاعات، يك نمودار واپاشی رسم کنید. (ب) حالت مادر هسته واپاشنده دارای اسپین ۱ و پاریته منفی، و حالت پایه دختر هسته دارای اسپین صفر و پاریته منفی است. در این مورد، چرا واپاشی آلفا مستقیماً به حالت پایه منتهی نمی شود؟

۲۱. واپاشی آلفای ^{244}Cm با شدت $4 \times 10^{-4} \times 100\%$ به حالت برانگیخته 0^+ هسته ^{240}Pu با انرژی 4.861 MeV منتهی می شود، در حالی که شدت نسبی واپاشی به حالت پایه 0^+ برابر 7.6% است. نسبت این شدتهای واپاشی را با استفاده از نظریه واپاشی آلفا محاسبه و آن را با مقادیر تجربی مقایسه کنید.

۲۲. در يك فرایند واپاشی، هسته ای به جرم حدود ۲۴۰ ذرات آلفا با انرژیهای زیر (بر حسب MeV) گسیل می کند: (α_1) 5.513 ، (α_2) 5.486 ، (α_3) 5.496 ، (α_4) 5.443 ، (α_5) 5.417 و (α_6) 5.389 . پرتوهای گامای زیر هم در هسته دختر مشاهده شده اند (انرژیها بر حسب keV است): (γ_1) 2.6 ، (γ_2) 3.3 ، (γ_3) 4.3 ، (γ_4) 5.9 ، (γ_5) 6.0 ، (γ_6) 9.9 ، (γ_7) 10.3 ، و (γ_8) 12.5 . با استفاده از این اطلاعات و فرض اینکه α به حالت پایه هسته دختر منتهی می شود، نمودار واپاشی را در این فرایند رسم کنید.

۲۳. در واپاشی ^{252}Es به ^{248}Bk که در شکل ۸.۸ نشان داده شده است: (الف) سهم و

شدت واپاشیهای $I_a = 0, 2, 4, 6$ را در گذار به حالت پایه برآورد و آنها را با مقادیر اندازه گیری شده مقایسه کنید. (ب) با فرض برتری مؤلفه $I_a = 2$ ، شدتهای نسبی واپاشیهای منتهی به حالت $(9/2)^+$ و $(11/2)^+$ را برآورد کنید. مقدار Q حالت پایه برابر 6747 MeV و حالت های برانگیخته برابر 42 keV $(9/2)^+$ و 94 keV $(11/2)^+$ است.

۲۴. واپاشی ^{252}Es ($I=7/2, \pi=+$) به دنباله ای از حالات پادینه منفی هسته ^{249}Bk با اسپینهای $3/2, 5/2, 7/2, 9/2, 11/2, 13/2$ منتهی می شود. برای هر حالت، مقدار مجاز I_a را بیابید.

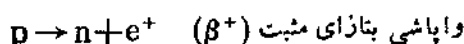
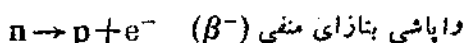
واپاشی بتازا

گسیل الکترونهاى منفى معمولی از هسته یكى از اولین پدیده های واپاشی رادیواکتیوی بود که مشاهده شد. فرایند معکوس گیراندازی الکترون مداری توسط هسته، تا سال ۱۹۳۸ مشاهده نشد. در این سال آلوارز پرتوهای α مشخصه گسیل شده در اثر پر شدن جای خالی الکترونهاى گیراندازی شده را آشکارسازی کرد. در سال ۱۹۳۴ ژولیو-کوری برای اولین بار فرایند گسیل الکترون مثبت (پوزیترون) در واپاشی رادیواکتیو را، فقط دو سال پس از کشف پوزیترون در پرتوهای کیهانی، مشاهده کردند. سه فرایند فوق ارتباط نزدیک باهم دارند و تحت عنوان مشترك واپاشی بتازا رده بندى می شوند.

اساسی ترین فرایند واپاشی بتازا تبدیل يك پروتون به نوترون و یا يك نوترون به پروتون است. در يك هسته، واپاشی بتازا Z و N را يك واحد تغییر می دهد $N \rightarrow Z \pm 1$ ، به طوری که $N \rightarrow N \mp 1$ ثابت می ماند. بنابراین واپاشی بتازا راه ساده ای برای «فروغزیدن» هسته های ناپایدار در سهمی جرم (برای مثال، شکل ۱۸.۳) با A ثابت و رسیدن به ایزوبار پایدار است.

برخلاف واپاشی آلفا، درك واپاشی بتازا آهنگ پیشرفت بسیار كندى داشته است و غالباً نتایج آزمایشی به معماهای جدیدی منجر شده اند که نظریه های موجود را مورد تردید قرار داده اند. همان طور که آزمایشهای اولیه رادرفورد نشان دادند که ذرات آلفا هسته های ${}^4\text{He}$ هستند، آزمایشهای اولیه در مورد ذرات بتای منفی نشان دادند که این ذرات دارای بار و جرم الکترون معمولی هستند. در بخش ۲۰.۱ در مورد دلایل عدم حضور الکترونها در

هسته به عنوان اجزای سازنده آن بحث کردیم، و بنابراین باید فرایند واپاشی بتا را به صورت «تولید» الکترون با استفاده از انرژی موجود در لحظه واپاشی در نظر بگیریم؛ این الکترون بلافاصله پس از تولید از هسته خارج می شود. این مطلب بر خلاف واپاشی آلفا است که طی آن می توان فرض کرد که ذره قبل از هسته موجود بوده است. بنابراین فرایندهای اساسی واپاشی بتایی به قرار زیرند:

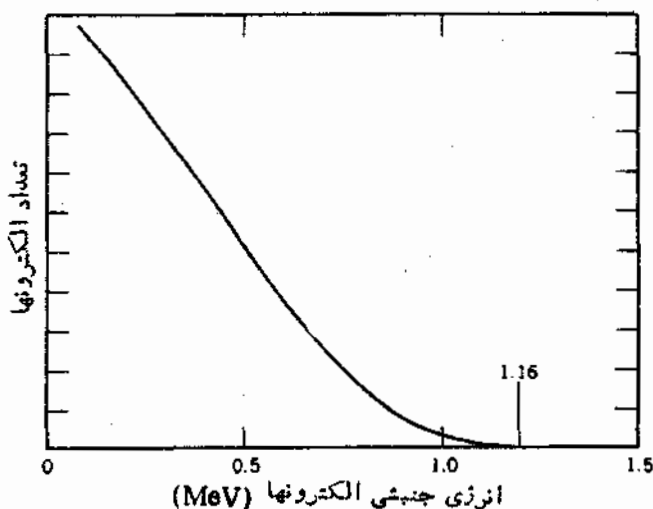


این فرایندها کامل نیستند، زیرا ذره دیگری را (که یک نوترینو یا پادنوترینو است) در هر مورد باید در نظر گرفت. دو فرایند آخر فقط برای پروتونهای وابسته به هسته رخ می دهند؛ و از نظر انرژی برای پروتونهای آزاد یا پروتون اتم هیدروژن ممنوع اند.

۱.۹ آزاد شدن انرژی در واپاشی بتا

توزیع پیوسته انرژی الکترونها در واپاشی بتا را یک نتیجه تجربی گیج کننده در سالهای دهه ۱۹۲۰ بود. ذرات آلفا، با انرژیهای مشخص و خوش تعریف که برابر تفاوت انرژی جرمی حالات اولیه و نهایی (منهای تصحیح پس زنی) است گسیل می شوند. کلیه واپاشیهای آلفا زایی که به حالات اولیه و نهایی یکسانی مربوط می شوند، انرژی جنبشی کاملاً یکسان دارند. ذرات بتا توزیع انرژی پیوسته ای دارند که از صفر تا حد بالایی (انرژی نقطه پایانی) که برابر تفاوت انرژی حالات اولیه و نهایی است، تغییر می کند. اگر واپاشی بتا مانند واپاشی آلفا را یک فرایند دو جسمی بود، انتظار داشتیم که این ذرات انرژی یکسانی داشته باشند، ولی در واقع کلیه ذرات گسیل شده انرژی کمتری از مقدار مورد انتظار دارند. برای مثال، بر مبنای تفاوت جرمهای هسته ای، انتظار داریم که ذرات بتای ناشی از ^{210}Bi با انرژی جنبشی 1.16 MeV گسیل شوند، در حالی که با توزیع پیوسته ای از ۰ تا 1.16 MeV (شکل ۱.۹) روبه رو می شویم.

در یک کوشش اولیه برای به حساب آوردن این انرژی «گم شده» فرض شد که بتاها واقعاً با انرژی جنبشی 1.16 MeV گسیل می شوند، ولی قبل از رسیدن به دستگاه آشکارسازی در اثر برخورد با الکترونهای اتمی انرژی خود را از دست می دهند. این احتمال با آزمایشهای دقیق به وسیله گرماسنجی که چشمه بتا را محصور نگه می دارد و انرژی واپاشی را با تبدیل آن به گرما اندازه گیری می کند، متفی شد. اگر قسمتی از انرژی به الکترونهای اتمی منتقل شده بود، افزایش متناظر در دما ملاحظه می شد. این آزمایشها نشان دادند که شکل طیف نشان داده شده در شکل ۱.۹ مشخصه واپاشی خود الکترونهاست و ناشی از برهم کنشهای بعدی نیست.



شکل ۱۰۹ توزیع پیوسته انرژی الکترونهاى ناشى از واپاشى بتاى ^{210}Bi (از ^{210}Bi) را در نوشته‌هاى علمى به صورت RaE نیز نشان مى‌دهند).

برای توجیه این طرز آزاد شدن انرژی، پاؤلی در سال ۱۹۳۱ گسیل ذره دومی را در فرایند واپاشی مطرح کرد که بعدها فرمی آن را فوتونو نامید. فوتونو انرژی «گمشده» را همراه می‌برد و به واسطه قابلیت نفوذ زیادش در گرماسنج متوقف نمی‌شود. بنابراین آزمایشهایی از این نوع نمی‌توانند انرژی آن را ثبت کنند. پایداری بار الکتریکی ایجاب می‌کند که فوتونو خنثی باشد، و بنابر پایداری تکانه زاویه‌ای و ملاحظات آماری در فرایند واپاشی باید اسپین آن (مانند الکترون) $1/2$ باشد. آزمایش نشان می‌دهد که در حقیقت دو دونوع مختلف فوتونو در واپاشی بتا گسیل می‌شوند [و انواع دیگری از آن هم در فرایندهای واپاشی دیگر گسیل می‌شوند؛ فصل ۱۸ (جلد دوم، ترجمه فارسی) را ببینید]. این دونوع را فوتونو و پادنوتونو می‌خوانند و با ν و $\bar{\nu}$ نشان می‌دهند. پادنوتونو در واپاشی بتای منفی و فوتونو در واپاشی بتای مثبت و گیراندازی الکترون گسیل می‌شود. در بحث واپاشی بتا، اصطلاح «فوتونو» غالباً به فوتونو و پادنوتونو هر دو اطلاق می‌شود، اگرچه در نوشتن فرایندهای واپاشی تمایز بین آنها ضرورت پیدا می‌کند؛ این مطلب برای مفهوم «الکترون» نیز صادق است.

برای بحث پیرامون مقدار انرژی آزاد شده در واپاشی بتا، ابتدا واپاشی نوترون آزاد را (که با نیمه عمر حدود ۱۵ دقیقه صورت می‌گیرد) در نظر می‌گیریم.



مانند مورد واپاشی آلفا، مقدار Q را تفاوت انرژیهای جرمی هسته‌های ابتدایی و نهایی تعیین می‌کند

$$Q = (m_n - m_p - m_e - m_{\bar{\nu}}) c^2 \quad (۱۰۹)$$

برای واپاشیهای نوترون در حال سکون داریم

$$Q = T_p + T_e + T_{\bar{\nu}} \quad (۲۰۹)$$

در حال حاضر انرژی جنبشی پس‌زنی پروتون T_p را که فقط ۳ keV است، نادیده می‌گیریم. بنابراین، انرژی واپاشی بین الکترون و پادنوترینو تقسیم می‌شود، و از همین رهگذر می‌توان طیف پیوسته الکترون را توجیه کرد. بیشینه انرژی الکترون‌ها متناظر با کمینه انرژی پادنوترینوهاست، و وقتی انرژی پادنوترینوها بسیار کوچک و متمایل به صفر است داریم $Q \approx (T_e)_{\max}$. بیشینه انرژی اندازه‌گیری شده الکترون‌ها در این فرایند برابر $0.513 \text{ MeV} \pm 0.000782 \text{ MeV}$ است. با استفاده از جرم‌های اندازه‌گیری شده نوترون، الکترون، و پروتون می‌توانیم مقدار Q را محاسبه کنیم

$$\begin{aligned} Q &= m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}} c^2 \\ &= 939.5653 \text{ MeV} - 938.2720 \text{ MeV} - 0.511 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2 \\ &= 0.782 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2 \end{aligned}$$

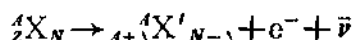
بنابراین در محدوده دقت اندازه‌گیری انرژی بیشینه (در حدود ۱۳ keV) می‌توانیم پادنوترینو را بی‌جرم در نظر بگیریم. چنانکه در بخش ۶.۹ خواهیم دید، آزمایشهای دیگر حد بالای کسری را به دست می‌دهند، که به هر حال در بحث فعلی جرم نوترینو و پادنوترینو را صفر می‌گیریم.

با استفاده از پایداری تکانه خطی می‌توان واپاشی بتا را فرایندی سه‌جسمی در نظر گرفت، ولی این مطالب مستلزم اندازه‌گیری همزمان تکانه هسته پس‌زن و تکانه الکترون است. انجام این نوع آزمایشها مشکل است زیرا هسته کم‌انرژی ($T \leq \text{keV}$) به آسانی پراکنده می‌شود، ولی این آزمایش در چند مورد انجام شده است و نتیجه حاصل از آنها نشان می‌دهد که جمع برداری تکانه‌های خطی الکترون و هسته پس‌زن با وجود ذره سوم غیر قابل مشاهده، که جرم سکون صفر یا نزدیک به صفر دارد و انرژی «گمشده» را با خود می‌برد، سازگار است. جرم ذره هر چه باشد، بنابر این آزمایشها وجود ذره سوم الزامی است، زیرا جمع تکانه‌های الکترون و هسته برخلاف واپاشی دو جسمی مسلماً صفر نیست.

نوترینو به علت بی‌جرم بودن با سرعت نور حرکت می‌کند و انرژی کل نسبی آن برابر انرژی جنبشی است؛ در اینجا از علامت $E_{\bar{\nu}}$ برای نمایش انرژی نوترینو استفاده می‌کنیم. (مروری بر مفاهیم و روابط سینماتیک نسبیتی را می‌توان در پیوست الف یافت.) برای الکترون از انرژی جنبشی T_e و انرژی کل نسبی E_e هردو استفاده می‌کنیم که طبق رابطه $E_e = T_e + m_e c^2$ به هم مربوط اند. (انرژیهای واپاشی نوعاً از مرتبه میلیون الکترون ولت است، بنابراین تقریباً نسبیتی $T \ll mc^2$ مسلماً برای الکترونهای واپاشی معتبر نیست

و بسايد از سينماتيك نسيبتي استفاده كنيم.) هسته پسرزن انرژی بسیار کمی دارد می توان آن را به طور نانسبتي بررسی کرد.

نمونه ای از فرایند واپاشی بتازا را دريك هسته در نظر می گیریم



$$Q_{\beta^-} = [m_N({}^A_ZX) - m_N({}^A_{Z+1}X') - m_e]c^2 \quad (3.9)$$

m_N نماینده جرم هسته ها است. برای تبدیل جرم هسته ای به جرم اتمهای خنثی که در جدول موجودند وبا $m({}^A_ZX)$ نشان داده می شوند، از رابطه زیر استفاده می کنیم

$$m({}^A_ZX)c^2 = m_N({}^A_ZX)c^2 + Zm_e c^2 - \sum_{i=1}^Z B_i \quad (4.9)$$

که در آن B_i نماینده انرژی بستگی الکترون i ام به اتم است، بر حسب جرم اتمی داریم

$$Q_{\beta^-} = \{[m({}^A_ZX) - Zm_e] - [m({}^A_{Z+1}X') - (Z+1)m_e] - m_e\}c^2 + \left\{ \sum_{i=1}^Z B_i - \sum_{i=1}^{Z+1} B_i \right\} \quad (5.9)$$

توجه کنید که جرمهای الکترون در این مورد یکدیگر را خنثی می کنند. با چشمپوشی از تفاوت انرژی بستگی الکترونها، خواهیم داشت

$$Q_{\beta^-} = [m({}^A_ZX) - m({}^A_{Z+1}X')]c^2 \quad (6.9)$$

که در آن m نماینده جرم اتمهای خنثی است. مقدار Q نماینده انرژی است که بین الکترون و نوترینو تقسیم می شود

$$Q_{\beta^-} = T_e + E_{\bar{\nu}} \quad (7.9)$$

در نتیجه هر ذره فقط وقتی دارای بیشینه انرژی است که انرژی ذره دیگر صفر شود

$$(T_e)_{\max} = (E_{\bar{\nu}})_{\max} = Q_{\beta^-} \quad (8.9)$$

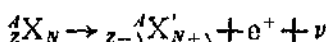
در واپاشی ${}^{210}\text{Bi} \rightarrow {}^{210}\text{Po}$ ، با استفاده از جدول جرم داریم

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [m({}^{210}\text{Bi}) - m({}^{210}\text{Po})]c^2 \\ &= (2099984095 \text{ u} - 2099982848 \text{ u})(931.502 \text{ MeV/u}) \\ &= 10161 \text{ MeV} \end{aligned}$$

طبق شکل ۱۰۹ داریم $(T_e)_{\max} = 1016 \text{ MeV}$ که با مقدار مورد انتظار Q_{β^-} سازگاری دارد. در واقع، این سازگاری بین دو مقدار مستقل نیست، مقدار Q_{β^-} در این مورد برای تعیین جرم ${}^{210}\text{Po}$ به کار رفته است، و جرم ${}^{210}\text{Bi}$ با استفاده از ${}^{209}\text{Bi}$ و با توجه

به گیراندازی نوترون به دست آمده است. از معادله (۶.۹) و مقدار اندازه گیری شده Q_{β^-} برای تعیین $m(^4X')$ استفاده شده است.

نمونه ای از واپاشی پوزیترون را به صورت زیر است

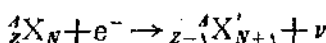


و محاسبات مشابه مورد قبل نشان می دهد که

$$Q_{\beta^+} = [m(^4X) - m(^4X') - 2m_e]c^2 \quad (۹.۹)$$

در اینجا هم از جرم های اتمی استفاده شده است. توجه کنید که جرم های الکترون در این مورد یکدیگر را خنثی نمی کنند.

در فرایندهای گیراندازی الکترون، مانند فرایند زیر



برای محاسبه مقدار Q باید توجه کنیم که اتم X' بلافاصله پس از گیراندازی در یک حالت برانگیخته اتمی است. یعنی گیراندازی از یک پوسته داخلی مانند پوسته K انجام می شود، و بنا بر این یک جای خالی الکترون در آن پوسته به وجود می آید. جای خالی با گذارهای نزولی الکترون پوسته های بالاتر به سرعت پر می شود و در نتیجه پرتوهای X مشخصه گسیل می شوند. در این صورت، انرژی کل یک یا چند پرتو X گسیل شده با انرژی بستگی الکترون گیراندازی شده برابر خواهد بود. بنا بر این جرم اتمی X' بلافاصله پس از انجام فرایند به اندازه B_n ، یعنی به اندازه انرژی بستگی الکترون گیرانداة پوسته n ($n = K, L, \dots$)، از جرم اتمی حالت پایه بیشتر است. به این ترتیب، مقدار Q برابر است با

$$Q_e = [m(^4X) - m(^4X')]c^2 - B_n \quad (۱۰.۹)$$

واپاشی بتای مثبت و گیراندازی الکترون هر دو سبب تبدیل هسته اولیه ${}^A_ZX_N$ به هسته نهایی ${}^A_{Z-1}X'_{N+1}$ می شوند، ولی توجه کنید که ممکن است هر دو فرایند از نقطه نظر توازن انرژی ممکن نباشند (Q باید برای هر فرایند واپاشی مثبت باشد). هسته هایی که برای آنها واپاشی بتای مثبت از نظر انرژی امکان پذیر است، می توانند الکترون را هم گیراندازی کنند، ولی عکس آن حقیقت ندارد - یعنی ممکن است برای گیراندازی الکترون $Q < 0$ و برای واپاشی بتای مثبت $Q > 0$ شود. برای واپاشی بتای مثبت، تفاوت جرم انرژی اتمی باید لااقل برابر $1.02044 \text{ MeV} = 2m_e c^2$ باشد.

در واپاشی پوزیترون را، عباراتی مانند معادلات (۷.۹) و (۸.۹) نشان می دهند که انرژی نوترینو دارای توزیع پیوسته ای از صفر تا Q_{β^+} (منهای انرژی قابل چشمپوشی پس زنی هسته) است. اما در گیراندازی الکترون، حالت نهایی دو جسمی سبب می شود که مقادیر انرژی پس زنی و E_{ν} منحصر به فرد باشند. با چشمپوشی از انرژی پس زنی، یک نوترینوی تک انرژی با انرژی Q_e گسیل می شود.

جدول ۱۰۹ نمونه‌هایی از فرایندهای واپاشی بتازا.

ز	$Q(\text{MeV})$	نوع	واپاشی
۲۸ s	۲۰۳۸	β^-	$^{23}\text{Ne} \rightarrow ^{23}\text{Na} + e^- + \bar{\nu}$
$2.1 \times 10^5 \text{ y}$	۰.۲۹	β^-	$^{99}\text{Tc} \rightarrow ^{99}\text{Ru} + e^- + \bar{\nu}$
۷۲ s	۳.۲۶	β^+	$^{25}\text{Al} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + e^+ + \nu$
۲۲ d	۲.۱۲	β^+	$^{124}\text{I} \rightarrow ^{124}\text{Te} + e^+ + \nu$
۱۲۲ s	۲.۷۵	ϵ	$^{15}\text{O} + e^- \rightarrow ^{15}\text{N} + \nu$
$1.0 \times 10^5 \text{ y}$	۰.۴۳	ϵ	$^{41}\text{Ca} + e^- \rightarrow ^{41}\text{K} + \nu$

آنچه گذشت مربوط به واپاشیهای بین حالات پایه هسته‌ای است. اگر حالت هسته‌ای نهایی X' يك حالت برانگیخته باشد، مقدار Q باید با در نظر گرفتن انرژی برانگیختگی آن حالت کاهش یابد

$$Q_{\text{ex}} = Q_{\text{gr}} - E_{\text{ex}} \quad (11.9)$$

جدول ۱۰۹ چند نمونه از واپاشی بتازا، انرژی آزاد شده، و نیمه عمر آنها را نشان می‌دهد.

۲.۹ نظریه فرمی درباره واپاشی بتازا

در محاسبه نیمه عمر واپاشی آلفا در فصل ۸ دیدیم که احتمال نفوذ در سد، عامل حساسی در تعیین نیمه عمرهای واپاشی آلفا است. در واپاشی بتازای منفی و حتی در واپاشی بتازای مثبت چنین سدی جهت نفوذ وجود ندارد، و با محاسبه تقریبی می‌توان نشان داد که عامل نمایی احتمال نفوذ در سد از مرتبه واحد است. تفاوت‌های مهم دیگری بین واپاشیهای آلفا و بتازا وجود دارند که استفاده از رهیافتی کاملاً متفاوت را برای محاسبه احتمال گذار در واپاشی بتازا مطرح می‌کنند: (۱) الکترون و نوترینو قبل از فرایند واپاشی وجود ندارند، و بنابراین باید تولید آنها را در هسته در نظر بگیریم. (۲) الکترون و نوترینو باید به‌طور نسبی بررسی شوند. (۳) از این محاسبات باید توزیع پیوسته‌ای برای انرژی الکترون‌ها حاصل شود.

در سال ۱۹۳۲، فرمی بر مبنای فرضیه پاولی دایر بر وجود نوترینو نظریه‌ای موفق را برای واپاشی بتا ارائه پیشنهاد کرد. مهمترین ویژگیهای واپاشی را از عبارت اساسی احتمال گذار، در اثر برهم کنشی که در مقایسه با برهم کنش تشکیل حالات شبه پایدار ضعیف است، می‌توان به دست آورد. این مطلب مسلماً برای واپاشی بتا از اهمیت دارد، زیرا زمانهای مشخصه (نیمه عمرهای از مرتبه ثانیه و طولانیتر) آن بسیار طولانیتر از زمان مشخصه هسته‌ای (10^{-20} s) است. نتیجه این محاسبه، با در نظر گرفتن برهم کنش مولد واپاشی به عنوان يك اختلال ضعیف، قاعده طلایی فرمی نامیده می‌شود که نتیجه کلی هر آهنگ گذار است که قبلاً به صورت معادله (۷۹.۲) نشان داده شد

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \quad (12.9)$$

جزء ماتریس V_{fi} برابر انتگرال برهم کنش V در فاصله بین حالت اولیه و حالت نهایی شبه پایدار سیستم است

$$V_{fi} = \int \psi_f^* V \psi_i dv \quad (13.9)$$

عامل $\rho(E_f)$ چگالی حالت‌های نهایی است، که می‌توان آن را به صورت dn/dE_f یعنی تعداد حالات نهایی dn در فاصله انرژی dE_f نیز نوشت. با افزایش تعداد حالات نهایی قابل حصول، احتمال وقوع يك گذار مشخص افزایش می‌یابد.

فرمی شکل ریاضی V را در واپاشی بتا از انجام محاسبات با استفاده از آن و معادلات (۱۲.۹) و (۱۳.۹) میسر می‌شود، نمی‌دانست. وی در عوض، کلیه شکل‌های ممکن سازگار با نسبیت خاص را در نظر گرفت و نشان داد که می‌توان یکی از پنج عملگر ریاضی O_X را که در آن X شکل عملگر (یعنی خصوصیات تبدیلی آن) است، به صورت زیر جایگزین کرد:

$X = V$ (بردار)، A (بردار محوری)، S (نرده‌ای)، P (شبه نرده‌ای)، T (تانسوری)

اینکه کدام يك از اینها درست است، فقط با آزمایشهایی که در آنها تقارن‌ها و خصوصیات فضایی محصولات واپاشی بررسی می‌شوند قابل تحقیق است، و تعیین شکل صحیح $V-A$ مدت ۲۵ سال به درازا کشید (که طی آن با چند نتیجه گیری نادرست هم روبه‌رو شده‌اند). تابع موج حالت زمانی باید علاوه بر هسته شامل الکترون و نوترینو نیز باشد. برای گیراندازی الکترون یا نوترینو، شکلها مشابه خواهند بود و تابع موج مناسب در حالت اولیه ظاهر خواهد شد. برای واپاشی بتا از جزء ماتریس برهم کنش به صورت زیر خواهد بود

$$V_{fi} = g \int [\psi_f^* \phi_f \phi_i] O_X \psi_i dv \quad (14.9)$$

که در آن اکنون p تابع موج حالت نهایی هسته و p_0 و p_1 تابع موجهای الکترون و نوترینو هستند. کمیت داخل کروشه نماینده کل سیستم نهایی پس از واپاشی است. مقدار ثابت g شدت برهم کنش را تعیین می کند، بار الکترونی e نقش مشابهی در برهم کنش بین اتم و میدان الکترومغناطیسی دارد.

عامل چگالی حالتها (در پایین ترین مرتبه) شکل طیف انرژی بتا را تعیین می کند. برای به دست آوردن چگالی حالتها، باید تعداد حالتهای نهایی قابل حصول برای محصولات واپاشی را بدانیم. فرض می کنیم که در واپاشی، یک الکترون (یا پوزیترون) با تکانه p و یک نوترینو (یا پادنوترینو) با تکانه q قابل حصول باشد. در اینجا فقط شکل طیف انرژی را در نظر داریم، و بنابراین جهت های p و q مورد توجه نیستند. اگر دستگاه مختصاتی را در نظر بگیریم که محوره های آن p_x ، p_y ، و p_z باشد، مکان هندسی نقاطی که نماینده مقدار ویژه $p = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{1/2}$ هستند کره ای به شعاع $p = |p|$ است. به عبارت دقیق تر، مکان هندسی نقاطی که نماینده گستره تکانه های بین p و $p + dp$ هستند، پوسته ای کروی به شعاع p و ضخامت dp خواهد بود که در نتیجه حجمی معادل $4\pi p^2 dp$ خواهد داشت. اگر الکترون درجه ای به حجم V محبوس باشد (این مرحله فقط برای تکمیل بهنجار سازی تابع موج در نظر گرفته شده است و حجم واقعی در نتیجه نهایی حذف می شود)، تعداد حالت های نهایی الکترون dn_e متناظر با تکانه های موجود در گستره p تا $p + dp$ برابر است با

$$dn_e = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3} \quad (15.9)$$

که در آن عامل h^3 بدین منظور اضافه شده است که نتیجه به صورت یک عدد محض بدون بعد در آید. به همین ترتیب، تعداد حالت های نوترینو برابر است با

$$dn_\nu = \frac{4\pi q^2 dq V}{h^3} \quad (16.9)$$

و تعداد حالت های نهایی که به طور همزمان یک الکترون و یک نوترینو با تکانه های مورد نظر دارند، عبارت است از

$$d^2n = dn_e dn_\nu = \frac{(4\pi)^2 V^2 p^2 dq dp q^2 dq}{h^6} \quad (17.9)$$

تابع موجهای الکترون و نوترینو به صورت تابع موج ذره آزاد معمولی هستند که در حجم V بهنجار می شوند

۱. فضای فاز فضایی شش بعدی است که از حالت های موجود فضایی و تکانه (p_x, p_y, p_z, x, y, z) تشکیل می شود و واحد حجم در این فضا h^6 است.

$$\varphi_e(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/\hbar} \quad (18.9)$$

$$\phi_p(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/\hbar}$$

برای الکترونی با انرژی جنبشی 1 MeV داریم $p = 1.9 \text{ MeV}/c$ و $p/\hbar = 0.0007 \text{ fm}^{-1}$ بتا برای این در حجم هسته، $pr \ll 1$ می توان نماها را بسط داد و فقط جمله اول را نگه داشت

$$e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}/\hbar} = 1 + \frac{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{\hbar} + \dots \cong 1 \quad (19.9)$$

$$e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}/\hbar} = 1 + \frac{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}{\hbar} + \dots \cong 1$$

این تقریب به نام تقریب مجاز معروف است.

در این تقریب، تنها عامل وابسته به انرژی الکترون یا نوترونو از چگالی حالتها ناشی می شود. فرض کنید می خواهیم توزیع تکانه و انرژی الکترونها گسیل شده را تعیین کنیم. آهنگ واپاشی جزئی با الکترونها و نوترونوهای با تکانه مورد نظر عبارت است از

$$d\lambda = \frac{\gamma\pi}{\hbar} g^2 |M_{fi}|^2 (\gamma\pi)^2 \frac{p^2 dp q^2}{\hbar^6} \cdot \frac{dq}{dE_f} \quad (20.9)$$

که در آن $M_{fi} = \int \psi_f^* O_X \psi_i dv$ جزء ماتریس هسته ای است. انرژی نهایی E_f فقط برابر $E_e + E_\nu = E_e + qc$ است و در نتیجه به ازای E_e ثابت داریم $dq/dE_f = 1/c$. تا آنجا که به شکل طیف الکترون مربوط است، کلیه عوامل معادله (20.9) را که شامل تکانه نیستند (از جمله M_{fi} که در حال حاضر آن را مستقل از p در نظر می گیریم) می توان به صورت ثابت C در نظر گرفت، و توزیع حاصل تعداد الکترونها با تکانه بین p و $p+dp$ را به دست می دهد

$$N(p)dp = C p^2 q^2 dp \quad (21.9)$$

اگر Q انرژی واپاشی باشد، با چشمپوشی از انرژی ناچیز پس زنی هسته، داریم

$$q = \frac{Q - T_e}{c} = \frac{Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2}{c} \quad (22.9)$$

و شکل طیف به صورت زیر به دست می آید

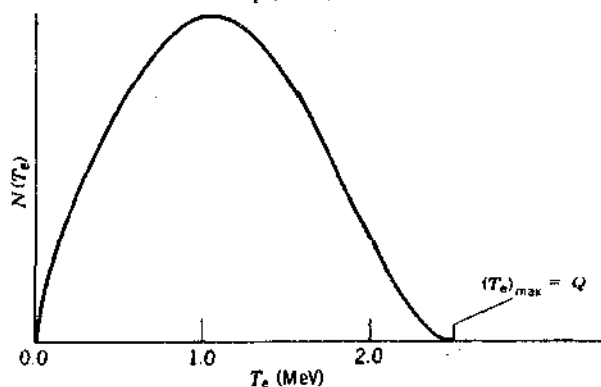
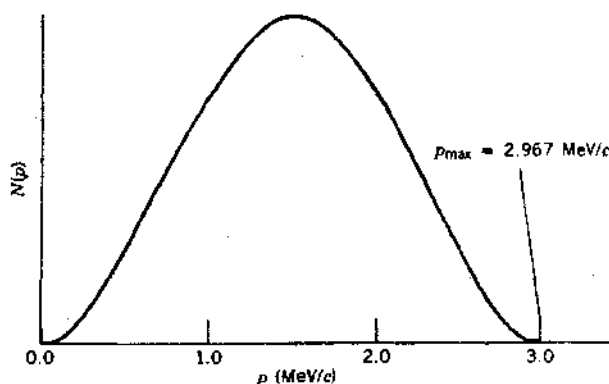
$$N(p) = \frac{C}{c^3} p^2 (Q - T_e)^2 \quad (23.9)$$

$$= \frac{C}{c^3} p^2 [Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2]^2 \quad (24.9)$$

این تابع در $p = 0$ و نیز در نقطه پایانی $T_e = Q$ به صفر میل می کند، که چگسوندگی آن در شکل ۲.۹ نشان داده شده است.

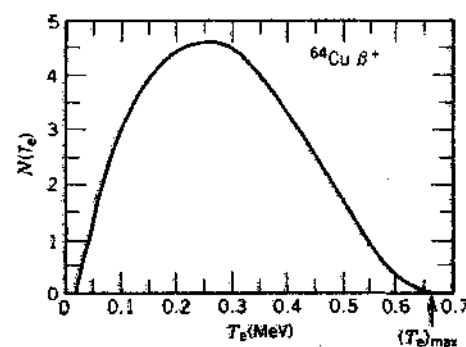
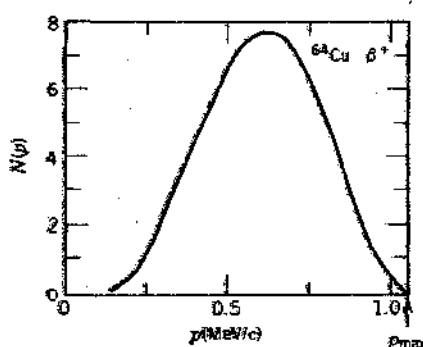
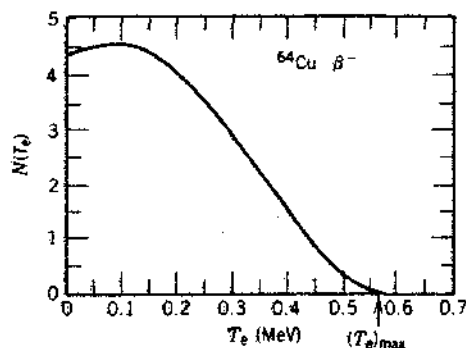
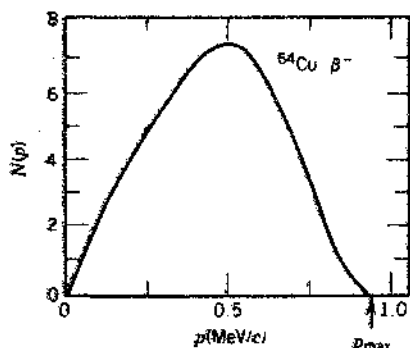
اغلب علاقه مندیم که توزیع طیف انرژی الکترونها را تعیین کنیم. اگر تعداد الکترونهای موجود در فاصله انرژی T_e و $T_e + dT_e$ را با $N(T_e) dT_e$ نشان دهیم، با توجه به $c^3 p dp = (T_e + m_e c^2) dT_e$ داریم

$$N(T_e) = \frac{C}{c^6} (T_e^2 + 2T_e m_e c^2)^{1/2} (Q - T_e)^2 (T_e + m_e c^2) \quad (25.9)$$



شکل ۲.۹ توزیع مورد انتظار انرژی و تکانه الکترون بنابر پیش بینی معادلات (۲۴.۹) و (۲۵.۹). این توزیعها به ازای $Q = ۲.۵ \text{ MeV}$ رسم شده اند.

این توزیع نیز که در $T_e = Q$ و $T_e = 0$ صفر می‌شود، در شکل ۲.۹ نشان داده شده است. در شکل ۳.۹ واپاشیهای بتای مثبت و منفی ^{64}Cu با پیش‌بینیهای نظری مقایسه شده است. چنانکه می‌بینیم، منظره کلی شکل ۲.۹ بازتولید شده است، ولی بین نظریه و تجربه تفاوت‌های سیستماتیک وجود دارند. این تفاوت‌ها ناشی از برهم‌کنش کولنی بین ذره β و هسته دختر است. به‌طور نیمه‌کلاسیک می‌توان منظره توزیعهای تکانه شکل ۳.۹ را با توجه به دافعه کولنی β^+ توسط هسته که تعداد پوزیترونهای کم انرژی را کاهش می‌دهد، و جاذبه کولنی β^- که تعداد الکترونهای کم انرژی را افزایش می‌دهد، توجیه کرد. از نقطه نظر صحیح تر کوانتوم مکانیکی، باید به تغییرات موج تخت الکترون، معادله (۱۹.۹)، که در اثر پتانسیل کولنی درون هسته ایجاد می‌شود اشاره کرد. محاسبه کوانتوم مکانیکی اثر میدان کولنی هسته بر تابع موج الکترون از سطح این کتاب فراتر می‌رود. این اثر، با افزودن یک عامل اضافی تابع فرمی $F(Z', p)$ یا $F(Z', T_e)$ که در آن Z' عدد اتمی هسته دختر است، باعث اصلاح طیف می‌شود. بالاخره باید اثر جزء ماتریس هسته‌ای، M_{fi} ، را در نظر بگیریم که تاکنون فرض می‌کردیم که تأثیری در شکل طیف ندارد. این تقریب (که تقریب مجاز نیز نامیده می‌شود) معمولاً بسیار خوب است، ولی در موادی تقریب بسیار



شکل ۳.۹ طیفهای تکانه انرژی جنبشی الکترون‌ها و پوزیترونهای گسیل‌شده در واپاشی ^{64}Cu در مقایسه با شکل ۲.۹، در اثر برهم‌کنشهای کولنی با دختر هسته تفاوت‌هایی به‌وجود آمده است.

بدی است - در حقیقت، در مواردی M_{fi} در تفریب مجاز صفر می شود و هیچ طیفی به دست نمی آید! در این موارد، باید جمله های بعدی بسط موج تخت معادله (۱۹.۹) را در نظر بگیریم که وابستگی تکانه ای دیگری را وارد می کند. این موارد را، تا اندازه ای به غلط، واپاشیهای ممنوع می نامند. این واپاشیها مطلقاً ممنوع نیستند، ولی چنانکه خواهیم دید احتمال وقوع آنها از واپاشیهای مجاز کمتر و در نتیجه نیمه عمرشان طولانیتر است. میزان ممنوعیت گذار، به تعداد جملات بسط مسوج تخت برای رسیدن به جزء ماتریس غیر صفر بستگی دارد. بنابراین اولین جمله پس از ۱، واپاشیهای ممنوع اول، و جمله بعدی ممنوع دوم و غیره را به دست می دهد. در بخش ۲.۹ خواهیم دید که چگونه قواعد گزینش تکانه و پاریته انواع واپاشیهای ممکن را محدود می کند.

بدین سان طیف کامل β شامل سه عامل زیر است:

۱. عامل آماری $(Q - T_e)^2 p^2$ ، که از تعداد حالت های نهایی قابل حصول برای ذرات گسیل شده به دست می آید.
۲. تابع فرمی $F(Z', p)$ ، که به تأثیر میدان کولنی هسته مربوط می شود.
۳. جزء ماتریس هسته ای $|M_{fi}|^2$ ، که اثرات مربوط به حالت های اولیه و نهایی هسته را منظور می کند، و ممکن است یک وابستگی اضافی تکانه الکترون و نوترینو را هم به صورت $S(p, q)$ از جملات ممنوع وارد کند

$$N(p) \propto p^2 (Q - T_e)^2 F(Z', p) |M_{fi}|^2 S(p, q) \quad (26.9)$$

۳.۹ آزمون های تجربی «کلاسیک» برای نظریه فرمی

شکل طیف β

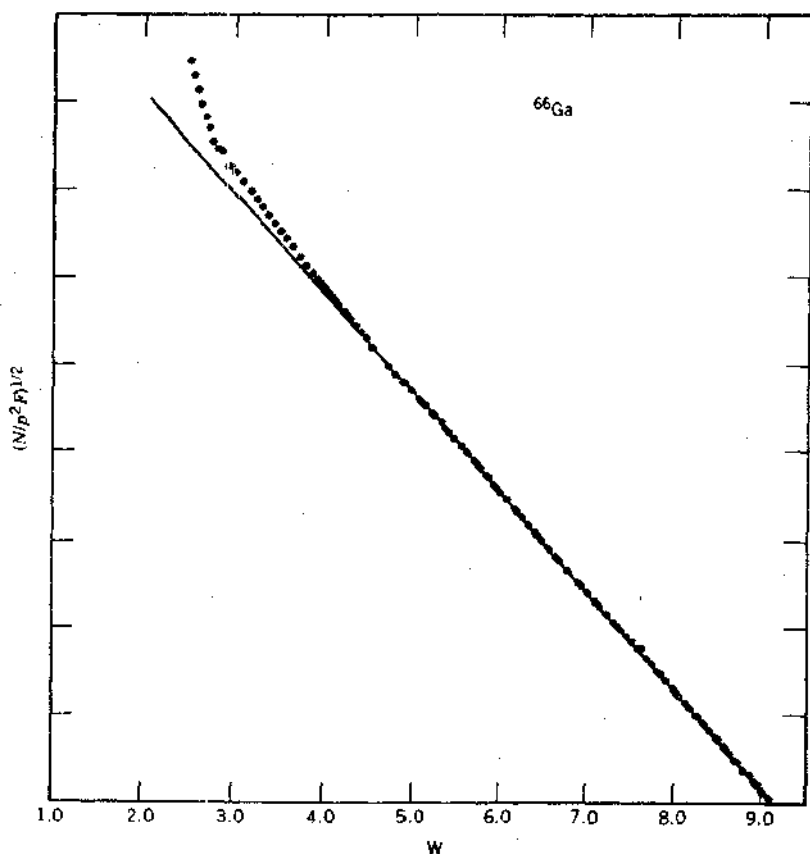
در تفریب مجاز، معادله (۲۶.۹) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}} \quad (27.9)$$

با رسم $\sqrt{N(p)/p^2 F(Z', p)}$ بر حسب T_e خط راستی حاصل می شود که محور x را در انرژی واپاشی Q قطع می کند. این نمودار را نمودار کوری (و گاهی هم نمودار فرمی یا نمودار فرمی-کوری) می نامند. مثالی از نمودار کوری در شکل ۴.۹ نشان داده شده است. طیف خطی این نمودار سبب جلب اعتماد به نظریه به همین صورتی است که تدوین شده است، و روشی آسان برای تعیین انرژی نقطه پایان (و در نتیجه مقدار Q) به دست می دهد.

در واپاشیهای ممنوع، نمودار کوری استاندارد به صورت خط راست نیست، ولی

با رسم $\sqrt{N(p)/p^2 F(Z', p) S(p, q)}$ بر حسب T_e می توان خطی بودن را بدان بازگرداند، که در اینجا تابع S از وابستگی به تکانه و از جملات مرتبه بالاتر در بسط موج

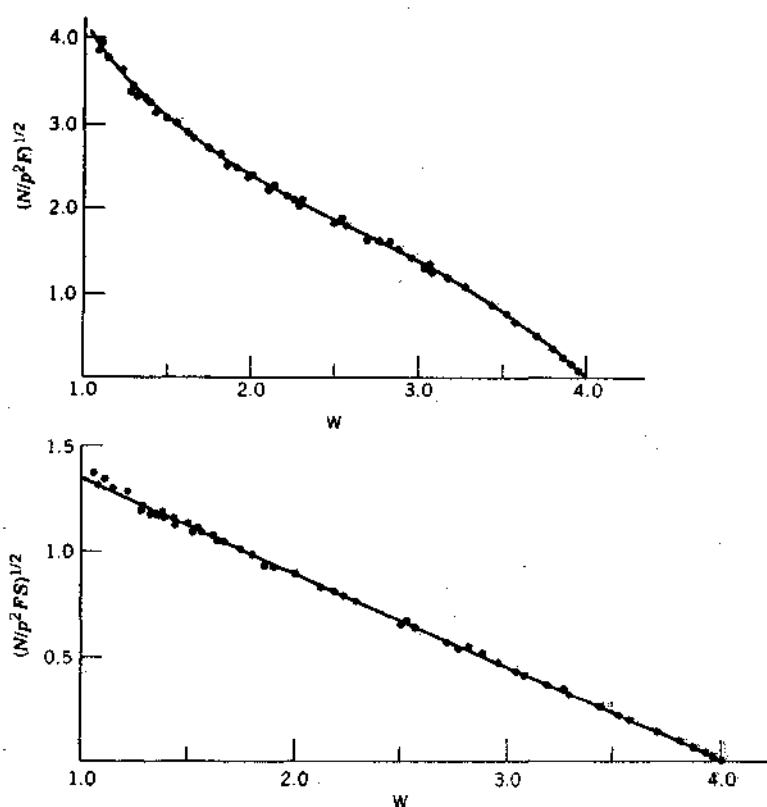


شکل ۴.۹ نمودار فرمی-کودی برای واپاشی مجاز $0+ \rightarrow 0+$ در ^{66}Ga . مقیاس افقی، انرژی کل نسبیتی $(T_e + m_e c^2)$ بر حسب $m_e c^2$ است. انحراف از خط راست در انرژی کم، از پراکندگی الکترونهاي کم انرژی در داخل چشمه راديو اکتیو ناشی می شود.

نخت حاصل می شود. تابع S را عامل شکل می نامند. برای مثال در مورد بعضی واپاشیهای ممنوع اول، این تابع صرفاً به صورت $p^2 + q^2$ است. همان طور که در شکل ۵.۹ نشان داده شده است، بادر نظر گرفتن عامل شکل نموداری خطی به دست می آید.

آهنگ واپاشی کل

برای پیدا کردن آهنگ واپاشی کل باید از معادله (۲۰.۹) برای تمام مقادیر تکانه الکترون p ، و با قراردادن تکانه نوترینو مساوی مقداری که از معادله (۲۲.۹) به دست



شکل ۵-۶ نمودار فرمی-کسوری تصحیح نشده برای واپاشی بتازای ^{90}Y (بالا). با در نظر گرفتن تمام شکل $S(p, q)$ منظره خطی بارگردانده می‌شود. برای این نوع واپاشیهای ممنوع اول، با استفاده از عامل شکل $p^2 + q^2$ نمودار خطی حاصل می‌شود (پایین).

می‌آیند و تابع p است، انتگرال بگیریم. بنابراین، برای واپاشیهای مجاز داریم

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{4\pi^2 \hbar^2 c^2} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (Q - T_e)^2 dp \quad (28-9)$$

این انتگرال سرانجام فقط به Z' و بیشینه انرژی کل الکترون E_0 بستگی خواهد داشت (زیرا $cp_{\max} = \sqrt{E_0^2 - m_e^2 c^4}$)، و بنابراین باید آن را به صورت زیر نشان دهیم

$$f(Z', E_0) = \frac{1}{(m_e c)^2 (m_e c^2)} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (E_0 - E_e)^2 dp \quad (29-9)$$

که در آن مقادیر ثابت برای بی بعد کردن f در نظر گرفته شده‌اند. تابع $f(Z', E_0)$ را

انتگرال فرمی می‌نامند، که برای مقادیر مختلف Z' و E_0 در جدول یافت می‌شود. با توجه به $\lambda = 0.693 / t_{1/2}$ داریم

$$f t_{1/2} = 0.693 \frac{2 \pi^2 \hbar^2}{g^2 m_0^2 c^4 |M_{fi}|^2} \quad (30.9)$$

کمیت طرف چپ معادله (30.9) را نیمه‌عمر طبیعی یا مقدار $f t$ می‌نامند. این کمیت، روشی برای مقایسهٔ احتمالات واپاشی بتا را در هسته‌های مختلف در اختیار می‌گذارد. معادله (28.9) نشان می‌دهد که آهنگ واپاشی به Z' و E_0 بستگی دارد و این وابستگی در f مستتر است، به طوری که تفاوت مقادیر مختلف $f t$ را باید به علت تفاوت جزء ماتریس هسته‌ها و در نتیجه به علت تفاوت‌های موجود در تابع موج هسته‌ها دانست.

گسترهٔ نیمه‌عمرهای واپاشی بتا مانند واپاشی آلفا بسیار وسیع است - به طوری که مقادیر $f t$ از حدود 10^3 تا 10^{10} ثانیه تغییر می‌کنند. به این دلیل، غالباً مقادیر $\log_{10} f t$ (بر حسب ثانیه) داده می‌شود. واپاشیهای با کمترین نیمه‌عمر تطبیقی (3-4) $\log f t$ را واپاشیهای ابرمجاز می‌نامند. بعضی از واپاشیهای ابرمجاز دارای حالت‌های اولیه و نهایی 0^+ هستند که در این صورت جزء ماتریس را می‌توان به سهولت محاسبه کرد ($M_{fi} = \sqrt{2}$). همهٔ مقادیر $\log f t$ برای واپاشیهای $0^+ \rightarrow 0^+$ باید یکسان باشند. جدول 2.9 مقادیر $\log f t$ را برای کلیهٔ گذارهای ابرمجاز شناخته شدهٔ $0^+ \rightarrow 0^+$ نشان می‌دهد. این مقادیر در محدودهٔ خطای تجربی کاملاً ثابت به نظر می‌رسند. بعلاوه، با قراردادن $M_{fi} = \sqrt{2}$ و با استفاده از معادله (30.9) می‌توان مقدار ثابت شدت واپاشی بتا را به دست آورد

$$g = 0.88 \times 10^{-4} \text{ MeV} \cdot \text{fm}^2$$

برای آنکه این ثابت با سایر ثابت‌های بنیادی بیشتر قابل مقایسه باشد، باید آن را به صورت بی بعد بیان کنیم. بدین طریق می‌توانیم آن را با ثابت‌های بی بعد سایر برهم کنشها (برای مثال، با ثابت ساختار زیر که مشخصهٔ برهم کنش الکترومغناطیسی است) مقایسه کنیم. اگر L, M, T به ترتیب نمایندهٔ ابعاد جرم، طول، و زمان باشند، بعد g به صورت $M^1 L^5 T^{-2}$ است و هیچ ترکیبی از ثابت‌های بنیادی $\hbar$ (با بعد $M^1 L^2 T^{-1}$) و c (با بعد $L T^{-1}$) را نمی‌توان برای تبدیل g به یک ثابت بی بعد به کار برد. (برای مثال، $\hbar c^2$ دارای بعد $M^1 L^5 T^{-2}$ و در نتیجه $g / \hbar c^2$ دارای بعد T^3 است.) بنابراین جرم اختیاری m را در نظر می‌گیریم و نماهای i, j, z ، و k را چنان انتخاب می‌کنیم که $g / m^i \hbar^j c^k$ بدون بعد باشد. بلافاصله یک جواب با مقادیر $i = -2, j = 3, k = -1$ به دست می‌آید. به این ترتیب، نسبت مطلوب که با G نشان داده می‌شود برابر است با

$$G = \frac{g}{m^{-2} \hbar^3 c^{-1}} = g \frac{m^2 c}{\hbar^3} \quad (31.9)$$

جدول ۲.۹ مقادیر ft برای واپاشیهای ابرمجاز $0^+ \rightarrow 0^+$.

واپاشی	$ft(s)$
${}^1_0\text{C} \rightarrow {}^1_0\text{B}$	3100 ± 31
${}^{14}_0\text{O} \rightarrow {}^{14}_0\text{N}$	3092 ± 4
${}^{18}_0\text{Ne} \rightarrow {}^{18}_0\text{F}$	3084 ± 76
${}^{22}_0\text{Mg} \rightarrow {}^{22}_0\text{Na}$	3014 ± 78
${}^{26}_0\text{Al} \rightarrow {}^{26}_0\text{Mg}$	3081 ± 4
${}^{26}_0\text{Si} \rightarrow {}^{26}_0\text{Al}$	3052 ± 51
${}^{30}_0\text{S} \rightarrow {}^{30}_0\text{P}$	3120 ± 82
${}^{34}_0\text{Cl} \rightarrow {}^{34}_0\text{S}$	3087 ± 9
${}^{36}_0\text{Ar} \rightarrow {}^{36}_0\text{Cl}$	3101 ± 20
${}^{38}_0\text{K} \rightarrow {}^{38}_0\text{Ar}$	3102 ± 8
${}^{38}_0\text{Ca} \rightarrow {}^{38}_0\text{K}$	3145 ± 138
${}^{42}_0\text{Sc} \rightarrow {}^{42}_0\text{Ca}$	3091 ± 7
${}^{42}_0\text{Ti} \rightarrow {}^{42}_0\text{Sc}$	3275 ± 1039
${}^{46}_0\text{V} \rightarrow {}^{46}_0\text{Ti}$	3082 ± 13
${}^{46}_0\text{Cr} \rightarrow {}^{46}_0\text{V}$	2834 ± 657
${}^{50}_0\text{Mn} \rightarrow {}^{50}_0\text{Cr}$	3086 ± 8
${}^{54}_0\text{Co} \rightarrow {}^{54}_0\text{Fe}$	3091 ± 5
${}^{62}_0\text{Ga} \rightarrow {}^{62}_0\text{Zn}$	2549 ± 1280

دلیل واضحی برای کاربرد m که باید در معادله (۳۱.۹) مورد استفاده قرار گیرد، وجود ندارد. اگر برهم کنش نوکلئون-نوکلئون مورد نظر باشد، استفاده از جرم نوکلئون مناسب است که در این صورت ثابت شدت برابر $G = 10 \times 10^{-5}$ به دست می آید. ثابت قابل

مقایسه‌ای که برای توصیف برهم‌کنش پيون-نوکلئون در فصل ۴ به‌کار برده شده و با χ^2 نشان داده شده است، از مرتبه واحد است. بنابراین، می‌توانیم برهم‌کنشهای اساسی نوکلئون-نوکلئون را بر حسب شدت به‌صورت زیر درجه‌بندی کنیم:

۱	پيون- نوکلئون («قوی»)
۱۰-۲	الکترومغناطیسی
۱۰-۵	واپاشی بتازا («ضعیف»)
۱۰-۲۹	گرانشی

(آخرین مقدار از تبدیل ثابت گرانش عمومی به‌صورت بدون بعد و با استفاده از جرم نوکلئون به‌دست آمده است.) برهم‌کنش واپاشی بتازا یکی از پدیده‌های يك رده عمومی است که به‌طور جمعی به‌نام برهم‌کنشهای ضعیف شناخته می‌شوند، و همه آنها با پسماتر شدت χ^2 مشخص می‌شوند. نظریه فرمی آنچنان موفقیت قابل توجهی در توصیف این پدیده‌ها دارد که غالباً آنها را به‌عنوان مثالهایی از برهم‌کنش عمومی فرمی مورد بحث قرار می‌دهند. با وجود این، نظریه فرمی از چند جهت نمی‌تواند برخی از جزئیات برهم‌کنش ضعیف را تشریح کند (این جزئیات در بحث فعلی واپاشی بتازا حائز اهمیت نیستند). نظریه‌ای که برهم‌کنش ضعیف را با استفاده از ذرات تبادل می‌کند (همان‌طور که در مورد نیروی قوی در فصل ۴ بحث شد)، در توصیف این خصوصیات موفق‌تر است. این ذرات تبادل می‌کند اخیراً کشف شده‌اند (و به نام نامبارک بوزونهای بوداری میانه معروف‌اند) با تفصیل بیشتری در فصل ۱۸ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

جرم نوترینو

نظریه فرمی بر مبنای فرض جرم سکون صفر برای نوترینو استوار است. با نگاه سطحی ممکن است اندازه‌گیری جرم سکون نوترینو برای اثبات صحت این نظریه آسان به نظر آید. با توجه مجلد به‌معادلات (۱.۹) و (۲.۹) و با معادل آنها برای هسته‌های $A > 1$ ، بلافاصله روشی برای آزمودن این فرض به‌دست می‌آوریم. می‌توانیم مقدار Q واپاشی (به انضمام مقدار احتمالاً غیر صفر جرم نوترینو) را از معادله (۶.۹) یا (۹.۹) محاسبه کنیم، و می‌توانیم مقدار Q را همانند معادله (۸.۹) از انرژی بیشینه ذرات بتا اندازه بگیریم. بدین سان، با مقایسه این دو مقدار می‌توان جرم نوترینو را استنتاج کرد.

به این طریق می‌توان نتیجه گرفت که جرم سکون نوترینو کوچکتر از حدود $1 \text{ keV}/c^2$ است، ولی نمی‌توان از این حد فراتر رفت، زیرا مقادیر جرم اتمی اندازه‌گیری شده که برای محاسبه Q به‌کار می‌روند دارای دقت‌هایی از مرتبه keV هستند، و خطاهای تجربی انرژیهای نقاط پایانی نیز از مرتبه keV خواهند بود. در روش بهتر تعیین جرم نوترینو، از شکل طیف بتا در نواحی نزدیک به حد بالا استفاده می‌شود. اگر $m_\nu \neq 0$ باشد، معادله

(۲۲.۹) دیگر دقیقاً معتبر نیست. اما اگر $m_p c^2 \ll Q$ باشد، در قسمت اعظم طیف بتای مشاهده شده $m_p c^2 \gg E_p$ است و نوترینو را می توان در تقریب حدی نسبیتی $E_p \approx qc$ مورد بررسی قرار داد. در این حالت، معادله (۲۲.۹) تقریب بسیار خوبی است و جرم نوترینو تأثیر ناچیزی خواهد داشت. اما در نزدیکی نقطه پایان طیف β ، انرژی نوترینو به صفر می رسد و انتظار داریم که در نقطه ای $E_p \sim m_p c^2$ شود، که در این صورت محاسبه قبلی عامل آماری برای شکل طیف نادرست است. در نزدیکی نقطه پایان، انرژی جنبشی نوترینو از این مقدار هم کمتر می شود و می توانیم آن را به طور نانبیستی بررسی کنیم. بنا بر این داریم $q^2 = 2 m_p T_p$ و

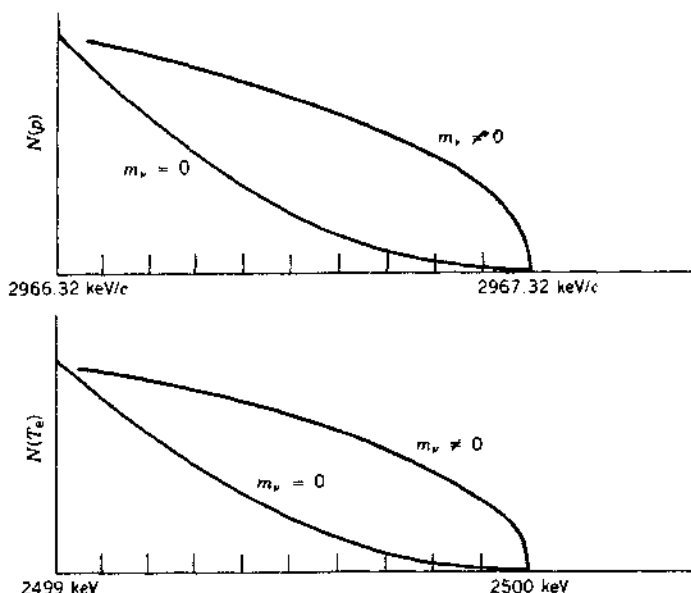
$$N(p) \propto p^2 [Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2]^{1/2} \quad (۳۲.۹)$$

که با همان روش به کار رفته در تعیین معادله (۲۴.۹) حاصل می شود، جز اینکه برای $m_p > 0$ باید در حد نانبیستی از $dq/dE_p = m_p/q$ استفاده کنیم. همچنین داریم

$$N(T_e) \propto (T_e^2 + 2 T_e m_e c^2)^{1/2} (Q - T_e)^{1/2} (T_e + m_e c^2) \quad (۳۳.۹)$$

کمیت داخل کروشه در معادلات (۳۲.۹) و (۲۴.۹) که درست برابر $(Q - T_e)$ است، در نقطه پایان صفر می شود. بنا بر این اگر در نقطه پایان $m_p = 0$ باشد داریم $dN/dp \rightarrow 0$ ، در حالی که اگر $m_p > 0$ باشد خواهیم داشت $dN/dp \rightarrow \infty$. یعنی طیف تکانه برای $m_p = 0$ با شیب صفر، و برای $m_p > 0$ با شیب بی نهایت به نقطه پایان میل می کند. شیب طیف انرژی، dN/dT_e ، نیز رفتاری مشابه دارد. بنا بر این، می توانیم با بررسی شیب طیف در نقطه پایان، چنانکه در شکل ۶.۹ مشاهده می شود، حد جرم نوترینو را مورد مطالعه قرار دهیم. متأسفانه $N(T_e)$ و $N(p)$ نیز در این نقطه به صفر میل می کنند، و ما باید شیب اطلاعات مربوط به کمیتی را بررسی کنیم که به طور پیوسته به صفر میل کند (و در نتیجه از نظر آماری با شرایط بدتری روبه رو می شویم).

جالبترین اندازه گیری تجربی از این نوع، انتخاب يك مورد واپاشی با مقدار Q کوچک است (به طوری که بزرگی نسبی اثر محسوس تر شود) و نیز موردی که حالت های اتمی قبل و بعد از واپاشی بخوبی شناخته شده باشند، که در این صورت تصحیحات مهم ناشی از تأثیر حالت های مختلف اتمی قابل محاسبه اند. (اثرات حالت های اتمی در بیشتر آزمایش های مربوط به واپاشی بتا ناچیزند، ولی در مواردی که در جستجوی اثر کوچکی هستیم این اثرات حائز اهمیت می شوند.) واپاشی ^3H (تریتیم)، با توجه به هر دو معیار، مورد مناسبی برای بررسی است. مقدار Q در این واپاشی نسبتاً کوچک است (۱۸۰۶ keV)، و تابع موج های اتمی تلك الکترونی هم بخوبی شناخته شده اند. (در حقیقت، محاسبه حالت یون حاصل ^3He يك مسئله استاندارد در مکانیک کوانتومی مقدماتی است.) شکل ۷.۹ بخشی از نتایج تجربی خیلی دقیق را نشان می دهد. لانگر و مو فات که نخستین پژوهشگران در این زمینه بودند حد بالای $200 \text{ eV} < m_p c^2$ را گزارش کردند، اما برگویست در دو دهه

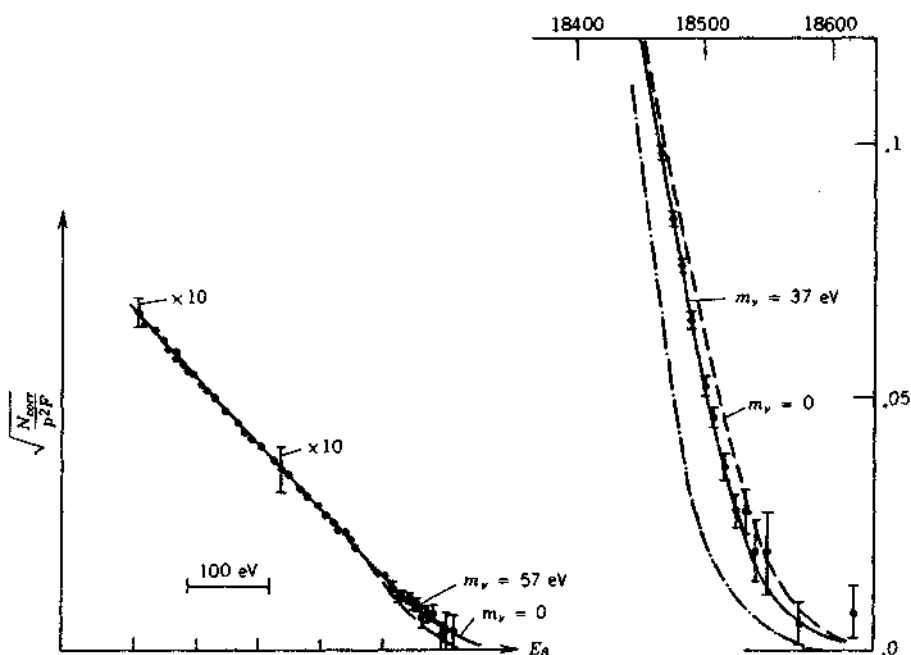


شکل ۶۰۹ نمودار گسترش یافته حد فوقانی (یا ناحیه آخرین keV) طیفهای تکانه و انرژی شکل ۲۰۹. ضرایب بهنجارش اختیاری اند، اما نکته قابل توجه تفاوت شکل طیفها برای حالتها $m_v = 0$ و $m_v \neq 0$ است. شیب منحنی در نقطه پایان، برای $m_v = 0$ برابر صفر و برای $m_v \neq 0$ بی نهایت است.

بعد از این حد را به ۶۰ eV تقلیل داد^۱، یکی از نتایج آزمایشهای اخیر جرم غیر صفر احتمالی نوترینو را بین ۱۴ تا ۴۶ eV برآورد کرده است^۲، در حالی که سایر نتایج حد بالای تر حدود ۲۰ eV را مطرح می کنند. در حال حاضر، چند آزمایش برای حل این مسئله و کاهش احتمالی حد بالای جرم نوترینو در دست اجراست.

چرا این همه کوشش صرف پیگیری این اندازه گیریها شده است؟ جرم نوترینو در دو حوزه ظاهراً نامرتبط فیزیک تأثیری بسیار مهم دارد. اگر نوترینو جرم داشته باشد، بنابر فرمولبندی نظری «الکتروضعیف» که برهم کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را جنبه های مختلف یک نیروی اساسی می داند، تبدیل نوترینوهای الکترونی یعنی نوترینوهای که در واپاشی بتا از گسیل می شوند، به سایر نوترینوها که نوترینوهای τ و موئون نامیده می شوند [فصل ۱۸، (جلد دوم، ترجمه فارسی)]، مجاز است. این تبدیل می تواند توجیه کننده این نکته باشد که تعداد نوترینوهای خورشیدی مشاهده شده فقط در حدود یک سوم مقدار پیش بینی شده بر مبنای نظریه های فعلی همجوشی خورشیدی است. از سوی دیگر، به نظر می رسد که مقدار ماده موجود در جهان بیش از آن است که حتی با قویترین تلسکوپها مشاهده می شود. این

1. K. E. Bergkvist, *Nucl. Phys.* B39, 317 (1972).
2. V. A. Lubimov et al, *Phys. Lett.* B94, 266 (1980).



شکل ۷.۹ تعیین تجربی جرم نوترینو با استفاده از واپاشی بتازای تریتم (^3H). اطلاعات سمت چپ با جرم صفر توافق دارند و نمایانگر حد بالای ۶۰۰ eV هستند. به نظر می‌رسد که اطلاعات جدیدتر مقدار غیر صفری در حدود ۳۰۰ eV را مطرح می‌کنند. اما، این اطلاعات باید با توجه به تفکیک دستگاه اندازه‌گیری و اثرات حالت اتمی تصحیح شوند و ممکن است با جرم صفر سازگار باشند.

ماده بی‌فروغ است، یعنی هیچ تابشی گسیل نمی‌کند. بنابراین نظریه کیهانشناسی مهیابانگ، که تقریباً تمام پدیده‌های اخترشناختی مشاهده شده را تبیین می‌کند، جهان حاضر بساید پر از نوترینوهای ناشی از جهان آغازین باشد و تراکم کنونی آن به حدود $10^8/\text{m}^3$ برسد. اگر این نوترینوها بی‌جرم باشند، نمی‌توانند جاذبه گسترانشی لازم برای «بسته» شدن جهان (یعنی توقف و معکوس شدن انبساط آن) را فراهم سازند، ولی آنها با جرم سکونی به کوچکی ۵۰ eV می‌توانند چگالی جرم - انرژی مورد نیاز را تأمین کنند. بنابراین مطالعه جرم نوترینو نه تنها بر فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی، بلکه بر فیزیک خورشیدی و کیهانشناسی نیز تأثیر مستقیم و فوری خواهد گذاشت.

۴.۹ قواعد گزینش تکانه زاویه‌ای و پاریته

واپاشیهای مجاز

در تقریب مجاز، به جای تابع موجهای الکترون و نوترینو از مقادیر این تابعها در مبدأ

استفاده شده است. یعنی فرض کرده‌ایم که الکترون و نوترینو در $r=0$ به وجود می‌آیند. در این حالت، این ذرات نمی‌توانند هیچگونه تکانه زاویه‌ای مداری یا خود حمل کنند، و تنها تغییر تکانه زاویه‌ای هسته باید از اسپینهای الکترون و نوترینو ناشی شود که مقدار هر یک از آنها برابر $1/2$ است. این دو اسپین می‌توانند با هم موازی (با مقدار کل $S=1$) یا پادموازی (با مقدار کل $S=0$) باشند. اگر اسپینها پادموازی باشند (که به واپاشی فرمی معروف است)، در تقریب مجاز ($I=0$) تفیسی در اسپین هسته صورت نمی‌گیرد: $\Delta I = |I_i - I_f| = 0$. اگر اسپینهای الکترون و نوترینو موازی باشند (که واپاشی گاموف-تِلر نامیده می‌شود)، تکانه زاویه‌ای کل منتقل شده در تقریب مجاز برابر ۱ واحد است و در نتیجه I_f و I_i از طریق برداری به طول ۱ واحد با هم جفت شده‌اند: $I_i = I_f + 1$. این موضوع فقط در صورتی امکان پذیر است که $\Delta I = 1$ یا $\Delta I = 0$ باشد (جز حالت $I_i = 0$ و $I_f = 0$ که در این صورت فقط گذار فرمی می‌تواند وجود داشته باشد). اگر الکترون و نوترینو حامل تکانه زاویه‌ای مداری نباشند، پاریته حالت‌های اولیه و نهایی باید یکسان باشد زیرا پاریته مربوط به تکانه زاویه‌ای مداری l به صورت $(-1)^l$ است.

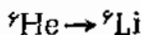
بنابر این قواعد گزینش برای واپاشیهای بتا زای مجاز به صورت زیر است

$$\Delta I = 0, 1 \quad \Delta \pi = (\text{تغییر پاریته})$$

نمونه‌هایی از واپاشیهای بتا زای مجاز عبارت‌اند از:



این واپاشی $0^+ \rightarrow 0^+$ به حالت برانگیخته ^{14}N باید صد درصد از نوع فرمی باشد (زیرا $0^+ \rightarrow 0^+$ نمی‌تواند از طریق واپاشی گاموف-تِلر که حامل یک واحد تکانه زاویه‌ای است صورت گیرد). مثالهای $^{34}\text{Cl} \rightarrow ^{34}\text{S}$ و $^{10}\text{C} \rightarrow ^{10}\text{B}^+$ نمونه‌های دیگری از این نوع‌اند که در هر دو گذار داریم $0^+ \rightarrow 0^+$.



این واپاشی $1^+ \rightarrow 0^+$ است که باید صد درصد یک گذار گاموف-تِلر باشد. سایر واپاشیهای مجاز گاموف-تِلر خالص عبارت‌اند از $[(3/2)^- \rightarrow (1/2)^-]$ $^{12}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{B}$ ، $[(7/2)^+ \rightarrow (5/2)^+]$ $^{111}\text{Sn} \rightarrow ^{111}\text{In}$ و $^{230}\text{Pa} \rightarrow ^{230}\text{Th}$ ($2^- \rightarrow 3^-$).

$$n \rightarrow p$$

در این مورد داریم $[(1/2)^+ \rightarrow (1/2)^+]$ $\Delta I = 0$ ، و بنا بر این قواعد گزینش فرمی (F) و گاموف-تِلر (GT) هر دو صادق‌اند. این یک نمونه از گذار «مخلوط» $F+GT$ است، که در آن سهم دقیق F و GT با توجه به تابع موجهای اولیه و نهایی تعیین می‌شود. برای

سهولت نسبت y دامنه‌های فرمی و گاموف-تالر (یعنی اجزای ماتریس) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$y = \frac{g_F M_F}{g_{GT} M_{GT}} \quad (34.9)$$

که در آن M_F و M_{GT} اجزای حقیقی ماتریس هسته‌ای فرمی و گاموف-تالر هستند. با تعریف g_F و g_{GT} به صورت ثابتهای مشابه با ثابت g در معادله (28.9)، تغییر شدت واپاشیهای فرمی و گاموف-تالر امکان پذیر می‌شود. (در آهنگ واپاشی باید به جای $|M_F|^2$ مقدار $|M_F|^2 + |M_{GT}|^2$ را قرار دهیم.) در اینجا فرض می‌کنیم که g_F همان مقدار g مربوط به واپاشیهای ابرمجاز فرمی ($0^+ \rightarrow 0^+$) را داراست. برای واپاشی نوترون، می‌توان جزء ماتریس فرمی را به سهولت محاسبه کرد: $|M_F| = 1$. چون آهنگ واپاشی با $g_F^2 M_F^2 (1 + y^{-2})$ متناسب است، آهنگ واپاشی نوترون محاسبه نسبت y را امکان پذیر می‌سازد و در نتیجه به دست می‌آوریم 0.0503 ± 0.0467 . یعنی ۸۲ درصد از این واپاشی از نوع گاموف-تالر و ۱۸٪ از نوع فرمی است.

به طور کلی، تابع موجهای اولیه و نهایی هسته باعث پیچیدگی عملیات در محاسبه M_F و M_{GT} می‌شوند، اما این محاسبه برای یک گروه خاص واپاشی ساده است. این گروه همان گروه واپاشیهای آینه‌ای است که قبلاً در بخش ۱۰۳ بررسی شدند. در واپاشیهای مانند $^{41}_{26}\text{Ca} \rightarrow ^{41}_{27}\text{Sc}$ که بیست و یکمین پروتون به صورت بیست و یکمین نوترون درمی‌آید، تغییری در تسابح موج صورت نمی‌گیرد. تابع موجهای اولیه و نهایی، بجز تفاوت‌های آینه‌ای ناشی از برهم کنش کولنی، مشابه یکدیگرند و محاسبه M_F و M_{GT} به سهولت انجام می‌شود. مقادیر g_F و M_F برای این واپاشیها با مقادیر مربوط به نوترون آزاد برابر است.

این نتیجه ممکن است تا حدی تعجب آور باشد زیرا نوکلئون در یک هسته به هیچ وجه مانند نوکلئون آزاد عمل نمی‌کند. زیرا در این حالت، ابر مزونی که نوکلئون را احاطه کرده است در واکنشهای تبدیلی با نوکلئونهای مجاور شرکت دارد. فرضیه عدم تغییر برهم کنشهای فرمی نوکلئونهای موجود در هسته در اثر مزونهای اطراف، فرضیه جردان بردادی پایسته (CVC) نامیده می‌شود. (اصطلاح «بردان» مربوط به خصوصیات تبدیلی عملگری است که بخش فرمی واپاشی را ایجاد می‌کند، بخش گاموف-تالر از برهم کنشی که از نوع «بردان محوری» است ناشی می‌شود.) فرضیه CVC را می‌توان با مقایسه با برهم کنش الکترومغناطیسی درک کرد. بار الکتریکی در اثر تبدیل $p \leftrightarrow n + \pi^+$ که بخشی از برهم کنش تبدیلی است که پروتون می‌تواند در آن شرکت کند، تغییر نمی‌کند. بار الکتریکی در این برهم کنش پایسته و برهم کنش کولنی بدون تغییر است. (الکترونهایی که با نیروی کولنی در قید هسته‌اند از این تبدیل بی‌خبرند.) از طرف دیگر، برهم کنشهای مغناطیسی، چنانکه در مورد گشتاورهای مغناطیسی مدل پوسته‌ای در بخش ۱۰۵ بحث کردیم، در اثر تبدیل

جدول ۳.۹ نسبت اجزای ماتریس فرمی به گاموف تُلر.

وایشی	$= g_F M_F / g_{GT} M_{GT}$	%F	%GT
وایشیهای آینه‌ای	$n \rightarrow p$	0.467 ± 0.003	۱۸
	${}^2\text{H} \rightarrow {}^2\text{He}$	0.479 ± 0.001	۸۱
	${}^{13}\text{N} \rightarrow {}^{13}\text{C}$	1.779 ± 0.006	۷۶
	${}^{21}\text{Na} \rightarrow {}^{21}\text{Ne}$	1.416 ± 0.012	۶۷
	${}^{41}\text{Sc} \rightarrow {}^{41}\text{Ca}$	0.949 ± 0.003	۴۷
وایشیهای غیر آینه‌ای	${}^{24}\text{Na} \rightarrow {}^{24}\text{Mg}$	-0.021 ± 0.007	0.044
	${}^{41}\text{Ar} \rightarrow {}^{41}\text{K}$	$+0.027 \pm 0.011$	0.073
	${}^{46}\text{Sc} \rightarrow {}^{46}\text{Ti}$	-0.023 ± 0.005	0.053
	${}^{52}\text{Mn} \rightarrow {}^{52}\text{Cr}$	-0.124 ± 0.006	۲
	${}^{65}\text{Ni} \rightarrow {}^{65}\text{Cu}$	-0.002 ± 0.019	0.004

$p \leftrightarrow n + \pi^+$ دستخوش تغییراتی اساسی خواهند شد. در وایشی بتا، مزونهای اطراف تأثیری بر g_F (مانند بار الکتریکی) ندارند، درحالی که g_{GT} (مانند گشتاورهای مغناطیسی) ممکن است در اثر ابر مزونی تغییر کند. در بعضی هسته‌ها، این تغییر می‌تواند به ۲۰ تا ۳۰٪ برسد. جزء ماتریس M_{GT} نیز متناسب با حالت خاص مدل پوسته‌ای نوکلئونی که در گذار شرکت دارد تغییر می‌کند.

جدول ۳.۹ خلاصه مقادیر نسبت η دامنه‌های فرمی به گاموف-تُلر را برای بعضی هسته‌های آینه‌ای، با در نظر گرفتن فرضیه CVC (g_F نسبت به مقدار متناظر با وایشی نوترون بدون تغییر می‌ماند) و $|M_F| = 1$ ، نشان می‌دهد. این مقادیر از آهنگهای وایشی به دست آمده‌اند.

برای وایشیهایی که در آنها تابع موجهای اولیه و نهایی بسیار با هم متفاوت اند، جزء ماتریس فرمی صفر است، و بنابراین اندازه‌گیری نسبت η برای این وایشیها راهی برای تعیین میزان خلوص تابع موجها به دست می‌دهد. جدول ۳.۹ بعضی از مقادیر مشخصه

را برای گذارهای هسته‌های غیر آینه‌ای نیز نشان می‌دهد. این مقادیر از اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای ذرات β نسبت به جهتی خاص (مشابه مطالعات مربوط به واپاشیهای آلفا که در فصل ۸ بررسی شد) به‌دست آمده‌اند. همچنانکه مشاهده می‌شود، این مقادیر عموماً کوچک‌اند که این امر نمایانگر ممنوعیت گذارهای فرمی و در نتیجه خلوص نسبی تابع موجهاست.

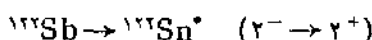
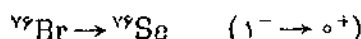
واپاشیهای ممنوع

«ممنوع» نامیدن واپاشیها تا اندازه‌ای بی‌مسمی است. احتمال این واپاشیها معمولاً کمتر از واپاشیهای مجاز است (و چنانکه در فصل بعد بررسی خواهد شد، عموماً نیمه‌عمر طولانیتری دارند). ولی اگر اجزای ماتریس مجاز صفر شوند، واپاشیهای ممنوع تنها واپاشیهای ممکن خواهند بود.

محتملترین واپاشی ممنوع هنگامی رخ می‌دهد که حالت‌های اولیه و نهایی پارتیه‌های مخالف داشته باشند، و بنابراین قاعدهٔ گزینش واپاشی مجاز نقض خواهد شد. برای تغییر پارتیه، الکترون و نوترینو باید با تکانهٔ زاویه‌ای مداری فرد نسبت به هسته گسیل شوند. برای مثال، یک فرایند واپاشی 1 MeV را در نظر می‌گیریم. اگر همهٔ انرژی واپاشی به الکترون داده شود، تکانهٔ آن $1.4 \text{ MeV}/c$ و بیشینهٔ تکانهٔ زاویه‌ای آن نسبت به هسته برابر $pR = 1.4 \text{ MeV} \cdot \text{fm}/c$ خواهد شد (در اینجا R شعاع یک هسته معمولی و برابر 6 fm در نظر گرفته شد). این مقدار تکانهٔ زاویه‌ای بر حسب واحد $\hbar$ ، معادل $pR/\hbar = 0.04$ می‌شود. بنابراین، درحالی‌که احتمال واپاشی با $l=1$ کمتر از $l=0$ است، واپاشیهای با $l=3, 5, 7, \dots$ بسیار نامحتمل خواهند بود، و در حال حاضر فقط می‌توانیم واپاشیهای ممنوع با $l=1$ را در نظر بگیریم. این واپاشیها را واپاشیهای ممنوع اول می‌نامند و مانند واپاشیهای مجاز دارای نوع فرمی، با اسپینهای الکترون و نوترینو پادمسوازی ($S=0$)، و نوع گاموف-تیلر با اسپینهای موازی ($S=1$) هستند. با توجه به جفت‌شدگی $S=0$ با $l=1$ برای واپاشیهای فرمی، کل تکانهٔ زاویه‌ای انتقال یافته در واپاشی بنازا برابر یک واحد می‌شود، به‌طوری‌که $\Delta I = 0$ یا $\Delta I = 1$ (ولی بدون حالت $0 \rightarrow 0$). در جفت‌شدگی $S=1$ با $l=1$ برای واپاشیهای گاموف-تیلر، کل مقدار تکانهٔ زاویه‌ای انتقال یافته برابر $0, 1, 2$ واحد می‌شود، به‌طوری‌که $\Delta I = 0, 1, 2$. بنابراین قاعدهٔ گزینش برای واپاشیهای ممنوع اول بدصورت زیر است

$$\Delta I = 0, 1, 2 \quad \Delta\pi = \text{آری}$$

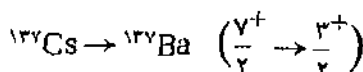
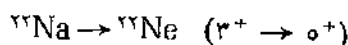
برخلاف سادگی نسبی واپاشیهای مجاز، در این حالت با شش جزء ماتریس مختلف برای واپاشیهای ممنوع اول روبه‌رو می‌شویم، و تحلیل آهنگهای واپاشی یا تسوزیعیهای زاویه‌ای بسیار پیچیده می‌شود. مسأله فقط چند مورد از واپاشیهای ممنوع اول را ذکر می‌کنیم.



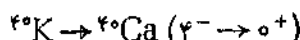
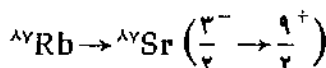
گذارهای با $\Delta I \geq 2$ وبدون تغییر پاریته، در هیچیک از طرق قواعد گزینش مجاز یا ممنوع اول امکان پذیر نیستند. برای این گذارها باید گسیل β با $I = 2$ را در نظر بگیریم، در نتیجه این نوع واپاشیها را واپاشی ممنوع دوم می نامند. وقتی $S = 1$ یا $S = 0$ با $I = 2$ جفت کنیم، می توانیم اسپین هسته را به هر مقدار از $\Delta I = 0$ تا $\Delta I = 3$ (البته با چند استثنا مانند $0 \rightarrow 0$ و $1/2 \rightarrow 1/2$) تغییر دهیم. موارد ۱، $\Delta I = 0$ در حوزة قواعد گزینش واپاشیهای مجاز قرار دارند، و انتظار داریم که سهم جملات مربوط به واپاشیهای ممنوع دوم در آنها ناچیز (شاید در توزیعهای زاویه‌ای از مرتبه 10^{-2} تا 10^{-4} و در شکل طیف از مرتبه 10^{-6} تا 10^{-8}) باشد. با گذار گذاشتن این موارد، قواعد گزینش برای واپاشیهای ممنوع دوم به صورت زیر است

$$\Delta I = 2, 3 \quad \Delta \pi = \text{نه}$$

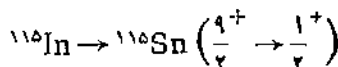
نمونه‌هایی از واپاشیهای ممنوع دوم عبارت‌اند از



با ادامه این فرایند، به واپاشیهای ممنوع سوم ($I = 3$) می رسیم که قواعد گزینش آن در واپاشیهای ممنوع اول هم رعایت نمیشود و به صورت « $\Delta I = 3$ یا $\Delta I = 4$ » و «آری = $\Delta \pi$ » درمی آید.



در شرایط بسیار استثنایی، حتی واپاشیهای ممنوع چهارم ($I = 4$) نیز می تواند رخ دهد که فاعده گزینش آن به صورت « $\Delta I = 4$ یا $\Delta I = 5$ » و « $\Delta \pi = \text{نه}$ » است



در بخش بعد خواهیم دید که هر چه مرتبه ممنوعیت بالاتر باشد، احتمال واپاشی کمتر می‌شود. هسته در صورت امکان ترجیح می‌دهد که از طریق فرایند مجاز یا ممنوع اول واپاشیده شود، و مراتب بالاتر معمولاً به قدری ضعیف‌اند که مشاهده نمی‌شوند. فقط در صورتی که هیچ مد واپاشی دیگری امکان‌پذیر نباشد، موارد بسیار نادر ممنوع سوم و چهارم را می‌توان مشاهده کرد.

۵.۹ نیمه‌عمرهای تطبیقی و واپاشیهای ممنوع

نیمه‌عمرهای واپاشی بتا گستره بسیار وسیعی را، از چند میلی‌ثانیه تا حدود ۱۰^{۱۶} سال، دربرمی‌گیرند. بخشی از این تغییرات به علت مطابقت ضعیف تابع موجهای ابتدایی و نهایی هسته است، ولی مشکل می‌توان تصور کرد که تابع موجهای هسته‌ای از چنان خلوص و پیکربندی خاصی برخوردار باشند که این اثر بتواند بیش از اندکی از این تغییرات ۴۶ مرتبه بزرگی را توجیه کند.

منشأ اصلی این تغییرات نیمه‌عمر، مشکل نسبی تولید ذرات بتا و نوترینو در حالتی با تکانه زاویه‌ای $L > 0$ است. همان‌طور که در بخش قبل دیدیم، نمونه (کلاسیک) تکانه زاویه‌ای ذرات بتا با انرژی ۱ MeV دارای مقدار بیشینه‌ای از مرتبه $0.4 \hbar$ است. یعنی، احتمال گسیل الکترون و نوترینو در حالت با عدد کوانتومی $L > 0$ بسیار کوچک است.

می‌توان این تخمین کیفی را با در نظر گرفتن تابع موجهای الکترون و نوترینو، به صورت امواج تخت $e^{ip \cdot r / \hbar}$ ، به شکل کمی‌تر درآورد. با بسط این تابع نمایی داریم

$$1 + (ip \cdot r) / \hbar + (1/2) [(ip \cdot r) / \hbar]^2 + \dots$$

(پس از قرار گرفتن بین تابع موجهای ابتدایی و نهایی هسته و با در نظر گرفتن جملات اسپینی مناسب) حاصل می‌شوند. در صورتی که تابع موجهای هسته سبب صفر شدن این جمله شوند (مثلاً وقتی که پاریته‌ها وضعیت متقابل داشته باشند)، باید جمله بعدی را در نظر بگیریم که در این صورت سهم هسته (بجز اسپین) عبارت است از $\int \psi_f^* \mathbf{r} \psi_i d\mathbf{r}$ و واپاشیهای ممنوع اول از همین جملات حاصل می‌شوند. چنانکه دیدیم، مقدار متوسط $\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} / \hbar$ با انتگرال گیری روی تمام حجم هسته به دست می‌آید که از مرتبه $0.4 \hbar$ است. چون احتمال گذار با مجذور مقدار انتگرال متناسب است، احتمال واپاشیهای ممنوع اول فقط در حدود 10^{-4} برابر واپاشیهای مجاز خواهد بود.

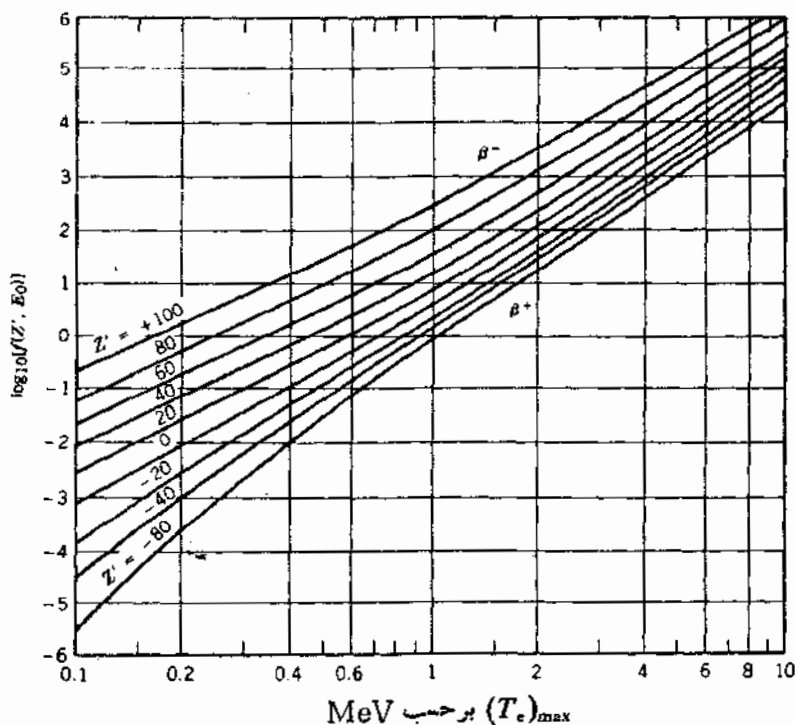
همچنین این انتگرال بجز در حالتی که حالت‌های اولیه و نهایی پاریته مخالف داشته باشند برابر صفر می‌شود، که می‌توان آن را با نوشتن $\mathbf{r}$ به صورت $Y_1(\theta, \phi)$ نشان داد. این مطلب، چنانکه در بخش قبل دیدیم، بار دیگر قاعده گزینش «آری = $\Delta\pi$ » را برای واپاشیهای ممنوع اول به دست می‌دهد.

هر جمله بعدی در بسط شکل نمایی موج تخت، مرتبه بالاتری از ممنوعیت را به دست

می‌دهد و احتمال‌گذار متناظر به هر يك از آنها با ضریب $(p \cdot r/h)^2$ یا حدود 10^{-4} از احتمال مربوط به‌جمله قبلی کوچکتر است.

برای مقایسه نیمه‌عمر گذارهای مختلف بنا، ابتدا باید برای تغییرات احتمال واپاشی بنازا که در اثر تفاوت عدد اتمی Z' هسته دختر یا تفاوت انرژی نقطه پایان E_0 حاصل می‌شود، تصحیحی را در نظر بگیریم. این عمل با استفاده از تابع انتگرال فرمی $f(Z', E_0)$ که در بخش ۳.۹ تعریف شد، انجام می‌گیرد. اگر نیمه‌عمر جزئی را برای فرایند واپاشی خاصی بدانیم، می‌توانیم $f(Z', E_0)$ را از منحنیهای نظیر منحنیهای شکل ۸.۹ تعیین کنیم. حاصلضرب $f_{1/2}$ را نیمه‌عمر تطبیقی یا مقدار f می‌گویند، که معمولاً به‌صورت $\log_{10} f$ داده می‌شود و در آن $f_{1/2}$ همواره بر حسب ثانیه است.

به‌عنوان مثال، واپاشی بتازای منفی ^{203}Hg را در نظر می‌گیریم. نیمه‌عمر آن برابر ۴۶۸ روز است، بنابراین داریم $\log_{10} f_{1/2} = 6.6$. مقدار Q برای واپاشی آن و تبدیل به ^{203}Tl برابر ۴۹۱ MeV است. اما چون ۱۰۰ درصد واپاشیها به تراز برانگیخته



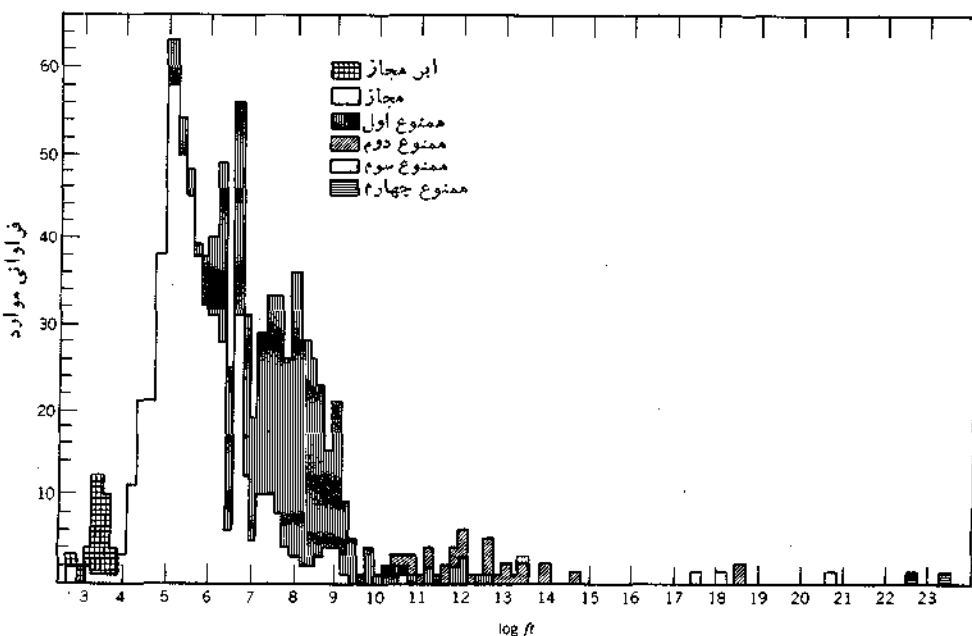
شکل ۸.۹ انتگرال فرمی که با معادله (۲۹.۹) تعریف شده است. عدد اتمی Z' مربوط به هسته دختر است؛ منحنیهای با Z' مثبت برای واپاشی بتازای منفی و Z' منفی برای واپاشی بتازای مثبت در نظر گرفته شده‌اند.

در ^{203}Tl در 279 keV منجر می‌شود، انرژی نقطه پایان برابر $279 - 291 = -12 \text{ MeV}$ خواهد شد. با توجه به شکل ۸.۹ می‌دانیم $\log_{10} f = -0.1$ و در نتیجه داریم

$$\log_{10} f t = \log_{10} f + \log_{10} t_{1/2} = -0.1 + 6.6 = 6.5$$

به عنوان دومین مثال، واپاشی بتازای مثبت ^{22}Na به حالت پایه $^{22}\text{Ne} (Z' = 10)$ را در نظر می‌گیریم. نیمه عمر برابر 260 سال است، ولی نسبت انشعاب به حالت پایه فقط 0.06 درصد است. بنابراین نیمه عمر جزئی برابر $10^{-4} \times 260 \times 365/6$ ، و در نتیجه $\log_{10} f_{1/2} = 11.1$ است. مقدار Q واپاشی β^+ برابر 1.8 MeV است، بنابراین، با توجه به شکل ۸.۹ مقدار $\log_{10} f = 1.6$ و $\log_{10} f t = 12.7$ خواهد شد.

در مجموعه‌های گردآوری شده برای اطلاعات واپاشی هسته‌ای، مقادیر $\log f t$ مستقیماً داده می‌شوند. ما می‌توانیم نوع واپاشی (مجاز یا ممنوع an) را بر مبنای قواعد گزینش تکانه زاویه‌ای و پاریته تعیین کنیم، و سپس مقادیر تجربی $\log f t$ را با مرتبه ممنوعیت مرتبط سازیم. شکل ۹.۹ مقادیر تجربی $\log f t$ را بر حسب مرتبه ممنوعیت برای انواع



شکل ۹.۹ توزیع تجربی مقادیر لگاریتم نیمه عمرهای تطبیقی $(\log f t)$.

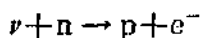
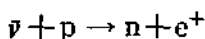
مختلف واپاشی نشان می‌دهد. میزان تأثیر مراتب مختلف در این شکل بخوبی قابل مشاهده است، به طوری که هر درجه ممنوعیت اضافی مقدار $\log f$ را در حدود ۳٫۵ افزایش می‌دهد که این امر نمایانگر کاهش احتمال گذار به مقدار 4×10^{-3} است. (در هر نوع واپاشی نیز پراکندگی قابل ملاحظه‌ای وجود دارد، که قسمت عمده آن شاید مربوط به اثرات تابع موجهای هسته‌های ابتدایی و نهایی باشد.)

مقدار $\log f$ برای بیشتر واپاشیهای مجاز در گستره ۳٫۵ تا ۷٫۵، و برای اغلب واپاشیهای ممنوع اول در گستره ۵٫۶ تا ۹ قرار می‌گیرد. تعداد واپاشیهای ممنوع دوم که شناخته شده‌اند نسبتاً کمتر است و مقدار $\log f$ برای آنها در حدود ۱۰ تا ۱۳ است، و مقدار مربوط به واپاشیهای ممنوع سوم نیز (کسه منحصر به چهار مورد است) در گستره ۱۴ تا ۲۰ قرار دارد. دومورد واپاشی ممنوع چهارم هم شناخته شده‌اند که مقدار $\log f$ در آنها در حدود ۲۳ است.

ارزش مجموعه‌های اطلاعاتی از این نوع، به قابلیت پیش‌بینی آنها خلاصه می‌شود. برای مثال، اگر نمودار یک واپاشی ناشناخته را مطالعه کنیم و مقدار $\log f = ۵٫۵$ را به دست آوریم، معلوم می‌شود که واپاشی به احتمال زیاد از نوع مجاز است، و از این رو می‌توان پارتیه یکسانی را به حالت‌های ابتدایی و نهایی هسته نسبت داد و نتیجه‌گیری کرد که تفاوت اسپین آنها حداکثر برابر یک واحد است. ارزش این نتیجه‌گیریها در بررسی طیف نمایی بتا در بخش ۱۰٫۹ نشان داده شده است.

۶٫۹ فیزیک فوتونو

یکی از فرایندهایی که با واپاشی بتا از رابطه نزدیک دارد، گیراندازی فوتونو (یا پادنوتونو) است:



این فرایند را گاهی واپاشی بتا زای معکوس می‌نامند.

ابتدا علت وقوع این فرایندها و عدم وقوع فرایندهایی مانند گیراندازی نوتونو توسط پروتون یا گیراندازی پادنوتونو توسط نوترون را مورد بحث قرار می‌دهیم. الکترونها و نوترونها متعلق به گروهی از ذرات به نام لپتونها هستند، و پادذره‌های e^+ و $\bar{\nu}$ به گروه دیگری به نام پادلپتونها تعلق دارند. بر مبنای مشاهده بسیاری از فرایندها و عدم مشاهده برخی دیگر، قانونی به عنوان قانون پایستگی لپتونها استنتاج شده است. بنابراین قانون، تعداد کل لپتونها منهای پادلپتونها در دوطرف فرایند واپاشی یا واکنش باید یکسان باشد. برای مشاهده موارد نقض این قانون تعداد زیادی آزمایش حساس انجام شده است، ولی تاکنون هیچگونه نقضی مشاهده نشده است. در واکنش $\nu + p \rightarrow n + e^+$ که در آن

اصل پایداری بار الکتریکی و تعداد نوکلئون رعایت شده است، عدد لپتونی پایداری ندارد و در نتیجه، طبق درک کنونی ما از فرایندهای بنیادی، مطلقاً ممنوع است.

عدم مشاهده چنین واکنشهایی در حقیقت یکی از بهترین دلایلی است که ما را به اختلاف واقعی بین ذرات ν و $\bar{\nu}$ رهنمون می‌شود. الکترون و پوزیترون از نظر بار الکتریکی (و خصوصیات مانند گشتاور مغناطیسی که به بار الکتریکی بستگی دارد) با یکدیگر تفاوت دارند. اما ν و $\bar{\nu}$ ذراتی هستند که بار الکتریکی ندارند (و به عنوان ذرات نقطه‌ای بی‌بار، گشتاور مغناطیسی آنها نیز برابر صفر است). بنابراین ذرات در برابر واکنشهای الکترومغناطیسی، که غالباً برای تمیز دادن بین ذرات و پادذرات به کار می‌روند، مصونیت دارند.

همان‌طور که در بخش ۱۰.۹ دیدیم، وجود نوترینو به دلیل صادق نبودن قوانین جابجایی پایداری انرژی و تکانه در واپاشی بتازا مطرح شد. مشاهده مستقیم نوترینو تا ۲۵ سال پس از پیشنهاد اولیهٔ پاولی تحقق‌پذیر نبود. برای درک مشکل گیراندازی نوترینوی گریزنا، احتمال واکنش گیراندازی نوترینو را برآورد می‌کنیم. مشابه معادله (۲۷.۴)، سطح مقطع واکنش $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\sigma = \frac{\text{احتمال وقوع واکنش برای هر اتم هدف}}{\text{شار فرودی } \bar{\nu}} \quad (۳۵.۹)$$

احتمال واکنش را می‌توان با استفاده از قاعدهٔ طلایی فرمی، همانند معادله (۱۲.۹)، محاسبه کرد. برای جزء ماتریس V_{fi} ، مشابه محاسبه‌ای که بر مبنای تقریب مجاز انجام دادیم و به معادله (۲۵.۹) رسیدیم، عبارت $(1/V)gM_{fi}$ را در نظر می‌گیریم. با چشمپوشی از پس‌زنی نوترون، چگالی حالات نهایی فقط مربوط به الکترون می‌شود که با معادله (۱۵.۹) داده شده است. بالاخره، با استفاده از شکل موج تخت بسا معادله (۱۸.۹) و با توجه به اینکه کمیت $\hbar k/m$ همان سرعت ذرهٔ فرودی است که برای نوترینوها برابر c می‌شود، می‌توانیم شکل معادله (۲۶.۴) را برای شار فرودی $\bar{\nu}$ به کار ببریم و سطح مقطع را به صورت زیر به دست آوریم

$$\sigma = \frac{\frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{g^2}{V^2} |M_{fi}|^2 \frac{4\pi p^2 dp}{h^3 dE}}{c/V} \quad (۳۶.۹)$$

با استفاده از $dp/dE = E/c^2 p$ داریم

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar c} g^2 |M_{fi}|^2 \frac{4\pi p E}{c^2 h^3} \quad (۳۷.۹)$$

برای برآورد عددی، از جزء ماتریسی که برای واپاشی بتازای نوترون در بخش ۴.۹ به دست آوردیم، یعنی $g_F^2 \approx 5 \times 10^{-6}$ ، $|M_{fi}|^2 = g_F^2(1 + y^{-2})$ و برای g_F از مقدار حاصل

از واپاشیهای بتازای ابرمجاز استفاده می‌کنیم. انرژی نوترینوی فرودی را برابر 2.5 MeV انتخاب کردیم که تاندازه‌ای بیش از کمینه انرژی 1.8 MeV لازم برای شروع واکنش است (چون $m_{\nu} c^2 > m_{\pi} c^2$ است، باید انرژی اضافی لازم را از طریق پاد نوترینوی فرودی تأمین کنیم)، و در نتیجه انرژی الکترون برابر 1.21 MeV خواهد بود. پس از قراردادن همه مقادیر عددی، سطح مقطع حاصل برابر $1.2 \times 10^{-43} \text{ cm}^2 = 1.2 \times 10^{-19} \text{ b}$ پروتون در هر cm^2 است، می‌توان به کوچکی غیر قابل تصور این سطح مقطع (در مقایسه با سطح مقطع 2.5 بارنی پراکندگی نوکلئون-نوکلئون در انرژیهای کسم) پی برد. سطح مقطع واکنش نوترینو با هر پروتون در حدود 10^{-43} cm^2 است. با توجه به اینکه نوترینو در عبور از 1 cm^2 ماده با حدود 10^{24} پروتون روبه‌رو می‌شود، احتمال واکنش در حجم 1 cm^3 از جسم جامد برابر $10^{-19} \text{ cm}^{-1} = (10^{-43} \text{ cm}^2)(10^{24} \text{ cm}^{-3})$ است، یعنی احتمال واکنش نوترینو در عبور از هر سانتی‌متر ماده در حدود 10^{-19} است. نوترینو برای آنکه احتمال گیراندازی معقولی داشته باشد باید از 10^{19} cm ماده، که قطری در حدود 10 سال نوری خواهد داشت، عبور کند. بنابراین تعجب‌آور نیست که جستجو برای یافتن آن 2.5 سال به‌درازا کشیده باشد!

آشکارسازی تجربی در واقع از طریق یک رشته آزمایشهای زیرکانه و پر دردسر انجام شد که در سالهای دهه 1950 توسط راینز و کووان به‌عمل آمد. آنها از یک رآکتور هسته‌ای به‌عنوان چشمه $\bar{\nu}$ استفاده کردند. زیرا محصولات شکافت که سرشار از نوترون‌اند، در اثر واپاشی بنای منفی، ذرات $\bar{\nu}$ گسیل می‌دارند. آهنگ گسیل متوسط در حدود 6 در هر شکافت است، و شار خالص $\bar{\nu}$ در این آزمایشها به حدود 10^{13} پادنوترینو در هر سانتی‌متر مربع در ثانیه می‌رسید. راینز و کووان از یک سوسوزن مایعی، که سرشار از پروتونهای آزاد بود و ترکیبی از Cd هم در آن وارد شده بود، به‌عنوان آشکارساز استفاده کردند. گیراندازی $\bar{\nu}$ توسط پروتون به تولید یک نوترون و یک پوزیترون منجر می‌شود؛ پوزیترون در ماده سوسوزن به سرعت نابود می‌شود ($e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$) و درخشی نورانی به‌وجود می‌آورد. نوترون تولید شده در محلول به حرکت درمی‌آید و به تدریج کند می‌شود تا اینکه سرانجام جذب هسته Cd ، که سطح مقطع گیراندازی بزرگی برای نوترون دارد، می‌شود. پس از گیراندازی نوترون، هسته ^{114}Cd در یک حالت بسیار برانگیخته قرار دارد که به سرعت یک پرتو گامای با انرژی 1.1 MeV را از خود گسیل خواهد کرد. بنابراین، علامت مشخصه $\bar{\nu}$ وجود یک علامت نورانی حاصل از نابودی پوزیترون (فوتونهای 1.1 MeV)، و متعاقب آن گسیل یک پرتو گامای 1.1 MeV پس از گذشت $10 \mu\text{s}$ (زمان لازم برای کند شدن و گیرافتادن نوترون) است. با استفاده از مخزنی که حاوی 10^6 cm^3 از مایع سوسوزن بود، راینز و کووان در هر ساعت با چند واقعه که می‌توانستند حاکی از گیراندازی $\bar{\nu}$ باشند، روبه‌رو می‌شدند. برای قطعی ساختن ارتباط این وقایع با گیراندازی $\bar{\nu}$ ، آزمایشهای اضافی بسیاری ضرورت پیدا کردند که به دنبال آنها این نتیجه اجتناب‌ناپذیر حاصل شد که: $\bar{\nu}$ یک ذره واقعی است و نه مخلوقی ذهنی که فقط از خیال پردازیهای

بارور پاؤلی و فرمی ناشی شده باشد.

برای نمایش امکان ناپذیری بودن گیراندازی $\bar{\nu}$ توسط نوترینوها، دیویس و همکارانش آزمایشی انجام دادند. آنها برای مشاهده واکنش $\bar{\nu} + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^{-} + {}^{37}\text{Ar}$ و بزرگ CCl_4 و یک رآکتور به منظور تولید پادنوترینو استفاده کردند. دیویس با خالی کردن دوره‌ای مخزن و جستجوی هسته‌های رادیواکتیو ${}^{37}\text{Ar}$ در گاز تخلیه شده، نتیجه گرفت که واکنش انجام نمی‌شود. نتیجه منفی این آزمایش نشان داد که ذرات ν و $\bar{\nu}$ ذراتی واقعاً متفاوت‌اند.

بنابر این تفاوت بودن ν و $\bar{\nu}$ قطعی است، ولی تاکنون مشخص نکرده‌ایم که چه خاصیتی بنیادی باعث تمایز این دو ذره می‌شود. از نظر تجربی، یک خصوصیت وجود دارد؛ بردار اسپین کلیه پادنوترینوها با بردار تکانه آنها موازی است، در حالی که برای نوترینوها این بردار در خلاف جهت تکانه است. این خصوصیت که هلیسیت نامیده می‌شود، به صورت زیر تعریف شده است

$$h = \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}|} \quad (38.9)$$

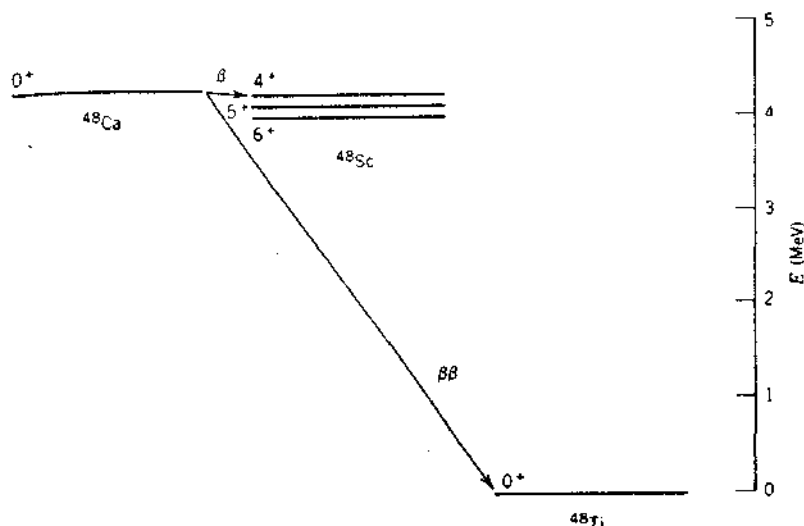
که مقدار آن برای $\bar{\nu}$ برابر ۱- و برای ν برابر ۱- است. (غالباً گفته می‌شود که $\bar{\nu}$ «راست‌دست» و ν «چپ‌دست» است، زیرا حرکت تقدیمی $\mathbf{s}$ حول $\mathbf{p}$ برای پادنوترینوها ردهایی مشابه شیارهای یک پیچ راست گرد و برای نوترینوها ردهایی مشابه یک پیچ چپ گرد ایجاد می‌کند.) برای الکترونهای حاصل از واپاشی بتازا نیز خصوصیتی مشابه وجود دارد، که بنابر آن هلیسیت الکترونهای منفی برابر $h = -v/c$ و هلیسیت الکترونهای مثبت برابر $h = +v/c$ می‌شود. اما این یک خصوصیت ذاتی برای کلیه الکترونهای مثبت و منفی نیست، بلکه فقط مربوط به الکترونهایی است که در واپاشی بتازا گسیل می‌شوند. الکترونهای اتمی و همین‌طور پوزیترونهای ناشی از تولید زوج ($\gamma \rightarrow e^{+} + e^{-}$) هیچک هلیسیت خاصی ندارند. اما نوترینوها و پادنوترینوها همگی دارای هلیسیت معین هستند، و همیشه با پادنوترینوهای «راست‌دست» و نوترینوهای «چپ‌دست» روبه‌رو می‌شویم. دیویس برای مشاهده نوترینوهای گسیل شده از خورشید در اثر فرایند همجوشی از روش مشابهی استفاده کرد. (همجوشی هسته‌های سبک، محصولاتی تولید می‌کند که کم‌بود نوترون دارند و در اثر واپاشی بتازای مثبت، به جای $\bar{\nu}$ ، ν گسیل می‌کنند.) برای ایجاد حفاظ در برابر پرتوهای کیهانی و احتراز از فرایندهای ناشی از آن (که در آزمایشهای اولیه‌اش مسئله آفرین بودند)، دیویس مخزن CCl_4 را در ته معدنی به عمق ۱۵۰۰ m قرار داد و برای مدتی بیش از ۱۰ سال به شمارش این نوترینوهای خورشیدی پرداخت. این نوترینوها از این نظر حائز اهمیت‌اند که مستقیماً از قلب خورشید که در آن واکنش هسته‌ای رخ می‌دهد، به سوی ما می‌آیند. از طرف دیگر، نوری که از خورشید به ما می‌رسد از سطح خورشید سرچشمه می‌گیرد و حاوی اطلاعات نسبتاً کمی در مورد فرایندهایی است

که در قلب خورشید رخ می‌دهند. آهنگ انتظاری تبدیل ^{37}Cl به ^{37}Ar توسط نوترینوهای خورشیدی در مخزن دیسویس در حدود یک اتم در هر روز است؛ اما به‌رغم سالها تلاش قهرمانانه، آهنگ مشاهده‌شده فقط در حدود یک سوم مقدار انتظاری است که این امر می‌تواند نمایانگر دو نوع خطا باشد: (الف) خطا در فرضهای اولیه مربوط به آهنگ گسیل نوترینو از خورشید (و در نتیجه نارسایی نظریه موجود در مورد فرایندهای خورشیدی)، یا (ب) وجود خطا در نظریه‌های فعلی درباره خواص نوترینو.

۷.۹ واپاشی دوتایی

واپاشی ^{48}Ca را در نظر بگیرید (شکل ۱۰.۹). مقدار Q واپاشی بتازای منفی در تبدیل به ^{48}Sc برابر 281 MeV است، ولی فقط حالت‌های 4^+ ، 5^+ و 6^+ در ^{48}Sc برای واپاشی قابل حصول هستند که واپاشیهای ممنوع چهارم یا ششم را ایجاد می‌کنند. اگر از تخمین تجربی $\log f t \sim 23$ برای واپاشیهای ممنوع چهارم استفاده کنیم (بسیار توجه به شکل ۸.۹ و $\log f t \sim 2$)، مقدار $\log f t \sim 25$ یا 10^{18} s (10^{18} y) خواهد بود. بنابراین «پایدار» دانستن هسته ^{48}Ca نباید تعجب‌آور باشد.

یک طریقه ممکن دیگر برای واپاشی، واپاشی دوتایی ($\beta\beta$) است. این یک فرایند مستقیم است، و محتاج حالت میانی ^{48}Sc نیست. (در حقیقت، در ادامه بحث می‌بینیم که در بیشتر واپاشیهای دوتایی ممکن،



شکل ۱۰.۹ واپاشی ^{48}Ca . واپاشی ابرمجاز $\beta\beta$ به ^{48}Ti شق دیگر واپاشی تک بتایی ممنوع چهارم به ^{48}Sc است.

انرژی حالت میانی بیش از حالت اولیه است و حصول به آن از نقطه نظر انرژی غیرممکن است. برتری این فرایند بر فرایند تک بتایی (در این مورد) ماهیت $0^+ \rightarrow 0^+$ گذار است، که آن را به جای ممنوع چهارم در رده ابرمجاز قرار می دهد. با باز نویسی معادله واپاشی تک بتایی (۳۰.۹) به صورت زیر می توانیم بر آوردی تقریبی از احتمال این واپاشی را به دست آوریم

$$\lambda_{\beta} = \left(\frac{m_e c^2}{\hbar} \right) \left\{ f g^2 \frac{m_e^2 c^2 |M_{fi}|^2}{2 \pi^2 \hbar^6} \right\} \quad (39.9)$$

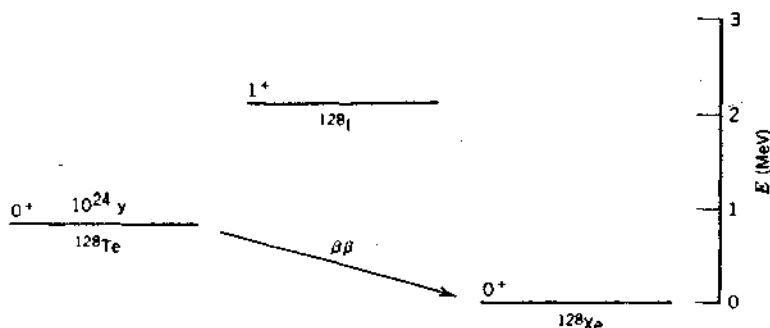
مقدار تقریبی جمله اول برابر $10^{21} s^{-1} \times 10^{-8}$ است که می تواند به عنوان عامل مقیاس ابعادی در نظر گرفته شود. جمله باقی مانده بی بعد است و حاوی کلیه اطلاعات مربوط به واپاشی بتازا و احتمالات گذار هسته ای است. مقدار آن برابر $10^{-25} \times 10^5$ (با استفاده از $|M_{fi}| = \sqrt{2}$) است.

آهنگ واپاشی دوبتایی تقریباً از رابطه زیر به دست می آید

$$\lambda_{\beta\beta} = \left(\frac{m_e c^2}{\hbar} \right) \left\{ f g^2 \frac{m_e^2 c^2 |M_{fi}|^2}{2 \pi^2 \hbar^6} \right\}^2 \quad (40.9)$$

که نیمه عمری از مرتبه 10^{17} سال را مشخص می کند و با واپاشی تک بتایی قابل مقایسه است (اگرچه نباید این محاسبه ساده را چندان جدی گرفت).

واپاشی دوبتایی همچنین می تواند در مواردی رخ دهد که حصول به حالت میانی در مد واپاشی منفرد امکان پذیر نیست. مورد ^{128}Te را در نظر بگیرید که در شکل ۱۱.۹ نشان داده شده است. مقدار Q برای واپاشی $^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{I}$ منفی و برابر 1.26 MeV — است، و بنابراین این واپاشی امکان پذیر نیست. در حالی که واپاشی دوبتایی $^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$ با $Q = 0.87 \text{ MeV}$ از نقطه نظر انرژی ممکن است. در حقیقت، چنین موقعیتهایی محتمل ترین



شکل ۱۱.۹ واپاشی تک بتایی ^{128}Te از نقطه نظر انرژی ممنوع است، ولی واپاشی دوبتایی و تبدیل آن به ^{128}Xe ممکن است. برای اطلاع از جزئیات و نیمه عمر این هسته ها به شکل ۱۸.۳ رجوع کنید.

موارد مشاهده واپاشیهای دوتایی هستند، زیرا ماتامیلی ندازیم که مورد واپاشی متوالی را از طریق يك حالت میانی که از نقطه نظر انرژی قابل حصول باشد بررسی کنیم.

برای مشاهده واپاشی دوتایی دوروش اساسی وجود دارد. روش اول، روش طیف نمایی جرمی است که در آن به جستجوی دختر هسته‌های پایدار در کانیهای که عمر زمین شناختی معینی دارند می‌پردازیم. برای مثال، با مشاهده فراوانی اضافی ^{128}Xe (نسبت به فراوانی آن در Xe جو) در يك صخره حاوی تلوریم، می‌توانیم نیمه عمر واپاشی دوتایی ^{128}Te و تبدیل آن را به ^{128}Xe برآورد کنیم. با فرض معقول طولی بودن نیمه عمر واپاشی دوتایی، در مقایسه با عمر T صخره، تعداد هسته‌های Xe ناشی از واپاشی دوتایی برابر است با

$$N_{\text{Xe}} = N_{\text{Te}}(1 - e^{-\lambda T}) \cong N_{\text{Te}} \frac{0.693 T}{t_{1/2}} \quad (41.9)$$

و در نتیجه

$$t_{1/2} \cong 0.693 T \frac{N_{\text{Te}}}{N_{\text{Xe}}} \quad (42.9)$$

تعداد هسته‌های Te و Xe را می‌توان با روش طیف نمایی جرمی تعیین، و در نتیجه نیمه عمر واپاشی دوتایی را پیدا کرد. بعضی از مقادیر به دست آمده از این روش عبارت‌اند از

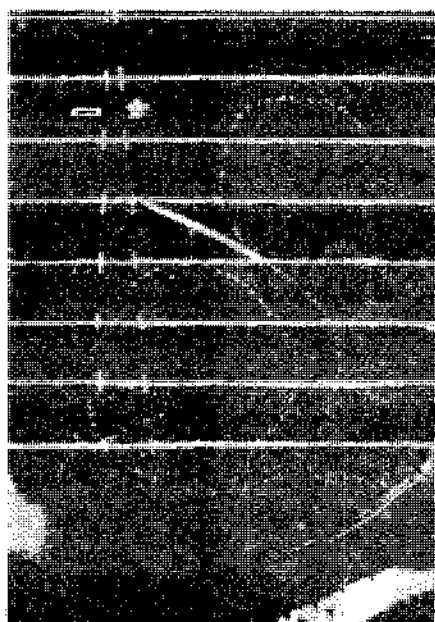
$$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe} \quad (375 \pm 120) \times 10^{24} \text{ y}$$

$$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe} \quad (222 \pm 56) \times 10^{21} \text{ y}$$

$$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr} \quad (127 \pm 53) \times 10^{20} \text{ y}$$

بدیهی است که نیمه عمرهای طولانی مانع از آشکارسازی مستقیم واپاشی دوتایی می‌شوند. زیرا واپاشی انتظاری يك مول از نمونه، در بدترین مورد يك واپاشی در سال و در بهترین شرایط يك واپاشی در روز است. آزمایشهای مربوط به چنین آهنگ شمارش پایینی به شدت از شمارشهای زمینه ناشی از رادیواکتیویته طبیعی و پرتوهای کیهانی متأثر خواهد بود، و ایجاد حفاظ در برابر این شمارشهای ناخواسته مستلزم مهارت فوق العاده آزمایشگر و هزینه بیشتر است. برای مثال، به آزمایشی که زیر صخره‌ای به ضخامت ۴۵۰۰ متر در تونل زیر مون‌بلان در مرز فرانسه و ایتالیا انجام شده است، باید اشاره کرد.

در آزمایشی که اخیراً توسط موئه ولوئنتال گزارش شده است، برای آشکارسازی واپاشی دوتایی از رگه‌های ^{82}Se در يك اتاقک ابر استفاده شده است. شکل ۱۲.۹ نمونه‌هایی از این فرایند را نشان می‌دهد که در آن دو الکترون گسیل می‌شوند. در این شکل، مسیر يك ذره α که از همان محل سرچشمه گرفته است نیز برای مقایسه نشان داده شده است. این فرایند شاید از زمینه رادیواکتیو طبیعی، و به احتمال زیاد از واپاشی ^{214}Bi در سری



شکل ۱۴.۹ تصویر یک فرایند در اتاقک ابر که تصور می‌رود از واپاشی دوبتایی ^{82}Se حاصل شده است. خطوط افقی رگه‌های ماده چشمه ^{82}Se هستند. واپاشی دوبتایی، زوج‌ردهای خمیده‌ای را که از یکی از رگه‌های میانی تصویر سمت چپ ناشی می‌شوند به وجود آورده است. فرایندهای زمینه‌ای ناشی از رادیواکتیویته طبیعی نیز در تصویر دیده می‌شوند. این فرایندها شامل تولید دو الکترون متوالی واپاشی بتازا (مانند واپاشیهای زنجیری رادیواکتیو طبیعی در شکل ۱۵.۶) و تولید یک ذره α است. به مسیر این دو الکترون و ذره α که از نقطه مشترکی در نزدیکی مرکز تصویر سمت راست سرچشمه گرفته‌اند توجه کنید. یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه تصویر سبب خمیدگی ردها می‌شود، به طوری که می‌توان تکانه الکترون را تعیین کرد.

اورانیم، ناشی شده است. آزمایش دقیقتری از جستجوی فرایندهای دوبتایی توسط الیوت، هان، و موئه گزارش شده است.^۱ آنها توانسته‌اند تقریباً ۳۵ فرایند واپاشی دوبتایی را طی مدت بیش از ۳۰۰۰ ساعت اندازه‌گیری کنند. حد پایین نیمه‌عمر دوبتایی حاصل در حدود $10^{20} \times 10^5$ است که با نتیجه ژئوشیمیایی مذکور در بالا سازگاری دارد.

اگرچه روش مستقیم بسیار مشکل و در معرض خطاهای سیستماتیک بسیار است، ولی تعقیب این مطالعات فوق‌العاده حائز اهمیت است زیرا به مسئله حساس پایداری لپتون [که درباره آن با تفصیل بیشتر در فصل ۱۸ (جلد دوم، ترجمه فارسی) بحث خواهد شد] می‌تواند پاسخ دهد. اگر ν و $\bar{\nu}$ واقعاً ذراتی متمایز نباشند (یعنی، اگر با یکدیگر جفت شوند و یا

ترکیب خطی ذرات بنیادی دیگری باشند)، واپاشی دوتایی «بدون نوترینو» امکان پذیر خواهد بود:

$${}^A_ZX_N \rightarrow {}^A_{Z+2}X'_{N-2} + 2e^-$$

(اساساً، می توانیم فرایند را به طریق زیر در نظر بگیریم: واپاشی بتا ازای نخست از طریق حالت میانی مجازی ${}^A_{Z+1}X'_{N-1}$ که از نقطه نظر انرژی غیر قابل دسترسی است، انجام می گیرد. سپس β^- گسیل شده به ν تبدیل می شود و مجدداً توسط حالت میانی مجازی جذب می شود و بنابراین، $\nu + {}^A_{Z+1}X'_{N-1} \rightarrow e^- + {}^A_ZX''_{N-2}$ و بتا می شود بدون آنکه نوترینویی گسیل شده باشد.)

آزمایشی که برای جستجوی واپاشی دوتایی بدون نوترینو طرح شده بود در مورد ${}^{76}\text{Ge}$ به اجرا درآمد. در این آزمایش از یک آشکارساز Ge هم به عنوان چشمه هسته های واپاشنده و هم آشکارساز این واپاشیها استفاده شد. کل انرژی قابل استفاده واپاشی 204 MeV است و اگر هر دو الکترون در آشکارساز متوقف شوند، یک واقعه منفرد با انرژی 204 MeV ثبت می شود. مشکل کار در این آزمایش، کاهش زمینه (ناشی از رادیو اکتیویته طبیعی، آلوده کننده های رادیو اکتیو مصنوعی و تابشهای کیهانی) به سطحی به اندازه کافی پایین است به طوری که ناحیه 204 MeV را بتوان برای یافتن قله مورد جستجو قرارداد. آزمایش مون بلان که شرح آن رفت از این نوع بود و حد پایین نیمه عمر را برابر $5 \times 10^{11}\text{ y}$ به دست داد. در یک آزمایش زیرزمینی دیگر که اخیراً توسط آوینون و همکاران گزارش شده است^۱، با اقداماتی فوق العاده سعی شد که آشکارساز با استفاده از موادی که سهم قابل ملاحظه ای در شمارش زمینه ندارند (مثلاً پیچهای فولادی زنگ نزن) که آلودگی ${}^{60}\text{Co}$ را در خود نشان می دادند با پیچهای برنجی جایگزین شدند، و اشهرای اندیم جایگزین و اشهرای لاستیکی شد) احاطه شود. پس از ۹ ماه شمارش، قله قابل مشاهده ای در انرژی 204 MeV وجود نداشت، و در نتیجه برای نیمه عمر عددی بزرگتر از 10^{13} y حاصل شد. این آزمایشها با این امید که بهبود مداوم حساسیت، مشاهده مستقیم واپاشیهای دوتایی و دوتایی بدون نوترینو را امکان پذیر سازد، ادامه دارند.

اگر چه تعبیر نظری نتایج تجربی کار دشواری است، ولی ادامه جستجو برای دستیابی به شواهد واپاشی دوتایی بدون نوترینو ممکن است منبع اطلاعاتی بسیار مهمی در مورد خصوصیات بنیادی نوترینوها فراهم کند. برای مثال، فرایند گسیل و گیر اندازی مجددی که در بالا شرح داده شد، برای نوترینوهای بدون جرم با هلیسینته معین (± 1) غیر ممکن است، و بنابراین مشاهده واپاشی دوتایی بدون نوترینو بلافاصله نادرست بودن خصوصیات «کلاسیک» نوترینو را مطرح می کند.

۸.۹ گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتا

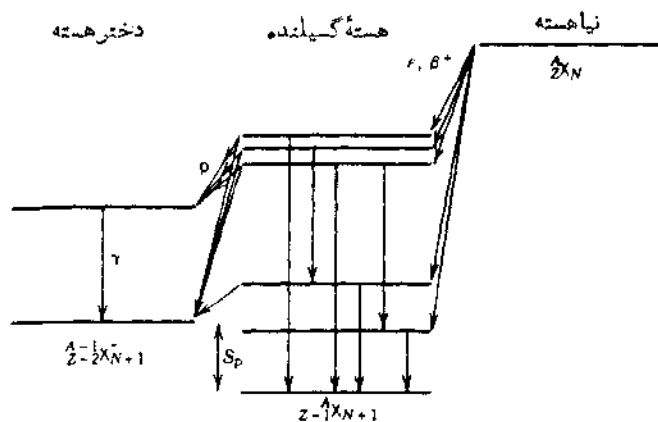
پرتوهای گاما تنها تابش گسیل شده از حالات برانگیخته هسته ای پس از واپاشی بتا

1. Avignone et al., Phys. Rev. C 34, 666(1986).

نیستند. بعضی اوقات این حالات ناپایدارند و يك یا دو نوكلئون از خود گسیل می‌کنند. گسیل نوكلئون به سرعت رخ می‌دهد (به طوری که با گسیل گاما رقابت می‌کند) و در نتیجه گسیل نوكلئون را بانیمة عمرهای مشخصه واپاشی بتازا می‌توان بررسی کرد.

برای واپاشی هسته‌هایی که فقط يك یا دو خانه از محل پایدارترین ایزوبار متناظر به هر عدد جرمی A فاصله دارند، انرژیهای واپاشی بسیار کوچک است (۱ تا ۲ MeV) و گسیل نوكلئون از نقطه نظر انرژی ممنوع است. دور از هسته‌های پایدار، انرژی واپاشی حالت‌های شدیداً برانگیخته ممکن است به حدی برسد که هسته با گسیل نوكلئون واپاشیده شود. نمودار ساده‌ای از این فرایند برای گسیل پروتون در شکل ۱۳۰۹ نشان داده شده است. مادرهسته اولیه گسیل کننده β را نیا هسته می‌نامند؛ خود نوكلئونها از هسته گسیلنده صادر می‌شوند و این فرایند سرانجام به حالانی از هسته دختر منتهی می‌شود.

در سالهای اخیر، علاقه به بررسی گسیل نوكلئون تأخیری، مطالعات تجربی هسته‌های دور از حالت پایدار را افزایش داده است. اهمیت نوکلونهای تأخیری در کنترل رآکتورهای هسته‌ای [فصل ۱۳ (جلد دوم، ترجمه فارسی)] سبب علاقه بیشتر در این مورد شده است. اما تاریخ کشف این پدیده به زمان پیدایش فیزیک هسته‌ای برمی‌گردد - رادرفورد در سال ۱۹۱۶ مشاهده «ذرات آلفای بلندبرد» را پس از واپاشی بتازای ^{212}Bi گزارش داد. شاخه اصلی این واپاشی بتازا به حالت پایه ^{212}Po منجر می‌شود، که این هسته به سهم خود ذرات آلفای با انرژی ۸.۷۸۴ MeV گسیل می‌کند. (از آنجا که حالت واپاشنده آلفا از يك حالت پایه ^{208}Pb به زوج-زوج است، واپاشی عملاً به طور ۱۰۰٪ به حالت پایه ^{208}Pb منجر می‌شود.) اما تعداد کمی از ذرات آلفا با انرژیهای بیشتر هم مشاهده شده‌اند (۵.۳۵ تا ۵.۵ درصد



شکل ۱۳۰۹ نمودار ساده گسیل نوكلئون تأخیری در واپاشی بتازا. واپاشی نیا هسته به تراکم حالت‌های بسیار برانگیخته گسیلنده که در مقابل گسیل نوكلئون ناپایدارند منجر می‌شود. توجه کنید که انرژی حالت برانگیخته گسیلنده برابر حاصل جمع انرژی نوكلئون گسیل شده و انرژی جدایی نوكلئون بین X' و X'' (بعلاوه تصحیح مختصر مربوط به پس زنی هسته گسیلنده) است.

بسا انرژی $MeV 9.495$ ، $MeV 10.520$ درصد با $MeV 10.422$ ، و $MeV 10.17$ درصد با $MeV 10.543$ (۱). انرژیهای کمتر نماینده واپاشیهای منجر به حالات برانگیخته ^{208}Pb هستند، ولی انرژیهای بیشتر باید ناشی از واپاشیهای حالات برانگیخته ^{212}Po باشند. در واپاشی ^{214}Bi هم رفتار مشابهی مشاهده می شود.

محاسبه طیف انرژی نوکلئونهای گسیل شده فرایندی پیچیده است که به اطلاعاتی در مورد طیف حالات برانگیخته گسیلنده، احتمال واپاشی بتا ازای نیا هسته به هر یک از حالات هسته گسیلنده، و احتمال واپاشی نوکلئون زای گسیلنده به حالت های قابل حصول دختر هسته احتیاج دارد. این مشکل در هسته های سنگین در اثر چگالی زیاد حالات برانگیخته پیچیده تر است - فاصله متوسط بین حالت های برانگیخته در انرژی زیاد ممکن است در حدود eV باشد که بسیار کوچکتر از توان تفکیک گروه های نوترونی و پروتونی است؛ بنابراین آنچه در این موارد مشاهده می کنیم توزیعی پهن است که ساختاری مشابه توزیع پیوسته واپاشی بتا را دارد ولی از پدیده بسیار متفاوتی ناشی شده است. به علت این مشکلات، در بساط نظریه گسیل نوکلئون تأخیری بحثی نخواهیم داشت؛ بلکه به چند نمونه از مطالعات تجربی و ذکر مفهوم آنها خواهیم پرداخت.

بررسی انرژی گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتا نسبتاً ساده است. رجوع به شکل ۱۳.۹ نشان می دهد که هر گاه انرژی واپاشی بتا از بیش از انرژی جدایی نوکلئون باشد، فرایند گسیل نوکلئون بلافاصله رخ می دهد: $Q_{\beta} > S_N$ (که در آن $N = n$ یا $N = p$). هر گاه این فرایند از نقطه نظر انرژی ممکن باشد، فرایندهای دیگر نیز همیشه در کنار آن وجود خواهند داشت؛ که از همین جمله است واپاشی گاما ازای حالت گسیلنده یا واپاشیهای بتا ازای ترازهای پایتتر گسیلنده به گونه ای که نتواند با گسیل نوکلئون واپاشیده شود.

اطلاعاتی که از گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتا به دست می آوریم عمدتاً بر دو نوع اند: (۱) چون این واپاشی فرایندی دو جسمی است (نوکلئون گسیل شده و دختر هسته)، نوکلئونها با انرژی معینی که مستقیماً اختلاف انرژی حالات اولیه و نهایی را به دست می دهد خارج می شوند. ترازهای انرژی دختر هسته معمولاً شناخته شده اند، و بنابراین انرژی نوکلئون گسیل شده عملاً انرژی حالت برانگیخته گسیلنده را مشخص می کند. (۲) با توجه به احتمال نسبی گسیل نوکلئون از حالات مختلف گسیلنده، می توان تراکم نسبی این حالات را در واپاشی بتا ازای نیا هسته استنتاج کرد. از این طریق اطلاعاتی در مورد اجزای ماتریس واپاشی بتا را به دست می آید. چون ترازهای فوق العاده برانگیخته گسیلنده به اندازه ای به یکدیگر نزدیک اند که تقریباً به صورت پیوستار جلوه می کنند، بهتر است یک تابع شدت واپاشی بتا $S_{\beta}(E_x)$ در نظر بگیریم که شدت متوسط واپاشی بتا ازای منجر به حالات مجاور E_x را به دست دهد. معمولاً بعضی از قواعد گزینش مانع از واپاشی بتا و ورود هسته به این حالات بسیار برانگیخته می شوند. به این ترتیب، تابع شدت نسبتاً بی مشخصه است و تقریباً با چگالی حالتها $\rho(E_x)$ متناسب می شود. اما همواره یک حالت خاص وجود دارد که به سبب شباهت فوق العاده به نیا هسته اکثر واپاشیهای بتا را به طرف خود می کشد

(جزء ماتریس نوع فرمی این حالت مخصوصاً بزرگ است). این حالت را حالت مسانسته ایزوبادی (یا به سادگی حالت مانسته) می نامند، زیرا ساختار آن مانند حالت واپاشنده اصلی در ایزوبار همسایه است. شدت واپاشی بتازای منجر به حالت مانسته (و انرژی آن) را غالباً فقط با استفاده از روش گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتازا می توان تعیین کرد. به عنوان مثالی از يك آزمایش، گسیل نوترون تأخیری را از ^{14}N در نظر می گیریم که با گسیل بتای منفی به ^{14}O واپاشیده می شود. شکل ۱۴.۹ سه گروه نوترون قابل شناسایی را با انرژیهای ۳۸۳، ۱۱۷۱، و ۱۷۵۰ keV نشان می دهد. فرض می کنیم که این سه حالت برانگیخته ^{14}O از واپاشی بتازا حاصل شده اند، و هر يك با گسیل يك نوترون به حالت پایه ^{14}O تبدیل می شود. (این مطلب در حالت کلی حقیقت ندارد، ولی اولین حالت برانگیخته ^{14}O دارای بیش از ۶ MeV انرژی است؛ خواهیم دید که واپاشی بتازای ^{14}N انرژی کافی برای رسیدن به چنین حالت بسیار برانگیخته ای را ندارد.)

برای تحلیل انتقال انرژی در واپاشی، به انرژی جدایی نوترون در ^{14}O احتیاج داریم. با استفاده از معادله (۲۶.۳) می نویسیم

$$S_n = [m(^{14}\text{O}) - m(^{13}\text{O}) + m_n]c^2 \\ = (15999491264 \text{ u} - 1699991306 \text{ u} + 10008664967 \text{ u}) \\ \times 931.5 \text{ MeV/u} = 4144 \text{ MeV}$$

این مقدار انرژی لازم برای جداساختن يك نوترون از هسته ^{14}O است. حالت ابتدایی سیستم را هسته ^{14}O در حالت برانگیخته با انرژی E_x در نظر می گیریم. بنابراین انرژی اولیه برابر $m(^{14}\text{O})c^2 + E_x$ است. انرژی نهایی برابر $m(^{13}\text{O})c^2 + E'_x + m_n c^2 + T_n + T_R$ است، که در آن T_n انرژی جنبشی نوترون و T_R انرژی پس زنی ^{14}O است که برای برقراری پایستگی تکانه الزامی است. انرژی برانگیختگی احتمالی هسته ^{14}O را به صورت E'_x در نظر گرفته ایم؛ بعداً نشان خواهیم داد که مقدار آن در این مورد باید صفر باشد. بنابر پایستگی انرژی داریم

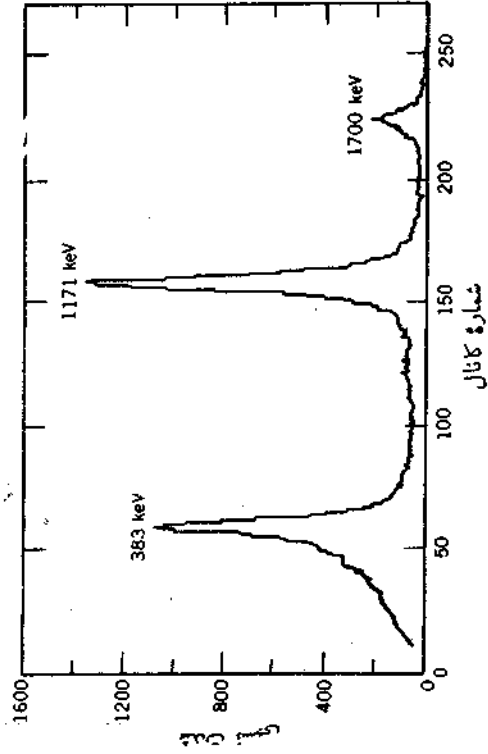
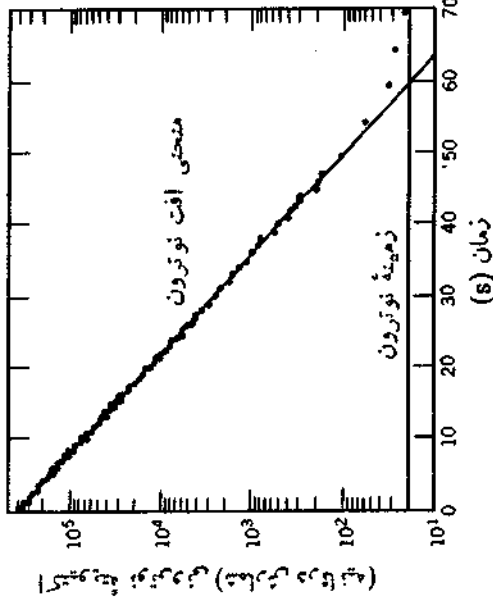
$$m(^{14}\text{O})c^2 + E_x = m(^{13}\text{O})c^2 + E'_x + m_n c^2 + T_n + T_R$$

یا

$$E_n = E'_x + T_n + T_R + S_n \quad (23.9)$$

که يك نتیجه کلی است. تصحیح پس زنی با استفاده از پایستگی تکانه به دست می آید که منجر به رابطه زیر می شود

$$T_R = T_n \left(\frac{m_n}{m_R} \right) \approx T_n \frac{1}{A-1} \quad (24.9)$$



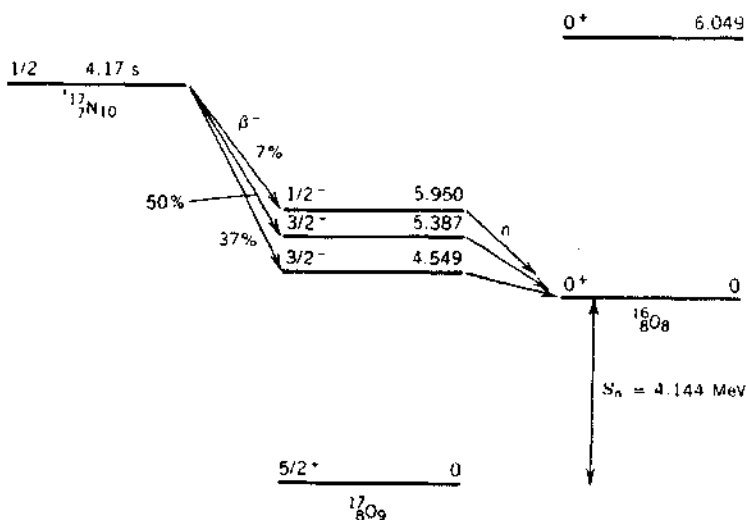
شکل ۱۴.۹: نوترونهای تأخیری در واپاشی بتای ^{235}U . طیف انرژی نوترون در سمت چپ، و افت اکتیویته نوترونی بر حسب زمان در سمت راست نشان داده شده است.

که در آن m_R جرم هسته پس‌زن است. از آنجا که این تصحیح کوچک است، می‌توان m_n/m_R را تقریباً با $1/(A-1)$ نشان داد. نتیجه نهایی به صورت زیر است

$$E_x = E'_x + \frac{A}{A-1} T_n + S_n \quad (45.9)$$

اگر انرژی برانگیختگی ^{16}O را برابر $E'_x = 0$ بگیریم، انرژی اندازه‌گیری شده نوترونهای تأخیری در واپاشی بتازای ^{17}N انرژیهای برانگیختگی را برابر 4551 ، 5388 ، و 5950 MeV به دست می‌دهد. واکنشهای هسته‌ای را هم می‌توان برای اندازه‌گیری انرژی حالات برانگیخته ^{17}O به کار برد، و در این مطالعه نیز همان سه حالت با انرژیهای محاسبه شده به دست می‌آیند. اگر می‌خواستیم امکان دسترسی به حالات برانگیخته ^{16}O ($E'_x \geq 6049$ MeV) یعنی اولین حالت برانگیخته وحالتهای بالاتر را در نظر بگیریم، پایینترین برانگیختگی ممکن در ^{17}O برابر 6049 MeV به دست می‌آید که از مقدار Q واپاشی بتازای ^{17}N (868 MeV) بزرگتر است. بنا بر این، حالات برانگیخته ^{16}O در این واپاشی متراکم نمی‌شوند.

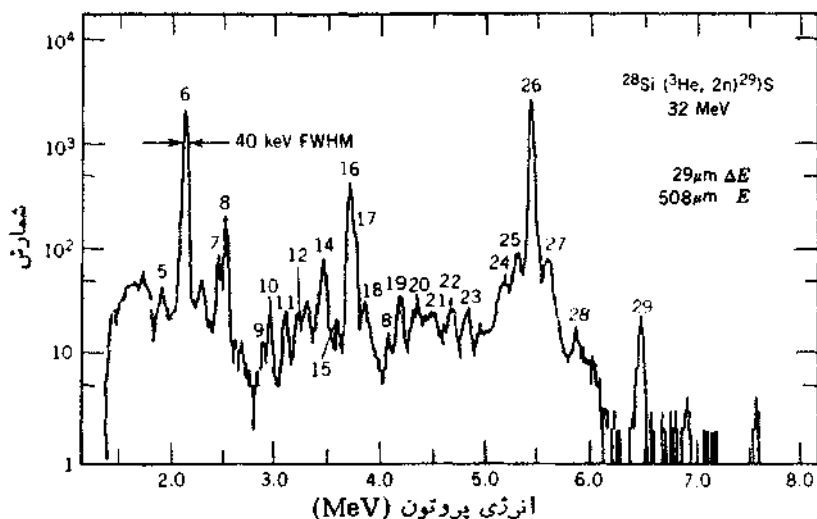
شکل ۱۴.۹ نیز آهنگ گسیل نوترون را بر حسب زمان نشان می‌دهد، که با استفاده از آن نیمه‌عمر ^{17}N برابر 417 s به دست می‌آید. این نیمه‌عمر برای اینکه واپاشی را یک فرایند گسیل مستقیم نوترون بدانیم، بسیار طولانی است و بنابراین باید آن را یک فرایند گسیل تأخیری در واپاشی بتازا در نظر بگیریم. واپاشی حاصل در شکل ۱۵.۹ نشان داده شده است.



شکل ۱۵.۹ نوترونهای تأخیری در واپاشی بتازای ^{17}N .

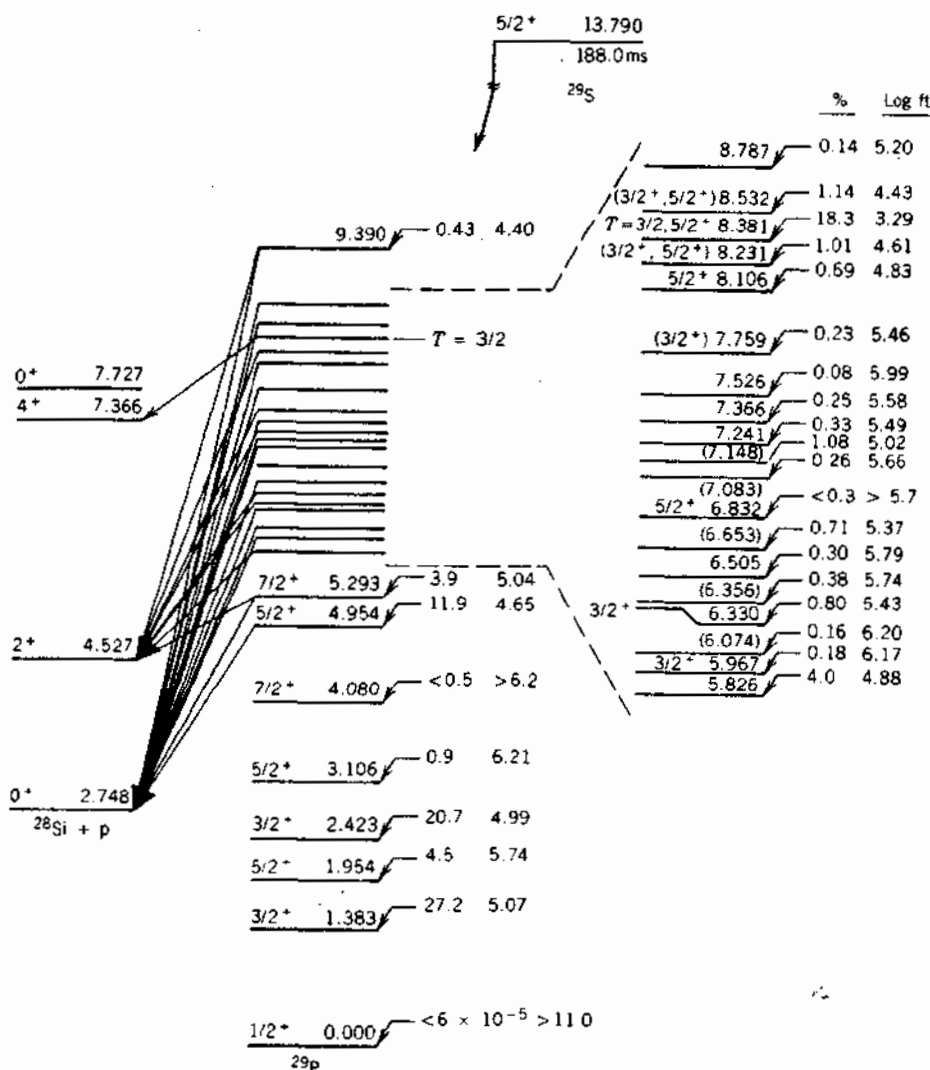
گسیل پروتون از هسته‌های حاوی پروتون اضافی به سهولت انجام می‌گیرد، که مسلماً یکی از مصادیق آن مورد ^{29}Si ($N=13, Z=16$) است. فعال‌سازی از طریق واکنش $^{28}\text{Si} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^{29}\text{Si} + 2n$ انجام شده است، که این واکنش سبب افزایش دو پروتون و کم شدن یک نوترون از هسته پایدار اولیه ($N=14, Z=14$) می‌شود. نپاهسته ^{29}Si با واپاشی بتازی مثبت به حالات گسیلنده ^{29}P می‌رسد، و این حالتها سپس با گسیل پروتون به حالات نهایی ^{28}Si منتهی می‌شوند. شکل ۱۶.۹ طیف پروتون مشاهده شده، و شکل ۱۷.۹ انتساب این پروتونها را با حالات اولیه و نهایی شناخته شده در ^{28}Si و ^{29}P نشان می‌دهد. بسیاری از دلایل تشخیص و انتساب این واپاشیها غیرمستقیم است. برای مثال، تفاوت انرژی بین حالت پایه 0^+ و اولین حالت برانگیخته 2^+ در ^{28}Si برابر 1.778 MeV است، و بنابراین دو گروه پروتون با تفاوت انرژی 1.778 MeV را می‌توان در نظر گرفت که از یک تراز گسیلنده به این دو حالت نهایی در دخترهسته برسند (گروههای ۱۶ و ۲۶، ۱۸ و ۲۷، ۲۲ و ۲۹). حالت مانسته با گروههای قوی ۱۶ و ۲۶ منظر می‌شود که مقدار $\log f$ در آن برابر ۳.۲۹ است، یعنی همان گونه که از این گذار قویاً ترجیحی انتظار می‌رود از خصوصیت مشخصه واپاشیهای ابرمجاز برخوردار می‌شود.

در هسته‌های سنگینتر، چگالی حالت‌های برانگیخته در گسیلنده به قدری افزایش می‌یابد که فاصله بین ترازاها از نمیک انرژی آشکارساز هم کوچکتر می‌شود. در این صورت، دیگر

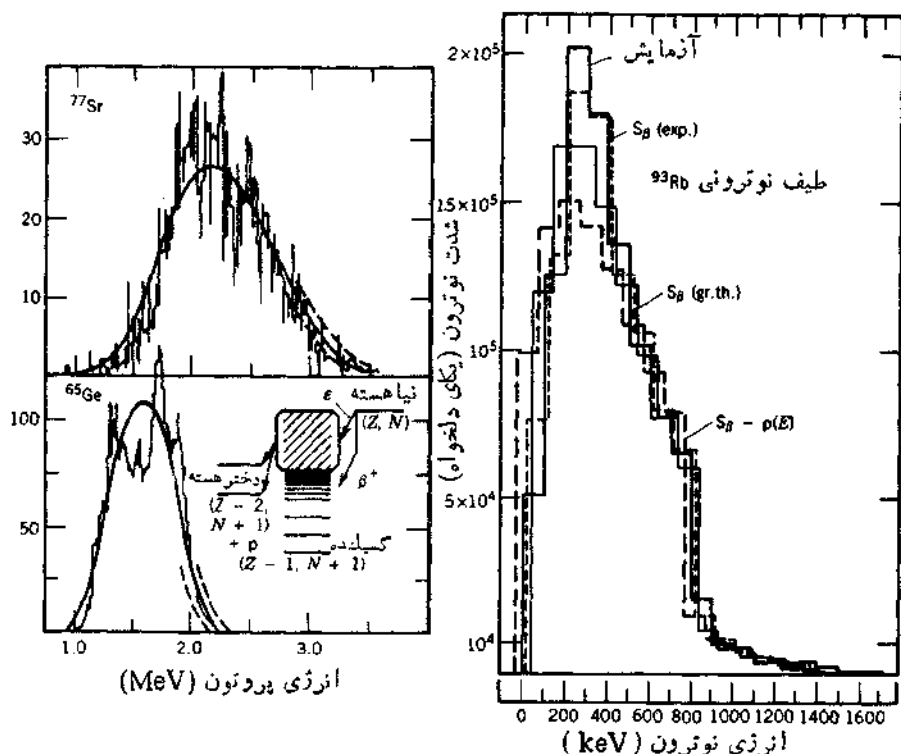


شکل ۱۶.۹ پروتونهای گسیل شده پس از واپاشی بتازی ^{29}Si . پروتونها با استفاده از یک تلسکوپ $\Delta E \cdot E$ متشکل از آشکارسازهای Si مشاهده شده‌اند. اعداد به واپاشیهای پروتونی ویژه حالت‌های برانگیخته ^{29}P مربوط می‌شوند.

نمی‌توان با استفاده از حالات ویژه گسیلنده هویت واپاشیها را تعیین کرد، بلکه فقط می‌توان در مورد خصوصیات کلی و متوسط واپاشی بحث کرد (شکل ۱۸۰۹).



شکل ۱۷۰۹ حالت‌های برانگیخته ^{29}P که از گسیل پروتون تأخیری در واپاشی بتازای ^{29}Si حاصل شده‌اند. مقادیر ft با استفاده از شدت پروتون‌های مشاهده شده به دست آمده‌اند. به‌شاک واپاشی قوی (مقدار ft کوچک) در واپاشی به حالت ^{29}Si توجه کنید که حالت مانسته حالت پایه ^{29}Si است.



شکل ۹.۹ گسیل پروتون (چپ) و نوترون (راست) پس از واپاشی بتا از در هسته‌های سنگین. فاصله بین حالت‌های برانگیخته گسیلنده به اندازه‌ای کوچک است که به جای قله‌های منفرد شکلهای ۱۴.۹ و ۱۶.۹ فقط یک توزیع پهن مشاهده می‌شود. برای برازش داده‌های تجربی، به جای محاسبات تفصیلی هر یک از حالت‌های هسته‌ای، از مدل‌های آماری استفاده می‌شود.

۹.۹ نایاب‌یستی پاریته

عملکرد پاریته (در نمایش با عدد کوانتومی پاریته) را می‌توان به صورت انعکاس تمامی مختصات، یعنی $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ ، بیان کرد. اگر در اثر عملکرد پاریته، سیستم فیزیکی یا مجموعه معادلاتی حاصل شود که از همان قوانین سیستم اولیه پیروی کند، نتیجه می‌گیریم که سیستم نسبت به عملکرد پاریته ناورداست. سیستم اولیه و سیستم انعکاسی هر دو نماینده حالت‌های طبیعی ممکن هستند، و در حقیقت ما به هیچ روش اصولی نمی‌توانیم سیستم اولیه را از تصویر انعکاسی آن تمیز دهیم.

البته، جهان ماکروسکوپیکی مسلماً جهتی را بر جهات دیگر ترجیح می‌دهد، و برای مثال، قلب افراد بشر در طرف چپ بدن آنهاست. اما هیچ قانونی در طبیعت چنین وضعیتی

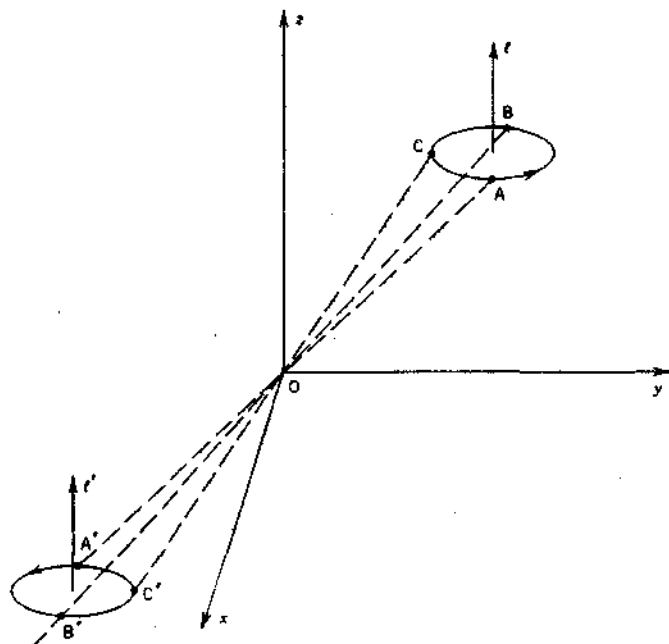
را ایجاب نمی‌کند، و کاملاً محتمل است که انسانی در طبیعت به وجود آید که فلیش در طرف راست بدن قرار داشته باشد. در اینجا چیزی که مورد توجه ماست، تقارن انعکاسی خود قوانین طبیعت است و نه ترتیب تصادفی بخشهایی از طبیعت که این قوانین بر آنها حکم فرماست. در حقیقت، سه نوع «انعکاس» مختلف وجود دارند که ما اغلب با آنها سروکار داریم. اولین آنها انعکاس فضایی $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ است که آن را حوزه عمل پاریته (P) می‌دانیم. دومین «انعکاس» به صورت جایگزینی تمام ذرات با پادذره‌های متناظرشان مطرح می‌شود که آن را همیوگی بار (C) می‌نامند. البته علاوه بر بار الکتریکی، خصوصیات دیگری هم در این عملکرد وارونه می‌شوند. سومین «انعکاس» برگشت زمان (T) است که در آن $t \rightarrow -t$ جایگزین t می‌شود، و در عمل جهت زمان در تمام فرایندهای سیستم وارونه می‌شود. شکل ۱۹.۹ نشان

وضعیت اصلی	میدان مغناطیسی	میدان الکتریکی	میدان گرانشی
آینه P			
آینه C			
آینه T			

شکل ۱۹.۹ اثر انعکاسهای P، C، و T روی برهم کنشهای گرانشی و الکتر و مغناطیسی. در تمام موارد نمودارهای انعکاسی وضعیتهای فیزیکی ممکن را نشان می‌دهند، و از همین رو این برهم کنشها را نسبت به P، C، و T ناورد می‌گویند.

می‌دهد که سه فرایند اصلی موجود در طبیعت در اثر عملکردهای P ، C ، و T به چه صورتی درمی‌آیند. توجه کنید که علامت بعضی از بردارها در اثر عملکرد پاریته P تغییر می‌کند (بردارهای مکان، سرعت، نیرو، میدان الکتریکی) و برخی دیگر تغییر نمی‌کند (بردارهای تکانه زاویه‌ای، میدان مغناطیسی، گشتاور نیرو). بردارهای گروه اول را بردار حقیقی یا قطبی و گروه دوم را شبه بردار یا بردار محوری می‌نامند. شکل ۲۰.۹ تصویر کاملی از انعکاس فضایی یک جسم چرخان را نسبت به مبدأ نشان می‌دهد. به روشنی دیده می‌شود که جهت بردار تکانه زاویه‌ای در اثر انعکاس تغییر نمی‌کند.

در تمام مواردی که در شکل ۱۹.۹ نشان داده شده‌اند، تصویر انعکاسی نماینده یک وضعیت فیزیکی حقیقی است که می‌توانیم آن را در آزمایشگاه تولید کنیم، و بر این باوریم که قوانین گرانش و الکترومغناطیس نسبت به P ، C ، و T ناوردا



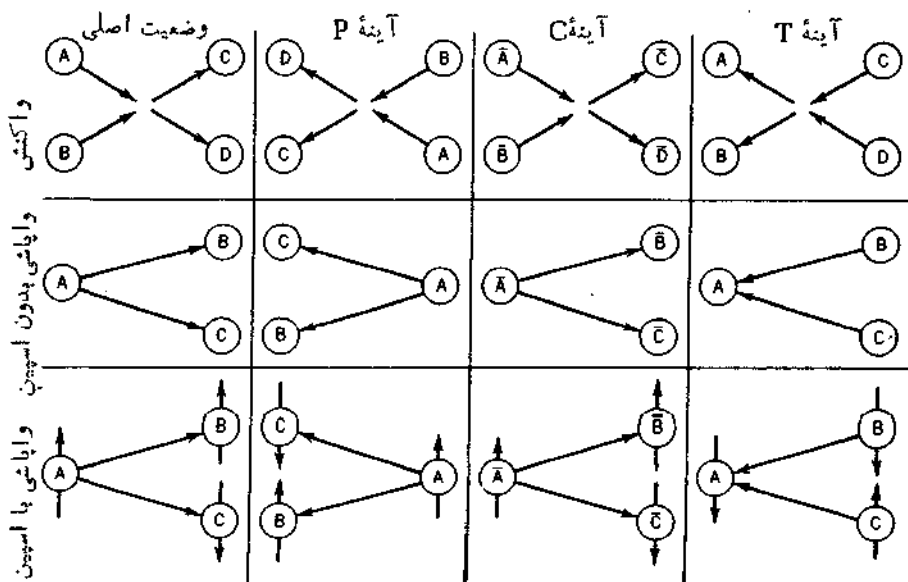
شکل ۲۰.۹ اثر عملکرد P بر جسم چرخان. اگر انعکاس نقاط A ، B ، و C واقع بر مدار حرکت را نسبت به مبدأ پیدا کنیم ($\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$)، نقاط A' ، B' ، و C' حاصل می‌شوند. چون ذره اصلی از A به B و از آنجا به C حرکت می‌کند، ذره انعکاسی از A' به B' و از آنجا به C' حرکت خواهد کرد. استفاده از قاعده دست راست برای تعیین جهت تکانه زاویه‌ای نشان می‌دهد که L و L' هر دو به طرف بالا هستند. بنابراین، L برداری است که در اثر عملکرد P تغییر علامت نمی‌دهد؛ چنین بردارهایی را بردارهای محوری می‌نامند (بردارهایی مانند $\mathbf{r}$ که در اثر عملکرد پاریته تغییر علامت می‌دهند، بردارهای قطبی خوانده می‌شوند).

هستند.

يك راه آزمون ناورددایی برهم كنش هسته‌ای نسبت به اثر P ، C ، و T ، انجام رشته آزمایشهایی است كه در شكل ۲۱۰۹ شرح داده شده‌اند. در آزمایش اصلی، واكنش بین ذرات A و B ذرات C و D را تولید می‌كند. اثر P را می‌توانیم با تعویض جای ذرات بیازماییم (برای مثال، به جای اینکه پرتابه A را بر هدف B بتانیم می‌توانیم پرتابه B را بر هدف A فرودآوریم). می‌توانیم عمل همیوخی بار C را با انجام واكنشی با استفاده از پادذره‌ها، و عمل برگشت زمان T را با واكنش دادن ذره‌های C و D برای تولید ذره‌های A و B بیازماییم. در هر مورد، احتمال واكنش انعكاسی را با واكنش اصلی مقایسه می‌كنیم. اگر احتمال انجام واكنشهای اصلی و انعكاسی باهم برابر شود، می‌توانیم نتیجه بگیریم كه P ، C ، و T در واكنشهای هسته‌ای عملكردهایی ناوردا هستند.

درمورد واپاشیهای $A \rightarrow B + C$ هم می‌توانیم از آزمونهای مشابه آنچه در شكل نشان داده شده است، استفاده كنیم و ناورددایی عملكردهای P ، C ، و T را در فسارندهای واپاشی مطالعه كنیم.

درمورد آزمون عملكرد P باید دقت كنیم، زیرا چنانكه در شكل نشان داده شده‌است، آزمایش انعكاسی مشابه آزمایشی است كه در اثر چرخاندن صفحه یا ایستادن روی سر برای مشاهده واپاشی یا واكنش به‌وجود می‌آید. از آنجا كه هدف ما آزمودن ناورددایی قوانین طبیعت برای فیزیکدانانی كه روی سر خود ایستاده‌اند نیست، باید به‌طریقی بتوانیم فرایند



شكل ۲۱۰۹ آزمونهای P ، C ، و T در فیزیک هسته‌ای.

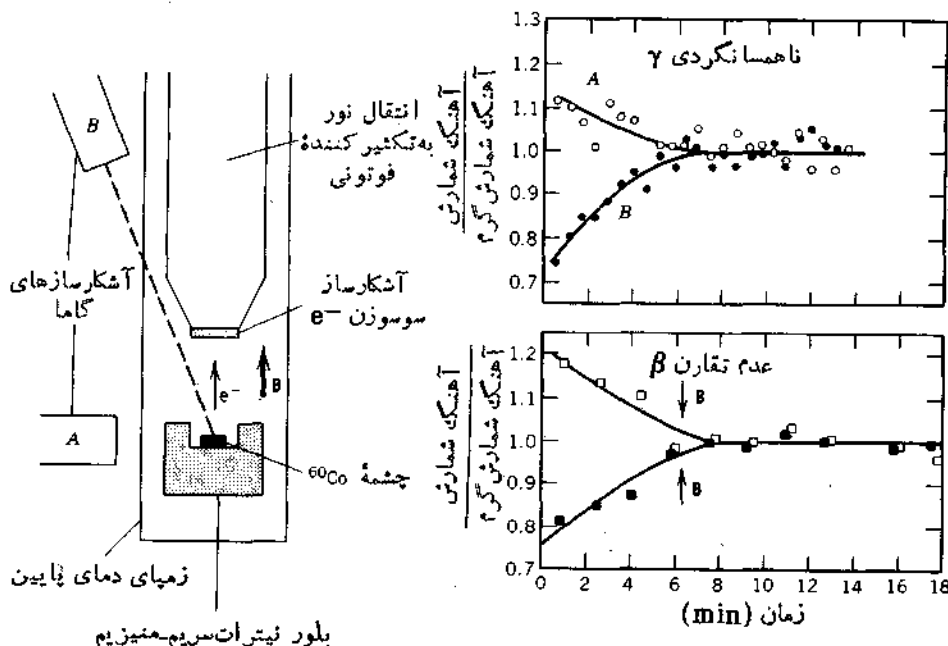
انعکاسی را با وضوح بیشتری تشخیص دهیم.

یکی از راه حلها این است که برای ذره واپاشیده A بردار اسپینی در يك جهت خاص در نظر بگیریم. جهت اسپین در اثر عملکرد P تغییر نمی کند، ولی اگر روی سرمان بایستیم و نگاه کنیم اسپین تغییر جهت می دهد. به این ترتیب، آزمایش اصلی نشان می دهد که ذره B در جهت اسپین A گسیل شده است، در حالی که در آزمایش انعکاسی ذره B در خلاف جهت اسپین A گسیل می شود. به روشنی پیداست که این آزمایش با تصویر انعکاسی اش تفاوت دارد. اما اگر تعداد زیادی از هسته های A داشته باشیم که اسپین همه آنها در يك جهت ثابت شده باشد، و اگر ذرات B از این هسته ها به تعداد مساوی در جهت اسپین هسته و خلاف آن گسیل شوند، در اینجا هم آزمایش با تصویرش مشابه خواهد بود. بدین سان، برای آزمون P روشی مستقیم به دست می آید. می توانیم اسپین هسته های واپاشیده را به سهولت به موازات هم در آوریم، و ببینیم آیا محصولات واپاشی در هر دو جهت به تساوی گسیل می شوند و یا جهت خاصی را ترجیح می دهند.

در سال ۱۹۵۶ لی و یانگ برای این نکته تأکید کردند که ناوردایی P تاکنون در واپاشی بتازا دیده نشده است، و این امر در مغایرت آشکار با آزمون آن در سایر واپاشیها و فرایندهای واکنش هسته ای است. آنها در این اظهار نظر از مسئله ای غیر عادی به نام معمای θ - π الهام گرفته بودند. در آن زمان به دو ذره به نامهای θ و π برخورد کرده بودند که به نظر می رسید اسپین، جرم، و طول عمر یکسانی دارند؛ و این حاکی از آن بود که θ و π در حقیقت يك ذره اند. با وجود این، واپاشیهای این ذرات به حالات نهایی با پاریته های مختلف منجر می شود. از آنجا که فرایند حاکم بر این واپاشیها مشابه واپاشی بتا زای هسته ای بود، لی و یانگ اظهار نظر کردند که θ و π در حقیقت ذره واحدی (به نام امروزی مزون K) هستند که می توانند به حالت های نهایی با پاریته های مختلف واپاشیده شود، مشروط بر آنکه عملکرد P برای واپاشی بتازا فرایندی ندارد نباشد.

گروه های آزمایشی متعددی در صدد آزمون پیشنهاد لی و یانگ برآمدند، و بزودی وو و همکارانش با استفاده از واپاشی بتا زای ^{60}Co يك آزمایش موفقیت آمیز را به نتیجه رساندند. آنها اسپینهای ^{60}Co را با همسوسازی گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی هسته ها در يك میدان مغناطیسی در دمای بسیار پایین (0.01 K)، به قدری پایین که حرکت گرمایی نتواند همسویی گشتاورها را برهم زند) به موازات یکدیگر در آوردند. معکوس سازی جهت میدان مغناطیسی، اسپینها را معکوس می کرد و بدین گونه عمل انعکاس تحقق می یافت. اگر تعداد ذرات بتای گسیل شده در جهت میدان مغناطیسی و خلاف آن با هم مساوی می شد، ناوردایی واپاشی بتازا نسبت به عملکرد P به اثبات می رسید. در واقع آنچه مشاهده شد، این بود که دست کم ۷۰٪ ذرات B در خلاف جهت اسپین هسته گسیل می شدند. شکل ۲۲.۹ اطلاعات دست اول وو و همکارانش را نشان می دهد. به روشنی دیده می شود که با معکوس کردن جهت میدان مغناطیسی، آهنگ شمارش نیز معکوس می شود.

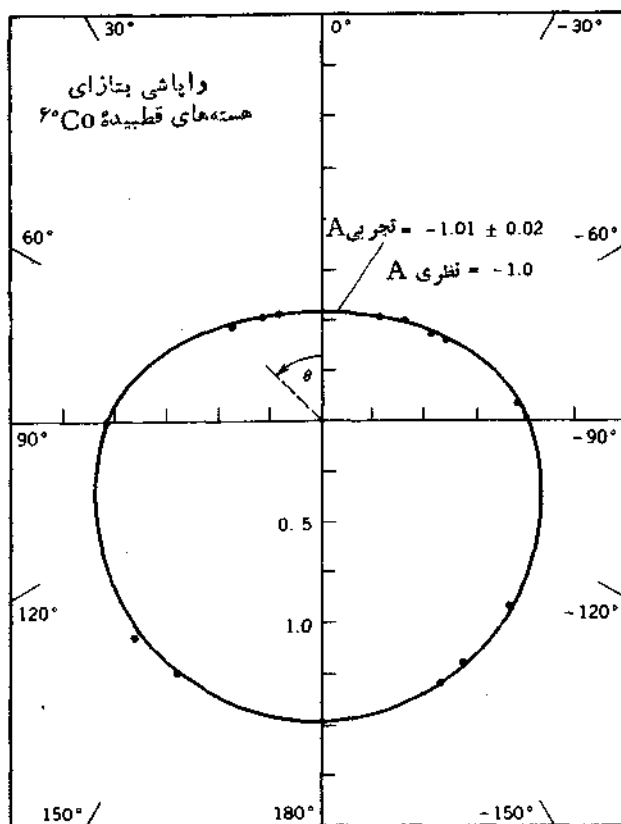
بیست و پنج سال پس از آزمایش نخستین، گسروه پژوهشی وو آزمایش ^{60}Co را با



شکل ۲۴.۹ نمودار ساده‌ای از آزمون تجربی نقض پاریته در واپاشی ^{60}Co . وسایل آزمایش در طرف چپ نشان داده شده است. از بلور نیترات سرب-منیزیم برای خنک کردن چشمه رادیواکتیو تادمای ۱ K استفاده شده است. تصویر پایینی سمت راست مربوط به آهنک شمارشهای مشاهده شده است؛ مکوس کردن میدان مغناطیسی معادل این است که هسته‌ها تحت تأثیر P قرار گیرند (شکلهای ۲۱.۹ و ۲۴.۹). اگر P نقض نشود، عدم تقارنی وجود ندارد و منحنیهای متناظر به میدان بالا و میدان پایین با هم تطابق خواهند داشت. محو شدن عدم تقارن در دقیقه ۸ به علت گرم شدن تدریجی چشمه و از بین رفتن قطبش هسته‌های ^{60}Co است که با آهنک شمارشهای پرتو γ نشان داده شده است.

سنجش- ابزار جدیدی تکرار کردند که در آن برای خنک کردن هسته‌ها، قطبی کردن اسپینها، و آشکارسازی ذرات β از تکنولوژی بسیار پیشرفته‌ای استفاده شد. شکل ۲۴.۹ نتیجه این آزمایش جدید را که دلیل روشنی بر نقض قانون پاریته است، نشان می‌دهد.

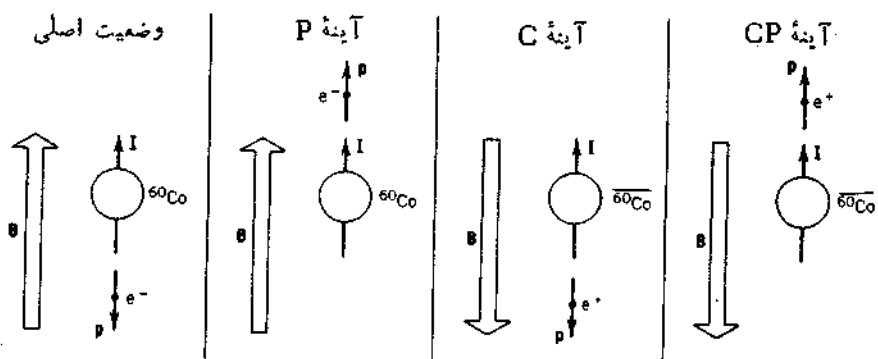
شکل ۲۴.۹ آزمایش ^{60}Co و انعکاس آن را در آینه P به طور ساده نشان می‌دهد. در آزمایش انعکاسی P، الکترونها به جای خلاف میدان مغناطیسی ترجیحاً در جهت آن گسیل می‌شوند. چون این حالت در طبیعت مشاهده نمی‌شود، باید نتیجه گرفت که لااقل تا آنجا که به واپاشی بنازا مربوط می‌شود، عملکرد P تقارن معتبری نیست. نتیجه شگفت دیگری نیز از این آزمایش حاصل می‌شود. انعکاس آزمایش اصلی در آینه C را در شکل ۲۴.۹ در نظر بگیرید. الکترونهای جاری در سیمها که میدان مغناطیسی را به وجود می‌آورند



شکل ۲۳.۹ نتایج به‌دیاخته‌ی وو و همکاران در مورد نقض پاریته در واپاشی بتازای ^{60}Co . نقاط (رسم شده روی نمودار قطبی) شدت مشاهده شده‌ی پرتوهای بتا را در زاویه θ نسبت به جهت قطبش (جهت اسپین) هسته‌های واپاشنده نشان می‌دهد. منحنی خط پر نماینده پیش‌بینی نظریه فرمی است که شدت را به صورت $1 + AP \cos \theta$ به دست می‌دهد، که در آن P پارامتری عهدتاواسته به قطبش هسته‌ای است. اگر پاریته در واپاشی بتازا نقض نشده بود، شدت‌ها در 0° و 180° با هم برابر می‌شدند.

به پوزیترون تبدیل می‌شوند، و در نتیجه جهت میدان مغناطیسی معکوس می‌شود. در آزمایش انعکاسی C ، ذرات β اکنون ترجیحاً در جهت میدان مغناطیسی گسیل می‌شوند. بنا بر این ماده و پادماده در واپاشی بتازا رفتاری متفاوت دارند، که نقض تقارن C است.^۱ اما اگر انعکاس آزمایش را مطابق شکل ۲۴.۹ در آینه‌ای به دست آوریم که عملکردهای P و C را همزمان انجام دهد، به حالت آزمایش اصلی برمی‌گردیم. حتی اگر عملکردهای

۱. مارتین گاردنر در کتاب خود، *The Ambidextrous Universe*، در مورد چگونگی استفاده از این آزمایش برای پاسخ به این پرسش بحث می‌کند که تمدنهای غیر زمینی‌ای که ممکن است روزی با آنها در ارتباط قرار گیریم، از ماده یا پادماده تشکیل شده‌اند.



شکل ۲۴.۹ آزمایش هسته‌های قطبیده ^{60}Co در آینه‌های P و C و ترکیب CP.

C و P به‌طور جداگانه تقارنهای معتبری نباشند، ترکیب CP تقارنی معتبر است. [در فصل ۱۷ (جلد دوم، ترجمه فارسی) خواهیم دید که برخی واپاشیهای مزون K که مشابه واپاشیهای بتا هستند، حتی ناوردایی CP را تا حدی نقض می‌کنند. تاکنون مدرکی دال بر نقض تقارن CP در واپاشیهای بتا از معمولی به‌دست نیامده است.]

قبل از ترك این مبحث، باید اثر ناپایستگی P را بر طیف‌نمایی هسته‌ای بررسی کنیم. برهم‌کنش بین نوکلئونهای موجود در هسته از دو قسمت تشکیل شده است: قسمت «قوی» که عمدتاً از تبادل مزون π ناشی می‌شود و تقارن P را مراعات می‌کند، و قسمت «ضعیف» که از همان برهم‌کنشی حاصل می‌شود که علت واپاشی بتا است:

$$V_{\text{ضعیف}} + V_{\text{قوی}} = V_{\text{هسته‌ای}} \quad (۲۶.۹)$$

به‌طور کلی، اثر ضعیف V بر طیف‌نمایی هسته‌ای در مقایسه با قوی V بسیار کوچک است، ولی ضعیف V دارای خصوصیت نقض تقارن P است که قوی V فاقد آن است. تا آنجا که به حالات هسته‌ای مربوط می‌شود، اثر ضعیف V این است که سهم کوچکی از پارینه «ناجور» به تابع موج هسته‌ای می‌افزاید

$$\psi = \psi(\pi) + F\psi(-\pi) \quad (۲۷.۹)$$

که در آن F از مرتبه 10^{-7} است. در بیشتر موارد، این افزایش اندک به تابع موج، نتیجه قابل‌ملاحظه‌ای در طیف‌نمایی هسته‌ای ندارد. ولی این اثرات در دو مورد به خصوص قابل‌ملاحظه‌اند. در اولین مورد، شدت تابش گاماها ی گسیل‌شده از هسته قطبیده در جهت میدان مغناطیسی قطبیده و در خلاف آن اندکی باهم تفاوت خواهد داشت. این دقیقاً شبیه آزمایش ^{60}Co است، ولی معمولاً اثرش بسیار کوچک است (از مرتبه یک قسمت در 10^7) زیرا فقط از قسمت کوچکی از تابع موج ناشی می‌شود و قسمت عادی تابع $\psi(\pi)$ تفاوتی در شدت‌ها به وجود نمی‌آورد. در یک مورد بسیار مساعد واپاشی حالت ایزومری ^{180}Hf

تفاوت دو قسمت در حدود ۲٪ است، ولی در حالت کلی این تفاوت شدتها بسیار کوچکتر و شاید خارج از توان اندازه‌گیری است. در نوع دوم مشاهدات، باید فرایندی را جستجو کرد که در حالت عادی در صورت صفر بودن F مطلقاً ممنوع است. برای مثال، واپاشی آلفای تراز ۲- در هسته ^{16}O را به حالت پایه 0^+ در هسته ^{12}C در نظر بگیرید. قواعد گزینش واپاشی آلفا، واپاشیهای $0^+ \rightarrow 2^-$ را مطلقاً ممنوع می‌سازد (بخش ۵.۸)، ولی اگر حالت 2^- جزء کوچکی از حالت 2^+ را در خود داشته باشد، واپاشی $0^+ \rightarrow 2^-$ مجاز می‌شود و با شدت بسیار کم متناسب با F^2 رخ می‌دهد. بر مبنای مطالعه دقیق واپاشی آلفای حالات برانگیخته ^{16}C ، نوک و همکارانش انشعاب ضعیفی را کشف کردند که از نظر آنها همان گذار ناقص پاریته $0^+ \rightarrow 2^-$ است. نیمه عمر جزئی این گذار را برابر 7×10^{-28} s به دست آورده‌اند. در مقایسه با این مقدار، معادله (۱۸.۸) نیمه عمر یک گذار معمولی آلفا را (با $B = 3.8 \text{ MeV}$, $Q = 1.7 \text{ MeV}$) برابر 2×10^{-21} s به دست می‌دهد. بنابراین شدت واپاشی آلفا، همان طور که از این فرایند ناقص P انتظار می‌رود، واقعاً از مرتبه F^2 (یعنی 10^{-14}) است.^۱

۱۰.۹ طیف‌نمایی بتا

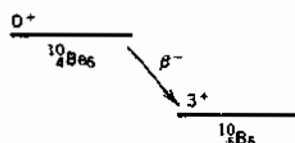
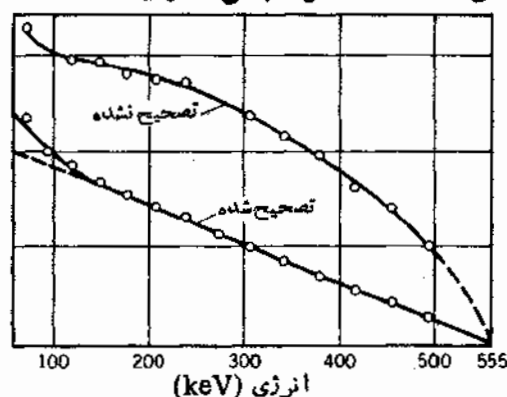
در این بخش روشهای به دست آوردن خصوصیات حالات هسته‌ای (به خصوص انرژیهای برانگیختگی و تعیین اسپین - پاریته) را از طریق اندازه‌گیری واپاشیهای بتا بررسی می‌کنیم. دو کیفیت فرایند واپاشی بتا (در مقایسه با واپاشی آلفا) این فرایند را پیچیده می‌کند: (۱) طیف β پیوسته است. مطالعه فرایندهای واپاشی مشابه آنچه در بخش ۶.۸ بررسی شد، برای واپاشیهای بتا با شاخه‌های بسیار زیادش ممکن نیست، زیرا نمی‌توان به طور مطمئنی مؤلفه‌های مختلف را «بازشناسی» کرد. (۲) قواعد گزینش β مطلق نیستند - گستره‌های مقادیر f اغلب همبوشی دارند و نمی‌توانند برای نتیجه‌گیریهای مطلق نوع واپاشی به کار روند، و اندازه‌گیریهای تکانه زاویه‌ای ذرات β برای مشخص کردن پاریته‌های نسبی حالات اولیه و نهایی کافی نیستند. اما در بسیاری از موارد می‌توان از این واپاشیها اطلاعات طیف‌نمایی به دست آورد.

اگرچه شکل طیف β و نیمه عمر واپاشی (در حقیقت، مقدار f) به طور مطلق نوع واپاشی را مشخص نمی‌کنند، ولی سر نخهای مؤثری در مورد نوع واپاشی (و در نتیجه اسپین - پاریته نسبی حالات اولیه و نهایی هسته) به دست می‌دهند. همان طور که در بخش ۳.۹ بحث شد، نمودار فرمی - کوری خطی، بدون در نظر گرفتن عامل شکل، نوع مجاز واپاشی را نشان می‌دهد، و بنابراین انتظار داریم که قواعد « $\Delta I = 0$ یا 1 » و « $\Delta \pi = \text{نه}$ » رعایت شده باشد. نمودار فرمی - کوری غیر خطی، وقتی که با استفاده از عامل شکل

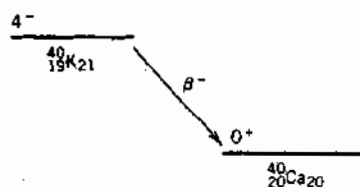
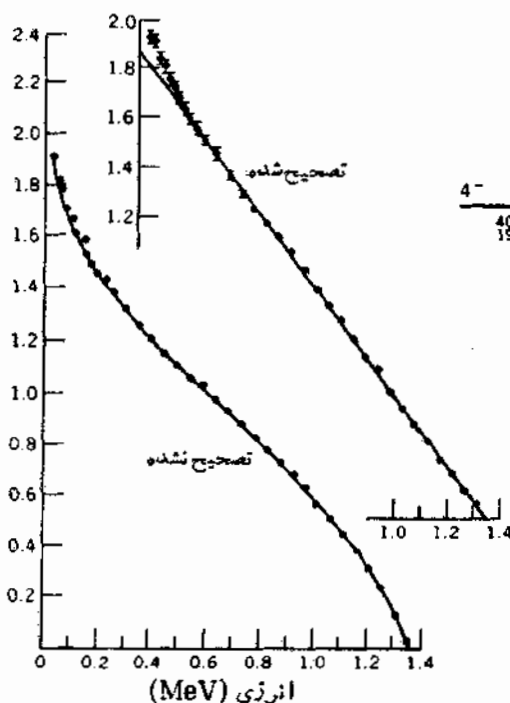
۱. شرحی از این آزمایش دشوار را در مرجع زیر می‌توان یافت،

$S = p^2 + q^2$ به صورت خطی در آید، چنانکه در شکل ۵۰۹ دیده می‌شود، به احتمال زیاد واپاشی ممنوع نوع اول را نشان می‌دهد.

شکلهای ۲۵۰۹ و ۲۶۰۹ چگونگی استفاده از شکل واپاشی را برای به دست آوردن



شکل ۲۵۰۹ نمودار فرمی-کوری تصحیح نشده برای واپاشی ${}^{10}\text{Be}$ ، و تصحیح عامل شکل برای گذار ممنوع دوم.

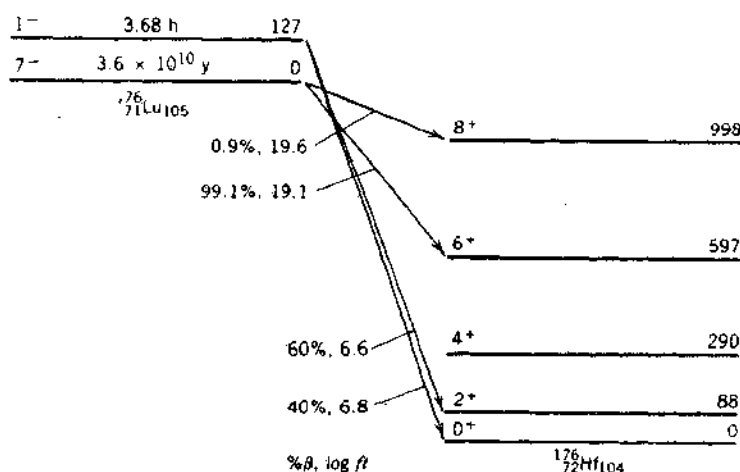


شکل ۲۶۰۹ نمودار فرمی-کوری تصحیح نشده برای واپاشی ${}^{40}\text{K}$ ، و تصحیح عامل شکل برای گذار ممنوع سوم.

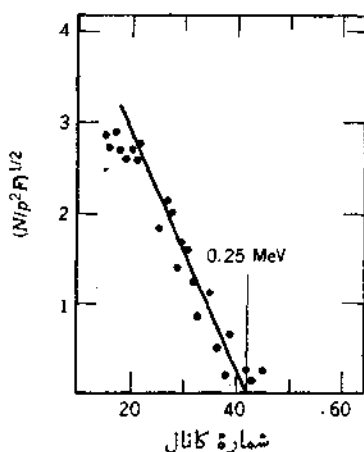
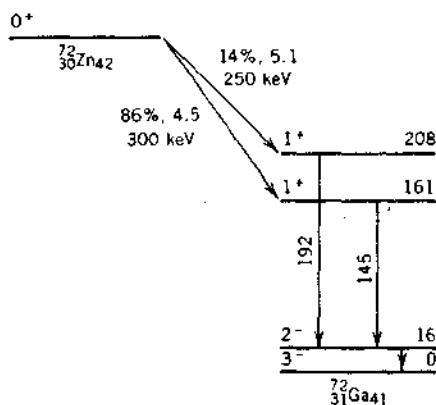
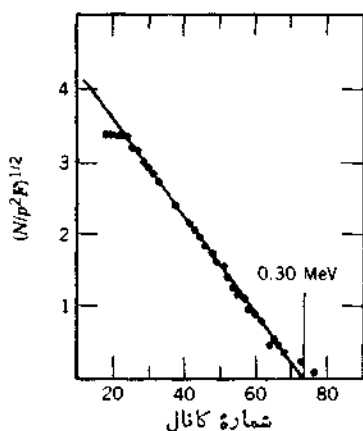
خصوصیات حالت ابتدایی نشان می‌دهند. نمودار فرمی - کوری واپاشی ^{10}Be با استفاده از عامل شکل واپاشیهای ممنوع دوم، نه $\Delta\pi = 3$ و $\Delta I = 3$ ، خطی شده است. ^{10}Be مانند کلیه هسته‌های Z زوج، و N زوج دارای حالت پایه 0^+ است، بنابراین بلافاصله برای حالت نهایی ^{10}B اسپین - پاریته 3^+ به دست می‌آید. به علاوه، مقدار $\log ft$ که برابر ۱۳.۴ است با مقدار مربوط به واپاشیهای ممنوع دوم سازگار است. واپاشی ^{40}K عمدتاً با واپاشی بتازای منفی به تولید ^{40}Ca منجر می‌شود. نمودار فرمی - کوری آن، با استفاده از عامل شکل بامشخصه واپاشی ممنوع سوم $\Delta I = 4$ و «آری $\Delta\pi = 0$ » خطی شده است. حالت نهایی، حالت پایه ^{40}Ca است که اسپین - پاریته آن مسلماً به صورت 0^+ است. بنابراین حالت اولیه به صورت 4^- است. مقدار $\log ft$ متناظر به آن نیز برابر ۱۸.۱ است که بر فرایند ممنوع سوم دلالت می‌کند.

از طرف دیگر، باید مواظب باشیم تا بر قواعد تجربی که نه بر نظریه بلکه بر مبنای مطالعه موارد عملی استوار شده‌اند، بیش از حد تکیه نکنیم. در واپاشی ^{176}Lu (شکل ۲۷.۹) مقدار $\log ft$ برابر ۱۹.۱ به دست می‌آید، در حالی که از مقدار اسپین - پاریته شناخته شده انتظار داریم که واپاشی از نوع ممنوع اول باشد (که مقدار $\log ft$ آن معمولاً در گستره ۸ تا ۱۲ قرار می‌گیرد). یادآوری این نکته مفید است که $\log ft$ برابر ۱۹ به معنی کند شدن واپاشی یا جلوگیری از واپاشی با ضریب 10^7 نسبت به $\log ft = 12$ است. این تأثیر فوق العاده در واپاشی ^{176}Lu ناشی از تطابق استثنائاً بسیار ضعیف تابع موجهای حالت‌های اولیه و نهایی است.

واپاشی هسته‌های ^{72}Zn موردی است که در آن دو گروه مختلف β در واپاشی شرکت دارند (شکل ۲۸.۹). گروه ضعیفتر را فقط می‌توان از طریق اندازه گیریهای همرفودی

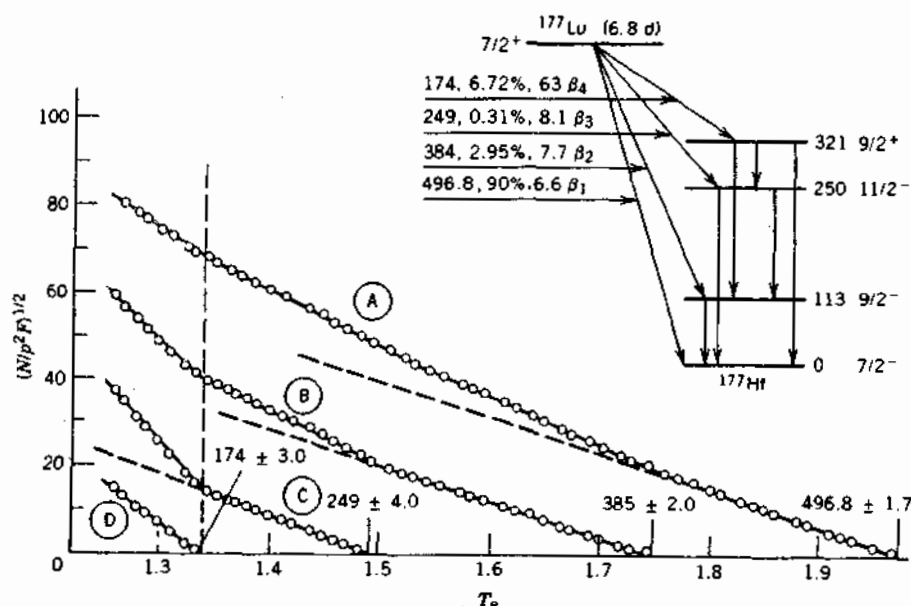


شکل ۲۷.۹ واپاشی بتازای ^{176}Lu ، انرژی ترازها بر حسب keV داده شده است.



شکل ۲۸.۹ واپاشی بتای ^{72}Zn در این مورد، دو گروه واپاشی وجود دارد ولی نمی‌توان با استفاده از جداسازی به‌طور مطمئن مؤلفه کم‌انرژی بسیار ضعیفتر را پیدا کرد. نمودارهای فرمی-کوری برای ذرات بتا در حالت همفرودی با پرتوهای گامای با انرژی ۱۹۲ keV (شکل پایینی) و ۱۴۵ keV (شکل بالایی) در سمت چپ نشان داده شده‌اند. همفرودها جداسازی بدون ابهام در گروه واپاشی، تعیین نقاط پایانی، و اثبات خطی بودن نمودارهای فرمی-کوری را امکان‌پذیر می‌کنند.

$\beta\gamma$ مشاهده کرد. نمودارهای فرمی-کوری خطی و مقادیر کوچک $\log f$ نمایانگر واپاشیهای مجاز است که با مقدار $1+$ برای هر دو حالت نهایی سازگار است. يك مورد افراطی‌تر در واپاشی ^{177}Lu مشاهده می‌شود (شکل ۲۹.۹) که در آن با اندازه‌گیریهای دقیق می‌توان چهار گروه جداگانه به‌دست آورد. در روش ظاهر ساختن از بالاترین گروه آغاز می‌کنیم، و فرض می‌کنیم که نمودار فرمی-کوری این گروه خطی



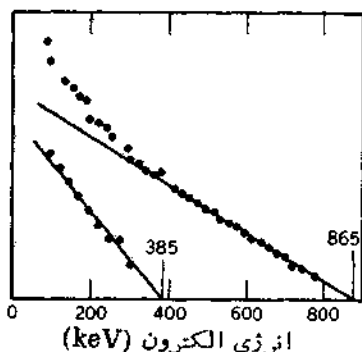
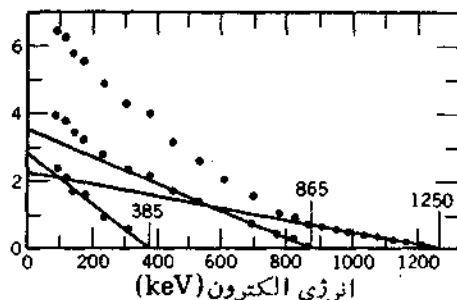
شکل ۳۹۰۹ نمودار فرمی-کوری واپاشی بتازای ^{177}Lu . منحنی A نماینده طیف کامل بتاست. با برون‌یابی قسمت پراثری (که از قرار معلوم فقط شامل یک مؤلفه است) منحنی خط‌چین به‌دست می‌آید. از تفاضل خط برون‌یابی شده و منحنی A، منحنی B حاصل می‌شود. قسمت خطی B نقطه پایان مؤلفه بعدی را به‌دست می‌دهد، و با تکرار این عمل منحنیهای C و D حاصل می‌شوند. نمودار واپاشی حاصل در طرف راست شکل نشان داده شده است.

باشد. با بسرون‌یابی قسمت خطی پراثری و کم کردن آن، طیف باقیمانده نقطه پایانی ۳۸۵ keV را نشان می‌دهد، با تکرار همین عمل، دو مؤلفه دیگر نیز به‌دست می‌آیند. در اینجا مستقیماً نمی‌توانیم بگوییم که پراثری‌ترین مؤلفه نماینده واپاشی به حالت پایه ^{177}Hf است، ولی با محاسبه مقدار Q برای واپاشی به حالت پایه می‌توان نشان داد که چنین وضعی برقرار است. چون هسته ^{177}Lu رادیواکتیو است، نمی‌توان جرم آن را مستقیماً اندازه گرفت، ولی می‌توان جرم آن را با اندازه‌گیری انرژی آزاد شده به هنگام جذب یک نوترون کم‌انرژی در ^{176}Lu پایدار و تشکیل ^{177}Lu تعیین کرد. چون مقدار این انرژی آزاد شده برابر 7000006 ± 7260 MeV است، خواهیم داشت

$$m(^{177}\text{Lu}) = m(^{176}\text{Lu}) + m(n) - 7000006 \text{ MeV}/c^2$$

$$= 1769943766 \pm 00000006 \text{ u}$$

که در آن قدم نهایی با استفاده از جرم معلوم ^{176}Lu برداشته شده است. بدین ترتیب، به‌دست می‌آید



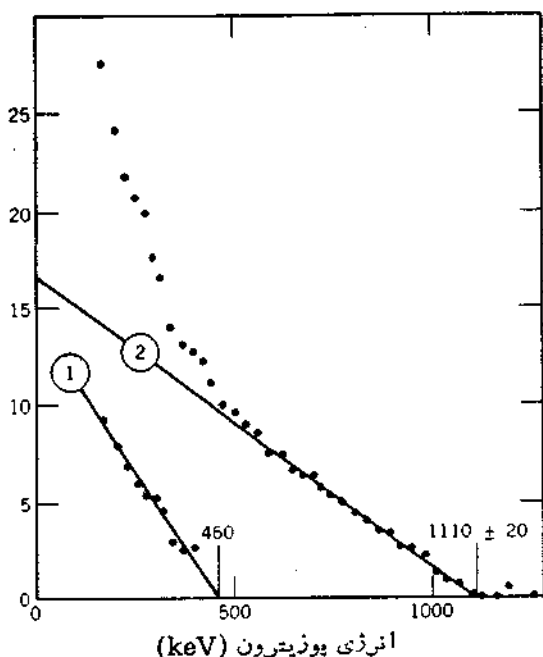
شکل ۳۰.۹ طیف الکترون حاصل از واپاشی بتازای ^{176}Lu . طیف منفرد (سمت چپ) با استفاده از روش جدا سازی، مانند شکل ۲۹.۹، به سه مؤلفه تبدیل می شود. طیف همفرودی با پرتو گاما (در سمت راست) پر انرژی ترین مؤلفه را نشان نمی دهد؛ اگر این مؤلفه با هیچ گامایی همفرود نباشد باید گذار به حالت پایه شمرده شود.

$$Q_{\beta} = m(^{177}\text{Lu}) - m(^{177}\text{Hf})$$

$$= 2996 \pm 8 \text{ keV}$$

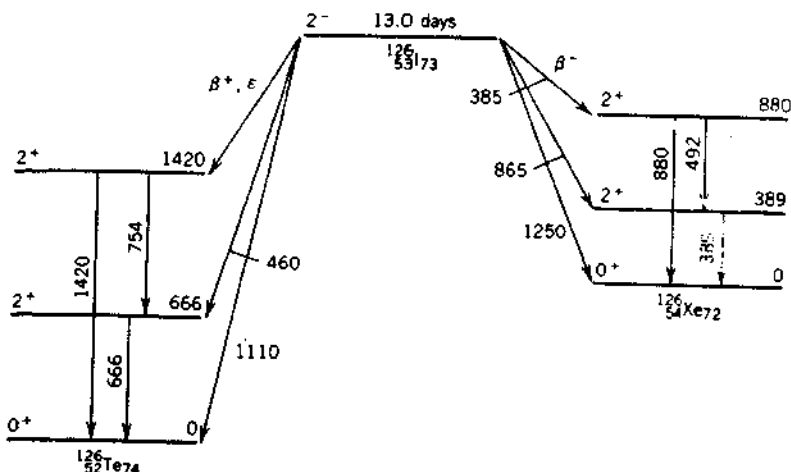
که سازگاری بسیار خوبی با انرژی بالاترین گروه β دارد. بنا بر این نتیجه می گیریم که این گروه به حالت پایه ^{177}Hf منجر می شود، و گسروهای پایینتر به ترتیب به ترازهای بالاتر ^{177}Hf منتهی می شوند. همان طور که در بخش ۸.۱۰ خواهیم دید، نتایج حاصل از طیف گاما هم با این نتایج سازگار است. برای مثال، پرتو γ با انرژی 113 keV نماینده گذار از اولین حالت برانگیخته به حالت پایه است، و طیف β در همفرودی با پرتو گامای 113 keV فقط مؤلفه 385 keV را نشان می دهد.

به عنوان آخرین مثال در مطالعه طیف نمایی، واپاشی هسته های ^{176}Lu را در نظر می گیریم که با گسبل بنای منفی یا مثبت صورت می گیرد. نمودار فرمی-کوربی (شکل ۳۰.۹) در انتهای پر انرژی قطعاً غیر خطی است، ولی تصحیح این قسمت به کمک عامل شکل واپاشی ممنوع اول $\Delta I = 2$ و «آری $\Delta\pi = 0$ »، آن را به صورت خطی در می آورد و عمل جدا سازی به ظهور سه گروه مختلف منتهی می شود. در اینجا فقط دو گروه پایینتر با تابش γ همفرودی دارند، یعنی بالاترین گروه به تولید ^{176}Xe در حالت پایه (0^+) منجر می شود و در نتیجه حالت واپاشنده باید به صورت 2^- باشد (زیرا بالاترین گروه به صورت $\Delta I = 2$ و «آری $\Delta\pi = 0$ » است). سایر گروهها باید به حالات برانگیخته 385 keV ($1250 - 865$) و 865 keV ($1250 - 385$) منجر شوند. (تعویض پذیری اعداد تصادفی است.) همین طور طیف پوزیترون نیز (شکل ۳۱.۹) دو گروه را نشان می دهد که با همین استدلال به حالت پایه و اولین حالت برانگیخته ^{176}Te منجر می شوند. طیف γ گذارهایی قوی با

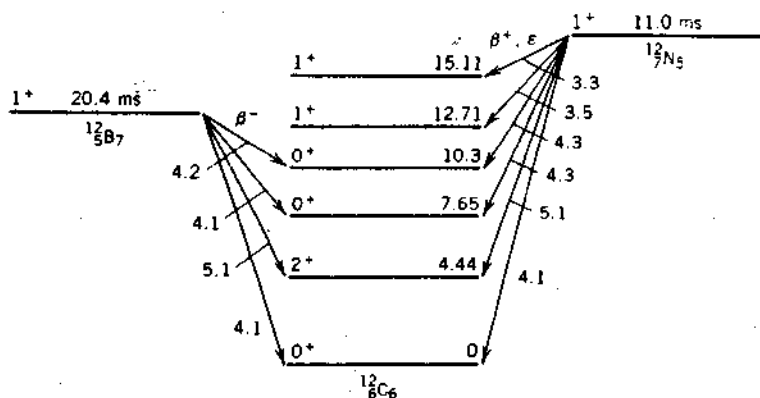


شکل ۳۱.۹ طیف پوزیترون حاصل از واپاشی پتانزای ^{131}I . عمل جداسازی وجود دومؤلفه را در طیف نشان می‌دهد.

انرژیهای ۳۸۹، ۴۹۲، ۶۶۶، ۷۵۲، ۸۸۰، و 1420 keV را نشان می‌دهد که می‌توان محل آنها را مطابق شکل ۳۲.۹ بر مبنای نقاط پایانی بتای مشاهده شده، تعیین کرد. براساس مشابهت بین مقادیر $\log f$ و گذارهای «تقاطعی» مشاهده شده به حالت پایه، اسپین-پاریته اولین حالات برانگیخته به صورت 2^+ و دومین حالات برانگیخته نیز 2^+ است. محاسبه اجزای ماتریس β با استفاده از تابع موجهای هسته‌ای، فرایندی مشکل است و بنا بر این معمولاً به مقایسه نتایج تجربی حاصل از تعدادی واپاشیهای مشابه اکتفا می‌کنیم. برای مثال، واپاشیهای آینه‌ای ^{12}B و ^{12}N به ^{12}C را در نظر بگیریم (شکل ۳۳.۹). مقادیر f به حالات برانگیخته مختلف برای واپاشیهای بتازای مثبت و منفی یکسان است. انتظار داریم که تابع موجهای اولیه و نهایی مربوط به گذار هفتمین پروتون به ششمین نوترون (بر مبنای مدل پوسته‌ای) مشابه تابع موجهای گذار هفتمین نوترون به ششمین پروتون باشد. مقادیر f با این انتظار سازگاری دارند. گذار پروتون به نوترون که نوترون را در همان حالت پوسته‌ای پروتون اولیه بساقی می‌گذارد منجر به اشغال حالت برانگیخته 15.11 MeV در ^{12}C می‌شود. بنابراین، این حالت دارای همان تابع موج هسته‌ای حالت پایه ^{12}B و ^{12}N است (بجز تفاوت میان پروتونها و نوترونها) و حالت مانده ^{12}B و ^{12}N شمرده می‌شود. مقدار مخصوصاً کوچک f در واپاشی ^{12}N به این حالت، بر تعبیر



شکل ۳۴.۹ نمودار واپاشی ^{126}I که حاکی از اطلاعات مربوط به β و γ است. انرژی ذرات و ترازها بر حسب keV است.



شکل ۳۴.۹ نمودار واپاشیهای بتازای ^{12}B و ^{12}C به ^{12}C . به همسانی مقادیر $\log ft$ برای واپاشیهای بتازای مثبت و منفی که به یک حالت نهایی در ^{12}C منجر می شوند، توجه کنید.

حالت مانستگی آن تأکید می کند.

بالاخره، اطلاعاتی را بررسی می کنیم که از تابع موجهای هسته‌ای در واپاشی بتازا به دست می آیند. بویژه گذارهای بین نوترون‌ها و پروتون‌های فرد را در پوسته $f_{7/2}$ بررسی می کنیم. (یعنی، موردی که در آن یک نوکلئون $f_{7/2}$ به نوکلئونی دیگر تبدیل می شود.) در اینجا مشخصاً موارد هسته‌های A فرد با تغییر اسپین $\Delta I = 0$ ، واپاشیهای مجاز بین حالات با اسپین-پاریته $(\gamma/2^-)$ ، را مطالعه می کنیم. ساده ترین نمونه، واپاشی ^{41}Sc به ^{41}Ca است که طی آن پروتون منفرد خارج از قلب جادویی دوگانه ^{40}Ca به یک نوترون منفرد تبدیل می شود. تغییری در تابع موج صورت نمی گیرد، و مقدار تجربی $\log ft$ در این واپاشی

۳۵ است که این واپاشی را در گروه ابرمجاز قرار می‌دهد. (این يك نمونه از واپاشی آینه‌ای است.) در مدل پوسته‌ای ذره خیلی مستقل، تمام ذرات فرد را معادل هم در نظر می‌گیریم و بنابراین انتظار داریم که واپاشی ^{47}Sc به ^{47}Ca [مجدداً از $(\gamma/2)^-$ به $(\gamma/2)^-$] مقدار $\log f_t$ مشابهی داشته باشد. اما مقدار مشاهده شده برابر ۸٫۵ است، یعنی این واپاشی ۱۰۵ بار کندتر صورت می‌گیرد! بنابراین گذار بیست و هفتمین نوترن به بیست و یکمین پروتون فرایندی پیچیده‌تر است، و شش نوترن دیگر هم در پوسته $f_{7/2}$ باید تأثیر قابل ملاحظه‌ای در واپاشی داشته باشند. (بعضی جنبه‌های عمومی این حالات بس ذره‌ای در بخش ۳٫۵ مورد بحث قرار گرفت.) اطلاعات تجربی مربوط به واپاشیهای بتازای $(\gamma/2)^-$ به $(\gamma/2)^-$ هسته‌های با پوسته $f_{7/2}$ ($20 \leq N, Z \leq 28$) در جدول ۴٫۹ خلاصه شده است. چنانکه مشاهده

جدول ۴٫۹ واپاشیهای بتا از در پوسته $f_{7/2}$ $[(\gamma/2)^- \rightarrow (\gamma/2)^-]$

$^A_Z X_N \rightarrow ^A_{Z'} X'_{N'}$	$ Z - N' = N - Z' $	$\log f_t$
$^{41}_{21}\text{Sc}_{20} \rightarrow ^{41}_{20}\text{Ca}_{21}$	۰	۳٫۵
$^{44}_{22}\text{Ti}_{22} \rightarrow ^{44}_{21}\text{Sc}_{23}$	۰	۳٫۵
$^{45}_{23}\text{V}_{22} \rightarrow ^{45}_{22}\text{Ti}_{23}$	۰	۳٫۶
$^{53}_{23}\text{Co}_{30} \rightarrow ^{53}_{22}\text{Fe}_{31}$	۰	۳٫۶
$^{42}_{21}\text{Sc}_{21} \rightarrow ^{42}_{20}\text{Ca}_{22}$	۲	۵٫۰
$^{45}_{22}\text{Ti}_{23} \rightarrow ^{45}_{21}\text{Sc}_{24}$	۲	۴٫۶
$^{52}_{22}\text{Fe}_{30} \rightarrow ^{52}_{21}\text{Mn}_{31}$	۲	۵٫۲
$^{45}_{20}\text{Ca}_{25} \rightarrow ^{45}_{21}\text{Sc}_{24}$	۴	۶٫۰
$^{47}_{21}\text{Sc}_{26} \rightarrow ^{47}_{22}\text{Ti}_{25}$	۴	۵٫۳
$^{49}_{22}\text{V}_{27} \rightarrow ^{49}_{23}\text{Ti}_{26}$	۴	۶٫۲
$^{51}_{23}\text{Cr}_{28} \rightarrow ^{51}_{24}\text{V}_{27}$	۴	۵٫۴
$^{47}_{20}\text{Ca}_{27} \rightarrow ^{47}_{21}\text{Sc}_{26}$	۶	۸٫۵
$^{49}_{21}\text{Sc}_{28} \rightarrow ^{49}_{22}\text{Ti}_{27}$	۶	۵٫۷

می‌شود، مقادیر $\log ft$ واپاشیهایی که در آن تغییر حالت ذره فرد ضروری نیست ($Z - N' = N - Z' = 0$) در گروه ابرمجاز قرار دارند (در حدود ۳٫۵)؛ با افزایش مقدار $Z - N'$ ، تغییر حالت بزرگتر می‌شود و مقدار $\log ft$ افزایش می‌یابد؛ و میزان این افزایش به‌طور متوسط در حدود یک واحد (ضریب ۱۰ در نیمه عمر) به‌ازای هر واحد از افزایش $Z - N'$ است.

مراجع مطالعات تکمیلی

مطالب «کلاسیکی» مربوط به واپاشی بتا را می‌توان در مراجع زیر یافت

J.M.Blatt and V.F.Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1952),

R.D.Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955),

I.Kaplan, *Nuclear Physics* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1955).

مطالب جامتر واپاشی بتا، از سطح مقدماتی تا عالی، را در مراجع زیر می‌توانید

مطالعه کنید

H.F.Schopper, *Weak Interactions and Nuclear Beta Decay* (Amsterdam: North-Holland, 1966).

C.S.Wu and S.A.Moszkowski, *Beta Decay* (New York: Wiley-Interscience, 1966),

E.J.Konopinski, *The Theory of Beta Decay* (Oxford: Oxford University Press, 1966),

M.Morita, *Beta Decay and Muon Capture* (Reading, MA: Benjamin, 1973).

دراثر مقدماتی زیر، تعدادی از مقالات کلاسیک واپاشی بتا تجدید چاپ شده‌اند

C.Strachan, *The Theory of Beta Decay* (Oxford: Pergamon, 1969).

موضوع طیف‌نمایی بتا در مرجع زیر توسط وو نوشته شده است.

Nuclear Spectroscopy, Part A, edited by F.Ajzenberg-Selove (New York: Academic, 1959).

اندازه‌گیرهای مربوط به شکل طیفهای بتا در مقاله زیر مرور شده‌اند

H.Daniel, *Rev. Mod. Phys.* 40, 659 (1968).

خیلی از بحثهای تفصیلی واپاشی بتا را می‌توان در فصلهای ۲۲ تا ۲۴ مرجع زیر یافت

Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy, edited by K.Siegbahn (Amsterdam: North-Holland, 1965).

کتاب زیر یک اثر مقدماتی عمومی درباره فیزیک فوتونو است

G.M.Lewis, *Neutrinos* (London: Wykeham, 1970).

مرور مفیدی از کارهای تجربی اولیه را می‌توان در کتاب زیر دید

J.S.Allen, *The Neutrino* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1958),

نوشته‌های راجع به نوترینو در مقاله کتابشناسی زیر مرور شده‌اند.

L.M.Lederman, *Am. J.Phys.* 38, 129(1970),

برای بحثی درباره آزمایش نوترینوهای خورشیدی مقاله زیر را بخوانید

John Bahcall, *Scientific American*, July (1969).

مقالات مربوط به گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتا را در مراجع زیر مرور

شده‌اند

J. Cerny and J. C. Hardy, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 27, 333 (1977),

J.C.Hardy, *Nuclear Spectroscopy and Reactions*, edited by J.Cerny (New-York: Academic, (1974).

کتاب زیر پیرامون پاریته و در سطح عامه فهم نوشته شده است

Martin Gardner, *The Ambidextrous Universe* (New York: Scribner, 1979).

واپاشی دو بتایی در مقاله زیر مرور شده است

D.Bryman and C.Picciotto, *Rev. Mod. Phys.* 50, 11(1978).

مسائل

۱. مقدار Q را برای واپاشیهای بتا ذای زیر محاسبه کنید: (الف) $^{65}\text{Ni} \rightarrow ^{65}\text{Cu}$ ؛ (ب) $^{11}\text{Be} \rightarrow ^{11}\text{B}$ ؛ $^{193}\text{Os} \rightarrow ^{193}\text{Ir}$.

۲. مقدار Q را در واپاشیهای زیر که یا از نوع بتا زایی مثبت و یا از نوع گیراندازی الکترون است محاسبه کنید: (الف) $^{10}\text{C} \rightarrow ^{10}\text{B}$ ؛ (ب) $^{152}\text{Sm} \rightarrow ^{152}\text{Eu}$ ؛ (ج) $^{89}\text{Y} \rightarrow ^{89}\text{Zr}$.

۳. هسته ^{196}Au می‌تواند از طرق بتا زاییهای مثبت و منفی و گیراندازی الکترون واپاشیده شود. مقدار Q را در هر سه مد واپاشی پیدا کنید.

۴. بیشینه انرژی جنبشی طیف پوزیترون گسیل شده در واپاشی $^{11}\text{C} \rightarrow ^{11}\text{B}$ برابر $MeV 0.003 \pm 0.0001983$ است. با استفاده از این داده و جرم ^{11}B ، جرم ^{11}C را محاسبه کنید.

۵. در واپاشی ^6He و تبدیل آن به ^6Li ، بیشینه انرژی جنبشی β برابر $MeV 0.004 \pm 0.00035$ است. با استفاده از جرم ^6Li ، جرم ^6He را تعیین کنید.

۶. در واپاشی ^{47}Ca و تبدیل آن به ^{47}Sc ، وقتی انرژی جنبشی الکترون برابر $MeV 0.0011$ باشد انرژی نوترینو چقدر است؟

۷. واپاشی بتازای ^{191}Os فقط منجر به حالت برانگیخته ^{191}Ir با انرژی 171 keV می شود. بیشینه انرژی جنبشی طیف β را محاسبه کنید.

۸. (الف) اگر انرژی واپاشی بتازا در مقایسه با m_0c^2 بزرگ باشد، شکل ساده معادله (۲۵.۹) را پیدا کنید و نشان دهید که میانگین T_0 (و نه مقداری از T_e که $N(T_e)$ به ازای آن بیشینه می شود) برابر $Q/2$ است. (ب) در مواردی که انرژیهای واپاشی بتازا در مقایسه با m_0c^2 کوچک هستند، نشان دهید که مقدار میانگین T_e برابر $Q/3$ است. ۹. جزء (یا اجزای) جافتاده در فرایندهای زیر را پیدا کنید.

$\bar{\nu} + {}^3\text{He} \rightarrow$ (الف)

${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} + e^- +$ (ب)

$e^- + {}^A\text{B} \rightarrow$ (ج)

$\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow$ (د)

${}^{40}\text{K} \rightarrow \nu +$ (ه)

${}^{40}\text{K} \rightarrow \bar{\nu} +$ (و)

۱۰. در واپاشی نوترون، انرژی جنبشی پروتون را (الف) وقتی که الکترون دارای انرژی جنبشی قابل چشمپوشی است؛ (ب) وقتی که نوترینو دارای انرژی قابل چشمپوشی است، محاسبه کنید.

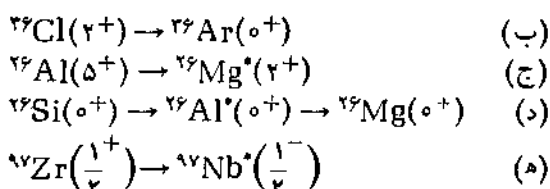
۱۱. گیراندازی الکترون توسط ${}^7\text{Be}$ یکی از محتملترین فرایندهای تولید نوترینو در خورشید است. انرژی نوترینوی گسیل شده و انرژی جنبشی هسته ${}^7\text{Li}$ را محاسبه کنید.

۱۲. با تعریف Q به صورت $(m_i - m_f)c^2$ ، گستره انرژی نوترینو در واکنش همجوشی خورشیدی $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$ را محاسبه کنید. انرژی جنبشی پروتونهای اولیه را نادیده بگیرید.

۱۳. (الف) برای واکنشهای گیراندازی نوترینو $\nu + {}^A\text{X} \rightarrow e^- + {}^A\text{X}'$ نشان دهید که مقدار Q ، طبق تعریفی که در مورد واپاشیهای $Q = (m_i - m_f)c^2$ به کار می رود، از رابطه $c^2 [m({}^A\text{X}) - m({}^A\text{X}')] = Q$ با استفاده از جرمهای اتمی به دست می آید. (ب) با چشمپوشی از انرژی جنبشی اندکی که به هسته نهایی داده می شود (برای پایداری تکانه)، این مقدار Q برابر کمینه انرژی نوترینو برای ایجاد واکنش است. انرژی کمینه نوترینو را برای گیراندازی توسط ${}^{37}\text{Cl}$ ، ${}^{71}\text{Ga}$ ، و ${}^{115}\text{In}$ محاسبه کنید. (ج) در آزمایش دیویس (بخش ۶.۹) برای آشکارسازی نوترینوهای ناشی از همجوشی خورشیدی از ${}^{37}\text{Cl}$ استفاده شده است؛ کاربرد ${}^{71}\text{Ga}$ و ${}^{115}\text{In}$ نیز به عنوان آشکارسازهای نوترینوی خورشیدی پیشنهاد شده است. کاربرد این آشکارسازها را برای مشاهده نوترینوهای حاصل از واکنش همجوشی پایه $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$ (مسئله ۱۲) و نوترینوی واپاشی ${}^7\text{Be}$ (مسئله ۱۱) مورد بحث قرار دهید.

۱۴. واپاشیهای زیر را بر حسب درجه ممنوعیت طبقه بندی کنید:

${}^{89}\text{Sr} \left(\frac{5}{2}^+ \right) \rightarrow {}^{89}\text{Y} \left(\frac{1}{2}^- \right)$ (الف)



۱۵. نشان دهید که شیب طیف انرژی الکترون در واپاشیهای مجاز در نزدیکی $T_e = Q$ برای $m_e = 0$ برابر صفر، و برای $m_e \neq 0$ برابر بینهایت است.

۱۶. واپاشی گیراندازی الکترون ممکن است در هریک از پوسته‌های اتمی K، L، و ... اتفاق بیفتد. برای گستره وسیعی از هسته‌ها احتمال گیراندازی L در حدود ۱۱٪ احتمال گیراندازی K است. این نسبت را با برآوردی بر مبنای احتمال حضور الکترون مداری در نزدیکی هسته توجیه کنید. در این برآورد تقریبی از اثر هرگونه استنار الکترونی چشمپوشی کنید.

۱۷. الف) واپاشی بتازای منفی $\sigma^+ \rightarrow \sigma^+$ را در نظر بگیرید. با استفاده از هلیسیت نوترینو الکترون گسیل شده، معادله (۳۸.۹)، تعیین کنید که ν و $\bar{\nu}$ به طور موازی یا یکدیگر گسیل می‌شوند یا پادموازی. ب) این عمل را برای واپاشی $\sigma^+ \rightarrow \sigma^+$ تکرار کنید. ج) این نتایج چه تأثیری بر هسته پسنده دارند؟ (د) آیا این نتایج در مورد واپاشی بتازای مثبت هم صادق خواهند بود؟

۱۸. واپاشی ${}^{20}\text{Na}$ به حالت برانگیخته ${}^{20}\text{Ne}$ با گسیل پوزیترون با بیشینه انرژی ۵۵۵ MeV صورت می‌گیرد. این حالت برانگیخته با گسیل α با حالت پایه ${}^{16}\text{O}$ واپاشیده می‌شود. انرژی آلفای گسیل شده را محاسبه کنید.

۱۹. پس از واپاشی ${}^{17}\text{Ne}$ ، واپاشی یک حالت بسیار برانگیخته ${}^{17}\text{F}$ منجر به گسیل پروتونی با انرژی ۱۵۸۹۷ MeV و رسیدن به حالت پایه ${}^{16}\text{O}$ می‌شود. بیشینه انرژی پوزیترونهای گسیل شده در واپاشی به حالت برانگیخته ${}^{17}\text{F}$ چقدر است؟

۲۰. یک فرایند واپاشی بتازای منفی شامل سه مؤلفه با انرژیهای ۶۷۲ eV، ۵۳۶ eV، و ۲۵۶ MeV است. اولین مؤلفه دارای دو پرتو گامای همفرد با انرژیهای ۳۶۸ eV و ۳۱۶ MeV است که با یکدیگر نیز همفروند. دومین مؤلفه دارای گاماهای همفردی با انرژیهای ۵۴ eV، ۳۵۸ eV، ۱۳۶ eV، ۳۶۸ eV، ۱۲ eV، ۲۹۶ eV و ۳۱۶ MeV است. سومین مؤلفه با کلیه گاماهای فوق به اضافه ۵۸۹ eV، ۳۱۶ eV، و ۲۸۰ MeV همفرد است. با استفاده از اطلاعات فوق، نمودار واپاشی را رسم و اختلاف جرم بین حالات پایه هسته‌ها را پیدا کنید.

۲۱. واپاشی ${}^{198}\text{Au}$ به ${}^{198}\text{Pt}$ از طریق گیراندازی الکترون مشاهده نشده است، اگرچه واپاشی مشابه ${}^{196}\text{Au}$ به ${}^{196}\text{Pt}$ با گیراندازی الکترون به شدت انجام می‌شود. ویژگیهای طیف‌نمایی این دو واپاشی را بررسی و علت مشاهده نشدن واپاشی گیراندازی الکترون را در ${}^{198}\text{Au}$ بیان کنید. (از جدول ایزوتوپها یا مرجع طیف‌نمایی مشابه استفاده کنید.)

۴۲. با استفاده از اطلاعات طیف نمایی هسته‌ای، مقادیر f را در واپاشیهای مجاز $(1/2)^+ \rightarrow (3/2)^+$ برای هسته‌های با عدد نوترونی یا پروتونی ۱۴ تا ۲۰ (پوسته‌های $d_{7/2}$ و $s_{1/2}$) تعیین و جدولبندی کنید. همچنین واپاشیهای مجاز $(3/2)^-$ به $(1/2)^-$ برای هسته‌های با عدد نوترونی یا پروتونی ۲ تا ۸ (پوسته‌های $p_{1/2}$ و $p_{3/2}$) را جدولبندی کنید. هر گونه تفاوت سیستماتیک بین این دو مجموعه را مورد بحث قرار دهید.

۴۳. با استفاده از مجموعه اطلاعات هسته‌ای (مانند جدول ایزوتوپها)، اطلاعات موجود در مورد گذارهای بنایی $0^+ \rightarrow 0^+$ بین پوسته‌های $f_{7/2}$ را در هسته‌های $(20 \leq Z, N \leq 28)$ جدولبندی کنید. در مورد جفت‌شدگی پروتون فرد و نوترون فرد بحث کنید، و مقادیر f مشاهده شده را توجیه کنید.

۴۴. اطلاعات موجود در مورد واپاشیهای پوزیترون‌زای $g_{7/2} \rightarrow g_{9/2}$ را برای هسته‌های با عدد جرمی فرد جدولبندی کنید؛ پروتونهای $g_{9/2}$ معمولاً در گستره $50 \leq Z \leq 70$ و نوترونهای $g_{7/2}$ بین $N = 50$ و $N = 66$ یافت می‌شوند. سعی کنید که برای مقادیر f دلائل توجیهی بیاورید (توجه: واپاشی GT را گاهی فرایند «تلنگراسپین» می‌گویند).

۴۵. هسته‌های بتاگسیل بسیاری با Z فرد و N فرد واسپین-باریته 2^- وجود دارند. این هسته‌ها می‌توانند به حالت پایه 0^+ یا اولین حالت برانگیخته 2^+ در هسته‌های مجاور Z زوج، N زوج واپاشیده شوند. (الف) با استفاده از مرجع طیف نمایی هسته‌ای مناسب (مثل جدول ایزوتوپها)، مقادیر f برای حالات نهایی 2^+ و 0^+ این فرایندهای واپاشی را تا حد امکان جدولبندی کنید. (ب) واپاشی $0^+ \rightarrow 2^-$ يك فرایند ممنوع اول است که در آن واپاشی بتا‌زای منفی باید دو واحد از تکانه‌زاویه‌ای کل را منتقل کند، درحالی که واپاشی $2^+ \rightarrow 2^-$ می‌تواند حامل ۰، ۱، یا ۲ واحد تکانه‌زاویه‌ای باشد. با استفاده از اطلاعات به دست آمده در مورد مقادیر f ، به‌طور کلی در مورد احتمال نسبی اینکه واپاشی بتا‌زا حامل دو واحد تکانه‌زاویه‌ای باشد، چه نتایجی حاصل می‌شود؟ (ج) برای بررسی امکان توجیه این اثر بر حسب تابع موجهای هسته‌ای 0^+ و 2^+ ، جدول مشابهی از واپاشیهای حالات 1^- ، یعنی واپاشیهای $0^+ \rightarrow 1^-$ و $2^+ \rightarrow 1^-$ ، تهیه کنید. در این مورد، هر دو واپاشی ممنوع حامل يك واحد تکانه‌زاویه‌ای است. (چرا؟) آیا تفاوت سیستماتیکی در مقادیر f مربوط به حالات نهایی 0^+ و 2^+ مشاهده می‌کنید؟ در مورد اثر محتمل تابع موج نهایی در واپاشیهای بتا‌زا از حالات اولیه 2^- چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴۶. چند مورد از واپاشیهای بتا‌زای مجاز با مقادیر بزرگتر از حد میانگین f وجود دارند که می‌توان آنها را با توجه به ساختار هسته‌ای توضیح داد. برای نمونه، موارد زیر را در نظر بگیرید: (الف) $^{65}\text{Cu} \rightarrow ^{65}\text{Ni}$ و $^{65}\text{Zn} \rightarrow ^{65}\text{Cu}$ که در آنها واپاشیهای حالت پایه به حالت پایه در هر دو از نوع گاموف-تِلر $(5/2)^-$ به $(3/2)^-$ است،

ولی مقدار f يك تا دو مرتبه بزرگی بیش از مقادیر واپاشیهای مجاز به سایر حالات کم انرژی است. (ب) $^{115}\text{Te} \rightarrow ^{115}\text{Sb}$ و $^{115}\text{Te} \rightarrow ^{115}\text{Sn}^0$ ؛ در واپاشی ^{115}Te گذار $(5/2)^+ \rightarrow (7/2)^+$ به حالت پایه ^{115}Sb مشاهده نمی‌شود، و در واپاشی ^{115}Sb يك حالت برانگیخته کم انرژی فقط به طور ضعیف، با مقدار f كه مجدداً يك تا دو مرتبه بزرگی بیش از مقدار مربوط به حالات برانگیخته مجاور است، اشغال می‌شود. خصوصیات مدل پوسته‌ای این حالات را پیدا کنید و توضیح دهید كه چرا از واپاشی مجاز ممانعت می‌شود. برای پیدا كردن سایر واپاشیهای منع شده با همان مشخصات مدل پوسته‌ای، از جدول ایزوتوپها استفاده كنید.

واپاشی گاما را

بیشتر واپاشیهای آلفا و بتا را، و در حقیقت بیشتر واکنشهای هسته‌ای، هسته نهایی را در حالت برانگیخته باقی می‌گذارند. این حالات برانگیخته با گسیل یکی دو پرتو γ که همان فوتونهای تابش الکترومغناطیسی مانند پرتوهای X یا نور مرئی هستند به سرعت به حالت پایه واپاشیده می‌شوند. پرتوهای گاما نوعاً دارای انرژیهای در گستره 10^5 تا 10^7 MeV هستند که مشخصه اختلاف انرژی بین حالات هسته‌ای است و در نتیجه طول موج آنها بین 10^{-4} تا 10^{-10} fm است. این طول موجها از سایر انواع تابش الکترومغناطیسی که با آن سروکار داریم بسیار کوتاهتر است؛ برای مثال، نور مرئی طول موجی 10^6 بار بلندتر از پرتوهای γ دارد.

جزئیات و غنای اطلاعات ما در مورد طیف‌نمایی هسته‌ای به دانش ما از حالات برانگیخته وابسته است، و بنابراین مطالعه گسیل پرتو γ به صورت روش استاندارد طیف‌نمایی هسته‌ای درآمده است. سایر عواملی که موجب محبوبیت و سودمندی این روش شده‌اند، شامل سهولت نسبی مشاهده پرتوهای γ (مثلاً جذب و پراکندگی ناچیز در هوا که برخلاف تابشهای α و β است) و دقت اندازه‌گیری انرژی (و در نتیجه دقت استنتاج حالات برانگیخته) است. به علاوه، مطالعه گسیل γ و فرایند رقیب آن یعنی تبدیل داخلی، تعیین اسپین و پارینته حالات برانگیخته را امکان‌پذیر می‌سازد.

۱.۱۰ انرژی واپاشی گاماها

واپاشی يك هسته ساکن به جرم M را از حالت اولیه E_i به حالت نهایی E_f در نظری می گیریم. برای پایداری تکانه، هسته نهایی باید دارای تکانه پس زنی p_R و انرژی پس زنی T_R باشد، که آن را به صورت نانبینی در نظر می گیریم ($T_R = p_R^2/2M$). با توجه به پایداری انرژی و تکانه داریم

$$\begin{aligned} E_i &= E_f + E_\gamma + T_R \\ 0 &= p_\gamma + p_R \end{aligned} \quad (۱.۱۰)$$

که از آن به دست می آید $p_R = p_\gamma$ ؛ یعنی هسته با تکانه ای برابر با تکانه پرتو γ و در جهت مخالف آن پس زده می شود. با تعریف $\Delta E = E_i - E_f$ و استفاده از رابطه نسبیتی $E_\gamma = cp_\gamma$ خواهیم داشت

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \quad (۲.۱۰)$$

که جوابی به صورت زیر دارد

$$E_\gamma = Mc^2 \left[-1 \pm \left(1 + 2 \frac{\Delta E}{Mc^2} \right)^{1/2} \right] \quad (۳.۱۰)$$

اختلاف انرژیهای ΔE نوعاً از مرتبه MeV است، در حالی که انرژیهای سکون Mc^2 در حدود $MeV \times 10^3 A$ هستند، که در آن A عدد جرمی است. بنابراین $\Delta E \ll Mc^2$ و با دقت مرتبه 10^{-4} تا 10^{-5} ، با استفاده از سه جمله اول بسط ریشه دوم، داریم

$$E_\gamma \cong \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2} \quad (۴.۱۰)$$

که با تقریب $\Delta E \cong E_\gamma$ از معادله (۲.۱۰) نیز مستقیماً به دست می آید. بنا بر این انرژی واقعی پرتو γ تا اندازه ای کمتر از بیشینه انرژی قابل دسترسی در واپاشی، ΔE ، است. تصحیح پس زنی برای انرژی معمولاً ناچیز و در حدود 10^{-5} تا 10^{-4} است که بسیار کوچکتر از خطای تجربی در اندازه گیری انرژی است. در يك مورد انرژی پس زنی نقش مهمی را دارد. این مورد که به نام اثر موسباور معروف است، در بخش ۹.۱۰ بحث شده است. بجز این مورد، در بقیه این فصل فرض می کنیم که $E_\gamma = \Delta E$ است. برای پرتوهای γ کم انرژی، انرژی پس زنی کمتر از ۱ eV است و اثر ناچیزی دارد. انرژی پس زنی پرتوهای γ پر انرژی (مانند تابشهای ۵ تا ۱۰ MeV که پس از گیراندازی نوترون گسیل می شوند) در گستره ۱۰۰ eV است که ممکن است برای خارج

کردن اتم پس‌زنده از شبکه جسم جامد کافی باشد. اثراتی از این نوع را آسیب تابش می‌نامند که در مطالعه جامدات جای مهمی دارد.

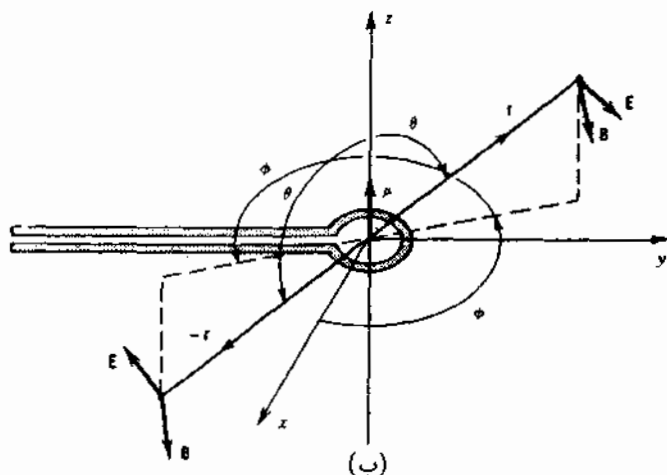
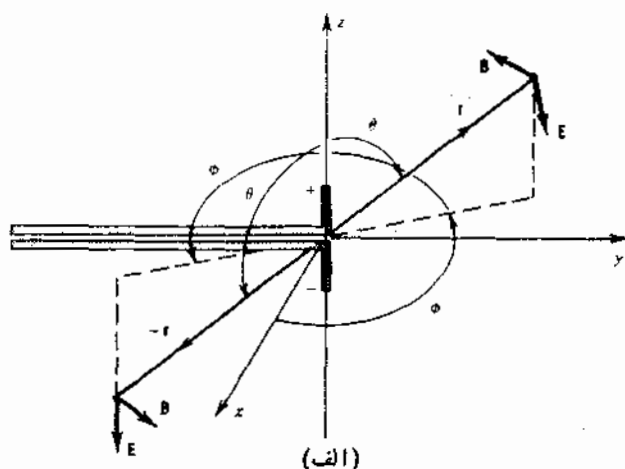
۲.۱۰ تابش الکترومغناطیسی کلاسیک

همچنانکه از مطالعه فیزیک نوین به‌خاطر داریم، تابش الکترومغناطیسی را می‌توان به‌صورت یک پدیده موجی کلاسیک یا پدیده‌ای کوانتومی در نظر گرفت. نوع برخورد با مسئله به‌اثر فیزیکی مورد نظر بستگی دارد. برای تحلیل تابشهای حاصل از اتمها و هسته‌های منفرد، توصیف کوانتومی مناسبتر است ولی با مرور توصیف کلاسیک بهتر می‌توان محاسبات کوانتومی تابش الکترومغناطیسی را درک کرد.

توزیعهای ایستای (یعنی ثابت در طول زمان) بار و جریان، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ایستا به‌وجود می‌آورند. در بخش ۵.۳ چگونگی تحلیل این میدانها را بر حسب گشتاورهای چندقطبی توزیع بار مانند گشتاور دوقطبی، گشتاور چارقطبی، و غیره مورد بحث قرار دادیم. این گشتاورهای چندقطبی میدانهای مشخصه‌ای را به‌وجود می‌آورند، و به‌آسانی می‌توانیم میدان دوقطبی و چارقطبی و غیره را مطالعه کنیم.

اگر توزیعهای بار و جریان با زمان تغییر کنند، به‌خصوص اگر تغییرات سینوسی و با بسامد دایره‌ای ω باشد، یک میدان تابشی تولید می‌شود. میدان تابش را (در فاصله‌ای که در مقایسه با ابعاد چشمه بزرگ است) می‌توان مساند میدان ایستا، بر طبق سرشت چندقطبی آن، تحلیل کرد. به عنوان مثال، پایینترین مرتبه چند قطبی، یعنی میدان دوقطبی را در نظر می‌گیریم.

یک دوقطبی الکتریکی ایستا از بارهای مساوی و مخالف $+q$ و $-q$ تشکیل شده است که فاصله آنها مقدار ثابت z است؛ در این صورت گشتاور دوقطبی الکتریکی برابر $d=qz$ می‌شود. یک دوقطبی مغناطیسی ایستا را می‌توان با یک حلقه دایره‌ای جریان i نشان داد که سطح A را در بر می‌گیرد؛ گشتاور این دوقطبی مغناطیسی برابر $\mu=iA$ است. می‌توان میدانهای تابش الکترومغناطیسی را با تغییر گشتاورهای دوقطبی تولید کرد. برای مثال، اگر بارها در امتداد محور z نوسان کنند، به طوری که $d(t)=qz \cos \omega t$ باشد، یک میدان تابش دوقطبی الکتریکی ایجاد می‌شود. همین‌طور می‌توانیم جریان را تغییر دهیم و در نتیجه به‌دست آوریم $\mu(t)=iA \cos \omega t$. شکل ۱.۱۰ میدانهای تابش ایجاد شده در این دو مورد را نشان می‌دهد. دوقطبی الکتریکی متناوب شکل ۱.۱۰ (الف) را می‌توان یک عنصر جریان خطی در نظر گرفت که برای آن خطوط میدان مغناطیسی دایره‌های متحدالمرکزی به‌محور z هستند. بردار میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ بر این دایره‌ها مماس است، و جهت میدان الکتریکی را باید چنان در نظر گرفت که $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ در جهت انتشار تابش باشد. خطوط میدان مغناطیسی دوقطبی مغناطیسی شکل ۱.۱۰ (ب) به صورتی هستند که اغلب می‌توان آنها را به یک آهنربای میله‌ای نسبت داد.



شکل ۱۰۱۵ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی حاصل از یک دوقطبی الکتریکی و (ب) یک دوقطبی مغناطیسی. در هر مورد گشتاور دوقطبی در امتداد محور z است. بردارهای میدانهای تابش E و B را در لحظه خاصی از زمان نشان می‌دهند. سیمهای در امتداد منفی محور y را باید متصل به یک منبع جریان بسازد تا در نظر گرفت که برای جلوگیری از دخالت آنها در تابش باید پیچ خورده باشند. رفتار E و B تحت انکسار فضایی $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ نیز نشان داده شده است. به تفاوت دومورد توجه کنید.

ما در اینجا سه مشخصه مهم میدان تابش دوقطبی را در نظر می‌گیریم.

۱. توان تابیده به یک جزء سطح کوچک در جهت زاویه θ نسبت به محور z به صورت $\sin^2 \theta$

تغییر می‌کند. توان متوسط تأییده رامی‌توان بر مبنای نظریه موجی با نظریه کوانتومی محاسبه کرد، و با توجه به اصل همخوانی، هنگامی که نتیجه کوانتومی به حد کلاسیک گسترش می‌یابد، این دو محاسبه باید باهم توافق داشته باشند. پس این وابستگی مشخصه $\sin^2\theta$ برای تابش دوقطبی باید در محاسبه کوانتومی نیز وجود داشته باشد. تابش ناشی از چند قطبیه‌های مراتب بالاتر، مانند تابش چارقطبی، توزیع زاویه‌ای متفاوتی دارد. در حقیقت، چنانکه خواهیم دید، اندازه گیری توزیع زاویه‌ای تابش روش مناسبی برای تعیین نوع چند قطبیه‌های موجود در تابش است.

۲. میدانهای دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی دارای پاریته مخالف هستند. اثر تبدیل $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ را در نظر بگیرید. روشن است که میدان مغناطیسی دو قطبی الکتریکی تغییر علامت می‌دهد؛ بنا بر این داریم $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\mathbf{B}(-\mathbf{r})$. از طرف دیگر، برای دوقطبی مغناطیسی تغییر علامتی صورت نمی‌گیرد، بنا بر این داریم $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(-\mathbf{r})$. بدین سان، دوقطبیهای الکتریکی و مغناطیسی که توزیع زاویه‌ای مشابهی دارند از نظر پاریته میدانهای تابش با هم متفاوت اند. تابش دوقطبی الکتریکی دارای پاریته فرد است، در حالی که تابش دوقطبی مغناطیسی پاریته زوج دارد.

۳. متوسط توان تابیده (انرژی گسیل شده در واحد زمان) برای دوقطبیهای الکتریکی برابر است با

$$P = \frac{1}{12\pi\epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^3} d^2 \quad (5.10)$$

برای دوقطبیهای مغناطیسی

$$P = \frac{1}{12\pi\epsilon_0} \frac{\omega^2}{c^5} \mu^2 \quad (6.10)$$

در اینجا d و μ دامنه‌های گشتاورهای دوقطبی وابسته به زمان هستند.

بدون ورود در جزئیات نظریه الکترومغناطیس، می‌توانیم این خصوصیات تابش دوقطبی را به تابش چند قطبی تعمیم دهیم. ابتدا شاخص L تابش را به گونه‌ای تعریف می‌کنیم که 2^L مرتبه چند قطبی باشد (برای دوقطبی $L=1$ ، برای چارقطبی $L=2$ و غیره). با تخصیص E برای خواص الکتریکی و M برای خواص مغناطیسی، می‌توانیم سه خصوصیت فوق را که برای تابش دوقطبی به دست آوردیم برای موارد چند قطبی نیز تعمیم دهیم.

۱. توزیع زاویه‌ای تابش 2^L قطبی، نسبت به یک جهت انتخابی مناسب، به صورت چندجمله‌ای $P_{2L}(\cos\theta)$ است. متداولترین موارد عبارت‌اند از دوقطبی که برای آن $P_2 = (1/2)(3\cos^2\theta - 1)$ ، و چارقطبی که برای آن

$$P_4 = \frac{1}{8}(35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3)$$

۲. پارینه میدان تابش به صورت زیر است

$$\begin{aligned}\pi(ML) &= (-1)^{L+1} \\ \pi(EL) &= (-1)^L\end{aligned}\quad (۷.۱۰)$$

توجه کنید که چند قطبیه‌های الکتریکی و مغناطیسی هم مرتبه، همواره دارای پارینه مخالف هستند.

۳. توان تابیده، با نمایش $\sigma = E$ یا $\sigma = M$ به عنوان تابش الکتریکی یا مغناطیسی، عبارت است از

$$P(\sigma L) = \frac{2(L+1)c}{\varepsilon_0 L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+2} [m(\sigma L)]^2 \quad (۸.۱۰)$$

که در آن $m(\sigma L)$ دامنه گشتاور چند قطبی الکتریکی یا مغناطیسی وابسته به زمان، و فاکتوریل دوگانه نشاندهنده $1 \times 3 \times 5 \times \dots (2L-1)(2L+1)$ است. گشتاور چند قطبی تعمیم یافته $m(\sigma L)$ برای $L=1$ نسبت به گشتاور دوقطبی الکتریکی d و گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ ، در حد عوامل عددی نسبتاً بی اهمیتی که از مرتبه واحدند، تفاوت دارد. از این پس، در بحث مربوط به تابش γ فقط با گشتاورهای تعمیم یافته سروکار خواهیم داشت.

۳.۱۰ محاسبه مکانیک کوانتومی

برای تبدیل نظریه کلاسیک به نظریه کوانتومی، فقط باید چشمه‌های میدان تابش یعنی گشتاورهای چند قطبی کلاسیک را کوانتومی کرد. در معادله (۸.۱۰)، به جای گشتاورهای چند قطبی باید عملگرهای چند قطبی مناسبی را قرار داد که هسته را از حالت ابتدایی ψ_i به حالت نهایی ψ_f ببرند. همان طور که در مورد تابش α و β بحث کردیم، احتمال واپاشی از جزء ماتریس مربوط به عملگر چند قطبی به دست می آید

$$m_{fi}(\sigma L) = \int \psi_f^* m(\sigma L) \psi_i dv \quad (۹.۱۰)$$

انتگرال گیری روی حجم هسته انجام می شود. در مورد شکل عملگر $m(\sigma L)$ بحث نخواهیم کرد، جز اینکه عملگر در آن حالت هسته را از ψ_i به ψ_f تغییر می دهد و به طور همزمان فوتونی متناسب با انرژی، پارینه، و مرتبه چند قطبی خلق می کند.

اگر معادله (۸.۱۰) را انرژی تابیده در واحد زمان توسط فوتونهای در نظر بگیریم که هر یک دارای انرژی $\hbar\omega$ هستند، احتمال گسیل فوتون در واحد زمان (یعنی ثابت واپاشی) برابر است با

$$\lambda(\sigma L) = \frac{P(\sigma L)}{\hbar\omega} = \frac{2(L+1)}{\varepsilon_0 \hbar L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+1} [m_{fi}(\sigma L)]^2 \quad (۱۰.۱۰)$$

این تعریف ثابت واپاشی را نمی‌توانیم بدون تعیین جزء ماتریس $m_{fi}(\sigma L)$ که مستلزم شناخت تابع موجهای حالت ابتدایی و نهایی است، پیشتر ببریم. می‌توانیم با فرض اینکه گذار به علت یک فوتون است که هسته را از یک حالت مدل پوسته‌ای به حالت دیگری می‌برد، محاسبات را ساده کنیم و در نتیجه برآوردی از احتمال گسیل γ به دست دهیم. در مورد گذارهای الکتریکی، عملگر چندقطبی شامل جمله‌ای به صورت $er^L Y_{LM}(\theta, \varphi)$ است که همان‌طور که انتظار می‌رود برای تابش $L=1$ (دوقطبی) به صورت eZ ، و برای تابش $L=2$ (چارقطبی) مشابه محاسبه گشتاورهای چارقطبی ایستا در معادله (۳۶.۳) به صورت $e(r^2 - 3z^2)$ درمی‌آید. اگر قسمتهای شعاعی تابع موجهای هسته‌ای ψ_a و ψ_b را تا شعاع هسته R ثابت و برای $r > R$ صفر در نظر بگیریم، قسمت شعاعی احتمال گذار به صورت زیر است

$$\int_0^R r^2 r^L dr / \int_0^R r^2 dr = \frac{r^L}{L+3} R^L \quad (11.10)$$

که در آن از انتگرال مخرج برای بهنجارش استفاده می‌شود و عامل r^2 ناشی از جزء حجم است. با در نظر گرفتن این عامل در جزء ماتریس و جایگزین کردن انتگرالهای زاویه‌ای با واحد که برآوردی معقول است، احتمال گذار EL به صورت زیر به دست می‌آید

$$\lambda(EL) \cong \frac{\lambda \pi (L+2)}{L[(2L+1)!!]^2} \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar c} \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{r}{L+3}\right)^2 c R^{2L} \quad (12.10)$$

با قراردادن $R = R_0 A^{1/3}$ برای چندقطبیهای مراتب پایین می‌توان برآوردهای زیر را به دست آورد

$$\begin{aligned} \lambda(E1) &= 1.0 \times 10^{14} A^{2/3} E^3 \\ \lambda(E2) &= 7.3 \times 10^7 A^{4/3} E^5 \\ \lambda(E3) &= 3.4 A^5 E^7 \\ \lambda(E4) &= 1.1 \times 10^{-5} A^{8/3} E^9 \end{aligned} \quad (13.10)$$

که در آنها λ بر حسب s^{-1} و E بر حسب MeV است.

برای گذارهای مغناطیسی، انتگرال شامل جمله $L-1$ است، و با فرض مشابه در مورد ثابت بودن تابع موج هسته‌ای عامل $3R^{L-1}/(L+2)$ حاصل می‌شود. عملکرد مغناطیسی نیز شامل عاملی است که به گشتاور مغناطیسی هسته‌ای پروتون بستگی دارد. نتیجه برای احتمال گذار ML به صورت زیر است

$$\lambda(ML) \cong \frac{\lambda \pi (L+1)}{L[(\frac{1}{2}L+1)!!]^2} \left(\mu_p - \frac{1}{L+1}\right)^2 \left(\frac{\hbar}{m_p c}\right)^2 \left(\frac{e^2}{\sqrt{\pi} \epsilon_0 \hbar c}\right) \\ \times \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{3}{L+2}\right)^2 c R^{2L-2} \quad (14.10)$$

که مجدداً از چندعامل تکانه زاویه‌ای مرتبه واحد چشمپوشی شده است. معمولاً به جای $[\mu_p - 1/(L+1)]^2$ عدد ۱ را می‌گذارند که برای چندقطبیه‌های مراتب پایین به برآوردهای زیر منتهی می‌شود:

$$\begin{aligned} \lambda(M1) &= 5.96 \times 10^{12} E^2 \\ \lambda(M2) &= 3.95 \times 10^2 A^{2/3} E^5 \\ \lambda(M3) &= 1.6 A^{2/3} E^7 \\ \lambda(M4) &= 4.95 \times 10^{-6} A^2 E^9 \end{aligned} \quad (15.10)$$

این برآوردهای آهنگ گذار به نام برآوردهای وایسکوف معروف اند و به معنی محاسبات نظری واقعی نیستند تا با آهنگهای گذار اندازه‌گیری شده مقایسه شوند. در عوض، به کمک این برآوردها می‌توان آهنگهای گذار را به‌طور نسبی باهم مقایسه کرد. برای مثال، اگر آهنگ واپاشی مشاهده شده برای یک گذار ۲ چند مرتبه بزرگی کوچکتر از برآورد وایسکوف باشد، می‌توان تصور کرد که مطابقت ضعیف تابع موجهای اولیه و نهایی باعث کند شدن گذار شده است. به‌طور مشابه اگر آهنگ گذار بسیار بیش از برآورد وایسکوف باشد، می‌توان تصور کرد که بیش از یک نوکلئون در این گذار شرکت داشته است.

بر مبنای برآوردهای وایسکوف، می‌توان بلافاصله دو نتیجه درمورد احتمالات گذار گرفت: (۱) چندقطبیه‌های مراتب پایین گذارهای برتر هستند - افزایش مرتبه چندقطبی به‌میزان یک واحد، احتمال گذار را با ضریب ۵-۱۰ کاهش می‌دهد. در آنها هم اثر مشابهی رخ می‌دهد، که در آنها متداولترین گذارها گذارهای دوقطبی است. (۲) برای یک مرتبه معین چند قطبی، احتمال تابش الکتریکی در هسته‌های متوسط و سنگین دومرتبه بزرگی بیش از تابش مغناطیسی است. در بخش ۷.۱۰ توافق این پیش‌بینی را با مشاهدات بررسی خواهیم کرد.

۱. ضرایب عددی در معادله (۱۵.۱۰) اندکی با آنچه گاهی در مراجع دیگر یافت می‌شود، متفاوت است. این تفاوت به علت آن است که معمولاً به جای $3/(L+2)$ در معادله (۱۴.۱۰) مقدار $3/(L+3)$ را قرار می‌دهند تا شبیه معادله (۱۲.۱۰) به نظر آید. ما شکل معادله (۱۴.۱۰) را انتخاب کرده‌ایم تا با مقادیر ML حاصل از برآوردهای وایسکوف در مراجع هسته‌ای موافق باشد، معادلات (۱۵.۱۰) باید در $(L+2)^2/(L+3)^2$ ضرب شوند.

۴.۱۵ قواعد گزینش تکانه زاویه‌ای و پاریته

يك ميدان الكترومغناطیسی کلاسیك كه توسط جریان و بار نوسان كننده به وجود می آید، علاوه بر انرژی، تكانه زاویه‌ای نیز گسیل می كند. برای مثال اگر بارها و جریانه‌ها را توسط پوسته جذب كننده بزرگی به شكل كروی احاطه كنیم، پوسته می تواند در اثر جذب تابش به دوران در آید. آهنگ تابش تكانه با آهنگ تابش انرژی متناسب است.

با رفتن به حد کوانتومی، اگر هر فوتون تكانه زاویه‌ای معین داشته باشد، می توانیم تناسب را حفظ كنیم. عملگر چند قطبی مرتبه L شامل عامل $Y_{LM}(\theta, \phi)$ است كه به تكانه L مربوط می شود. بنابراین، نتیجه می گیریم كه چند قطبی مرتبه L به ازای هر فوتون تكانه‌ای معادل $L\hbar$ منتقل می كند.

گذار γ از حالت برانگیخته اولیه با تكانه زاویه‌ای I_i و پاریته π_i را به حالت نهایی I_f و پاریته π_f در نظر می گیریم. ابتدا فرض می كنیم كه $I_i \neq I_f$ است. پایداری تكانه زاویه‌ای ایجاب می كند كه تكانه زاویه‌ای كل ابتدایی برابر تكانه زاویه‌ای كل حالت نهایی باشد. به عبارت برداری داریم

$$I_i = L + I_f$$

از آنجا كه I_i, I_f, L ، و I_f باید مثلث برداری بسته‌ای به وجود آورند، مقادیر ممکن L محدودند. بزرگترین مقدار ممکن L برابر $I_i + I_f$ و کوچکترین مقدار ممکن آن برای $|I_i - I_f|$ است. برای مثال، اگر $I_i = 3/2$ و $I_f = 5/2$ باشد، مقادیر ممکن L برابر ۴، ۳، ۲، ۱ و ۰ هستند. در این مورد میدان تابش از مخلوط تابش دو قطبی، چار قطبی، هشت قطبی ($L=3$) و شانزده قطبی ($L=4$) تشکیل شده است.

نوع الکتریکی یا مغناطیسی بودن تابش گسیل شده با پاریته نسبی ترازهای اولیه و نهایی تعیین می شود. اگر تغییر پاریته صورت نگیرد ($\Delta\pi = 0$)، میدان تابش باید دارای پاریته زوج باشد؛ اگر پاریته ضمن گذار تغییر کند ($\Delta\pi = \text{آری}$)، میدان تابش باید پاریته فرد داشته باشد. طبق معادله (۷.۱۵)، چند قطبیهای الکتریکی و مغناطیسی باید دارای پاریته مختلف باشند. گذارهای الکتریکی در صورتی پاریته زوج دارند كه زوج $L = 1, 2, 3, \dots$ باشد، در حالی كه پاریته گذارهای مغناطیسی در صورت فرد $L = 0, 1, 2, 3, \dots$ باشد. بنابراین، يك گذار «نه $\Delta\pi$ » از چند قطبیهای الکتریکی زوج و چند قطبیهای مغناطیسی فرد تشکیل شده است. از طرف دیگر يك گذار «آری $\Delta\pi$ »، از چند قطبیهای الکتریکی فرد و مغناطیسی زوج تشکیل شده است. در مثال قبلی ($I_i = 3/2$ به $I_f = 5/2$)، اگر فرض كنیم كه $\pi_i = \pi_f$ باشد، آنگاه «نه $\Delta\pi$ » است. قبل از نتیجه گرفتیم كه $L = 1, 2, 3, 4$ است. تابش $L = 1$ باید دارای خصوصیت مغناطیسی (برای چند قطبی الکتریکی زوج و مغناطیسی فرد داریم «نه $\Delta\pi$ ») و تابش $L = 2$ دارای خصوصیت الکتریکی باشد و غیره. بنابراین میدان تابش باید به صورت تابش M_1, E_2, M_3 و E_4 باشد. اگر دو حالت دارای خصوصیت $\pi_i = -\pi_f$ باشند (آری $\Delta\pi$)، میدان تابش به صورت M_2, E_1, M_3 و M_4 در می آید.

بنابراین، قواعد گزینش تکانه زاویه‌ای و پاریته به صورت زیر است:

$$|I_i - I_f| \leq L \leq I_i + I_f \quad (L=0 \text{ بدون})$$

$$\Delta\pi = \text{نه} : \text{مغناطیسی فرد، الکتریکی زوج} \quad (16.10)$$

$$\Delta\pi = \text{آری} : \text{الکتریکی فرد}$$

استثنای قاعده گزینش تکانه زاویه‌ای هنگامی به وجود می‌آید که $I_i = I_f$ باشد، زیرا در این مورد هیچ گذار تک قطبی ($L=0$) وجود ندارد که در آن يك تك فوتون گسیل شود. از نظر کلاسیک، گشتاود تك قطبی همان بار الکتریکی است که طی زمان تغییر نمی‌کند. (يك توزیع بار کروی به شعاع R فقط میدان کولنی خالص $1/r^2$ را برای $r > R$ به دست می‌دهد. حتی اگر این کره نوسانهای شعاعی داشته باشد، میدان کولنی در ناحیه $r > R$ تغییر نمی‌کند و تابشی به وجود نمی‌آید.) برای گذارهایی که در آنها $I_i = I_f$ است، پایینترین مرتبه چندقطبی ممکن برای پرتو γ دوقطبی ($L=1$) است.

موردی که در آن I_i یا I_f صفر باشد بسیار ساده است، زیرا در این صورت فقط يك گذار چندقطبی خالص گسیل می‌شود. برای مثال، اولین حالت بسرانگیخته $I_i = 2$ ، زوج ($\pi_i = \pi_f$) در هسته‌های Z زوج، N زوج با گسیل يك چارقطبی الکتریکی خالص ($E2$) به حالت پایه واپاشیده می‌شود. قواعد گزینش فوق، بلافاصله تابش الکتریکی $L=2$ را با «نه» $\Delta\pi$ به دست می‌دهند.

برای $I_i = I_f = 0$ ، قواعد گزینش فقط $L=0$ را به دست می‌دهند که قبلاً دیدیم برای گذارهای تابشی مجاز نیست. تعداد کمی هسته‌های زوج-زوج با اولین حالت برانگیخته 0^+ وجود دارند که واپاشی آنها به حالت پایه 0^+ با گسیل گاما ممنوع است. در عوض، این حالت با تبدیل داخلی واپاشیده می‌شوند که در بخش ۶.۱۰ آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این فرایند، گسیل انرژی برانگیختگی با بیرون انداختن يك الكترون همدادی میسر می‌شود، و تابع موج این الكترون با نفوذ در حجم هسته نمونه‌ای از توزیع تك قطبی را در $r < R$ که در آن پتانسیل به نوسان دومی آید به نمایش می‌گذارد.

معمولاً اسپینهای I_i و I_f دارای مقادیری هستند که بنا بر قواعد گزینش، گسیل چند چندقطبی مجاز است. برآوردهای تك ذره‌ای (وایسکوف)، پیش‌بینی کلی محتملترین نوع چندقطبی گسیل شده را ممکن می‌سازد. مثال قبلی در مورد يك گذار $I_i = (3/2)^+$ به $I_f = (5/2)^+$ ($M1$ ، $E2$ ، $M3$ ، $E4$) را در نظر می‌گیریم. اگر يك هسته میان وزن $A=125$ در نتیجه $25 = A^{1/3}$ با انرژی گذار $E = 1 \text{ MeV}$ را در نظر بگیریم، با استفاده از معادلات (13.10) و (15.10) نسبت احتمالات گسیل به صورت زیر برآورد می‌شود

$$\lambda(M1) : \lambda(E2) : \lambda(M3) : \lambda(E4) = 1 : 1.74 \times 10^{-2} : 2.1 \times 10^{-10} : 1.3 \times 10^{-13}$$

ملاحظه می‌شود که چندقطبیهای مراتب پایین ($E2$ و $M1$) از مراتب بالا بسیار محتملترند. در عمل می‌توانیم این گذارها را به صورت ترکیب تابش $M1$ و احتمالاً مخلوط اندکی از $E2$ در نظر بگیریم. اگر گذار «آری» $\Delta\pi$ باشد، چندقطبیهای $E1$ ، $M2$ ، $E3$ و $M4$

یا نسبت‌های زیر حاصل می‌شوند

$$\lambda(E_1) : \lambda(M_2) : \lambda(E_3) : \lambda(M_4) = 1 : 2.3 \times 10^{-7} : 2.1 \times 10^{-10} : 2.1 \times 10^{-17}$$

در اینجا انتظار می‌رود که فقط E_1 در گذار سهیم باشد.
بر مبنای برآوردهای تک‌ذره‌ای، به انتظاراتی نسبتاً کلی می‌رسیم:

۱. پائینترین چندقطبی مجاز معمولاً غالب است.
۲. برای هسته‌های متوسط و سنگین، گسیل چندقطبی الکتریکی با ضریب 10^2 محتمل‌تر از گسیل چندقطبی مغناطیسی از همان مرتبه است. (البته، قواعد گزینش رقابت بین EL و ML را در یک میدان تابش ممنوع می‌سازد).
۳. احتمال گسیل چندقطبی $L+1$ با ضریبی از مرتبه 10^{-5} کمتر از چند قطبی L است.
۴. از ترکیب نتایج ۲ و ۳ داریم (که در آن $L' = L+1$ است)

$$\frac{\lambda(EL')}{\lambda(ML)} = \frac{\lambda(EL')}{\lambda(EL)} \cdot \frac{\lambda(EL)}{\lambda(ML)} \approx 10^{-5} \times 10^2 \approx 10^{-3}$$

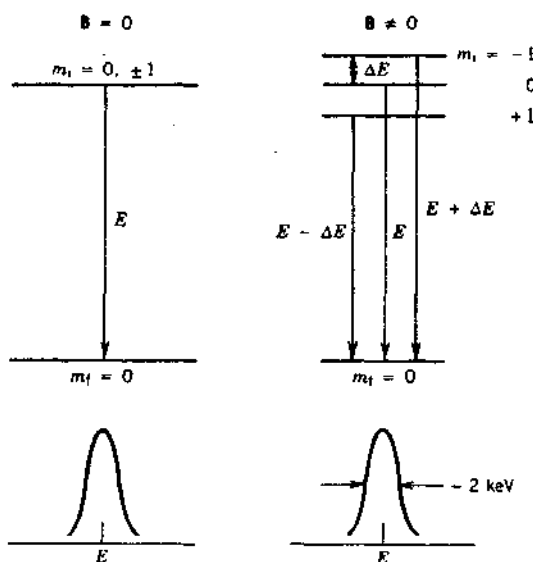
$$\frac{\lambda(ML')}{\lambda(EL)} = \frac{\lambda(ML')}{\lambda(ML)} \cdot \frac{\lambda(ML)}{\lambda(EL)} \approx 10^{-5} \times 10^{-2} \approx 10^{-7}$$

ملاحظه می‌شود که چرا رقابت بین M_2 و E_1 بسیار ضعیفتر از رقابت بین E_2 و M_1 است. باید به‌خاطر داشته باشیم که این برآوردها فقط بر مبنای تقریب‌های خام است. خصوصیات حالات هسته‌ای ویژه می‌تواند این برآوردها را تا چند مرتبه بزرگی تغییر دهد. برای مثال، اغلب به مواردی برمی‌خوریم که در آنها $\lambda(E_2) > \lambda(M_1)$ است، و بعضی از آنها را به‌خصوص در گذارهای بین حالات جمعی از تماشای یا دورانی می‌توان دید.

۵.۱۰ اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای و قطبیدگی

در این بخش روشهای تجربی را بررسی خواهیم کرد که به کمک آنها می‌توانیم چندقطبیه‌ها را از یکدیگر تمیز دهیم. اندازه‌گیری انرژی پرتو گامایی که در یک گذار گسیل شده است، اطلاعاتی در مورد چند قطبی بودن آن نمی‌دهد. حتی اگر I_β و I_γ را بدانیم، فقط می‌توانیم گستره مقادیر ممکن L را تعیین کنیم و تعیین مقدار هس یک از آنها امکان‌پذیر نیست. (درحقیقت، اغلب عکس آن مورد استفاده است یعنی با دانستن I_γ می‌توانیم گستره I_β را با اندازه‌گیری L تعیین کنیم). حتی اندازه‌گیری طول عمر هم به‌خاطر فرضهای بسیاری که برای به‌دست آوردن برآوردهای وایسکوف در نظر گرفته شده است، فایده چندانی ندارد. برای تعیین مرتبه چندقطبی در تابش γ باید توزیع زاویه‌ای تابش را اندازه‌گیری کرد، و برای تشخیص نوع الکتریکی یا مغناطیسی تابش باید به اندازه‌گیریهای اضافی نظیر اندازه‌گیری قطبیدگی تابش دست یازید.

برای روشن شدن موضوع، یک گذار دوقطبی از $I_i = 0$ به $I_f = 0$ را در نظر می‌گیریم. حالت ابتدایی شامل سه زیرتراز با مشخصات $m_i = +1, 0, -1$ است؛ حالت نهایی فقط یک زیرتراز به صورت $m_f = 0$ دارد. توزیع زاویه‌ای معمولاً به مقادیر m_f و m_i بستگی دارد. برای مثال، در مورد گذار $m_i = 0$ به $m_f = 0$ ، احتمال گسیل گاما به صورت $\sin^2\theta$ تغییر می‌کند (که زاویه θ نسبت به محور z تعریف شده است که از آن برای اندازه‌گیری مؤلفه‌های I_i استفاده می‌کنیم). در حقیقت، این همان مانسٔ کوانتومی تابش یک دوقطبی کلاسیک است که در بخش ۲.۱۰ بررسی شد. گذارهای از $m_i = \pm 1$ به $m_f = 0$ دارای توزیع‌هایی زاویه‌ای هستند که به صورت $(1 + \cos^2\theta)(1/2)$ تغییر می‌کنند. اگر بتوانیم یکی از سه حالت اولیه m را انتخاب و توزیع زاویه‌ای آن مؤلفه از گذار را اندازه‌گیری کنیم، به توزیع زاویه‌ای مشخصه دست خواهیم یافت. ساده‌ترین طرح برای انجام این کار قرار دادن هسته‌ها در یک میدان مغناطیسی بسیار قوی است، به طوری که برهم کنش گشتاور مغناطیسی μ مربوط به تراز I_i سبب شکافتگی آن تراز بر حسب سم‌گیری نسبی I_i و میدان B خواهد شد. (این پدیده درست مشابه پدیدهٔ زیمن در آهن‌هاست.) شکل ۲.۱۰



شکل ۲.۱۰ اثر هسته‌ای زیمن. در میدان مغناطیسی B ، تعداد $2I_i + 1$ زیر تراز حالت I_i به محالات با فواصل مساوی و اختلاف انرژی $\Delta E = \mu B / I_i$ شکافته می‌شوند. برای مورد نشان داده شده داریم $I_i = 1$ ، $2I_i + 1 = 3$ ، $I_f = 0$ و $\Delta E = \mu B$. این سه گذار در قواعد گسزینش $\Delta m = 0, \pm 1$ صدق می‌کنند. خطوط گامای مشاهده شده در زیر هر نمودار نشان داده شده است. به علت بزرگتر بودن تفکیک انرژی از شکافتگی ΔE ، نمی‌توانیم مؤلفه‌های مختلف را تفکیک کنیم.

نموداری از این وضعیت را نشان می‌دهد. قبل از برقراری میدان، يك گذار با انرژی E وجود دارد. حضور میدان، بساعت شکافتگی ترازها و تولید سه گذار با انرژیهای $E + \Delta E$ ، E و $E - \Delta E$ خواهد شد که در آن $\Delta E = \mu B$ است. اگر برای مثال بتوانیم فقط مؤلفه با انرژی $E + \Delta E$ را انتخاب کنیم، توزیع $(1/2)(1 + \cos^2\theta)$ نسبت به جهت میدان را ملاحظه خواهیم کرد. می‌توان مقدار ΔE را برای يك گشتاور مغناطیسی معادل ۱ مگتون هسته‌ای در میدان قوی ۱۰ T برابر $\Delta E \approx 10^{-6} \text{ eV}$ برآورد کرد. این مقدار کوچک ΔE بسیار کمتر از تفاوت انرژی قابل تفکیک توسط آشکارسازهای پرتو γ است که نوعاً نمی‌توانند گذارهای با فاصله حدود ۲ keV از یکدیگر را تفکیک کنند. بنابراین، در عمل مخلوطی از مقادیر ممکن $m_i \rightarrow m_f$ ($0 \rightarrow 0$ ، $0 \rightarrow 1$ ، $1 \rightarrow 0$) را مشاهده می‌کنیم. اگر $W(\theta)$ توزیع زاویه‌ای مشاهده شده باشد، داریم

$$W(\theta) = \sum_i p(m_i) W_{m_i \rightarrow m_f}(\theta)$$

که در آن $p(m_i)$ تراکم حالت اولیه، یعنی کسر هسته‌هایی است که هر زیرتراز را اشغال کرده‌اند.

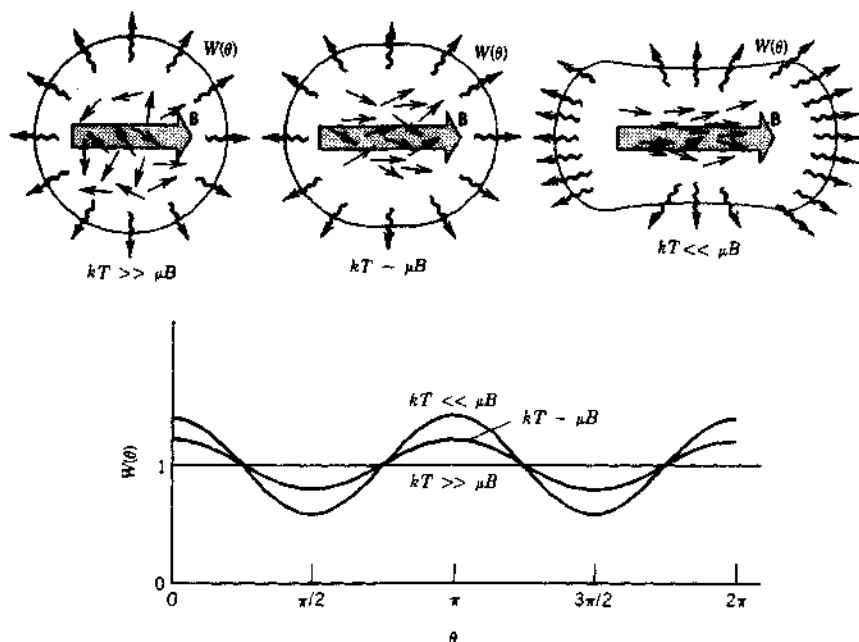
در شرایط عادی تمام تراکمها با هم برابرند $p(1) = p(0) = p(-1)$ ، به طوری که داریم

$$W(\theta) \propto \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} (1 + \cos^2\theta) \right] + \frac{1}{3} (\sin^2\theta) + \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} (1 + \cos^2\theta) \right] = \text{const.}$$

یعنی توزیع زاویه‌ای ناپدید می‌شود و شدت مستقل از جهت است.

دو روش برای ایجاد تراکم نامساوی $p(m_i)$ که به مقادیر غیر ثابت $W(\theta)$ منجر می‌شود، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در روش نخست، هسته‌ها در يك میدان مغناطیسی قوی که شرح آن رفت، قرار می‌گیرند ولی در همان حال آنها را تا دماهای بسیار کم، در حدی که تراکمها در اثر توزیع بولتزمن $p(m_i) \propto e^{-m_i(\Delta E/kT)}$ نابرابر شوند، سرد می‌کنیم. برای داشتن تراکمهای نابرابر، باید دما مخالف يك باشد که این امر به معنی هم مرتبه بودن ΔE و kT است. (در دماهای بالا، مانند دمای اتاق، $kT \approx 1/40 \text{ eV}$ است و با توجه به برآورد قبلی $\Delta E = 10^{-6} \text{ eV}$ داریم $\Delta E \ll kT$) برای اینکه $\Delta E \sim kT$ شود، باید هسته‌ها تا $K \approx 0.01$ سرد شوند. این عمل با استفاده از سردکنهای مسدوم به نام سردکنهای مایمی هلیوم صورت می‌گیرد، و این روش که سمگتری هسته‌ای دمای پایین خوانده می‌شود، روشی نیرومند برای تعیین خصوصیت چند قطبی پرتو γ و استنباط اسپین هسته‌ای است. شکل ۳۰۱۰ توزیعهای زاویه‌ای مشخصه تابش دوقطبی را نشان می‌دهد. توجه کنید که با استفاده از این روش هنوز نمی‌توانیم يك مؤلفه گذار را از دیگری تمیز دهیم؛ فقط شرایطی ایجاد کرده‌ایم که در آن مؤلفه‌های مختلف سهمهای نامساوی در مخلوط دارند.

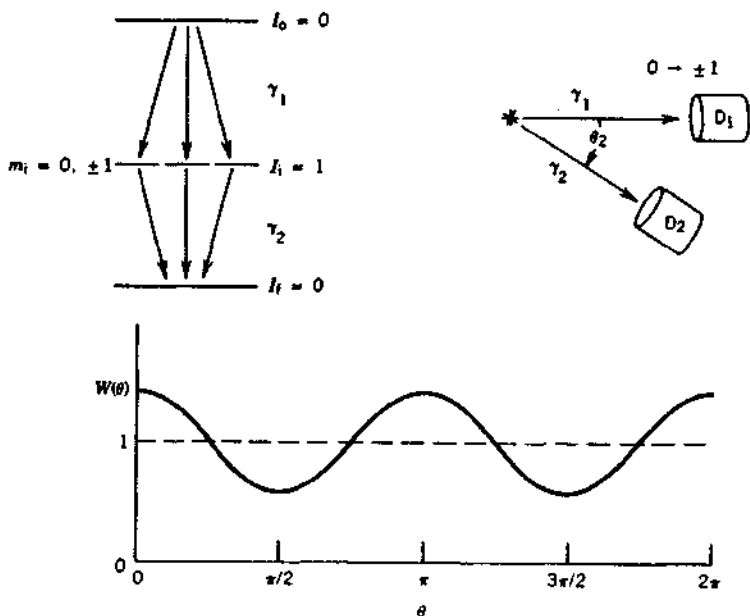
روش دوم شامل ایجاد مخلوط نامساوی از تراکمهای $p(m_i)$ با استفاده از مشاهده تابش قبلی است. برای سهولت، فرض می‌کنیم که تراز I_1 با گذارهایی از حالت اسپینی $I_0 = 0$ متراکم شده است، در این صورت همان‌طور که در شکل ۴۰۱۰ نشان داده‌ایم، با



شکل ۳.۱ توزیع‌های زاویه‌ای هسته‌ها با اسپینهای سمت‌گیری شده در دماهای کم. در تصویر بالایی سمت‌چپ، توزیع انتظاری تابش در دمای بالا داده شده است؛ میدان مغناطیسی به علت حرکت گرمایی تأثیری در سمت‌گیری اسپینهای هسته‌ای ندارد. در دماهای متوسط (تصویر میانی در بالا)، اسپینها شروع به هم‌خط‌شدن با میدان می‌کنند. و توزیع تابش غیریکنواخت می‌شود. در دمای بسیار پایین، اسپینها به‌طور کامل با میدان هم‌خط می‌شوند. اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای تابش دوقطبی، نتایجی به‌صورت شکل پایین به‌دست می‌دهد.

توالی $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ که متشکل از دو تابش γ_1 و γ_2 است سروکار داریم. اولین تابش را در جهت معینی مشاهده می‌کنیم که آن را محور z در نظر می‌گیریم. تابش دوم در جهتی ملاحظه می‌شود که با این محور زاویه θ_1 می‌سازد. اولین تابش نسبت به محور z دارای توزیع زاویه‌ای فوق‌الذکر است؛ توزیع زاویه‌ای برای $m_1 = 0$ تا $m_1 = \pm 1$ با $\sin^2 \theta_1$ ، و برای $m_1 = 0$ تا $m_1 = \pm 1$ با $(1 + \cos^2 \theta_1)$ متناسب است. از آنجا که محور z را در امتداد γ_1 تعریف کرده‌ایم، داریم $\theta_1 = 0$ و در نتیجه گذار $0 \rightarrow 0$ نمی‌تواند در آن جهت گسیل شود. یعنی، هسته‌هایی که در آنها γ_1 پس از γ_2 مشاهده می‌شود برای $m_1 = 0$ باید دارای تراکم $p(m_1) = 0$ باشند. بنابراین توزیع زاویه‌ای γ_2 نسبت به γ_1 برابر است با

$$W(\theta) \propto \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \right] + 0 (\sin^2 \theta) + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \right] \\ \propto 1 + \cos^2 \theta$$



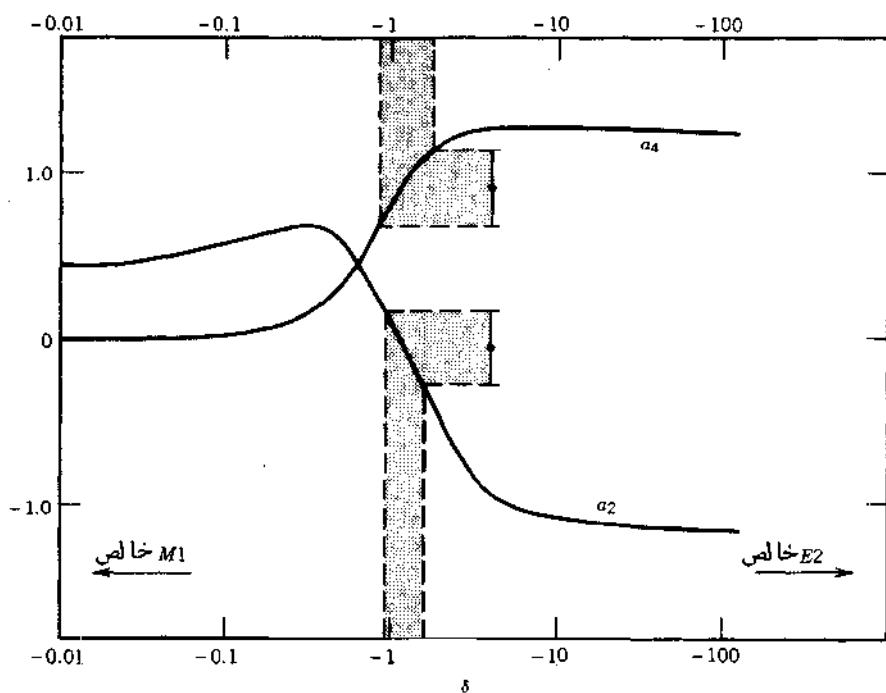
شکل ۴.۹۰ اندازه‌گیری همبستگی زاویه‌ای. در يك تساوی دو تابشی که در اینجا به صورت $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ فرض می‌شود، توزیع زاویه‌ای γ_2 نسبت به جهت γ_1 اندازه‌گیری می‌شود. يك نتیجه کلی حاصل از دو گذار دوقطبی در شکل پایین نشان داده شده است.

این نوع آزمایش را همبستگی زاویه‌ای می‌نامند. در این مورد هم، مؤلفه‌های منفرد γ_2 را مشاهده نمی‌کنیم، بلکه يك توزیع تراکم m حالتی از حالت I_i را ایجاد می‌کنیم. این نمونه‌های اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای را به عنوان ساده‌ترین مورد تابش دوقطبی در نظر گرفتیم. به‌طور کلی، توزیع زاویه‌ای یا همبستگی تابش چندقطبی به‌صورت چندجمله‌ای توانهای زوج $\cos \theta$ است

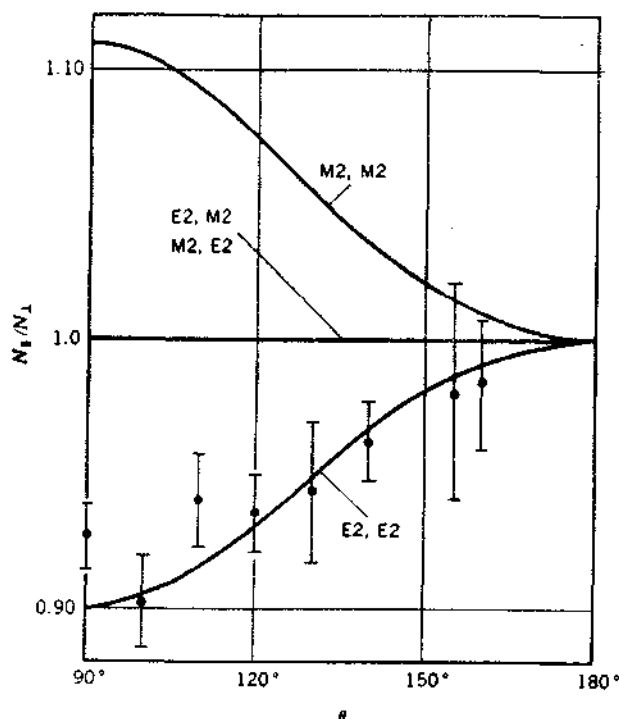
$$W(\theta) = 1 + \sum_{k=1}^L a_{\gamma k} \cos^{2k} \theta \quad (17.10)$$

که در آن ضرایب $a_{\gamma k}$ به I_f ، I_i ، و نیز به اینکه آزمایش توزیع زاویه‌ای دمای پایین یا آزمایش همبستگی را انجام دهیم، بستگی دارد. برای مثال، برای همبستگی زاویه‌ای $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ در آن γ_1 و γ_2 تابش E_2 هستند $[\gamma_2]$ طبق قواعد گزینش (معادله ۱۶.۱۰) E_2 خالص است؛ γ_1 مخلوط ناچیزی از M_3 و چند قطبیه‌های بالاتر دارد، داریم $a_2 = 1/8$ و $a_4 = 1/24$ ، درحالی‌که برای $0 \rightarrow 2 \rightarrow 0$ همبستگی زاویه‌ای به‌صورت -3 و $a_2 = 4$ است. با رجوع به هدف اصلی این بحث، همبستگی زاویه‌ای $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ را که در آن γ_1 مخلوط M_1 و E_2 (با چشمپوشی از

چندقطبیه‌های بالاتر) است، در نظر می‌گیریم. ضرایب a_p و a_q به مقادیر نسبی تابش M_1 و E_2 وابسته‌اند؛ شکل ۵.۱۰ تغییرات a_p و a_q را بر حسب پارامتر δ نشان می‌دهد، که در آن اساساً برابر $m_{fi}(E_2)/m_{fi}(M_1)$ و $m_{fi}(\sigma L)$ جزء ماتریس گذار با تعریف معادله (۹.۱۰) است. کسر گذار E_2 برابر $\delta^2/(1+\delta^2)$ و کسر تابش M_1 برابر $1/(1+\delta^2)$ است. به عنوان مثال، توالی $2^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ را با انرژی ۸۱۸-۶۵۸ keV در ^{110}Cd با مقادیر اندازه‌گیری شده $a_p = -0.06 \pm 0.22$ و $a_q = 0.89 \pm 0.24$ در نظر می‌گیریم. چنانکه در شکل ۵.۱۰ نشان داده شده است، نسبت استنتاج شده جزء ماتریسهای چندقطبی برابر $\delta = -1.2 \pm 0.2$ می‌شود و این بدان معنی است که تابش ۸۱۸ keV مخلوطی از ۵۹ درصد E_2 و ۴۱ درصد M_1 است. این اطلاع دقیق از خصوصیت چندقطبی، در ارزشیابی مدل‌های هسته‌ای و استنتاج نیمه‌عمرهای جزئی که در بخش ۷.۱ بحث شد، حائز اهمیت است. بنابراین، اندازه‌گیری‌های توزیع زاویه‌ای و همبستگی نقش فوق‌العاده مهمی در طیف‌نمایی هسته‌ای دارند.



شکل ۵.۱۰ تحلیل اطلاعات همبستگی زاویه‌ای برای نسبت جزء ماتریسهای E_2 به M_1 در یک گذار. پاره‌خطهای عمودی خطا گستره‌های تعیین تجربی a_p و a_q را نشان می‌دهند، و هریک از آنها مقدار δ خاص خود را دارد. منحنیهای a_p و a_q با استفاده از نظریه و برای توالی $2^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ در ^{110}Cd به دست آمده‌اند.



شکل ۶.۱۰ تعیین همبستگی زاویه‌ای که در آن قطبش خطی تابش، اندازه‌گیری می‌شود. زاویه θ ، مانند شکل‌های ۴.۱۰ و ۴.۷، زاویه بین دو تابش است. اطلاعات نشان داده شده به‌دوگزار در واپاشی ^{46}Sc مربوط می‌شوند. منحنیهای نظری برای ترکیبهای مختلف تابشهای $E2$ و $M2$ رسم شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که هر دو گزار باید از نوع $E2$ باشند که با نمودار تراز اخیراً شناخته شده $0^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 4^+$ سازگار هستند.

تعیین ماهیت الکتریکی یا مغناطیسی تابش مستلزم اندازه‌گیریهای اضافی است زیرا در توزیع زاویه‌ای، مقادیر a_p و a_q برای تابشهای E و M یکسان است. چنانکه در شکل ۱.۱۰ دیده می‌شود، بردار میدان تابش $\mathbf{E}$ برای تابش الکتریکی موازی با محور دو قطبی و برای تابش مغناطیسی بر آن عمود است. همین خصوصیت به توصیف کوانتومی کامل منتقل می‌شود، و ما می‌توانیم با تعیین ارتباط جهتی بین محور هسته گسیلنده که در همان جهت تابش گسیل شده است و میدان $\mathbf{E}$ تابش، تابشهای E و M را از یکدیگر تمیز دهیم. صفحه حاصل از جهت انتشار تابش $\mathbf{r}$ و میدان $\mathbf{E}$ را صفحه قطبش می‌نامند. (با معلوم بودن $\mathbf{r}$ و $\mathbf{E}$ می‌توانیم $\mathbf{B}$ را به‌دست آوریم، زیرا تابش در جهت $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ منتشر می‌شود. انتخاب $\mathbf{r}$ و $\mathbf{E}$ برای تعریف قطبش یک قرارداد است و دارای اهمیت ذاتی نیست.) مانند مورد قبل، باید از یک توزیع نابرابر حالات m شروع کنیم. (در مورد کلاسیک، این مطلب با شناخت

جهت محور دوقطبی معادل می‌شود. زیرا يك جهت معين E ممکن است متناظر با يك دوقطبی الکتریکی در جهت z یا يك دوقطبی مغناطیسی در جهت y باشد.) این نوع اندازه گیری، تسوئیع قطبش خطی نامیده می‌شود، و معمولاً با استفاده از وابستگی به قطبش پسرانکندگی کامپتون (بخش ۹.۷ و شکل ۴۳.۷) انجام می‌شود. شکل ۶.۱۰ مثالی از همبستگی زاویه‌ای است که در آن قطبش خطی γ مشاهده شده است. مانند مورد قبل، مشاهده تابش پیشین γ در عمل توزیع نابرابر m حالتی را به وجود می‌آورد، و ماقبش خطی γ را با اندازه گیری شدت فوتونهای پراکنده کامپتون بر حسب ϕ به دست می‌آوریم.

۶.۱۰ تبدیل داخلی

تبدیل داخلی يك فرایند الکترومغناطیسی است که با گسیل γ رقابت می‌کند. در این مورد، میدانهای چندقطبی الکترومغناطیسی هسته سبب گسیل فوتون نمی‌شوند؛ بلکه برهم کنش میدانها با الکترونهای اتمی باعث گسیل یکی از الکترونهای اتم می‌شود. برخلاف واپاشی بتا، الکترون در فرایند واپاشی خلق نمی‌شود، بلکه الکترونی است که از قبل در یکی از مدارهای اتم وجود داشته است. به این دلیل، آهنگ واپاشی تبدیل داخلی با تغییر محیط شیمیایی و در نتیجه تغییر مدارهای اتمی می‌تواند اندکی تغییر کند. اما باید به خاطر داشته باشید که این فرایند دو مرحله‌ای نیست که در آن ابتدا فوتون توسط هسته گسیل شود و سپس الکترون اتمی را با فرایندی مشابه پدیدۀ فوتوالکتریک بیرون براند؛ احتمال چنین فرایندی بسیار ناچیز است.

بخشی از انرژی گذار ΔE در این مورد به صورت انرژی جنبشی الکترون گسیل شده T_e ظاهر می‌شود، و بخشی هم با توجه به لزوم خنثی سازی انرژی بستگی B ، برای بیرون راندن الکترون از پوسته اتمی مصرف می‌شود

$$T_e = \Delta E - B \quad (۱۸.۱۰)$$

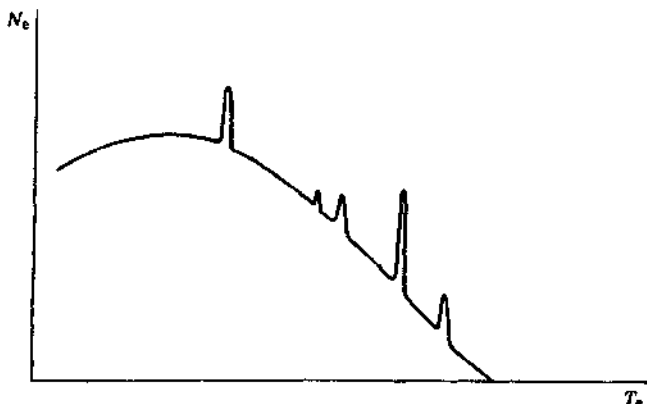
همان طور که در بحث انرژی بستگی هسته‌ای عمل کردیم، B را مثبت در نظر می‌گیریم. بدیهی است که انرژی يك حالت مقید منفی است، و ما در اینجا انرژی بستگی را به صورت انرژی لازم برای انتقال از حالت مورد بحث به انرژی صفر در نظر می‌گیریم. به علت اینکه انرژی بستگی الکترون از مداری به مدار دیگر فرقی می‌کند، حتی برای يك گذار معين ΔE هم الکترونهای تبدیل داخلی دارای انرژیهای متفاوتی خواهند بود. بدین سان، طیف الکترون چشمه‌ای که يك گامای منفرد گسیل می‌کند از مؤلفه‌های مختلف تشکیل شده است؛ و این مؤلفه‌ها برخلاف الکترونهایی که در واپاشی بتا گسیل می‌شوند انرژیهای گسسته‌ای دارند. بیشتر چشمه‌های رادیواکتیو، هم الکترونهای واپاشی بتا و هم الکترونهای تبدیل داخلی گسیل می‌کنند، و جدا کردن قله‌های ناپوسته الکترونهای تبدیل داخلی که روی

طیف پیوسته β قرار دارند نسبتاً کار آسانی است (شکل ۷۰۱۰).

طبق معادله (۱۸۰۱۰)، فرایند تبدیل داخلی انرژی آستانه‌ای برابر انرژی بستگی در يك مدار خاص دارد؛ در نتیجه الکترونهاي تبدیل با توجه به پوسنه الكترونیی كه از آن سرچشمه گرفته اند با K, L, M مشخص می‌شوند كه متناظر با اعداد كسوانتومی اصلی $n = 1, 2, 3, \dots$ هستند. علاوه، اگر توان تفكیک بسیار زیاد باشد، حتی زیر ساختار متناظر با تلك تلك الکترونهاي هر پوسته را ملاحظه خواهیم كرد. برای مثال پوسنه $L (n=2)$ دارای اوربیتالهای اتمی $2s_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}$ است؛ الکترونهاي ناشی از این پوسته‌ها به ترتیب الکترونهاي تبدیل L_I, L_{II} و L_{III} نامیده می‌شوند.

پس از فرایند تبدیل، جای الکترون گسیل شده در یکی از پوسته‌های اتم خالی می‌ماند كه آن را تهیجا می‌گویند. این تهیجا به سرعت توسط الکترونهاي پوسته‌های بالاتر پر می‌شود، و در نتیجه گسیل پرتو x مشخصه را نیز همراه الکترونهاي تبدیل داخلی مشاهده می‌کنیم. به همین دلیل، در مطالعه گسیل γ از يك چشمه رادیواکتیو، در نزدیکی انتهای كم انرژی طیف معمولاً پرتوهای x نیز مشاهده می‌شوند.

برای نشان دادن چگونگی محاسبه انرژی الکترون، واپاشی بتا ازای ^{203}Tl به ^{203}Hg را در نظر می‌گیریم كه به دنبال آن يك پرتو γ با انرژی 279.190 keV گسیل می‌شود. برای محاسبه انرژی الکترونهاي تبدیل، باید انرژی بستگی الکترونهاي دختر هسته Tl را در نظر بگیریم زیرا گسیل الکترون از این اتم صورت می‌گیرد. (فرض می‌کنیم كه پوسته‌های اتمی در فاصله بین گسیل γ و گسیل بعدی گاما یا الکترون تبدیلی وقت کافی دارند تا به حالت عادی برسند؛ البته این مطلب الزاماً صحیح نیست و به محیط شیمیایی و طول عمر حالت برانگیخته بستگی دارد.) فهرست انرژی بستگی الکترونها در جدول ایسزوتوپها در پیوست ج درج شده است. برای Tl با استفاده از این جدول مقادیر زیر به دست می‌آید



شکل ۷۰۱۰ نمونه‌ای از طیف الکترون كه ممكن است از يك چشمه رادیواکتیو گسیل شود. چند قله ناپوسته تبدیل داخلی روی زمینه پیوسته واپاشی بتاها قرار دارند.

$$B(K) = 850529 \text{ keV}$$

$$B(L_I) = 150347 \text{ keV}$$

$$B(L_{II}) = 140698 \text{ keV}$$

$$B(L_{III}) = 120657 \text{ keV}$$

$$B(M_I) = 30704 \text{ keV}$$

و همین طور برای پوسته‌های M، N، و O نیز مقادیر انرژی بستگی الکترونها قابل استخراج است. بنابراین انتظار داریم که الکترونهاى تبدیل با انرژیهای زیر گسیل شوند

$$T_e(K) = 279090 - 850529 = 193661 \text{ keV}$$

$$T_e(L_I) = 279090 - 150347 = 263743 \text{ keV}$$

$$T_e(L_{II}) = 279090 - 140698 = 264392 \text{ keV}$$

$$T_e(L_{III}) = 279090 - 120657 = 266433 \text{ keV}$$

$$T_e(M_I) = 279090 - 30704 = 275019 \text{ keV}$$

شکل ۸.۱۰ طیف الکترون ^{203}Hg را نشان می‌دهد. در این شکل طیف پیوسته β و خطوط الکترونی، در انرژیهای محاسبه شده، قابل مشاهده‌اند.

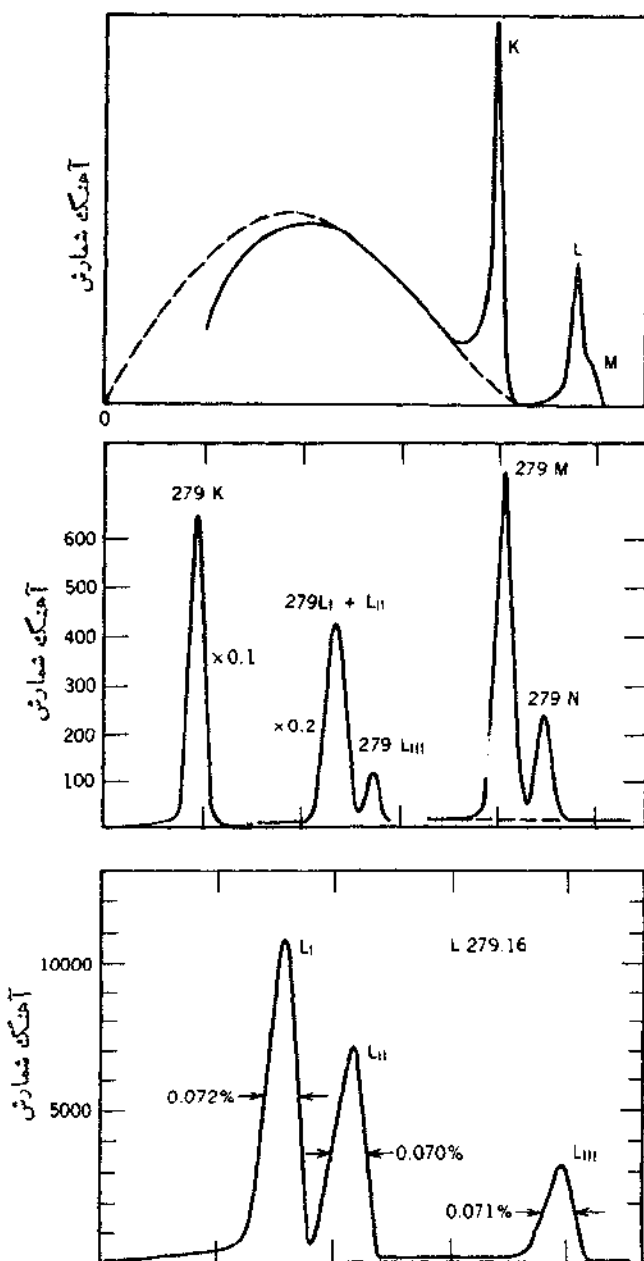
یکی از نکاتی که در این شکل کاملاً مشهود است، شدت متغیر الکترونهاى تبدیل در واپاشی است. این تغییرات، چنانکه خواهیم دید، به خصوصیت چندقطبی میدان تابش بستگی دارد؛ در حقیقت، اندازه‌گیری احتمالات نسبی گسیل الکترون تبدیلی یکی از راههای اصلی تعیین مشخصات چندقطبی است.

در بعضی موارد، تبدیل داخلی شدیداً بر تابش γ مرجح است؛ در بقیه موارد ممکن است در مقایسه با گسیل γ کاملاً ناچیز باشد. به عنوان يك قانون کلی، در محاسبه احتمال گسیل γ باید تصحیح تبدیل داخلی انجام شود. یعنی اگر نیمه عمر يك تراز خاص را بدانیم، احتمال واپاشی کل λ_e (برابر $0.693/t_{1/2}$) دارای دو مؤلفه است، یکی (λ_γ) ناشی از گسیل γ و دیگری (λ_e) ناشی از تبدیل داخلی

$$\lambda_t = \lambda_\gamma + \lambda_e \quad (19.10)$$

واپاشی تراز از طریق فسر ایند ترکیبی خیلی سریعتر از گسیل γ به تهابی خواهد بود. بهتر است (چنانکه خواهیم دید) ضریب تبدیل داخلی α را به صورت زیر تعریف کنیم

$$\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} \quad (20.10)$$



شکل ۸-۱۵ طیف الکترون حاصل از واپاشی ^{203}Hg در تصویر بالا، طیف پیوسته β همراه با خطوط تبدیل K، L و M تفکیک نشده قابل مشاهده است. در تصویر میانی، طیف تبدیل با تفکیک بیشتر نشان داده شده است؛ خطوط L و M به خوبی جدا شده اند و حتی L_{III} نیز تفکیک شده است. در تفکیک خیلی بهتر شکل پایینی، خطوط L_I و L_{II} به روشنی از هم جدا شده اند.

در این صورت α احتمال گسیل الکترون را نسبت به گسیل γ نشان می‌دهد، که بزرگی آن از مقادیر بسیار کوچک (تقریباً صفر) تا بسیار بزرگ تغییر می‌کند. بدین ترتیب، احتمال کلی واپاشی به صورت زیر است

$$\lambda_t = \lambda_\gamma(1 + \alpha) \quad (21.10)$$

اگر α را ضریب تبدیل داخلی کلی بدانیم، آنگاه می‌توانیم ضریبهای جزئی مربوط به پوسته‌های اتمی مختلف را به صورت زیر در نظر بگیریم

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \lambda_\gamma + \lambda_{e,K} + \lambda_{e,L} + \lambda_{e,M} + \dots \\ &= \lambda_\gamma(1 + \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots) \end{aligned} \quad (22.10)$$

و در نتیجه

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots \quad (23.10)$$

البته، با در نظر گرفتن زیر پوسته‌ها، می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$\alpha_L = \alpha_{LI} + \alpha_{LII} + \alpha_{LIII} \quad (24.10)$$

و برای سایر پوسته‌ها هم می‌توانیم روابط مشابهی بنویسیم.

محاسبه ضرایب تبدیل داخلی، فرایندی مشکل و فراتر از سطح این کتاب است. در عوض سعی خواهیم کرد تا بعضی از نتایج کلی را توجیه و تفاوت این محاسبه را با محاسبه مشابه برای گسیل γ نشان دهیم. به علت منشأ الکترومغناطیسی این فرایند، جزء ماتریس حاکم بر فرایند با دو استثنا کاملاً مشابه معادله (۹.۱۰) است: حالت ابتدایی شامل يك الکترون مقید است، به طوری که داریم $\psi_{i,N} = \psi_{i,N} \psi_{e,N}$ که در آن N نماینده تابع موج هسته و e نمایانگر تابع موج الکترون است. همین‌طور $\psi_{f,N} = \psi_{f,N} \psi_{e,N}$ که در آن $\psi_{e,N}$ تابع موج ذره آزاد $e^{-ik \cdot r}$ است. با يك تقریب بسیار خوب، تابع موج اتمی تغییرات نسبتاً کمی روی هسته دارد، و می‌توانیم به جای $\psi_{e,N}(\mathbf{r}_e)$ مقدار آن را در $\mathbf{r}_e = 0$ قرار دهیم. اما نکته مهم این است که کلیه اطلاعات مشخصاً هسته‌ای در تابعهای $\psi_{i,N}$ و $\psi_{f,N}$ نهفته‌اند، و عملگر چندقطبی الکترومغناطیسی یکسانی $m(\sigma L)$ بر گسیل γ و تبدیل داخلی حاکم است. بنابراین، بخش هسته‌ای جزء ماتریس معادله (۹.۱۰) برای هر دو فرایند یکسان است

$$\begin{aligned} \lambda_\gamma(\sigma L) &\propto |m_f(\sigma L)|^2 \\ \lambda_e(\sigma L) &\propto |m_f(\sigma L)|^2 \end{aligned} \quad (25.10)$$

و بدین ترتیب، ضریب تبدیل داخلی α ، یعنی نسبت λ_e به λ_γ ، مستقل از جزئیات ساختار هسته‌ای است. ضریب α به عدد اتمی اتمی که فرایند در آن رخ می‌دهد، انرژی گذار، و چندقطبی

بودن آن (و بنابراین، به‌طور غیر مستقیم به‌ساختار هسته‌ای آن) بستگی دارد. بدین‌سان می‌توانیم جداول کلی یا منحنی‌هایی برای مقادیر مختلف Z ، T_e و L داشته باشیم. در اینجا مطلب را بسیار ساده کرده‌ایم، زیرا تابع موج الکترون $\psi_{1,0}$ در هسته نفوذ می‌کند و از تابع موج ویژه هسته نیز متأثر است، ولی اثر آن بر ضریب تبدیل بسیار اندک و معمولاً قابل چشم‌پوشی است.

یک محاسبهٔ نائسیستی، نتایج آموزندهٔ زیر را برای چند قطبیه‌های الکتریکی (E) و مغناطیسی (M) به‌دست می‌دهد

$$\alpha(EL) \cong \frac{Z^2}{n^2} \left(\frac{L}{L+1} \right) \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+5/2} \quad (26.10)$$

$$\alpha(ML) \cong \frac{Z^2}{n^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+3/2} \quad (27.10)$$

که در آنها Z عدد اتمی مربوط به اتمی است که در آن تبدیل داخلی صورت گرفته است (دختر هسته، درمورد گذارهای پس از واپاشی بتا) و n عدد کوانتومی اصلی تابع موج الکترون مقید است؛ عامل $(Z/n)^2$ ناشی از جمله $|\psi_{1,0}(0)|^2$ است که در آهنگ تبدیل ظاهر می‌شود (تابع موجهای هیدروژنی جدول ۵.۲ وجود عامل $(Z/n)^{3/2}$ را در ثابت بهنجارش نشان می‌دهند). عامل بی‌بعد $e^2/4\pi\epsilon_0 \hbar c$ همان ثابت ساختار ریز با مقداری نزدیک به $1/137$ است.

این نحوهٔ برخورد با ضرایب تبدیل تقریبی است، زیرا الکترون را باید نسبیستی در نظر گرفت (انرژیهای گذار نوعاً ۵ ده تا ۱ MeV هستند، بنابراین شرط $T_e \ll m_e c^2$ حقیقت ندارد) و تابع موجهای هسته «نقطه‌ای» کولنی در جدول ۵.۲ اثرات مهمی را که هنگام نفوذ الکترون در هسته رخ می‌دهند، نادیده می‌گیرند. ضرایب تبدیل مبتنی بر محاسبات دقیقتر در جدول پایان فصل دیده می‌شوند. اما، این عبارات تقریبی هم تعدادی از خصوصیات ضرایب تبدیل را به‌روشنی نشان می‌دهند.

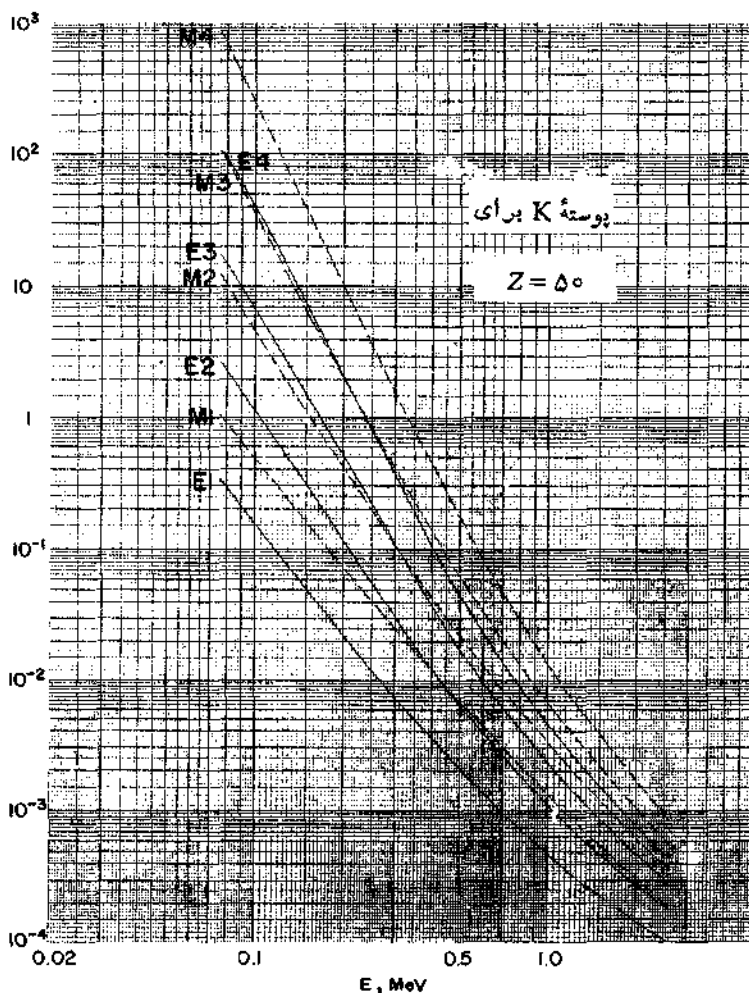
۱. این ضرایب متناسب با Z^2 افزایش می‌یابند، و در نتیجه فرایند تبدیل در هسته‌های سنگین مهمتر از هسته‌های سبک است. برای مثال، گذار E_2 با انرژی ۱۲۷ MeV در ^{20}Ne دارای $\alpha_K = 6.8 \times 10^{-6}$ و گذار E_2 با انرژی ۱۲۲ MeV در ^{184}W دارای $\alpha_K = 2.5 \times 10^{-3}$ است؛ نسبت آنها همان‌طور که انتظار می‌رود برابر $(10/24)^2$ است.
۲. ضریب تبدیل با افزایش انرژی گذار به‌سرعت کاهش می‌یابد. (برعکس، احتمال گسیل γ با افزایش انرژی به‌سرعت افزایش می‌یابد.) برای مثال، در هسته ^{60}Co سه گذار M_1 با انرژیهای ۱۵۸ keV ($\alpha_K = 0.011$)، ۳۷۰ keV ($\alpha_K = 0.0034$)، و ۸۱۲ keV ($\alpha_K = 0.00025$) وجود دارند، که کاهش آنها همان‌طور که از معادله (۲۷.۱۰) انتظار می‌رود تقریباً به صورت $E^{-2.5}$ است.

۳. ضرایب تبدیل با افزایش مرتبه چندقطبی به سرعت افزایش می‌یابند؛ درحقیقت، برای مقادیر زیادتر I ، گسیل الکترون تبدیل ممکن است بسیار محتملتر از گسیل γ باشد. برای مثال، در ^{99}Tc یک‌گذار $M1$ با انرژی 141 keV و $\alpha_K = 0.105$ وجود دارد، درحالی‌که برای گذار $M2$ با انرژی 143 keV داریم $\alpha_K = 30$. بر مبنای معادله (۲۷.۱۵) انتظار داریم که نسبت $\alpha_K(143)/\alpha_K(141)$ در حدود $(2m_e c^2/E)^3$ یا حدود 370 باشد که با نتیجه مشاهده شده (حدود 300) کاملاً سازگار است.

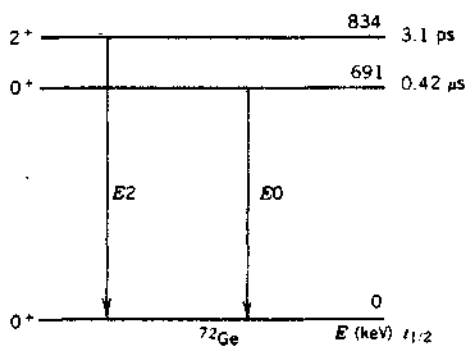
۴. ضرایب تبدیل برای پوسته‌های اتمی بالاتر ($n > 1$) متناسب با $1/n^3$ کاهش می‌یابد. بنابراین، برای یک‌گذار معین به تقریب می‌توان انتظار داشت که $\alpha_K/\alpha_L \simeq 8$ باشد. استفاده از تابع موجهای صحیح الکترون سبب تغییر قابل ملاحظه در این برآوردهای اولیه می‌شود، ولی بسیاری از مقادیر تجربی α_K/α_L در گستره ۳ تا ۸ قرار می‌گیرند و بنابراین حتی در این مورد هم برآورد ما قابل استفاده است.

بنابراین انتظار داریم که درسته‌های سنگین برای گذارهای کم انرژی و چندقطبیهای مرتبه بالا با ضرایب تبدیل نسبتاً بزرگ پوسته K ، و در سایر موارد (پوسته‌های اتمی بالاتر، انرژیهای گذار بیشتر، هسته‌های سبکتر و چندقطبیهای مرتبه پایینتر) با مقادیر کوچکتر روبه‌رو شویم.

درحالی‌که از این برآوردها مقادیر کیفی معقولی عاید می‌شود، برای مقایسه کمی نتایج نظری و تجربی باید با استفاده از تابع موجهای اتمی مناسب و محاسبات تفصیلی ضرایب تبدیل را به‌دست آورد. شکل ۹.۱۵ برخی از نتایج این محاسبات را نشان می‌دهد. خاطر نشان می‌شود که ضرایب مربوط به گذارهای EL و ML به‌طور قابل ملاحظه‌ای با هم تفاوت دارند؛ بنابراین با اندازه‌گیری α می‌توانیم پاریته نسبی حالات هسته‌ای را تعیین کنیم. در یک کاربرد دیگر هم استفاده از تبدیل داخلی نقش حیاتی دارد، و آن مشاهده گذارهای $E0$ است که از طریق تابش الکترومغناطیسی ممنوع‌اند، زیرا گشتاور تک‌قطبی هسته (یعنی بار آن) نمی‌تواند به نقاط خارج از هسته تابش کند. گذار $E0$ مخصوصاً در واپاشیهای از حالات اولیه 0^+ به حالات نهایی 0^+ که با هیچ فرایند مستقیم دیگری امکان‌پذیر نیست، حائز اهمیت است. در این مورد می‌توانیم هسته را به‌صورت کره‌کروی باردار متفادن در نظر بگیریم؛ که تنها حرکت ممکن در آن به‌صورت تیش است که میدان الکترونیکی را در نقاط خارج از کره تغییر نمی‌دهد و در نتیجه تابشی تولید نمی‌کند. تابع موجهای الکترونیکی که در حوالی $r=0$ به‌صفر میل نمی‌کنند (یعنی حالات S) می‌توانند تحت تأثیر پتانسیل متغیر درون‌هسته پهنه‌قرار گیرند، و بدین‌سان انتقال انرژی به الکترون امکان‌پذیر می‌شود. به‌علت گسیل نشدن پرتوهای γ ، تعریف ضریب تبدیل (وقتی $\lambda_\gamma = 0$ باشد، α بینهایت است) امکان‌پذیر نیست. می‌توانیم مورد خاصی را در نظر بگیریم که در آن واپاشی با نمودار ^{76}Ge صورت می‌گیرد که در شکل ۱۵.۱۰ نشان داده شده است. حسالت برانگیخته 0^+ با تبدیل $E0$ و با نیمه‌عمر $42 \mu\text{s}$ در به‌حالت پایه واپاشیده می‌شود. حالت



شکل ۹.۱۰ ضرایب تبدیل داخلی پوسته K برای $Z=50$.



شکل ۱۰.۱۰ ترازهای انرژی در ^{72}Ge .

مجاور 2^+ می تواند با گسیل γ بسیار سریعتر واپاشیده شود؛ ضریب تبدیل داخلی برای آن واپاشی فقط در حدود $10^{-4} \times 49$ است. مقایسه این آهنگها که متضمن برآورد اجزای ماتریس هسته ای است (زیرا نمی توانیم نسبت λ_e/λ_γ را برای گذار E_0 در نظر بگیریم، اجزای ماتریس آن حذف نمی شوند)، می تواند اطلاعاتی در مورد ساختار داخلی حالت برانگیخته 0^+ در اختیار ما بگذارد.

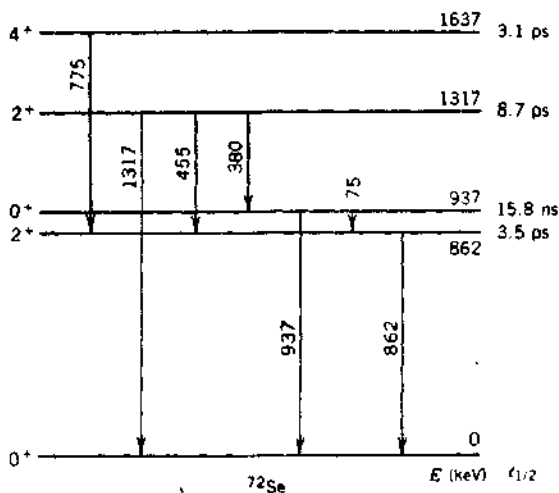
۷.۱۰ طول عمرهای گسیل γ

در فصل ۷، روشهای اندازه گیری نیمه عمرهای حالات برانگیخته را مورد بحث قرار دادیم. يك مورد استفاده اولیه این مقادیر تجربی، مقایسه آنها با مقادیر نظری مبتنی بر مدل های مختلف هسته ای است. از مقایسه مقادیر محاسبه شده مختلف با مقادیر تجربی، می توانیم اطلاعاتی در مورد ساختار هسته به دست آوریم.

قبل از انجام این کار، ابتدا باید آهنگ واپاشی جزئی گسیل گاما را همانند آنچه در پایان بخش ۵.۶ دیدیم، برآورد کنیم. نمونه واپاشی نشان داده شده در شکل ۱۱.۱۰ را در نظر می گیریم. نیمه عمر تراز 1317 keV برابر 87 ps اندازه گیری شده است. بنابر این، ثابت واپاشی کل آن عبارت است از

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{87 \times 10^{-12} \text{ s}} = 8.0 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

این آهنگ واپاشی درست برابر مجموع آهنگهای واپاشی متناظر به سه گذار تخلیه کننده تراز



شکل ۱۱.۱۰ ترازهای انرژی در ^{72}Se

مورد بحث است

$$\lambda_i = \lambda_{i, 1317} + \lambda_{i, 455} + \lambda_{i, 380}$$

$$= \lambda_{\gamma, 1317}(1 + \alpha_{1317}) + \lambda_{\gamma, 455}(1 + \alpha_{455}) + \lambda_{\gamma, 380}(1 + \alpha_{380})$$

ضرایب تبدیل را می‌توان از مراجع استاندارد به دست آورد (در این مورد، ضرایب اندازه‌گیری نشده‌اند). این ضرایب به اندازه کافی کوچک هستند (کوچکتر از ۰.۰۵) به طوری که با دقتی که در این محاسبه وجود دارد، می‌توان از آنها (در مقایسه با ۱) چشم‌پوشی کرد. بنابراین داریم

$$\lambda_i = \lambda_{\gamma, 1317} + \lambda_{\gamma, 455} + \lambda_{\gamma, 380}$$

از اندازه‌گیری شدتهای نسبی این سه پرتو γ نتایج زیر حاصل شده‌اند

$$\lambda_{\gamma, 1317} : \lambda_{\gamma, 455} : \lambda_{\gamma, 380} = 51 : 39 : 10$$

بنابراین آهنگهای واپاشی جزئی برای این سه پرتو γ عبارت‌اند از

$$\lambda_{\gamma, 1317} = 0.51(8.0 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}) = 4.1 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{\gamma, 455} = 0.39(8.0 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}) = 3.1 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{\gamma, 380} = 0.10(8.0 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}) = 0.8 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

این آهنگهای جزئی ثابت γ را می‌توان با مقادیر محاسبه‌شده، مانند برآوردهای وایسکوف از معادله (۱۳.۱۵)، مقایسه کرد. مقادیر انتظاری $\lambda(E\gamma)$ را محاسبه می‌کنیم

$$\lambda_{E\gamma, 1317} = 8.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{E\gamma, 455} = 4.3 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{E\gamma, 380} = 1.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

در مورد تراز 937 keV ($t_{1/2} = 1578 \text{ ns}$) نیز می‌توان به همین ترتیب عمل کرد

$$\lambda_i = \frac{0.693}{1578 \text{ ns}} = 4.39 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_i = \lambda_{i, 937} + \lambda_{i, 75} = \lambda_{e, 937} + \lambda_{\gamma, 75}(1 + \alpha_{75})$$

زیرا گذار 937 keV از نوع $E0 \rightarrow 0$ است که در بخش قبل مورد بررسی قرار گرفت. ضریب تبدیل کل گذار 75 keV در حدود ۲۴ است (با استفاده از جداول یا نمودارها). به‌طور تجربی می‌دانیم که $\lambda_{\gamma, 75} : \lambda_{e, 937} = 73 : 27$ است و در نتیجه داریم

$$\lambda_{e, 937} = 473 \times 10^6 s^{-1}$$

$$\lambda_{\gamma, 75} = 1716 = 10^3 s^{-1}$$

بالاخره، برای گذار ۸۶۲ keV به دست می آوریم

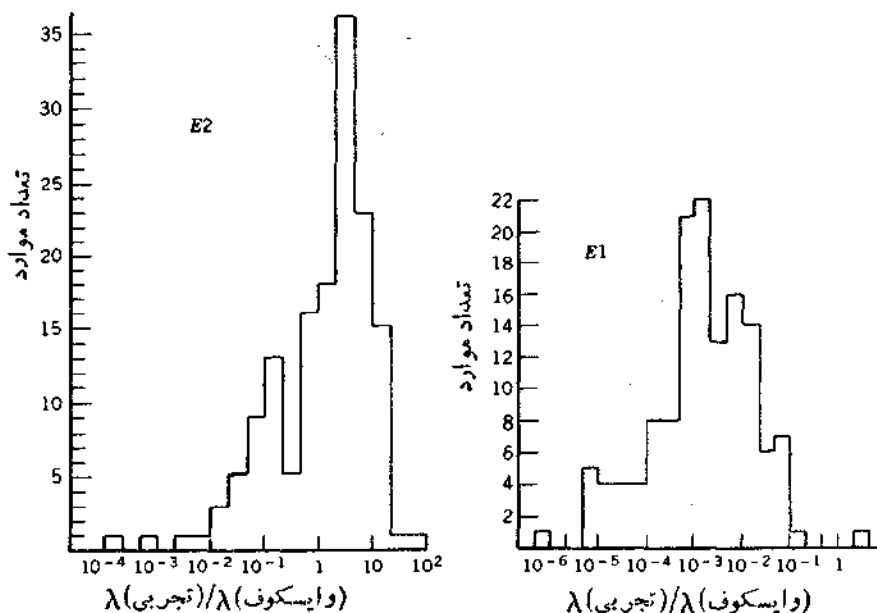
$$\lambda_{\gamma, 862} = 270 \times 10^{11} s^{-1}$$

با استفاده از برآوردهای وایسکوف، مقادیر محاسبه شده عبارت اند از

$$\lambda_{E2, 75} = 572 \times 10^4 s^{-1}$$

$$\lambda_{E2, 862} = 170 \times 10^{10} s^{-1}$$

نتیجه ای که از این محاسبات به دست می آید نشان می دهد که آهنگ گذارهای اندازه گیری شده معمولا يك مرتبه بزرگی از برآوردهای وایسکوف برای گذارهای $E2$ بزرگتر است. این مطلب، شاهدهی قوی بر ویژگیهای جمعی ساختار هسته ای است که در فصل ۵ بحث شد. برآوردهای وایسکوف بر این فرض استوارند که گذار از حرکت يك تك نوکلئون حاصل می شود، و این حقیقت که این مقادیر بسیار كوچك هستند نشان می دهد که نوکلئونهای بسیاری در گذار شرکت دارند. نتایج مشابهی را برای گذارهای متعدد $E2$ در شکل ۱۲.۱۰ نشان داده ایم، و چنانکه دیده می شود، این تشدید یا شتاب گیری



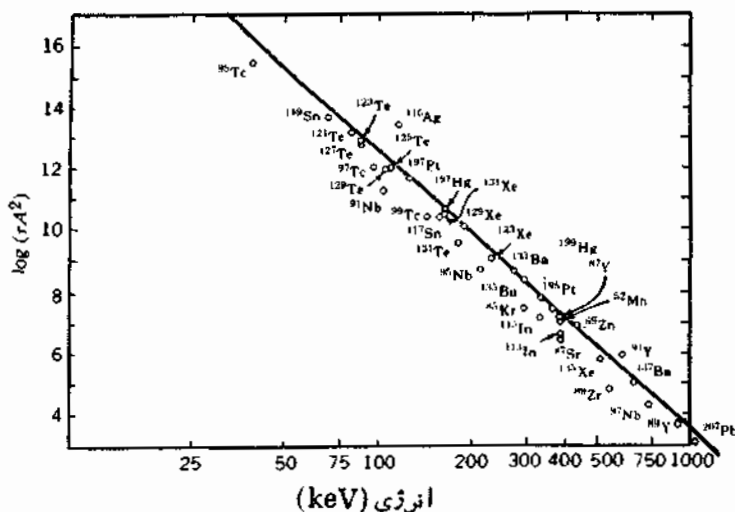
شکل ۱۲.۱۰ نمایش گذارهای $E2$ و $E1$. این شکلها نمایش تغییرات تعداد موارد را بر حسب نسبت آهنگ واپاشی مشاهده شده به مقدار محاسبه شده مبتنی بر فرمول وایسکوف نشان می دهند.

آهنک گذار تک ذره‌ای E_2 ، خصوصیتی کاملاً فراگیر است. این اثر برای گذارهای E_1 که معمولاً کم‌تر از آهنکهای تک ذره‌ای هستند، رخ نمی‌دهد. از طرف دیگر، شکل ۱۳-۱۵ را در نظر بگیرید که رفتار منظم M_4 را نشان می‌دهد. در این مورد، سازگاری بین نظریه و تجربه عالی است.

۸-۱۰ طیف‌نمایی پرتو گاما

مانند تابشهای گامای گسیل‌شده از چشمه‌های رادیواکتیو یکی از وسایل اولیه شناخت ساختار حالات برانگیخته هسته‌ای است. آشکارسازی پرتو گاما کار نسبتاً آسانی است که می‌توان آن را با تفکیک خوب (گذارهای با فاصله کم 2 keV را می‌توان به آسانی با آشکارسازهای خوب γ از هم جدا کرد) و دقت زیاد (با خطاهای چند eV در موارد عادی و چند دهم الکترون ولت در بهترین موارد) انجام داد. اطلاعات مربوط به مواضع و خصوصیات حالات برانگیخته برای ارزیابی محاسبات مبتنی بر مدل‌های هسته‌ای ضروری است، و طیف‌نمایی پرتو γ مستقیم‌ترین، دقیق‌ترین، و غالباً آسان‌ترین راه برای به دست آوردن این اطلاعات است.

طریقه کار آزمایشهای «ایده آل» پرتو γ را در به دست آوردن اطلاعات لازم برای حالات برانگیخته هسته‌ای بررسی می‌کنیم:



۱. طیف پرتوهای γ انرژی و شدت گذارها را نشان می‌دهد.
۲. اندازه‌گیری همفرودی، شواهدی از چگونگی ترتیب این گذارها بین حالات برانگیخته به‌دست می‌دهند.
۳. اندازه‌گیری ضرایب تبدیل داخلی، شواهدی از خصوصیت تابش و اسپین و پارتهای نسبی حالات اولیه و نهایی به‌دست می‌دهد. شواهد بیشتر را می‌توان از توزیع زاویه‌ای و اندازه‌گیریهای همبستگی به‌دست آورد.
۴. با تعیین نیمه‌عمر ترازاها می‌توان احتمالات مطلق گذار را به‌دست آورد.

به‌عنوان اولین مثال، واپاشی $^{108m}\text{Ag} (t_{1/2} = 127 \text{ y})$ را در نظر می‌گیریم. شکل ۱۴.۱۰ طیفهای الکترون و پرتو γ را نشان می‌دهد، و شدتهای نسبی γ و الکترون در جدول ۱۰.۱۰ آمده است.

اولین حالت برانگیخته ^{108}Pd با توجه به واکنشهای هسته‌ای زیادی که مطالعه شده‌اند، مانند اغلب هسته‌های Z زوج و N زوج، یک حالت 2^+ با انرژی 434 keV است. بنابراین، گذار 434 keV را که در جدول ۱۰.۱۰ نشان داده شده است نماینده واپاشی این حالت در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که این گذار یک گذار خالص $E2$ ، یعنی $2^+ \rightarrow 0^+$ ، است. از جداول ضریب تبدیل، می‌توانیم مقدار نظری ضرایب تبدیل را به صورت $\alpha_K(434) = 7.89 \times 10^{-3}$ و $\alpha_{L+N+\dots} = 1.0 \times 10^{-2}$ تعیین کنیم. با استفاده از جدول ۱۰.۱۰، ضرایب تبدیل باقیمانده را می‌توان به طریق زیر تعیین کرد

$$\alpha_K(434) = \frac{I_K(434)}{I_\gamma(434)}$$

$$\alpha_K(614) = \frac{I_K(614)}{I_\gamma(614)}$$

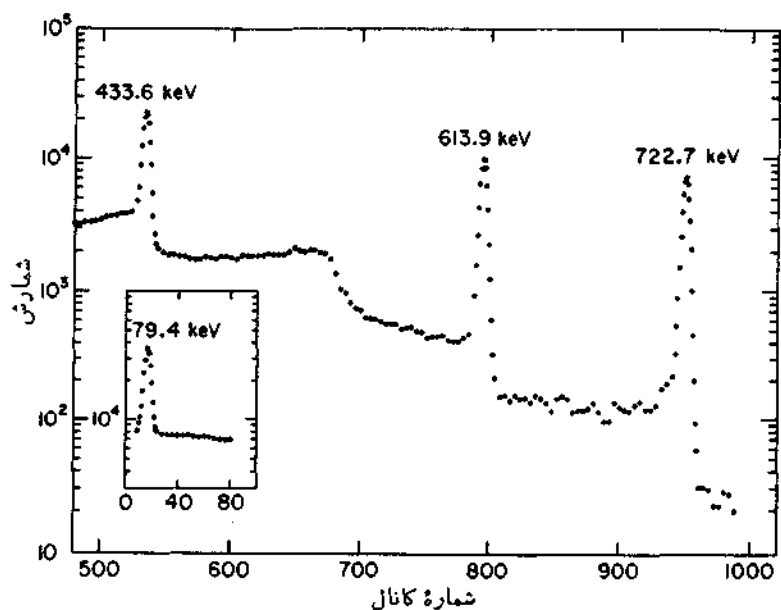
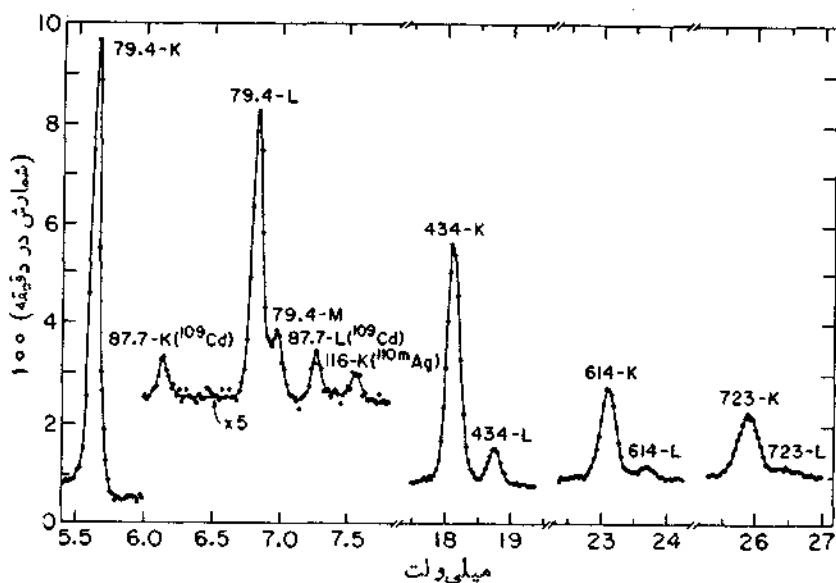
که در آن I نماینده شدتهای موجود در جدول است. از آنجا که به‌جای شدتهای مطلق، شدتهای نسبی را در اختیار داریم، نسبتهای زیر را تشکیل می‌دهیم

$$\frac{\alpha_K(614)}{\alpha_K(434)} = \frac{I_K(614)}{I_K(434)} \cdot \frac{I_\gamma(434)}{I_\gamma(614)}$$

$$\alpha_K(614) = \alpha_K(434) \cdot \frac{I_K(614)}{I_K(434)} \cdot \frac{I_\gamma(434)}{I_\gamma(614)}$$

$$= 7.89 \times 10^{-3} \cdot \frac{38 \pm 3}{100} \cdot \frac{100}{103 \pm 3}$$

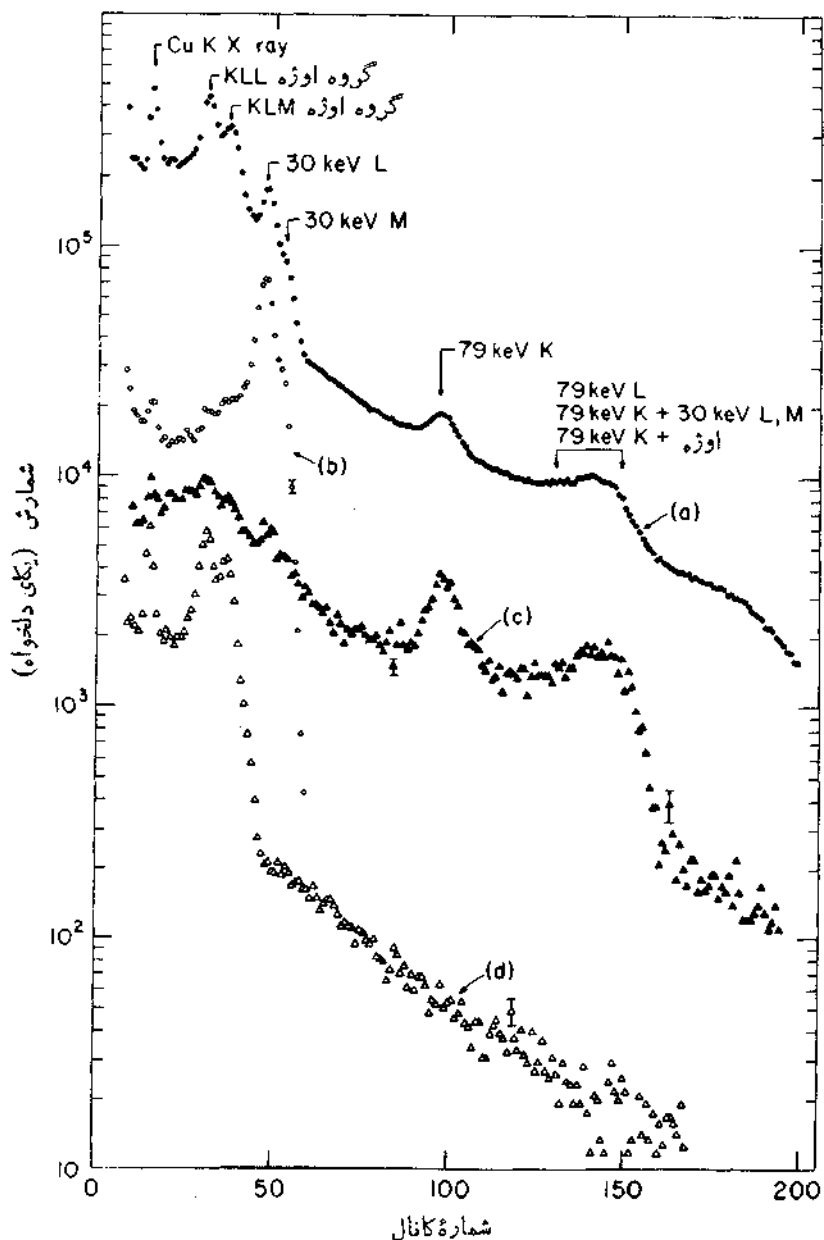
$$= (2.83 \pm 0.24) \times 10^{-3}$$



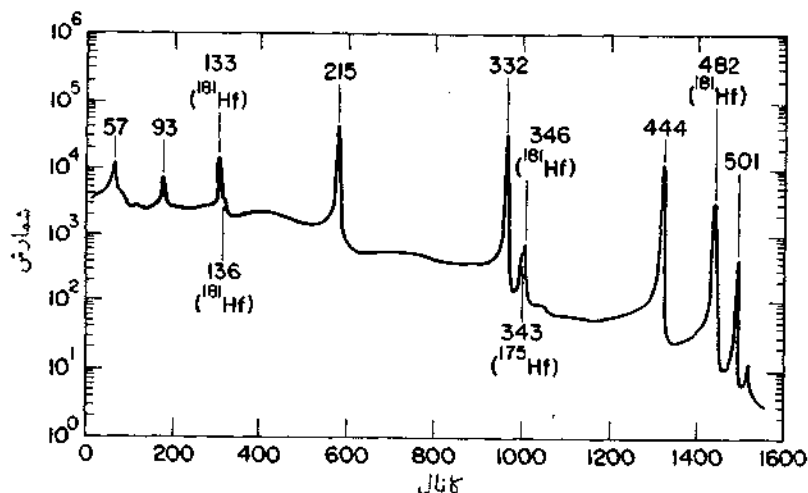
شکل ۱۴۰۱۵ طیفهای پرتوگاما (پایین) و الکترون تبدیل (بالا) ناشی از واپاشی ^{109m}Ag . طیف γ با یک آشکارساز Ge(Li) به دست آمده است. طیف الکترون که با طیف سنج مغناطیسی به دست آمده است، از توان تفکیک کافی برای جداسازی خطوط K و L برخوردار است.

جدول ۱۰۱۰ شدتهای الکترون تبدیل و بر تو γ در گذارهای ناشی از واپاشی ^{108m}Ag .

ضرایب تبدیل ($\times 10^{-2}$)		شدت نسبی الکترون	γ شدت نسبی	انرژی گذار (keV)
نظری	تجربی			
$770(E_1), 710(M_1), 7400(E_2)$	720 ± 26	$204 \pm 10(K)$	733 ± 0.8	7932
$34(E_1), 88(M_1), 777(E_2)$	77 ± 4	$25 \pm 2(L)$		
$7289(E_2)$	$\equiv 7289$	$\equiv 100(K)$	$\equiv 100$	4440
$1502(E_2)$	1517 ± 0.18	$1438 \pm 23(L+...)$		
$1503(E_1), 3201(M_1), 2992(E_2)$	2283 ± 0.24	$37 \pm 3(K)$	103 ± 3	61424
$012(E_1), 0325(M_1), 0336(E_2)$	0339 ± 0.12	$51 \pm 16(L+...)$		
$0772(E_1), 2206(M_1), 1991(E_2)$	1993 ± 0.11	$2500 \pm 12(K)$	102 ± 3	7440
$0508(E_1), 0722(M_1), 0723(E_2)$	0735 ± 0.06	$236 \pm 0.8(L+...)$	0507 ± 0.16	6329



شکل ۱۵-۱۵ طیفهای همفرودی در واپاشی ^{108m}Ag . (الف) طیف منفرد برای مقایسه. (ب) طیف همفرود با پرتوگامای ۷۹ keV. (ج) طیف همفرود با پرتوهای ایکس K. (د) طیف همفرود با پرتوهای گامای ۶۱۴، ۴۳۴، و ۷۲۲ keV.



شکل ۱۷۰۱۰ طیف پرتوگامای ناشی از واپاشی ^{180m}Hf . نمونه رادیوآکتیو با فمالتسازي نوترونی ساخته شده است که سایر ایزوتوپهای Hf را هم تولید می کند؛ پرتوهای گامای ناشی از این ایزوتوپها مشخص شده اند.

واپاشی حالت پایه ^{108}Ag اتفاق می افتد. (در غیر این صورت، واپاشی بنارزا به شکل $2^+ \rightarrow 6^+$ درمی آید که با توجه به ممنوعیت چهارم آن احتمال مشاهده بسیار ضعیفی خواهد داشت.) حالت ایزومری ^{127} ساله در ۹۱٪ موارد از طریق واپاشی مجاز بنارزا به حالت 6^+ در ^{108}Pd می رسد، و این حالت سپس از طریق سه گذار متوالی واپاشیده می شود. به علت ناچیز بودن تغذیه بنای ترازهای 4^+ یا 2^+ (تراز 2^+ فقط با ۲٫۰ درصد از ۹٪ واپاشیها تغذیه می شود)، شدت کل (حاصل جمع شدتهای گاما و الکترون) این سه گذار باید با هم مساوی شود که اطلاعات جدول ۱۰۱۰ مؤید این مطلب است. حالت پایه ^{108}Ag از طریق چهار انشعاب مجاز مختلف β با نیمه عمر 2.4 min واپاشیده می شود.

به عنوان دومین مثال، واپاشی ایزومری ^{180m}Hf را در نظر می گیریم. طیف پرتو گامای آن در شکل ۱۷۰۱۰ و شدتهای گاما و ضرایب تبدیل استخراج شده در جدول ۲۰۱۰ نشان داده شده اند. ضرایب تبدیل گذارهای ۹۳، ۲۱۵، ۳۳۲، و 444 keV قویاً نشان دهنده قطبیت $E2$ هستند، در حالی که گذارهای ۵۷ و 501 keV به ترتیب به قطبیهای $E1$ و $E3$ دلالت می کنند.

از آنجا که ^{180}Hf يك هسته Z زوج و N زوج است، انتظار داریم که اولین حالت برانگیخته يك حالت 2^+ باشد و چنین حالتی با استفاده از آزمایشهای مختلف در انرژی 93 keV مشخص شده است. در این ناحیه، در انتظار دنباله حالتی دورانی $0^+, 2^+, 4^+, \dots$ با فاصله مشخصه $I(I+1)$ هستیم، و بنابراین می توانیم در جستجوی يك حالت 4^+ با انرژی معادل $10/3$ انرژی حالت 2^+ یا 310 keV ، و يك گذار $4^+ - 2^+$ با

جدول ۳.۱۰ واپاشیهای گامازای ^{180m}Hf

ضریب تبدیل		شدت نسبی γ	انرژی گذار (keV)
نظریه (چندقطبی)	تجربه (پوسته اتمی)		
$0.452(E1)$	$0.430 \pm 0.029(L)$	51.3 ± 1.2	۵۷.۲۵
$0.105(E1)$	$0.083 \pm 0.007(M)$		
$0.031(E1)$	$0.023 \pm 0.004(N+...)$		
$1.110(E2)$	$\equiv 1.110(K)$	17.6 ± 0.4	۹۳.۳
$2.772(E2)$	$3.13 \pm 0.19(L)$		
$0.85(E2)$	$0.91 \pm 0.11(M+...)$		
$0.14(E2)$	$0.123 \pm 0.009(K)$	8.62 ± 0.8	۲۱۵.۳
$0.071(E2)$	$0.077 \pm 0.011(L)$		
$0.042(E2)$	$0.038 \pm 0.003(K)$	$\equiv 1.000 \pm 1.0$	۳۳۲.۳
$0.013(E2)$	$0.015 \pm 0.002(L)$		
$0.020(E2)$	$0.0189 \pm 0.0017(K)$	87.7 ± 1.6	۴۴۳.۲
$0.005(E2)$	$0.0044 \pm 0.0007(L)$		
$0.124(M2), 0.038(E3)$	$0.037 \pm 0.012(K)$	15.4 ± 0.4	۵۰۰.۷
$0.062(M2), 0.016(E3)$	$0.016 \pm 0.005(L)$		

انرژی $217 \text{ keV} = 310 - 93$ باشیم. این گذار، احتمالاً همان گذار $E2$ با انرژی 215 keV است که در طیف γ مشاهده می‌شود. انرژی انتظاری حالت 6^+ در 651 keV است، و گذار $4^+ - 6^+$ باید دارای انرژی $341 \text{ keV} = 651 - 310$ باشد که می‌توان آن را با گذار مشاهده شده 332 keV یکسان گرفت. انتظار داریم که انرژی حالت 8^+ برابر 1116 keV باشد، و حدس می‌زنیم که مقدار مشاهده شده 443 keV به گذار $6^+ - 8^+$ و $(465 \text{ keV} = 651 - 1116)$ مربوط شود. برای تعیین جایگاه گذارهای 57 و

۵۰۱ keV، انرژی حاصل جمع $۵۰۰۰۷ = ۵۷۵ + ۴۴۳۲۲$ را مورد توجه قرار می‌دهیم که قویاً دال‌بر وجود ترازهای با انرژی ۵۷۵ keV بالاتر از حالت ۸^{+} است که می‌تواند هر دو گذار ۵۷۵ keV و ۵۰۰۰۷ keV را گسیل کند. به این ترتیب، گذار ۵۰۰۰۷ keV به‌موازات توالی $۴۴۳۲۲ + ۵۷۵$ keV مستقیماً به‌حالت ۶^{+} منجر می‌شود. برای آزمودن این فرض، شدت کل گذارها را که طبق معادله (۲۱.۱۰) از رابطه $I_T = I_\gamma(1 + \alpha)$ به‌دست می‌آید بررسی می‌کنیم، که در آن α ضریب تبدیل کلی (یا حاصل جمع ضرایب تبدیل منفرد) است. با استفاده از اطلاعات جدول ۲۰.۱۰ شدت‌های نسبی زیر را می‌توان محاسبه کرد

$$I_T(۵۷۵) = ۸۷۰۱ \pm ۲۹ \quad I_T(۳۳۲۳) = ۱۰۵۸۳ \pm ۱۰۱$$

$$I_T(۹۳۳) = ۱۰۸۰۱ \pm ۲۸ \quad I_T(۴۴۳۲) = ۸۹۰۷ \pm ۱۰۶$$

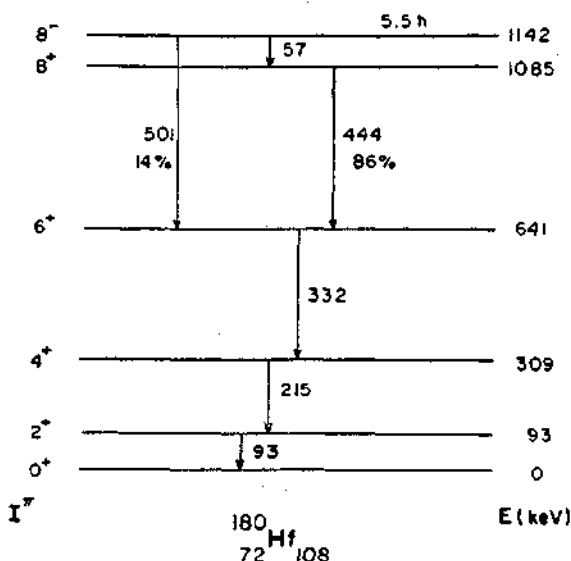
$$I_T(۲۱۵۳) = ۱۰۳۰۴ \pm ۱۰۰ \quad I_T(۵۰۰۰۷) = ۱۶۲ \pm ۰۴$$

توجه کنید که در محدوده خطاهای موجود، همان‌طور که در مورد گذارهای متوالی انتظار داریم، $I_T(۹۳۳) = I_T(۲۱۵۳) = I_T(۳۳۲۳)$ است. کوچکتر بودن شدت ۴۴۳۲ می‌تواند دال‌بر وجود انشعاب دیگری غیر از گذار $۸^{+} - ۶^{+}$ با انرژی ۴۴۳۲ keV به حالت ۶^{+} باشد، که این نکته با فرض اینکه گذار ۵۰۰۰۷ keV به حالت ۶^{+} منتهی می‌شود سازگار است. بالاخره توجه کنید که $I_T(۵۷۵) = I_T(۴۴۳۲)$ نمایانگر متوالی بودن آنهاست؛ و رابطه $I_T(۵۷۵) + I_T(۵۰۰۰۷) = I_T(۳۳۲۳)$ آن دو انشعایی را که منجر به تغذیه ۶^{+} می‌شوند، یکی از طریق گذار ۵۷۵ keV و دیگری با گذار ۵۰۰۰۷ keV نشان می‌دهد.

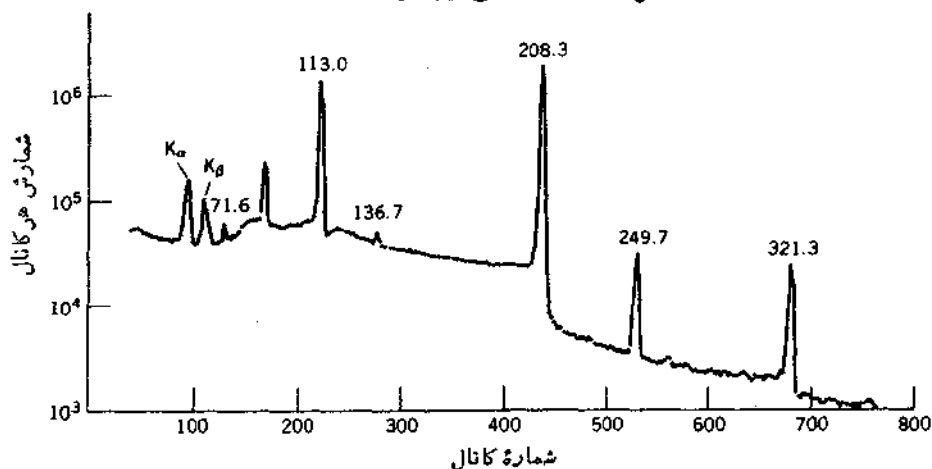
پارینه ترازهای که گذارهای ۵۷۵ keV و ۵۰۰۰۷ keV را گسیل می‌کند، باید منفی باشد (به علت ماهیت E_1 و E_3 آنها)، و اسپین آن باید برابر ۷، ۸، یا ۹ باشد تا واپاشی ۸^{+} از طریق گذار E_1 ممکن شود. می‌توان امکان حالت ۷^{-} را منتفی دانست زیرا لازمه آن این است که گذار ۵۰۰۰۷ keV به حالت ۶^{+} از نوع E_1 باشد، و همچنین ۹^{-} را می‌توان به کمک آزمایش‌های همبستگی زاویه‌ای حذف کرد. این آزمایش‌ها نشان می‌دهند که گذار ۵۰۰۰۷ keV دارای يك مؤلفه کوچک (حدود ۳٪) M_2 است که ضرایب تبدیل برای آشکار کردن آن به اندازه کافی حساسیت ندارند.

نمودار واپاشی حاصل در شکل ۱۸.۱۰ نشان داده شده است. البته، برای تأیید صحت این حدسیات در مورد واپاشیهای گاما با به‌سیاری از اندازه‌گیریهای دیگر نیز نیاز است. نیمه عمر ۵۵ h یکی از طولانی‌ترین موارد شناخته شده برای ایزومرهای گاما گسیل است.

به عنوان مثال آخر، واپاشی ۷ روزی ^{۱۷۷}Lu را در نظر می‌گیریم. طیف پرتو گامای آن در شکل ۱۹.۱۰ آمده، و اطلاعات مربوط به γ و تبدیل در جدول ۳۰.۱۰ داده



شکل ۱۸۰۹۰ واپاشی ایزومری $^{180\text{m}}\text{Hf}$.



شکل ۱۹۰۱۰ طیف پرتوگامای ناشی از واپاشی ^{177}Lu . قله با انرژی حدود ۹۰ keV ناشی از اکتیویته یک ناخالصی است که در این نمونه فعال شده توسط نوترون تولید شده است.

شده است. واپاشیهای بنزای ^{177}Lu و تبدیل آن را به ^{177}Hf در بخش ۱۰۰۹ بررسی کردیم، که عبارت اند از چهار واپاشی منتهی به حالت پایه و حالات برانگیخته ۱۱۳، ۲۵۰، و ۳۲۱ keV. گذارهای ناشی از هریک از این حالات برانگیخته به حالت پایه را می‌توانیم در جدول ۳۰۱ مشاهده کنیم، و بنابراین می‌توانیم انرژی حالات برانگیخته را در ۱۱۳ و ۲۲۹۷ و ۳۲۱۰۳ keV در نظر بگیریم. (این انرژیهای γ با دقت ± ۰.۱ keV تعیین

جدول ۳۰.۱۰ گذارهای گاما در واپاشی ^{137}La .

ضریب تبدیل		شدت نسبی γ	انرژی گذار (keV)
نظریه (چند قطبی)	تجربه (پوشه انی)		
$0.772(E_1), 9.205(M_2)$	$0.900 \pm 0.111(K)$	774 ± 0.1	۷۱.۶
$0.071(E_1), 2.272(M_2)$	$0.087 \pm 0.010(L_1)$		
$2.272(M_1), 0.072(E_2)$	$0.078 \pm 0.005(K)$	≈ 100	۱۱۳.۰
$0.325(M_1), 0.0076(E_2)$	$0.0091 \pm 0.0011(L_1)$		
$1.245(M_1), 0.078(E_2)$	$0.029 \pm 0.008(K)$	0.992 ± 0.006	۱۳۶.۷
$0.20(M_1), 0.005(E_2)$	$0.008 \pm 0.002(L_1)$		
$0.0026(E_1), 2.005(M_2)$	$0.0046 \pm 0.0004(K)$	1.64 ± 10	۲۰۸.۳
$0.0053(E_1), 0.238(M_2)$	$0.0063 \pm 0.00006(L_1)$		
$0.226(M_1), 0.0094(E_2)$	$0.0101 \pm 0.0009(K)$	2.00 ± 0.2	۲۴۹.۷
$0.0155(E_1), 0.024(M_2)$	$0.0102 \pm 0.0013(K)$	3.06 ± 0.2	۲۲۱.۳
$0.0018(E_1), 0.0081(M_2)$	$0.0017 \pm 0.0002(L_1)$		

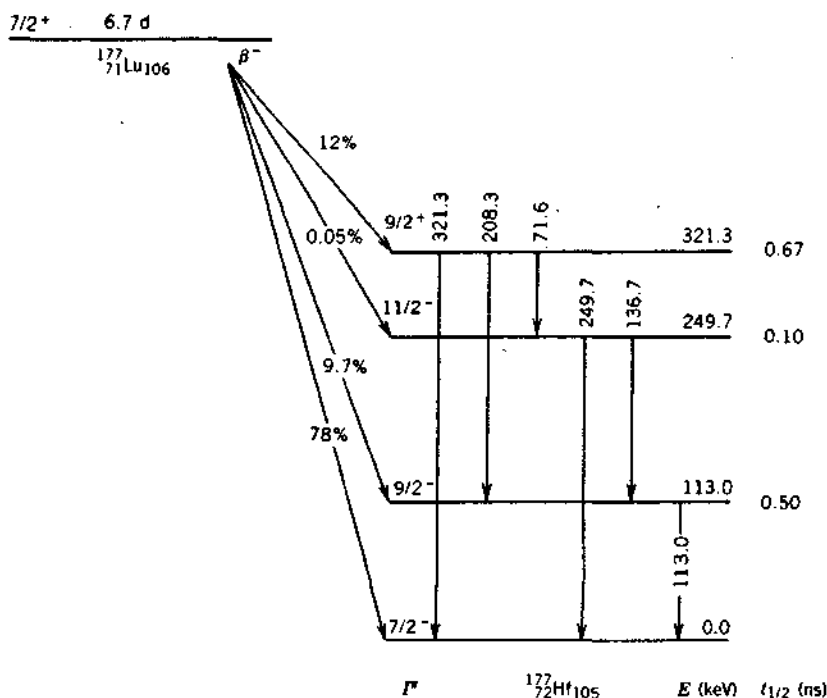
شده‌اند، درحالی‌که دقت انرژی‌های β فقط در حدود ± 2 تا ± 3 keV است. در گذارهای جدول ۳.۱۰ با کلیه گذارهای ممکن، بین حالات برانگیخته، روبرو می‌شویم

$$321.3 - 249.7 \text{ keV} = 71.6 \text{ keV}$$

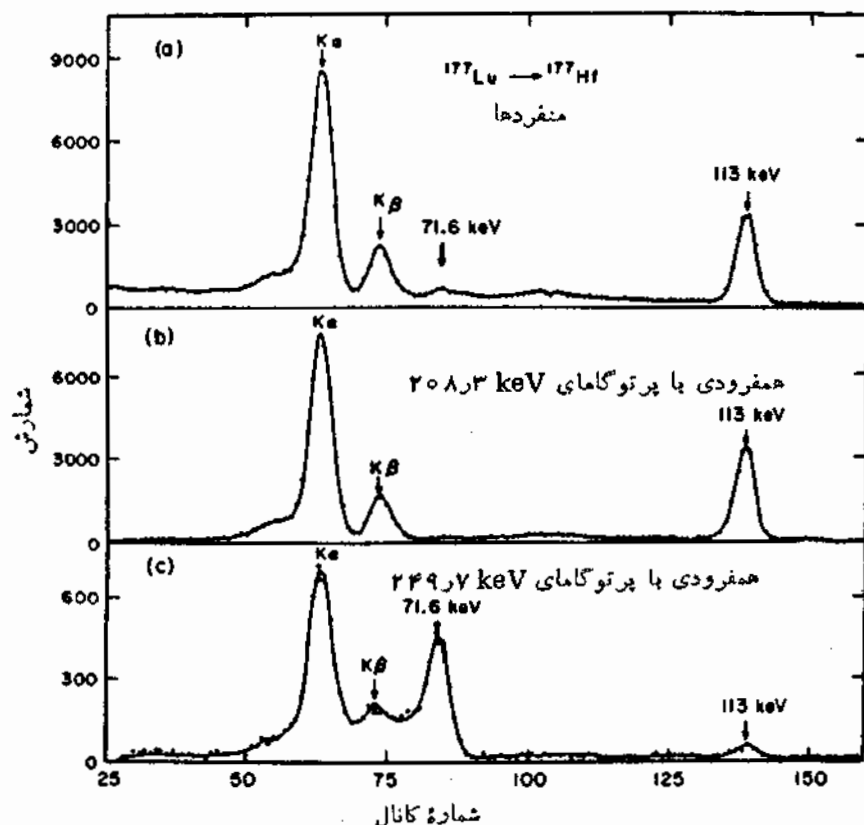
$$321.3 - 113.0 \text{ keV} = 208.3 \text{ keV}$$

$$249.7 - 113.0 \text{ keV} = 136.7 \text{ keV}$$

می‌دانیم که حالت پایه و دو تراز برانگیخته اولیه در ^{177}Hf پایینترین حالات يك نوار دورانی با اسپینهای $(7/2)^-$ ، $(9/2)^-$ ، $(11/2)^-$ ، ... هستند. انتظار داریم که گذار 113.0 keV به صورت $(7/2)^- \rightarrow (9/2)^-$ و در نتیجه از نوع $M1 + E2$ ، گذار 136.7 keV به صورت $(9/2)^- \rightarrow (11/2)^-$ و از نوع $E2$ ، و گذار 249.7 keV به صورت $(11/2)^- \rightarrow (7/2)^-$ و از نوع $E2$ باشد. این انتظارات با ضرایب تبدیل هم سازگارند، واپاشیهای تراز 321.3 به هر سه تراز پایینتر از طریق گذارهای $E1 + M2$ صورت می‌گیرد، و در نتیجه فقط انتساب $(9/2)^+$ امکان‌پذیر است. نمودار واپاشی استنباط شده را در شکل ۲۰.۱۰ نشان داده‌ایم. برای بررسی صحت



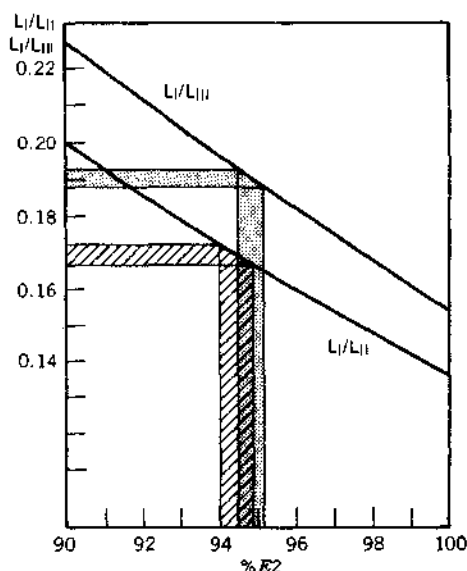
شکل ۲۰.۱۰ نمودار واپاشی ^{177}Lu و تبدیل آن به ^{177}Hf . شدتهای انشعاب β به‌طور غیر مستقیم از شدتهای پرتو γ استنتاج شده‌اند، و با آنچه در شکل ۲۹.۹ دیدیم فرق دارند.



شکل ۲۱۰۱۵ طیفهای همفرودی حاصل از واپاشی ^{177}Lu به همفرودی شدید بین ۲۰۸ و ۱۱۳ توجه کنید؛ همچنین دقت کنید که چگونه قله 71.6 keV که در طیف منفردا در بالا به سختی قابل مشاهده است به طور بارزی با 2497 keV همفرود است. (ظهور قله کوچک 113 keV در طیف همفرودی 2497 keV حاصل آزمایشی استادانه است.)

و سقم جایگاه تخصیص داده شده به این گذارها، می توان از اندازه گیریهای همفرودی پرتو γ استفاده کرد که نمونه ای از آن در شکل ۲۱۰۱۵ نشان داده شده است. طیف همفرودی، ارتباط همفرودی گذارهای $113-2083$ و $71.6-2497$ را به روشنی نشان می دهد.

به عنوان نکته نهایی درباره این واپاشی، خاطر نشان می کنیم که نسبت L_1/L_{II} می تواند مؤلفه های نسبی M_1 و E_2 را در گذار 113 keV تعیین کند. شکل ۲۲۰۱۵ وابستگی نسبتهای L_1/L_{II} و L_1/L_{III} را در مورد مؤلفه E_2 نشان می دهد. این اطلاعات



شکل ۲۲-۱۰ تعیین سهم E_2 در گذار 1130 keV هسته ^{177}Hf با استفاده از اطلاعات زیرپوسته L_1 . نوارهای افقی گستره نسبتهای تجربی زیرپوسته L_1 و نوارهای عمودی نسبتهای متناظر E_2 را نشان می‌دهند. به این ترتیب معلوم می‌شود که ۹۴ تا ۹۵٪ گذار از نوع E_2 (و در نتیجه ۵ تا ۶٪ از نوع M_1) است.

دقیق نشان می‌دهند که این گذار ۹۴ تا ۹۵٪ از نوع E_2 و فقط ۵ تا ۶٪ از نوع M_1 است. در این مورد، تابع موجهای هسته‌ای، احتمال گذار E_2 را به اندازه‌ای افزایش می‌دهند که E_2 بر M_1 غلبه می‌کند.

در این بخش، چند مثال از نمودارهای واپاشی را که با استفاده از طیف‌نمایی پرتو γ و الکترون تبدیلی قابل توضیح‌اند، بررسی کردیم. البته مزوی ساختن يك روش از سایر روشها برای تعیین خصوصیات حالت‌های هسته‌ای غیر ممکن است، ولی از مثالهای بحث‌شده در اینجا به اهمیت اطلاعات تفصیلی و دقیقی که با استفاده از این روشها به دست می‌آیند بی‌می‌بریم.

۹.۱۰ فلوئورسانی تشدید هسته‌ای و اثر موسباور

معکوس فرایند گسیل پرتو γ ، جذب پرتو γ است که طی آن هسته در حالت پایه فوتونی با انرژی E_γ را جذب می‌کند و به یک حالت برانگیخته در انرژی ΔE بالاتر از حالت پایه می‌جهد. رابطه بین E_γ و ΔE با روشی مشابه آنچه برای به دست آوردن معادله (۴.۱۰) به کار بردیم، به دست می‌آید.

$$\Delta E = E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \quad (28.10)$$

اگر فرض کنیم که هسته جاذب در حال سکون است. تفاوت بین E_γ و ΔE ناشی از پس زنی هسته پس از جذب فوتون است.

فرض می کنیم یک چشمه γ داریم که انرژی آن به طور پیوسته تغییر می کند. سطح مقطع جذب تشدیدي يك فوتون برابر است با

$$\sigma_0 = 2\pi \left(\frac{\hbar c}{E_\gamma} \right)^2 \frac{2I_0 + 1}{2I_0 + 1} \frac{1}{1 + \alpha} \quad (29.10)$$

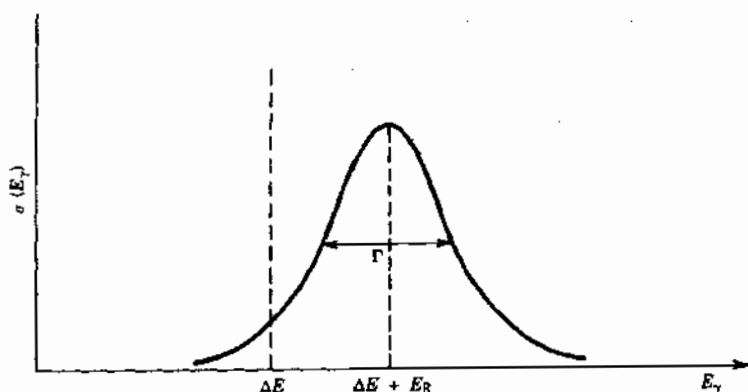
که در آن α ضریب تبدیل I_0 و I_0 اعداد کوانتومی مربوط به اسپین حالات پایه و برانگیخته است. چون انرژی حالت برانگیخته «نیز» نیست، حتی اگر انرژی γ تا اندازه ای با مقدار تشدید تفاوت داشته باشد، جذب صورت می گیرد. همان طور که در فصل ۶ بحث شد، هر حالت با عمر متوسط τ دارای پهنای $\Gamma = \hbar/\tau$ است، و از اندازه گیری انرژی حالت توزیعی به صورت معادله (۲۰.۶) و شکل ۳.۶ به دست می آید. اگر باریکه ای از فوتونها را به مجموعه ای از هسته های برهنه بتا بزنیم (به طوری که فرایندهای پراکندگی و جذب مربوط به الکترونهای اتمی از بین بروند)، سطح مقطع جذب تشدیدي برابر خواهد بود با

$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{[E_\gamma - (\Delta E + E_R)]^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (30.10)$$

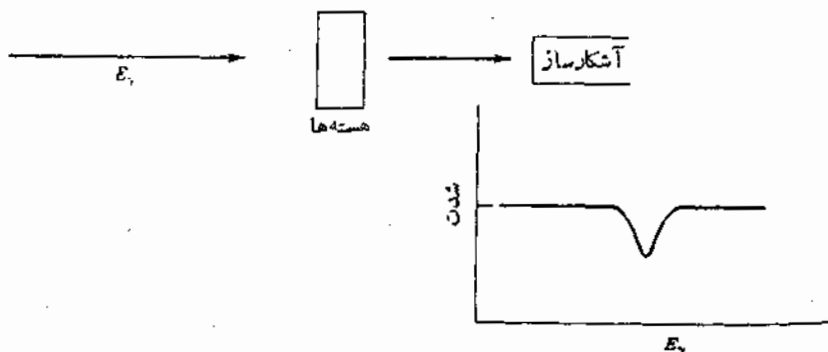
که در آن E_R همان تصحیح پس زنی $E_\gamma^2/2Mc^2$ است. این توزیع در شکل ۲۳.۱۰ رسم شده است. به طور کلی برای حالات هسته ای با عمرهای متوسط نانوثانیه تا پیکوثانیه، پهنای حالتها در گستره 10^{-6} تا 10^{-2} eV است.

شکل ۲۴.۱۰ نمای ساده ای از آزمایش جذب تشدیدي را نشان می دهد. با تغییر E_γ ، منحنی تشدید شکل ۲۳.۱۰ به دست می آید. در انرژیهای دور از تشدید، هسته ها نسبت به تابش شفاف هستند و جذبی صورت نمی گیرد. در حالت تشدید، شدت عبور حداقل می شود.

در عمل مشاهده پهنای خط طبیعی Γ غیر محتمل است. یکی از عوامل اصلی دخالت در پهنای خط مشاهده شده، پهن شدن داپلری Δ ناشی از این علت است که هسته ها (بر خلاف آنچه فرض کردیم) ساکن نیستند، بلکه در حقیقت متناسب با هر دمای T دارای حرکت گرمایی هستند. فوتونهایی که در چارچوب مرجع آزمایشگاه گسیل یا جذب می شوند، دارای انتقال دوپلر با انرژیهای $E'_\gamma = E_\gamma(1 \pm v_x/c)$ هستند، که در آن v_x مؤلفه سرعت هسته در جهت حرکت فوتون است. اگر حرکت هسته ها با توزیع سرعت معمولی ماکسول $\exp[-(1/2)mv_x^2/kT]$ نشان داده شود، توزیع انرژی به صورت



شکل ۲۳.۱۰ سطح مقطع جذب تشدیدي معادله (۳۰.۱۰). انرژی پس‌زنی E_R تشدید را اندکی از مقدار انتظاری $E_\gamma = \Delta E$ که در غیاب پس‌زنی اتفاق می‌افتد، جابه‌جا می‌کند.



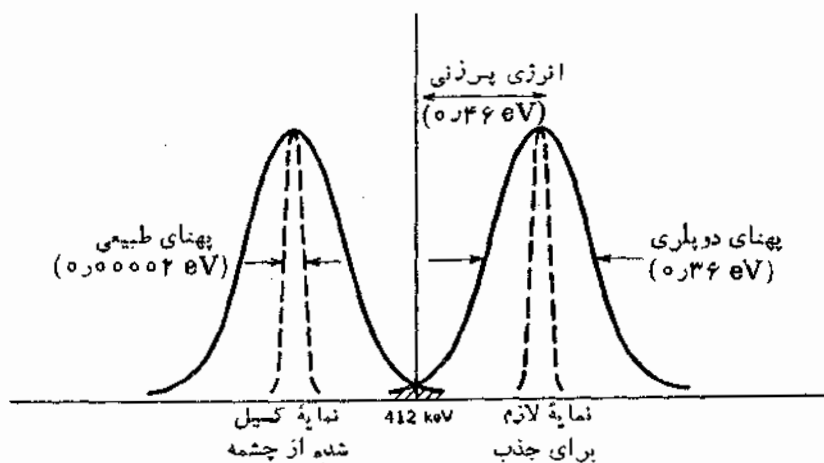
شکل ۲۴.۱۰ طرح يك آزمایش برای مشاهده جذب تشدیدي در هسته‌ها.

$\exp - (mc^2 / 2kT)(1 - E'_\gamma / E_\gamma)^2$ خواهد بود که توزیعی گاوسی با پهنای زیر را به دست می‌دهد

$$\Delta = 2\sqrt{\ln 2} E_\gamma \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}} \quad (۳۱.۱۰)$$

در دمای اتاق 25°C است و برای گذار 100 keV در هسته‌های میان وزن داریم $\Delta = 0.1\text{ eV}$ ، که در بسیاری از گذارهای هسته‌ای بر پهنای خط طبیعی غلبه می‌کند. حتی سرد کردن تا دماهای کم (برای مثال، کاهش دما به 4 K در اثر تماس گرمایی با مخزن هلیوم مایع) پهنای خط را فقط يك مرتبه بزرگی تا 0.1 eV در کم می‌کند. پهنای مشاهده شده در آزمایشهایی مانند شکل ۲۴.۱۰، ترکیبی از پهنای خط طبیعی و موارد اضافی مانند پهن شدن دوپلری است.

چشمه‌های قابل تنظیم فوتون که برای آزمایش تشدید مورد نیازند، وجود ندارند. (بهترین چشمه ممکن در عمل، طیف الکترومغناطیسی پیوسته حاصل از تابش ترمزی یا تابش سنکروترون است که به وسیله شتابدهنده‌های ذرات باردار با انرژی‌های نسیبی تولید می‌شود.) بنابراین در آزمایشگاه‌های معمولی، باید به چشمه‌های عادی تابش γ که فقط فوتونهای با انرژی ناپیوسته گسیل می‌کنند، قناعت کنیم. اما، برای جذب تشدیدی باید چشمه رادیواکتیوی داشته باشیم که پرتوهای γ با فاصله انرژی حداکثر 10 eV از انرژی تشدید مورد نظر $E_R + \Delta E$ گسیل کند. البته احتمال یافتن چنین چشمه‌ای با خصوصیت چندقطبی مناسب بسیار کم است. بنابراین، بهتر است از چشمه‌ای استفاده کنیم که در آن تابش گامای ناشی از گذار دوه‌چاپین مشابه همان تابشی باشد که می‌خواهیم با جذب تشدیدی و گذار دوه‌چاپی برانگیزیم. برای مثال، واپاشی ^{198}Au را در نظر بگیرید. پس از واپاشی بتا از ^{198}Hg یک پرتو گامای قوی با انرژی 412 keV گسیل می‌شود. حال اگر بگذاریم که پرتو γ برهنگی از هسته‌های ^{198}Hg پایدار فرود آید، احتمال جذب و برانگیزش از حالت پایه به حالت برانگیخته 412 keV وجود دارد. عمر متوسط حالت 412 keV برابر 32 ps است که با پهنای 10^{-5} eV متناسب است. انرژی پس‌زنی E_R برابر 0.46 eV است، و توجه به این نکته نیز حائز اهمیت است که پس‌زنی در هردو گذار گسیلی و جذبی وجود دارد. یعنی، تابش گسیلی دارای انرژی $\Delta E - E_R$ است، درحالی که انرژی لازم برای جذب برابر $\Delta E + E_R$ می‌شود. این وضعیت در شکل ۲۵.۱۰



شکل ۲۵.۱۰ انرژی تابش گسیلی به اندازه E_R نزول می‌کند، درحالی که جذب محتاج به افزایش انرژی به اندازه E_R است. به علت پهن شدن (گرمایی) دوبری، همپوشی اندکی (ناحیه‌ها شورزده) بین خطوط گسیلی و جذبی وجود دارد. پهنای طبیعی در مقیاس انرژی این نمودار، اغراق آمیز نشان داده شده است.

نشان داده شده است. در این شکل، پهنای دوپلری خطوط را در دمای اتاق برابر 0.36 eV در نظر گرفتیم. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، همپوشی بین خطوط جذبی و گسیلی، و در نتیجه احتمال برانگیزش تشدید، در این مورد بسیار کم است.

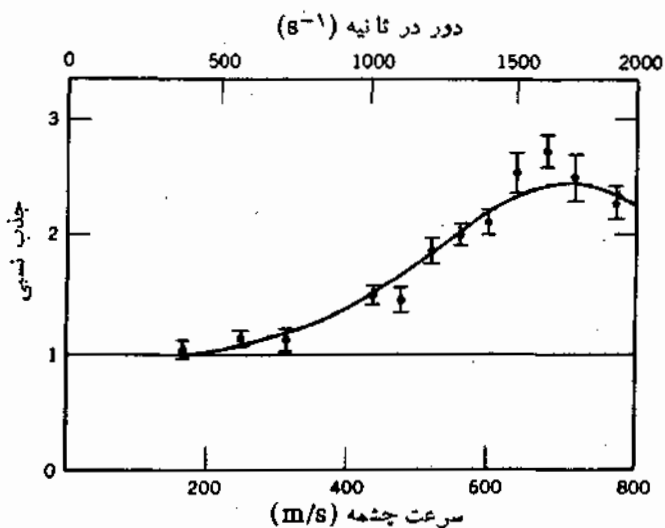
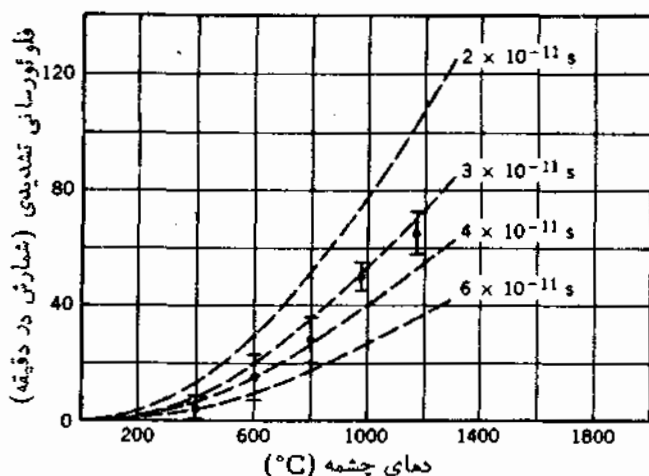
(به تفاوت میان این مورد و مورد تابش اتمی توجه کنید. انرژی گذارهای اتمیکی در حدود چند eV است؛ تصحیح پس‌زنی در Hg برابر $10^{-11} \text{ eV} \times 2.7$ است، و در نتیجه همپوشی تقریباً کاملی بین نمایه‌های گذار چشمه و اتم جاذب وجود دارد. بنابراین، انجام آزمایشهای جذب تشدید اتمی نسبتاً آسان است.)

روشهایی چند برای غلبه بر تفاوت انرژی $2 E_R$ بین گذارهای چشمه و هسته جاذب وجود دارند. اولین روش مبتنی بر افزایش دما و در نتیجه افزایش پهن‌شدگی دوپلر است، که بر اثر آن همپوشی نمایه‌ها امکان‌پذیر می‌شود. در روش دوم، چشمه با سرعت زیاد به طرف هسته جاذب حرکت داده می‌شود تا انتقال دوپلری انرژی گسیلی به میزان $2 E_R$ برسد. از آنجا که انرژی انتقال دوپلری برابر $E_\gamma(1+v/c)$ است، سرعت لازم به صورت زیر به دست می‌آید

$$v = c \frac{2 E_R}{E_\gamma} \quad (32.10)$$

که برابر $2.2 \times 10^{-6} \text{ c}$ یا 670 m/s است. آزمایشهایی از این نوع، معمولاً با اتصال چشمه به نوک قسمت چرخنده در یک دستگاه گریز از مرکز انجام می‌شود که با سرعت 10^4 تا 10^5 دور در دقیقه می‌چرخد. شکل ۲۶.۱۰ نمونه‌هایی از نتایج حاصل از پهن‌شدگی گرمایی و روشهای گریز از مرکز را نشان می‌دهد.

موفق‌ترین و مفیدترین روش برای غلبه بر مشکل پس‌زنی، اثر موسباور نامیده می‌شود. در سال ۱۹۵۸ رودولف موسباور یک آزمایش جذب تشدید با استفاده از چشمه ^{111}Ir ($E_R = 0.047 \text{ eV}$; $E_\gamma = 124 \text{ keV}$) ترتیب داد. هسته‌های گسیلنده و جاذب در شبکه‌ای از بلور مقید بودند. انرژیهای بستگی اتم در شبکه بلور نوعاً در حدود 1 eV تا 10 eV است، و بنابراین انرژی پس‌زنی کافی برای اینکه اتم جایگاه خود در شبکه را ترک کند وجود ندارد. این اثر تا اندازه‌ای مانند تفاوت بین ضرب‌ه‌زدن با چوگان به یک تک‌آجر و ضرب‌ه‌زدن به یک آجر در دیوار آجری است. جرمی که در عبارت مربوط به پس‌زنی به کار می‌رود به جای جرم یک اتم، جرم تمام جسم جامد خواهد بود. به علاوه، کسر معینی از اتمهای موجود در شبکه (که با توجه به ملاحظات آماری تعیین می‌شود) در حالت نوسانی پایه در حرکت گرمایی است و در نتیجه پهن‌شدگی گرمایی دوپلر در آن خیلی کم است. به این ترتیب، خطوط گسیلی و جذبی با پهنایی بسیار باریک که با پهنای خط طبیعی ($3 \times 10^{-6} \text{ eV}$) در ^{111}Ir مشخص می‌شود، روی هم می‌افتند. برای نمایش این پدیده فقط کافی است که چشمه و جاذب را نسبت به یکدیگر با سرعت کم حرکت دهیم؛ اگر سرعت به اندازه‌ای باشد که انتقال دوپلری بیش از پهنای طبیعی خط شود، تشدید از بین می‌رود. برای پهنای خط کل

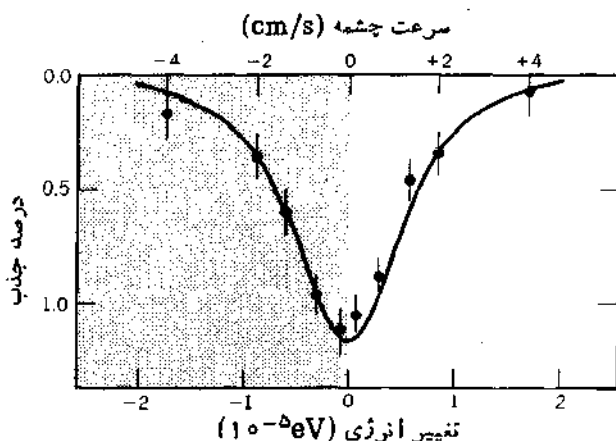


شکل ۲۶.۱۰ روشهای پهن‌شدگی گرمایی (بالا) و گرینز از مرکز (پایین) برای مشاهده تشدید هسته‌ای در ^{198}Hg . نقاط اطلاعاتی شکل بالا، جذب تشدید فزاینده‌ای را با افزایش دما نشان می‌دهد (پهن‌شدن خطوط شکل ۲۵.۱۰ و افزایش همپوشی). خط‌چینها رفتار مورد انتظار برای طول عمر حالت‌های برانگیخته مختلف را نشان می‌دهند (یعنی، برای پهنای طبیعی مختلف). با استفاده از این داده‌ها طول عمر در حدود 35 ps تعیین شده است. نمودار پایینی، نتایج انتقال دوپلری تابش گسیل‌شده از چشمه را پس از اتصال به نوك يك چرخنده نشان می‌دهد. در این مورد، خط گسیلی شکل ۲۵.۱۰ به انرژیهای بالاتر منتقل می‌شود تا بر خط جذبی منطبق شود. طبق برآورد، این حالت در سرعت 670 m/s رخ می‌دهد.

$6 \times 10^{-6} \text{ eV}$ (زیرا چشمه و جاذب هر دو دارای پهنای خط طبیعی هستند)، سرعت لازم در حدود $5 \times 10^{-11} \text{ s}$ یا 15 mm/s می‌شود، که بهبود قابل ملاحظه‌ای نسبت به 700 m/s در آزمایش گریز از مرکز است؛ شکل ۲۷.۱۰ نتیجه این تشدید را که نخستین بار در سال ۱۹۵۸ توسط موسباور به دست آمد، نشان می‌دهد.

نکته قابل ملاحظه در اثر موسباور، دقت بسیار زیاد آن در اندازه‌گیری انرژی‌های نسبی است. برای مثال، فرض کنید که محیط اتمهای چشمه یا جاذب را طوری تنظیم کرده‌ایم که تفاوت انرژی بین حالات اولیه و نهایی به میزان δE جابجا شده است. با استفاده از اثر موسباور، باید بتوان این انتقال را که از همان مرتبه بزرگی پهنای تشدید است، اندازه‌گیری کرد. (اگر انتقال در مقایسه با پهنای تشدید خیلی کوچک باشد، اندازه‌گیری آن بسیار مشکل می‌شود). در مورد ^{191}Ir که پهنای تشدید مشاهده شده در حدود 10^{-5} eV است، مسئله این است که باید تغییر انرژی 10^{-5} eV برای انرژی گامای 10^5 eV ، یعنی اثر یک قسمت در 10^{10} ، را اندازه‌گیری کنیم. در ^{57}Fe که اغلب در اندازه‌گیری اثر موسباور به کار می‌رود، پهنای خط مشاهده شده (طبیعی) از مرتبه 10^{-4} eV است، و بدین‌سان اثرات تجربی از مرتبه یک قسمت در 10^{12} قابل اندازه‌گیری هستند!

اگرچه نظریه اثر موسباور را به تفصیل بررسی نخواهیم کرد، ولی شایسته است که در اینجا یکی دیگر از جنبه‌های تشدید یعنی عمق آن را که با کسر هسته‌های گسیلنده (یا جذب کننده) بدون پس‌زنی موجود در شبکه تعیین می‌شود، به اختصار مورد توجه قرار دهیم. محاسبه کسر بدون پس‌زنی f ، به خصوصیات بیشتری از پیش یا کمتر بودن انرژی پس‌زنی از



شکل ۲۷.۱۰ اثر موسباور با استفاده از پرتوهای گامای 129 keV حاصل از ^{191}Ir . چون (۱) پهنای طبیعی خط به دست آمده است و (۲) پس‌زنی حذف شده است، اساساً همپوشی کاملی بین چشمه و جاذب وجود دارد. انتقال دوپلری انرژی چشمه به میزان اندکی بیش از پهنای طبیعی خط (10^{-5} eV) برای از بین بردن تشدید کافی است.

انرژی بستگی شبکه وابسته است. جامدات می توانند انرژی را به شیوه های متعددی غیر خارج ساختن آنها از جایگاههای شبکه ای جذب کنند. در انرژیها و دماهای پایین، عمل در مرحله اول از طریق ارتعاشات شبکه ای که فونون نامیده می شوند، صورت می گیرد. (انتشار این فونونها در شبکه، خصوصیات شناخته شده ای مانند امواج مکانیکی و صوتی را مسووب می شود). این ارتعاشات در طیفی از بسامدها، از صفر تا مقدار بیشینه $\omega_{\max}$ ایجاد می شوند. انرژی متناظر با بیشترین بسامد ارتعاشی معمولاً بر حسب دمای خاصی بیان می شود که آن را دمای دبی θ_D می نامند. این دما طوری تعریف شده است که $\hbar\omega_{\max} = k\theta_D$ می شود، که در آن k ثابت بولتزمن است. برای اجسام معمولی داریم $\hbar\omega_{\max} \sim 0.01 \text{ eV}$ و $\theta_D \sim 1000 \text{ K}$ کسر بدون پس زنی برابر است با

$$f = \exp\left[-\frac{\langle x^2 \rangle}{(\lambda/2\pi)^2}\right] \quad (33.10)$$

که در آن $\langle x^2 \rangle$ میانگین مربعی دامنه ارتعاش هسته گسیلنده و λ طول موج پرتو γ است. استفاده از تابع توزیع بوز-اینشتین برای طیف فوتون ارتعاشی، محاسبه دامنه میانگین مربعی را امکان پذیر می سازد و کسر بدون پس زنی را به صورت زیر به دست می دهد

$$f = \exp\left\{-\frac{f E_R}{k\theta_D} \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^2 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x dx}{e^x - 1}\right]\right\} \quad (34.10)$$

در دماهای پایین $T \ll \theta_D$ ، آخرین جمله در نما قابل چشمپوشی است. مقادیر θ_D برای فلزات مختلف تغییر قابل ملاحظه ای ندارد ($\theta_D \sim 400 \text{ K}$ برای Fe و 300 K برای Ir). بنابراین، در تعیین کسر بدون پس زنی، انرژی پس زنی E_R نقش اصلی را برعهده دارد. برای گذار 144 keV در ^{57}Fe داریم $E_R = 0.0002 \text{ eV}$ و $f = 0.92$ ، درحالی که برای Ir داریم $f \approx 0.1$. (دومین جمله در نمای معادله (34.10) همواره منفی است و در نتیجه این جمله سبب کوچکتر شدن f از برآوردهای دمای پایین می شود). چون فرایندهای بدون پس زنی در هردو مورد چشمه و جاذب ضروری هستند، کسر بدون پس زنی کلی از حاصلضرب عوامل چشمه و جاذب تعیین می شود. بنابراین، تعجب آور نیست که آزمایش اولیه موسباور با Ir اثری فقط به میزان ۱٪ را نشان داد، درحالی که Fe اثر بسیار بزرگتری را نشان می دهد.

اثر موسباور در موارد گوناگون کاربردهای فراوان پیدا کرده است. مورد استفاده اصلی آن در کارهایی است که در آنها باید خواص محیط فیزیک یا شیمیایی یک هسته را تعیین کنیم. ولی یکی از مهمترین کاربردهای دقت بسیار زیاد آن، تعیین تغییر انرژی فوتونهای است که در میدان گرانشی زمین سقوط می کنند و به نام انتقال سرخ گرانشی معروف است. یکی از پایه های نظریه نسبیت عام اینشتین، اثر هم ارزی است که بر طبق آن نمی توان تمایزی

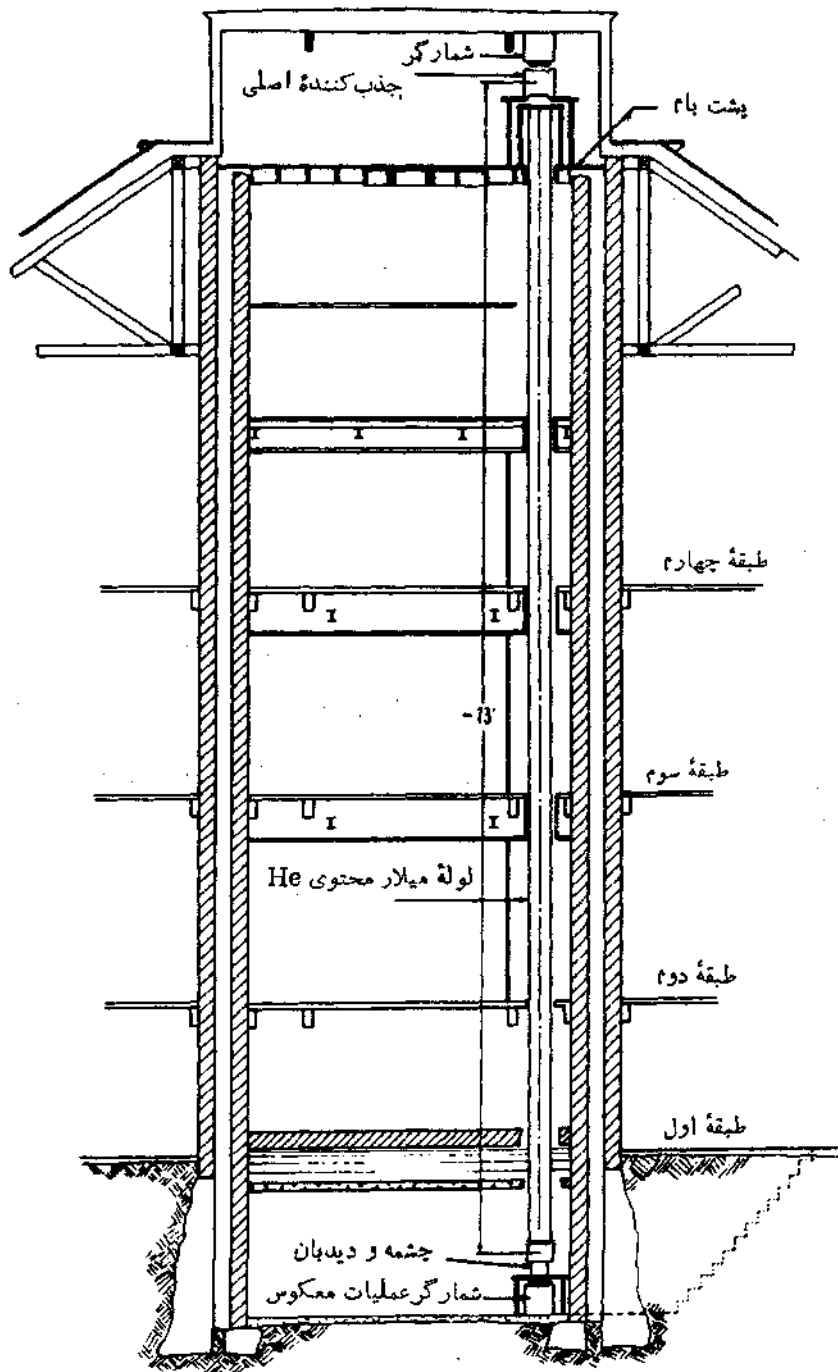
بین اثرات يك میدان گرانشی یکنواخت موضعی و اثرات يك چارچوب مرجع شتابدار یکنواخت قائل شد. اگر بخواهیم گسیل و جذب تابش را در چارچوب مرجع شتابداری مشاهده کنیم که در آن فاصله بین چشمه و جاذب H است، در زمان H/c که تابش مسافت بین چشمه و جاذب را می‌پیماید، هسته جاذب باید سرعتی برابر gH/c کسب کند که در آن g شتاب است و مقدار آن برابر (ولی در خلاف جهت) شتاب گرانشی میدان یکنواخت انتخاب شده است. بنابراین انتقال دوبلری فوتونهای تابش به صورت زیر خواهد بود

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta v}{c} = \frac{gH}{c^2} \quad (۳۵.۱۰)$$

که مقدار آن در میدان گرانشی زمین در حدود ۱×۱۰^{-۱۶} در هر متر است. در آزمایش اصلی باوند و ربکا از هسته ^{۵۷}Fe استفاده شد (از يك چشمه ^{۵۷}Co به قدرت ۱ Ci)، و فوتونهای ۱۴.۴ keV مسافتی معادل ۲۲.۵ m را در برج آزمایشگاه فیزیک جفرسون در هاروارد به طرف بالا پیمودند (شکل ۲۸.۱۰). اثر مورد انتظار از مرتبه ۲×۱۰^{-۱۵} بود، که حتی برای حساسیت (Γ/E_γ) تقریبی ۳×۱۰^{-۱۳} در ^{۵۷}Fe مستلزم تلاشی قهرمانانه بود. برای مشاهده این انتقال اندک (که در حدود $۱۰^{-۲}$ برابر پهنای تشدید بود)، باوند و ربکا کوشش خود را روی قسمتهایی از طیفین منحنی تشدید که دارای بزرگترین شیب بودند متمرکز کردند. برای کاهش اثرات سیستماتیک، لازم بود که از دمای چشمه و جاذب با دقت زیاد مراقبت شود (اختلاف دمای چشمه و جاذب سبب پهن شدن تشدید می‌شود، که اثری مشابه انتقال قله است) و به طور متناوب جای چشمه و جاذب را عوض کنند تا حرکت فوتونها در جهات متقابل بررسي شود. پس از چهار ماهه آزمایش، نتیجه به صورت $\Delta E/E = (۴۹۰۵۲ \pm ۵۰۴۱) \times ۱۰^{-۱۵}$ به دست آمد که با مقدار انتظاری ۴۹۰۵۵×۱۰^{-۱۵} برای مسیر رفت و برگشت ۴۵ m قابل مقایسه بود. این آزمایش بسیار دقیق که یکی از ظریفترین آزمونهای نظریه نسبیت عام است، بدون استفاده از حساسیت بسیار زیاد اثر موسباور امکان پذیر نبود.

همان طور که ذکر شد، شاید کاربردهای اصلی اثر موسباور در مطالعه برهم کنش هسته‌ها با محیط فیزیکی و شیمیایی آنها بوده است. برهم کنش گشاورهای الکترومغناطیسی هسته‌ای با میدانهای محیطی را معمولاً برهم کنشهای فوق دیز می‌نامند، که آنها را به طور مفصلتر در فصل ۱۶ بررسی خواهیم کرد. در حال حاضر، فقط به ذکر چند مثال از کاربردهای ظریف نمایی موسباور و مطالعه آنها خواهیم پرداخت.

در اولین مورد، اثر نفوذ تابع موجهای اتمی را در حجم هسته به سادگی اندازه می‌گیریم. این کمیت، که در معادله (۱۲.۳) با نماد ΔE نشان داده شد، نماینده اختلاف انرژی بین ترازهای الکترونی بر اساس يك هسته «نقطه‌ای» و يك هسته باردار کروی به شعاع R است. اگرچه هدف ما در فصل ۳ محاسبه اثر این امر بر ترازهای اتمی بود، ولی با اندکی تأمل متوجه می‌شویم که ترازهای هسته‌ای هم باید به مقدار مساوی و در جهت مخالف انتقال



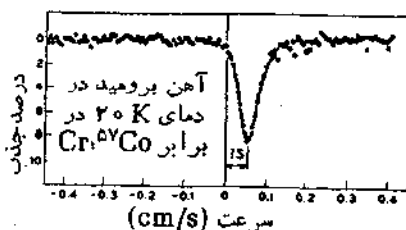
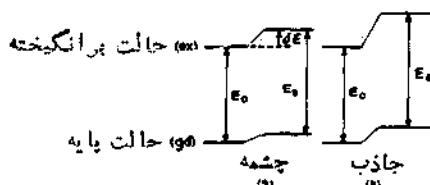
شکل ۲۸۰۱۰ نمای ساده‌ای از آزمایش انتقال سرخ گرانشی در برج هاروارد. برای تقلیل جذب درهوا، فوتونها در یک لولة میلار محتوی گاز He حرکت می‌کنند. در این شکل، چشمه در پایین و هسته جاذب و دستگاه شمارگر در بالا قرار گرفته‌اند.

یابند، زیرا انرژی کل مشاهده شده (اتمی + هسته‌ای) نمی‌تواند در اثر نیروهای داخلی تغییر کند. اگر E_0 نماینده انرژی فوتون درغیاب این اثر $E_0 = E_e - E_g$ که در آن e نماینده حالت برانگیخته و g نشان‌دهنده حالت پایه است) باشد، انرژی مشاهده شده عبارت است از

$$E = (E_e + \Delta E_e) - (E_g + \Delta E_g) \\ = E_0 + \Delta E_e - \Delta E_g \quad (۲۹.۱۰)$$

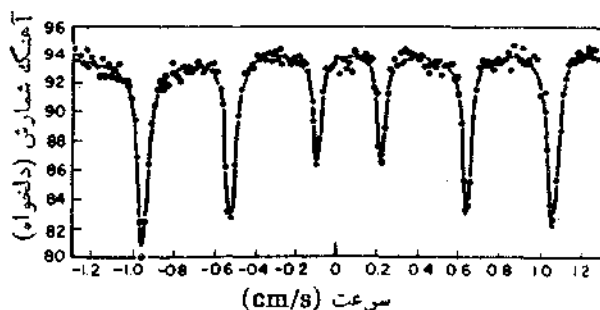
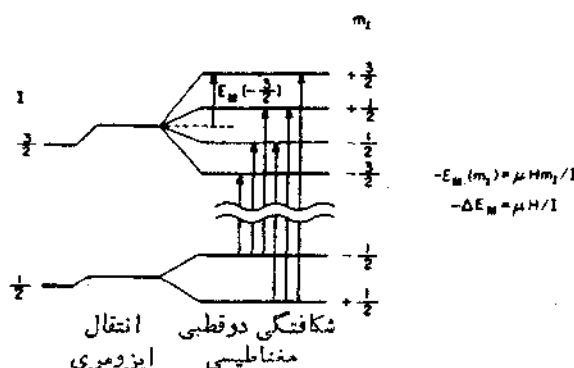
زیرا حالات پایه و برانگیخته دارای تابع موجهای مختلف و در نتیجه شمعاعهای متفاوت هستند. اگر چشمه و جاذب در آزمایش موسباور دارای محیط شیمیایی یکسان باشند، تشدید تغییر نمی‌کند، ولی اگر چشمه و جاذب با هم فرق داشته باشند، انرژیهای گذار اندکی متفاوت خواهند بود. در این مورد، یکی از قله‌های شکل ۲۵.۱۰ نسبت به موردی که چشمه و جاذب یکسان باشند، جابه‌جا می‌شود. تأثیر آن بر طیف موسباور دور کردن مرکز تشدید از مکان مربوط به سرعت صفر است. این اثر انتقال ایزومری نامیده می‌شود (با گاهی انتقال شیمیایی) و در شکل ۲۹.۱۰ نشان داده شده است. چنانکه می‌بینید، این اثر کوچک و از مرتبه یک قسمت در ۱۰^{۱۲} است.

در نوعی دیگر از جفت‌شدگی فوق‌ریز، شکافتگی ترازهای هسته‌ای را در میدان مغناطیسی مطالعه می‌کنیم. در فیزیک اتمی، اثر میدان مغناطیسی بر خطوط طیف اثر زیمان



شکل ۲۹.۱۰ انتقال ایزومری. در مواد مختلف، حالات پایه و برانگیخته در اثر همپوشی تابع موجهای الکترونی هسته‌ای دارای انتقالهای مختلف هستند. تأثیر این امر بر تشدید این است که موضع آن را نسبت به سرعت نسبی صفر جلودر می‌برد.

نامیده می‌شود و متناظر با از بین رفتن واگنی m تابه مربوط به يك تراز با تكانه زاویه‌ای I در میدان مغناطیسی است. میدان تراز را $14 + 2I$ زیر تراز با فاصله‌های مساوی می‌شکافد. طول موجهای اتمی در اثر زیمان نوعاً به اندازه يك قسمت در 10^4 منتقل می‌شوند؛ گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای فقط 10^{-3} برابر گشتاورهای اتمی و انرژیهای گذار هسته‌ای 10^5 برابر انرژیهای اتمی هستند، و به این ترتیب اثر هسته‌ای حاصل در حد يك قسمت در 10^{12} است. شکل ۳۵.۱۵ مثالی از این مورد را برای ^{57}Fe نشان می‌دهد. علاوه بر ساختار فوق‌ریز مغناطیسی، يك انتقال ایزومری نیز وجود دارد. گشتاورهای مغناطیسی حالات پایه و برانگیخته نامساوی هستند و در حقیقت طیف موسایور می‌تواند هنگامی که حالت پایه پایدار و گشتاور آن با دقت زیاد شناخته شده است (مثل مورد ^{57}Fe)، گشتاور مغناطیسی حالت برانگیخته

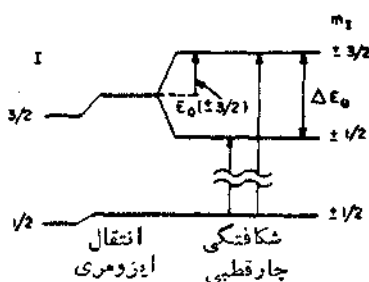


شکل ۳۵.۱۵ شکافگی دوقطبی مغناطیسی ترازهای هسته‌ای که به کمک اثر موسایور مشاهده شده است. در طرف راست شکل بالا حالات هسته‌ای m تابه نشان داده شده‌اند که در اثر میدان مغناطیسی شکافته شده‌اند. اگر حالات پایه و برانگیخته گشتاورهای دوقطبی هسته‌ای مختلف داشته باشند، شکافگی‌های انرژی ΔE_M چنانکه در شکل آمده است مختلف خواهند بود؛ در اینجا گشتاورها دارای علامت مختلف نیز هستند. برای گذارهای دوقطبی، فقط $\Delta m_I = 0$ یا ± 1 مجاز است، و به همین دلیل تعداد ۶ مؤلفه مختلف مشاهده می‌شود.

را به دقت تعیین کند. همچنین اگر گشتاور معلوم باشد، می‌توان اندازه میدان مغناطیسی را استنتاج کرد که حاوی اطلاعات مهمی در مورد ساختار اتمی است.

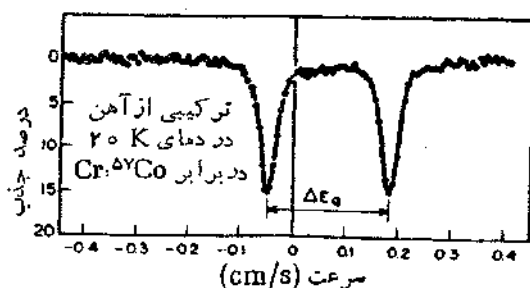
بالاخره، گشتاور چار قطبی هسته‌ای می‌تواند با شیب میدان الکتریکی برهم کنش کند و سبب شکافتگی چار قطبی الکتریکی شود. شکافتگی با m^2 متناسب است و در نتیجه $m +$ و $m -$ را از یکدیگر تمیز نمی‌دهد. بعلاوه، در حالت $I = 1/2$ شکافتگی ناپدید می‌شود. شکل ۳۱.۱۰ نمونه‌ای از مورد ^{57}Fe را نشان می‌دهد. توجه کنید که در برهم کنشهای چار قطبی الکتریکی در ^{57}Fe دو خط ظاهر می‌شود (درحالی که در مورد دوقطبی مغناطیسی شش خط نمایان است). برای ایزوتوپهای دیگری که اسپین حالات پایه و برانگیخته در آنها با هم فرق داشته باشد، تعداد خطوط متفاوت خواهد بود.

این مطالعات را می‌توان به مواد با کاربردهای گوناگون گسترش داد. برای مثال،



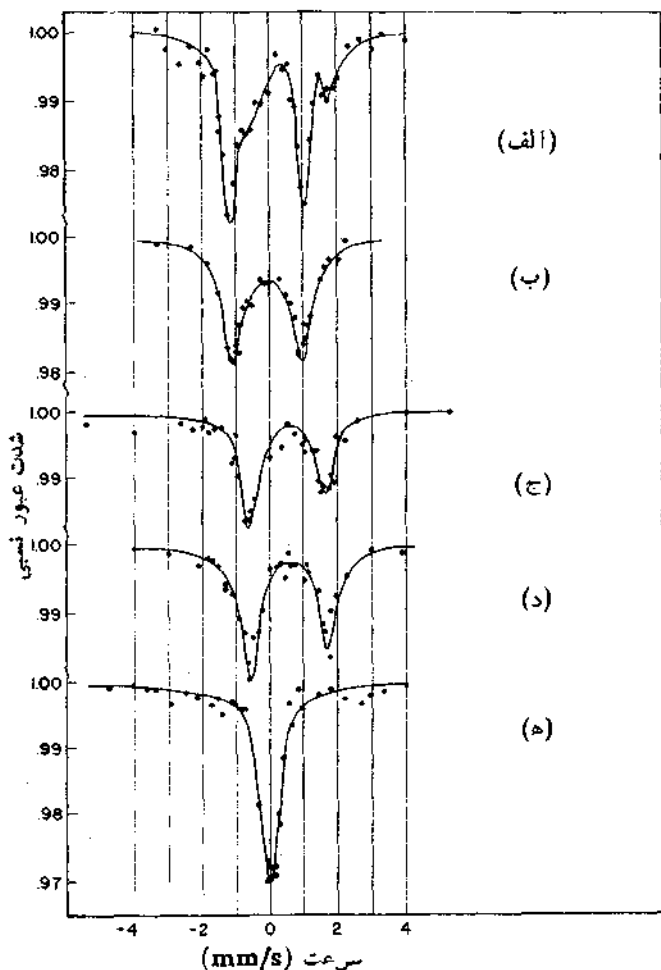
$$E_0(m) = \frac{eQq}{4} \left[\frac{3m^2 - I(I+1)}{4I(2I-1)} \right]$$

$$\Delta E_0 = E_0(3/2) - E_0(1/2) = \frac{eQq}{2}$$



شکل ۳۱.۱۰ شکافتگی فوق ریز چار قطبی الکتریکی. در رابطه شکافتگی انرژی، Q نماینده گشتاور چار قطبی الکتریکی هسته و q شیب میدان الکتریکی است (که بعضی اوقات V_{zz} یا $\partial^2 V / \partial z^2$ نامیده می‌شود). در این مورد فقط دو خط ظاهر می‌شوند، بعلاوه یک انتقال ایزومری هم مرکز طیف موسباور را از مکان متناظر به سرعت صفر دور می‌کند.

هموگلوبین پروتئین سبب قرمز شدن رنگ خون می شود و عامل پیوند اکسیژن در جریان خون است. هموگلوبین از نظر Fe غنی است و بنابراین می تواند در آزمایشهای موسباور مورد استفاده قرار گیرد. شکل ۳۲.۱۵ چند نمونه از نتایج این نوع آزمایش را نشان می دهد. خسون اکسیژن دار يك طیف موسباور با شکافتگی چار قطبی را نشان می دهد، ولی



شکل ۳۲.۱۵ آزمایشهای اثر موسباور که محیطهای شیمیایی مختلف Fe را در هموگلوبین نشان می دهند. چشمه این آزمایشها ^{57}Co موجود در Pt بود. جاذبهها به ترتیب عبارت بودند از (الف) گلبولهای قرمز موش در ۴K، (ب) هموگلوبین اکسیژن دار موش در ۷۷K، (ج) هموگلوبین انسان در ۷۷K، (د) هموگلوبین انسان در N_۲ در ۷۷K و (ه) هموگلوبین انسان در CO در ۷۷K. به تفاوت انتقالهای ایزومری و شکافتگی چار قطبی الکتریکی توجه کنید.

انتقال ایزومری آن با خون بدون اکسیژن اندکی متفاوت است. خون وریدی مخلوطی از هردو نوع را نشان می‌دهد. خونی که در معرض CO قرار گرفته است، نمایانگر شکافتگی چارقفبی و انتقال ایزومری نیست. هموگلوبین اکسیژن‌دار با قرار گرفتن در میدان مغناطیسی قوی از خود شکافتگی دوقطبی مغناطیسی نشان می‌دهد، ولی هموگلوبین بدون اکسیژن چنین نیست. کلیه مطالب فوق مربوط به یونهای فرو (Fe^{2+}) است؛ یونهای فریک (Fe^{3+}) که ممکن است حضورشان نشانه بیماری خونی باشد، طیفهای موسباور متفاوتی از خود نشان می‌دهند.

مراجعات تکمیلی

کتاب زیر یک اثر جامع درباره تابش چندقطبی الکترومغناطیسی است

M. E. Rose, *Multipole Fields* (New York: Wiley, 1955),

بحث تابش چندقطبی کلاسیک را در کتاب زیر هم می‌توان خواند

J. M. Blatt and V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1952),

شرح کوانتوم مکانیکی میدان تابش الکترومغناطیسی را می‌توان در مراجع زیر یافت

M. G. Bowler, *Nuclear Physics* (Oxford, Pergamon, 1973),

Alpha-, Beta-, and Gamma-Ray Spectroscopy, edited by K. Siegbahn (Amsterdam: North-Holland, 1965).

بسیاری از جنبه‌های نظری و تجربی گسیل گاما در کتاب زیر مرور شده است

The Electromagnetic Interaction in Nuclear Spectroscopy, edited by W. D. Hamilton (Amsterdam: North-Holland, 1975),

جداول ضرایب تبدیل نظری را می‌توان در مراجع زیر یافت

R. S. Hager and E. C. Seltzer, *Nuclear Data Tables, A 4, 1* (1968),

F. Rösel, H. M. Fries, K. Alder, and H. C. Pauli, *Atomic Data and Nuclear Data Tables, 21, 91* (1978),

Alpha - Beta - and Gamma-Ray Spectroscopy, edited by K. Siegbahn (Amsterdam: North-Holland, 1965).

اثر موسباور در کتابهای زیر مرور شده است

G. K. Weithelm, *Mössbauer Effect: Principles and Applications* (New York: Academic, 1964),

T. C. Gibb, *Principles of Mössbauer Spectroscopy* (New York: Halsted, 1976),

مقالات جدید درباره کاربرد اثر موسباور در کتابهای زیر گردآوری شده اند

Applications of Mössbauer Spectroscopy, Vols. I and II, edited by R. L. Cohen (New York: Academic, 1976 and 1980),

Mössbauer Spectroscopy, edited by U. Gonser (Berlin: Springer-Verlag, 1981).

مسائل

۰۱ هر يك از هسته های زیر، در گذار بین حالت برانگیخته و حالت پایه، يك فوتون گاما گسیل می کنند. بسا در دست داشتن انرژی فوتون، انرژی حالت برانگیخته را بیابید و درباره رابطه بین انرژی پس زنی هسته و خطای تجربی انرژی فوتون بحث کنید: (الف) ^{110}Cd ؛ $0.000042 \text{ keV} \pm 0.00008419$ در 517 ؛ (ب) $0.00005 \text{ keV} \pm 0.0000786$ در ^{199}Au ؛ (ج) $0.000017 \text{ keV} \pm 0.0000274$ در ^{235}U ؛ (د) $0.000047 \text{ keV} \pm 0.0000152$ در ^{235}U ؛ (ه) $0.000072 \text{ keV} \pm 0.00008419$ در ^{199}Au .

۰۲ پس از واپاشی ^{198}Au ، سه پرتو γ از حالات ^{198}Hg گسیل می شوند که انرژی شان (بر حسب keV) به ترتیب عبارت اند از: 0.000015 ± 0.000041 ؛ 0.000069 ± 0.00008419 ؛ و 0.000072 ± 0.00008419 . فرض بر این است که این واپاشی به دو حالت برانگیخته E_1 و E_2 در ^{198}Hg منجر می شود، و گاماها به ترتیب متناظر با گذارهای $E_0 \rightarrow E_1$ ، $E_0 \rightarrow E_2$ ، و $E_1 \rightarrow E_2$ هستند (که E_0 نماینده حالت پایه است). اگر این فرض صحیح باشد، انتظار داریم $E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = E_{\gamma_3}$ باشد که این رابطه با توجه به خطای آزمایش، به تقریب ولی نه به دقت برقرار است. نشان دهید که چگونه با در نظر گرفتن پس زنی هسته می توان این اختلاف را از میان برد.

۰۳ محاسبه احتمال گسیل تابش چارقفبی الکتریکی شامل جمله ای به صورت معادله (۳۶.۳) با شاخصهای مناسب تابع موجهای اولیه و نهایی است. برای این انتگرال، صحت قواعد گزینش پاریته را در گذارهای چارقفبی الکتریکی بیازمایید.

۰۴ (الف) برای يك هسته سبك ($A \approx 10$) نسبت احتمالات گسیل تابش چارقفبی و دوقفبی را طبق برآورد وایسکوف محاسبه کنید. کلیه انتخابهای ممکن برای پاریته حالات اولیه و نهایی را در نظر بگیرید. (ب) این محاسبه را برای يك هسته سنگین تکرار کنید ($A \approx 200$).

۰۵ در هسته ای که بامدل دورانی توصیف شده است (شکل ۲۲.۵)، دومین حالت برانگیخته همواره به صورت 4^+ است. این حالت با تابش E_2 به حالت 2^+ واپاشیده می شود. این مشاهده را با محاسبه مبتنی بر برآوردهای وایسکوف در موارد زیر توجیه کنید: (الف) نسبت بین احتمال واپاشی E_2 و واپاشیهای هشت قفبی ($L=3$) و شانزده قفبی ($L=4$) به حالت 2^+ ، و (ب) نسبت بین احتمال واپاشی E_2 و واپاشی شانزده قفبی به حالت

پایه. (یادآوردی: این حالات، حالات دورانی جمعی هستند که برای آنها برآوردهای وایسکوف را نباید چندان جدی گرفت.)

۶. برای گذارهای گامای زیر، کلیه چندقطبیهای مجاز را به دست آورید و نشان دهید که کدام چندقطبی در تابش گسیلی شدت بیشتری دارد.

$$\frac{9^-}{2} \rightarrow \frac{7^+}{2} \quad (\text{الف})$$

$$4^+ \rightarrow 2^+ \quad (\text{د})$$

$$\frac{11^-}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2} \quad (\text{ه})$$

$$\frac{1^-}{2} \rightarrow \frac{7^-}{2} \quad (\text{ب})$$

$$3^+ \rightarrow 3^+ \quad (\text{و})$$

$$1^- \rightarrow 2^+ \quad (\text{ج})$$

۷. در یک فرایند واپاشی که به حالت نهایی در یک هسته Z زوج و N زوج می‌انجامد، فقط سه پرتو γ با انرژیهای ۲۰۰، ۱۰۰، و ۳۰۰ keV گسیل می‌شوند که به ترتیب از نوع $E1$ ، $E2$ ، و $E3$ هستند. دو نمودار تراز مختلف و قابل قبول را برای این هسته (که ضمناً با نظام شناخته شده ساختار هسته‌ای سازگار باشند) رسم کنید و محتملترین اسپین و پاریتته مربوط به این حالات را تعیین کنید. با چه نوع آزمایشی می‌توان بین این دو نمودار پیشنهادی تفاوت قایل شد.

۸. یک هسته با شروع از حالات پایه دارای حالات متوالی زیر است: $(3/2)^+$ ، $(7/2)^+$ ، $(5/2)^+$ ، $(1/2)^-$ ، و $(3/2)^+$. نمودار ترازاها را رسم کنید و گذارهای مجاز γ با شدت زیاد را نشان دهید و نوع آنها را تعیین کنید.

۹. حالت ایزومری 2^+ در ^{60}Co با انرژی ۵۸۰۶ keV به حالت پایه 5^+ واپاشیده می‌شود. تبدیل داخلی با گسیل γ رقابت می‌کند؛ ضرایب تبدیل مشاهده شده $\alpha_K = 41$ ، $\alpha_L = 7$ ، و $\alpha_M = 1$ هستند. (الف) نیمه عمر انتظاری حالت 2^+ را در صورتی که نوع گذار $M3$ فرض شود، به دست آورید و آن را با نیمه عمر مشاهده شده 10.5 min مقایسه کنید. (ب) اگر گذار حاوی جزء کوچکی از تابش $E4$ باشد، تغییر نیمه عمر را چگونه برآورد می‌کنید؟ (ج) حالت 2^+ با گسیل مستقیم β نیز به ^{60}Ni واپاشیده می‌شود. انرژی بیشینه β برابر ۱.۵۵ MeV و $\log f t$ برابر ۷.۲۲ است، حالت 2^+ در ۲۵ درصد موارد با گسیل β و در ۹۹.۷۵ درصد موارد با گسیل γ و تبدیل داخلی واپاشیده می‌شود. در نظر گرفتن گسیل β چه تأثیری در نیمه عمر مشاهده شده دارد؟

۱۰. یک هسته Z زوج و N زوج دارای رشته ترازهای متوالی زیر در بالای حالت پایه 0^+ است: $(89 \text{ keV}) 2^+$ ، $(288 \text{ keV}) 2^+$ ، $(585 \text{ keV}) 6^+$ ، $(1050 \text{ keV}) 0^+$ ، $(1129 \text{ keV}) 2^+$. (الف) نمودار ترازهای انرژی را رسم کنید و کلیه گذارهای قابل قبول γ و نوع چندقطبی آنها را مشخص کنید. (ب) با در نظر گرفتن تبدیل داخلی، چه گذارهای اضافی و چه نوع چندقطبیتی ظاهر می‌شوند؟

۱۱. (الف) پنج باشش نمونه از گذارهای $0^+ \rightarrow 2^+$ از اولین حالات برانگیخته «دورانی» هسته‌های $190 < A < 150$ را انتخاب کنید. (برای دستیابی به اطلاعات طیف‌نمایی هسته از مراجع استاندارد استفاده کنید.) نسبت بین آنتنگ واپاشی مشاهده شده γ و برآورد وایسکوف متناظر آن را محاسبه کنید. تصحیح تبدیل داخلی در طول عمرهای محاسبه شده را در صورت لزوم انجام دهید. (ب) این محاسبه را برای هسته‌های «ارتعاشی» $150 < A < 60$ ، بدون در نظر گرفتن پوسته‌های بسته، تکرار کنید. (ج) در مورد تفاوت‌های بین گذارهای «دورانی» و «ارتعاشی» گاما به چه نتایجی می‌توان رسید؟
۱۲. جدول ایزوتوپها چندقطبی بودن گذارهای γ و طول عمر حالات برانگیخته را نشان می‌دهد. با جستجو در اطلاعات داده شده، نموداری مشابه شکل ۱۳۰۱۰ آماده کنید که طول عمر گذارهای $M2$ را نشان دهد. رابطه بین طول عمر و انرژی گذار را بررسی کنید (در مواردی که تراز با چند گذار واپاشیده می‌شود از نیمه عمرهای جزئی استفاده کنید). نمونه‌های مورد بررسی شامل ^{39}Ar ، ^{73}As ، ^{147}Eu ، ^{165}Ho ، ^{181}Ta ، و ^{182}W است، ولی می‌توانید بسیاری از موارد دیگر را نیز در نظر بگیرید.
۱۳. از جمله هسته‌هایی که در آنها گذارهای $E4$ دیده می‌شود، هسته‌های ^{52}Mn ، ^{86}Rb ، ^{93}Mo ، ^{114}In ، و ^{202}Pb هستند. طول عمرهای جزئی این گذارها را با استفاده از اطلاعات طیف‌نمایی به دست آورید، و آنها را با مقادیر محاسبه شده از برآوردهای وایسکوف مقایسه کنید.
۱۴. جذب یک نوترون بسیار کم انرژی توسط ^{113}Cd منجر به تولید حالت برانگیخته ^{113}Cd می‌شود، که با گسیل پرتو γ مستقیماً به حالت پایه ^{113}Cd واپاشیده می‌شود. (الف) انرژی پرتو γ را با چشم‌پوشی از پس‌زنی هسته محاسبه کنید. (ب) انرژی جنبشی ^{113}Cd پس‌زن را محاسبه کنید.
۱۵. در بخش ۲۰۵، حالات مدل ارتعاشی برای هسته‌های Z زوج و N زوج تا چندتایی سه فونونی 0^+ ، 2^+ ، 3^+ ، 4^+ ، و 6^+ مورد بحث قرار گرفت. این مدل قواعد گزینش گسیل γ را نیز به دست می‌دهد: عدد فونونی باید دقیقاً به اندازه یک واحد تغییر کند، و فقط گذارهای $E2$ مجاز هستند. یک نمودار تراز ارتعاشی رسم کنید که کلیه گذارهای مجاز γ را با شروع از چندتایی سه فونونی نشان دهد (از شکل ۱۹۰۵ به عنوان مبنا استفاده کنید).
۱۶. یک نمودار واپاشی، انرژیهای زیر را (بر حسب keV) نشان می‌دهد: ۴۲۱، ۳۲۷، ۷۴۸، ۸۴۰، ۱۲۶۱، و ۱۵۸۸. از مطالعات همفرودی این واپاشی به‌درونیجه می‌رسیم: فقط یکی از گاماها با هیچ گامای دیگری همفرود نیست، و هیچیک از گاماها با بیش از سه گامای دیگر همفرود نیست. گاماها پس از یک واپاشی بتا که فقط به یک تراز منتهی می‌شود گسیل می‌شوند. با استفاده از این اطلاعات یک نمودار تراز قابل قبول پیشنهاد کنید. (یادآوری: دوتریب سازگار با اطلاعات داده شده برای این پرتوهای گاما می‌توان ارائه داد.)

۱۷. در مطالعه الکترونیهای تبدیل گسیل شده از يك فرایند واپاشی، انرژیهای زیر اندازه گیری شده اند (بر حسب keV): ۲۰۵۷۴۰ ، ۲۰۴۳۶۴ ، ۱۹۳۳۳۶ ، ۱۵۷۲۵۷ ، ۱۵۴۳۸۱ ، ۱۴۳۳۵۳ ، ۱۲۵۳۱۰ ، ۷۵۳۲۷ ، ۴۹۳۰۳ ، ۴۶۳۲۷ ، ۳۴۳۹۹ . انرژی بستگی الکترونها در پوسته های مختلف عبارت اند از: ۸۳۳۱۰ keV (پوسته K)، ۱۴۸۲ keV (پوسته L)، ۳۵۶ keV (پوسته M)، و ۸۰ keV (پوسته N). حداقل تعداد گاما های مولد این گروه الکترونیهای مشاهده شده و انرژیهایشان را به دست آورید.

۱۸. بر مبنای اطلاعات شکل ۱۸.۱۰ و جدول ۲۰.۱۰، کلیه طول عمرهای جزئی برای گسیل گاما و الکترون را از تراز ۸^- هسته ^{۱۸۰}Hf پیدا کنید.

۱۹. برای هر يك از گذارهای اثر موسباور که در زیر مشخص شده اند، پهنای طبیعی، پهنای دوپلری در دمای اتاق، پهنای دوپلری در دمای هلیوم مایع (۴K)، و انرژی پس زنی هسته را پیدا کنید: (الف) گذار ۷۳ keV، ۷۳ ns در ^{۱۹۳}Ir ؛ (ب) گذار ۱۴۳۲ keV، ۹۸ ns در ^{۵۶}Fe ؛ (ج) گذار ۶۲ keV، ۶۲ ns در ^{۱۸۱}Ta ؛ (د) گذار ۲۳۳۹ keV، ۱۷۸ ns در ^{۱۱۹}Sn ؛ (ه) گذار ۹۵ keV، ۲۲ ps در ^{۱۶۵}Ho . نیمه عمرها داده شده اند.

۲۰. جذب تابش دوقطبی مغناطیسی گذار موسباور ۲۷۲۸ keV در ^{۱۲۹}I هسته را از حالت پایه $^{+}(۷/۲)$ به حالت برانگیخته $^{+}(۵/۲)$ می برد. مقدار گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و چار قطبی الکتریکی به ترتیب $\mu(۷/۲) = +۲۶ \mu_N$ ، $\mu(۵/۲) = +۲۸ \mu_N$ ، $Q(۷/۲) = -۰۵۵$ b، و $Q(۵/۲) = -۰۶۸$ b است. نمودار شکستگی حالت m تایسه را (مشابه شکل های ۳۰.۱۰ و ۳۱.۱۰) برای مسوارد دوقطبی مغناطیسی و چار قطبی الکتریکی رسم کنید، و تعداد مؤلفه های طیف موسباور را نشان دهید. راهنمایی: میدان مغناطیسی (H یا B) و شیب میدان الکتریکی (q یا V_{zz}) را می توان مثبت در نظر گرفت.

۲۱. در اغلب کارهای فیزیک هسته ای، ثابت واپاشی λ را برای يك نمونه هسته ای، ثابت واقعی در نظر می گیریم. اما، در این فصل و در فصل قبلی با دو فرایند روبه رو شده ایم که در آنها آهنگ واپاشی هسته ها می تواند تا حدی به حالت شیمیایی اتمهایشان بستگی داشته باشد. درباره این دو فرایند بحث کنید و نشان دهید که چگونه حالت اتمی می تواند در آهنگ واپاشی هسته ها مؤثر باشد. [برای بحث پیرامون این موضوع و نمونه های این فرایند، می توانید به مقاله مروری زیر رجوع کنید:

G. T. Emery, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 22, 165 (1972)].

پیوستها

پیوست الف

نسبیت خاص

معادلات مورد نیاز درواپاشی بتازای هسته‌ها و در بسیاری از محاسبات مربوط به فرایندهای پراثری و میان-اثری، معادلات سینماتیک نسبیتی هستند. مختصری از این معادلات را ذیلا مرور می‌کنیم.

الف. تبدیل لورنتس

اغلب لازم می‌شود که معادلات را از چارچوب مرجع آزمایشگاه به چارچوب متحرک دیگری که نسبت به آزمایشگاه سرعت ثابت دارد، مثلاً به چارچوب مرکز جرم یا چارچوب سکون ذره متحرک، منتقل کنیم. تبدیل نسبیتی این انتقال چارچوب مرجع را تبدیل لورنتس می‌گویند. حرکت ذره را در یک چارچوب با مختصات (x, y, z, t) و در چارچوب دیگر با مختصات (x', y', z', t') مشخص می‌کنیم. فرض می‌کنیم که چارچوب دوم نسبت به اولی با سرعت u در جهت مشترک x و x' در حرکت است. در این صورت داریم

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - ux/c^2)$$

(الف. ۱)

که در آن $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ است.

سرعت ذره را می‌توان با استفاده از معادلات بالا و با محاسبه dy'/dt' , dx'/dt' و dz'/dt' از يك چارچوب به چارچوب ديگر تبديل كرد. معادلات تبديل سرعت چنين می‌شوند

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma(1 - uv_x/c^2)} \quad (\text{الف. ۲})$$

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma(1 - uv_x/c^2)}$$

يکي از پيامدهای مهم اين تبديلهای در فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی، اتساع زمان است. این بدان معنی است که مدت زمان تحقق يك پدیده که در يك چارچوب مرجع اندازه‌گیری می‌شود، با اندازه‌گیری زمان همان پدیده در چارچوب مرجعی که نسبت به اولی در حرکت است متفاوت خواهد بود. مدت زمان تحقق پدیده در چارچوبی که نسبت بدان «در حال سکون» است، یعنی چارچوبی که رویدادهای ابتدا و انتهای فاصله زمانی تحقق پدیده مورد نظر در آن در يك نقطه ثابت (x, y, z) رخ می‌دهد، از مدت زمان اندازه‌گیری شده در چارچوب مرجع متحرك كمتر است. این مدت زمان اندازه‌گیری شده در چارچوب مرجع «در حال سکون» را زمان ویژه می‌گویند. فاصله زمان اندازه‌گیری شده در تمام چارچوبهای مرجع متحرك، طولانیتر از زمان ویژه است. برای نمونه، طول عمر ذرات واپاشنده عموماً در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود که در آن ذره ممکن است در حال حرکت باشد. بنابراین طول عمری که ما در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌گیریم از طول عمر ویژه، که در چارچوب سکون ذره اندازه‌گیری می‌شود، بیشتر است. رابطه بین فاصله زمانی ویژه Δt_0 و فاصله زمانی Δt که در چارچوب متحرك اندازه‌گیری می‌شود، به صورت زیر است

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{الف. ۳})$$

بايد توجه داشت که در سرعتهای نسبی کم $\gamma \approx 1$ است، درحالی که در سرعتهای نسبی نزدیک به سرعت نور داریم $\gamma \rightarrow \infty$.

الف. ۴. دینامیک نسبیتی

در نسبیت خاص، برای آنکه فرمولبندی تحلیل برخورد ها از سازگاری درونی برخوردار باشد، مجبور می‌شویم که مفاهیم بنیادی جرم، تکانه، و انرژی را از نو تعریف کنیم. تکانه نسبیتی ذره‌ای که با سرعت v در حرکت است، چنين می‌شود

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (\text{الف. ۴})$$

که در آن m جرم سکون ذره است، و منظور از آن جرم اندازه‌گیری شده ذره در چارچوب مرجعی است که ذره نسبت به آن در حال سکون است. در بسیاری از معادلات نسبیت خاص، جرم نسبیتی به صورت γm ظاهر می‌شود که این طرز نمایش می‌تواند با مشکلاتی همراه باشد. زیرا به‌طور کلی این درست نیست که در عبارتهای کلاسیک صرفاً جرم را با جرم نسبیتی جایگزین کنیم. اما اگر تکانه را به صورت معادله (الف. ۴) در نظر بگیریم، مفهوم کلاسیک پایستگی تکانه همچنان برقرار خواهد بود. با وجود اینکه استفاده از افزایش جرم نسبیتی ذره متحرک گهگاه کار محاسبه را آسانتر می‌کند (مانند مورد سیکلوترونها)، در این کتاب فقط جرم سکون m را به کار می‌بریم تا از هرگونه اشتباهی جلوگیری شود. در انحراف مغناطیسی ذرات باردار می‌توانیم شعاع مسیر را بر حسب تکانه ذره منحرف شده بنویسیم تا اشکالی پیش نیاید.

اگر تکانه ذره به صورت معادله (الف. ۴) تعریف شود، انرژی جنبشی نسبیتی چنین می‌شود

$$T = E - mc^2 \quad (\text{الف. ۵})$$

که در آن E انرژی نسبیتی کل ذره است

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \quad (\text{الف. ۶})$$

برای ذرات بدون جرم (مانند فوتون و نوترینو) که با سرعت نور حرکت می‌کنند، داریم

$$E = pc \quad (\text{الف. ۷})$$

برای ذراتی که انرژی کل E در آنها خیلی بزرگتر از انرژی سکونشان mc^2 است، معادله (الف. ۷) تقریب خوبی به شمار می‌رود.

با استفاده از بسط دو جمله‌ای، معادله (الف. ۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$T = \frac{1}{2} mv^2 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) \quad (\text{الف. ۸})$$

بدین گونه، دسرتهایی که نسبت به کوچک‌اند، فرمول کلاسیک $\frac{1}{2} mv^2$ از دقت کافی برخوردار است.

در فرایندهای واپاشی بتا و دیگر برهم‌کنشهای ضعیف، عبارات مربوط به طیف انرژی و توزیع زاویه‌ای اغلب شامل v/c است. با استفاده از معادله (الف. ۶) می‌توان نشان داد که

$$\frac{v}{c} = \frac{p}{E} \quad (\text{الف. ۹})$$

در برخورد های با انرژی پایین، می توان از فرمول های کلاسیک پایداری تکانه خطی و پایداری انرژی استفاده کرد [در اینجا فرض این است که معادله مقدار Q به صورت $Q = (m_i - m_f)c^2$ به کار برده می شود، که عملاً یک فرمول نسبیتی است]. در برخورد با انرژی بالا باید فرمول های نسبیتی را به کار ببریم. هرچند که فرمول های نسبیتی در انرژی های پایین هم قابلیت کاربرد دارند، ولی این کاربردها اغلب اسباب زحمت اند و باعث پیچیدگی عملیات جبری می شوند. از این رو، در هر جایی که ممکن باشد، برای تحلیل فرایندهای واپاشی و واکنش هسته ای از فرمول های نان نسبیتی استفاده خواهیم کرد.

الف. ۳ تبدیل انرژی و تکانه

با استفاده از تبدیل لورنتس، می توان معادلات نسبیتی تبدیل انرژی و تکانه خطی را به صورت زیر به دست آورد

$$\begin{aligned} p'_x &= \gamma(p_x - uE/c^2) \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= p_z \\ E' &= \gamma(E - up_x) \end{aligned} \quad (\text{الف. ۱۰})$$

که در آن $\mathbf{p}$ و E در یکی از چارچوب ها، و $\mathbf{p}'$ و E' در چارچوب دیگری که با سرعت u نسبت به اولی در جهت x در حرکت است، اندازه گیری می شوند.

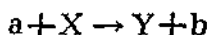
پیوست ب

چارچوب مرجع مرکز جرم

آسانترین راه برای بررسی واکنشهای هسته‌ای، استفاده از چارچوب مرجع مرکز جرم (CM) است که در آن تکانه خطی کل ذرات واکنش کننده برابر صفر می‌شود. [چنانکه در بحث زیر خواهیم دید، کار برد نسبت خاص باعث می‌شود که چارچوب مرکز جرم با چارچوب مرکز تکانه تفاوت داشته باشد. برای واکنشها و واپاشیهایی که در این کتاب بررسی می‌شوند و در انرژیهای پایین رخ می‌دهند، با اطمینان خاطر می‌توان معادلات ناسبیتی را به کار برد و وجه افتراق بین چارچوبها را بی‌اهمیت دانست. اگر بخواهیم کاملاً درست عمل کنیم، باید مطابق معادله (ب.۲) چارچوب CM را به صورت چارچوب مرکز تکانه تعریف کنیم، باید در عین حال تکانه را با عبارت نسبیتی‌اش در نظر بگیریم، یعنی به جای عبارت کلاسیک mv معادله (الف.۴) را قرار دهیم.] در دستگاه آزمایشگاه (L)، واکنشها معمولاً با فرود يك باریکه از ذرات تابشی بر هدنی از ذرات در حال سکون انجام می‌شوند. بنابراین، پیش از آنکه بتوانیم آزمایش و نظریه را باهم مقایسه کنیم، باید خواص مورد مشاهده واکنش (انرژی و تکانه ذرات حاصل، سطح مقطعها) را از چارچوب مرجع L به چارچوب CM برگردانیم.

ب.۱ سینماتیک واکنش

واکنش مورد بررسی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم



که در آن انرژی جنبشی باریکه ذرات فرودی a در آزمایشگاه برابر T_a است و ذرات هدف X در آزمایشگاه ساکن اند. برای آنکه در اثر تعدد شاخصها سردرگم نشویم، تمام مختصه‌های دستگاه L را بامتغیرهای بدون پریم $(T_a, v_a, T_Y, T_b, \theta_Y, \theta_b, \dots)$ و تمام مختصه‌های متناظر در دستگاه CM را بامتغیرهای پریم دار $(T'_a, v'_a, T'_Y, \dots)$ نشان می‌دهیم. برای آسانی کاربری، تکانه ذرات فرودی a را در جهت محور x در نظر می‌گیریم. در این صورت، برای واکنشهای انجام شونده در انرژی پایین که در آن سینماتیک نانسیتی قابل استفاده است، تکانه‌های خطی اولیه عبارت اند از

$$p_x = m_a v_a \quad (ب.۱)$$

$$p'_x = m_a v'_a + m_X v'_X = 0 \quad (ب.۲)$$

این دو معادله، به ترتیب در چارچوبهای L و CM نوشته شده‌اند. اگر سرعت چارچوب CM از دیدگاه L برابر v_{CM} باشد، آنگاه داریم

$$v'_a = v_a - v_{CM} \quad (ب.۳)$$

$$v'_X = -v_{CM} \quad (ب.۴)$$

می‌توان نشان داد که شرط لازم و کافی برای برقراری معادله (ب.۲) چنین است

$$v_{CM} = v_a \frac{m_a}{m_a + m_X} \quad (ب.۵)$$

پس از برخورد، از دیدگاه چارچوب CM ذرات b و Y باید در خلاف جهت یکدیگر در حرکت باشند (به طوری که تکانه خطی کل همچنان صفر بماند). مؤلفه‌های x و y تکانه نهایی را در چارچوب L به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$p_x = m_b v_b \cos \theta_b + m_Y v_Y \cos \theta_Y \quad (ب.۶)$$

$$p_y = m_b v_b \sin \theta_b - m_Y v_Y \sin \theta_Y \quad (ب.۷)$$

که در آنها با فرض θ_b و θ_Y در دو طرف محور x ، علامتهای مؤلفه‌های y را به طور صریح در معادله (ب.۷) مشخص کرده‌ایم.

جهات حرکت ذرات نهایی را در چارچوب CM با θ'_b و $\theta'_Y = -\theta'_b$ نشان می‌دهیم. تکانه کل ذرات در راستای حرکت باید برابر صفر باشد، یعنی

$$m_b v'_b + m_Y v'_Y = 0 \quad (ب.۸)$$

با استفاده از معادلات (ب.۶) تا (ب.۸) می‌توان به نتایج جالب توجهی دست یافت: سرعت مرکز جرم پس از واکنش با سرعت پیش از واکنش برابر نیست. (این نکته ممکن

است شرط یکواخت بودن حرکت مرکز جرم را، در یک سیستم منزوی تحت تأثیر نیروهای داخلی، نقض کند. اما باید توجه داشت که بنا بر فیزیک کلاسیک، جرم کل سیستم نمی تواند تغییر کند. چون جرم اولیه با جرم نهایی مساوی نیست، و اختلاف میان آنها به اندازه مقدار Q است، معادلات کلاسیک به طور کامل برقرار نیستند. رابطه بین سرعت نهایی و سرعت اولیه CM چنین به دست می آید

$$v_{CM,f} = \left(\frac{m_a + m_x}{m_b + m_y} \right) v_{CM,i} \quad (\text{ب. ۹})$$

یادآور می شود که در برخورد الاستیک، داریم $v_{CM,f} = v_{CM,i}$. نسبت بین جرمها در معادله (ب. ۹) معمولاً خیلی به واحد نزدیک است. اختلاف جرمهای اولیه و نهایی مساوی مقدار Q می شود، که در واکنشهای انرژی پایین نوعاً در حدود 10^{-3} تا 10^{-5} برابر کسل انرژی واکنش است.

با استفاده از قانون پایستگی انرژی در چارچوبهای L و CM انرژی ذره b را به صورت زیر به دست می آوریم

$$T'_b = \frac{m_b}{m_y + m_b} \left[Q + \left(1 - \frac{m_a}{m_y + m_b} \right) T_a \right] \quad (\text{ب. ۱۰})$$

معادله متناظر برای انرژی T_b را در چارچوب L به صورت معادله (۵.۱۱) در اختیار داشتیم. اگر معادلات تکانه و سرعت را به همین ترتیب بررسی کنیم، رابطه زیر را برای تبدیل زوایا به دست می آوریم

$$\tan \theta_b = \frac{\sin \theta'_b}{\cos \theta'_b + \gamma} \quad (\text{ب. ۱۱})$$

که در آن داریم

$$\gamma = \frac{v_{CM}}{v_b} \quad (\text{ب. ۱۲})$$

$$= \left[\frac{m_a m_b}{m_x m_y T_a + Q(1 + m_a/m_x)} \right]^{1/2} \quad (\text{ب. ۱۳})$$

ب. ۲. سطح مقطعها

سطح مقطع کل فقط احتمال مطلق و قسوع واکنش را به دست می دهد، و بنابراین تبدیل چارچوبهای L و CM در آن اثری ندارد. اما سطح مقطع دیفرانسیلی وابسته به متغیر زاویه ای است، و در نتیجه به نوع چارچوب مرجع بستگی پیدا می کند.

تعداد ذراتی که به یک آشکار ساز کوچک می‌رسند، در هر دو چارچوب برابر $d\sigma$ است که اگر آن را به صورت $d\sigma = (d\sigma/d\Omega)d\Omega \equiv \sigma(\theta)d\Omega$ بنویسیم، رابطه بین سطح مقطعهای دیرانسیلی چنین می‌شود

$$d\sigma = \sigma(\theta)d\Omega = \sigma(\theta')d\Omega' \quad (\text{ب. } ۱۴)$$

با در دست داشتن سطح مقطع دیرانسیلی $\sigma(\theta)$ که در آزمایشگاه اندازه گیری می‌شود، سطح مقطع دیرانسیلی چارچوب CM عبارت است از

$$\sigma(\theta') = \sigma(\theta) \frac{d\Omega}{d\Omega'} \quad (\text{ب. } ۱۵)$$

با انتگرال گیری متغیر نامطلوب سمتی در هر دو چارچوب مرجع، داریم $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ و $d\Omega' = 2\pi \sin\theta' d\theta'$ و با توجه به معادله (ب. ۱۱) خواهیم داشت

$$\frac{d\Omega}{d\Omega'} = \frac{|1 + \gamma \cos\theta'|}{(1 + 2\gamma \cos\theta' + \gamma^2)^{3/2}} \quad (\text{ب. } ۱۶)$$

ب. ۳. معادله شرودینگر مرکز جرم (CM)

معادله شرودینگر ناظر بر برهم کنش متقابل ذرات درگیر در واکنش را نیز می‌توان به صورت CM در آورد. در مختصات دکارتی، معادله ترکیبی دو ذره را می‌توان چنین نوشت

$$-\frac{\hbar^2}{2m_a} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_a^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y_a^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z_a^2} \right) - \frac{\hbar^2}{2m_x} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y_x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z_x^2} \right) + V(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_x) \Psi = E \Psi \quad (\text{ب. } ۱۷)$$

که در آن $\mathbf{r}_x = (x_x, y_x, z_x)$ و $\mathbf{r}_a = (x_a, y_a, z_a)$ معرف مختصات دو ذره و Ψ معرف تابع موج ترکیبی است. با تعریف مختصات CM به صورت

$$\mathbf{R} = (X, Y, Z) = (m_a \mathbf{r}_a + m_x \mathbf{r}_x) / (m_a + m_x)$$

و مختصات نسبی $\mathbf{r} = (x, y, z) = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_x$ می‌توان مشتقات جزئی را بر حسب مختصات جدید نوشت. مثلاً داریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x_a} &= \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x_a} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x_a} \\ &= \frac{m_a}{m_a + m_x} \frac{\partial \Psi}{\partial X} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \end{aligned}$$

و همین طور برای سایر مشتقات اول و دوم. نتیجه چنین می شود

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial Z^2}\right)-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right)+V\Psi=E\Psi \quad (\text{ب. ۱۸})$$

که در آن $M = m_a + m_x$ جرم کل، و $m = m_a m_x / (m_a + m_x)$ جرم کاهشده است. اگر تابع پتانسیل فقط به مختصات نسبی $\mathbf{r}$ بستگی داشته باشد، آنگاه معادله به دو بخش جدا از هم تقسیم می شود که یکی از آنها فقط به حرکت CM بستگی دارد، و دیگری بخش نسبی است که به برهم کنش متقابل مربوط می شود. جدا شدن تابع موج به صورت $\Psi = \psi_{CM}(X, Y, Z) \psi(x, y, z)$ خواهد بود. در بخش CM با یک ذره منفرد به جرم M سروکار داریم که آزادانه در حرکت است (یعنی با یک موج تخت روبه رو هستیم). بخش نسبی ψ از حل معادله زیر به دست می آید

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)+V(\mathbf{r})\psi=E\psi \quad (\text{ب. ۱۹})$$

که در آن $\psi(x, y, z)$ تابع موج معرف برهم کنش بین ذرات است. اکنون این شکل ساده شده معادله دوجسمی را می توان به صورت معادله شرودینگر برای یک ذره منفرد به جرم کاهشده m که در پتانسیل ثابت $V(\mathbf{r})$ ، همانند پتانسیل بین دو جسم در آزمایشگاه، در حرکت است حل کرد. به کمک این حل می توان سطح مقطع را تعیین کرد، و سپس با استفاده از معادلات تبدیل (ب. ۱۵) و (ب. ۱۶)، نتیجه را با سطح مقطع اندازه گیری شده در آزمایشگاه مقایسه کرد. معادله (ب. ۱۹) را در مختصات قطبی می توان نوشت [معادله (۱۶۰۲)].

جدول خواص هسته‌ای

خواص تعدادی از ایزوتوپهای انتخابی را در جدول زیر نشان داده‌ایم. برای هر عنصر فقط ایزوتوپهای پایدار و ایزوتوپهای نسبتاً دراز-عمر را در نظر گرفته‌ایم. برای تمامی ایزوتوپها، جرم اتمی حالت پایه و وضعیت اسپین - پارینه را مشخص کرده‌ایم، و وضعیتهای نامطمئن اسپین - پارینه در داخل پرانتز مشخص شده‌اند. برای ایزوتوپهای پایدار، درصد فراوانی و برای ایزوتوپهای رادیواکتیو، نیمه‌عمر و مد اصلی واپاشی (با علامتهای قراردادی e برای گیراندازی الکترون و همچنین گسیل پوزیترون، β^- برای واپاشی بتای منفی، α برای واپاشی آلفا، f برای شکافت خود به خود) نشان داده شده‌اند. جرم اتمی برای اتمهای نختی داده شده است. در ستون نیمه‌عمر، یکای My معادل 10^6 سال است. میزان خطا در جرم اتمی، نوعاً در حدود 10^{-5} (و برای برخی از موارد ناپایدار در حدود 10^{-4}) است. میزان خطاهای درصد فراوانی و نیمه‌عمر، نوعاً در حدود آخرین رقمهای مندرج در جدول است.

	Z	A	جرم اتمی		فراوانی یا نیمه‌عمر		Z	A	جرم اتمی		فراوانی یا نیمه‌عمر
			I^π	(u)					I^π	(u)	
H	1	1	$\frac{1}{2}^+$	1.007825	99.985%			10	$\frac{3}{2}^+$	10.012937	19.8%
		2	$\frac{1}{2}^+$	2.014102	0.015%			11	$\frac{3}{2}^-$	11.009305	80.2%
		3	$\frac{3}{2}^+$	3.016049	12.3 y (β^-)			12	$\frac{1}{2}^+$	12.014353	20.4 ms (β^-)
He	2	3	$\frac{1}{2}^+$	3.016029	1.38×10^{-4} %			13	$\frac{3}{2}^+$	13.017780	17.4 ms (β^-)
		4	0^+	4.002603	99.99986%						
Li	3	6	$\frac{1}{2}^+$	6.015121	7.5%	C	6	9	$\frac{3}{2}^-$	9.031039	0.13 s (e)
		7	$\frac{3}{2}^+$	7.016003	92.5%			10	0^+	10.016856	19.2 s (e)
		8	$\frac{1}{2}^+$	8.022486	0.84 s (β^-)			11	$\frac{3}{2}^-$	11.011433	20.4 m (e)
			2^+					12	0^+	12.000000	98.89%
Be	4	7	$\frac{3}{2}^-$	7.016928	53.3 d (e)			13	$\frac{1}{2}^-$	13.003355	1.11%
		8	0^+	8.005305	0.07 fs (α)			14	0^+	14.003242	5730 y (β^-)
		9	$\frac{3}{2}^-$	9.012182	100%			15	$\frac{1}{2}^+$	15.010599	2.45 s (β^-)
		10	0^+	10.013534	1.6 My (β^-)						
		11	$\frac{1}{2}^+$	11.021658	13.8 s (β^-)	N	7	12	$\frac{1}{2}^+$	12.018613	11 ms (e)
B	5	8	$\frac{1}{2}^+$	8.024606	0.77 s (e)			13	$\frac{1}{2}^-$	13.005739	9.96 m (e)
		9	$\frac{1}{2}^-$	9.013329	0.85 as (α)			14	$\frac{1}{2}^+$	14.003074	99.63%
								15	$\frac{1}{2}^-$	15.000109	0.366%
								16	2	16.006100	7.13 s (β^-)

جرم اتمی				فراوانی یا							
Z	A	(u).	I ⁿ		Z	A	(u)	I ⁿ	نیمه عمر		
O	8	17	17.008450	$\frac{1}{2}^{-}$		26	25.986892	5 ⁺	0.72 My (e)		
		18	18.014081	1 ⁻		27	26.981539	$\frac{5}{2}^{+}$	100 %		
		14	14.008595	0 ⁺	71 s (e)	28	27.981910	3 ⁺	2.24 m (β ⁻)		
		15	15.003065	$\frac{1}{2}^{-}$	122 s (e)	29	28.980446	$\frac{5}{2}^{+}$	6.6 m (β ⁻)		
		16	15.994915	0 ⁺	99.76 %	30	29.982940	3 ⁺	3.7 s (β ⁻)		
		17	16.999131	$\frac{5}{2}^{+}$	0.038 %	Si	14	26	25.992330	0 ⁺	2.21 s (e)
		18	17.999160	0 ⁺	0.204 %		27	26.986704	$\frac{5}{2}^{+}$	4.13 s (e)	
		19	19.003577	$\frac{5}{2}^{+}$	26.9 s (β ⁻)		28	27.976927	0 ⁺	92.23 %	
20	20.004076	0 ⁺	13.5 s (β ⁻)	29	28.976495		$\frac{1}{2}^{+}$	4.67 %			
F	9	17	17.002095	$\frac{5}{2}^{+}$		30	29.973770	0 ⁺	3.10 %		
		18	18.000937	1 ⁺	110 m (e)	31	30.975362	$\frac{3}{2}^{+}$	2.62 h (β ⁻)		
		19	18.998403	$\frac{1}{2}^{+}$	100 %	32	31.974148	0 ⁺	105 y (β ⁻)		
		20	19.999981	2 ⁺	11 s (β ⁻)	33	32.997920	($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$) ⁺	6.2 s (β ⁻)		
		21	20.999948	$\frac{5}{2}^{+}$	4.3 s (β ⁻)	P	15	29	28.981803	$\frac{1}{2}^{+}$	4.1 s (e)
		22	22.003030	(3, 4) ⁺	4.2 s (β ⁻)		30	29.978307	1 ⁺	2.50 m (e)	
		23	23.003600	($\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$) ⁺	2.2 s (β ⁻)		31	30.973762	$\frac{1}{2}^{+}$	100 %	
							32	31.973907	1 ⁺	14.3 d (β ⁻)	
Ne	10	17	17.017690	$\frac{1}{2}^{-}$		33	32.971725	$\frac{1}{2}^{+}$	25.3 d (β ⁻)		
		18	18.005710	0 ⁺	1.7 s (e)	34	33.973636	1 ⁺	12.4 s (β ⁻)		
		19	19.001880	$\frac{1}{2}^{+}$	17.3 s (e)	S	16	30	29.984903	0 ⁺	1.2 s (e)
		20	19.992436	0 ⁺	90.51 %		31	30.979554	$\frac{1}{2}^{+}$	2.6 s (e)	
		21	20.993843	$\frac{3}{2}^{+}$	0.27 %		32	31.972071	0 ⁺	95.02 %	
		22	21.991383	0 ⁺	9.22 %		33	32.971458	$\frac{1}{2}^{+}$	0.75 %	
		23	22.994465	$\frac{5}{2}^{+}$	37.6 s (β ⁻)	34	33.967867	0 ⁺	4.21 %		
		24	23.993613	0 ⁺	3.4 m (β ⁻)	35	34.969032	$\frac{3}{2}^{+}$	87.4 d (β ⁻)		
25	24.997690	($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$) ⁺	0.60 s (β ⁻)	36	35.967081	0 ⁺	0.017 %				
Na	11	20	20.007344	2 ⁺	0.45 s (e)	37	36.971126	$\frac{5}{2}^{-}$	5.0 m (β ⁻)		
		21	20.997651	$\frac{3}{2}^{+}$	22.5 s (e)	38	37.971162	0 ⁺	170 m (β ⁻)		
		22	21.994434	3 ⁺	2.60 y (e)	Cl	17	33	32.977452	$\frac{1}{2}^{+}$	2.51 s (e)
		23	22.989768	$\frac{3}{2}^{+}$	100 %		34	33.973763	0 ⁺	1.53 s (e)	
		24	23.990961	4 ⁺	15.0 h (β ⁻)		35	34.968853	$\frac{3}{2}^{+}$	75.77 %	
		25	24.989953	$\frac{5}{2}^{+}$	60 s (β ⁻)		36	35.968307	2 ⁺	0.30 My (β ⁻)	
		26	25.992586	3 ⁺	1.1 s (β ⁻)		37	36.965903	$\frac{1}{2}^{+}$	24.23 %	
		27	26.993940	$\frac{5}{2}^{+}$	0.30 s (β ⁻)		38	37.968011	2 ⁻	37.3 m (β ⁻)	
Mg	12	21	21.011716	($\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$) ⁺	0.123 s (e)		39	38.968005	$\frac{3}{2}^{+}$	56 m (β ⁻)	
		22	21.999574	0 ⁺	3.86 s (e)		40	39.970440	2 ⁻	1.35 m (β ⁻)	
		23	22.994124	$\frac{1}{2}^{+}$	11.3 s (e)	41	40.970590	($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$) ⁺	31 s (β ⁻)		
		24	23.985042	0 ⁺	78.99 %	Ar	18	34	33.980269	0 ⁺	0.844 s (e)
		25	24.985837	$\frac{5}{2}^{+}$	10.00 %		35	34.975256	$\frac{1}{2}^{+}$	1.78 s (e)	
		26	25.982594	0 ⁺	11.01 %		36	35.967546	0 ⁺	0.337 %	
		27	26.984341	$\frac{1}{2}^{+}$	9.46 m (β ⁻)		37	36.966776	$\frac{3}{2}^{+}$	35.0 d (e)	
		28	27.983877	0 ⁺	21.0 h (β ⁻)		38	37.962732	0 ⁺	0.063 %	
29	28.988480	$\frac{3}{2}^{+}$	1.4 s (β ⁻)	39	38.964314		$\frac{5}{2}^{-}$	269 y (β ⁻)			
Al	13	24	23.999941	4 ⁺	2.07 s (e)		40	39.962384	0 ⁺	99.60 %	
		25	24.990429	$\frac{5}{2}^{+}$	7.18 s (e)		41	40.964501	$\frac{7}{2}^{-}$	1.83 h (β ⁻)	

جرم اتمی				فراوانی یا		جرم اتمی				فراوانی یا	
Z	A	(u)	I ⁺	نیمه عمر		Z	A	(u)	I ⁺	نیمه عمر	
	42	41.963050	0 ⁺	33 y (β ⁻)			52	51.946898	0 ⁺	1.7 m (β ⁻)	
	43	42.965670		5.4 m (β ⁻)			53	52.949730	($\frac{3}{2}$) ⁻	33 s (β ⁻)	
	44	43.965365	0 ⁺	11.9 m (β ⁻)							
K	19	37	36.973377	$\frac{3}{2}$ ⁺	1.23 s (ε)	V	23	46	45.960198	0 ⁺	0.42 s (ε)
		38	37.969080	3 ⁺	7.61 m (ε)			47	46.954906	$\frac{3}{2}$ ⁻	32.6 m (ε)
		39	38.963707	$\frac{1}{2}$ ⁺	93.26 %			48	47.952257	4 ⁺	16.0 d (ε)
		40	39.963999	4 ⁻	1.28 Gy (β ⁻)			49	48.948517	$\frac{7}{2}$ ⁻	330 d (ε)
		41	40.961825	$\frac{3}{2}$ ⁺	6.73 %			50	49.947161	6 ⁺	0.250 %
		42	41.962402	2 ⁻	12.4 h (β ⁻)			51	50.943962	$\frac{7}{2}$ ⁻	99.750 %
		43	42.960717	$\frac{3}{2}$ ⁻	22.3 h (β ⁻)			52	51.944778	3 ⁺	3.76 m (β ⁻)
		44	43.961560	2 ⁻	22.1 m (β ⁻)			53	52.944340	$\frac{7}{2}$ ⁻	1.6 m (β ⁻)
		45	44.960696	$\frac{3}{2}$ ⁺	17 m (β ⁻)			54	53.946442	(3, 4, 5) ⁺	50 s (β ⁻)
		46	45.961976	(2 ⁻)	115 s (β ⁻)	Cr	24	46	45.968360	0 ⁺	0.26 s (ε)
		47	46.961677	$\frac{1}{2}$ ⁺	17.5 s (β ⁻)			47	46.962905	$\frac{3}{2}$ ⁻	0.51 s (ε)
Ca	20	38	37.976318	0 ⁺	0.44 s (ε)			48	47.954033	0 ⁺	21.6 h (ε)
		39	38.970718	$\frac{3}{2}$ ⁺	0.86 s (ε)			49	48.951338	$\frac{5}{2}$ ⁻	41.9 m (ε)
		40	39.962591	0 ⁺	96.94 %			50	49.946046	0 ⁺	4.35 %
		41	40.962278	$\frac{7}{2}$ ⁻	0.10 My (ε)			51	50.944768	$\frac{7}{2}$ ⁻	27.7 d (ε)
		42	41.958618	0 ⁺	0.647 %			52	51.940510	0 ⁺	83.79 %
		43	42.958766	$\frac{7}{2}$ ⁻	0.135 %			53	52.940651	$\frac{3}{2}$ ⁻	9.50 %
		44	43.955481	0 ⁺	2.09 %			54	53.938882	0 ⁺	2.36 %
		45	44.956185	$\frac{7}{2}$ ⁻	165 d (β ⁻)			55	54.940842	$\frac{3}{2}$ ⁻	3.50 m (β ⁻)
		46	45.953689	0 ⁺	0.0035 %			56	55.940643	$\frac{3}{2}$ ⁻	5.9 m (β ⁻)
		47	46.954543	$\frac{7}{2}$ ⁻	4.54 d (β ⁻)	Mn	25	50	49.954240	0 ⁺	0.28 s (ε)
		48	47.952533	0 ⁺	0.187 %			51	50.948213	$\frac{5}{2}$ ⁻	46.2 m (ε)
		49	48.955672	$\frac{3}{2}$ ⁻	8.72 m (β ⁻)			52	51.945568	6 ⁺	5.59 d (ε)
		50	49.957519	0 ⁺	14 s (β ⁻)			53	52.941291	$\frac{7}{2}$ ⁻	3.7 My (ε)
Sc	21	42	41.965514	0 ⁺	0.68 s (ε)			54	53.940361	3 ⁺	312 d (ε)
		43	42.961150	$\frac{7}{2}$ ⁻	3.89 h (ε)			55	54.938047	$\frac{5}{2}$ ⁻	100 %
		44	43.959404	2 ⁺	3.93 h (ε)			56	55.938907	3 ⁺	2.58 h (β ⁻)
		45	44.955910	$\frac{7}{2}$ ⁻	100 %			57	56.938285	$\frac{5}{2}$ ⁻	1.6 m (β ⁻)
		46	45.955170	4 ⁺	83.8 d (β ⁻)			58	57.940060	3 ⁺	65 s (β ⁻)
		47	46.952409	$\frac{7}{2}$ ⁻	3.35 d (β ⁻)	Fe	26	51	50.956825	($\frac{5}{2}$) ⁻	0.25 s (ε)
		48	47.952235	6 ⁺	43.7 h (β ⁻)			52	51.948114	0 ⁺	8.27 h (ε)
		49	48.950022	$\frac{7}{2}$ ⁻	57.0 m (β ⁻)			53	52.945310	$\frac{7}{2}$ ⁻	8.51 m (ε)
		50	49.952186	5 ⁺	1.71 m (β ⁻)			54	53.939613	0 ⁺	5.8 %
Ti	22	43	42.968523	$\frac{7}{2}$ ⁻	0.51 s (ε)			55	54.938296	$\frac{3}{2}$ ⁻	2.7 y (ε)
		44	43.959690	0 ⁺	54 y (ε)			56	55.934939	0 ⁺	91.8 %
		45	44.958124	$\frac{7}{2}$ ⁻	3.09 h (ε)			57	56.935396	$\frac{1}{2}$ ⁻	2.15 %
		46	45.952629	0 ⁺	8.2 %			58	57.933277	0 ⁺	0.29 %
		47	46.951764	$\frac{5}{2}$ ⁻	7.4 %			59	58.934877	$\frac{3}{2}$ ⁻	44.6 d (β ⁻)
		48	47.947947	0 ⁺	73.7 %			60	59.934078	0 ⁺	1.5 My (β ⁻)
		49	48.947871	$\frac{7}{2}$ ⁻	5.4 %			61	60.936748	($\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$) ⁻	6.0 m (β ⁻)
		50	49.944792	0 ⁺	5.2 %			62	61.936773	0 ⁺	68 s (β ⁻)
		51	50.946616	$\frac{7}{2}$ ⁻	5.80 m (β ⁻)	Co	27	54	53.948460	0 ⁺	0.19 s (ε)

فرادانی یا				جرم اتمی				فرادانی یا			
Z A		جرم اتمی (u)	I ^o	نیمه عمر		Z A		جرم اتمی (u)	I ^o	نیمه عمر	
		55 54.942001	$\frac{3}{2}^{-}$	17.5 h (ε)	Ga 31 64 63.936836		0 ⁺	2.6 m (ε)			
		56 55.939841	4 ⁺	78.8 d (ε)	65 64.932738		$\frac{3}{2}^{-}$	15.2 m (ε)			
		57 56.936294	$\frac{3}{2}^{-}$	271 d (ε)	66 65.931590		0 ⁺	9.4 h (ε)			
		58 57.935755	2 ⁺	70.8 d (ε)	67 66.928204		$\frac{1}{2}^{-}$	78.3 h (ε)			
		59 58.933198	$\frac{7}{2}^{-}$	100 %	68 67.927982		1 ⁺	68.1 m (ε)			
		60 59.933820	5 ⁺	5.27 y (β ⁻)	69 68.925580		$\frac{3}{2}^{-}$	60.1 %			
		61 60.932478	$\frac{7}{2}^{-}$	1.65 h (β ⁻)	70 69.926028		1 ⁺	21.1 m (β ⁻)			
		62 61.934060	2 ⁺	1.5 m (β ⁻)	71 70.924701		$\frac{3}{2}^{-}$	39.9 %			
		63 62.933614	($\frac{3}{2}$) ⁻	27.5 s (β ⁻)	72 71.926365		3 ⁻	14.1 h (β ⁻)			
Ni 28	55	54.951336	$\frac{3}{2}^{-}$	0.19 s (ε)	73 72.925169		$\frac{3}{2}^{-}$	4.87 h (β ⁻)			
	56	55.942134	0 ⁺	6.10 d (ε)	74 73.926940		(4) ⁻	8.1 m (β ⁻)			
	57	56.939799	$\frac{3}{2}^{-}$	36.0 h (ε)	75 74.926499		$\frac{3}{2}^{-}$	2.1 m (β ⁻)			
	58	57.935346	0 ⁺	68.3 %	Ge 32 66 65.933847		0 ⁺	2.3 h (ε)			
	59	58.934349	$\frac{3}{2}^{-}$	0.075 My (ε)	67 66.932737		($\frac{1}{2}$) ⁻	19.0 m (ε)			
	60	59.930788	0 ⁺	26.1 %	68 67.928096		0 ⁺	271 d (ε)			
	61	60.931058	$\frac{3}{2}^{-}$	1.13 %	69 68.927969		$\frac{5}{2}^{-}$	39.0 h (ε)			
	62	61.928346	0 ⁺	3.59 %	70 69.924250		0 ⁺	20.5 %			
	63	62.929670	$\frac{1}{2}^{-}$	100 y (β ⁻)	71 70.924954		$\frac{1}{2}^{-}$	11.2 d (ε)			
	64	63.927968	0 ⁺	0.91 %	72 71.922079		0 ⁺	27.4 %			
	65	64.930086	$\frac{5}{2}^{-}$	2.52 h (β ⁻)	73 72.923463		$\frac{9}{2}^{+}$	7.8 %			
	66	65.929116	0 ⁺	54.8 h (β ⁻)	74 73.921177		0 ⁺	36.5 %			
	67	66.931570	?	21 s (β ⁻)	75 74.922858		$\frac{1}{2}^{-}$	82.8 m (β ⁻)			
	Cu 29	59 58.939503	$\frac{3}{2}^{-}$	82 s (ε)	76 75.921402		0 ⁺	7.8 %			
	60	59.937366	2 ⁺	23.4 m (ε)	77 76.923548		$\frac{7}{2}^{-}$	11.3 h (β ⁻)			
	61	60.933461	$\frac{3}{2}^{-}$	3.41 h (ε)	78 77.922853		0 ⁺	1.45 h (β ⁻)			
	62	61.932586	1 ⁺	9.73 m (ε)	79 78.925360		($\frac{1}{2}$) ⁻	19 s (β ⁻)			
	63	62.929599	$\frac{3}{2}^{-}$	69.2 %	As 33 70 69.930929		4 ⁺	53 m (ε)			
	64	63.292766	1 ⁺	12.7 h (ε)	71 70.927114		$\frac{5}{2}^{-}$	61 h (ε)			
	65	64.927793	$\frac{3}{2}^{-}$	30.8 %	72 71.926755		2 ⁻	26.0 h (ε)			
	66	65.928872	1 ⁺	5.10 m (β ⁻)	73 72.923827		$\frac{3}{2}^{-}$	80.3 d (ε)			
	67	66.927747	$\frac{3}{2}^{-}$	61.9 h (β ⁻)	74 73.923928		2 ⁻	17.8 d (ε)			
	68	67.929620	1 ⁺	31 s (β ⁻)	75 74.921594		$\frac{3}{2}^{-}$	100 %			
		69	68.926552	$\frac{1}{2}^{-}$	56 m (β ⁻)	76 75.922393		$\frac{3}{2}^{-}$	26.3 h (β ⁻)		
Zn 30		61 60.939514	$\frac{3}{2}^{-}$	89 s (ε)	77 76.920646		2 ⁻	38.8 h (β ⁻)			
62		61.934332	0 ⁺	9.2 h (ε)	78 77.921830		(2 ⁻)	91 m (β ⁻)			
63		62.933214	$\frac{3}{2}^{-}$	38.1 m (ε)	79 78.920946		$\frac{3}{2}^{-}$	9.0 m (β ⁻)			
64		63.929145	0 ⁺	48.6 %	Se 34 71 70.932270		$\frac{5}{2}^{-}$	4.7 m (ε)			
65		64.929243	$\frac{5}{2}^{-}$	244 d (ε)	72 71.927110		0 ⁺	8.4 d (ε)			
66		65.926035	0 ⁺	27.9 %	73 72.926768		$\frac{9}{2}^{+}$	7.1 h (ε)			
67		66.927129	$\frac{5}{2}^{-}$	4.10 %	74 73.922475		0 ⁺	0.87 %			
	68	67.924846	0 ⁺	18.8 %	75 74.922522		$\frac{5}{2}^{+}$	119.8 d (ε)			
	69	68.926552	$\frac{1}{2}^{-}$	56 m (β ⁻)	76 75.919212		0 ⁺	9.0 %			
	70	69.925325	0 ⁺	0.62 %	77 76.919913		$\frac{1}{2}^{-}$	7.6 %			
	71	70.927727	$\frac{1}{2}^{-}$	2.4 m (β ⁻)	78 77.917308		0 ⁺	23.5 %			
	72	71.926856	0 ⁺	46.5 h (β ⁻)	79 78.918498		$\frac{7}{2}^{-}$	< 0.065 My (β ⁻)			
	73	72.929780	($\frac{3}{2}$) ⁻	24 s (β ⁻)							

فراوانی یا جرم اتمی					فراوانی یا جرم اتمی				
Z	A	(u)	I ⁿ	نیمه عمر	Z	A	(u)	I ⁿ	نیمه عمر
	80	79.916520	0 ⁺	49.8%		87	86.908884	$\frac{9}{2}^{+}$	7.0%
	81	80.917991	$(\frac{1}{2})^{-}$	18.5 m (β^{-})		88	87.905619	0 ⁺	82.6%
	82	81.916698	0 ⁺	9.2%		89	88.907450	$\frac{5}{2}^{+}$	50.5 d (β^{-})
	83	82.919117	$(\frac{2}{2})^{+}$	22.5 m (β^{-})		90	89.907738	0 ⁺	28.8 y (β^{-})
	84	83.918463	0 ⁺	3.3 m (β^{-})		91	90.910187	$(\frac{3}{2})^{+}$	9.5 h (β^{-})
Br 35	76	75.924528	1 ⁻	16.1 h (e)		92	91.910944	0 ⁺	2.7 h (β^{-})
	77	76.921378	$\frac{3}{2}^{-}$	57.0 h (e)		93	92.913987	$(\frac{1}{2})^{+}$	7.4 m (β^{-})
	78	77.921144	1 ⁺	6.46 m (e)	Y 39	84	83.920310	(5^{-})	39 m (e)
	79	78.918336	$\frac{3}{2}^{-}$	50.69%		85	84.916437	$(\frac{1}{2})^{-}$	2.7 h (e)
	80	79.918528	1 ⁺	17.6 m (β^{-})		86	85.914893	4 ⁻	14.7 h (e)
	81	80.916289	$\frac{3}{2}^{-}$	49.31%		87	86.910882	$\frac{1}{2}^{-}$	80.3 h (e)
	82	81.916802	5 ⁻	35.3 h (β^{-})		88	87.909508	4 ⁻	106.6 d (e)
	83	82.915179	$(\frac{3}{2})^{-}$	2.39 h (β^{-})		89	88.905849	$\frac{1}{2}^{-}$	100%
	84	83.916503	2 ⁻	31.8 m (β^{-})		90	89.907152	2 ⁻	64.1 h (β^{-})
	85	84.915612	$(\frac{3}{2})^{-}$	2.9 m (β^{-})		91	90.907303	$\frac{1}{2}^{-}$	58.5 d (β^{-})
	75	74.931029	?	4.3 m (e)		92	91.908917	2 ⁻	3.54 h (β^{-})
	76	75.925959	0 ⁺	14.8 h (e)		93	92.909571	$\frac{1}{2}^{-}$	10.2 h (β^{-})
Kr 36	77	76.924610	$\frac{5}{2}^{+}$	75 m (e)		94	93.911597	2 ⁻	18.7 m (β^{-})
	78	77.920396	0 ⁺	0.356%	Zr 40	87	86.914817	$(\frac{9}{2})^{+}$	1.6 h (e)
	79	78.920084	$\frac{1}{2}^{-}$	35.0 h (e)		88	87.910225	0 ⁺	83.4 d (e)
	80	79.916380	0 ⁺	2.27%		89	88.908890	$\frac{9}{2}^{+}$	78.4 h (e)
	81	80.916590	$\frac{7}{2}^{+}$	0.21 My (e)		90	89.904703	0 ⁺	51.5%
	82	81.913482	0 ⁺	11.6%		91	90.905644	$\frac{5}{2}^{+}$	11.2%
	83	82.914135	$\frac{9}{2}^{+}$	11.5%		92	91.905039	0 ⁺	17.1%
	84	83.911507	0 ⁺	57.0%		93	92.906474	$\frac{5}{2}^{+}$	1.5 My (β^{-})
	85	84.912531	$\frac{9}{2}^{+}$	10.7 y (β^{-})		94	93.906315	0 ⁺	17.4%
	86	85.910616	0 ⁺	17.3%		95	94.908042	$\frac{5}{2}^{+}$	64.0 d (β^{-})
	87	86.913360	$\frac{5}{2}^{+}$	76 m (β^{-})		96	95.908275	0 ⁺	2.80%
Rb 37	88	87.914453	0 ⁺	2.84 h (β^{-})		97	96.910950	$\frac{1}{2}^{+}$	16.9 h (β^{-})
	89	88.917640	$(\frac{5}{2})^{+}$	3.18 m (β^{-})		98	97.912735	0 ⁺	31 s (β^{-})
	82	81.918195	1 ⁺	1.25 m (e)	Nb 41	89	88.913449	$(\frac{1}{2})^{-}$	2.0 h (e)
	83	82.915144	$\frac{5}{2}^{-}$	86.2 d (e)		90	89.911263	8 ⁺	14.6 h (e)
	84	83.914390	2 ⁻	32.9 d (e)		91	90.906991	$(\frac{9}{2})^{+}$	700 y (e)
	85	84.911794	$\frac{5}{2}^{-}$	72.17%		92	91.907192	$(7)^{+}$	35 My (e)
	86	85.911172	2 ⁻	18.8 d (β^{-})		93	92.906377	$\frac{9}{2}^{+}$	100%
	87	86.909187	$\frac{3}{2}^{-}$	27.83%		94	93.907281	6 ⁺	0.020 My (β^{-})
	88	87.911326	2 ⁻	17.8 m (β^{-})		95	94.906835	$\frac{9}{2}^{+}$	35.0 d (β^{-})
	89	88.912278	$(\frac{3}{2})^{-}$	15.2 m (β^{-})		96	95.908100	6 ⁺	23.4 h (β^{-})
	90	89.914811	(1^{-})	153 s (β^{-})		97	96.908097	$\frac{9}{2}^{+}$	72 m (β^{-})
	81	80.923270	$(\frac{1}{2})^{-}$	22 m (e)	Mo 42	90	89.913933	0 ⁺	5.67 h (e)
Sr 38	82	81.918414	0 ⁺	25.0 d (e)		91	90.911755	$\frac{9}{2}^{+}$	15.5 m (e)
	83	82.917566	$\frac{7}{2}^{+}$	32.4 d (e)		92	91.906808	0 ⁺	14.8%
	84	83.913430	0 ⁺	0.56%		93	92.906813	$\frac{5}{2}^{+}$	3500 y (e)
	85	84.912937	$\frac{9}{2}^{+}$	64.8 d (e)		94	93.905085	0 ⁺	9.3%
	86	85.909267	0 ⁺	9.8%		95	94.905841	$\frac{5}{2}^{+}$	15.9%

فراوانی یا جرم اتمی				فراوانی یا جرم اتمی					
Z	A	(u)	I ⁿ	Z	A	(u)	I ⁿ		
	96	95.904679	0 ⁺	16.7%	108	107.903895	0 ⁺	26.7%	
	97	96.906021	$\frac{5}{2}^{+}$	9.6%	109	108.905954	$\frac{5}{2}^{+}$	13.4 h (β^{-})	
	98	97.905407	0 ⁺	24.1%	110	109.905167	0 ⁺	11.8%	
	99	98.907711	$\frac{1}{2}^{+}$	66.0 h (β^{-})	111	110.907660	$\frac{5}{2}^{+}$	23 m (β^{-})	
	100	99.907477	0 ⁺	9.6%	112	111.907323	0 ⁺	21.0 h (β^{-})	
	101	100.910345	$\frac{1}{2}^{+}$	14.6 m (β^{-})					
Tc 43	94	93.909654	7 ⁺	293 m (ϵ)	Ag 47	103	102.908980	$\frac{7}{2}^{+}$	65.7 m (ϵ)
	95	94.907657	$\frac{9}{2}^{+}$	20.0 h (ϵ)		104	103.908623	5 ⁺	69.2 m (ϵ)
	96	95.907870	7 ⁺	4.3 d (ϵ)		105	104.906520	$\frac{1}{2}^{-}$	41.3 d (ϵ)
	97	96.906364	$\frac{9}{2}^{+}$	2.6 My (ϵ)		106	105.906662	1 ⁺	24.0 m (ϵ)
	98	97.907215	(6) ⁺	4.2 My (β^{-})		107	106.905092	$\frac{1}{2}^{-}$	51.83%
	99	98.906254	$\frac{9}{2}^{+}$	0.214 My (β^{-})		108	107.905952	1 ⁺	2.4 m (β^{-})
	100	99.907657	1 ⁺	15.8 s (β^{-})		109	108.904756	$\frac{1}{2}^{-}$	48.17%
						110	109.906111	1 ⁺	24.4 s (β^{-})
Ru 44	94	93.911361	0 ⁺	52 m (ϵ)	Cd 48	111	110.905295	$\frac{1}{2}^{-}$	7.45 d (β^{-})
	95	94.910414	$\frac{5}{2}^{+}$	1.65 h (ϵ)		112	111.907010	2 ⁻	3.14 h (β^{-})
	96	95.907599	0 ⁺	5.5%		104	103.909851	0 ⁺	58 m (ϵ)
	97	96.907556	$\frac{5}{2}^{+}$	2.88 d (ϵ)		105	104.909459	$\frac{5}{2}^{+}$	56.0 m (ϵ)
	98	97.905287	0 ⁺	1.86%		106	105.906461	0 ⁺	1.25%
	99	98.905939	$\frac{5}{2}^{+}$	12.7%		107	106.906613	$\frac{5}{2}^{+}$	6.50 h (ϵ)
	100	99.904219	0 ⁺	12.6%		108	107.904176	0 ⁺	0.89%
	101	100.905582	$\frac{5}{2}^{+}$	17.0%		109	108.904953	$\frac{5}{2}^{+}$	463 d (ϵ)
	102	101.904348	0 ⁺	31.6%		110	109.903005	0 ⁺	12.3%
	103	102.906323	$\frac{3}{2}^{+}$	39.4 d (β^{-})		111	110.904182	$\frac{1}{2}^{+}$	12.8%
	104	103.905424	0 ⁺	18.7%		112	111.902757	0 ⁺	24.1%
Rh 45	98	97.910716	(2) ⁺	8.7 m (ϵ)		113	112.904400	$\frac{1}{2}^{+}$	12.2%
	99	98.908192	($\frac{1}{2}^{-}$)	16.1 d (ϵ)		114	113.903357	0 ⁺	28.7%
	100	99.908116	1 ⁻	20.8 h (ϵ)		115	114.905430	$\frac{1}{2}^{+}$	53.4 h (β^{-})
	101	100.906159	$\frac{1}{2}^{-}$	3.3 y (ϵ)		116	115.904755	0 ⁺	7.5%
	102	101.906814	6 ⁺	2.9 y (ϵ)		117	116.907228	$\frac{1}{2}^{+}$	2.4 h (β^{-})
	103	102.905500	$\frac{1}{2}^{-}$	100%		118	117.911700	0 ⁺	50.3 m (β^{-})
	104	103.906651	1 ⁺	42.3 s (β^{-})					
	105	104.905686	$\frac{7}{2}^{+}$	35.4 h (β^{-})					
Pd 46	106	105.907279	1 ⁺	29.8 s (β^{-})	In 49	110	109.907230	2 ⁺	69.1 m (ϵ)
	99	98.911763	($\frac{3}{2}^{+}$)	21.4 m (ϵ)		111	110.905109	$\frac{9}{2}^{+}$	2.83 d (ϵ)
	100	99.908527	0 ⁺	3.6 d (ϵ)		112	111.905536	1 ⁺	14.4 m (ϵ)
	101	100.908287	$\frac{5}{2}^{+}$	8.5 h (ϵ)		113	112.904061	$\frac{9}{2}^{+}$	4.3%
	102	101.905634	0 ⁺	1.0%		114	113.904916	1 ⁺	71.9 s (β^{-})
	103	102.906114	$\frac{3}{2}^{+}$	17.0 d (ϵ)		115	114.903882	$\frac{9}{2}^{+}$	95.7%
	104	103.904029	0 ⁺	11.0%		116	115.905264	1 ⁺	14.1 s (β^{-})
	105	104.905079	$\frac{5}{2}^{+}$	22.2%		117	116.904517	$\frac{9}{2}^{+}$	43.8 m (β^{-})
	106	105.903478	0 ⁺	27.3%					
	107	106.905127	$\frac{5}{2}^{+}$	6.5 My (β^{-})		Sn 50	109	108.911294	$\frac{7}{2}^{+}$
				110	109.907858		0 ⁺	4.1 h (ϵ)	
				111	110.907741		$\frac{7}{2}^{+}$	35 m (ϵ)	
				112	111.904826		0 ⁺	1.01%	
				113	112.905176		$\frac{1}{2}^{+}$	115.1 d (ϵ)	
				114	113.902784	0 ⁺	0.67%		
				115	114.903348	$\frac{1}{2}^{+}$	0.38%		

جرم انمی				فرآوانی یا نیمه عمر		جرم انمی				فرآوانی یا نیمه عمر	
Z	A	(u)	I ⁺			Z	A	(u)	I ⁺		
	116	115.901747	0 ⁺	14.6%			129	128.904986	$\frac{7}{2}^{+}$	16 My (β^{-})	
	117	116.902956	$\frac{1}{2}^{+}$	7.75%			130	129.906713	5 ⁺	12.4 h (β^{-})	
	118	117.901609	0 ⁺	24.3%			131	130.906114	$\frac{7}{2}^{+}$	8.04 d (β^{-})	
	119	118.903311	$\frac{1}{2}^{+}$	8.6%			132	131.907987	4 ⁺	2.30 h (β^{-})	
	120	119.902199	0 ⁺	32.4%							
	121	120.904239	$\frac{3}{2}^{+}$	27.1 h (β^{-})		Xe 54	121	120.911450	($\frac{5}{2}^{+}$)	40.1 m (ϵ)	
	122	121.903440	0 ⁺	4.56%			122	121.908170	0 ⁺	20.1 h (ϵ)	
	123	122.905722	$\frac{11}{2}^{-}$	129 d (β^{-})			123	122.908469	($\frac{1}{2}^{+}$)	2.08 h (ϵ)	
	124	123.905274	0 ⁺	5.64%			124	123.905894	0 ⁺	0.096%	
	125	124.907785	$\frac{11}{2}^{-}$	9.62 d (β^{-})			125	124.906397	($\frac{1}{2}^{+}$)	17 h (ϵ)	
	126	125.907654	0 ⁺	0.1 My (β^{-})			126	125.904281	0 ⁺	0.090%	
	127	126.910355	($\frac{11}{2}^{-}$)	2.1 h (β^{-})			127	126.905182	($\frac{1}{2}^{+}$)	36.4 d (ϵ)	
							128	127.903531	0 ⁺	1.92%	
Sb 51	118	117.905534	1 ⁺	3.6 m (ϵ)			129	128.904780	$\frac{1}{2}^{+}$	26.4%	
	119	118.903948	$\frac{5}{2}^{+}$	38.0 h (ϵ)			130	129.903509	0 ⁺	4.1%	
	120	119.905077	1 ⁺	15.8 m (ϵ)			131	130.905072	$\frac{3}{2}^{+}$	21.2%	
	121	120.903821	$\frac{5}{2}^{+}$	57.3%			132	131.904144	0 ⁺	26.9%	
	122	121.905179	2 ⁻	2.70 d (β^{-})			133	132.905888	$\frac{3}{2}^{+}$	5.25 d (β^{-})	
	123	122.904216	$\frac{7}{2}^{+}$	42.7%			134	133.905395	0 ⁺	10.4%	
	124	123.905938	3 ⁻	60.2 d (β^{-})			135	134.907130	$\frac{3}{2}^{+}$	9.1 h (β^{-})	
	125	124.905252	$\frac{7}{2}^{+}$	2.7 y (β^{-})			136	135.907214	0 ⁺	8.9%	
	126	125.907250	8 ⁻	12.4 d (β^{-})			137	136.911557	$\frac{7}{2}^{-}$	3.82 m (β^{-})	
	127	126.906919	$\frac{7}{2}^{+}$	3.85 d (β^{-})							
						Cs 55	130	129.906753	1 ⁺	29.2 m (ϵ)	
							131	130.905444	$\frac{5}{2}^{+}$	9.69 d (ϵ)	
							132	131.906431	2 ⁻	6.47 d (ϵ)	
							133	132.905429	$\frac{7}{2}^{+}$	100%	
							134	133.906696	4 ⁺	2.06 y (β^{-})	
							135	134.905885	$\frac{7}{2}^{+}$	3 My (β^{-})	
							136	135.907289	5 ⁺	13.1 d (β^{-})	
							137	136.907073	$\frac{7}{2}^{+}$	30.2 y (β^{-})	
							138	137.911004	3 ⁻	32.2 m (β^{-})	
						Ba 56	127	126.911130	($\frac{1}{2}^{+}$)	12.7 m (ϵ)	
							128	127.908237	0 ⁺	2.43 d (ϵ)	
							129	128.908642	$\frac{1}{2}^{+}$	2.2 h (ϵ)	
							130	129.906282	0 ⁻	0.106%	
							131	130.906902	$\frac{1}{2}^{+}$	12.0 d (ϵ)	
							132	131.905042	0 ⁺	0.101%	
							133	132.905988	$\frac{1}{2}^{+}$	10.7 y (ϵ)	
							134	133.904486	0 ⁻	2.42%	
							135	134.905665	$\frac{3}{2}^{-}$	6.59%	
							136	135.904553	0 ⁺	7.85%	
							137	136.905812	$\frac{3}{2}^{+}$	11.2%	
							138	137.905232	0 ⁺	71.7%	
							139	138.908826	$\frac{7}{2}^{+}$	82.9 m (β^{-})	
							140	139.910581	0 ⁺	12.7 d (β^{-})	
							141	140.914363	$\frac{3}{2}^{-}$	18.3 m (β^{-})	

جرم اتمی					فراوانی یا		جرم اتمی					فراوانی یا	
Z	A	(u)	I ⁿ	نیمه عمر			Z	A	(u)	I ⁿ	نیمه عمر		
La 57	135	134.906953	$\frac{5}{2}^{+}$	19.5 h (ε)				145	144.912743	$\frac{5}{2}^{+}$	17.7 y (ε)		
	136	135.907630	1 ⁺	9.87 m (ε)				146	145.914708	3 ⁻	5.5 y (ε)		
	137	136.906460	$\frac{7}{2}^{+}$	0.06 My (ε)				147	146.915135	$\frac{7}{2}^{+}$	2.62 y (β ⁻)		
	138	137.907105	5 ⁺	0.089%				148	147.917473	1 ⁻	5.37 d (β ⁻)		
	139	138.906347	$\frac{7}{2}^{+}$	99.911%				149	148.918332	$\frac{7}{2}^{+}$	53.1 h (β ⁻)		
	140	139.909471	3 ⁻	40.3 h (β ⁻)				150	149.920981	(1 ⁻)	2.68 h (β ⁻)		
	141	140.910896	$\frac{7}{2}^{+}$	3.90 h (β ⁻)			Sm 62	142	141.915206	0 ⁺	72.5 m (ε)		
	142	141.914090	2 ⁻	91.1 m (β ⁻)				143	142.914626	$\frac{3}{2}^{+}$	8.83 m (ε)		
Ce 58	133	132.911360	$\frac{1}{2}^{+}$	5.4 h (ε)				144	143.911998	0 ⁺	3.1%		
	134	133.908890	0 ⁺	76 h (ε)				145	144.913409	$\frac{7}{2}^{-}$	340 d (ε)		
	135	134.909117	$\frac{1}{2}^{+}$	17.6 h (ε)				146	145.913053	0 ⁺	103 My (α)		
	136	135.907140	0 ⁺	0.190%				147	146.914894	$\frac{7}{2}^{-}$	15.1%		
	137	136.907780	$\frac{3}{2}^{+}$	9.0 h (ε)				148	147.914819	0 ⁺	11.3%		
	138	137.905985	0 ⁺	0.254%				149	148.917180	$\frac{7}{2}^{-}$	13.9%		
	139	138.906631	$\frac{3}{2}^{+}$	137.2 d (ε)			150	149.917273	0 ⁺	7.4%			
	140	139.905433	0 ⁺	88.5%			151	150.919929	$\frac{5}{2}^{-}$	90 y (β ⁻)			
141	140.908271	$\frac{7}{2}^{-}$	32.5 d (β ⁻)			152	151.919728	0 ⁺	26.6%				
142	141.909241	0 ⁺	11.1%			153	152.922094	$\frac{3}{2}^{+}$	46.8 h (β ⁻)				
143	142.912383	$\frac{3}{2}^{-}$	33.0 h (β ⁻)			154	153.922205	0 ⁺	22.6%				
144	143.913643	0 ⁺	284 d (β ⁻)			155	154.924636	$\frac{5}{2}^{-}$	22.4 m (β ⁻)				
145	144.917230	$\frac{5}{2}^{+}$	2.98 m (β ⁻)			Eu 63	148	147.918125	5 ⁻	54.5 d (ε)			
Pr 59	138	137.910748	1 ⁺	1.45 m (ε)				149	148.917926	$\frac{5}{2}^{+}$	93.1 d (ε)		
	139	138.908917	$\frac{5}{2}^{+}$	4.4 h (ε)				150	149.919702	0 ⁻	36 y (ε)		
	140	139.909071	1 ⁺	3.39 m (ε)				151	150.919847	$\frac{5}{2}^{+}$	47.9%		
	141	140.907647	$\frac{5}{2}^{+}$	100%				152	151.921742	3 ⁻	13 y (ε)		
	142	141.910039	2 ⁻	19.2 h (β ⁻)				153	152.921225	$\frac{5}{2}^{+}$	52.1%		
	143	142.910814	$\frac{7}{2}^{+}$	13.6 d (β ⁻)				154	153.922975	3 ⁻	8.5 y (β ⁻)		
	144	143.913301	0 ⁻	17.3 m (β ⁻)				155	154.922889	$\frac{5}{2}^{+}$	4.9 y (β ⁻)		
	Nd 60	139	138.911920	$\frac{5}{2}^{+}$	29.7 m (ε)			156	155.924752	0 ⁺	15 d (β ⁻)		
140		139.909306	0 ⁺	3.37 d (ε)			157	156.925418	$\frac{5}{2}^{+}$	15 h (β ⁻)			
141		140.909594	$\frac{5}{2}^{+}$	2.5 h (ε)			Gd 64	149	148.919344	$\frac{7}{2}^{-}$	9.4 d (ε)		
142		141.907719	0 ⁺	27.2%				150	149.918662	0 ⁺	1.8 My (α)		
143		142.909810	$\frac{7}{2}^{-}$	12.2%				151	150.920346	$\frac{7}{2}^{-}$	120 d (ε)		
144		143.910083	0 ⁺	23.8%				152	151.919786	0 ⁺	0.20%		
145		144.912570	$\frac{7}{2}^{-}$	8.3%				153	152.921745	$\frac{5}{2}^{-}$	242 d (ε)		
146		145.913113	0 ⁺	17.2%				154	153.920861	0 ⁺	2.1%		
147		146.916097	$\frac{5}{2}^{-}$	11.0 d (β ⁻)				155	154.922618	$\frac{3}{2}^{-}$	14.8%		
148		147.916889	0 ⁺	5.7%				156	155.922118	0 ⁺	20.6%		
149		148.920145	$\frac{5}{2}^{-}$	1.73 h (β ⁻)			157	156.923956	$\frac{1}{2}^{-}$	15.7%			
150		149.920887	0 ⁺	5.6%			158	157.924099	0 ⁺	24.8%			
151		150.923825	($\frac{3}{2}^{+}$)	12.4 m (β ⁻)			159	158.926384	$\frac{3}{2}^{-}$	18.6 h (β ⁻)			
152		151.924680	0 ⁺	11.4 m (β ⁻)			160	159.927049	0 ⁺	21.8%			
Pm 61	142	141.912970	1 ⁺	40.5 s (ε)			161	160.929664	$\frac{5}{2}^{-}$	3.7 m (β ⁻)			
	143	142.910930	$\frac{5}{2}^{+}$	265 d (ε)			Tb 65	156	155.924742	3 ⁻	5.34 d (ε)		
	144	143.912588	5 ⁻	349 d (ε)				157	156.924023	$\frac{3}{2}^{+}$	150 y (ε)		

جرم اتمی				فراوانی یا نیمه عمر				
Z	A	(u)	I ⁿ	Z	A	(u)	I ⁿ	
	158	157.925411	3 ⁻	150	y (e)			
	159	158.925342	$\frac{3}{2}^{+}$	100 %				
	160	159.927163	3 ⁻	72.1 d (β^{-})				
	161	160.927566	$\frac{3}{2}^{+}$	6.90 d (β^{-})				
	162	161.929510	1 ⁻	7.76 m (β^{-})				
	Dy 66	153	152.925769	$\frac{7}{2}^{-}$	6.4 h (e)			
		154	153.924429	0 ⁺	3 My (α)			
		155	154.925747	$\frac{5}{2}^{-}$	10.0 h (e)			
		156	155.924277	0 ⁺	0.057%			
		157	156.925460	$\frac{3}{2}^{-}$	8.1 h (e)			
158		157.924403	0 ⁺	0.100 %				
159		158.925735	$\frac{5}{2}^{-}$	144.4 d (e)				
160		159.925193	0 ⁺	2.3%				
161		160.926930	$\frac{5}{2}^{+}$	19.90%				
162		161.926795	0 ⁺	25.5%				
	163	162.928728	$\frac{3}{2}^{-}$	24.9%				
	164	163.929171	0 ⁺	28.1%				
	165	164.931700	$\frac{7}{2}^{+}$	2.33 h (β^{-})				
	166	165.932803	0 ⁺	81.6 h (β^{-})				
	Ho 67	162	161.929092	1 ⁺	15 m (e)			
		163	162.928731	$(\frac{7}{2})^{-}$	33 y (e)			
		164	163.930285	1 ⁺	29.0 m (e)			
		165	164.930319	$\frac{7}{2}^{-}$	100 %			
		166	165.932281	0 ⁻	26.8 h (β^{-})			
		167	166.933127	$(\frac{7}{2})^{-}$	3.1 h (β^{-})			
Er 68		160	159.929080	0 ⁺	28.6 h (e)			
		161	160.929996	$\frac{3}{2}^{-}$	3.24 h (e)			
		162	161.928775	0 ⁺	0.14%			
		163	162.930030	$\frac{1}{2}^{-}$	75.1 m (e)			
	164	163.929198	0 ⁺	1.56%				
	165	164.930723	$\frac{5}{2}^{-}$	10.4 h (e)				
	166	165.930290	0 ⁺	33.4%				
	167	166.932046	$\frac{7}{2}^{+}$	22.9%				
	168	167.932368	0 ⁺	27.1%				
	169	168.934588	$\frac{1}{2}^{-}$	9.40 d (β^{-})				
	170	169.935461	0 ⁺	14.9%				
	171	170.938027	$\frac{5}{2}^{-}$	7.52 h (β^{-})				
	172	171.939353	0 ⁺	49.3 h (β^{-})				
	Ta 73	178	177.945750	1 ⁺	9.31 m (e)			
		179	178.945930	$(\frac{7}{2})^{+}$	665 d (e)			
		180	179.947462	1 ⁺	0.0123%			
		181	180.947992	$\frac{7}{2}^{+}$	99.9877%			
		182	181.950149	3 ⁻	115 d (β^{-})			
		183	182.951369	$\frac{7}{2}^{+}$	5.1 d (β^{-})			
		W 74	178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)		
179			178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
180			179.946701	0 ⁺	0.13%			
181			180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182	181.948202		0 ⁺	26.3%				
183	182.950220		$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
	178		177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
	179		178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
	180		179.946701	0 ⁺	0.13%			
	181		180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
	182	181.948202	0 ⁺	26.3%				
	183	182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181	180.948192	$\frac{9}{2}^{+}$	121 d (e)			
182		181.948202	0 ⁺	26.3%				
183		182.950220	$\frac{1}{2}^{-}$	14.3%				
		178	177.945840	0 ⁺	21.5 d (e)			
		179	178.947067	$(\frac{7}{2})^{-}$	38 m (e)			
		180	179.946701	0 ⁺	0.13%			
		181						

فر اوائلی یا نیمہ عمر				جرم اتمی (u)				فر اوائلی یا نیمہ عمر			
Z	A	I ⁿ		Z	A	I ⁿ		Z	A	I ⁿ	
	184	183.950928	0 ⁺	30.7 %		198	197.967869	0 ⁺	7.2 %		
	185	184.953416	$\frac{1}{2}^-$	75.1 d (β^-)		199	198.970552	$(\frac{1}{2}^-)$	30.8 m (β^-)		
	186	185.954357	0 ⁺	28.6 %		200	199.971417	0 ⁺	12.5 h (β^-)		
	187	186.957153	$\frac{1}{2}^-$	23.9 h (β^-)							
	188	187.958480	0 ⁺	69.4 d (β^-)							
Re 75	182	181.951210	2 ⁺	12.7 h (ϵ)	Au 79	194	193.965348	1 ⁻	39.5 h (ϵ)		
	183	182.950817	$(\frac{3}{2}^+)$	71 d (ϵ)		195	194.965013	$\frac{3}{2}^+$	186 d (ϵ)		
	184	183.952530	3 ⁻	38 d (ϵ)		196	195.966544	2 ⁻	6.18 d (ϵ)		
	185	184.952951	$\frac{1}{2}^+$	37.40 %		197	196.966543	$\frac{3}{2}^+$	100 %		
	186	185.954984	1 ⁻	90.6 h (β^-)		198	197.968217	2 ⁻	2.696 d (β^-)		
	187	186.955744	$\frac{1}{2}^+$	62.60 %		199	198.968740	$\frac{3}{2}^+$	3.14 d (β^-)		
	188	187.958106	1 ⁻	16.9 h (β^-)		200	199.970670	1 ⁻	48.4 m (β^-)		
	189	188.959219	$(\frac{3}{2}^+)$	24.3 h (β^-)	Hg 80	193	192.966560	$\frac{3}{2}^-$	3.8 h (ϵ)		
Os 76	182	181.952120	0 ⁺	21.5 h (ϵ)		194	193.965391	0 ⁺	520 y (ϵ)		
	183	182.953290	$(\frac{3}{2}^+)$	13.0 h (ϵ)		195	194.966640	$\frac{1}{2}^-$	9.5 h (ϵ)		
	184	183.952488	0 ⁺	0.018 %		196	195.965807	0 ⁺	0.15 %		
	185	184.954041	$\frac{1}{2}^-$	93.6 d (ϵ)		197	196.967187	$\frac{1}{2}^-$	64.1 h (ϵ)		
	186	185.953830	0 ⁺	1.6 %		198	197.966743	0 ⁺	10.0 %		
	187	186.955741	$\frac{1}{2}^-$	1.6 %		199	198.968254	$\frac{1}{2}^-$	16.8 %		
	188	187.955830	0 ⁺	13.3 %		200	199.968300	0 ⁺	23.1 %		
	189	188.958137	$\frac{3}{2}^-$	16.1 %		201	200.970277	$\frac{3}{2}^-$	13.2 %		
	190	189.958436	0 ⁺	26.4 %		202	201.970617	0 ⁺	29.8 %		
	191	190.960920	$\frac{2}{2}^-$	15.4 d (β^-)		203	202.972848	$\frac{5}{2}^-$	46.6 d (β^-)		
	192	191.961467	0 ⁺	41.0 %		204	203.973467	0 ⁺	6.9 %		
	193	192.964138	$\frac{3}{2}^-$	30.6 h (β^-)		205	204.976047	$\frac{1}{2}^-$	5.2 m (β^-)		
	194	193.965173	0 ⁺	6.0 y (β^-)	Tl 81	200	199.970934	2 ⁻	26.1 h (ϵ)		
Ir 77	188	187.958830	(2 ⁻)	41.5 h (ϵ)		201	200.970794	$\frac{1}{2}^+$	73 h (ϵ)		
	189	188.958712	$\frac{1}{2}^+$	13.1 d (ϵ)		202	201.972085	2 ⁻	12.2 d (ϵ)		
	190	189.960580	(4 ⁺)	11.8 d (ϵ)		203	202.972320	$\frac{1}{2}^+$	29.5 %		
	191	190.960584	$\frac{3}{2}^+$	37.3 %		204	203.973839	2 ⁻	3.77 y (β^-)		
	192	191.962580	4 ⁻	74.2 d (β^-)		205	204.974401	$\frac{1}{2}^+$	70.5 %		
	193	192.962917	$\frac{3}{2}^+$	62.7 %		206	205.976084	0 ⁻	4.20 m (β^-)		
	194	193.965069	1 ⁻	19.2 h (β^-)	Pb 82	201	200.972830	$\frac{5}{2}^-$	9.3 h (ϵ)		
	195	194.965966	$(\frac{3}{2}^+)$	2.8 h (β^-)		202	201.972134	0 ⁺	0.05 My (ϵ)		
Pt 78	187	186.960470	$\frac{3}{2}^-$	2.35 h (ϵ)		203	202.973365	$\frac{5}{2}^-$	51.9 h (ϵ)		
	188	187.959386	0 ⁺	10.2 d (ϵ)		204	203.973020	0 ⁺	1.42 %		
	189	188.960817	$\frac{3}{2}^-$	10.9 h (ϵ)		205	204.974458	$\frac{5}{2}^-$	15 My (ϵ)		
	190	189.959917	0 ⁺	0.013 %		206	205.974440	0 ⁺	24.1 %		
	191	190.961665	$\frac{3}{2}^-$	2.9 d (ϵ)		207	206.975872	$\frac{1}{2}^-$	22.1 %		
	192	191.961019	0 ⁺	0.78 %		208	207.976627	0 ⁺	52.3 %		
	193	192.962977	$(\frac{1}{2}^-)$	50 y (ϵ)		209	208.981065	$\frac{9}{2}^+$	3.25 h (β^-)		
	194	193.962655	0 ⁺	32.9 %		210	209.984163	0 ⁺	22.3 y (β^-)		
	195	194.964766	$\frac{1}{2}^-$	33.8 %		211	210.988735	$(\frac{9}{2}^-)$	36.1 m (β^-)		
	196	195.964926	0 ⁺	25.3 %		212	211.991871	0 ⁻	10.6 h (β^-)		
	197	196.967315	$\frac{1}{2}^-$	18.3 h (β^-)	Bi 83	206	205.978478	6 ⁺	6.24 d (ϵ)		
						207	206.978446	$\frac{9}{2}^-$	32 y (ϵ)		

فرآوانی یا نیمه عمر					جرم اتمی				
Z	A	جرم اتمی (u)	I^π	فرآوانی یا نیمه عمر	Z	A	جرم اتمی (u)	I^π	فرآوانی یا نیمه عمر
	208	207.979717	(5 ⁺)	0.368 My (e)		232	232.038051	0 ⁺	100 %
	209	208.980374	$\frac{9}{2}^-$	100 %		233	233.041577	($\frac{1}{2}^+$)	22.3 m (β^-)
	210	209.984095	1 ⁻	5.01 d (β^-)					
	211	210.987255	$\frac{9}{2}^-$	2.15 m (α)	Pa 91	229	229.032073	($\frac{5}{2}^+$)	1.4 d (e)
	212	211.991255	1 ⁻	60.6 m (β^-)		230	230.034527	(2 ⁻)	17.7 d (e)
Po 84	206	205.980456	0 ⁺	8.8 d (e)		231	231.035880	$\frac{3}{2}^-$	32,800 y (μ)
	207	206.981570	$\frac{5}{2}^-$	5.8 h (e)		232	232.038565	(2 ⁻)	1.31 d (β^-)
	208	207.981222	0 ⁺	2.90 y (α)		233	233.040243	$\frac{3}{2}^-$	27.0 d (β^-)
	209	208.982404	$\frac{1}{2}^-$	102 y (α)					
	210	209.982848	0 ⁺	138.4 d (α)	U 92	233	233.039628	$\frac{5}{2}^+$	0.1592 My (α)
	211	210.986627	$\frac{9}{2}^+$	0.52 s (α)		234	234.040947	0 ⁺	0.245 My (α)
At 85	208	207.986510	6 ⁺	1.63 h (e)		235	235.043924	$\frac{7}{2}^-$	0.720 %
	209	208.986149	$\frac{9}{2}^-$	5.4 h (e)		236	236.045563	0 ⁺	23.42 My (α)
	210	209.987126	5 ⁺	8.3 h (e)		237	237.048725	$\frac{1}{2}^+$	6.75 d (β^-)
	211	210.987469	$\frac{9}{2}^-$	7.21 h (e)		238	238.050785	0 ⁺	99.275 %
	212	211.990725	(1 ⁻)	0.31 s (α)		239	239.054290	$\frac{5}{2}^+$	23.5 m (β^-)
	213	212.992911	$\frac{9}{2}^-$	0.11 μ s (α)	Np 93	236	236.046550	(6 ⁻)	0.11 My (e)
Rn 86	207	206.990690	$\frac{5}{2}^-$	9.3 m (e)		237	237.048168	$\frac{3}{2}^+$	2.14 My (α)
	210	209.989669	0 ⁺	2.4 h (α)		238	238.050941	2 ⁺	2.117 d (β^-)
	211	210.990576	$\frac{1}{2}^-$	14.6 h (e)		239	239.052933	$\frac{5}{2}^+$	2.36 d (β^-)
	212	211.990697	0 ⁺	24 m (α)	Pu 94	237	237.048401	$\frac{7}{2}^-$	45.3 d (e)
	218	218.005580	0 ⁺	35 ms (α)		238	238.049555	0 ⁺	87.74 y (α)
	222	222.017571	0 ⁺	3.82 d (α)		239	239.052158	$\frac{1}{2}^+$	24,100 y (α)
	224		0 ⁺	107 m (β^-)		240	240.053808	0 ⁺	6570 y (α)
Fr 87	209	208.995870	$\frac{9}{2}^-$	50 s (α)		241	241.056846	$\frac{5}{2}^+$	14.4 y (β^-)
	212	211.996130	5 ⁺	20 m (e)		242	242.058737	0 ⁺	0.376 My (α)
	215	215.000310	$\frac{9}{2}^-$	0.12 μ s (α)		243	243.061998	$\frac{7}{2}^+$	4.96 h (β^-)
	220	220.012293	1	27.4 s (α)	Am 95	240	240.055278	(3 ⁻)	50.9 h (e)
	223	223.019733	($\frac{3}{2}^-$)	21.8 m (β^-)		241	241.056824	$\frac{5}{2}^-$	433 y (α)
Ra 88	222	222.015353	0 ⁺	38 s (α)		242	242.059542	1 ⁻	16.0 h (β^-)
	223	223.018501	$\frac{1}{2}^+$	11.4 d (α)		243	243.061375	$\frac{5}{2}^-$	7370 y (α)
	224	224.020186	0 ⁺	3.66 d (α)		244	244.064279	(6 ⁻)	10.1 h (β^-)
	225	225.023604	($\frac{3}{2}^-$) ⁺	14.8 d (β^-)	Cm 96	246	246.067218	0 ⁺	4700 y (α)
	226	226.025403	0 ⁺	1602 y (α)		247	247.070347	$\frac{9}{2}^-$	16 My (α)
	227	227.029171	($\frac{3}{2}^+$)	42 m (β^-)		248	248.072343	0 ⁺	0.34 My (α)
Ac 89	224	224.021685	(0 ⁻)	2.9 h (e)		249	249.075948	$\frac{1}{2}^+$	64 m (β^-)
	225	225.023205	($\frac{3}{2}^-$)	10.0 d (α)	Bk 97	246	246.068720	2 ⁻	1.8 d (e)
	226	226.026084	(1 ⁻)	29 h (β^-)		247	247.070300	($\frac{3}{2}^-$)	1380 y (α)
	227	227.027750	$\frac{3}{2}^-$	21.77 y (β^-)	Cf 98	251	251.079580	$\frac{1}{2}^+$	698 y (α)
	228	228.031015	(3 ⁺)	6.1 h (β^-)		252	252.081621	0 ⁺	2.64 y (α)
Th 90	228	228.028715	0 ⁺	1.91 y (α)	Es 99	252	252.082944	(4 ⁺ , 5 ⁻)	472 d (α)
	229	229.031755	$\frac{5}{2}^+$	7300 y (α)		253	253.084818	$\frac{1}{2}^+$	20.5 d (α)
	230	230.033128	0 ⁺	75,400 y (α)					
	231	231.036299	$\frac{5}{2}^+$	25.52 h (β^-)					

	Z	A	جرم اتمی (u)	I^{π}	فراوانی یا نیمه عمر
Fm	100	256	256.091767	0^{+}	2.63 h (f)
		257	257.095099	$(\frac{9}{2}^{+})$	100 d (α)
Md	101	257	257.095580	$(\frac{7}{2}^{-})$	5.2 h (e)
		258	258.098570	(8^{-})	55 d (α)
No	102	258	258.098150	0^{+}	1.2 ms (f)
		259	259.100931	$(\frac{9}{2}^{+})$	60 m (α)

	Z	A	جرم اتمی (u)	I^{π}	فراوانی یا نیمه عمر
Lr	103	260	260.105320		180 s (α)
Rf	104	261	261.108690		65 s (α)
Ha	105	261	261.111820		1.8 s (α)
		262	262.113760		34 s (f)
	106	263	263.118220		0.8 s (f)
	107	262	262.122930		115 ms (α)

واژه‌نامه

radioactive damage	آسیب تابش
scintillation detector	آشکار ساز سوسوزن
semiconductor detector	آشکار ساز نیم رسانا
partial decay rate	آهنگ واپاشی جزئی
mössbauer effect	اثر موسباور
charge independence	اختلاف انرژی ← فاصله انرژی
magic numbers	استقلال از بار
specific activity	اعداد جادویی
unpaired electrons	اکتیوینه ویژه
x-ray isotope shift	الکترونهاى تزویج نشده
isomer shift	انتقال ایزوتوبی پرتو ایکس
pairing energy	انتقال ایزومری
separation energy	انرژی تزویج
	انرژی جداسازی
fission yield	بازده شکافت
particle excitation	برانگیزش ذره‌ای
spin-orbit interaction	برهم کنش اسپین-مدار
weak interaction	برهم کنش ضعیف
hyperfine interaction	برهم کنش فوق‌دیز
residual interaction	برهم کنش مانده

intermediate vector boson	بوزون برداری میانه
antinucleus	پادهسته
anticoincidence	پاد همفرودی
multiple scattering	پراکندگی چندباره
exposure 1	پرتودهی
cosmic ray	پرتودهی ← تابش دهی
exposure 2	پرتو کیهانی
nuclear recoil	پرتوگیری
natural line width	پس زنی هسته‌ای
Doppler broadening	پهنای خط طبیعی
relative biological effectiveness	پهن شدن گسی دوپلری
prompt radiation	تأثیر نسبی زیست‌شناختی
irradiation	تابش آنی
one-pion exchange	تابش دهی
two-pion exchange	متم: پرتودهی
internal conversion	تبادل تک پیونی
photodissociation	تبادل دو پیونی
multichannel analyzer	تبدیل داخلی
nuclear transmutation	تجزیه فوتونی
nuclear resonance	تحلیلگر بس کاناله
secular equilibrium	تراجهش هسته‌ای
transient equilibrium	تشدید هسته‌ای
nuclear deformation	تعادل دیرپا
stopping power	تعادل گذرا
partial decay constant	تغییر شکل هسته‌ای
transition matrix element	قوان ایستادن گسی
even-parity state	ثابت واپاشی جزئی
odd-parity state	جزء ماتریس گذار
	حالت پاریته زوج
	حالت پاریته فرد

hole state	حالت حفره
isobaric analog state	حالت مانسته ← حالت مانسته ایزوباری حالت مانسته ایزوباری م: حالت مانسته
daughter nucleus	دختر هسته م: هسته دختر
absorbed dose	دوز جذب شده
dose equivalent	دوز معادل
non-identical particles	ذرات ناپیکسان
identical particles	ذرات یکسان
virtual particle	ذره مجازی
mass doublet method	روش دوتایه جرمی
decay systematic	روند واپاشی
multiple encounter	رویارویی چندباره
single encounter	رویارویی منفرد
dwel time	زمان درنگ
mass chain	زنجیره جرمی
spin-orbit pair	زوج اسپین-مدار
single-particle structure	ساختار تک ذره ای م: مدل ذره منفرد
collective structure	ساختار جمعی
nuclear orientation	سمتگیری هسته ای
pseudovector	شبه بردار
quasifission	شبه شکافت
nuclear charge radius	شعاع بار هسته
mean radius	شعاع میانگین
fission	شکافت
fast fission	شکافت تند
spontaneous fission	شکافت خود به خود

energy splitting	شکافتگی انرژی
nonspherical equilibrium shape	شکل تعادل غیرکروی
spherical equilibrium shape	شکل تعادل کروی
multiscaling	شمارش چندگانه
counter telescope	شمارگر تلسکوپی
proportional counter	شمارگر تناسبی
Geiger counter	شمارگر گایگر
spin g factor	ضریب اسپینی g
life time	طول عمر
magnetic spectrometer	طیف‌سنج مغناطیسی
occupation number	عدد اشغال
radioactivity dating	عمرسنجی رادیواکتیو
energy separation	فاصله انرژی
isotopic abundance	م: اختلاف انرژی
conserved vector current hypothesis	فراوانی ایزوتوپی
Klein-Nishina formula	فرضیه جریان برداری پایسته
semiempirical mass formula	فرمول کلاین-نیشینا
beta disintegration	فرمول نیمه تجربی جرم
chain disintegration	فروپاشی بتا
photodisintegration	فروپاشی زنجیری
neutron excess	فروپاشی فوتونی
Geiger-Nuttal rule	فرونی نوترون
law of lepton conservation	قاعده گایگر-ناتال
single-escape peak	قانون پایستگی لپتونها
double-escape peak	قله تفراری
mass defect	قله دوفراری
packing fraction	کاستی جرم
	کسر انباشتگی

branching fraction	نسبت: کسر فشردگی
conversion fraction	کسر انشعاب
	کسر تبدیل
Big Bang cosmology	کسر فشردگی ← کسر انباشتگی
	کیهان‌شناسی مه‌بانگ
collective transition	گذار جمعی
dominant transition	گذار غالب
mixed transition	گذار مخلوط
cascade gamma emission	گسیل گامای آبشاری
	نسبت: گسیل گامای پیاپی
delayed nucleon emission	گسیل گامای پیاپی ← گسیل گامای آبشاری
β -delayed nucleon emission	گسیل نوکلئون تأخیری
radioactive capture	گسیل نوکلئون تأخیری درواپاشی بتا
neutrino capture	گیراندازی پرتوزا
	گیراندازی نوترینو
	مادر ← مادر-هسته
parent nucleus	مادر-هسته
	نسبت: مادر
fission product	محصول شکافت
mode	مد
principal decay mode	مد اصلی واپاشی
many-particle shell model	مدل پوسته‌ای چندذره‌ای
independent particle shell model	مدل پوسته‌ای ذره مستقل
collective model	مدل جمعی
rotational model	مدل دورانی
extreme independent particle model	مدل ذره خیلی مستقل
	مدل ذره منفرد ← ساختار تک‌ذره‌ای
liquid-drop model	مدل قطره مایع
unified nuclear model	مدل هسته‌ای وحدت‌یافته
exchange force model	مدل نیروی تبادل
nuclear magneton	مگنتون هسته‌ای
first forbidden	ممنوع اول

second forbidden	ممنوع دوم
branching ratio	نسبت انشعاب
parity violation	تقص پارینه
nuclear level scheme	نمودار تراز هسته‌ای
Fermi-Kurie plot	نمودار فرمی-کوری
rotational band	نوار دورانی
prompt neutron	نوترون آنی
delayed neutron	نوترون تأخیری
valence nucleon	نوکلئون ظرفیت
precursor	نیا هسته
pairing force	نیروی ترویج
comparative half life	نیمه عمر تطبیقی
partial half life	نیمه عمر جزئی
alpha decay	واپاشی آلفا
mirror decay	واپاشی آینه‌ای
beta decay	واپاشی بتا
inverse beta decay	واپاشی بتای معکوس
negative beta decay	واپاشی بتای منفی
double beta decay	واپاشی دوبتایی
dual radioactive decay	واپاشی رادیواکتیو دو گانه
chain decay	واپاشی زنجیری
Fermi decay	واپاشی فرمی
gamma decay	واپاشی گاما
Gamow-Teller decay	واپاشی گاموف-تلر
forbidden decay	واپاشی ممنوع
thermonuclear reaction	واکنش گرما هسته‌ای
direct nuclear reaction	واکنش هسته‌ای مستقیم
odd proton nucleus	هسته پروتون-فرد
deformed nucleus	هسته تغییر شکل یافته
	هسته دختر ← دختر هسته
even-even nucleus	هسته زوج-زوج

even- Z nucleusهسته Z زوجodd- A nucleusهسته A فرد

mirror nuclei

هسته‌های آینه‌ای

coincidence

همفروبی

charge conjugation

همیوخی بار

فهرست راهنما

اثر فوتوالکتریک ۲۵۹ اثر موسباؤر ۴۶۱-۴۶۹ انتقال ایزومری در ~ ۴۶۷ پهنای خط در ~ ۴۶۳ ~ در آزمون نسبیّت عام ۴۶۴ شکافتگی فوق ریز و ~ ۴۶۵-۴۷۱ کسر بدون پس زنی در ~ ۴۶۴ اثر هسته‌ای زیمان ۴۲۷، ۴۶۵-۴۶۹ احتمال گذار ۵۹ اختلاف انرژی کولنی ۷۶ ~ در هسته‌های آینه‌ای ۷۷ اختلاف فاز ۱۲۰، ۱۲۱ اسپین ۵۳ ~ هسته ۹۶ استانداردهای پرتوگیری ۲۴۶ استانداردهای مدرج سازی بر حسب انرژی ۲۹۲ استقلال بار ۱۳۸ اصل طرد باؤلی ۵۸ اکتیویته (فعالیت) ۲۱۵ ~ مخلوط ۲۱۸ واپاشی (فروپاشی) و ~ ۲۱۵-۲۱۶	آسیب تابش ۴۱۸ آشکار سازهای سوسوزن (ستیلایسون) ۲۷۴، ۲۶۹ ~ آلی ۲۷۱ تفکیک انرژی در ~ ۲۹۰ تفکیک زمانی ~ ۲۹۹ ~ غیر آلی ۲۷۱ فعال کردن ~ ۲۷۳ آشکار سازهای نیم رسانا ۲۷۷ ساختار نواری و ~ ۲۷۷ ناحیه تهی ~ ۲۷۸ ~ Ge ۲۸۰ تفکیک انرژی در ~ ۲۹۰ تفکیک زمانی ~ ۳۰۰ ~ Si ۲۸۰ زمان گردآوری بار در ~ ۲۸۰ سد سطحی ~ ۲۸۰ آمار شمارش ۲۸۱ اتاقک یونش ۲۶۶ ~ بهمنی ۲۶۷ اتم موثونی ۷۳

- ~ ویزه ۲۴۲، ۲۹۷
 یگای ~ ۲۱۵
 الکترونهاى هسته‌ای ۱۱
 انتقال ایزوتوپی
 ~ ایتیکی ۷۲
 اندازه هسته و ~ پرتو ایکس ۷۳
 ~ پرتو ایکس ۷۲
 شعاع هسته و ~ ایتیکی ۷۴
 ~ موئونی ۷۵
 انتقال ایزومری ۴۶۷
 انحراف معیار ۲۸۲
 اندازه‌گیری طول عمر
 ~ با روش انتقال دوپلر ۳۰۱-۳۰۳
 ~ با روش کاهش اکتیوینه ۲۹۷
 ~ با روش همفرودی تأخیری ۲۹۹-۳۰۰
 انرژی بستگی
 ~ الکترونی ۸۹
 ~ نوکلئون ۹۱
 ~ هسته‌ای ۸۹
 انرژی جداسازی پروتون ۹۰
 انرژی جداسازی نوترون ۸۹
 انرژی جدایی دینوکلئونی ۱۶۰
 ایزوباد ۱۳
 ایزوتوپ ۱۲
 ایزوتون ۱۲
 ایزومر ۲۳۱
 باریکه قطبیده ۱۴۰
 بارن ۱۰۲
 بازده آشکارسازی در Ge و NaI ۲۹۴
 برآزش قله ۲۹۱
 برد
 ~ الکترون ۲۵۹، ۲۶۵
 ~ برون‌یابی شده ۲۶۵
 ~ پروتون ۲۵۵
 ~ دوترون ۲۵۵
 ~ ذرات آلفا ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۶۵
 ~ ذرات مختلف در محیط یکسان ۲۵۶
 ~ فوتون ۲۶۵
 ~ مؤثر پراکندگی نوترون-پروتون ۱۲۹
 ~ میانگین ۲۵۴، ۲۶۵
 وابستگی ~ - انرژی ۲۵۵
 برگشت زمان ۳۹۴
 برمشترا لونگ (تابش ترمزی) ۲۵۷
 برهم‌کنش اسپین-مدار
 ~ در برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون ۱۴۰
 ~ در مدل پوسته‌ای ۱۶۶
 برهم‌کنش ضعیف ۳۶۹
 برهم‌کنش فوق ریز چارقطبی الکتریکی
 ۴۶۹-۴۷۱
 برهم‌کنش فوق ریز دوقطبی مغناطیسی
 ۴۶۵-۴۶۸
 برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون
 استقلال از بار در ~ ۱۳۸
 پتانسیل ~ ۱۴۴
 تانسور نیرو در ~ ۱۳۷
 تقارن بار در ~ ۱۳۸
 جمله اسپین-مدار در ~ ۱۴۰
 چاه پتانسیل مربعی ~ ۱۱۱
 خواص ~ ۱۱۰، ۱۳۵
 مغز دافه در ~ ۱۳۹-۱۴۰
 نیروی تبادل در ~ ۱۴۵
 نیروی مرکزی در ~ ۱۳۵
 یوزونهای برداری میانه ۳۶۵
 یوزونهای ضعیف ۳۶۵
 بهنجارش ۲۳

- پارامتر تغییر شکل ۱۸۹
پارینه ۵۵
~ تابهای هماهنگ کروی ۵۶
ناپایستگی ~ ۳۹۳-۴۰۱
~ در حالت‌های هسته‌ای ۴۰۱، ۴۰۰
~ در واپاشی آلفا ۴۰۱
~ هسته ۹۷
پایستگی لپتونها ۳۷۷، ۳۸۴
پتانسیل
~ پله‌ای ۲۶
~ گریز از مرکز ۴۱
~ مرکزی ۴۱
پراش الکترون ۶۶
پراکندگی
~ الکترون ۶۴
~ از هدف ^{208}Pb ۶۶
~ از هدفهای ^{16}O و ^{65}Cu
افت انرژی در ~ ۲۵۸
افت برخوردی نسبت به افت تابشی در ~ ۲۵۸
تعیین شعاع هسته از طریق ~ ۷۰
توزیع بار و ~ ۷۰
رابطه برد-انرژی در ~ ۲۵۸
~ پروتون-پروتون
اختلاف فاز (انرژی پایین) در ~ ۱۳۴
برد مؤثر ~ ۱۳۲، ۱۳۷
سطح مقطع دیفرانسیلی ~ ۱۳۲
طول ~ ۱۳۲، ۱۳۷
طول ~ ۱۲۶
~ برای حالت‌های تک‌تابه و سه‌تابه ۱۲۸-۱۲۹
~ نوترون بامولکول H_2 ۱۲۶
پراکندگی نوترون-پروتون
برد مؤثر سطح مقطع دیفرانسیلی در ~ ۱۲۹
سطح مقطع دیفرانسیلی ~ ۱۴۶
~ برای حالت سه‌تابه و تک‌تابه ۱۲۵
سطح مقطع کل دیفرانسیلی ~ ۱۲۵
طول پراکندگی در ~ ۱۲۹
پراکندگی نوکلئون-نوکلئون ۱۱۷
اختلاف فاز ~ ۱۲۰
اختلاف فاز (در انرژی میانی) در ~ ۱۳۹
اختلاف فاز موج S در ~ ۱۲۰
تابع موج چاه مربعی و ~ ۱۱۹
تقارن بار در ~ ۱۳۸
سطح مقطع دیفرانسیلی ~ ۱۲۲
سطح مقطع کل ~ ۱۲۳-۱۲۴
~ قطبیده ۱۴۰
پراکندگی کامپتون ۲۶۰، ۲۸۵-۲۸۷
توزیع انرژی در ~ ۲۶۰
سطح مقطع دیفرانسیلی ~ ۲۶۱-۲۶۳
سطح مقطع کل ~ ۲۶۲
وابستگی قطبی در ~ ۳۱۰
پروتو ایکس K ۷۲
پروتوگیری ۲۲۳
پرتوهای ایکس موثونی ۷۵-۷۶
شعاع هسته و ~ ۷۶
پروتون ۱۱
پهنای حالت واپاشی ۵۹، ۲۲۰-۲۲۱
پیوستار کامپتون ۲۸۶
پیون (مزون پی) ۱۴۹
تأثیر نسبی زیست‌شناختی (RBE) ۲۴۵
تابش الکترومغناطیسی
احتمال واپاشی و ~ ۴۲۱
برآورد وایسکوف برای ~

- پارینه ~ ۴۲۰-۴۲۱
 ~ تک قطبی ۴۲۵
 توان تابیده در ~ ۲۲۱
 توزیع زاویه‌ای ~ ۲۲۰
 جزء ماتریس ~ ۴۲۱
 ~ دو قطبی ۴۲۱-۴۱۸
 توان ~ ۴۱۹
 توزیع زاویه‌ای ~ ۴۲۰
 گشتاور چند قطبی ~ ۴۲۰
 تابع فرمی ۳۵۹
 تابع موج ۲۲
 ~ ذره آزاد ۲۶
 ~ شعاعی اتم هیدروژنی ۴۹، ۵۱
 تبدیل داخلی ۴۳۱، ۴۳۳-۴۴۱
 انرژی الکترون ~ ۴۳۴
 برآورد ضریب ~ ۴۳۷
 پرتو X همراه ~ ۴۳۴
 ثابت واپاشی جزئی در ~ ۴۴۱
 جزء ماتریس در ~ ۴۳۷
 ~ گذارهای تک قطبی ۴۲۵، ۴۳۸
 تحلیگر بس کانه ۲۸۴
 ترازهای انرژی اتم هیدروژنی ۴۸، ۵۰
 تعادل دبریا ۲۲۴، ۲۲۶، ۲۲۷
 تعادل گذرا ۲۲۲
 تعیین جرم با استفاده از مقدار Q ۸۵
 تعیین شعاع هسته از طریق واپاشی آلفا
 ۷۹، ۳۲۷
 تغییر شکل هسته‌ای ۱۸۸
 اثره روی ساختار پوسته ۲۰۱-۲۰۲
 تکنیک ۲۸۸
 ~ انرژی ۲۸۸
 ~ در آشکارساز Ge ۲۹۰
 ~ سوسوزن ۲۹۰
 ~ زمانی ۲۹۵
 ~ آشکارساز Ge ۳۰۰
 ~ سوسوزن ۳۰۰
 نقادن
 ~ انعکاسی ۵۵
 ~ بار ۱۳۸
 تعویض و ~ ۶۷
 ~ OP ۴۰۰
 تقریب برد مؤثر ۱۲۹
 تقویت کننده ۲۸۴
 ~ اولیه ۲۸۴
 تکانه زاویه‌ای کل ۵۳
 توابع گروهی بسل (جدول) ۴۳
 توان ایستاندگی ۲۵۶
 توزیع
 ~ بهنجار (گاوسی) ۲۸۳
 ~ بواسون ۲۸۲
 ~ دو جمله‌ای ۲۸۲
 ~ گاوسی (بهنجار) ۲۸۲
 تولید زوج ۲۶۳، ۲۸۵
 تونل زنی ۳۱
 ثابت واپاشی (فروپاشی) ۲۱۳
 ~ جزئی ۲۱۷، ۲۳۲
 ~ کل ۲۱۷
 ثابت ویژه پرتو ۲۴۴، ۲۴۵
 جداسازی لیزری ایزوتوپها ۸۷
 جذب تشدید فو تون
 بهنای ~ ۴۵۸
 بهن شدگی دوبری ~ ۴۵۸-۴۶۲
 تصحیح پس زنی ~ ۴۵۸، ۴۶۰-۴۶۱
 سطح مقطع ~ ۴۵۸-۴۵۹
 جذب فوتوالکتریک ۲۸۵
 جزء ماتریس ۵۹، ۲۱۹، ۳۵۵

ذره آزاد ۲۵	چاه پتانسیل ۳۱
رابطه	به دکارته نامتناهی سه بعدی ۳۸
برد - انرژی الکترونها ۲۵۹	به کروی نامتناهی سه بعدی ۴۰
برد - انرژی ذرات سنگین ۲۵۵	به یک بعدی ۳۱
عدم قطعیت هایزنبرگ ۲۰	به متناهی ۷۳
راد (یکا) ۲۲۵	به نامتناهی ۳۱
رادیواکتیویته	چگالی احتمال ۲۲
به القایی ۲۱۲، ۲۲۳	به شعاعی ۴۴
به طبیعی ۲۳۵	چگالی جریان ۲۴
به مصنوعی ۲۱۳	به ذرات ۲۴
رم (یکا) ۲۲۶	چگالی حالت‌های نهایی ۵۹، ۲۱۹، ۳۵۵
روش	۳۷۸
به زمان پرواز ۳۰۸-۳۰۹	حالت
به عمر سنجی رویدادیم-استرونسیم ۲۴۱	به شبه پایدار ۲۳۱
به عمر سنجی کربن ۱۴ ۲۴۱	به مانا ۲۴، ۵۸، ۲۱۹
روننگن (یکا) ۲۴۳	به مانسته ۳۸۸، ۴۰۷
ساختمان پوسته‌ای و سطح مقطع گیراندازی	به ایزوبار ۳۸۸، ۴۰۷
نوترون ۱۶۱	خطوط اشعیت ۱۶۹
سد پتانسیل ۲۹	دافعه گریز از مرکز ۴۵، ۴۷، ۵۱
سرعت یونها ۲۶۶	دز جذب شده ۲۴۵
سطح مقطع	دز معادل ۲۴۶
تولید عناصر رادیواکتیو و واکنش	دوتایه جرمی ۸۵
۲۲۳	دوترون ۱۱۰
به دیفرانسیلی ۱۲۳	اختلاط حالت d ۱۱۵-۱۱۶
به فوتوالکتریک ۲۶۱	اسپین به ۱۱۳
به کل ۱۲۳	انرژی بستگی به ۱۱۰
ستگیری هسته‌ها در واپاشی گاما ۴۲۹	پارینه به ۱۱۴
سیورت (یکا) ۲۴۶	جرم به ۱۱۰
شمع کلاسیک الکترون ۲۶۲	گشتاور چارقطبی به ۱۱۶
شمع هسته‌ها ۶۲، ۶۹	گشتاور دوقطبی مغناطیسی به ۱۱۵
انتقال ایزوتوبی اهنیکی و به ۷۴	دوترم ۱۱۰

ضریب ۸

~ اور پیتالی ۱۰۰

~ اسپینی ۱۰۰

~ پروتون ۱۰۰

~ نوترون ۱۰۰

طول عمر متوسط ۲۱۴

طول موج دو بروی ۱۹

طیف

~ تبدیل داخلی ^{203}Hg ۴۳۶

~ سنگهای مغناطیسی ۳۰۱

مقایسه ~ پرتو گاما در Ge و NaI ۲۸۸

~ نمای جرمی ۸۲-۸۳

~ نمایی واپاشی آلفا ۳۳۳-۳۴۳

~ نمایی واپاشی گاما ۴۲۲

عامل کیفیت ۲۴۵

عدد

~ اتمی ۱۱

~ جرمی ۱۱

~ کوانتومی تکانه زاویه ای ۵۱

~ ذاتی (اسپین) ۵۳

~ مؤلفه تکانه زاویه ای ۵۳

عمر سنجی رادیواکتیو ۲۳۸

عمر سنجی رادیوکرین ۲۴۲

فراوانی ایزوتوپ ۸۷

فرض دو بروی ۱۹

فرمول کلاپن-نیشینا ۲۶۱

فرمول نیمه تجربی ۹۳

فرمی (پکا) ۱۵

فلوئورسانی تشدید هسته ای ۲۵۷

قوتوبیک ۲۸۷

فیزیک نوترینو ۳۷۷

انتقال ایزوتوپی موتونی و ~ ۷۶

تعیین ~ از طریق اختلاف انرژی کولنی

۷۷-۷۸

تعیین ~ از طریق پراکندگی الکترون ۷۵

تعیین ~ از طریق پراکندگی رادرفورد

۷۹

پرتوهای ایکس مزون پی و ~ ۷۹

ساختار پوسته ای و ~ ۱۶۱

شعاعهای بار و ماده هسته ها ۸۱

شکافت ۹۲

~ خود به خود ۲۳۱

شمارگر

~ تلسکوپی ۳۰۵

~ تناسبی ۲۶۷

~ بهمنی ۲۶۸

~ چند سیمی ۳۰۹-۳۱۰

زمان سوق ~ ۲۶۸

میدان الکتریکی ~ ۲۶۷

ناحیه گایگر-مولر ~ ۲۶۸

~ گایگر ۲۶۸

گاز فرونشانی ~ ۲۶۸

شناخت ابتدایی ذرات آلفا ۳۱۶

شناخت ذره ۳۰۷-۳۱۰

ضخامت پوست ۶۹

ضریب تبدیل داخلی ۴۳۵

تعیین ~ از شدت الکترون ۴۴۷

~ زیر پوسته L ۲۵۷، ۴۳۷

ضریب تضعیف خطی کل ۲۶۳

ضریب جذب

بستگی انرژی ~ ۲۶۵

~ خطی کامپتون ۲۶۴

~ کامپتون ۲۶۴

ضریب گاموف ۳۲۵

۱۷۵، ۱۷۴، ۱۷۲ ~ در مدل پوسته‌ای

~ دوترون ۱۱۶

~ و تغییر شکل هسته‌ای ۱۹۰

~ هسته‌های تغییر شکل یافته ۱۹۰

گشتاور دوقطبی مغناطیسی ۱۹۸، ۱۰۱، ۱۰۱، ۴۱۸

~ در مدل پوسته‌ای ۱۶۸

~ چند ذره‌ای ۲۰۰-۲۰۱

~ در مدل جمعی ۱۹۵

~ دوترون ۱۱۵

گیر اندازی

~ الکترون ۲۳۰، ۳۴۸-۴۱۰

~ نوترینو ۳۷۷

سطح مقطع ~ ۳۷۸

لبه کامپتون ۲۸۸، ۲۸۷، ۲۸۶

لوله تکثیر کننده فوتونی ۲۷۰، ۲۷۶، ۲۸۸

مبدل زمان به دامنه (TAC) ۲۹۵

مدرج سازی بر حسب انرژی ۲۹۳

مدل

~ ارتعاشی ۱۸۵

~ پوسته‌ای ۹۲، ۱۵۷-۱۷۹

اثر ~ در واپاشی آلفا ۳۲۱

اثر ~ در واپاشی بتا ۴۰۹

برهم کنش اسپین مدار در ~ ۱۶۶

پتانسیل ~ ۱۶۲

تراز انرژی ~ ۱۶۵

~ چند ذره‌ای ۱۹۸

حالت برانگیخته در ~ ۱۷۵

شواهد ~ ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱

فرضیه ~ ذره مستقل ۱۷۵

گشتاور چار قطبی الکتریکی در ~

۱۷۵، ۱۷۴، ۱۷۲

گشتاور دوقطبی مغناطیسی در ~ ۱۶۸

قاعده طلایی فرمی ۵۹، ۱۹۲، ۲۲۲،

۳۷۸، ۳۵۵

قاعده گایگر-ناتال ۳۲۰

قانون براگ-کلیمان ۲۵۵

قطب سنجها ۳۱۰-۳۱۲

قطبش خطی پرتوهای گاما ۴۳۲

قله(های)

~ تک فراری ۲۸۷

~ دوفراری ۲۸۷

~ فرار ۲۸۷

کاسی جرم ۸۹

کاهش انرژی الکترون‌ها در پراکندگی

کولنی ۲۵۷-۲۵۸

کاهش انرژی ذرات باردار سنگین در

پراکندگی کولنی ۲۵۳

کوری(یکا) ۲۱۵

گری(یکا) ۲۵۴

گسیل

~ پروتون ۳۲۸-۳۳۰

~ نوکلئون ۲۳۱

~ C از هسته‌های سنگین ۳۲۷-۳۲۸

گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتا ۳۸۵

~ برای حالت‌های نهایی ۳۸۷

بایستگی انرژی در ~ ۳۸۷

گشتاور

~ تک قطبی ۹۸

~ چار قطبی ۱۰۱، ۱۰۳-۱۰۳

~ چند قطبی ۹۸

~ دوقطبی ۱۰۱، ۱۰۳-۱۰۳

~ الکتریکی ۴۱۸

~ لختی ۱۹۳

گشتاور چار قطبی الکتریکی ۱۰۱، ۱۰۳-۱۰۳

- نوترینو (های) ۲۳۰
 آشکارسازی ~ ۳۷۹
 حدود جرم ~ ۳۶۵-۳۶۸
 ~ خورشیدی ۳۸۰
 هلیسینۀ ~ ۳۸۰
 نوسانگر هماهنگ
 تابع موج ~ سه بعدی ۴۶
 تابع موج يك بعدی ~ (جدول) ۳۷
 ترازهای انرژی ~ ۴۶-۴۸
 چگالی احتمال ~ (منحنی) ۴۷
 نوکلئون ۱۲
 نوکلید ۱۲
 نیروی تبادل ۱۴۵
 نیروی ترویج ۹۳، ۱۰۱
 نیمه عمر ۲۱۳
 ~ جزئی ۲۳۲
 واپاشی آلفا ۲۲۹، ۳۱۶-۳۴۳
 انرژی آزاد شده در ~ ۳۱۸
 انرژی پس زنی در ~ ۳۱۹
 ~ی ترکیبی ۳۴۰
 تغییر پارینه در ~ ۳۴۰
 تکانه زاویه ای در ~ ۳۳۰
 توزیع زاویه ای در ~ ۳۳۲
 رده بندی ~ ۳۱۹
 ساختار پوسته ای در ~ ۳۲۱
 ساختار ریز ~ ۳۳۱
 سد کوئی برای ~ ۳۲۲-۳۲۴
 ضریب گاموف در ~ ۳۲۵
 فرایند اساسی ~ ۳۱۸
 قاعده گایگر-ناتال در ~ ۳۲۰
 مقدار Q ~ بر حسب A ۳۲۱
 مقدار Q ~ از فرمول نیمه تجربی جرم
 ۳۲۱
 ~ هسته های تغییر شکل یافته ۲۰۱
 ~ جمعی ۱۷۹-۱۹۸
 ارتعاش ~ ۱۸۵
 حالت های برانگیخته ارتعاشی ~ ۱۸۶
 حالت های برانگیخته دورانی در ~
 ۱۹۳، ۱۹۵
 ~ دورانی ۱۸۸
 گشتاور دو قطبی مغناطیسی در ~ ۱۹۵
 ~ دورانی ۱۸۸
 ~ قطره مایع ۹۴
 مزون پی (π) ۱۴۹
 پتانسیل تبادل ~ ۱۵۰
 تبادل ~ ۱۴۹
 ثابت جفت شدگی قوی ~ ۱۵۰
 معادلات باتمان ۲۲۸
 معادله شرودینگر ۲۱
 ~ در مختصات کروی ۲۵
 ~ سه بعدی مستقل از زمان ۲۴
 ~ شعاعی ۴۱
 ~ يك بعدی مستقل از زمان ۲۱
 معادله شعاعی ۴۱
 معمای θ -۳۹۷
 مقدار انتظاری ۲۳
 مگنتون ۱۰۰
 ~ بور ۱۰۰
 ~ هسته ای ۱۰۰
 مهبانگ ۲۳۵
 نظریه کوانتومی تکانه زاویه ای ۵۱
 نفوذ از سد ۳۱
 نقض پارینه ۵۶
 نمادهای طیف نمایی ۵۲، ۵۴
 نوار دورانی ۱۹۱
 نوترون ۱۲

فرضیه جریان برداری پایسته (CVC)

در ~ 370

قواعد گزینش برای $\sim$ مجاز 369

قواعد گزینش تکانه زاویه‌ای در ~ 369

مقدار Q در $\sim 375, 376$

مقدار Q گیراندازی الکترون در $\sim$

352

مقدار Q مثبت در ~ 353

مقدار Q منفی در ~ 352

$\sim$ ممنوع 360

عامل شکل در $\sim 361-362$

قواعد گزینش ~ 373

ناپایستگی پاریته در $\sim 397-401$

ناوردایی همیوخی بار در ~ 397

نظریه فرمی درباره ~ 354

نمودار فرمی-کسوری در ~ 360

$401-402, 404-406$

$\sim$ مجاز

$\sim$ ممنوع اول 361

$\sim$ نوترینو $350, 369$

واپاشی فرمی در ~ 369

واپاشی گاموف-تار در $\sim 369-370$

هسته‌های آینه‌ای در ~ 371

هلیسینته الکترون و نوترینو در ~ 380

$\sim$ در ^{12}B $407-408$

$\sim$ در ^{10}Be 402

$\sim$ در ^{210}Bi 329

$\sim$ در ^{64}Cu 359

$\sim$ در ^{66}Ga 361

$\sim$ در ^3H $366-368$

$\sim$ در ^{126}I $406-408$

$\sim$ در ^{40}K 402

$\sim$ در ^{176}Lu 403

$\sim$ در ^{177}Lu $404-406$

مقدار Q در ~ 319

نظریه کوانتومی $\sim 322-326$

نمود درسد برای $\sim 322-324$

نقض P در ~ 401

نمودار نیمه عمر بر حسب انرژی در $\sim$

320

نیمه عمر محاسبه شده ~ 326

هسته‌های تغییر شکل یافته در ~ 335

همفرودی $\sim$ با پرتو گاما $339-343$

$\sim ^{242}Cm$ 331

$\sim ^{252}Es$ 333

$\sim ^{251}Fm$ $326-327$

$\sim ^{239}Pa$ $323-324$

واپاشی بتا $229, 248-410$

آزاد شدن انرژی در ~ 329

آهنگ واپاشی کل در ~ 361

$\sim$ برای مجاز 363

اثرات کوانتی بر ~ 359

اثرات مدل پوسته‌ای بر ~ 409

انتگرال فرمی در ~ 363

تابع فرمی در ~ 360

تعیین حدود جرم نوترینو از ~ 351

تغییر پاریته در ~ 369

تقارن CP در ~ 400

تقریب مجاز در ~ 407

ثابت شدت در ~ 363

جزء ماتریس در ~ 357

چگالی حالتها در ~ 356

حالت مانسته ایزوباری در ~ 388

$391, 407$

طیف انرژی در ~ 358

طیف پیوسته الکترون در ~ 350

طیف تکانه در $\sim 357-360$

طیف نمایی همفرودی در ~ 404

- همبستگی زاویه‌ای در $\sim ۲۳۰-۲۳۱$
- $\sim$ در ^{۷۲}Ge ۲۴۰
- $\sim$ در ^{۱۰۸}Hf ۲۴۹-۲۵۵
- $\sim$ در ^{۷۲}Se ۲۴۱
- $\sim$ در ^{۱۰۸}Cd (از ^{۱۰۸}Ag) ۲۴۹-۲۴۵
- $\sim$ در ^{۱۷۷}Lu (از ^{۱۷۷}Hf) ۲۵۴-۲۵۶
- $\sim$ در ^{۱۰۸}Pd (از ^{۱۰۸}Ag) ۲۴۹-۲۴۵
- واپاشی نگاترون ۲۳۰
- واریانس ۲۸۲
- واگنی ۳۹
- ویژه مقدار ۲۲
- هسته‌های همسوشنه ۳۳۳
- واپاشی آلفا در ~ ۳۳۳
- واپاشی بتا در ~ ۳۹۷
- هلیسینه ۳۸۰
- همانگهای کروی (جدول) ۴۲
- همانگهای کروی (منحنی) ۴۵
- همبستگی زاویه‌ای ۴۳۱-۴۳۰
- همجوشی ۹۰
- همفرودی ۲۹۳
- اندازه‌گیری طسول عمر با روش $\sim$
- تاخیری ۴۰۰
- $\sim$ حقیقی ۲۹۵
- $\sim$ شانس ۲۹۴
- وابستگی $\sim$ به فعالیت چشمه ۲۹۶
- همیوخی بار ۳۹۴
- یگانه‌های اندازه‌گیری تابش ۲۴۲، ۲۴۶
- $\sim$ در ^{۱۲}N ۴۰۸-۴۰۷
- $\sim$ در ^{۹۱}Y ۴۶۲
- $\sim$ در ^{۷۲}Zn ۴۰۴
- واپاشی پوزیترون ۲۴۰
- واپاشی دوبتایی ۳۸۵-۳۸۱، ۹۶
- آهنک ~ ۲۸۲
- $\sim$ بدون نوترینو ۳۸۵
- مشاهده زمین‌شناختی ~ ۳۸۴
- مشاهده مستقیم ~ ۳۸۳
- $\sim$ وابستگی لیتون ۲۸۳
- واپاشی ذرات آلفای بلندبرد ۳۸۶
- واپاشی (های) رادیواکتیو
- رشد $\sim$ دختر-هسته ۲۲۵
- زنجیره ~ ۲۲۵
- قانون نمایی ~ ۲۱۳
- نظریه آماری ~ ۲۱۳
- واپاشی گاما از ۴۷۱-۴۱۶، ۲۳۰
- پس‌زنی هسته‌ای ~ ۴۱۷
- توزیع زاویه‌ای ~ ۴۲۹
- ثابت واپاشی جزئی در ~ ۴۲۱
- سمتگیری هسته‌ها در ~ ۴۲۹
- طیف نمایی همفرودی در ~ ۴۲۸
- قطبش $\sim ۴۲۲-۴۲۳$
- قواعدگزینش پاریته در $\sim ۴۲۴-۴۲۵$
- قواعدگزینش تکانه زاویه‌ای در $\sim$
- ۴۲۵-۴۲۴
- نمایش آماری E_1 در ~ ۴۴۳
- نمایش آماری E_2 در ~ ۴۴۳
- نمایش آماری M_2 در ~ ۴۴۴
- $\sim$ و اختلاط چندقطبیه‌ها ۴۲۶، ۴۳۱
- ۴۵۷