

مفاهیم فیزیک هسته‌ای

برنارد ال. کوهن

ترجمه مجید مدرس، رقیه معصومی

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۳	۱. مقدمه‌ای درباره هسته
۳	۱.۱ جرم، بار، و اجزای هسته
۴	۲.۱ اندازه هسته و توزیع نوکلئونها
۸	۳.۱ انرژی نوکلئونها در هسته
۸	۴.۱ هسته یک سیستم کلاسیکی است یا کوانتومی؟
۹	۵.۱ چه عاملی هسته را منبجم نگه می‌دارد؟
۱۰	۶.۱ بعضی از خواص دیگر هسته
۱۴	مسائل
۱۵	منابعی برای مطالعات بیشتر
۱۶	۲. نظریه کوانتومی ذره در چاه پتانسیل
۱۷	۱.۲ ذره در چاه پتانسیل مربعی - روش ساده شده
۱۹	۲.۲ ذره در چاه پتانسیل یک بعدی - روش دقیق
۲۲	۳.۲ ذره در چاه پتانسیل سه بعدی - روش ساده شده
۲۹	۴.۲ ذره در چاه پتانسیل سه بعدی - روش دقیق
۳۰	۵.۲ مدل مداری
۳۱	۶.۲ مدل برداری برای جمع تگانه‌های زاویه‌ای

۳۲	۷.۲ پاریته
۳۴	۸.۲ خواص قابل اندازه گیری سیستمهای کوانتومی
۳۵	مسائل
۳۶	منابعی برای مطالعات بیشتر

۳۸	۳. نیروی هسته‌ای
۳۸	۱.۳ روشهای برخورد با مسئله
۳۹	۲.۳ حالت‌های مقید دونوکلونی-تناوبی از انرژی بستگی و اندازه دوترون
۴۲	۳.۳ حالت‌های اسپین سیستم دونوکلونی
۴۳	۴.۳ اثرهای اصل طرد پاولی
۴۷	۵.۳ گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چهارقطبی الکتریکی دوترن-نیروی تانسوری
۴۹	۶.۳ خواص عمومی نیروی هسته‌ای-نیروهای استاتیکی
۵۱	۷.۳ نیروهای تبدیلی
۵۲	۸.۳ نیروهای وابسته به سرعت
۵۵	۹.۳ نظریه مزونی نیروهای هسته‌ای
۵۹	۱۰.۳ پراکندگی نوکلئون-نوکلئون
۶۳	۱۱.۳ نیروی هسته‌ای آن طور که اکنون آن را می‌شناسیم
۶۹	۱۲.۳ استقلال بار نیروی هسته‌ای
۶۹	۱۳.۳ نیروهای چند جسمی
۷۱	مسائل
۷۲	منابعی برای مطالعات بیشتر

۷۳	۴. هسته‌های چند نوکلونی: نظریه پوسته‌ای
۷۳	۱.۴ گزینش يك تقريب مناسب
۷۵	۲.۴ پتانسیل نظریه پوسته‌ای
۷۹	۳.۴ جرم مؤثر
۸۱	۴.۴ مدارهای مجاز در پتانسیل نظریه پوسته‌ای
۸۵	۵.۴ پر شدن مدارهای مجاز در پتانسیل نظریه پوسته‌ای
۸۶	۶.۴ انرژی جدایی نوکلئونها
۸۹	۷.۴ فاصله‌های انرژی میان پوسته‌ها
۹۱	۸.۴ هسته‌های غیر کروی
۹۳	مسائل

منابعی برای مطالعات بیشتر

۹۲

۵. ساختار هسته‌های پیچیده: هسته‌های کروی زوج - زوج

- ۱۰۵ برخورد‌ها
۲۰۵ مواردی که برخورد ممنوع است
۳۰۵ مثال مهم برخورد - برهم کنش ترویج
۴۰۵ بررسی کوانتوم مکانیکی گاف انرژی
۵۰۵ حالت‌های پایه هسته‌های زوج-زوج
۶۰۵ زوج‌های شکسته و عدد شبه ذره‌ای
۷۰۵ عددهای اشغال
۸۰۵ حالت‌های برانگیخته با انرژی کم - مقدمه
۹۰۵ نوسان شکلی قطره مایع
۱۰۰۵ ارتعاشات دسته جمعی هسته‌های کروی زوج-زوج
۱۱۰۵ حالت‌های برانگیخته غیردسته جمعی هسته‌های زوج-زوج
۱۲۰۵ محدودیت‌های تقریب پوسته‌ای
۱۳۰۵ بعضی نتایج جفت شدگی تکانه زاویه‌ای
مسائل
منابعی برای مطالعات بیشتر

۶. ساختار هسته‌های پیچیده: هسته‌های دیگر

- ۱۰۶ هسته‌های کروی با A فرد
۲۰۶ هسته‌های کروی فرد-فرد
۳۰۶ اسپین ایزوبار و حالت‌های مانسته ایزوبار
۴۰۶ هسته‌های کره‌وار - پتانسیل نظریه پوسته‌ای
۵۰۶ حالت‌های هسته‌های کره‌وار زوج-زوج؛ نوار چرخشی حالت پایه
۶۰۶ ارتعاشات دسته جمعی و حالت‌های دیگر در هسته‌های زوج-زوج کره‌وار
۷۰۶ بررسی کلی شکل‌های هسته‌ای
۸۰۶ حالت هسته‌های کره‌وار با A فرد
مسائل
منابعی برای مطالعات بیشتر

۷. جنبه‌های متفرقه ساختار هسته‌ای

- ۱۰۷ جرم و انرژی بستگی هسته‌ها

۱۸۱	۲.۷ فرمول نیمه تجربی جرم
۱۹۱	۳.۷ محاسبات هارتری-فوک و ماده هسته‌ای
۱۹۲	۴.۷ گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی
۱۹۹	۵.۷ گشتاورهای چهارقطبی الکتریکی
۲۰۴	مسائل
۲۰۵	منابعی برای مطالعات بیشتر
۲۰۶	۸. واپاشی هسته‌ای و فرایندهای واکنش هسته‌ای
۲۰۷	۱۰.۸ فرایندهای واپاشی الکترومغناطیسی
۲۰۸	۲۰.۸ واپاشی بتا
۲۱۳	۳۰.۸ گسیل نوکلئون
۲۱۷	۴۰.۸ ترکیب واپاشیها
۲۱۸	۵۰.۸ قوانین واپاشی
۲۲۲	۶۰.۸ واکنشهای هسته‌ای-برخی از خواص اساسی
۲۲۲	۷۰.۸ جدول نوکلیدها
۲۲۵	مسائل
۲۲۶	منابعی برای مطالعات بیشتر
۲۲۷	۹. روشهای تجربی فیزیک هسته‌ای
۲۲۷	۱۰.۹ مزیت‌های غیرمعمول در آزمایشگری هسته‌ای
۲۲۹	۲۰.۹ برهم‌کنش ذره باردار با ماده
۲۳۲	۳۰.۹ آشکارسازهای ذرات باردار حامل انرژی
۲۴۳	۴۰.۹ اندازه‌گیرهای انرژی و شناسایی ذرات باردار حامل انرژی
۲۴۸	۵۰.۹ دستگاههای مغناطیسی
۲۵۵	۶۰.۹ آشکارسازی، اندازه‌گیری انرژی، و توقف نوترون و پروتوگاما
۲۵۸	۷۰.۹ روشهای زمان‌گیری
۲۶۲	۸۰.۹ شتاب‌دهنده‌ها
۲۶۹	۹۰.۹ رادیوشیمی
۲۷۰	مسائل
۲۷۲	منابعی برای مطالعات بیشتر
۲۷۲	۱۰. گسیل نوکلئون
۲۷۵	۱۰.۱۰ انعکاس و عبور امواج در مرزهای مشترک

۲۸۰	۲۰۱۰ آهنگ واپاشی با گسیل نوکلئون-گسیل نوترون $I=0$
۲۸۲	۳۰۱۰ آهنگ واپاشی در گسیل نوکلئون-نفوذ از سد تکانه زاویه‌ای
۲۸۸	۴۰۱۰ آهنگ واپاشی در گسیل نوکلئون-نفوذ از سد کوئی
۲۸۹	۵۰۱۰ پهنای کاهش یافته برای گسیل ذرات آلفا و شکافت
۲۹۳	۶۰۱۰ نفوذ از سد آهنگ واپاشی در گسیل ذره آلفا
۲۹۴	۷۰۱۰ نفوذ از سد و آهنگ واپاشی در شکافت
۲۹۷	مسائل
۲۹۸	منابعی برای مطالعات بیشتر

۲۹۹	۱۱. واپاشی بتا
۳۰۰	۱۰۱۱ طیف انرژی الکترونیهای گسیل شده در واپاشی بتا
۳۰۵	۲۰۱۱ بررسی تکانه زاویه‌ای
۳۰۷	۳۰۱۱ قواعد گزینش
۳۰۹	۴۰۱۱ عناصر مرتب‌ی در واپاشی بتا
۳۱۳	۵۰۱۱ آهنگ واپاشی در واپاشی بتا
۳۱۵	۶۰۱۱ عمل قواعد گزینش
۳۱۶	۷۰۱۱ آهنگ واپاشی در گیراندازی الکترون
۳۱۷	مسائل
۳۱۸	منابعی برای مطالعات بیشتر

۳۲۰	۱۲. گسیل پرتوهای گاما
۳۲۰	۱۰۱۲ تابش چند قطبی الکتریکی در سیستمهای کوانتومی
۳۲۳	۲۰۱۲ گذارهای بین حالت‌های هسته‌ای
۳۲۸	۳۰۱۲ تابش چند قطبی مغناطیسی
۳۲۹	۴۰۱۲ قواعد انتخاب
۳۳۲	۵۰۱۲ مطالعات همبستگی زاویه‌ای
۳۳۵	۶۰۱۲ ایزومری
۳۳۸	۷۰۱۲ تبدیل داخلی
۳۴۲	مسائل
۳۴۳	منابعی برای مطالعات بیشتر

۳۴۵	۱۳. واکنشهای هسته‌ای: واکنشهای هسته مرکب
۳۴۵	۱۰۱۳ توصیف کیفی واکنشهای هسته مرکب-بررسی کلاسیک

۳۴۷	۲۰۱۳ توصیف کیفی واکنشهای هسته مرکب- بررسی کوانتومی
۳۵۰	۳۰۱۳ پراکندگی کشان و سطح مقطع واکنش
۳۵۷	۴۰۱۳ بتانسیل موهومی W
۳۶۰	۵۰۱۳ تشدید در واکنشهای هسته‌ای
۳۶۳	۶۰۱۳ واکنشهای هسته‌ای در منطقه تشدید
۳۶۸	۷۰۱۳ توابع قدرت
۳۷۳	۸۰۱۳ واکنشهای هسته‌ای در اثر نوترونهای کم انرژی
۳۷۷	۹۰۱۳ واکنشهای هسته مرکب- ناحیه آماری
۳۸۳	۱۰۰۱۳ واکنشهای هسته‌ای تولید شده با پروتوگاما
۳۸۵	مسائل
۳۸۶	منابعی برای مطالعات بیشتر

۳۸۸	۱۴. واکنشهای هسته‌ای: واکنشهای مستقیم
۳۸۹	۱۰۱۴ سازوکارهای واکنشهای مستقیم
۳۹۱	۲۰۱۴ توزیع زاویه‌ای ذرات گسیل شده در واکنشهای مستقیم
۳۹۸	۳۰۱۴ مطالعه ساختار هسته‌ای با استفاده از واکنشهای انتقال تک نوکلئونی
۴۰۶	۴۰۱۴ مطالعات ساختار هسته با استفاده از حالت‌های مانسته ایزوبار
۴۱۱	۵۰۱۴ واکنشهای انتقال چند نوکلئونی
۴۱۴	۶۰۱۴ انواع دیگر واکنشهای مستقیم
۴۱۹	۷۰۱۴ پراگیزش کولنی
۴۲۲	مسائل
۴۲۳	منابعی برای مطالعات بیشتر

۴۲۴	۱۵. کاربردهای فیزیک هسته‌ای
۴۲۴	۱۰۱۵ کاربردهای رادیو اکتیو
۴۳۰	۲۰۱۵ تولید انرژی و واکنشهای گرما هسته‌ای
۴۳۴	۳۰۱۵ تولید انرژی در ستارگان
۴۳۸	۴۰۱۵ منشأ هسته‌های مرکب
۴۴۶	۵۰۱۵ واکنشهای گرما هسته‌ای بر روی زمین
۴۴۸	۶۰۱۵ شکافت به عنوان منبعی از انرژی
۴۵۱	مسائل
۴۵۳	منابعی برای مطالعات بیشتر

۲۵۵

پیوست

۲۵۵

جدول پ. ۱.

۲۵۶

جدول پ. ۲.

۲۶۲

جدول پ. ۳.

۲۶۸

مراجع کلی

۲۷۱

فهرست راهنما

پیشگفتار

ساختار هسته‌ها تقریباً به همان خوبی ساختار آنها شناخته شده است، ولی تفاوت زیادی در میزان ترویج این شناخت وجود دارد. ساختار آنها برای اولین بار در کلاس چهارم و پنجم ابتدایی به دانش آموزان آموخته می‌شود، و این درحالی است که موارد پیشرفته تر آن نیز در سالهای آخر دبیرستان ارائه می‌شود. درس فیزیک جدید که شامل ساختار اتم نیز می‌شود، معمولاً توسط تمام دانشجویان رشته علوم و مهندسی در سطح ابتدایی و تمام دانشجویان فیزیک در سطح پیشرفته گرفته می‌شود. یک درس مکانیک کوانتومی که برای تمام دانشجویان فیزیک الزامی است، شامل شرح بیشتری از ساختار اتمی است.

از طرف دیگر، ساختار هسته‌ها در سطح دبستان و دبیرستان تدریس نمی‌شود و حتی ممکن است در دوره‌های لیسانس و فوق لیسانس فیزیک نیز حذف شود. لذا درحالی که ساختار آنها برای صدها میلیون از مردم آشناست، ساختار هسته‌ها حتی برای خیلی از دانشجویان دکترا هم شناخته شده نیست.

اغلب یک درس فیزیک هسته‌ای اختیاری لیسانس و یا فوق لیسانس ارائه می‌شود که در آن بیشتر وقت درس صرف ارائه نتایج تجربی، بررسیهای پدیده شناختی فزایندهای واپاشی و واکنشهای هسته‌ای می‌شود و فقط در انتها ممکن است بحث کوتاهی در مورد مدل‌های مختلف هسته بشود، و بدین صورت، به نظر می‌آید که هنوز ما در مورد ساختار هسته چیز زیادی نمی‌دانیم. این درست مثل آن است که در فیزیک اتمی وقت مان را صرف ماهیت نور، طیف نمایی ایتیکی، برخورد های اتمی بکنیم و در آخر بحث کوتاهی هم در مورد ساختار آنها داشته باشیم.

فیزیک اتمی معمولاً به روش منطقیتر تدریس می‌شود و در این کتاب نیز کوشش شده است که روش مشابهی برای آموزش فیزیک هسته‌ای به دانشجویان سال آخر لیسانس و یا فوق لیسانس به کار گرفته شود. داشتن زمینه قبلی فقط در سطح فیزیک جدید برای شروع این درس کافی است. هر کجا که ممکن است دانشجویان با داشتن چنین معلومات اولیه‌ای بتوانند مطلب را بفهمند، بوضوح در داخل متن کتاب مشخص شده و بدون ازدست دادن پیوستگی

مطالب، دانشجو می‌تواند آن بخش را حذف کند. چون نظریه کوانتومی به‌طور گسترده‌ای در این کتاب مورد استفاده قرار گرفته است، لذا مطالب اساسی آن در فصل ۲ و ادامه آن در بخش ۱۰۱۵ بازنگری شده است. معمولاً هر فیزیکی‌دانی روش خودش را در ارائه مکانیک کوانتومی دارد، بنابراین خیلی‌ها ممکن است روش مرا در این مورد نپسندند. بدین جهت من ضمن عذرخواهی از مدرسين می‌خواهم که به‌سلیقه خود این مطلب را ارائه دهند.

در اصل، این کتاب حاصل تدریسی است که در نیمسالهای پاییزی ۱۹۶۷ و ۱۹۶۸ در دانشگاه پیتزبورگ برای دانشجویانی که دارای آمادگی فوق‌الذکر بودند ارائه شد. البته بعضی از بخشها حذف و یا به‌طور خلاصه گفته می‌شد. از طرف دیگر، بعضی از مطالب که با استفاده از مکانیک کوانتومی پیشرفته بهتر قابل فهم است، برای رعایت حال دانشجویان پیشرفته، با این روش تشریح شده است. این کتاب در پاییز سال ۱۹۶۹ مورد استفاده دانشجویان فوق لیسانس قرار گرفت. با توجه به اینکه تمام مواد پیشرفته نیز وارد شده بود و تقریباً تمام کتاب هم تدریس شد، هیچ علامتی دال بر اینکه مطالب درسی خیلی ساده باشد وجود نداشت.

من مایلم از همکارانی که در فیزیک هسته‌ای کار می‌کنند، به‌علت اینکه به مطالبی که خودم روی آنها تجربه تحقیقاتی داشته‌ام بیشتر پرداخته‌ام عذرخواهی کنم. برای من مشکل بود مطالبی را بنویسم که خود به‌خوبی آنها را نفهمیده‌ام، لذا بیشتر موضوعاتی که من در آنها تجربه تحقیقاتی نداشته‌ام در این مقوله قرار گرفته‌اند. همچنین مایلم از اینکه کرا را به کارهای خودم اشاره کرده‌ام عذرخواهی کنم. این کار دارای این مزیت است که نتایج آماده و خوب فهمیده شده است و با سلیقه و روش نگارش من هم ارائه شده است، و همچنین داده‌های اصلی برای ترسیم مجدد و یا ترکیب به‌صورت‌های مختلف در دسترس است. (مخصوصاً باید از ارائه داده‌های قدیمی خودمان در شکل ۴.۱۳ عذرخواهی کنم. با اینکه داده‌های جدیدتری و بهتری در این مورد وجود دارند، هیچکدام از آنها تمام گستره جرم را نمی‌پوشانند.)

برنارد کوهن

مقدمه‌ای دربارهٔ هسته

هر اتم شامل يك قسمت میانی كوچك و سنگین به نام هسته است، كه به وسیله الكترونهاي مداری احاطه شده است. هدف این كتاب آن است كه تمام خواص هسته، ساختار و رفتار آن را در شرایط مختلف توضیح دهد. در این فصل بعضی از مشخصات اصلی هسته مثل جرم، اندازه، شكل، و خواص دیگر آن را كه از خارج قابل مشاهده اند، توضیح می دهیم. همچنین به شرح بعضی از مطالب عمیقتر نظیر نیرویی كه اجزای هسته را در کنار هم نگه می دارد و قوانین مكانیكی حاكم بر آن می پردازیم. هدف ما آن است كه چارچوبی را برای بحثهای بعدی مشخص كنیم، لذا مسائل زیادی را مطرح می كنیم ولی به حل همه آنها نمی پردازیم.

۱.۱ جرم، بار، و اجزای هسته

ابتدا چند موضوع بنیادی را مرور می كنیم كه احتمالاً از پیش با آنها آشنا هستیم. هسته از نوترونها و پروتونها ساخته شده است، دو ذره‌ای كه حدود ۱۸۴ بار از الكترون سنگینترند، و به طور کلی به آنها نوكلئون گفته می شود. تعداد پروتونها در هسته درست برابر با عدد اتمی (Z)، و تعداد کلی نوكلئونها (A) نزدیکترین عدد صحیح به وزن اتمی آن هسته است، بنابراین تعداد نوترونها برابر با $A - Z$ است. پس هسته ${}^{22}_{11}\text{Na}$ ، كه عدد اتمی آن ۱۱ و وزن اتمی آن خیلی نزدیک به ۲۳ است، ۱۱ پروتون و ۱۲ نوترون دارد. هسته اتم سدیم نسبتاً سبك است. از هسته‌های سنگین می توان ${}^{238}_{92}\text{U}$ را نام برد كه دارای ۷۹

پروتون ۱۸۱۸ نوترون است. جرم هسته تقریباً برابر با جرم اتم است که برای به دست آوردن آن بر حسب کیلوگرم کافی است جرم اتمی را بر عدد آووگادرو (6.02×10^{23}) تقسیم کنیم.

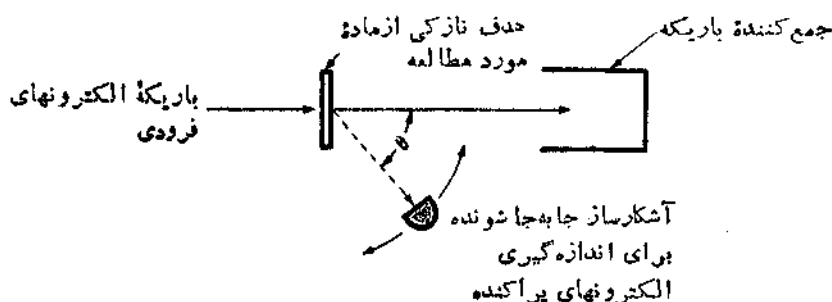
هستهٔ اتم برای اولین بار در سال ۱۹۱۱/۱۲۹۰ در آزمایشی که رادرفورد و دستیارانش با استفاده از پراکندگی ذرات آلفا توسط اتم انجام دادند، کشف شد. رادرفورد متوجه شد که پراکندگی حاصل در صورتی قابل توجه است که اتم از یک هستهٔ کوچک سنگین با بار مثبت تشکیل شده باشد، به طوری که الکترون‌ها در مدارهایی در اطراف این هسته در حرکت باشند. در حالی که بیشتر نتایج رادرفورد می‌توانست بر اساس بی‌نهایت کوچک بودن هسته محاسبه شود، ولی انحرافات نشان دادند که اندازهٔ هستهٔ اتم در حدود 10^{-14} متر است. از آنجایی که این مقدار ۱۰۰۰۰ بار کوچکتر از قطر اتم و به قدر کافی کوچک است، عملاً می‌توان در تمام مسائل اتمی از آن صرف‌نظر کرد. اما برای مطالعهٔ هسته، باید اندازهٔ آن را به طور دقیقتر داشته باشیم.

۲.۱ اندازهٔ هسته و توزیع نوکلئون‌ها

یکی از روشهای مستقیم برای مطالعهٔ شکل و اندازهٔ هسته‌ها، اندازه‌گیری پدیده‌های ایجاد شده در اثر پرتاب ذرات به طرف آنهاست. ولی محدودیتی در این روش وجود دارد: طول موج ذراتی که با هسته برخورد می‌کنند باید تقریباً از مرتبهٔ اندازهٔ هسته و یا کوچکتر از آن باشد. از آنجاکه طول موج نور معمولی (حدود 10^{-7} متر) چندین برابر ابعاد هسته است، برای این منظور مناسب نخواهد بود. فوتون‌های با طول موج خیلی کوچک مثل پرتوهای گاما نیز قابل استفاده نیستند، زیرا در اطراف هسته الکترون‌ها، وجود دارند و برهم‌کنش امواج الکترومغناطیس با الکترون‌ها خیلی قویتر از برهم‌کنش این امواج با هسته است. در این صورت بهتر است از ذراتی مثل الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها استفاده کنیم، که در واقع هر سه این ذرات به کار گرفته می‌شوند. نوترون‌ها و پروتون‌ها این مزیت را دارند که طول موجشان در انرژیهای حدود 20 MeV به اندازهٔ کافی کوتاه است، در صورتی که الکترون‌ها برای داشتن طول موج مناسب به انرژیهای حدود 100 MeV نیاز دارند که به دست آوردن آن خیلی دشوارتر است. اما الکترون‌ها این مزیت را دارند که برهم‌کنش آنها با هسته به خوبی شناخته شده است (برهم‌کنش الکترومغناطیسی)، لذا دقیقترین نتایج با پراکندگی الکترون به دست می‌آید.

آزمایشها به این ترتیب انجام می‌گیرند که الکترون‌های با انرژی زیاد به طرف یک هدف بزرگ از مادهٔ مورد نظر پرتاب می‌شوند و احتمال انحرافشان تحت زوایای مختلف همان طور که در شکل ۱.۱ نشان داده شده است، اندازه‌گیری می‌شود. این آزمایشها شبیه

* واحد انرژی که معمولاً به کار خواهیم برد، MeV (میلیون الکترون ولت) است؛
 $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$



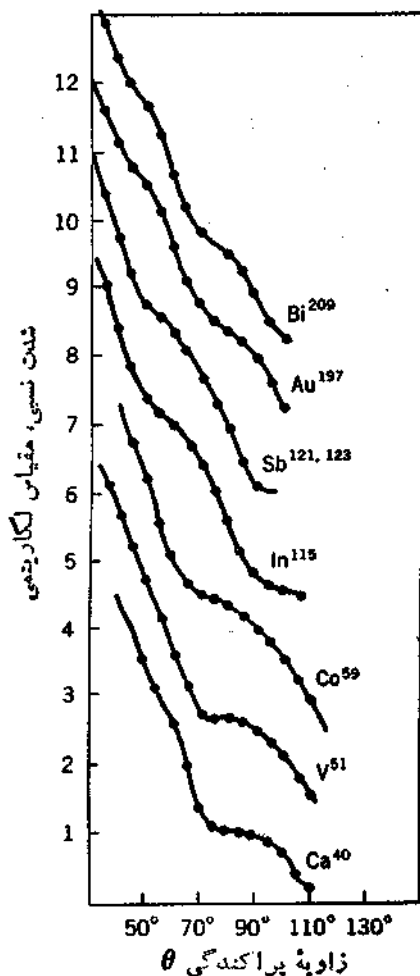
شکل ۱۰۱ ترتیب آزمایشی برای اندازه گیری تغییرات زاویه پراکندگی الکترون از هسته. زاویه θ با چرخاندن آشکارساز تغییر داده می شود و برای هر θ نسبت تعداد الکترونهای پراکنده به تعداد الکترونهای موجود در باریکه که توسط جمع کننده تعیین می شود، اندازه گیری می شود (از آنجا که تعداد کمی از الکترونها در زوایای بزرگ منحرف می شوند، در عمل تمام باریکه الکترون به جمع کننده می رسد). نمونه ای از نتایج در شکل ۲۰۱ نشان داده شده است. آشکارسازها مجموعه هایی از دستگاههای پیچیده اند که با استفاده از آنها، انرژی الکترونها نیز قابل اندازه گیری است.

آزمایش پراکندگی را در فرورد هستند که اولین بار هسته اتم توسط آن کشف شد. در شکل ۲۰۱ نمونه ای از نتایج به دست آمده رسم شده است. اگر برای نوکلئونهای هسته، تابع توزیع چگالی $\rho(r)$ را در نظر بگیریم و فرض کنیم که توزیع چگالی نوترونها و پروتونها یکسان اند، می توان احتمال انحرافهای زاویه ای مختلف را محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه کرد. اگر محاسبات با نتایج تجربی وفق ندهد، باید تابع توزیع چگالی $\rho(r)$ دیگری در نظر گرفت تا بسرازش بهتری به دست آید.

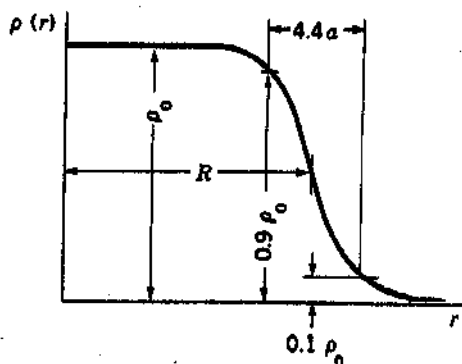
آزمایشهایی برای تعداد زیادی از هسته ها با استفاده از الکترونهای فرودی در انرژیهای مختلف انجام شده و مورد تحلیل قرار گرفته اند. تمام نتایج به دست آمده تقریباً با تابع توزیع بار زیر قابل توجیه اند

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r-R)/a]} \quad (1.1)$$

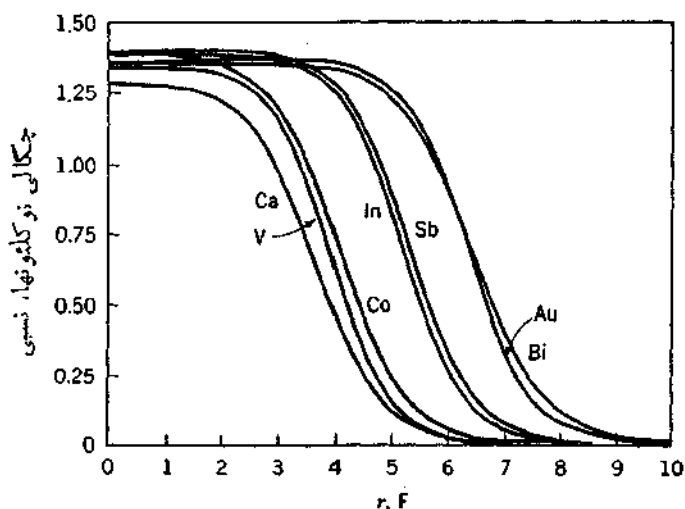
ترسیمی از تابع (۱.۱) در شکل ۳۰۱ به نمایش در آمده است و معنی فیزیکی پارامترهای مختلف آن مشخص شده است. به طوری که مشاهده می شود ρ_0 چگالی نوکلئون در نزدیکی مرکز هسته است، R فاصله ای است که در آن چگالی هسته به نصف مقدارش در مرکز تقلیل می یابد، و a ضخامت سطحی هسته را نشان می دهد چنان که فاصله ای که در آن چگالی از ۹۰ درصد ρ_0 به ۱۰ درصد ρ_0 تقلیل می یابد برابر با $4.4a$ است.



شکل ۳.۱ توزیع زاویه‌ای پراکندگی الکترونیهای ۱۸۵ MeV از هسته‌های مختلف. منحنی‌هایی که از نتایج تجربی عبور کرده‌اند، به‌طور نظری رسم شده‌اند.



شکل ۳.۲ منحنی رابطه (۱.۱) برای $\rho(r)$ بر حسب r ، معانی ρ_0 ، R ، و a_0 مشخص شده‌اند.



شکل ۴.۱ چگالی نوکلئونها در هسته‌های مختلف که از برآزش اطلاعات تجربی، نموده شده در شکل ۲.۱، به دست آمده‌اند.

برآزش اطلاعات به دست آمده از رابطه (۱۰.۱) در شکل ۲.۱ با خطوط پر نشان داده شده است، و در شکل ۴.۱ منحنیهای توزیع چگالی، تعیین شده از همین برآزشها، نمایش داده شده است. این منحنیها به پرشهای ما درباره اندازه و توزیع چگالی هستهها پاسخ می‌دهند، و جالب است ببینیم که چه اطلاعات سیستماتیکی را می‌توان از این برآزشها به دست آورد. معلوم شده است که رابطه (۱۰.۱) با تقریب نسبتاً خوبی برای تمام هستهها، با پارامترهای زیر، برقرار است

$$\rho_0 \approx 1.65 \times 10^{14} \frac{\text{نوکلئون}}{\text{m}^3} = 0.165 \frac{\text{نوکلئون}}{\text{f}^3}$$

$$R \approx 1.07 A^{1/3} f \quad (2.1)$$

$$a \approx 0.55 f$$

توجه کنید که یکای فرمی (f)، یعنی 10^{-15} متر را به عنوان واحد طولی به کار برده ایم. این نتایج بسیار ساده نشان می‌دهند که چگالی نوکلئونها در نواحی داخلی تمام هستهها یکسان، و ضخامت سطحی آنها بسیار شبیه به هم است. این امر در شکل ۴.۱ بروشنی دیده می‌شود. تغییرات شعاع هسته را (که اغلب با R نشان داده می‌شود) که تابعی است از $A^{1/3}$ ، می‌توان نتیجه‌ای از ثابت بودن ρ_0 دانست، چون در این صورت حجم هسته با R متناسب می‌شود و لذا A با R^3 متناسب خواهد شد.

۳.۱ انرژی نوکلئونها در هسته

بعدها به‌طور مفصل انرژی جنبشی نوکلئونها را در هسته بررسی خواهیم کرد، اما در این قسمت لازم است که مرتبه بزرگی انرژی آنها را معین کنیم. انرژی پرتوهای بتا و گاما که از هسته‌ها گسیل می‌شوند معمولاً حدود ۱ MeV است، اما این فرایندها حاصل گذار نوکلئونها از یک تراز به تراز دیگرند و انرژی آنها برابر با تفاوت انرژی بین دو تراز است، بنابراین انرژی واقعی نوکلئون باید از این مقدار خیلی بیشتر باشد. یکی از روشهای حل این مسئله عبارت است از محاسبه انرژی الکتروستاتیک (E_c) لازم برای وارد کردن یک پروتون به داخل هسته. این انرژی به‌طور تقریبی برابر است با

$$E_c = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (3.1)$$

که برای هسته‌ای میان-جرم ($Z=50$, $A=120$)، مقدار آن به‌قرار زیر است

$$E_c = \frac{50(1.6 \times 10^{-19})^2 C^2}{4\pi(8.9 \times 10^{-12})(C^2/N \cdot m^2) 1.07 \times 120^{1/3} \times 10^{-15} m}$$

$$\frac{1 J}{1 N \cdot m} \quad \frac{1 eV}{1.6 \times 10^{-19} J}$$

$$= 13 \times 10^6 eV = 13 MeV \quad (3.1 \text{ الف})$$

که C و N به ترتیب علامت یکاهای کولن و نیوتون هستند. این مقدار انرژی کسولنی در صورتی که یک پروتون بتواند از هسته خارج شود، آزاد خواهد شد. ولی با وجود این در حالت عادی، پروتونها از هسته بیرون نمی‌آیند. این بدان معنی است که پروتون با انرژی بیشتری به هسته مقید است.

با این بحث ساده می‌توانیم حدس بزنیم که عموماً انرژی نوکلئونها از مرتبه ۱۵ MeV است. بعداً خواهیم دید که این مقدار کمتر از اندازه واقعی است، اما مرتبه بزرگی آن همین است. از آنجا که سرعت یک نوکلئون با انرژی ۱۵ MeV، فقط ۱۵ درصد سرعت نور است، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از نسبیت در مورد حرکت نوکلئونها در هسته الزامی نیست و باسانی می‌توان روابط ناسبیتی را برای جرم، سرعت، تکانه، و انرژی به‌کار برد.

۴.۱ هسته یک سیستم کلاسیکی است یا کوانتومی؟

سؤال جالب بعدی این است که آیا ماهیت موجی ماده برای هسته‌ها هم (مثل اتمها) مناسب است یا اینکه برای هسته نیز، مانند سیستمهایی که در زندگی روزانه با آنها روبرو هستیم،

می‌شود با دقت کافی مکانیک کلاسیک را به‌کاربرد. به‌عنوان يك اصل کلی؛ ماهیت موجی ماده هنگامی مشهود می‌شود که طول موج ذرات از مرتبه ابعاد سیستم باشد. پس بگذارید آنها را مقایسه کنیم.

طول موج يك نوكلئون با انرژی حدود 10 MeV برابر است با

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2ME}}$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J-s} \times \frac{1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ J}}}{\left(2 \times \frac{1 \text{ kg}}{6 \times 10^{26}} \times 10 \times 10^6 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} \times \frac{1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ J}} \right)^{1/2}}$$

$$= 9.3 \times 10^{-15} \text{ m} = 9.3 \text{ f}$$

این طول موج از مرتبه ابعاد هسته است، البته ابزاری که از معادله (۲۰۱) به‌دست می‌آید. بنابراین ماهیت موجی ماده واقعاً برای هسته مناسب است. حرکات نوکلئونهای هسته نیز از قوانین فیزیک کوانتومی پیروی می‌کنند، زیرا مدل کلاسیکی که در آن نوکلئونها به‌صورت گویهای کوچک متحرکی در داخل هسته در نظر گرفته می‌شوند فایده محدودی خواهد داشت؛ هرچند که این مدل برای تشریح گازها یا مایعات کاربرد موفقیت‌آمیزی دارد. بنابراین باید دانش خود را درباره ماهیت موجی ماده به‌کار بگیریم و گسترش دهیم. این مطلب را در فصل ۲ مرور خواهیم کرد.

۵.۱ چه عاملی هسته را منسجم نگه می‌دارد؟

سؤال بعدی که با آن روبه‌رو می‌شویم این است که: چه عاملی نوکلئونها را کنار هم نگه می‌دارد؟ در صورتی که بخواهیم این سؤال را با اطلاعات قبلی جواب بدهیم یکی از مشکلترین سؤالا خواهد بود. اصولاً سیستمها با نیرو کنار هم نگه داشته می‌شوند و تنها نیروهایی که در فیزیک کلاسیک و اتمی با آنها مواجه شده‌ایم، نیروهای گرانشی و الکترو-مغناطیسی بوده‌اند. آیا این نیروها می‌توانند در این مورد هم کاری انجام دهند؟ نیروی الکترو-مغناطیسی مطمئناً نمی‌تواند. نوترونها بار الکتریکی ندارند، لذا نیروی الکترو-مغناطیسی به‌هیچ‌وجه نمی‌تواند بر آنها اثری داشته باشد، و نیروی الکترو-مغناطیسی که بین پروتونها وجود دارد يك نیروی دافعه کولنی قوی است که باعث از هم پاشیدگی هسته می‌شود.

۱. از آنجایی که نوترونها دارای گشتاور مغناطیسی هستند، در يك میدان مغناطیسی غیر یکنواخت نیروی را احساس می‌کنند، ولی این نیرو کوچکتر از آن است که در اینجا در نظر گرفته شود. این موضوع را در بخش بعد خواهیم دید.

نیروی گرانشی بین هر جفت از نوکلئونها به صورت جاذبه است، اما این نیرو $۱۰^{-۳۲}$ مرتبه از نیروی الکتریکی موجود بین پروتونها کوچکتر است. بنابراین اثر آن در تمام پدیده های هسته ای و اتمی کاملاً قابل اغماض است.

پس در نیرویی که در بالا شرح داده شدند، نمی توانند علت وجودی هسته و انسجام آن باشند. تنها راه توجیه این است که وجود نیروی سومی را در طبیعت بپذیریم که به آن نیروی هسته ای می گویند. فوراً متوجه می شویم که این نیرو در فواصل کوتاه، یعنی در حدود ابعاد هسته، باید بسیار قوی باشد زیرا لازم است که بیشتر از نیروی دافعه کولنی بین پروتونها باشد تا بر آن غلبه کند. از سوی دیگر ساختار مولکولی را می توان تنها با نیروی الکترومغناطیسی توجیه کرد، لذا نتیجه می گیریم که نیروی هسته ای در فواصلی از مرتبه فاصله بین هسته ها در مولکولها (تقریباً $۱۰^{-۱۰}$ متر) باید قابل اغماض باشد. بنابراین نیروی هسته ای نیرویی است با برد کوتاه که با زیاد شدن فاصله، سریعتر از $۱/۲$ افت می کند. قبل از اینکه درباره ساختار هسته بیشتر مطالعه کنیم، باید راجع به نیروی هسته ای بیشتر بیاموزیم. این موضوع بحث فصل ۳ را تشکیل می دهد.

۶.۱ بعضی از خواص دیگر هسته

در فیزیک مقدماتی خوانده ایم که اگر گشتاور نیروی خارجی به سیستمی وارد نشود تکانه زاویه ای آن سیستم پایسته می ماند. از آنجا که یک هسته منفرد چنین سیستمی است، تکانه زاویه ای یکی از خصوصیات ثابت آن است. روشهای اندازه گیری تکانه زاویه ای هسته ها با استفاده از باریکه های اتمی در آزمایش اشترن-گرلاخ و همچنین با بررسی ساختار فوق ریز خطوط طیف اتمی با اعمال بدون اعمال میدان مغناطیسی، در فیزیک جدید مورد بررسی قرار می گیرد. چندین روش دیگر نیز بعداً در همین کتاب ارائه داده خواهد شد. در فیزیک کوانتومی، کمیت های پایسته با اعداد کوانتومی مشخص می شوند. عدد کوانتومی تکانه زاویه ای کل هسته با I نشان داده می شود که این دوبا معادله

$$I(I+1)\hbar^2 = \text{تکانه زاویه ای کل} \quad (۲.۱)$$

به هم مربوط می شوند. در این رابطه $\hbar$ ثابت پلانک (1.05×10^{-34} J.s) تقسیم بر 2π است. مقادیر I برای هسته های مختلف در این کتاب ارائه می شوند و در موارد گوناگون شرح داده خواهند شد. فهرستی از مقادیر I که به طور مستقیم اندازه گیری شده اند در جدول پ.۲ (در پیوست) آمده است.

در درس الکترومغناطیس نشان داده می شود که اگر جریانی به شدت i از مدار بسته ای که سطح a را دربر گرفته است بگذرد، گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن از رابطه زیر به دست می آید

$$\mu = ia \quad (۵.۱)$$

برای يك مدار دایره‌ای به شعاع r که در آن بار e با سرعت v در هر ثانیه f دور می‌زند، خواهیم داشت

$$i = ef = \frac{ev}{2\pi r}$$

$$\alpha = \pi r^2$$

از رابطه (۵.۱) نتیجه می‌شود

$$\mu = \frac{1}{2} e v r = \left(\frac{e}{2M} \right) L$$

که L تکانه زاویه‌ای یعنی Mvr است. به‌طور کلی داریم

$$\mu = \left(\frac{e}{2M} \right) L g \quad (۶.۱)$$

در این معادله، $\frac{e}{2M} g$ عاملی است که نسبت ژیرومغناطیسی نامیده می‌شود. طبق این رابطه هنگامی که توزیع بار و جرم (مثلاً در گردش يك ذره در مدار) با هم مطابقت داشته باشند، $g = 1$ است. در نظریه کوانتومی، L برابر با حاصلضرب يك عدد کوانتومی در ثابت $\hbar$ است.^۱ برای حرکت مداری با عدد کوانتومی l ، $g_l = 1$ است. از رابطه (۶.۱) داریم

$$\mu = \left(\frac{e\hbar}{2M} \right) l \quad (۷.۱)$$

گشتاور مغناطیسی ناشی از اسپین مسئله پیچیده‌تری است که فقط با نظریه کوانتومی نسبی قابل درک است و نتیجه آن برای يك الکترون در فیزیک اتمی چنین است

$$\mu_s = \frac{e\hbar}{2M_e}$$

که چون عدد کوانتومی اسپین $1/2$ است، $g_s = 2$ خواهد بود. اندازه گیریه‌ها نیز این نتیجه را تأیید کرده‌اند، ولی همین اندازه گیریه‌ها برای نوکلئون‌ها نتایج زیر را نشان می‌دهند

$$\mu_p = 2.7928 \frac{e\hbar}{2M_p} \quad (۸.۱)$$

$$\mu_n = -1.9128 \frac{e\hbar}{2M_p}$$

۱. مطلبی که در اینجا بیان شده است کاملاً صحیح نیست، زیرا این فقط مؤلفه ماکزیموم L در يك جهت دلخواه است که برابر با $\hbar$ می‌شود.

نتیجه‌ی متناظر با مقادیری از μ است که دو برابر عوامل عددی رابطه‌ی (۸.۱) باشند. این نتایج وعدم تشابه آنها با نتایج حاصل از الکترون، حاکی از آن است که الکترون يك ذره‌ی بنیادی بسیار ساده است ولی پروتونها و نوترونها دارای ساختاری پیچیده‌اند و توزیع بار الکتریکی‌شان غیرعادی است. برای توضیح ساختار نوکلئونها بر حسب ابری از مزونهای باردار که نوکلئونها را احاطه کرده‌اند کوششهایی به‌عمل آمده است (بخش ۹.۳).

روشهای مختلف اندازه‌گیری گشتاور مغناطیسی هسته که معمولاً در فیزیک جدید مورد بحث واقع می‌شود، در ارتباط با آزمایشهایی است که از باریکه‌ی اتمی اشترن-گرلاخ و مطالعه‌ی ساختار فوق ریزطیف اتمی در اثر زیمان کمک می‌گیرد. روشهای دیگری نیز مثل روش طیف‌نمایی میکروموج، تشدید مغناطیسی هسته‌ای در جامدات و مایعات، طیف‌نمایی نوامولکولی و غیره وجود دارند.^۱ مقادیر اندازه‌گیری‌شده‌ی گشتاور مغناطیسی در جدول پ.۲ (در پیوست) آمده است. در تمام موارد برای هسته‌هایی که دارای $I = 0$ هستند، $\mu = 0$ است و می‌توان نشان داد که این يك نتیجه‌ی کلی کوانتومی است.

گشتاور مغناطیسی يك هسته‌ی پیچیده از جمع برداری گشتاورهای مربوط به اسپین و حرکت مداری نوکلئونهای آن به‌دست می‌آید، که هر کدام از این مقادیر در روابط (۷.۱) و (۸.۱) داده شده‌اند.^۲ فهمیدن این جمع برداری مستلزم درک جزئیات ساختار هسته است. این مسئله در بخش ۴.۷ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

در بیشتر کتابهای الکترومغناطیس نشان داده می‌شود که هر توزیع بار الکتریکی ایجاد يك پتانسیل الکتریکی می‌کند که می‌توان آن را در فاصله‌ی بزرگ R و در جهت z به‌صورت زیر بسط داد.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} \int \rho dV + \frac{1}{R^2} \int \rho z dV + \frac{1}{R^3} \int \rho (3z^2 - r^2) dV + \dots \right] \quad (9.1)$$

ρ چگالی بار است و انتگرال‌گیری روی ناحیه‌ای انجام می‌شود که شامل بار الکتریکی است. به‌علت افزایش توانهای R در مخرج، این سری سریعاً همگرا می‌شود. انتگرال جمله‌ی اول بار کل را می‌دهد، چون فقط این جمله برای R خیلی بزرگ مهم است و پتانسیل حاصل مثل موقعی است که تمام بار در يك نقطه متمرکز شده باشد. انتگرال جمله‌ی دوم

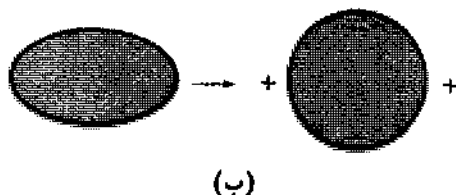
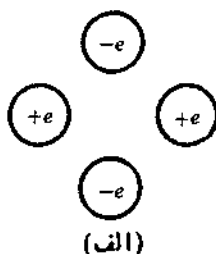
۱. شرح این روشها برای تعیین گشتاور مغناطیسی و گشتاور چهارقطبی الکتریکی در کتاب زیر آمده است

A. Enge, *Introduction to Nuclear Physics*, Addison-Wesley, Reading Mass, 1966.

۲. همچنین مقادیر کوچکی از گشتاور نیز در اثر جریان تبادل مزونی به‌وجود می‌آید که در اینجا از آن صرف‌نظر می‌کنیم.

گشتاور دو قطبی و انتگرال جمله سوم گشتاور چهار قطبی نامیده می شوند و الخ.^۱ در بخش ۴.۷ نشان داده خواهد که گشتاور دو قطبی الکتریکی هسته باید صفر باشد. در این صورت فقط گشتاور چهار قطبی است که پایینترین درجه انحراف از میدان بار نقطه ای را ایجاد می کند. دو نمونه از توزیع بار در میستمهایی که دارای گشتاور چهار قطبی الکتریکی غیر صفر هستند در شکل ۵.۱ نشان داده شده است. در نمونه (الف) که ساده ترین حالت است، در حقیقت چهار بار الکتریکی وجود دارد و نام چهار قطبی الکتریکی هم از اینجا نشاء می شود. توجه کنید که بار کل و گشتاور دو قطبی آن صفر است. در این صورت تمام میدان توسط گشتاور چهار قطبی ایجاد می شود. در نمونه (ب) يك بیضیوار با توزیع بار یکنواخت، بیشتر به يك هسته شبیه است چرا که هم بار کل الکتریکی و هم گشتاور چهار قطبی دارد، ولی گشتاور دو قطبی آن صفر است. همان طور که در سمت راست شکل نشان داده شده است، توزیع بار آن را بخوبی می توان با يك توزیع بار کروی به علاوه يك چهار قطبی بنیادی تخمین زد.

طبق يك قضیه معروف در الکتریسیته ساکن، میدان الکتریکی حاصل از يك پوسته کروی با باریکناخت در تمام نقاط خارج این پوسته، معادل میدانی است که همان مقدار



شکل ۵.۱ دو نمونه از میستمهایی که دارای گشتاور چهار قطبی الکتریکی هستند. (الف) چهار بار نقطه ای مطابق شکل، (ب) يك بیضیوار که بار مثبت به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است (سمت چپ) و از نظر بار الکتریکی معادل کره ای است که بار مثبت به طور یکنواخت در آن توزیع شده و مقداری پاراضافی مثبت و منفی نیز مطابق شکل روی آن قرار گرفته است.

۱. این تعریف کلی گشتاور دو قطبی و چهار قطبی نیست زیرا که این دو مقدار بستگی به انتخاب دستگاه مختصات دارند.

بار در صورت تمرکز در مرکز آن پوسته ایجاد می‌کرد. از این قضیه بسادگی دیده می‌شود که میدان حاصل از يك هسته با توزیع بار متقارن کروی به اندازه میدانی است که از تمرکز همان بار در مرکز هسته ایجاد می‌شد. این میدان می‌تواند با اولین جمله رابطه (۹.۱) نشان داده شود. بنابراین می‌توانیم به این نتیجه برسیم که هسته‌هایی که دارای توزیع یاز متقارن کروی هستند، گشتاور چهار قطبی الکتریکی و نیز گشتاور الکتریکی از درجه‌های بالاتر ندارند. البته این موضوع بسادگی از رابطه (۹.۱) نتیجه می‌شود.

گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته‌ها را می‌توان از شکافتگی طیف فوق ریز آنها، از طیف‌نمایی جذب میکرو موج، از روش تشدید باریکه مولکولها، و غیره تعیین کرد. خلاصه‌ای از این نتایج در جدول پ. ۲ (در پیوست) آمده است. گشتاور چهار قطبی الکتریکی از نظر ساختار هسته‌ای در بخش ۵.۷ مورد بحث قرار می‌گیرد.

مسائل

۱.۱ جرم هسته ^{56}Fe را به کیلو گرم حساب کنید.

۲.۱ از روابط (۱.۱) و (۲.۱) توزیع چگالی نوکلئون‌ها را در هسته ^{208}Pb محاسبه و رسم کنید.

۳.۱ با این تقریب که هسته‌ای دارای چگالی ثابت ρ_0 برای $r < R$ ، و چگالی صفر برای $r > R$ باشد، ρ_0 را در صورتی که R از رابطه (۲.۱) داده شود محاسبه و آن را با ρ_0 رابطه (۲.۱) مقایسه کنید.

۴.۱ از اصل عدم قطعیت، $\Delta x \Delta p \approx \hbar$ ، و این واقعیت که نوکلئون در داخل يك هسته محدود می‌ماند، چه نتیجه‌ای می‌توان در مورد انرژی نوکلئونهای هسته گرفت؟

۵.۱ نسبت نیروی کولنی به نیروی گرانشی مؤثر بین دو پروتون را حساب کنید. این نسبت به چه صورت با فاصله بین دو پروتون تغییر می‌کند.

۶.۱ اگر عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل يك هسته به عدد جرمی $A=100$ برابر $I=1$ باشد و اگر این عدد فقط حاصل از چرخش هسته به صورت يك جسم سخت در نظر گرفته شود، به طور تقریبی حساب کنید هسته چند دور در ثانیه می‌زند و مطابق مکانیک کلاسیک چه مقدار انرژی در این چرخش دخیل است؟

۷.۱ اگر يك پروتون با $I=1$ روی مداری باشعاعی برابر باشعاع يك هسته به عدد جرمی $A=25$ حرکت کند، چه مقدار جریان الکتریکی و گشتاور مغناطیسی ایجاد می‌شود؟

۸.۱ اگر بارهایی که در شکل ۵.۱ (الف) نشان داده شده‌اند دایره‌های الکترون‌ها و پروتون‌هایی که روی سطح هسته‌ای با عدد جرمی $A=100$ قرار گرفته‌اند ایجاد شده باشد، گشتاور چهار قطبی بر حسب واحد بار الکترون $\times$ (فرمی) چقدر است؟

۹۰۱ نشان دهید که گشتاور دو قطبی الکتریکی برای توزیع بار شکل ۵۰۱ (ب)، برابر با صفر است.

۱۰۰۱ اگر سطح هسته نشان داده شده در شکل ۵۰۱ (ب) با رابطه $x^2 + y^2 + 12z^2 = R^2$ بیان شود، که در آن R شعاع يك هسته با عدد جرمی $A = 200$ است، گشتاور چهار قطبی آن را حساب کنید. فرض کنید که بار موجود Ze است و به طور یکنواخت در حجم هسته توزیع شده است.

منابعی برای مطالعات بیشتر

بهمراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Elton, L. R. B., *Nuclear Sizes*, Oxford University Press, London, 1961.

Hofstadter, R., *Electron Scattering and Nuclear and Nucleon Structure*, Benjamin, New York, 1963.

Kopferman, H., *Nuclear Moments*, Academic, New York, 1958.

Ramsey, N. F., *Nuclear Moments*, Wiley, New York, 1953.

نظریه کوانتومی ذره در چاه پتانسیل

در بخش ۴.۱ دیدیم که ماهیت موجی ماده در مورد حرکت پروتونها و نوترونهای هسته قابل استفاده است. یعنی هسته يك میبستیم کوانتومی است، بنابراین نمی توانیم بدون در نظر گرفتن مفاهیم کوانتومی به بحث خود ادامه بدهیم. بیشتر دانشجویان قبلاً با این مفاهیم در درس فیزیک جدید روبرو شده اند. اما از آنجا که مطالب چنین دوره هایی با هم فرق می کنند، در این فصل این مفاهیم را مرور خواهیم کرد. این فصل تقریباً شامل تمام مفاهیم کوانتومی است که در این کتاب لازم داریم.

در اینجا توجه خود را به مسئله ذره در چاه پتانسیل معطوف می کنیم. از آنجا که پتانسیل معرف نیرو است، چاه پتانسیل متناظر است با حرکت ذره تحت اثر نیرو. نیرویی که يك نوکلئون به نوکلئون دیگر وارد می کند و مقدار متوسط نیرویی که در اثر همه نوکلئونهای داخل هسته به يك نوکلئون وارد می شود، نمونه هایی از این مسئله اند. همان طور که خواهیم دید این نیروها جزء مسائل اصلی فیزیک هسته ای اند.

به طور کلی این نیروها توابع پیچیده ای از مختصات اند، پس چاه پتانسیل دارای شکل سه بعدی پیچیده ای است، اما مهمترین مفاهیم را بر حسب چاه يك بعدی چهار گوش (که به چاه مربعی معروف است) هم می توان بررسی کرد. محاسبات ریاضی برای این مورد بسیار ساده می شوند، بنابراین محاسبات خود را با چاه مربعی شروع می کنیم. در بخش ۱۰.۲، در واقع يك تقریب دیگر را نیز برای ساده تر کردن عملیات بعدی وارد

می‌کنیم. این ساده‌سازی و نیز شکل مربعی در بخش ۲.۲ حذف می‌شوند و مسئله را در بخش ۳.۲ به حالت سه بعدی تمهیم می‌دهیم و تقریبهایی برای ساده‌سازی در نظر می‌گیریم. بالاخره در بخش ۴.۲ نتایج حاصل از یک بررسی دقیق ارائه می‌شود. منظور از این بررسی تدریجی و چند مرحله‌ای آن است که از پیچیدگیهای ریاضی اجتناب کنیم. نتایج بخش ۱.۲ و مفاهیم بنیادی بخش ۳.۲ در صرفه‌جویی مطالعه دانشجویان مؤثرند. ذهنیت بسیاری از پژوهشگران متخصص فیزیک بر اساس همین جوابهای ابتدایی شکل می‌گیرد، و آنها همه مسائل دیگر را تصحیحاتی کوچک بر این جوابها به حساب می‌آورند. در بخشهای ۵.۲ و ۶.۲ ساده‌سازیهای دیگری برای تسریع کار، وارد می‌کنیم.

۱.۲ ذره در چاه پتانسیل مربعی - روش ساده شده

وقتی می‌گوییم ماده دارای ماهیت موجی است، مقصودمان این است که ذره‌ای مادی وابسته به تابع موج $\psi(x, y, z)$ است و مثل یک موج به صورت تابعی از مکان رفتار می‌کند. تعبیر فیزیکی ψ این است که $\psi^2 dx dy dz$ احتمال وجود ذره را در فاصله x تا $x+dx$ و y تا $y+dy$ و z تا $z+dz$ به دست می‌دهد. طول موج مربوط به ψ برای ذره‌ای به جرم M و سرعت v از رابطه

$$\lambda = \frac{h}{Mv} = \frac{h}{\sqrt{2M(E-V)}} \quad (1.2)$$

به دست می‌آید که در آن از رابطه معروف انرژی کل، $E = \frac{1}{2}Mv^2 + V$ ، استفاده کرده‌ایم. V انرژی پتانسیل است.

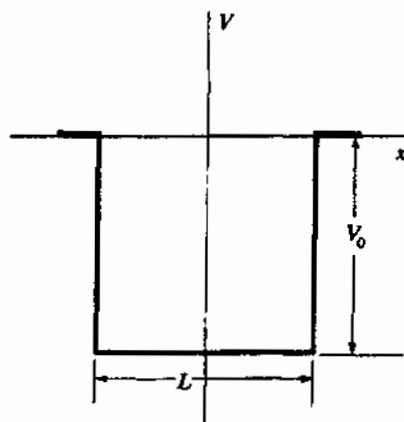
این مفاهیم را می‌توان بسادگی برای ذره‌ای در چاه پتانسیل مربعی یک بعدی به کار برد (شکل ۱.۲)، و یکی از موارد جالب هنگامی است که $E < 0$ و ذره مقید است، یعنی ذره نمی‌تواند از چاه فرار کند. بر اساس این مطالب، آسانترین فرض این است که بنویسیم

$$\psi = \begin{cases} A \cos kx \text{ یا } A \sin kx & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{در هر جای دیگر} \end{cases} \quad (2.2)$$

از رابطه (۱.۲) چنین به دست می‌آید

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\sqrt{2M(E+V_0)}}{\hbar} \quad (3.2)$$

با تصور کلاسیکی انتظار می‌رود که ذره در داخل چاه محبوس باشد. چون ψ به احتمال



$$V = -V_0 \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$$

$$V = 0 \quad \text{در هر جای دیگر}$$

شکل ۱۰۲ چاه پتانسیل مربعی یک بعدی.

مربوط است، باید یک تابع پیوسته و آن مقدار از مختصات x باشد که به نتیجه زیر منتهی می‌شود

$$x = \pm \frac{L}{2} \quad \text{در} \quad \psi = 0$$

این در صورتی برقرار خواهد شد که داشته باشیم

$$kL = n\pi \quad (۴.۲)$$

در این رابطه n یک عدد درست است. با مساوی قرار دادن مقادیر k در روابط (۳.۲) و (۴.۲) داریم

$$\frac{2\pi\sqrt{2M(E+V_0)}}{h} = \frac{n\pi}{L}$$

که به صورت زیر ساده می‌شود

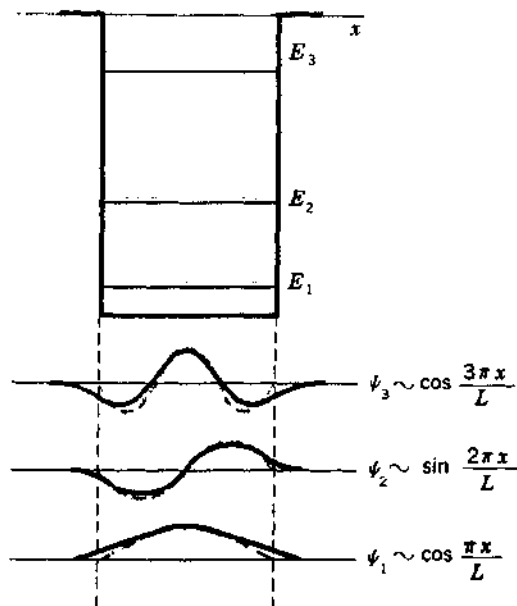
$$E = -V_0 + \frac{n^2 h^2}{8ML^2} \quad n = 1, 2, \dots \quad (۵.۲)$$

مقادیر به دست آمده از رابطه (۵.۲) نشان می‌دهند که انرژی کل بر حسب عدد درست n کوانتیده است. بنابراین n را عدد کوانتومی می‌نامند. مقدار E را برای هر n مفروض یا

E_n ، وتابع موج مربوط به آن را با ψ_n مشخص می کنند. از روابط (۲.۲) و (۴.۲) به دست می آید

$$\psi_n = \begin{cases} A_n \cos \frac{n\pi x}{L} & n = 1, 3, 5, \dots \\ A_n \sin \frac{n\pi x}{L} & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (۲.۲ \text{ الف})$$

این توابع در شکل ۲.۲ با خط چین نشان داده شده اند.



شکل ۲.۲ انرژی وتابع موجهای يك ذره در چاه پتانسیل مربعی يك بعدی نشان داده شده است. خط چینها جوابهای روش ساده شده بخش ۱.۲ هستند که انرژیهای آنها از رابطه (۵.۲) وتابع موجها از رابطه (۴.۲) الف) به دست می آیند. خطوط برجوابهای روش دقیق بخش ۲.۲ هستند که انرژیهای آنها از اولین جواب رابطه (۱۰.۲) وتابع موجهای ارائه شده در رابطه (۹.۲) با استفاده از دو رابطه آخر (۱۰.۲) به دست می آیند.

۲.۲ ذره در چاه پتانسیل يك بعدی-روش دقیق

روش دقیقتر برای بررسی این مسئله متضمن این شرط است که ψ موجی با طول موج

حاصل از رابطه (۱.۲) باشد و به صورت معادله دیفرانسیل زیر بیان شود

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad (۶.۲)$$

بر اساس تشخیص داده می شود که در داخل جابه، جوابهای معادله (۲.۲) برقرارند، در حالی که در خارج از جابه معادله (۶.۲) دارای جوابهایی از نوع زیر است

$$\psi = Be^{\pm \kappa x}$$

که در آن

$$\kappa = \frac{\sqrt{-2ME}}{\hbar} \quad (۷.۲)$$

(توجه کنید که E منفی است). قبول این جوابها خارج از تصویر ساده ما از ماهیت موجی ماده است، ولی در درستی آنها تردیدی نیست. معادله (۶.۲) را می توان با جانشانی روابط (۳.۲) و (۱.۲) در رابطه (۶.۲) چنین نوشت

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi \quad (۸.۲)$$

که به معادله یک بعدی مستقل از زمان شرودینگر معروف است. در نظریه کوانتومی همچنین لازم می آید که ψ و $d\psi/dx$ در همه جا متناهی و پیوسته باشند. شرط روی ψ با در نظر گرفتن اینکه ψ به عنوان احتمال تعبیر می شود طبیعی است، و شرط روی $d\psi/dx$ ناشی از رابطه بین آن کمیت و سرعت دیررسیهای پیشرفته تر است. در این مسئله، بعضی از جوابها بدین قرارند

$$\psi = \begin{cases} A \sin kx & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ Be^{-\kappa x} & x > \frac{L}{2} \\ Ce^{\kappa x} & x < -\frac{L}{2} \end{cases} \quad (۹.۲)$$

توجه کنید که جوابهای $e^{\kappa x}$ برای $x > L/2$ و $e^{-\kappa x}$ برای $x < -L/2$ از نظر فیزیکی غیر قابل قبول اند، زیرا بینهایت می شوند. شرط پیوستگی ψ در $x = \pm L/2$ به نتیجه زیر منتهی می شود

$$A \sin k \frac{L}{2} = Be^{-\kappa L/2} = -Ce^{-\kappa L/2}$$

و شرط پیوستگی $d\psi/dx$ در $x = \pm L/2$ رابطه زیر را می دهد

$$kA \cos k \frac{L}{2} = -\kappa B e^{-\kappa L/2} = \kappa C e^{-\kappa L/2}$$

اگر این معادلات را به طور همزمان حل کنیم پیدا می کنیم

$$\cot \frac{kL}{2} = -\frac{\kappa}{k}$$

$$C = -B$$

$$B = A \sin \frac{kL}{2} e^{\kappa L/2} \quad (10.2)$$

اولین معادله رابطه (۱۰.۲) فقط به ازای مقادیر معینی از E برقرار می شود. بنا بر این بازهم انرژی کوانتیده است.

با روش مشابهی می توان دسته ای دیگر از جوابها را در داخل چاه براساس $\psi = A \cos kx$ به دست آورد. تابع موجها و انرژی برای حالت های گوناگون در شکل ۲.۲ با خطوط پر نشان داده شده اند. به آسانی دیده می شود که این جوابها بخوبی با جوابهای روش تقریبی بخش قبل مطابقت دارند جز اینکه در $x = \pm L/2$ کاملاً صفر نمی شوند، و طول موجها کمی بزرگتر و در نتیجه در رابطه (۱.۲) انرژیها اندکی کمتر خواهند بود. به علت این مطابقت نزدیک، اغلب ساده تر است که به جای جوابهای واقعی، جوابهای تقریبی را در نظر بگیریم. برای مثال از تابع موج ψ می توان به عنوان حل يك ذره دوم طول موج نام برد.

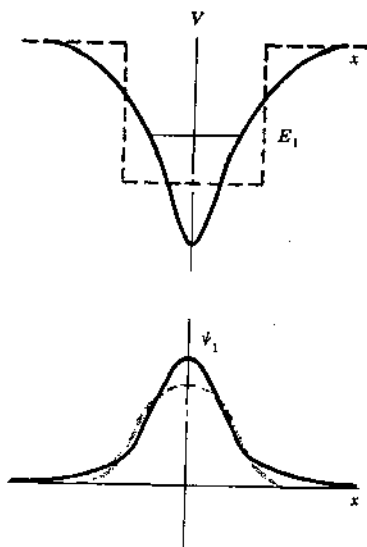
وقتی ψ معلوم شود، می توان احتمال این را که ذره بین x و $x+dx$ باشد، یعنی $p(x)dx$ را محاسبه کرد

$$p(x)dx = \psi^2 dx \quad (11.2)$$

ثابت A با این شرط تعیین می شود که احتمال کل برای يك ذره که در محلی مثل x قرار دارد برابر با واحد است. در این صورت داریم

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2 dx = 1 \quad (12.2)$$

اکنون حالتی را در نظر می گیریم که $V(x)$ بسادگی شکل ۱.۲ نیست بلکه يك تابع کلی از x مطابق شکل ۳.۲ است. این امر حل معادله (۸.۲) را مشکل می کند، و در حالت کلی نمی توان جوابهای آن را به طور صریح به دست آورد. اما از نظر کیفی این جوابها با جوابهای مربوط به چاه مربعی که در آن طول موج طبق رابطه (۱.۲) با x تغییر می کند،



شکل ۳.۲ يك چاه پتانسیل يك بعدی با شكل پیچیده (بالا) و تابع موج برای حالت پایستهرین انرژی آن. چاه مربعی و تابع موج مشابه برای همین حالت با خط چین نشان داده شده است. تفاوت بین دو تابع موج به نحو اغراق آمیزی نشان داده شده است.

متفاوت اند. در شکل ۳.۲ مقایسه ای از حالت پایستهرین انرژی E_1 ، نشان داده شده است که در آن تابع موج مربعی با خط چین ترسیم شده است. خط پر طول موج کوتا هتری در نزدیکی $x=0$ دارد، یعنی در جایی که مقدار $E-V$ قابل ملاحظه است، و همچنین به ازای مقادیر بزرگتر $|x|$ یعنی وقتی که مقدار $E-V$ کوچک است، طول موج بلندتر خواهد شد. (وقتی می گوییم قسمتی از يك منحنی دارای طول موج معینی است، مقصودمان طول موج يك موج سینوسی است که تقریباً با منحنی منطبق شده است.) از رابطه (۸.۲) می بینیم به ازای مقادیری از x که برای آنها E کوچکتر از V ، و در نتیجه $E-V$ منفی است، λ از يك «موج» (با انحنای به سمت محور x) به يك «تابع نمایی» (با انحنای به طرف خارج محور x) تغییر می کند. تابع نمایی برای منحنی خط پراسته تر افت می کند زیرا برای آن $|E-V|$ کوچکتر از این مقدار برای چاه مربعی است.

۳.۲ ذره در چاه پتانسیل سه بعدی - روش ساده شده

با اینکه بررسی مسئله در يك بعد برای آموزش مناسبتر است، سیستمهای حقیقی فیزیکی مثل اتم هسته سه بعدی اند. در مسئله سه بعدی تابع موج ذره يك از سه بعد باید به صورت يك موج باشد. از آنجا که سیستمهایی مثل اتمها و هستهها عمدتاً دارای شكل کروی (به

جای تقارن چهار گوشه‌ای) هستند، سودمندتر است که از مختصات کروی استفاده شود، بنابراین به‌طور تقریبی می‌توان گفت که ψ باید موجی در هریک از جهات r ، θ ، و ϕ داشته باشد. ابتدا جهت θ را در نظر می‌گیریم.

موج در جهت θ باید تعداد درستی طول موج در یک چرخه داشته باشد وگرنه در چرخه‌های مکرر از بین خواهد رفت. این مستلزم آن است که داشته باشیم

$$2\pi r = l\lambda_\theta = \frac{lh}{Mv_\theta} = \frac{lh}{M\omega r} \quad (13.2)$$

l یک عدد درست و $\omega = d\theta/dt$ است. معادله (۱۳.۲) نتیجه جالبی برای تکانه زاویه‌ای مداری L که در مکانیک کلاسیک به صورت $L = \mathcal{J}\omega = Mr^2\omega$ با آن آشنا هستیم می‌دهد که در آن $\mathcal{J}$ گشتاور لختی است. با جاگذاری در (۱۳.۲) داریم

$$L = Mr^2\omega = \frac{lh}{2\pi} = l\hbar$$

بنابراین شرط اینکه تابع موج، موجی با طول موج h/Mv_θ در جهت θ باشد به کوانتشی تکانه زاویه‌ای منتهی می‌شود. نتیجه دقیقی که از حل معادله شرودینگر به دست می‌آید چنین است

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (14.2)$$

بخش وابسته به θ تابع موج در این طرح ساده به این صورت است

$$\psi_\theta \propto \cos l\theta \quad \text{یا} \quad \sin l\theta \quad (15.2)$$

حال توجه کنیم که بخش وابسته به شعاع تابع موج، ψ_r ، موجی در جهت r است. بهتر است به جای ψ_r تابع $u(r)$ را که به صورت زیر تعریف می‌شود در نظر بگیریم

$$u(r) = r\psi_r \quad (16.2)$$

این تابع دارای این خاصیت است که $p(r)dr$ ، یعنی احتمال وجود ذره بین r و $r+dr$ برای آن چنین است

$$\begin{aligned} p(r)dr &\propto \int_{\theta,\phi} \psi^* r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \\ &\propto u^* dr \end{aligned}$$

که شبیه رابطه (۱۱.۲) است. چنین برمی‌آید که این همان $u(r)$ است که باید به صورت موج باشد.

اگر ذره در چاه پتانسیل $V(r)$ قرار گیرد، طول موج تابع $u(r)$ با رابطه (۱۰۲) داده می‌شود. اما اگر بخواهیم تنها به جهت r توجه کنیم، بسايد در نظر داشته باشیم که حرکت در جهت θ نیروی مؤثری به نام نیروی گریز از مرکز، $F_{cf} = M\omega^2 r$ ، در جهت r ایجاد می‌کند. بنا بر تعریف L و رابطه (۱۲.۲)، این نیرو برابر است با

$$F_{cf} = M\omega^2 r = \frac{L^2}{Mr^3} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{Mr^3}$$

که می‌توان آن را به شکل پتانسیل، بدین صورت بیان کرد

$$V_{cf} = \int_{\infty}^r F_{cf} dr = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Mr^2} \quad (17.2)$$

پتانسیل کاملی که در محاسبه طول موج از رابطه (۱۰۲) به کار می‌رود از جمع پتانسیلهای ناشی از نیروهای $V(r)$ و V_{cf} حاصل می‌شود، بنا بر این معادله دیفرانسیل برای $u(r)$ شبیه معادله (۸.۲) و به قرار زیر است

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Mr^2} \right] u = Eu \quad (18.2)$$

حال مسئله محاسبه $u(r)$ به مسئله يك بعدی که در بخش قبل مورد بررسی قرار گرفت تبدیل می‌شود. اما به طوری که مشاهده می‌شود، معادله دیفرانسیل فوق را باید برای هر l به طور جداگانه حل کرد. آسانتر است که از همان نمادهای طیف نمودی که در فیزیک اتمی معمول است استفاده کنیم که در آن مقادیر l ، مطابق جدول ۱۰۲، با حروف مشخص می‌شوند. ساده‌ترین جواب معادله (۱۸.۲) برای حالت $l=0$ است، زیرا جمله مربوط به نیروی گریز از مرکز صفر می‌شود. اگر $V(r)$ به صورت يك چاه مربعی در نظر گرفته شود، داریم

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

بنابراین، مسئله به صورتی که در بخش ۲.۲ حل شد درمی‌آید. اما دو اختلاف در اینجا وجود دارد: (۱) هر گز منفی نمی‌شود، بنا بر این ناحیه‌ای که مربوط به سومین رابطه معادله (۹.۲) است وجود ندارد، و (۲) جوابهای کسینوسی را نخواهیم داشت زیرا این جوابها بنا بر

جدول ۱۰۲ نمادهای طیف نمودی برای مقادیر l

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	l
k	j	i	h	g	f	d	p	s	نماد طیف نمودی

رابطه (۱۶.۲) به ازای $r=0$ ، ψ را بینهایت می کنند. تنها جوابهای قابل قبول عبارت اند از

$$u(r) = \begin{cases} A \sin kr & r < R \\ Be^{-\kappa r} & r > R \end{cases}$$

که κ و k در روابط (۳.۲) و (۷.۲) تعریف شده اند. چون تابع موج و مشتق آن باید در همه جا پیوسته باشند، به عنوان شرایط مرزی در $r=R$ به دست می آید

$$A \sin kR = Be^{-\kappa R}$$

$$kA \cos kR = -\kappa Be^{-\kappa R}$$

ازحل همزمان این معادلات چنین نتیجه می شود

$$\cot kR = -\frac{\kappa}{k}$$

$$B = Ae^{\kappa R} \sin kR \quad (19.2)$$

همان طور که در مورد معادله (۱۵.۲) داشتیم، اولین رابطه (۱۹.۲) فقط برای مقادیر معینی از انرژی E برقرار است. بنابراین متوجه می شویم که انرژی کسوانتیده است. ثابت A مشابه رابطه (۱۲.۲) قابل محاسبه است

$$A^2 \int_0^R \sin^2 kr \, dr + B^2 \int_R^\infty e^{-2\kappa r} \, dr = 1$$

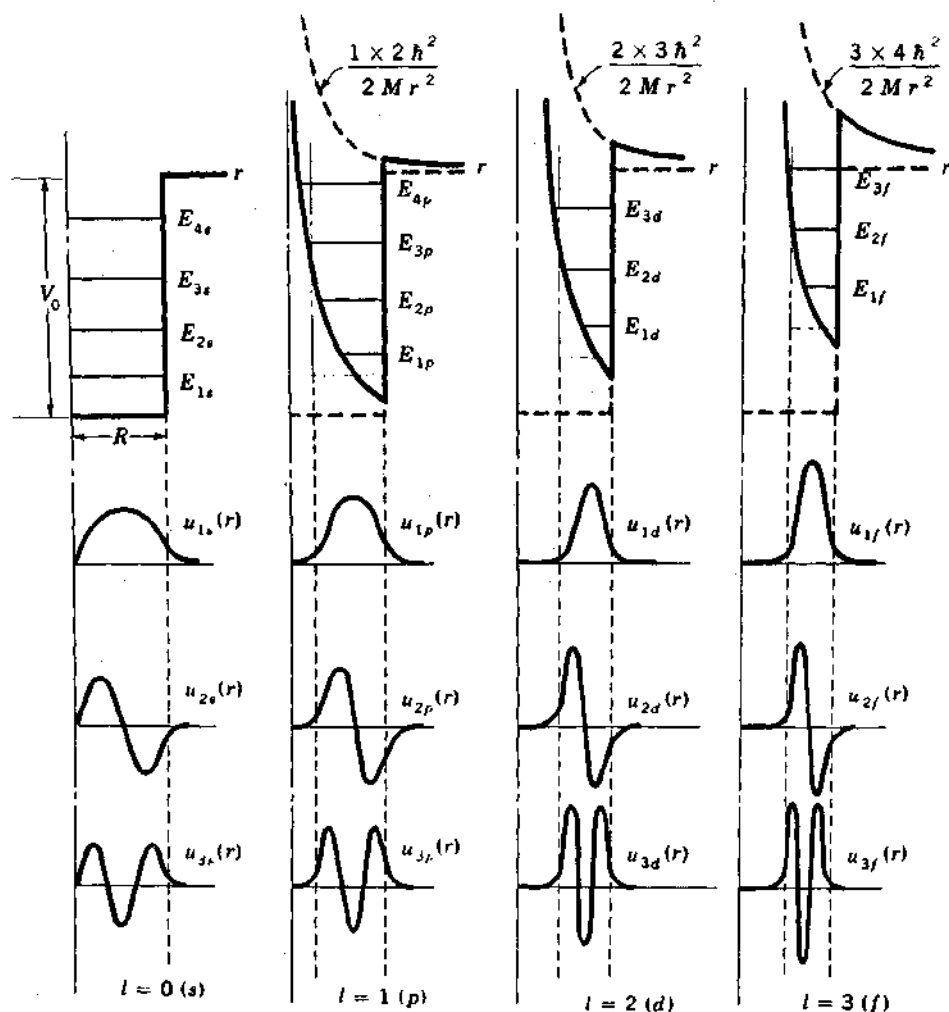
وقتی این انتگرالها حساب شوند و در دومین رابطه (۱۹.۲) قرار گیرند، نتایج بدین صورت درمی آیند

$$A^2 = \frac{2\kappa}{1 + \kappa R}$$

(۱۹.۲ الف)

$$B^2 = \frac{2\kappa(\sin^2 kR)e^{2\kappa R}}{1 + \kappa R}$$

در اولین ستون شکل ۴.۲ چاه پتانسیل مؤثر برای $l=0$ [فقط $V(r)$]، انرژی حالتها (مشخص شده با $E_{1s}, E_{2s}, \dots$)، و تابع موجهای مربوطه $u_{1s}, u_{2s}, \dots$ نشان داده شده است. به آسانی دیده می شود که این جوابها تقریباً مطابق با جوابهای حالت یک بعدی هستند که در شکل ۲.۲ نشان داده شده اند. این انرژیها و تابع موجها را به ترتیب با E_{n1} و ψ_{n1} نشان می دهیم، و n را عدد کوانتومی می نامیم. معنی فیزیکی E_{n1} این است: n امین حالت از پایینترین ترازهای انرژی که تکانه زاویه ای مدارهای در آنها برابر l است. همچنین در شکل ۴.۲ مشاهده می کنیم که u_{n1} با احتساب اولین صفر در $r=0$ ، به تعداد n بار از صفر می گذرد (البته در صورتی که صفر $r=\infty$ شمرده نشود).



شکل ۴.۲ انرژی و تابع موجهای به دست آمده از حل معادله (۱۸.۲) برای چاه مربعی. چهار ستون به ترتیب جوابهای $l = 0, 1, 2, 3$ هستند. ردیف بالایی دو عامل شرکت کننده در پتانسیل مؤثر $V(r)$ و V_{eff} را به صورت خط چین، و جمع آنها یعنی پتانسیل مؤثر را بساطت پر نشان می دهد. چاههای مربعی مشابه این پتانسیلهای مؤثر با خط نقطه نشان داده شده اند. توجه کنید که تابع موجها شامل n نیم موج در فاصله r هستند که تحت تأثیر چاه پتانسیلهایی بسا دنباله نمایی که در ناحیه خارج چاه سریعاً به سمت صفر میل می کنند، قرار دارند. انرژی حالتها که در ردیف بالایی دیده می شوند با کم عمقتر و باریکتر شدن چاه پتانسیل، به طرف بسا می روند. انرژیهای نشان داده شده از نظر کمی برای چاه مربعی صحیح نیستند.

برای $l \neq 0$ ، جواب معادله (۱۸.۲) پیچیده تر است. دو جمله انرژی پتانسیل، $V(r)$ و V_e در شکل ۴.۲ با خط چین در ردیف بالایی رسم شده اند، و جمع آنها یعنی کلی پتانسیل مؤثر هم با خطوط پر نشان داده شده است. این پتانسیلها دیگر به صورت چاه مربعی نیستند، زیرا برای به دست آوردن تابع موجها باید نظریه ای را که در آخرین قسمت بخش ۲.۲ مورد بحث قرار دادیم به کار ببریم. چاه مربعی معادل، با خط نقطه در ردیف بالایی شکل ۴.۲ ترسیم شده است. این چاههای مربعی معادل، بوضوح تعریف نشده اند (می توان آنها را تقریباً معادل چاههای پتانسیل اصلی که با خطوط پر نشان داده شده اند، دانست). ولی آنها هم به همان اندازه چاه مربعی شکل ۳.۲ در بحث ما مفید خواهند بود.

واضح است که با افزایش l ، چاه پتانسیل، هم باریکتر و هم کم عمقتر می شود. باریک شدن آن از این امر ناشی می شود که ذره با نکانه زاویه ای مداری بزرگ، قویاً در شعاعهای کوچک توسط نیروی گریز از مرکز دفع می شود. همچنان که چاه پتانسیل باریکتر می شود، طول موج موجی که در پهنای چاه تعداد معینی نیم موج دارد، کوچکتر می شود، و طبق رابطه (۱.۲) طول موج کوتاهتر منجر به افزایش مقدار $E - V$ می شود. بنابراین، همراه با افزایش l ، فاصله از پایین چاه مربعی معادل تا هر سطح انرژی معلومی مثل E_1 زیاد می شود. به علاوه، انتهای پایینی چاه با ازدیاد l بالاتر می رود و این باعث می شود که سطوح انرژی بازم به بالاتر بروند. به این دو دلیل، E_{1l} ، E_{2l} ، E_{3l} ، و غیره به طور یکنواخت با افزایش l زیاد، و تابع موجهایشان همزمان به طرف شعاعهای بزرگتر رانده می شوند. برای چاههایی غیر از چاه مربعی از لحاظ کیفی همه چیز به همین ترتیب اتفاق می افتد. برای چاه $1/r$ که در اتم هیدروژن با آن روبرو می شویم، E_{1l} آنقدر به طرف بالا می رود که بر انرژی E_{2l} منطبق می شود. به طور مشابه، انرژیهای E_{1l} ، E_{2l} ، و E_{3l} برهم منطبق اند. این امر می تواند بدین صورت بیان شود که

$$E_{nl} = E_{(n+1)(l-1)} = \dots = E_{(n+1)0}$$

و عدد کوانتومی n که معمولاً در فیزیک اتمی به کار می رود در نمادگذاری فوق برابر با $(n+1)$ است. این انطباق انرژی فقط برای پتانسیل $1/r$ صحیح است. پتانسیلهایی که در فیزیک هسته ای کاربرد دارند به اندازه پتانسیل $1/r$ از چاه پتانسیل مربعی انحراف ندارند. بنابراین تغییر مکان E_{nl} با افزایش l با سرعت کمتر صورت می گیرد.

قبل از اینکه به بحثمان در مورد جوابهای معادله (۱۸.۲) خاتمه بدیم، لازم است خاطر نشان کنیم هیچ حالت مقیدی برای یک سیستم الزامی نیست، حتی اگر نیروها جاذبه ای باشند. برای اینکه یک حالت مقید باشد، E بسايد کمتر از صفر شود. در این صورت از رابطه (۳.۲) بیشینه مقدار k به دست می آید

$$k_{\max} = \frac{\sqrt{2MV_0}}{\hbar}$$

برای اینکه اولین رابطه (۱۹.۲) برقرار شود باید طرف چپ آن منفی باشد، در این صورت

$k_{\max} R$ بزرگتر از $\pi/2$ می‌شود و با توجه به رابطه فوق برای $k_{\max}$ شرط اینکه حداقل یک حالت مقید موجود باشد، عبارت است از

$$\sqrt{2MV_0} \frac{R}{h} > \frac{\pi}{2}$$

که به صورت زیر ساده می‌شود

$$V_0 R^2 > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8M} \quad (20.2)$$

وقتی که شرط فوق برقرار نشود، حتی اگر نیرو جاذبه باشد سیستم دارای حالت مقید نیست. تا اینجا ψ را موجی هم در جهت θ و هم در جهت r در نظر گرفته‌ایم و از همین جا به ترتیب به دو عدد کوانتومی l و n رهبری شده‌ایم. ولی باید این حقیقت را به خاطر داشته باشیم که ψ موجی در جهت ϕ نیز هست. روشن است که این موج هم، همان‌طور که در مورد موجی که در جهت θ بود داشتیم، باید شامل تعداد درستی از طول موج در یک چرخه باشد تا از حذف شدن موج در چرخه‌های پی در پی جلوگیری شود. شعاع قابل استفاده در جهت حرکت ϕ عبارت است از $r \sin \theta$ ، و بنابراین شرایط لازم بدین قرارند

$$2\pi r \sin \theta = m_l \lambda_\phi = m_l \frac{h}{M v_\phi} = \frac{m_l h}{M \omega_\phi r \sin \theta}$$

که m_l یک عدد درست و ω_ϕ مؤلفه سرعت زاویه‌ای ϕ است. در مکانیک کلاسیک مؤلفه z تکانه زاویه‌ای، L_z چنین است

$$L_z = M r^2 \sin^2 \theta \omega_\phi$$

با ترکیب دو رابطه فوق خواهیم داشت

$$L_z = \frac{m_l h}{2\pi} = m_l \hbar \quad (21.2)$$

به طوری که مشاهده می‌شود، L_z به صورت مقادیر صحیحی از $\hbar$ کوانتیده است و سومین عدد کوانتومی یعنی m_l را می‌دهد. از آنجا که مؤلفه z هر برداری نباید بزرگتر از خود بردار باشد، $L_z < L$. در این صورت با مقایسه روابط (۱۴.۲) و (۲۱.۲) پیدا می‌کنیم که

$$|m_l| \leq l \quad (22.2)$$

بنابراین مقادیر مجاز m_l عبارت‌اند از $-l+1, -l, \dots, 0, \dots, l+1$ و کل تعداد این مقادیر $2l+1$ است. در شرایط معمولی، دلیلی وجود ندارد که چرا انرژی باید وابسته به سهمگیری سیستم در فضا باشد، بنابراین انرژی مستقل از عدد کوانتومی m_l است. در نتیجه

نمودار تراز انرژی شکل ۴.۲، در صورتی هنوز صحیح است که هر تراز را به عنوان $1 + 2l$ تراز جداگانه در نظر بگیریم که مربوط به مقادیر مجاز m_l مختلف می شوند.

۴.۲ ذره درجه پتانسیل سه بعدی - روش دقیق

قبلاً گفتیم که ماهیت موجی ماده به صورت ریاضی در معادله دیفرانسیل (۸.۲) تجلی می کند. درحقیقت، تجربه نشان داده است که هرگاه اختلافی بین مفاهیم به دست آمده از ماهیت موجی ماده و جوابهای معادله (۸.۲) موجود باشد، باید نتایج معادله (۸.۲) صحیح تلقی شود. از این رو این جوابها اساس بررسی دقیق در هر گونه مسئله ای خواهند بود. شکل سه بعدی معادله (۸.۲) چنین است

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) + V\psi = E\psi \quad (23.2)$$

که به معادله شرودینگر مستقل از زمان معروف است. در مختصات قطبی این معادله به صورت زیر درمی آید

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}\right] + V\psi = E\psi \quad (24.2)$$

در باره روشهای حل معادله (۲۴.۲) در کتابهای پیشرفته فیزیک جدید یا کتابهای مکانیک کوانتومی بحث می شود. هنگامی که V تنها تابعی از r باشد، که اغلب نیز چنین است، جوابها به صورت زیر نوشته می شوند

$$\psi = \frac{1}{r} u_l(r) P_{lm_l}(\theta) e^{im_l\phi} \quad (25.2)$$

l و m_l اعداد درست اند که $|m_l| \leq l$ و u_l جواب معادله (۱۸.۲) است. P_{lm_l} چند جمله ایهای وابسته l از آنند نامیده می شوند و به طور گسترده ای در مباحث مختلف فیزیک وارد می شوند. بعضی از مقادیر این چند جمله ایها در جدول ۲.۲ آمده اند. به طوری که دیده می شود مقادیر داخل جدول ۲.۲ با آنکه از نظر کمی شبیه به هم اند، اما با آنچه از نتایج روشن ساده شده در معادله (۱۵.۲) به دست آمد، فرق دارند. با به کار بردن روش عملگرها در مکانیک کوانتومی بسادگی نشان داده می شود که نتایج روابط (۱۴.۲)، (۲۱.۲)، و (۲۲.۲) معتبرند.

جدول ۲.۲ بعضی از چندجمله‌ای‌های وابسته لزاندر، P_{lm} ، از آنجا که این توابع دارای خاصیت $P_{lm} = P_{l-m}$ هستند، فقط برای مقادیر مثبت m داده شده است.

$$P_{00} = 1$$

$$P_{10} = \cos \theta$$

$$P_{11} = \sin \theta$$

$$P_{20} = \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta - 1)$$

$$P_{21} = \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta$$

$$P_{22} = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$$

$$P_{30} = \frac{1}{8}(5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$$

$$P_{31} = \frac{3}{4} \sin \theta (3 \cos^2 \theta - 1)$$

$$P_{32} = \frac{15}{4} \sin \theta \cos \theta (1 - \cos^2 \theta)$$

$$P_{33} = \frac{15}{4} \sin^3 \theta$$

$$P_{40} = \frac{1}{8}(35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3)$$

$$P_{41} = \frac{1}{4}(7 \cos^3 \theta - 7 \cos \theta)$$

۵.۲ مدل مداری

در توصیف مسائل فیزیکی، اگر مدلی که با استفاده از مثالهای آشنا در زندگی روزمره قابل درک باشد در اختیار داشته باشیم، کمک زیادی به بحث‌مان می‌شود. این کار، فقط فوت و فنی برای تعلیم دانشجویان مبتدی نیست، بلکه بسیاری از دانشمندان کارآمد نیز از این مدلها به‌طور مداوم استفاده می‌کنند و به پیشرفت‌های بزرگ علمی هم نایل می‌شوند. این

مدلها را می‌توان «ترجمه‌هایی» از دنیای فیزیک کوانتومی به دنیای روزمره، که با آن آشنا هستیم، به حساب آورد. با آنکه این مدلها مفیدند، ولی باید این را هم همیشه به خاطر داشته باشیم که در ترجمه، بعضی از چیزها از دست می‌روند.

هر دانشجویی، از دوران دبیرستان، با مدل مداری الکترونها در اتم آشناست. البته این مدل دقیق نیست، زیرا ذره را به صورت یک گوی کوچک در نظر می‌گیرد، و در تجربه روزمره ما هیچ یک از گویها، ماهیت موجی یا شرط عدم قطعیت ندارند. با وجود این، مدل مداری برای منظوره‌های مختلفی مفید است و زیاد به کار می‌رود. این مدل نمایش درستی از انرژیها، بردار تکانه زاویه‌ای، خواص متعدد برخورد، و به طور متوسط ایده صحیحی درباره محل و تکانه ذرات به دست می‌دهد.

در مدل مداری اولین مسئله‌ای که شخص با آن روبه‌رو می‌شود، کوانتش انرژی و تکانه زاویه‌ای است. هیچ یک از مباحث کلاسیک مدار، کوانتش را نشان نمی‌دهند. این خاصیت از آنجا ناشی می‌شود که فقط مدارهای بخصوصی مجاز هستند، و اینها هم با اعداد کوانتومی مشخص می‌شوند. اعداد کوانتومی n و l انرژی را تعیین می‌کنند. عدد کوانتومی l ، تکانه زاویه‌ای مداری و عدد کوانتومی m_l سنجگیری آن را در فضا مشخص می‌سازد. جمله اخیر را می‌توان چنین توضیح داد که نسبت l_z به L اطلاعات مربوط به زاویه میان صفحه مدار و محور z را به دست می‌دهد، و این تمام اطلاعاتی است که در مورد جهت فضایی یک سیستم کوانتومی قابل محاسبه است.

۶.۲ مدل برداری برای جمع تکانه‌های زاویه‌ای

دیدیم که تکانه زاویه‌ای مداری، برداری است که دارای بعضی خواص بخصوص در نظریه کوانتومی است: (۱) کوانتیده است؛ (۲) آنچه می‌توانیم درباره جهت آن در فضا بدانیم مؤلفه z آن است که آن هم کوانتیده است و (۳) پیشینه مقدار مؤلفه z آن، $l\hbar$ است [از روابط (۲۱.۲) و (۲۲.۲)]، که کوچکتر از تکانه زاویه‌ای کل $\frac{1}{2}\hbar\sqrt{l(l+1)}$ می‌شود که از رابطه (۱۲.۲) قابل محاسبه است. واضح است که اشکالاتی در جمع چنین دو برداری وجود دارد و در واقع این موضوع آنقدر پیچیده است که معمولاً در دروسهای مقدماتی در نظر گرفته نمی‌شود. اما برای به دست آوردن جمع دو بردار تکانه زاویه‌ای می‌توانیم از روش ساده‌ای استفاده کنیم که به مدل بودادی معروف است و می‌توان آن را از روش دقیق پتانسیل سه بعدی به دست آورد. در این مدل اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای را درست مثل جمع دو بردار با هم جمع می‌کنیم، اما فقط نتایجی را که در جمع کوانتیده هستند قبول می‌کنیم. بنابراین $l_1 + l_2$ می‌تواند هر تکانه‌ای با اندازه بین $l_1 + l_2$ و $|l_1 - l_2|$ را بدهد. در این صورت حاصل جمع $l_1 + l_2$ می‌تواند برابر با ۲، ۳، و یا ۴ باشد. توجه کنید

۱.۱ برداری را نشان می‌دهد که طولش $\frac{1}{2}\hbar\sqrt{l(l+1)}$ است. معمولاً تکانه زاویه‌ای l را به معنی $\frac{1}{2}\hbar\sqrt{l(l+1)}$ در نظر می‌گیرند.

که بیشینه و کمینه مقدار آن مثل جمع معمولی دوبردار است.

وقتی تکانه‌های زاویه‌ای نیم درست وارد شوند (متذکر می‌شویم که عدد کوانتومی اسپین خیلی از ذرات، از جمله الکترون‌ها، پروتون‌ها، و نوترون‌ها $1/2$ است)، فقط نتایج مجازند که از بیشینه‌ها و کمینه‌ها به اندازه اعداد درست اختلاف دارند. برای مثال جمع $5/2 + 3/2$ را می‌توان به صورت $1, 2, 3, 4$ ، و یا $3, 4, 5, 6$ جمع $1/2 + 1/2$ را به صورت $1, 2$ و یا $1/2$ نوشت. از اینجا متوجه می‌شویم که وقتی تعداد زوجی (یا فردی) از اعداد نیم درست جمع شوند، نتیجه باید عدد درست (یا نیم درست) باشد.

این قاعده آخری در ابتدای شروع مطالعه فیزیک هسته‌ای نقش مؤثری داشت. در آن زمان فرض می‌شد که هسته فقط شامل دو ذره، الکترون و پروتون است. براین اساس هسته $14N$ شامل 14 پروتون و 7 الکترون در نظر گرفته می‌شد. این تعداد فردی از ذرات است که هر کدام دارای اسپین $1/2$ هستند، بنابراین طبق این قاعده اسپین کل نیم درست خواهد بود. طبق رابطه (13.2) تکانه زاویه‌ای مداری فقط می‌تواند عدد درست باشد، بنابراین تکانه زاویه‌ای کل باید نیم درست باشد. اما وقتی تکانه زاویه‌ای کل $14N$ را به وسیله روش طیف نمایی نوری اندازه گیری کردند، معلوم شد که $I = 1$ است. از آنجا که این عدد صحیح است، نتیجه گیری شد که هسته‌ها فقط از الکترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل نشده‌اند. وقتی در سال 1932 نوترون کشف شد، اهمیت آن در ساختار هسته بلافاصله نمایان شد، چه هسته $14N$ از 7 پروتون و 7 نوترون تشکیل می‌شود و بدیهی است که تکانه زاویه‌ای آن می‌باید عدد درستی باشد.

۷.۲ پاریته

تمام پتانسیلهایی که در این فصل به کار برده ایم (هم مورد یک بعدی و هم سه بعدی) نسبت به انعکاس حول مبدأ مختصات متقارن بوده‌اند. این بدان معنی است که اگر به جای x, y, z به ترتیب $x, -y, -z$ قرار دهیم، تغییری در پتانسیل بوجود نمی‌آید. از آنجا که این خواص تقارن در جمله‌های دیگر معادله شرودینگر، (23.2) ، نیز وجود دارند، انتظار می‌رود که چنین تبدیلی در نتایج فیزیکی هم بی‌تأثیر باشد. یک نتیجه فیزیکی آن است که احتمال اینکه ذرات دارای مختصات معینی باشند با ψ نشان داده می‌شود. بنابراین انتظار داریم

$$[\psi(x, y, z)]^2 = [\psi(-x, -y, -z)]^2 \quad (26.2)$$

این خواسته با شرط زیر برقرار می‌شود

$$\psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z) \quad \text{پاریته زوج} \quad (27.2 \text{ الف})$$

یا

$$\psi(x, y, z) = -\psi(-x, -y, -z) \quad \text{پاریته فرد} \quad (27.2 \text{ ب})$$

این توابع همان‌طور که مشخص شده است، تابع موجهای با پاریته زوج و فرد نامیده می‌شوند. پاریته زوج را پاریته مثبت، پاریته فرد را پاریته منفی نیز می‌گویند. نمونه‌هایی از تابع موجهای با پاریته زوج توابع $\cos kx$ ، و نمونه‌های تابع موجهای با پاریته فرد

تابع موجهای $\sin kx$ در شکل ۲.۲ هستند. اولی نسبت به مرکز مختصات متقارن و دومی پادمتقارن است.

داشتن تابع موجی متشکل از مجموع توابع با پارینه‌های مخالف، غیر قابل قبول است، زیرا در این صورت رابطه (۲۶.۲) برقرار نخواهد بود. برای مثال اگر داشته باشیم

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

به دست می‌آید

$$\psi(-x) = A \sin(-kx) + B \cos(-kx)$$

$$= -A \sin kx + B \cos kx$$

$$[\psi(x)]^2 = A^2 \sin^2 kx + B^2 \cos^2 kx + 2AB \sin kx \cos kx$$

$$[\psi(-x)]^2 = A^2 \sin^2 kx + B^2 \cos^2 kx - 2AB \sin kx \cos kx$$

که در رابطه (۲۶.۲) صدق نمی‌کند. از طرف دیگر، به دست آوردن یک تابع از جمع توابعی که پارینه یکسان دارند مجاز است، مثلاً اگر داشته باشیم

$$\psi(x) = A \sin kx + B \sin 3kx$$

خواهیم داشت

$$\psi(-x) = A \sin(-kx) + B \sin(-3kx)$$

$$= -A \sin kx - B \sin 3kx$$

$$= -\psi(x)$$

که در این صورت رابطه (۲۶.۲) برقرار می‌شود.

با استفاده از مختصات (r, θ, ϕ) در مورد تابع موجهای یک ذره در چاه سه بعدی، رابطه (۲۵.۲)، انعکاس حول مرکز مختصات، معادل تبدیل زیر است

$$\theta \rightarrow \pi - \theta$$

$$\phi \rightarrow \phi + \pi \quad (28.2)$$

که تابع $e^{im\phi}$ به صورت $e^{im\phi} e^{im\pi} = (-1)^m e^{im\phi}$ در می‌آید. تابع $P_{lm}(\theta)$ دارای این خاصیت است که تبدیل (۲۸.۲) در آن ایجاد یک عامل $(-1)^{l-m}$ می‌کند که این نکته به آسانی برای مواردی که در جدول ۲.۲ آمده‌اند قابل بررسی است. بنابراین انعکاس تابع موج (۲۵.۲) حول مرکز مختصات، تابع موج را در یک عامل $(-1)^l = (-1)^{l-m} (-1)^m = (-1)^{l-m} (-1)^m$ ضرب می‌کند. لذا این مسئله را می‌توان این طور تفسیر کرد که تابع موجهای با l زوج دارای پارینه زوج، و تابع موجهای با l فرد دارای پارینه فرد هستند. بسادگی می‌توان نشان

داد که اگر جمع $1_1 + 1_2 + 1_3 + \dots$ فرد (زوج) باشد، حاصلضرب تابع موجهایی که دارای $1_1, 1_2, 1_3, \dots$ باشند، پاریته فرد (زوج) خواهد داشت، و این تمام آن چیزی است که باید درباره پاریته در این کتاب بدانیم.

مفهوم پاریته نقش مهمی در سطوح مختلف فیزیک داشته است. از زمانی که برهم کنشهای مخصوصی که دارای تابع موجهای با پاریته مختلط اند، مشاهده شد، در نظر گرفتن پاریته تابع موج مورد توجه خاص قرار گرفت. در هر حال این امر در مورد سیستمهایی که تحت اثر نیروی هسته ای قوی هستند صادق نیست، بنابراین تمام تابع موجهایی که در این کتاب تعریف می شوند دارای پاریته معینی هستند.

۸.۲ خواص قابل اندازه گیری سیستمهای کوانتومی

در فصل ۱ درباره بعضی از خواص هسته ها مثل اندازه هسته ها و گشتاورهای مغناطیسی و الکتریکی آنها بحث کردیم. این خواص به صورت تجربی قابل اندازه گیری هستند، بنابراین مهم است که بتوانیم آنها را با استفاده از توضیح کوانتومی سیستم، به صورتی که در تابع موج وجود داشته باشد، محاسبه کنیم. حال ببینیم این محاسبه چطور انجام می گیرد. به عنوان یک مثال ساده، اندازه اتم هیدروژن را در نظر می گیریم. شعاع اتم هیدروژن درست برابر مقدار متوسط r یعنی فاصله الکترون از هسته است. همان طور که از تعریف متداول مقدار متوسط می دانیم، برای پیدا کردن مقدار متوسط r ، یعنی $\bar{r}$ ، می توان مقدار r مربوط به الکترون را در هر نقطه از فضا در p ، یعنی احتمال وجود الکترون در آن نقطه ضرب کرد و این حاصلضرب را روی تمام فضا جمع بست. اگر تمام فضا را به حجمهای $d\tau$ تقسیم کنیم این جمع به انتگرال روی تمام فضا تبدیل می شود. در این صورت داریم

$$\bar{r} = \int r p d\tau \quad (29.2)$$

از بخش ۱.۲ می دانیم که p متناسب با ψ^2 است. اگر این را طوری بهنجار کنیم که احتمال وجود الکترون در جایی از فضا یک باشد، نتیجه می شود که

$$p d\tau = \frac{\psi^2 d\tau}{\int \psi^2 d\tau}$$

اگر این را در رابطه (۲۹.۲) به کار ببریم، به دست می آوریم

$$\bar{r} = \frac{\int r \psi^2 d\tau}{\int \psi^2 d\tau}$$

مشابه رابطه فوق، اگر هر خاصیت یک سیستم مثل q در دفعات مختلف اندازه گیری شود، مقدار متوسط به دست آمده به قرار زیر خواهد بود

$$\langle q \rangle = \frac{\int q \psi^* d\tau}{\int \psi^* d\tau} \quad (۳۰.۲)$$

این مقدار را ارزش انتظاری q می نامند و با $\langle q \rangle$ مشخص می کنند.
اگر تابع موج طوری انتخاب شود که رابطه (۱۲.۲) در شکل سه بعدی اش برقرار شود، مخارج رابطه (۳۰.۲) واحد خواهد شد و احتیاجی به نوشتن آن نیست. وقتی ψ مختلط و q يك عملگر باشد، شكل کلی رابطه (۳۰.۲) به صورت زیر درمی آید

$$\langle q \rangle = \int \psi^* q \psi d\tau \quad (۳۱.۲)$$

مسائل

۱۰.۲ يك توب يك كيلو گرمی در چاه پتانسیلی به عمق ۱ متر و پهنای ۱ متر چسه انرژیهای خواهد داشت؟ مسئله را با استفاده از رابطه (۵.۲) در حالت يك بعدی حل کنید. از نتایج به دست آمده چه نتیجه ای درباره اهمیت کوانتیده شدن انرژی در مسائل ماکروسکوپیك می توان گرفت؟

۲۰.۲ برای موردی که اولین رابطه (۹.۲) به صورت $A \cos kx$ باشد، معادله ای مشابه رابطه (۱۰.۲) به دست آورید.

۳۰.۲ الکترونی در چاه پتانسیل مربعی يك بعدی به عمق ۲۰۰ eV و به پهنای $۱۰^{-۱۰}$ متر قرار دارد. تابع موجها و انرژیها را با استفاده از روشهای بخش ۱۰.۲ و ۲۰.۲ پیدا کنید. [در روش بخش ۲۰.۲ می توان جواب را با قراردادن مقادیر مختلف k تا برقراری اولین رابطه (۱۰.۲) به دست آورد]. انرژیها و منحنیهای تابع موجهای به دست آمده در هر دو روش را با هم مقایسه کنید.

۴۰.۲ مسئله ۳۰.۲ را برای پایینترین حالت انرژی و وقتی که عمق چاه پتانسیل ۱۰۰۰ eV و ۴۰ eV است، تکرار کنید و درباره نتایج بحث کنید.

۵۰.۲ اگر يك سرنخی به طول ۱ متر را به توبی به جرم ۱ کیلو گرم متصل کنیم و سردیگر نخ را درست گرفته و توب را بچرخانیم، رابطه (۱۲.۲) چگونه حدود سرعت مجاز را تعیین می کند؟ مسئله مشابهی را در نظر بگیرید که الکترونی حول يك نخ به طول $۱۰^{-۱۰}$ متر و پروتونی حول يك نخ به طول $۱۰^{-۱۴}$ متر تاب بخورد. توجه کنید که این طولها تقریباً به ترتیب اندازه های اتم و هسته اند. انرژی جنبشی را در هر دو مورد حساب کنید.

۶۰.۲ انرژی حالت های $1s$ و $2s$ يك نوترون را در چاه مربعی سه بعدی به عمق ۵۰ MeV و شعاع $۵ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ m}$ پیدا کنید. تابع موجها را رسم کنید و نتایج به دست آمده را با

روش تقریبی بخش ۱۰۲ ($\psi = 0$ وقتی $E < V$) مقایسه کنید.

۷۰۲ در مورد پتانسیل مسئله ۶۰۲، پتانسیل کل را که سهمی از نیروی گریز از مرکز هم دارد برای $l = 1, 2, 3$ رسم کنید. نتایج را با تقریب چاه پتانسیل مرئی به دست آورید، و با تقریبی که در بخش ۱۰۲ به کار رفته است انرژیهای E_{1p}, E_{2p}, E_{3p} و E_{1r} را حساب کنید.

۸۰۲ گودی کم عمقترین چاه مرئی به شعاع $R = 10^{-14}$ m را که در آن یک نوترون مقید است حساب کنید.

۹۰۲ فرمولی شبیه به رابطه (۲۰۰۲) برای مواردی که حالت ۲s مقید دارد، به دست آورید.

۱۰۰۲ تکانه زاویه‌ای کل حاصل از جمع تکانه‌های جزئی زیر را به دست آورید:

$$(الف) \quad 1/2 + 2 + 3/2$$

$$(ب) \quad 3/2 + 5/2 + 7/2$$

$$(ج) \quad 1 + 2 + 7 + 5/2$$

۱۱۰۲ پاریته هر یک از حالتی که در شکل ۲۰۲ دیده می‌شود، چقدر است؟

منابعی برای مطالعات بیشتر

منابع مقدماتی

Blanchard, C. H., C. R. Burnett, R. G. Stoner, and R. L. Weber: *Introduction to Modern Physics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1969.

Feynman, R. P., R. B. Leighton, and M. Sands: *The Feynman Lectures on Physics*, vol. III, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1965.

Sproull, R. L.: *Modern Physics: A Textbook for Engineers*, Wiley, New-York, 1956.

Wehr, M. R., and J. A. Richards: *Introductory Atomic Physics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1962.

Weidner, R. T., and R. L. Sells: *Elementary Modern Physics*, Allyn and Bacon, Boston, 1960.

منابع سطح متوسط

Dicke, R. H., and J. P. Wittke: *Introduction to Quantum Mechanics*,

- Addison-Wesley, Reading, Mass., 1960.
- Eisberg, R. M.: *Fundamentals of Modern Physics*, Wiley, New York, 1961.
- Leighton, R. B.: *Principles of Modern Physics*, McGraw-Hill, New York, 1959.
- Richtmyer, F. K., E. H. Kennard, and J. N. Cooper: *Introduction to Modern Physics*, 6th ed., McGraw-Hill, New York, 1969.

منابع پیشرفته

- Landau, L. D., and E. M. Lifshitz: *Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory*, Pergamon, New York, 1965.
- Merzbacher, E.: *Quantum Mechanics*, Wiley, New York, 1961.
- Messiah, A.: *Quantum Mechanics*, North-Holland, Amsterdam, 1961.
- Schiff, L. I.: *Quantum Mechanics*, 3d ed., McGraw-Hill, New York, 1968.
- Stehle, P.: *Quantum Mechanics*, Holden-Day, San Francisco, 1966.

نیروی هسته‌ای

در بخش ۵.۱ به این نتیجه رسیدیم که وجود هسته‌ها را تنها هنگامی می‌توان توجیه کرد که وجود نیروی جدیدی را در طبیعت فرض کنیم، نیرویی که در فیزیک اتمی و در زندگی روزانه با آن برخورد نداریم.

در طول تاریخ، انسان شاید بیش از هر موضوع علمی دیگری وقت صرف تحقیق دربارهٔ نیروی هسته‌ای کرده‌است. در این فصل پیشرفت علم را در این زمینه مروری کنیم و به بیان خلاصه‌ای از درک امروزی خود از نیروی هسته‌ای می‌پردازیم.

۱.۳ روشهای برخورد با مسئله

بهتر است هر پدیده‌ای را در ساده‌ترین شرایط ممکن و ساده‌ترین حالت آن مطالعه کرد. ساده‌ترین موردی که نیروی هسته‌ای در آن اثر می‌کند هنگامی است که تنها دو نوکلئون برهم‌کنش داشته باشند. در عمل دو وضعیت پیش می‌آید که چنین است: (۱) هنگامی که نوترن و پروتون به هم مقیدند (مانند یک دوترون)؛ (۲) در برخورد های میان دو نوکلئون، که معمولاً به آنها فرایندهای پراکندگی گفته می‌شود.

برای اینکه بینیم مطالعهٔ این دو مورد چگونه ما را به درک نیروی هسته‌ای راهنمایی می‌کند، فرض می‌کنیم که شناختی از نیروی کولن نداریم و سعی بر این است که با همین روشها آن را بشناسیم. به عنوان نمونه‌ای از کاربرد روش اول، مطالعهٔ ترازهای انرژی اتم هیدروژن را در نظر می‌گیریم. در این بررسی، ترازها را به صورت $E = -R/n^2$ به دست

می‌آوریم، که در آن $\mathbb{R}$ مساوی با حاصلضرب hc در ثابت ری‌دبرگ و $n = 1, 2, 3, \dots$ است. فرض کنیم نظریه کوانتومی را می‌دانیم. در این صورت، ترازهای انرژی را از پتانسیلهای متعدد با استفاده از روشهای فصل دوم حساب می‌کنیم و می‌بینیم که تنها آن پتانسیلی این ترازهای انرژی را به‌دست می‌دهد که از رابطه $V = -e^2/r$ تبعیت کند. در این رابطه e^2 ثابتی است که می‌توان آن را از مقدار اندازه‌گیری شده ثابت ری‌دبرگ تعیین کرد. البته نیروی کولنی از این طریق به‌دست نیامد، بلکه با دانستن نیروی کولن بود که مطالعات مربوط به ترازهای انرژی اتم هیدروژن منجر به کشف نظریه کوانتومی شد. ولی این يك اتفاق تاریخی بود. وقایع می‌توانست به‌نحو دیگری اتفاق بیفتد. در اوایل سال ۱۹۳۵/۱۳۵۹ که فیزیکدانان شروع به مطالعه نیروی هسته‌ای کردند، نظریه کوانتومی بخوبی شناخته شده بود، درحالی که نیروی هسته‌ای ناشناخته مانده بود.

نمونه روش دوم، انجام آزمایشهای پراکندگی را در مورد بسا قبول این فرض است که ساختار اتم شناخته شده باشد. با پرتاب ذرات باردار پر انرژی به هدفهای نازک و مشاهده ذرات پراکنده شده درمی‌یابیم که احتمال پراکندگی در زاویه θ با $\text{CSC}^4(\theta/2)$ تغییر می‌کند. همچنین با تغییر انرژی ذره فرودی احتمال پراکندگی بسا $1/E^2$ تغییر می‌کند. محاسبات احتمال پراکندگی را می‌توان برای نیروهای مختلف بین هسته و ذره پراکنده انجام داد و دریافت که این طرز رفتار را تنها هنگامی می‌توان انتظار داشت که نیرو به شکل e^2/r^2 باشد. از اندازه‌گیری احتمال پراکندگی مطلق، مقدار $2\pi e^2$ حاصل می‌شود و با تکرار آزمایش با ذرات فرودی مختلف و هدفهای متفاوت، مقادیر 2π و e^2 در نتیجه e^2 به‌دست خواهد آمد. ولی در عمل چنین اتفاق نیفتاد، نیروی کولن شناخته شده بود و آزمایشها برای کشف ساختار اتم انجام شد. اگر نیروی کولن شناخته نشده بود و به‌نحوی مشخص بود که اتم شامل هسته سنگینی است که الکترونها به‌فاصله زیادی آن را احاطه کرده‌اند، نیروی کولن را می‌شد از آن نتیجه‌گیری کرد.

در نتیجه این يك انتظار منطقی است که با مطالعه ترازهای انرژی سیستمهای دونوکلئونی و اندازه‌گیری پراکندگیهای نوکلئون بانوکلئون، بتوان ماهیت نیروی هسته‌ای را مشخص کرد. مطالعات مربوط به سیستمهای دونوکلئونی، در چهار بخش بعدی بررسی می‌شوند؛ و پس از پیشرفتهای نظری، پراکندگی نوکلئون-نوکلئون در بخش ۱۰.۳ بررسی خواهد شد. این مطالعات به‌خلاصه‌ای از دانش امروزی ما از نیروی هسته‌ای منجر می‌شود که در سه بخش آخر آمده‌اند.

۲.۳. حالت‌های مقید دو نوکلئونی - نتایجی از انرژی بستگی و اندازه دوترون

دوترون تنها سیستم مقید دونوکلئونی در طبیعت است که يك پروتون و يك نوترون را شامل می‌شود. امکانات دیگر عبارت‌اند از سیستمهای متشکل از دونوترون و دوپروتون (${}^3\text{He}$)

که به هم مقید نمی‌مانند، ولی حتی این اطلاعات هم سودمند خواهند بود. مطالعات دربارهٔ دوترون روشن کرده‌است که دوترون هیچ حالت برانگیخته‌ای ندارد و به سرعت به نوترون و پروتون تبدیل نمی‌شود، بنابراین در میان سه سیستم دونوکلونی ممکن، تنها يك حالت مقید وجود دارد. این وضعیت خیلی کمتر از مورد مشابه‌اش یعنی اتم هیدروژن برای مطالعه مناسب است، زیرا اتم هیدروژن تعداد زیادی حالت‌های مقید دارد که دهها حالت آن به‌طور تجربی شناخته شده‌اند. به‌هر حال بینیم که از تنها حالت مقید دوترون چه می‌آموزیم. می‌توان انرژی این حالت، یعنی انرژی بستگی نوکلئون‌ها به یکدیگر، را با آزمایش‌های مختلف به‌دست آورد. شاید ساده‌ترین راه، گیراندازی نوترون کند به وسیلهٔ پروتون در مواد هیدروژن‌دار نظیر پارافین یا پلاستیک باشد؛ اندازه‌گیری انرژی پرتوگامای منتشر شده در واکنش زیر، انرژی بستگی را به‌دست می‌دهد

$$n + p \rightarrow d + \gamma \quad (۱۰۳)$$

بدین ترتیب، آزمایش انرژی بستگی دوترون را برابر 223 MeV به‌دست می‌دهد که بر اساس روش نمادگذاری فصل دوم به‌صورت $E = -223 \text{ MeV}$ نوشته می‌شود. اندازهٔ دوترون توسط آزمایش‌هایی که در بخش ۲.۱ بیان شد، تعیین شده‌است. جذر میانگین مربعی فاصلهٔ میان نوترون و پروتون (r_d) برابر با 4.2 f به‌دست آمده است. در نمادگذاری بخش ۸.۲ این مقدار برابر با جذر $\langle r^2 \rangle$ است.

در مسئلهٔ دو جسم، نوترون و پروتون با نیرویی که با پتانسیل $V(r_p - r_n)$ نمایش داده می‌شود، برهم‌کنش می‌کنند. این مسئله تحت تبدیل مرکز جرم در مکانیک کلاسیک، به مسئلهٔ تک‌ذره در چاه پتانسیل $V(r)$ تبدیل می‌شود که مختصات مؤثر تک‌ذره، یعنی r, θ, ϕ در حقیقت مختصات نوترون نسبت به پروتون (یا پروتون نسبت به نوترون) است و جرم «تک‌ذره» عبارت است از جرم کاهش یافته $\mu = M_p M_n / (M_p + M_n)$ که برابر با نصف جرم نوکلئون است.

اگر فرض کنیم که بتوان پتانسیل را با يك چاه مربعی به‌شعاع R نمایش داد، این مسئله همانند مسئلهٔ مطرح شده در بخش ۳.۲ می‌شود. از آنجا که تراز انرژی مورد بحث پایینترین تراز انرژی سیستم است، بنابراین شکل ۴.۲ باید برای این تراز $l = 0$ باشد و تابع موج، همچنان که در شکل آمده، u_{λ} است. برای $r < R$ داریم $u = A \sin kr$ و از شکل ۴.۲ می‌بینیم که برای u_{λ} مقدار kr بین π و $\pi/2$ است. علاوه بر این راه‌حلی که منجر به رابطه (۱۹.۲) می‌شود قابل قبول است، که از آنجا داریم

$$\cot kR = -\frac{\kappa}{k} \quad (۲۰۳)$$

از معادلات (۳.۲) و (۷.۲) با $M = \mu = (1/2)M_p$ و $E = -223 \text{ MeV}$ چنین به‌دست می‌آید

$$k = 0.156 \sqrt{V_0 (\text{MeV}) - 2.23} \quad f^{-1}$$

$$k = 0.232 f^{-1} \quad (3.3)$$

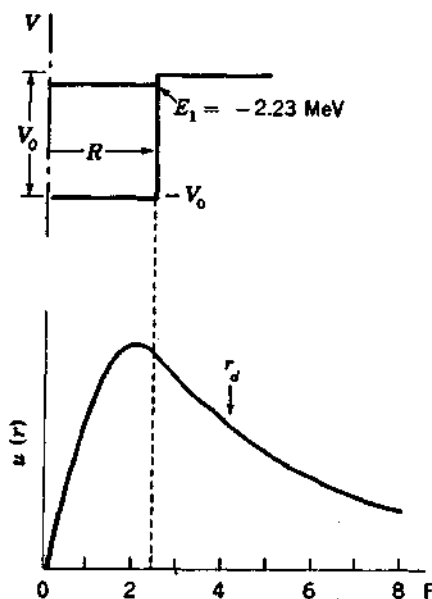
يك روش ساده ولی خیلی تقریبی آن است که فرض کنیم $R = r_d = 4.2 f$ و روشی را که در بخش ۱.۲ آمده است به کار ببریم که لازمه آن چنین است

$$kR = \pi$$

از این روش براحتی به دست می آید $k = \pi/R = 0.235$. با به کار بردن این تخمین در سمت راست معادله (۲.۳) خواهیم داشت $\cot kR \approx -0.23/0.235$ و نتیجه می شود که در واقع kR به طور قابل ملاحظه ای کمتر از π است و از $\pi/2$ هم آنقدرها بزرگتر نیست. بنابراین تابع موج چیزی است شبیه به آنچه در شکل ۱.۳ نشان داده شده است. دنباله تابع نمایی، قسمت مهمی از تابع موج را نمایش می دهد که در آن r_d به طور قابل ملاحظه ای از R بزرگتر است.

از معادله (۳.۱۲)، مقدار جذر میانگین مربعی r را می توان دقیقاً به طریق زیر محاسبه کرد

$$r_d^2 = \langle r^2 \rangle = \int r^2 u^2 dr \quad (4.2)$$



شکل ۱.۳ جواب چاه مربعی برای دوترون. پتانسیل چاه مربعی همراه با تراز انرژی تجربی نشان داده شده است. منحنی پایینی مربوط به تابع موج $u(r)$ است.

با استفاده از تابع موجی که قبل از رابطه (۱۹.۲) داده شد و این مقدار r_0 خواهیم داشت

$$A^2 \int_0^R r^2 \sin^2 kr \, dr + B^2 \int_R^\infty r^2 e^{-2\kappa r} \, dr = (4.24f)^2$$

که مقادیر A^2 و B^2 از معادلات (۱۹.۲ الف) به دست می‌آیند. این معادله نخستین معادله از مجموعه (۱۹.۲)، دو معادله با دو مجهول k و R هستند. از حل همزمان آنها نتیجه می‌شود ($kR = 1.09^\circ$)، $k = 0.68$ ، $R = 2.8f$ که با قراردادن این مقدار در رابطه (۳.۳) خواهیم داشت $V_0 = 21 \text{ MeV}$.

بنابراین پتانسیل هسته‌ای که دوترون را مقید نگه می‌دارد، تقریباً یک چاه مربعی به عمق 27 MeV و پهنای $2.4f$ است. پهنای این چاه اولین برآورد از برد نیروی هسته‌ای است و می‌بینیم که همان‌طور که در بخش ۵.۱ پیش‌بینی کرده بودیم، این نیرو واقعاً دارای برد کوتاهی است. همچنین در آنجا پیش‌بینی کرده بودیم که عمق چاه پتانسیل (27 MeV) خیلی بیشتر از پتانسیل کولنی در این فواصل است؛ نیروی کولنی میان دو پروتون در فاصله $2.4f$ با پتانسیل 6 MeV متناظر می‌شود.

سرانجام متوجه می‌شویم کسه در مقایسه با عمق چاه، انرژی بستگی 2.23 MeV دوترون خیلی کوچک است یعنی قید دوترون، بسست است.

۳.۳ حالت‌های اسپین سیستم دو-نوکلئونی

تکانه زاویه‌ای کل I دوترون را می‌توان با روش‌های مختلف از جمله با استفاده از ساختار فوق ریز در طیف نمایی نوری اندازه‌گیری کرده که با آن در فیزیک اتمی آشنا هستیم. نتیجه به دست آمده عبارت است از $I = 1$.

به‌طور کلی، تکانه زاویه‌ای کل برابر است با حاصل جمع برداری دو تکانه زاویه‌ای مداری و اسپینی

$$I = L + S \quad (5.3)$$

که S عدد کوانتومی اسپین کل است. چون اسپین نوترون و پروتون هر دو برابر $1/2$ است بنا بر مطالب بخش ۶.۲، داریم

$$S = \left| \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right| = 1 \text{ یا } 0$$

حال می‌توانیم این دو حالت را به‌عنوان اسپین‌های موازی و پادموازی فرض کنیم، گرچه در بخش بعد برای آنها تعاریف مشخصتری ارائه خواهد شد. همان‌طور که در بخش ۲.۳ اشاره کردیم، حالت مزبور پایسترن حالت انرژی سیستم است و با استفاده از شکل ۴.۲ چنین بر می‌آید که این حالت عبارت است از حالت $S(I=0)$. پس، از رابطه (۵.۳)،

به دست می آید $S = 1$.

سؤال بعدی که طبیعتاً به نظر می رسد این است: انرژی حالت‌های دیگر سیستم نوترون-پروتون چقدرند؟ از شکل ۴.۲ دیده می شود که حالت‌های $0 < I$ و $1 > n$ در انرژی‌های نسبتاً بالانرژی قرار دارند، بنابراین با در نظر گرفتن این امر که پاییتترین حالت به سستی مقید است، احتمالاً این حالت‌ها باید نامقید باشند. ولی دربارهٔ S چگونه؟ حالت $S = 0$ ، یعنی حالتی که فرق آن با حالت پایه فقط در پادموازی بودن اسپین‌های نوترون و پروتون است. ظاهراً انرژی این حالت، آنقدر بالا هست که نامقید باشد. در حقیقت به کمک آزمایش‌های پراکندگی به وجود این حالت پی برده شد و نتیجه گیری شده است که فاصلهٔ این حالت از حالت نامقید تنها برابر 6 keV است. ولی نکتهٔ مهم این است که در اینجا وضعیتی داریم که اختلاف انرژی حالت‌ها ناشی از موازی یا پادموازی بودن اسپین‌هاست. از بخش (۳.۲) می دانیم که انرژی یک حالت فقط بستگی به چاه پتانسیل دارد که از نیرو مشتق می شود. بنابراین می توان نتیجه گرفت که نیروی میان نوترون و پروتون بستگی به اسپین دارد. این نیرو بستگی به آن دارد که آیا اسپین‌ها موازی هستند یا پادموازی، یعنی اسپین کل آنها $S = 1$ است یا $S = 0$. نیروی هسته‌ای مانند نیروی کولنی و نیروی گران، تنها تابعی از r نیست بلکه بستگی به چیزهای دیگری (که بعداً خواهیم دید) نیز دارد.

۴.۳ اثرهای اصل طرد پاؤلی

حال به مرحله‌ای رسیده ایم که می توانیم بررسی چار سیستم‌های دونوترونی و دوپروتونی حالت‌های پایدار ندارند. آیا این بدین معناست که نیروی هسته‌ای میان دونوترون یا نیروی بین نوترون و پروتون اختلاف دارد؟ جواب به این سؤال علی‌الاصول منفی است و لسی احتیاج به توضیح دارد. برای درک مسئله باید اصل طرد پاؤلی را به حساب بیاوریم. این اصل همان طور که همه می دانیم نقش بسیار مهمی در فیزیک اتمی دارد، ولی در اغلب درس‌های مقدماتی فیزیک جدید به صورت ناقصی معرفی می شود. برای اعمال آن در مسئله مورد نظر، باید آن را عمیقتر بررسی کنیم.

عموماً در دروس مقدماتی علوم مدارس گفته می شود که «هیچ دو جسمی دقیقاً همانند نیستند». این بیانگر این واقعیت است که هیچ دو دانهٔ برفی دقیقاً یکی نیستند. ولی این موضوع در دنیای اتمی و هسته‌ای حقیقت ندارد. یک اصل پایهٔ فیزیک کوانتومی این است که تمامی آنچه را که می توان دربارهٔ یک سیستم دانست تابع موج آن است، و مسلماً تابع موج‌های تمام اتم‌های هیدروژن دقیقاً شبیه به هم هستند. بنابراین دو اتم هیدروژن در اصل غیر قابل تشخیص از یکدیگرند. تشخیص تفاوت میان آن دونه‌ها مشکل بلکه مطلقاً غیر ممکن است. آنها کاملاً شبیه به هم اند همان گونه که دوالکترون، دوپروتون، دونوترون، دو دوترون، و غیره... به هم شباهت دارند.

در بسیاری از موارد، این واقعیت که دو ذره یا دو سیستم ذرات همانند یکدیگرند، هیچ مشکلی را موجب نمی شود زیرا آنها را می توان در مکان‌شان از هم جدا نگاه داشت،

دو الکترون اتم هلیوم را در نظر می‌گیریم. احتمال اینکه الکترون ۱ در (r_1, θ_1, ϕ_1) و الکترون ۲ در (r_2, θ_2, ϕ_2) باشد متناسب با مربع تابع موج $\psi(r_1, \theta_1, \phi_1, r_2, \theta_2, \phi_2)$ می‌نامیم. به عنوان مثال، اگر پتانسیل را چاه مربعی (که تقریب ضعیفی برای پتانسیل کولنی است، ولی مطلب را می‌رساند) و ناحیه $r < R$ را در نظر بگیریم، بنا بر بخش ۲.۲ تابع موج چنین می‌شود

$$\psi = A \frac{\sin k_1 r_1}{r_1} \frac{\sin k_2 r_2}{r_2} \quad (6.3)$$

که k_1 و k_2 جوابهای معادله (۱۹.۲) و متناظر به انرژیهای E_1 و E_2 اند. توجه کنید که تابع موج را به صورت حاصلضرب زیر گرفته‌ایم

$$\psi = \psi_1(r_1) \psi_2(r_2) \quad (7.3)$$

این مطلب را می‌توان چنین درک کرد که احتمال وجود الکترون ۱ در r_1 و الکترون ۲ در r_2 عبادت است از حاصلضرب تلك احتمالهای الکترون ۱ در r_1 و الکترون ۲ در r_2 که به صورت زیر بیان می‌شود

$$\psi^2 = \psi_1^2(r_1) \psi_2^2(r_2)$$

این تمام آن نتیجه‌ای است که از رابطه (۷.۳) به دست خواهیم آورد. با نگاهی به رابطه (۶.۳)، متوجه اشتباه بزرگی می‌شویم. بدین معنی که از تابع موج چنین برمی‌آید که می‌توانیم میان ذره ۱ و ۲ تفاوتی قائل شویم، ولی از مکان آنها چنین چیزی امکان ندارد: مطابق رابطه (۶.۳) هر کدام از دو ذره به راحتی می‌تواند تقریباً هر مقدار از $r (< R)$ را داشته باشد. از آنجا که نمی‌توانیم میان ذرات ۱ و ۲ تفاوتی قائل شویم، تابع موج باید توزیع احتمال یکسانی را برای هر دو ذره به دست دهد نه توزیع احتمالات متفاوت به طوری که در رابطه (۶.۳) دیده می‌شود. یعنی اگر جای ذره ۱ و ۲ را در ψ عوض کنیم، همان ψ^2 را باید به دست بیاوریم، یا

$$[\psi(1, 2)]^2 = [\psi(2, 1)]^2$$

این رابطه در صورتی برقرار خواهد بود که داشته باشیم

$$\psi(1, 2) = \pm \psi(2, 1) \quad (8.3)$$

به دلایلی که بروشنی شناخته نیست، برای الکترون‌ها، پروتون‌ها، نوترون‌ها، و ذرات با اسپین ۱/۲ در رابطه (۸.۳) علامت منفی انتخاب شده است. معمولاً چنین گفته می‌شود که «تابع موج باید نسبت به مبادله ذره مشابه با اسپین ۱/۲ پادمتقارن باشد». این اساسیترین بیان اصل طرد پاولی است.

اگر رابطه (۷.۳) به صورت زیر اصلاح شود، اصل طرد پاولی برقرار است

$$\psi = \psi_1(r_1)\psi_2(r_2) - \psi_2(r_1)\psi_1(r_2) \quad (9.3)$$

که در مورد مثال ما چنین می شود

$$\psi = A \left(\frac{\sin k_1 r_1 \sin k_2 r_2}{r_1 r_2} - \frac{\sin k_2 r_1 \sin k_1 r_2}{r_1 r_2} \right) \quad (10.3)$$

مشاهده می شود که اگر r_1 و r_2 در رابطه (۹.۳) یا رابطه (۱۰.۳) جابه جا شوند، تابع موج بجز تغییر در علامت، یکسان باقی می ماند.

اما هنگامی که ψ_1 و ψ_2 هر دو یک تابع باشند، یا در مورد مثال ما، هنگامی که $k_1 = k_2$ باشد، این روش با شکست روبه رو می شود. در این موارد، از روش ما $\psi = 0$ به دست می آید. بنابراین درمی یابیم که «هیچ دو ذره همانندی نمی توانند حالت یکسان داشته باشند». این همان شکل متداول اصل طرد پاؤلی است که در اغلب موارد مقدماتی به کار رفته است.

در واقع مثال (۱۰.۳) کامل نیست، زیرا یک تابع موج کامل باید شامل اسپین نیز باشد. تابع موج کامل، حاصل ضرب تابع موج فضایی $\psi(r, \theta, \phi)$ و تابع موج اسپین $\chi(\uparrow)$ یا $\chi(\downarrow)$ است که به ترتیب نشان دهنده اسپین بالا و اسپین پایین است. پس معادله (۱۰.۳) را می توان به صورت زیر کامل و قابل قبول کرد

$$\psi = A \left(\frac{\sin k_1 r_1 \sin k_2 r_2}{r_1 r_2} - \frac{\sin k_2 r_1 \sin k_1 r_2}{r_1 r_2} \right) \chi_1(\uparrow) \chi_2(\uparrow) \quad (11.3)$$

که نشان می دهد هر دو ذره دارای اسپین بالا هستند. اما، یک تابع موج مناسب دیگر می تواند چنین باشد

$$\psi = A \left(\frac{\sin k_1 r_1 \sin k_2 r_2}{r_1 r_2} + \frac{\sin k_2 r_1 \sin k_1 r_2}{r_1 r_2} \right) [\chi_1(\uparrow) \chi_2(\downarrow) - \chi_1(\downarrow) \chi_2(\uparrow)] \quad (12.3)$$

مشاهده می کنیم که دو راه برای ساختن تابع موج پاد متقارن بر حسب مبادله دو ذره برای برقرار ساختن اصل طرد پاؤلی وجود دارد: تابع موج می تواند در اسپین متقارن و در مختصات فضایی پاد متقارن باشد، نظیر رابطه (۱۱.۳)؛ یا می تواند در اسپین پاد متقارن و در مختصات فضایی متقارن باشد، مانند رابطه (۱۲.۳). توجه داریم که در رابطه (۱۲.۳) هیچ مشکلی با $k_1 = k_2$ پیش نمی آید، بنابراین دو ذره مشابه، ممکن است دارای تابع موج فضایی یکسان باشند به شرط اینکه تابع موج اسپین آنها پاد متقارن باشد؛ درحقیقت وضعیت دو الکترون اتم معمولی هلیوم چنین است.

تابع موج اسپین در رابطه (۱۲.۳) همان چیزی است که قبلا از آن با اندکی تسامح

به عنوان حالتی از اسپین پادموازی یا $S=0$ یاد کرده ایم. تابع موج اسپین در رابطه (۱۱.۳) یکی از حالت‌های ممکن اسپین موازی است؛ که مربوط به $S=1$ ، $m_s=+1$ می‌شود. همچنین تابع موج‌های دیگر $S=1$ ، یعنی تابع موج‌های با $m_s=0$ و $m_s=-1$ نسبت به مبادله دو ذره متقارن‌اند. بنابراین قاعده زیر را داریم: حالت‌های $S=1$ در مختصات اسپین متقارن و حالت‌های $S=0$ پادمقارن‌اند.

حال برگردیم به سیستم‌های دونوکلونی، نظیر دوترون، دوترون، و دوتریون. بنا بر رابطه (۲۵.۲)، قسمت فضایی تابع موج آنها چنین است

$$\psi(\text{فضایی}) \sim \frac{u_l(r)}{r} P_{l, m_l}(\theta) e^{im_l \phi}$$

به علت تبدیل مرکز جرم در بخش ۲.۳، دیگر صرفاً m_l و m_s نخواهیم داشت. در این حالت، مبادله دو ذره همچون انعکاس حول مبدأ است، که در آن متقارن یا پادمقارن بودن قسمت فضایی تابع موج بستگی به این دارد که آیا تابع موج با این تبدیل تغییر علامت می‌دهد یا خیر؟ همان‌طور که در بخش ۷.۲ دیدیم برای تمام مقادیر فرد l ، تابع موج تغییر علامت می‌دهد، در صورتی که برای مقادیر زوج l ، تغییری حاصل نمی‌شود. بنابراین نتیجه می‌گیریم که تابع موج در مختصات فضایی برای l زوج، متقارن و برای l فرد، پادمقارن است.

از ترکیب نتایج دوبند آخر، مشاهده می‌کنیم که تنها تابع موج‌های با l زوج و $S=0$ (تقارن فضایی، پادمقارن بودن اسپین) یا l فرد و $S=1$ (پادمقارن بودن فضایی، تقارن اسپین)، اصل طرد پاولی را برای نوکلئون‌های مشابه برقرار می‌سازند. این حالت‌های $T=1$ نامیده می‌شوند، که T اسپین ایزوباری است، که بعداً به این مفهوم خواهیم پرداخت. حالت‌های دیگر می‌سیم دونوکلونی یعنی آن‌هایی که دارای l زوج و $S=1$ یا l فرد و $S=0$ هستند، حالت‌های $T=0$ نامیده می‌شوند. می‌بینیم که حالت‌های $T=1$ برای هر سه سیستم دونوکلونی پروتون-پروتون، پروتون-نوترون و نوترون-نوترون وجود دارد، در صورتی که حالت‌های $T=0$ تنها برای سیستم پروتون-نوترون موجود است، زیرا این سیستم شامل دوزده مشابه نمی‌شود و لذا احتیاجی به برقرار بودن اصل طرد پاولی ندارد. حالت پایه دوترون ($l=0$ ، $S=1$) آشکارا یک حالت $T=0$ است. قبلاً یادآوری کردیم که پایستریز انرژی حالت $T=1$ دوترون، ($l=0$ ، $S=0$) نامعید است. بنابراین تعجب آور نیست که پایستریز انرژی حالت‌های سیستم‌های دونوترونی و دوتریونی که در آنها $T=1$ می‌شود نیز نامعید باشند. این امر که در سیستم‌های دونوترونی و دوتریونی حالت‌های مقید وجود ندارد بدان معنی نیست که نیروی هسته‌ای میان نوترون و پروتون یا نیروی هسته‌ای میان دونوترون یا دوتریون متفاوت است. این تنها نشانه‌ای از وجود اصل طرد پاولی است.

۵.۳ گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چهارقطبی الکتریکی دوترون-نیروی تانسوری

در ساختاری که از دو ذره تشکیل شده باشد، انتظار می رود که گشتاور مغناطیسی کل برابر باشد با جمع برداری گشتاورهای مغناطیسی مربوط به اسپین و گشتاورهای مغناطیسی مربوط به حرکت مداری ذرات باردار. از آنجا که احتمالاً دوترون در حالت $I=0$ است، حرکت مداری سهمی در گشتاور مغناطیسی کل ندارد، بنابراین از روابط (۸.۱) و (۹.۱) گشتاور مغناطیسی آن را چنین به دست می آوریم

$$\mu_n + \mu_p = 0.8797 \frac{eh}{2M_p}$$

ولی نتیجه اندازه گیری گشتاور مغناطیسی دوترون چنین بود

$$\mu_d = 0.8572 \frac{eh}{2M_p}$$

با اینکه اختلاف میان کمیت اندازه گیری شده و مقدار نظری چندان زیاد نیست و خطای کمی هم در نظریه وجود دارد، با وجود این توجیه این اختلاف مشکل است. ساده ترین تعبیر این است که برای دوترون حرکت مداری قائل شویم، بدین معنی که فرض قبلی ما راجع به حالت پایه دوترون که $I=0$ است کاملاً صحیح نیست.

حتی شاهد بهتری برای این نتیجه گیری وجود دارد که از اندازه گیری گشتاور چهارقطبی الکتریکی دوترون به دست می آید. اگر دوترون در حالت $I=0$ باشد، از رابطه (۲۵.۲) و جدول ۲.۲ می بینیم که تابع موج بستگی به (θ, ϕ) ندارد و لذا فقط تابعی از r است. بنابراین دوترون باید دارای تقارن کروی باشد که در بخش ۶.۱ نشان داده شده و حاکی از صفر بودن گشتاور چهارقطبی است. ولی گشتاور چهارقطبی اندازه گیری شده دوترون چنین است

$$Q_d = 2.082e \times 10^{-27} \text{ cm}^2$$

این مقدار در مقایسه با گشتاورهای چهارقطبی دیگر که در جدول پ.۲ آمده نسبتاً کوچک است ولی صفر نیست. این موضوع نشان می دهد که تابع موج، یک تابع موج ساده $I=0$ نیست و این امر با نتیجه ای که از گشتاور مغناطیسی گرفتیم توافق دارد.

این نتایج را نمی توان توضیح داد مگر با فرض اینکه حالت پایه مقادیری غیر از $I=0$ داشته باشد. در واقع، نتایج به دست آمده به نتایج $I=0$ خیلی نزدیکتر است تا به نتایج هر مقدار دیگری از I و این بدان معنی است که تابع موج شامل مخلوطی از مقادیر I

۱. در گشتاور مغناطیسی دوترون، جریانه های متبادل مزون نیز سهم کمی دارند که در اینجا از آن صرف نظر می کنیم.

است. برای $l=1$ و بیشینه مقدار $l=5$ ، بنابراین رابطه (۵.۳) تنها می‌تواند ۵، ۱ و ۲ باشد. ولی به علت بایستگی پاریته، همان طور که در بخش ۷.۲ نشان داده شد، مقادیر زوج و فرد l هر دو نمی‌توانند در یک تابع موج یکجا وجود داشته باشند، بنابراین تنها $l=2$ می‌تواند در کناره $l=1$ حضور داشته باشد. لذا تابع موجی را به این صورت در نظر می‌گیریم

$$\psi = a_0 \psi_{1,0} + a_2 \psi_{2,0}$$

تابع موجی که به صورت جمع نوشته شده است، بدین معنی است که سیستم، کسری از زمان را که با $|a_0|^2$ مشخص می‌شود در حالت $l=0$ و کسر $|a_2|^2$ از زمان را در حالت $l=2$ می‌گذراند. نتایج به دست آمده برای گشتاور چهار قطبی را می‌توان با $94\% = |a_0|^2$ و $6\% = |a_2|^2$ توجیه کرد. نتایج گشتاور مغناطیسی، گرچه با دقت کم، ولی با این نتایج توافق دارد. ظاهراً دوترون شش درصد اوقات را در حالت $l=2$ می‌گذراند، در حالی که همچنان که قبلاً فرض کردیم، ۹۴ درصد اوقات را در $l=0$ می‌گذراند. توجه کنید که هم به ازای $l=0$ و هم به ازای $l=2$ ، بنابراین رابطه (۵.۳)، $S=1$ خواهد بود و بنابراین در این نتیجه تغییری حاصل نمی‌شود.

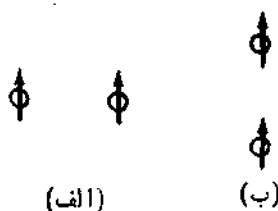
هرگاه در تابع موج آمیزه‌ای از مقادیر l را وارد کنیم، اصل بایستگی تکانه زاویه‌ای مداری (و نه تکانه کل) را نقض کرده‌ایم. اکنون اثرات این نقض را بررسی می‌کنیم. همان طور که از مکانیک مقدماتی می‌دانیم، تکانه زاویه‌ای تنها می‌تواند با گشتاور نیرو تغییر کند، درست مثل تکانه خطی که تنها با نیرو تغییر می‌کند، و گشتاوری که بر جسم اثر می‌گذارد $\mathbf{r} \times \mathbf{F} = r F_\theta = -\partial V / \partial \theta$ است. بنابراین تکانه زاویه‌ای مداری متغیر، نشانگر آن است که پتانسیل V تابعی از θ هم هست و صرفاً تابعی از r نیست. از آنجا که نیروی مرکزی برای پتانسیل V تنها تابعی از r است تعریف شده است، این نیرو یک نیروی غیرمرکزی است که نیروی قانسوری نامیده می‌شود.

تنها راستای ثابت در فضا که با دوترون ارتباط پیدایی کند، راستای بردار اسپین S است؛ بنابراین زاویه θ که نیروی قانسوری بسازد وابسته می‌شود، باید از این راستا اندازه‌گیری شود. در نمادگذاری برداری، نیروی تابعی از S است. برای فاصله جدایی یکسان، نیروی قانسوری باید در شکل‌های ۲.۳ (الف) و (ب) متفاوت باشد. در حقیقت، برای دوترون چنین نتیجه شده است که این نیرو در شکل ۲.۳ (الف) دافعه و در شکل ۲.۳ (ب) جاذبه است. هنگامی که دوتون کلئون در حالت $S=0$ هستند هیچ راستایی بر راستای دیگر در فضا برتری ندارد، بنابراین نیروی قانسوری نمی‌تواند وجود داشته باشد.

پتانسیل هسته‌ای را می‌توان به صورت جمع پتانسیل مرکزی و قانسوری نوشت. در این صورت، پتانسیل قانسوری تابعی از حاصلضرب r در S_{12} است^۱

۱. برای دانشجویانی که با اپراتورهای آشنایی دارند، رابطه (۱۳.۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت که بیشتر مورد استفاده است

$$S_{12} = \frac{3}{r^3} (\sigma_1 \cdot \mathbf{r})(\sigma_2 \cdot \mathbf{r}) - \sigma_1 \cdot \sigma_2$$



شکل ۲.۳ نیروی تانسوری آن گونه که در دوترون عمل می‌کند. هنگامی که راستای اسپین عمود بر خطی است که دونو کلئون را بهم متصل می‌کند، مطابق شکل (الف)، نیروی تانسوری دافعه است. هنگامی که راستای اسپین موازی خطی است که دونو کلئون را بهم وصل می‌کند مطابق شکل (ب)، نیروی تانسوری جاذبه است.

$$S_{12} = 2 \left[3 \frac{(S \cdot r)^2}{r^2} - S \cdot S \right] \quad (13.3)$$

در بخش ۶.۳ نشان داده خواهد شد که $(S \cdot r)^2$ تنها تابع قبول از $(S \cdot r)$ است. r^2 در مخرج، به منظور بدون بعد کردن جمله است، و جمله دوم در پرانتز بدین دلیل اضافه شده است که میانگین مقدار S_{12} را روی تمام زوایا برابر صفر کند، در نتیجه مؤلفه‌های نیروی مرکزی را از این عبارت حذف می‌کند.

۶.۳ خواص عمومی نیروی هسته‌ای-نیروهای استاتیکی

در چهار بخش گذشته اطلاعاتی را که دربارهٔ نیروی نوکلئون-نوکلئون می‌توان از دوترون به دست آورد، خلاصه کردیم. برای آموختن جزئیات بیشتر باید روش دیگری را که در بخش ۱۰.۳ ارائه شد، نظیر آزمایشهای پراکندگی نوکلئون-نوکلئون به کار برد. ولی قبل از آنکه به موضوع پردازیم، بدنیست خواصی را که از این نیرو انتظار داریم مطالعه کنیم. این خواص مطالب این بخش و سه بخش بعدی را تشکیل می‌دهند.

نخست بهتراست ببینیم که کمیت‌های موجود در سیستم دونو کلئونی که نیرو به آنها وابسته است کدام‌اند. آنها عبارت‌اند از: r_{12} ، یعنی برداری که مکان ذره ۱ را به ۲ ارتباط می‌دهد؛ $p_1 = p_2 - p_1$ ، یعنی تکانهٔ نسبی آنها؛ و S یعنی اسپین کل. راحت‌تر است (اگر چه الزامی ندارد) که به این کمیتها تکانهٔ زاویه‌ای مداری $L = r_{12} \times p_{12}$ را هم اضافه کنیم. حال انتظارات خود را از بتانسیلی که نیروی هسته‌ای را نمایش می‌دهد، بیان می‌کنیم.

۱. بتانسیل باید يك کمیت نرده‌ای باشد، چون انرژی است.
۲. از آنجا که دو نوترون یا دو پروتون غیر قابل تشخیص هستند، هر گاه جای ذره ۱ را با ذره ۲ عوض کنیم، بتانسیل نباید تغییر کند. این امر آشکارا مطلوب‌ترین خاصیت برای نیروی دو ذره‌است، حتی اگر یکسان نباشند. مبادلهٔ ذرات، علامت r_{12} و p_{12} را معکوس می‌کند ولی علامت S و L را تغییر نمی‌دهد. (در حالت دوم، علامت L طبق تعریف ۱. از این به بعد L را با عدد کوانتومی L به کار خواهیم برد تا تکانهٔ زاویه‌ای مداری در مسئلهٔ دونو کلئون مشخص شود.

$\mathbf{r}_{12} \times \mathbf{p}_{12}$ دوار عوض می‌شود که به معنای تغییر نکردن است). لذا نمی‌توانیم جمله‌ای شبیه $\mathbf{S} \cdot \mathbf{r}_{12}$ یا $\mathbf{p}_{12} \cdot \mathbf{S}$ داشته باشیم، پس نیروی تانسوری که در بخش گذشته بحث شد باید متناسب با $(\mathbf{S} \cdot \mathbf{r}_{12})^2$ یا توانهای زوج بالاتر از این حاصلضرب اسکالر باشد. می‌توان نشان داد که با استفاده از اتحادهای ریاضی جملات با توان بالاتر به $(\mathbf{S} \cdot \mathbf{r}_{12})^2$ تبدیل می‌شوند.

۳. اگر جهت حرکت زمان معکوس شود، پتانسیل نباید تغییر کند. این به اهل ناوردایی دودلی زمان معروف است، که در تمام قوانین شناخته شده فیزیک کلاسیک و کوانتومی معتبر است و اعتقاد عمومی بر این است که در پدیده‌هایی که نیروی هسته‌ای دخیل است این امر صحت دارد. اگر جهت زمان، معکوس شود، بسادگی دیده می‌شود که $\mathbf{p}_{12}$ و $\mathbf{S}$ علامتشان تغییر می‌کند ولی علامت $\mathbf{r}_{12}$ تغییر نمی‌کند. پس با تعریف تکانه زاویه‌ای علامت $\mathbf{L}$ معکوس خواهد شد. بنابراین نمی‌توان جملاتی شبیه $\mathbf{S} \cdot \mathbf{r}_{12}$ ، $\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{p}_{12}$ یا $\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{L}$ داشت.

برای اینکه به بحثمان ترتیبی بدهیم، ابتدا نیروهایی را که مستقل از سرعت هستند در نظر می‌گیریم که به آنها اصطلاحاً نیروهای استاتیکی گفته می‌شود. نیروی گرانش مثالی از نیروی استاتیک است، ولی نیروهای الکترومغناطیس از این نوع نیستند زیرا نیروی وارد بر یک ذره باردار در میدان مغناطیسی، بستگی به سرعت آن دارد. نیروهای وابسته به سرعت را در بخش بعد در نظر خواهیم گرفت.

اگر پتانسیل استاتیکی باشد، نمی‌تواند به $\mathbf{p}$ (از این به بعد شاخص پایین را حذف می‌کنیم) یا به $\mathbf{L}$ بستگی داشته باشد زیرا که اینها به سرعت وابسته‌اند، بنابراین پتانسیل استاتیکی باید تنها شامل $\mathbf{r}$ و $\mathbf{S}$ باشد. تنها نرده‌هایی که می‌توان تشکیل داد عبارت‌اند از $\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}$ ، $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$ ، $\mathbf{r} \cdot \mathbf{S}$ ، $(\mathbf{r} \times \mathbf{S}) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{S})$ به ترکیبهای خطی از این جمله‌ها تقلیل می‌یابند. وابستگی به $\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}$ عموماً همان وابستگی به r است که فرض کرده‌ایم در تمام نیروها وجود دارد، $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$ نیروی وابسته به اسپین است که در بخش ۳.۳ بحث شد. قبلاً دیدیم که $\mathbf{r} \cdot \mathbf{S}$ مجاز نیست ولی $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{S})^2$ مجاز است که در حقیقت این همان نیروی تانسوری است که در بخش ۵.۳ آمده است. حاصلضرب $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$ و $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{S})^2$ از نیروی تانسوری غیر قابل تشخیص خواهد بود، زیرا این نیرو فقط برای $S = 1$ قابل استفاده است که در این مورد مقدار $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$ تعیین می‌شود.

علاوه بر این بردارها، خاصیت دیگری هم هست که نیروی استاتیکی نوکلئون-نوکلئون می‌تواند به آن وابسته باشد، و آن پادیتت تابع موجی است که سیستم را توصیف می‌کند. در حالی که ابتدا ممکن است به نظر عجیب بیاید، ولی بیان منطقی آن در بخش بعد خواهد آمد. از آنجا که پادیتت بستگی به فرد یا زوج بودن L دارد، بنابراین نیرو برای L زوج و L فرد متفاوت است. فهرست کاملی از نیروهای استاتیکی که شامل شش عضو می‌شوند به قرار زیر است

$S=0$	مرکزی، L فرد	(الف)
$S=0$	مرکزی، L زوج	(ب)
$S=1$	مرکزی، L فرد	(ج)
$S=1$	مرکزی، L زوج	(د)
$S=1$	تانسوری، L زوج	(ه)
$S=1$	تانسوری، L فرد	(و)

(۱۴.۳)

عمومیترین پتانسیل استاتیک مجموع این شش جمله است که هر کدام تابعی از r هستند

$$V = V_A(r) + V_B(r) + V_C(r) + V_D(r) + V_E(r) + V_F(r) \quad (15.3)$$

با این شرط که همه جمله‌ها صفر هستند مگر اینکه L و S مطابق رابطه (۱۴.۳) باشند. مثلاً در حالت پایه دوترون، همه جمله‌ها بجز V_F و V_D صفرند.

۷.۳ نیروهای تبدلی

ممکن است چنین به ذهن ما برسد که نیروی هسته‌ای نباید وابسته به این شود که $S=0$ یا $S=1$ زوج یا فرد باشد. این طرز رفتار به این واقعیت مربوط می‌شود که نیروی هسته‌ای از تبادل مزونها نتیجه می‌شود که در بخش ۹.۳ بحث خواهد شد و تبادل مزون منجر به نیروهای تبدلی می‌شود. سه نوع نیروی تبدلی وجود دارد. تبادل فضایی یا نیروی ماژورانا، تبادل اسپینی یا نیروی باردلت، و تبادل فضایی-اسپینی یا نیروی هایزنبرگ.

پتانسیل ماژورانا، V_M ، را که بر تابع موج ψ عمل می‌کند، می‌توان به صورت زیر تعریف کرد

$$V_M \psi = v_M(r) P^x \psi$$

که $v_M(r)$ تابع معمولی از r و P^x عملگری است که مکان (ولی نه اسپین) دو ذره را در تابع موجی که بر آن عمل می‌کند، عوض می‌کند. در سیستم دونو کلتونی، تبادل دو ذره مترادف با انعکاس حول مبدأ است و ما قبلاً در بخش ۷.۲ دیدیم که چنین انعکاسی علامت ψ را اگر پارینه فرد باشد عوض می‌کند و اگر پارینه زوج باشد عوض نمی‌کند. از آنجا که زوج یا فرد بودن پارینه که در بخش ۷.۲ نشان داده شد فقط بستگی به زوج یا فرد بودن L دارد، خواهیم داشت

$$V_M \psi = \begin{cases} v_M(r) \psi & \text{زوج } L \\ -v_M(r) \psi & \text{فرد } L \end{cases} \quad (16.3)$$

با در نظر گرفتن این امر که در معادله شرودینگر (۲۳.۲)، ψ به دنبال V می‌آید، رابطه (۱۶.۳) اثر عملگر P^x را کاملاً در بر می‌گیرد. مشاهده می‌کنیم که نیروی ماژورانا بیان این واقعیت

است که پتانسیل هسته‌ای بستگی به زوج یا فرد بودن L دارد.
پتانسیل بارتلت، V_B ، را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد

$$V_B \psi = v_B(r) P^s \psi$$

که $v_B(r)$ تابع معمولی از r و P^s و عملگری است که اسپین (ولی نه موقعیت فضایی) دو ذره را در تابع موجی که بر آن عمل می‌کند، عوض می‌کند. از رابطه (۱۱.۳) مشاهده می‌کنیم که اگر $S=1$ باشد مبادله اسپین اثری بر تابع موج ندارد، و از رابطه (۱۲.۳) ملاحظه می‌کنیم که اگر $S=0$ باشد مبادله اسپین صرفاً علامت تابع موج را تغییر می‌دهد. بنابراین داریم

$$V_B \psi = \begin{cases} +v_B(r) \psi & S=1 \\ -v_B(r) \psi & S=0 \end{cases} \quad (17.3)$$

این رابطه کاملاً اثرات عملگر P^s را در برمی‌گیرد و توضیحی است برای اینکه چرا پتانسیل هسته‌ای برای $S=0$ و $S=1$ متفاوت است. چون از خواص آشای تکانه زاویه‌ای در مکانیک کوانتومی داریم

$$S \cdot S = S(S+1) = \begin{cases} 2 & S=1 \\ 0 & S=0 \end{cases}$$

رابطه (۱۷.۳) را می‌توان روش‌تر بیان کرد^۱

$$V_B \psi = (S \cdot S - 1) v_B(r) \psi \quad (\text{الف } 17.3)$$

پتانسیل هایزنبرگ V_H را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد

$$V_H \psi = v_H(r) P^x P^s \psi$$

با ترکیب اثرهای P^x و P^s خواهیم داشت

$$V_H \psi = \begin{cases} +v_H(r) \psi & \begin{matrix} S=1, \text{ زوج } L \\ S=0, \text{ فرد } L \end{matrix} \\ -v_H(r) \psi & \begin{matrix} S=0, \text{ زوج } L \\ S=1, \text{ فرد } L \end{matrix} \end{cases} \quad \begin{matrix} T=0 \\ T=1 \end{matrix} \quad (18.3)$$

۱. برای دانشجویانی که با عملگر σ آشنایی دارند، رابطه (الف ۱۷.۳) را می‌توان به صورت معمولی زیر نوشت

$$V_B(\psi) = \frac{1}{4} (1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2) v_B(r) \psi$$

که $v_H(r)$ تابع معمولی از r است. اسپین ایزوباری T برداری است که همان خواص ریاضی S را دارد. بنابراین رابطه (۱۸.۳) را می توان به صورت واضحتر چنین نوشت^۱

$$V_H\psi = -(T \cdot T - 1)v_H(r)\psi \quad (الف \ 18.3)$$

همچنین می توان بسادگی رابطه (۱۶.۳) را به صورت زیر نوشت^۲

$$V_M\psi = -(S \cdot S - 1)(T \cdot T - 1)v_M(r)\psi \quad (الف \ 16.3)$$

نتیجه رابطه فوق برای L زوج به صورت $\psi(r)$ و برای L فرد چه $S=0$ و چه $S=1$ باشد به صورت $\psi(r)$ می شود [مطابق معادله (۱۶.۳)].

علاوه بر این سه نیروی تبادلی، نیروی معمولی دیگری بنام نیروی دیگتر یا نیروی بدون تبادل وجود دارد که بدون در نظر گرفتن S یا L می توان آن را به صورت زیر نوشت

$$V_W\psi = v_W(r)\psi$$

بر حسب این چهار پتانسیل اصلی، پتانسیلهای مرکزی رابطه (۱۴.۳) را می توان بنا بر روابط (۱۶.۳) تا (۱۸.۳) به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} V_A &= v_W - v_M - v_B + v_H & S=0, \text{ فرد } L & \quad (الف) \\ V_B &= v_W + v_M - v_B - v_H & S=0, \text{ زوج } L & \quad (ب) \\ V_C &= v_W - v_M + v_B - v_H & S=1, \text{ فرد } L & \quad (ج) \\ V_D &= v_W + v_M + v_B + v_H & S=1, \text{ زوج } L & \quad (د) \end{aligned} \quad (19.3)$$

از آنجا که چهار معادله خطی مستقل و چهار مجهول داریم، مشاهده می کنیم که توصیف بخش مرکزی نیروی هسته ای به صورت مجموع چهار جمله اول رابطه (۱۵.۳)، کاملاً هم ارز با توصیف آن به صورت مجموع $V_W + V_M + V_B + V_H$ است. از آنجا که نیروهای تبادلی در نظریه مزونی دارای مبنای فیزیکی هستند، چهار پتانسیل مرکزی

۱. بر حسب عملگرهای τ ، همان رابطه ای را که T و S دارند، عملگرهای τ با σ دارند. روابط (۱۸.۳) و (۱۶.۳) را می توان چنین نوشت

$$V_H\psi = -\frac{1}{4}(1 + \tau_1 \cdot \tau_2)v_H(r)\psi$$

$$V_M\psi = -\frac{1}{4}(1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)(1 + \tau_1 \cdot \tau_2)v_M(r)\psi$$

رابطه (۱۵.۳) نیز دارای پایه فیزیکی می‌شوند. به همین ترتیب، دوپتانسیل تانسوری V_F و V_F رابطه (۱۵.۳) را می‌توان برحسب مؤلفه‌های تانسوری V_H, V_B, V_M, V_W بیان کرد که به ترتیب متناسب با $S_{12}v_{HT}(r), S_{12}v_{BT}(r), S_{12}v_{MT}(r), S_{12}v_{WT}(r)$ هستند و در آنها $v_{HT}, \dots, v_{WT}$ توابع ساده‌ای از r اند و S_{12} از رابطه (۱۳.۳) به دست می‌آید. در اینجا هم هردو صورت کاملاً هم‌ارزند.

در نتیجه این هم‌ارزی، با استفاده از نیروهای تبادلی (۱۶.۳ الف)، و (۱۸.۳ الف) می‌توان رابطه (۱۵.۳) را به صورت یک عبارت منفرد نوشت

$$V = v_W(r) + S_{12}v_{WT}(r) - (S \cdot S - 1)(T \cdot T - 1)[v_M(r) + S_{12}v_{MT}(r)] \\ + (S \cdot S - 1)[v_B(r) + S_{12}v_{BT}(r)] - (T \cdot T - 1)[v_H(r) + S_{12}v_{HT}(r)] \quad (20.3)$$

شکل رابطه (۲۰.۳) گاهی به خاطر سادگی ظاهری که نیازی به شرایط فرعی ندارد، ارزشمند است. ولی آزمایش‌شش پتانسیل رابطه (۱۵.۳) را مستقیماً به دست می‌دهد و بنابراین متداول‌تر است که همان رابطه یاد شده، به کار گرفته شود.

۸.۳ نیروهای وابسته به سرعت

در حالی که ما امیدوار بوده‌ایم نیروی هسته‌ای از نوع نیروی استاتیکی باشد، ولی خلاف آن ثابت شده است. بنابراین بهتر است که ساده‌ترین نیروهای وابسته به سرعت را در نظر بگیریم. در حالی که این اسم به طور کلی به کار می‌رود، آنچه واقعاً مورد بحث قرار خواهیم داد، پتانسیلهای وابسته به تکانه هستند. دلیل اینکه به جای نیرو از پتانسیل استفاده می‌کنیم از این امر ناشی می‌شود که نظریه کوانتومی برحسب پتانسیل فرمول‌بندی شده است (فصل ۲). یک دلیل آشکار برای به کار بردن تکانه به جای سرعت این است که سرعت در ناحیه انرژی نسبیتی، به طرز ویژه‌ای رفتار می‌کند و هیچگونه نشانه‌ای حاکی از اینکه نیروی هسته‌ای دارای چنین رفتاری است، وجود ندارد.

همان‌طور که محتمل است، اگر نیروی هسته‌ای وابستگی بسیار پیچیده‌ای با سرعت داشته باشد، فقط می‌توان آن را از طریق مطالعه مداوم سیستمهای دونوکلونی در انرژیهای که به تدریج اضافه می‌شوند کشف کرد. اما اگر علاقه اصلی ما، درک ساختار هسته‌ای باشد، فقط نیاز داریم که نیروی هسته‌ای را تا حد انرژی نوکلئونها در هسته که بیش از چند صد میلیون الکترون‌ولت نیست بشناسیم. شاید فکر کنیم که برای این منظور کافی است تقریب انرژی پایین را در نظر بگیریم که در آن جمله‌هایی از پایینترین درجه تکانه p هستند که مهمترین اثرات را در پتانسیل وابسته به تکانه دارند.

با توجه به بحث بخش گذشته، ساده‌ترین جمله‌ها از پایینترین درجه p عبارت‌اند از حاصلضرب نرده‌ای p و L با r و S . از چهار ترکیب ممکن تنها ترکیبی که قبلاً بنا بر قواعد

یادشده حذف نشد، حاصلضرب $S \cdot L$ است. دایمیل بسیار خوبی برای چنین جمله‌ای در پتانسیل وجود دارد کسه آن را در اصطلاح یوهم‌کنش اسپین-مداد می‌نامند. بزرگی آن آشکارا به زاویه میان اسپین و حرکت مداری، و همچنین به بزرگی L بستگی دارد؛ اگر $S = 0$ باشد، این برهم‌کنش از بین می‌رود.

حاصلضربهای نرده‌ای بسیار پیچیده‌تر از درجه اول p ، از چهار بردار یساده شده می‌توان تشکیل داد، ولی تمام آنها با قواعدی که در بخش گذشته ارائه شده‌اند یا ممنوع‌اند و یا با جمله اسپین-مدار معادل می‌شوند. بهتر است این موضوع را با چند مثال روشنتر کنیم. اگر وابستگی سرعت به صورت p داده شود، قاعده ۲ ایجاب می‌کند که توان فردی از r وجود داشته باشد قاعده ۳ ایجاب می‌کند که توان فردی از S وجود داشته باشد (توجه شود که اگر بنا باشد L برحسب p از درجه اول باشد، L نمی‌تواند وجود داشته باشد). این خواسته‌ها با $r \cdot p \times S$ یا $p \cdot r \times S$ برقرار می‌شود، ولی در هر مورد این حاصلضرب برابر $S = L \cdot S \cdot r \times p$ می‌شود. اگر وابستگی سرعت به صورت L داده شود، قاعده ۲ ایجاب می‌کند که توان زوجی از r وجود داشته باشد قاعده ۳ مستلزم داشتن توان فردی از S است که $(r \times L) \cdot (r \times S)$ این خواسته‌ها را برآورده می‌کند. ولی این عبارت با استفاده از اتحاد برداری به صورت $(r \cdot L)(r \cdot S) - (r \cdot r)(L \cdot S)$ تبدیل می‌شود که جمله دوم بنا به تعریف L صفر است، و از آنجا باریگر به جمله $L \cdot S$ می‌رسیم. عموماً می‌توان نشان داد که هیچ جمله‌ای به جز جملات درجه اول در نیروهای وابسته به سرعت نمی‌تواند وجود داشته باشد.

بسیار مطلوب می‌بود اگر می‌شد داده‌های موجود در سیستمهای نوکلئونی را فقط با جمله $S \cdot L$ برازش می‌دادیم. کوششهای فراوانی برای انجام این کار صورت گرفته است. ولی هیچ برازشی حتی به صورت نیمه‌کمی به دست نیامده است، بنا بر این چنین نتیجه شده است که جمله‌های وابسته به سرعت از درجات بالاتر مورد نیازند.

اقدام بدیهی بعدی وارد کردن جمله‌های درجه دوم p است و این بدان معنی است که آنها شامل توان دوم از p یا L و یا توان اول از هر کدام باشند. اگر توان دوم از p یا L داشته باشیم، قواعد بخش ۶.۳ ایجاب می‌کنند که تنها توانهای زوجی از r و S داشته باشیم که مثال رضای بخش آن $p \cdot p$ یا $L \cdot L$ است. اگر توان اول از p و L داشته باشیم قواعد ایجاب می‌کنند که توان فردی از r داشته باشیم که در ساده‌ترین عبارات می‌تواند به $r \times p = L$ تبدیل شود. در هر حال تعداد جمله‌های درجه دوم مربوط به سرعت آنقدر زیاد است که هنوز نتوانسته‌اند اهمیت همه آنها را مشخص کنند. در روش معمول تنها بعضی از جمله‌های ساده‌تر را برگزیده‌اند و با آنها برازشهای قابل قبول و منطقی که با داده‌های تجربی سیستم دونوکلئونی وفق می‌دهد، به دست آورده‌اند.

۹.۳ نظریه مزونی نیروهای هسته‌ای

نیروها در فیزیک از نظریه‌های کوانتومی میدان به دست می‌آیند، ولی نظریه کوانتومی میدان

از پیچیده‌ترین مفاهیم فیزیک نظری است. عموماً این مبحث قبل از دوره فوق لیسانس تدریس نمی‌شود، بنابراین در اینجا نمی‌توانیم وارد این بحث شویم و فقط با ابتدایی‌ترین روش به آن می‌پردازیم.

يك مثال آشنا از نظریه کوانتومی میدان، بررسی نیروی الکترومغناطیسی است. طبق این نظریه، این نیرو از طریق تبادل ذره میدان یا همان فوتون انتقال می‌یابد، بنابراین نظریه الکترومغناطیسی میدان نیروی کولن را بدون استفاده از ایده کنش از دور که از دیدگاه فلسفی ایده نامطلوبی است، بیان می‌کند. این نظریه بیان می‌کند که چرا این نیرو آن‌قدر انتقال نمی‌شود بلکه با سرعت نور انتقال می‌یابد. این نظریه موفقیتهای زیادی در پیش‌بینی احتمال برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی نظیر پدیده فوتوالکتریک، پراکندگی کامپتون، تولید و نابودی زوج، تابش ترمزی، و غیره کسب کرده است که هیچ‌یک از این احتمالات را نمی‌توان به روش دیگری محاسبه کرد. این نظریه از هر لحاظ مفید و موفق بوده است.

تصور می‌شود که میدان گرانش نیز از نظریه کوانتومی میدان به دست آمده است که در آن فرض بر این است که نیرو توسط ذره میدان یا گراویتون مبادله می‌شود. این ذره نظیر فوتون دارای جرم صفر است و با سرعت نور در حالی که بین ذرات ماده مبادله می‌شود، حرکت می‌کند.

نیروی هسته‌ای نیز از نظریه کوانتومی میدان به دست می‌آید که در این حالت ذره اصلی میدان، مزون π است که خوشبختانه مشاهده شده و به‌طور وسیعی مورد مطالعه قرار گرفته است. جرم این ذره حدود ۲۷۰ برابر الکترون ($M_{\pi}c^2 \simeq 140 \text{ MeV}$) و به‌سه‌شکل، با بار الکتریکی مثبت، منفی، و خنثی (صفر) وجود دارد.

يك نتیجه‌آنی و ساده از ذره میدان در نیروی هسته‌ای این است که برخلاف ذره‌های میدان در نیروهای الکترومغناطیسی و گرانشی، ذره دارای جرم محدودی است. به عبارت دیگر برد این نیرو خیلی کوتاه است. برای روشن شدن مطلب، می‌بینیم که پیدایش مزونی که از يك نوکلئون به نوکلئون دیگر برای انتقال نیروی هسته‌ای فرستاده می‌شود، اصل پایداری انرژی را به میزان ΔE که در حدود جرم مزون در حال سکون، M_{π} است نقض می‌کند

$$\Delta E \simeq M_{\pi}c^2$$

نقض پایداری انرژی نمی‌تواند بیش از زمان Δt دوام بیاورد، چون از اصل عدم قطعیت داریم

$$\Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{M_{\pi}c^2}$$

حتی اگر فرض کنیم که مزون با سرعتی نزدیک به c حرکت کند، بیشترین فاصله‌ای را که می‌تواند در این مدت طی کند برابر خواهد بود با

$$r = c \Delta t = \frac{\hbar}{M_{\pi}c} = \frac{1}{\mu} \quad (21.3)$$

این بود نیروی هسته‌ای است که به‌طور عددی برابر $1.4 f$ می‌شود که با آنچه قبلاً بحث شد توافق کلی دارد. دقت کنید که چنین محاسبه‌ای برای میدان الکترومغناطیسی یا گرانشی، برد بینهایت را به‌دست می‌دهد زیرا جرم ذره میدان صفر است.

يك محاسبه خیلی مقدماتی از نظریه میدان مزون، انرژی پتانسیل برهم‌کنش دینوکلئون را چنین به‌دست می‌دهد

$$V = -\gamma^2 \frac{e^{-\mu r}}{r} \quad (22.3)$$

که γ يك ثابت است و μ با رابطه (۲۱.۳) تعریف می‌شود. این پتانسیل در شکل ۳.۳ نشان داده شده است. این پتانسیل نخست در سال ۱۹۳۷/۱۳۱۶ توسط یوکاوا به‌دست آمد و به پتانسیل یوکاوا معروف است.

برای دانشجویان سالهای بالاتر، مقبولیت رابطه (۲۲.۳) ممکن است به‌روش زیر روشن‌تر شود. میدان الکترومغناطیسی از معادله موج ماکسول به‌دست می‌آید

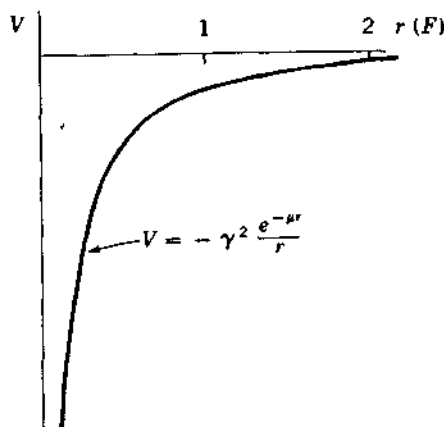
$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (23.3)$$

معادله فوق را با استفاده از روش مکانیک کوانتومی و جایگزینی عملگرهای ∇ و $\frac{\partial}{\partial t}$ برای $\mathbf{p}$ و E برای $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ از معادله انرژی فوتون

$$-p^2 c^2 + E^2 = 0 \quad (24.3)$$

می‌توان به‌دست آورد. معادله مستقل از زمان میدان را از رابطه (۲۳.۳) با در نظر گرفتن

$$\Phi(r, t) = \phi(r) e^{-i\omega t} \quad (25.3)$$



شکل ۳.۳ پتانسیل یوکاوا، معادله (۲۲.۳).

و به کار بردن آن در رابطه (۲۳.۳) به دست می‌آوریم. می‌بینیم که ϕ از رابطه زیر تبعیت می‌کند

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (26.3)$$

و دارای حل‌آشنای زیر است

$$\phi = \frac{e}{r} \quad (27.3)$$

به‌طور مشابه برای میدان مزونی، معادلهٔ انرژی چنین است

$$-p^2 c^2 - M_\pi^2 c^4 + E^2 = 0 \quad (24.3 \text{ الف})$$

و با جایگزینی عملگرها چنین می‌شود

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \mu^2 \Phi = 0 \quad (25.3 \text{ الف})$$

که μ همان است که در رابطه (۲۱.۳) تعریف شده است. با به کار بردن رابطه (۲۵.۳) معادلهٔ میدان چنین می‌شود

$$\nabla^2 \phi - \mu^2 \phi = 0 \quad (26.3 \text{ الف})$$

که حل آن چنین است

$$\phi = \gamma \frac{e^{-\mu r}}{r} \quad (27.3 \text{ الف})$$

ثابت γ در نظریهٔ مزونی شبیه ثابت e در نظریهٔ الکترومغناطیسی است. بنابراین همان‌گونه که انرژی پتانسیل در نظریهٔ الکترومغناطیسی $V = e\phi$ است، در نظریهٔ مزونی انرژی پتانسیل برابر $\gamma\phi$ است. کاربرد این نکته در رابطه (۲۷.۳) الف) منجر به رابطه (۲۲.۳) می‌شود. محاسبات تفصیلات نظریهٔ مزونی، رابطه‌ای کاملاً از رابطه (۲۲.۳) می‌دهد که به پتانسیل تبادل‌ی یک پیونی معروف است و به‌صورت زیر نوشته می‌شود.^۱

$$V = \frac{g^2}{12} M_\pi c^2 \left(\frac{M_\pi}{M_p} \right)^2 (\mathbf{rT} \cdot \mathbf{T} - 3)$$

$$\left\{ (\mathbf{rS} \cdot \mathbf{S} - 3) + S_{12} \left[1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{(\mu r)^2} \right] \right\} \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} \quad (28.3)$$

۱. برای دانشجویانی که با عملگر σ آشنا هستند، این روابط برقرارند

$$\mathbf{rS} \cdot \mathbf{S} - 3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2; \mathbf{rT} \cdot \mathbf{T} - 3 = \tau_1 \cdot \tau_2$$

که S_{12} عبارتی است برای نیروی تانسوری (۱۳.۳). مهم است دقت شود که رابطه (۲۸.۳) همان رابطه (۲۵.۳) است که در آن v_H, v_M, v_W و v_H غیر صفرند. بنا براین از این مثال، مشاهده می کنیم که نیروی تانسوری و چهار نیروی تبدیلی بخش ۷.۳ به طور طبیعی از نظریه مزونی نتیجه می شوند. ثابت g^2 در رابطه (۲۸.۳) از آزمایشهایی که با مزونها (پراکنده می مزون-نوکلئون) انجام یافته اند، تعیین شده است. مقدار g^2 چنان است که کمیت بی بعد $g^2/\hbar c$ حدود ۳٫۰۳ می شود. این کمیت در نظریه های میدانی مزون نقشی مشابه کمیت $e^2/\hbar c = 1/137$ در نظریه الکترومغناطیسی میدان دارد. در محاسبات پدیده های الکترومغناطیسی غالباً بسطی از توان $e^2/\hbar c$ به وجود می آید که سری به سرعت همگرا می شود. ولی در نظریه مزونی این همگرایی بسیار سؤال برانگیز است که به اشکالات زیادی منتهی می شود.

راه دیگر بیان این مشکل آن است که پتانسیل رابطه (۲۸.۳) مربوط به تبادل يك مزون است، در صورتی که دو نوکلئون به اندازه کافی به هم نزدیک شوند ممکن است که دو مزون به طور همزمان مبادله شوند. در مقایسه با محاسباتی که به رابطه (۲۱.۳) انجامید، هنگامی که ΔE دو برابر می شود Δt نصف می شود و برد نیرو نیز نصف می شود. پس اثر این امر در جمله های پتانسیل متناسب است با $e^{-2\mu r}$. به همین ترتیب، تبادل سه مزونی منجر به جمله هایی متناسب با $e^{-3\mu r}$ و غیره می شود. متأسفانه، تبادل چند مزونی فرایند بسیار پیچیده ای است که نمی توان آن را بروشنی با نظریه های فعلی میدان محاسبه کرد. بنا براین اثر آن را در نیروی هسته ای نمی توان با اطمینان حساب کرد.

علاوه بر مزون π ، مزونهای با جرم بیشتر وجود دارند که در نیروی هسته ای دخیل اند. اینها پوزونها هستند که برای مقصود فعلی کافی است بگوئیم که دارای اسپین عدد درست (یا صفر) و فوق بادی صفرند که این دسته بندی در فیزیک ذرات بنیادی به کار می رود. مشهورترین آنها به قرار زیرند

$$M_{\eta} c^2 = 549 \text{ MeV} \quad \text{مزون } \eta$$

$$M_{\rho} c^2 = 769 \text{ MeV} \quad \text{مزون } \rho$$

$$M_{\omega} c^2 = 783 \text{ MeV} \quad \text{مزون } \omega$$

هر کدام از اینها به جمله هایی نظیر رابطه (۲۲.۳) منتهی می شود که μ بار رابطه (۲۱.۳) و جرم مزون مربوط داده می شود.

بنابر رابطه (۲۱.۳)، برد نیروهای مربوط به مزونهای سنگینتر و تبادل چند مزونی به طور قابل ملاحظه ای کمتر از برد نیروهای تبدیلی يك پیونی است. رابطه (۲۸.۳) برای فاصله های بزرگ مثلاً $r > 3$ معتبر است.

۱۰.۳ پراکنده می نوکلئون-نوکلئون

در بخش ۱.۳ اشاره کردیم که دو روش اساسی برای برای مطالعه نیروی هسته ای وجود

دارد، یکی مطالعه حالت مقید مثلاً دوترون، و دیگری مطالعه پراکندگی نوکلئونها توسط نوکلئونها. از خواص دوترون، مطالب زیادی راجع به پتانسیل هسته‌ای آموختیم. برد و عمق آن را تخمین زدیم و دیدیم که پتانسیل هسته‌ای دارای مؤلفه غیرمرکزی است و بستگی به اسپین دارد. ولسی مؤثرترین روش برای بررسی نیروی هسته‌ای، پراکندگی نوکلئون-نوکلئون است.

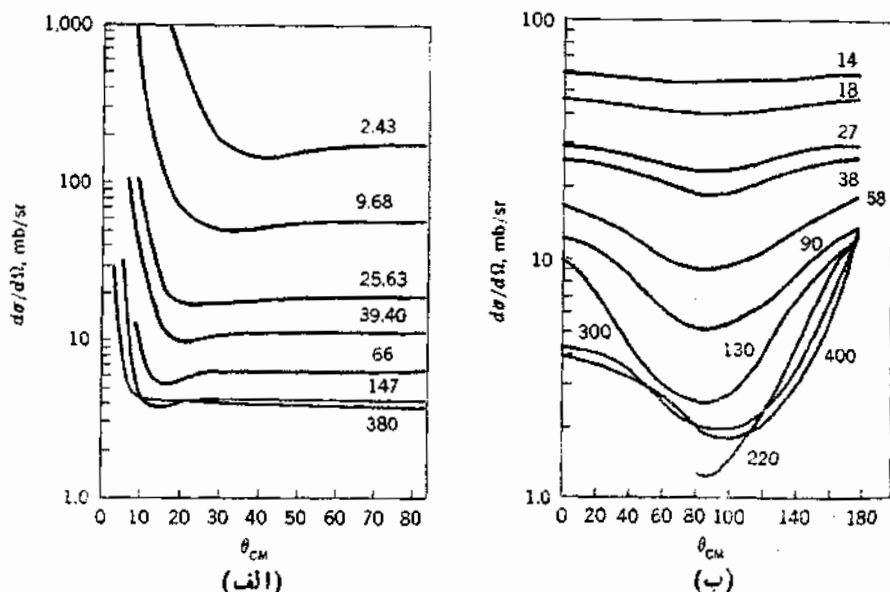
يك آزمایش پراکندگی ساده نظیر آنچه در شکل ۱.۱ نشان داده شده است، شامل بمباران هدف هیدروژن توسط باریکه‌ای از نوترون یا پروتون است که در آن احتمال انحراف در زوایای مختلف را به دست می‌آوریم. هدف هیدروژن معادل هدف پروتون است زیرا الکترونهای هیدروژن نمی‌توانند نوترون یا پروتون فرودی را بیش از آنچه يك توپ بسکتبال می‌تواند اتومبیلی را منحرف کند، تحت تأثیر قرار دهد. در هر دو مورد نوترون یا پروتون و اتومبیل، هر دو به ترتیب تقریباً ۲۰۰۰ مرته سنگینتر از الکترون و توپ هستند.

در اینجا دو آزمایش متفاوت پراکندگی $n-p$ و پراکندگی $p-p$ در اختیار داریم. سیستم $p-p$ با اصل طرد پاولی به حالتی $T=1$ محدود می‌شود، بنابراین تنها پتانسیلهای (ب)، (ج)، و (ه) رابطه (۱۵.۳) مؤثر هستند. در صورتی که در پراکندگی $n-p$ هر شش پتانسیل دخالت می‌کنند. لذا هر دو آزمایش، اطلاعات مکمل یکدیگر را به دست می‌دهند. پراکندگی نوترون توسط نوترون، به خاطر عدم وجود هدفهای متراکم نوترون، تاکنون به‌طور تجربی بررسی نشده است.

در شکل ۴.۳ خلاصه‌ای از نتایج آزمایشهای $p-p$ و $n-p$ در انرژی‌های بالای 2 MeV ، نشان داده شده است. داده‌های انرژی‌های پایترونی منحنیهایی از این نوع زیاد جالب به نظر نمی‌رسند، ولی به علت دقت زیادشان قابل توجه‌اند.

تحلیل این داده‌ها که در آن از نظریه پراکندگی کوانتومی استفاده می‌شود، خارج از بحث این کتاب است. از این طریق می‌توان سطح مقطعهای اندازه‌گیری شده را برای L و $R = |L+S|$ در باریکه فرودی به تغییر فاز تبدیل کرد. اندازه‌گیری این سطح مقطعها در انرژیهای مختلف، بستگی انرژی را به این تغییر فازها تعیین می‌کند. راههای میان‌بر و ترفندهایی برای تجزیه و تحلیل این داده‌ها به کار برده شده‌اند. مثلاً، همه داده‌های مربوط به انرژیهای پایین را می‌توان با دو پارامتر طول پراکندگی و بسرد مؤثر بیان کرد. امروزه بیشتر تجزیه و تحلیلها کامپیوتری شده‌اند.

علاوه بر آزمایشهای پراکندگی ساده، آزمایشهای پراکندگی دو گانه که در آن ذرات پراکنده شده بار دیگر توسط هدف ثانوی پراکنده می‌شود، و حتی آزمایشهای پراکندگی سه گانه نیز وجود دارند. در بعضی موارد باریکه‌های قطبیده، مثل باریکه ذراتی که اسپین اغلب آنها در يك جهت است، و هدفهای قطبیده نیز به کار می‌روند. تحلیل کامل این آزمایشها، ۱۰ کمیت مستقل را تعیین می‌کند که هر کدام تابعی از زاویه و انرژی اند. سطح مقطعی که در شکل ۴.۳ نشان داده شده است تنها یکی از این کمیتهاست، و

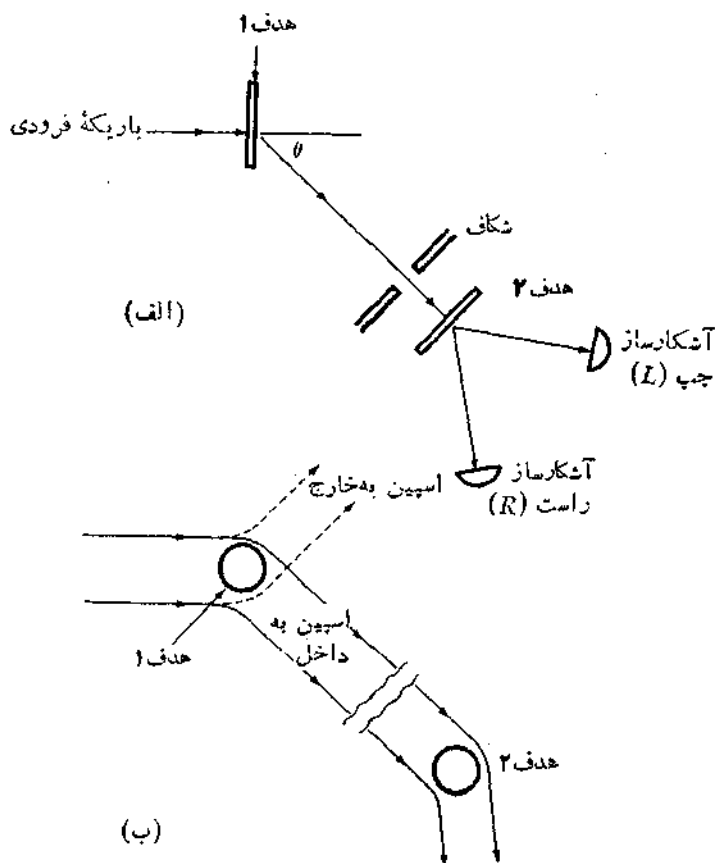


شکل ۴.۳ نتایج آزمایشهای پراکندگی نوکلئون-نوکلئون. سطح مقطعها برای پراکندگی (الف) $p-p$ و (ب) $n-p$ در زوایای مختلف برای انرژیهای فرودی مختلف اند. (اعداد روی منحنی بر حسب MeV هستند.)

یکی دیگر از آنها در شکل ۴.۳ نشان داده خواهد شد.

برای نشان دادن ارزش این اندازه گیریهای پیچیده، خوب است مثالی بیاوریم که چگونه آزمایش پراکندگی دوگانه می تواند وجود نیروی اسپین-مدار را آشکار کند. طرح آزمایش را که در قسمت بالای شکل ۵.۳ نشان داده شده است، در نظر می گیریم. برای سهولت، فرض می کنیم تنها نیرویی که کارگراست نیروی اسپین-مدار است و اگر اسپین S و تکانه زاویه ای مداری L در یک جهت باشند (موازی) نیرو جاذبه است، و اگر در خلاف جهت یکدیگر باشند (پادموازی) نیرو دافعه خواهد بود. حال شرح میکروسکوپیکی را که در شکل ۵.۳ (ب) نشان داده شده است در نظر می گیریم که در آن دایره ها نشانگر هدف پروتونی هستند.

جهت اسپین پروتون هدف می تواند خارج از صفحه کاغذ یا به داخل صفحه باشد. نخست فرض می کنیم که جهت اسپین پروتون داخل صفحه باشد. اگر اسپین ذره فرودی خارج از صفحه باشد، اسپین کل صفر است، بنابراین نیروی اسپین-مدار وجود ندارد و انحرافی هم نخواهیم داشت. اگر اسپین ذره فرودی به طرف داخل باشد اسپین کل به طرف داخل خواهد بود و دوامکان وجود دارد: (۱) اگر ذره از طرف راست هسته عبور کند، L



شکل ۵.۳ آزمایش پراکندگی دوگانه، (الف) طرح آزمایش، (ب) دوبراکندگی در سطح میکروسکوپی که در متن بحث شده است. دایره‌های سایه‌دار نوک‌نمای هدف هستند.

به طرف خارج صفحه است (يك پیچ راست‌گرد چنانچه در جهت چرخش خطی که دو ذره را بهم متصل می‌کند چرخانده شود پیچ به سمت خارج حرکت می‌کند)، بنابراین S و L پادموازی اند و حرکت دافعه است و ذره فرودی به طرف راست منحرف می‌شود؛ (۲) اگر ذره فرودی از سمت چپ هسته عبور کند، تکانه زاویه‌ای مداری به طرف داخل است و از آنجا S و L موازی می‌شوند و تیر و جاذبه است، بنابراین ذره باز هم به راست منحرف می‌شود. دقت شود که در هر دو حالت، اسپین به طرف داخل است و ذره به راست منحرف می‌شود. همه تحلیل‌های بالا، برای فرض استوارند که اسپین هدف به طرف داخل صفحه باشد. اگر اسپین هدف به طرف خارج صفحه باشد، تحلیل مشابهی نشان می‌دهد که ذره‌های فرودی با اسپین به طرف داخل منحرف نمی‌شوند، و آنهایی که اسپین به طرف خارج دارند، چه از راست و چه از چپ هدف پروتون عبور کنند، به طرف چپ منحرف می‌شوند. به‌طور

خلاصه ذراتی که اسپین آنها به‌طرف داخل است یا منحرف نمی‌شوند و یا به‌طرف راست منحرف می‌شوند، و ذراتی که اسپین آنها به‌طرف خارج است یا منحرف نمی‌شوند یا به‌طرف چپ منحرف می‌شوند. به بیان دیگر ذرات منحرف شده به‌طرف راست قطبیده‌اند، یعنی اسپین همه آنها به‌طرف داخل است. در حالی که آنها یی که به‌چپ منحرف شده‌اند، چنان قطبیده‌اند که اسپین آنها به‌طرف خارج است. در آزمایش ساده پراکندگی منفرد، به دلیل تقارن وسایل تجربی، قطبی شدن مشاهده نمی‌شود و آشکارسازی که به قطبیدگی حساس نیست تعداد یکسانی از ذرات را در هر زاویه از هر طرف بازیکه ذرات اندازه‌گیری می‌کند.

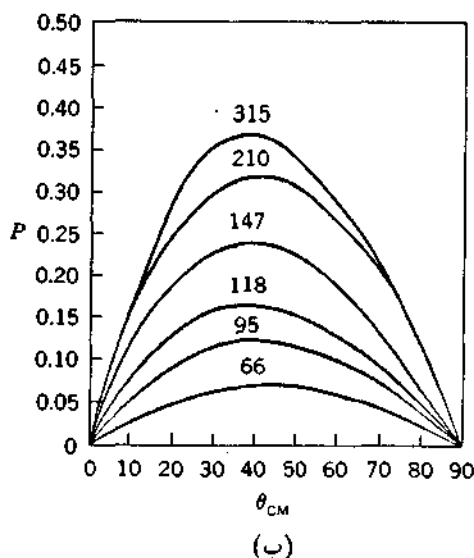
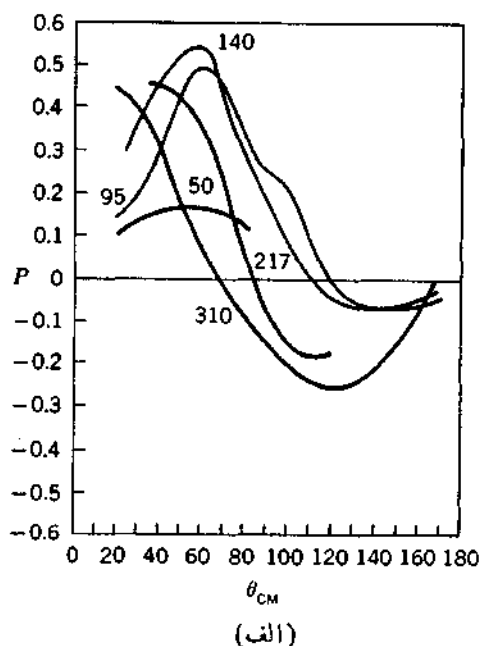
چنانچه این ذرات بر روی هدف ۲ پراکندگی ثانوی داشته باشند، باز انتظار داریم که ذرات با اسپین به‌طرف داخل، به سمت راست و ذرات با اسپین به‌طرف خارج، به سمت چپ منحرف شوند. ولی ذراتی با اسپین به‌طرف خارج که به هدف برخورد کنند وجود ندارند، و بنا بر این هیچ ذره‌ای به سمت چپ منحرف نمی‌شود. لذا اگر مطابق شکل ۵.۳ (الف) آشکارسازها را در وضعیت R و L قرار دهیم، آشکارساز R تعداد زیادی ذره را ثبت می‌کند در حالی که آشکارساز L هیچ ذره‌ای را ثبت نمی‌کند. البته، در حالت‌های واقعی، نیروهای دیگری به‌جز نیروی اسپین-مدار وجود دارند و وضعیت پیچیده‌تر است، ولی هنوز در میان ذراتی که در اولین پراکندگی به‌راست منحرف شده‌اند تعداد ذرات با اسپین به‌طرف داخل بیشتر از ذرات با اسپین به‌طرف خارج است و تعداد بیشتری در آشکارساز R نسبت به آشکارساز L ثبت می‌شوند. قطبی شدن، P ، با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$P = \frac{(R) - (L)}{(R) + (L)} \quad (29.3)$$

که R و L تعداد ذراتی هستند که به آشکارسازهای R و L می‌رسند. مقادیر اندازه‌گیری شده P در شکل ۶.۳ نشان داده شده‌اند. توجه کنید که تعیین علامت آن مستلزم انواع آزمایش‌های مختلف است که در اینجا شرح نخواهیم داد. از این داده‌ها، اطلاعات مربوط به نیروی اسپین-مدار را می‌توان نتیجه‌گیری کرد.

۱۱.۳ نیروی هسته‌ای آن‌طور که اکنون آن را می‌شناسیم

بالاخره اکنون در موقعیتی هستیم که بتوانیم درباره نتایج همه تجربی‌ها و تحلیلهای نظری که در بخش‌های گذشته به آن اشاره شد بحث کنیم. این نتایج را نباید دقیقاً به‌منزله نیروی هسته‌ای تصور کرد بلکه باید آنها را در حد تقریب برای این نیرو در نظر گرفت. این نتایج همه اطلاعات ما را راجع به دوتریون به‌اضافه اطلاعاتی که از آزمایش‌های پراکندگی نوکلئون-نوکلئون تا انرژی حدود 350 MeV به‌دست آمده‌است، توجیه می‌کند. به‌علاوه داده‌های مهمی از واکنش مربوط به (1.3) ، نظیر شکسته شدن دوتریون با پرنوگاما و پراکندگی نوترون با مولکولهای هیدروژن نیز وجود دارد. علت اصلی برای حد انرژی تا 350 MeV این است که در انرژیهای بالاتر ایجاد مزون π در پراکندگی نوکلئون-نوکلئون اهمیت پیدا می‌کند (برای ایجاد یک مزون π در حال سکون، کافی است انرژی



شکل ۶۳ قطبی شدن در آزمایشهای پراکندگی نوکلئون-نوکلئون. P همان طور که با رابطه (۲۹.۳) تعریف شده است، به صورت تابعی از زاویه در دو پراکندگی است. انرژیهای مختلف ذره فرودی با اعدادی بر حسب MeV روی منحنیها مشخص شده اند. (الف) پراکندگی $p-p$ و (ب) پراکندگی $p-p$.

موجود در سیستم مرکز جرم بالاتر از ۲۲۰ MeV باشد) و این واقعیت تحلیل را بسیار پیچیده می کند. دلایل دیگری که به این موضوع کمک می کند این است که وابستگی سرعت در انرژیهای بالاتر مهمتر می شود، بنابراین استفاده از جمله های درجه پایینتر صحیح نخواهد بود. در این مورد، داده های تجربی با کیفیت بالا که در دسترس باشند کم اند، و می توان امیدوار بود که انرژیهای بالاتر، نقش مهمی در ساختار هسته ای ندارند.

حتی برای توجیه داده ها تا حد ۳۵۰ MeV لازم است که جمله های وابسته به سرعت را از پایینترین درجه و یکی بعد از آن را وارد کرد. در این صورت يك پتانسیل با تعداد زیادی جمله داریم که هر کدام تابع دلخواهی از r هستند. از آنجا که داده های کافی برای تعیین همه این توابع در تمام شعاعها وجود ندارد، از نظریه مزونی برای تجزیه و تحلیل کمک گرفته می شود. این عمل به یکی از راههای زیر انجام می گیرد. يك روش تمام تجربی این است که بستگی r را به صورت ترکیب خطی از جمله هایی شبیه رابطه (۲۲.۳) در نظر بگیریم و با تغییر مقادیر μ و γ آن را با داده های تجربی جور کنیم. روش جسورانه دیگر این است که از پتانسیل تبادل تک بوزونی استفاده کنیم که در آن تبادل منفرد هر يك از مزونهای

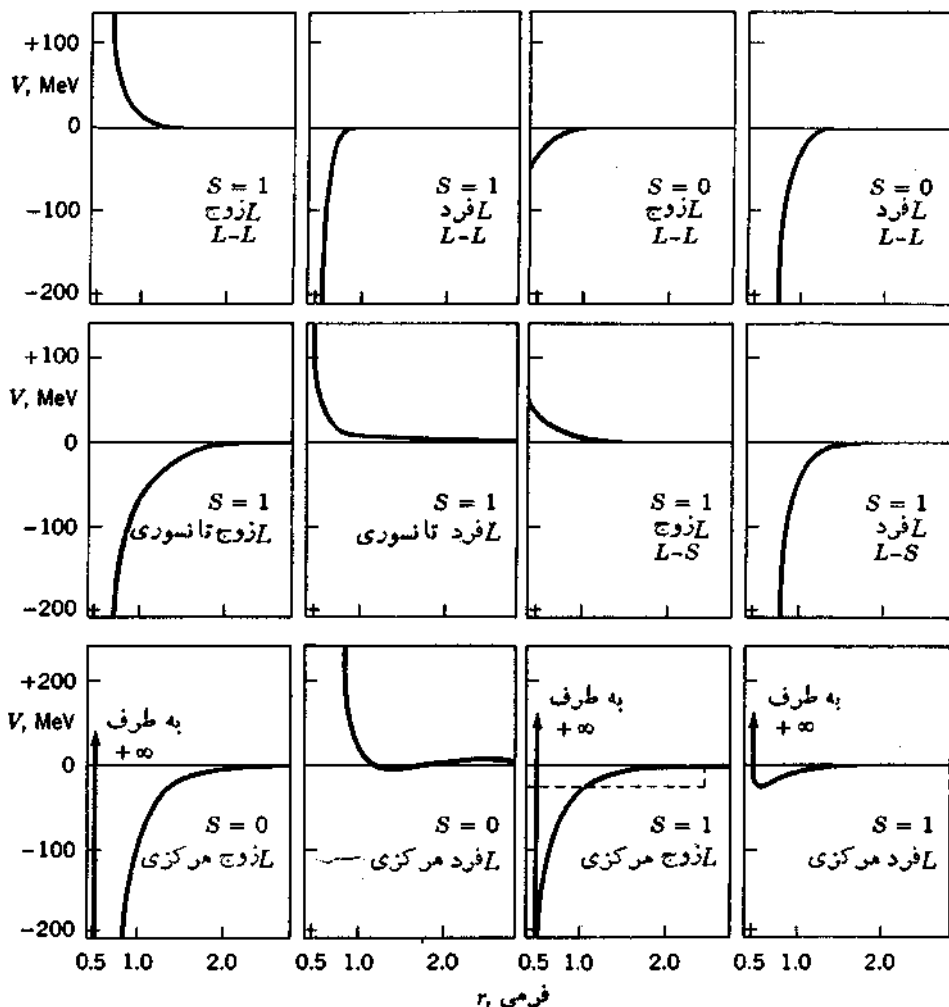
مذکور در بخش ۹.۳ به تفصیل بررسی می‌شود. در این روش از تبادل چند مزونی چشم‌پوشی می‌شود، ولی فرض بر این است که اثرهای اخیر به جز در فواصل خیلی کوچک کم اهمیت است. متأسفانه در روش پتانسیل تبادل تک‌بوزونی، هنگامی که فقط مزونهای شناخته شده را وارد می‌کنیم، داده‌های تجربی با آن وفق نمی‌دهد، بنابراین لازم است فرض کنیم که یک یا دو مزون دیگر وجود دارد که هیچ شاهد تجربی مستقیمی برای آنها در اختیار نیست. لذا این روش هم اصولیتر از روش تمام تجربی نیست. از آنجا که روش تمام تجربی بسا دقت بیشتری تکامل یافته است، در مطالعه ساختار هسته‌ای بیشتر به کار می‌رود و ما آن را در اینجا به کار می‌گیریم.

در تعیین رفتار تفصیلی پتانسیل در شعاعهای کوچک به روش پراکندگی به محدودیت بنیادی پراش که در بخش ۲.۱ بدان اشاره شد، برخورد می‌کنیم. طول موج نوکلئونها با انرژی $MeV 350$ در حدود 10^{-14} است، بنابراین نمی‌توان امیدوار بود که راجع به جزئیات ساختار پتانسیل در شعاعهای خیلی کوچکتر از آن اطلاعات زیادی کسب کنیم. متأسفانه، بیشتر ناحیه‌ای که مورد توجه زیاد است با این محدودیت ناشناخته مانده است.

با در نظر گرفتن این معذوریها و محدودیتها، اکنون نتایج را بررسی می‌کنیم. مهمترین ویژگی کیفی نتایج، این است که نیروی نوکلئون-نوکلئون شامل یک مغزی دافعه است، به این معنی که در فاصله‌های کمتر از $5 f$ دره این مغزی به شدت دافعه می‌شود. عقیده بر این است که این نیروی دافعه مربوط به نیروهای ناشی از تبادل مزون π است. به علت محدودیت پراش، ساختار دقیق این نیروی دافعه را نمی‌توان بروشنی درک کرد. بنابراین برای سادگی، اغلب آن را به صورت مغزی سخت در نظر می‌گیرند، یعنی پتانسیل به ازای یک مقدار μ به $+\infty$ می‌رود. این بدان معنی است که دو نوکلئون نمی‌توانند تحت هیچ شرایطی به یکدیگر از این فاصله نزدیکتر شوند.

یکی از پتانسیلهای نوکلئون-نوکلئون که کاربرد گسترده‌ای دارد، پتانسیل همدا و جانستون است. این پتانسیل علاوه بر آنکه شامل شش پتانسیل استاتیکی رابطه (۱۴.۳) می‌شود، شامل پتانسیل اسپین-مدار برای L زوج و فرد که به $S-L$ موسوم است و پتانسیل وابسته به سرعت درجه دو به صورت $[L \cdot L - (L \cdot S)^2]$ که برای L زوج و L فرد و برای $S=1$ و $S=0$ متفاوت است نیز می‌شود. تمام پتانسیلهای استاتیکی مرکزی چنان در نظر گرفته شده‌اند که دارای یک مغزی سخت به شعاع $5 f$ دره μ باشند، یعنی پتانسیلها در آن فاصله به طور ناپیوسته به $+\infty$ می‌روند. از آنجا که در همه حالتها، یکی از این چهار پتانسیل به کار می‌رود و جمع هر چیز با ∞ هنوز هم ∞ است، مغزی سخت در پتانسیل کل مؤثر است.

دوازده مؤلفه پتانسیل همدا-جانستون در شکل ۷.۳ نشان داده شده‌اند. در اینجا باید به یاد بیاوریم که پتانسیل مثبت دافعه، و پتانسیل منفی جاذبه است. پتانسیلهای $S-L$ و $L-L$ که در شکل ۷.۳ نشان داده شده‌اند باید در ضربایی که در جدول ۱۰.۳ آمده‌اند ضرب شوند. این ضرایب بستگی به راستای نسبی بردارهای L و S دارند که می‌توان آنها را از ستون



شکل ۷.۳. مؤلفه‌های پتانسیل همدا-جاستون.

اول آن جدول استخراج کرد. آنها از مقادیر S ، L و L ، L ناشی می‌شوند (دقت کنید که از مشکل ضرب بردارهای تکانه زاویه‌ای به علت پیچیدگی ریاضی آنها اجتناب کرده‌ایم). مشاهده می‌کنیم که این ضرایب گاهی خیلی بزرگتر از واحدند و گاهی پتانسیل را از جاذبه به دافعه و برعکس تغییر می‌دهند (این امر در جمله $S \cdot L$ صادق است). پتانسیل‌های تانسوری، جدا از ضرایب نزدیک به واحد، همان گونه‌اند که در شکل ۷.۳ برای سمتگیری ذرات نسبت به اسپین مطابق شکل ۲.۳ (ب) نشان داده شده است. هنگامی که سمتگیری مطابق شکل ۲.۳ (الف) باشد، ضریب نزدیک به ۱ - می‌شود. مشاهده می‌کنیم

جدول ۱۰۳ ضرابی که در V_{L-S} و V_{L-L} شکل ۷۰۳ ضرب می‌شوند.

$ L+S $	$\times V_{L-S}$	$\times V_{L-L}$
$L+1$	L	L
$L-1$	$-(L+1)$	$-(L+1)$
$L(S=1)$	-1	$2L^2 + 2L - 1$
$L(S=0)$		$-2L(L+1)$

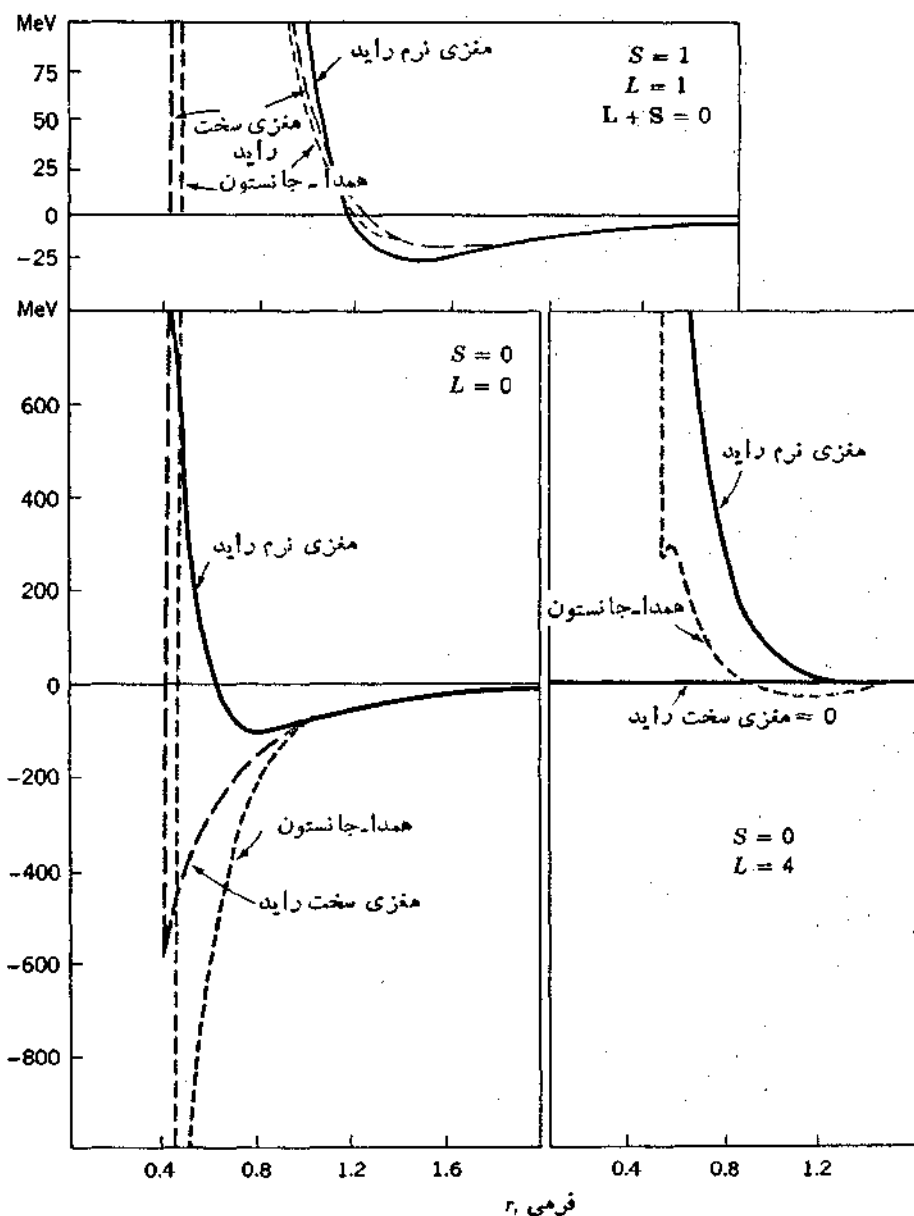
که جهت نیروی تانسوری که در شکل ۲۰۳ نشان داده شد تنها در حالت‌های L زوج معتبر است.

باید دانست که پتانسیل واقعی در برهم‌کنش دونو کلئون، جمع همه پتانسیل‌های به‌کاربردی است؛ مثلاً هر گاه اسپین‌های آنها موازی باشند ($S=1$) و در حالت $L=1$ برهم‌کنش کنند، پتانسیل‌های به‌کاربردی عبارت‌اند از چهارمی از ردیف پایین، دومی و چهارمی در ردیف وسط و دومی در ردیف بالا. اگر دونو کلئون که برهم‌کنش دارند هر دو پروتون باشند، علاوه بر اینها نیروی کولنی هم وجود دارد. مقدار این نیرو در $r=1\text{f}$ برابر با 14MeV است و البته برحسب $1/2$ تغییر می‌کند که اگر در شکل ۷۰۳ رسم شود خیلی کوچکتر از آن خواهد بود که بشود آن را از خط $V=0$ تشخیص داد.

از این واقعیت که همه پتانسیل‌های شکل ۷۰۳ متفاوت هستند، می‌توان نتیجه گرفت که نیروهای تبادلی نقش خیلی مهمی را در نیروی هسته‌ای بازی می‌کنند. خصوصاً دقت کنید که پتانسیل‌های مربوط به L زوج و L فرد تمایل به علامت مخالف هم دارند. این بدان معنی است که نیروهای تبادل فضایی خیلی قوی هستند، چون در بخش ۶۰۳ دیدیم که این نیرو بستگی به فرد یا زوج بودن L دارد.

جالب است پتانسیلی که مهمترین پتانسیل حالت پایه دوترون است، یعنی پتانسیل مرکزی با $S=1$ و L زوج را با چاه مربعی به‌دست آمده در بخش ۲۰۳ مقایسه کنیم. پتانسیل مربعی در شکل ۷۰۳ با خط چین نشان داده شده است. شباهت کیفی میان این دو پتانسیل تا حدی مشاهده می‌شود، بویژه اگر توجه کنیم که چاه مربعی تا $r=0$ ادامه می‌یابد.

علاوه بر پتانسیل همدا - جانشون که در شکل ۷۰۳ نشان داده شده است، چندین پتانسیل دیگر عرضه شده‌اند که به‌همه داده‌های موجود در سیستم‌های نوکلئون-نوکلئون برآزش داده می‌شوند. مشهورترین آنها پتانسیلهایی هستند که بدوسیله برایت و همکارانش در دانشگاه ییل، و راید در دانشگاه کورنل پیشنهاد شده‌اند. پتانسیل برایت کاملاً شبیه پتانسیل همدا - جانشون است ولی پتانسیل راید وابستگی سرعت را با به‌کاربردن پتانسیل‌های مختلف برای



شکل ۸.۳ مقایسه پتانسیلهای با مغزی سخت و مغزی نرم رایید با پتانسیل همدا-چانستون برای حالت‌های مختلف برهم‌کنش.

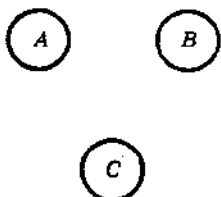
هر مقدار L به کار می گیرد. به علاوه در یکی از پتانسیلهای راید، مغزی سخت به کار نرفته است، بلکه در فواصل کوتاه از يك پتانسیل دافعه با بستگی m به صورت رابطه (۲۲.۳) و $f^{-1} = 4\pi \mu$ استفاده شده است. از آنجا که این پتانسیل ناگهان به بینهایت نمی رود، از آن به عنوان پتانسیل با مغزی نرم یاد می شود. پتانسیلهای با مغزی سخت و مغزی نرم راید و همداجانستون برای چند حالت برهم کنش در شکل ۸.۳ مقایسه شده اند. با وجود آنکه از نظر کیفی این دو مشابه اند، ولی بروشنی بین آنها تفاوت های کمی دیده می شود. این اختلافات ممکن است ناشی از تقریب و میزان خطای دانش ما از نیروی هسته ای باشد. در حالی که این اشکالات به نظر مهم جلوه می کنند ولی آن چنان بزرگ نیستند که منتهی به اشکالات جدی در کار بردشان در مسائل ساختار هسته ای شوند.

۱۲.۳ استقلال بار نیروی هسته ای

با تمام پیچیدگیهایی که در مطالعه نیروی هسته ای یا آن روبه رو بوده ایم، مشکل دیگری که می توانست بر راحتی وجود داشته ولی وجود ندارد این است که (به استثنای نیروی کولنی میان دو پروتون) در برهم کنش میان دو نوترون، يك نوترون و يك پروتون، و دو پروتون، پتانسیلهای بخش قبل یکسان اند. این واقعیت که نیروی هسته ای برای نوکلئونهای باردار (پروتونها) و نوکلئونهای بی بار (نوترونها) یکسان است به استقلال بار نیروی هسته ای معروف است. این موضوع نتایج مهم و جالبی برای ساختار هسته دارد (بخش ۳.۶ را ببینید).

۱۳.۳ نیروهای چندجسمی

تا اینجا به طور ضمنی فرض کرده ایم که نیروی هسته ای نیروی دوجسمی است. در صورتی که اگر نوکلئونهای A ، B ، و C مطابق شکل ۹.۳ نزدیک یکدیگر باشند نیروهای اعمال شده بر A ، $F_{AB} + F_{AC}$ هستند که اگر C وجود نمی داشت F_{AB} نیروی میان A و B بود و هرگاه B وجود نمی داشت F_{AC} نیروی میان A و C می شد. این مسلماً نحوه رفتار نیروهای



شکل ۹.۳ سه نوکلئون که دوبه دو برهم کنش دارند.

۱. در واقع اختلافات کوچکی وجود دارند که خارج از خطای آزمایش اند، ولی اعتقاد عمومی بر این است که می توان این اختلافات را با توجه به اینکه اختلاف کمی میان جرم مزونهای باردار و خنثی وجود دارد از طریق نظریه مزونی توجیه کرد.

الکترومغناطیسی و گرانشی است. از دیدی که از نیروهای حاصل از تبادل مزونی داریم چنین برمی آید که تبادلهای مزونی فقط میان جفتها عمل می کنند. ولی فوراً می بینیم که تبادلهای دیگری نیز حضور دارند. برای مثال، هنگامی که دو نوکلئون حضور دارند و یکی از نوکلئونها دوزون گسیل می کند، هر دوزون باید جذب نوکلئون دیگر شوند، ولی هرگاه دو نوکلئون دیگر علاوه بر نوکلئون اول حضور داشته باشند دوزون گسیل شده می توانند جداگانه جذب هر یک از دو نوکلئون شوند. این امر منجر به نیروی سه جرمی می شود، نیرویی که در آن دیگر تعریف بالا از نیروی دوجرمی برقرار نیست. بسادگی می بینیم که طرح تبادل مزونی، نیروهای چهارجرمی و پنج جرمی و غیره را پیش بینی می کند که به طور کلی نیروی چندجرمی نامیده می شوند.

از آنجا که باید مزونهای زیادی به طور همزمان در این فرایندها ایجاد شوند، بحثی که منجر به رابطه (۲۱.۳) شد، ایجاب می کند که برد نیروها با افزایش تعداد جسمها کاهش یابد. به طور تقریب ممکن است برد نیروی n جرمی را تخمین بزنیم که $1/(n-1)$ برابر برد نیروی دوجرمی می شود. اگر برد را $1/\mu$ بگیریم، این مقدار برای نیروهای ۲، ۳، ۴، و ۵ جرمی به ترتیب حدود ۱۹۴، ۵۷، ۵۴۷، و ۳۵fره است.

برای اینکه فاصله بین نوکلئونها را در هسته تخمین بزنیم باید توجه کنیم که حجم به ازای هر نوکلئون، $1/A$ براساس حجم هسته ای است که از رابطه (۲۰.۱) برابر $(1.057f)^3 \pi (4/3)$ می شود که به طور متوسط هر نوکلئون حجمی برابر با کره ای به شعاع ۱.۰۷۴f را اشغال می کند، که از آنجا متوسط فاصله نوکلئونها در هسته حدود ۲.۱f می شود. علاوه همان طور که در بخش ۱۰.۳ اشاره شد به علت نیروی دافعه قوی، نوکلئونها تقریباً هیچ وقت به یکدیگر از حدود ۰.۵f نزدیکتر نمی شوند. بنابراین می توان انتظار داشت که نیروی دوجرمی در تعیین ساختار هسته از اهمیت زیادی برخوردار است، و نیروهای چهارجرمی و بیشتر بی اهمیت خواهند بود. لذا مهمترین نیروی چندجرمی که لازم است به آن توجه کنیم، نیروی سه جرمی است. این نیرو و راحتی در سیستمهایی که شامل سه نوکلئون هستند مطالعه می شود.

یک روش رهیافت به مسئله، مطالعه سیستمهای سه نوکلئونی است تا ببینیم آیا می توان خصوصیات نیروی سه جرم را از نیروی دو جرم محاسبه کرد. اگر نشود آنها را محاسبه کنیم این خود شاهدی برای نیروهای سه جرمی خواهد بود. سیستمهای سه نوکلئونی را می توان به صورت حالتیهای مقید نظیر هسته های ^2He و ^3He یا توسط پراکندگی نو ترون یا پروتون از دوترون مطالعه کرد که در این زمینه اطلاعات زیادی موجود است.

تجزیه و تحلیل این اطلاعات بسیار مشکل است زیرا مسئله سه جسم دقیقاً در مکانیک کلاسیک حل نشده است و همین اشکال به مکانیک کوانتومی نیز کشیده شده است. به هر حال کوشش زیادی صرف محاسبه انرژی بستگی ^3H (تریتون) شده است که به طور تجربی برابر 8.48 MeV به دست آمده است. نتایج نشان می دهند که انرژی بستگی ناشی از نیروی دو جرم فقط برابر 7 MeV است، و در نتیجه حدود 1.5 MeV از انرژی بستگی، از نیروی

سه جسم ناشی می شود. این نتیجه با تخمینهایی که از روشهای دیگر به دست آمده است توافق دارد. از اینجا استنباط می کنیم که اهمیت نیروهای سه جسم در هسته حدود ۲۰ درصد اهمیت نیروهای دو جسم است. در هسته های پیچیده تر این تخمین حدود ۱۵ درصد است.

مسائل

۱۰۳ اگر انرژی بستگی دوترون 10 MeV باشد، عمق و شعاع چاه پتانسیل در شکل ۱۰۳ چقدر می شود؟ تابع موج را رسم کنید.

۲۰۳ روابط (۲۰۳) و (۲۰۴) را به طور همزمان و با روش عددی حل کنید.

۳۰۳ با توجه به این واقعیت که حالت $S=0$ دوترون تقریباً نامقید است ($E \approx 0$)، رابطه ای میان R و V_0 برای تقریب چاه مربعی با پتانسیل $S=0$ و زوج به دست آورید. (دانه مایی: به عملیاتی که برای به دست آوردن رابطه (۲۰۲) انجام گرفته است توجه کنید.) نتیجه را با نتیجه مربوط به پتانسیل $S=1$ و زوج مقایسه کنید.

۴۰۳ از آنجا که نوترون و پروتون هر دو دارای گشتاور مغناطیسی هستند، از نظر انرژی در دو آرایشی که در شکل ۲۰۳ (الف و ب) آمده اند، اختلاف وجود دارد. این اختلاف را هنگامی که فاصله نوکلئونها r است و همچنین هنگامی که بردار r که دو نوکلئون را بهم متصل می کند، موازی با اسپین آنها و عمود بر آنهاست تخمین بزنید. نتیجه را با نیروی تانسوری شکل ۷۰۳ مقایسه کنید.

۵۰۳ توضیح دهید که چرا روابط زیر به عنوان متغیر برای توابع پتانسیل در این فصل قابل استفاده نیستند.

$$\begin{aligned} & \text{(الف)} \quad (S \cdot S) [(r \times S) \cdot (r \times S)] \quad \text{(ب)} \quad (r \times L) \cdot p \\ & \text{(ج)} \quad (L \cdot S)(L \cdot L) \quad \text{(د)} \quad (r \cdot p)(r \cdot S) \\ & \text{(ه)} \quad (r \cdot p)(L \cdot S) \end{aligned}$$

۶۰۳ هرگاه پروتونی با انرژی 10 MeV با الکترونی که در حال سکون است برهم کنش داشته باشد، بیشینه زاویه انحراف پروتون چه خواهد بود؟ ذرات را نانسیتی در نظر بگیرید.

۷۰۳ کدامیک از پتانسیلهای شکل ۷۰۳ در هنگام برهم کنش نوترون و پروتون در حالت $L=0$ و $S=0$ قابل استفاده اند؟ در حالت $L=2$ و $S=0$ چگونه؟ کدامیک در هنگام برهم کنش دو نوترون در حالت $L=3$ و $S=0$ قابل استفاده اند؟ در حالت $L=3$ و $S=1$ چگونه؟

۸.۳ اگر پتانسیل يك چاه مربعی دارای مغز سختی به شعاع $f = 0.5r$ باشد، مسئله دوترون را در مسئله ۲.۳ حل کنید.

۹.۳ پتانسیل نوکلئون-نوکلئون ییل را با پتانسیل همداجانستون مقایسه کنید.

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Brink, D. M.: *Nuclear Forces*, Oxford University Press, New York, 1965.

Marshak, R. E.: *Meson Physics*, McGraw-Hill, New York, 1952.

Moravcsik, M. J.: *The Two Nucleon Interaction*, Clarendon Press, Oxford, 1963.

Rosenfeld, L.: *Nuclear Forces*, North-Holland, Amsterdam, 1948.

Schweber, S. S., H. A. Bethe, and F. deHoffman: *Mesons and Fields*, Row, Peterson, Evanston, Ill., 1955.

Wilson, E.: *The Nucleon-Nucleon Interaction*, Interscience, New York, 1963.

هسته‌های چند نوکلئونی: نظریه پوسته‌ای

اگر حل دقیق سیستم سه نوکلئونی، آن‌طور که در بخش ۱۱.۳ توضیح داده شد، مشکل باشد واضح است که برای هسته‌ای با دهها نوکلئون حل مسئله به کلی غیرممکن می‌شود. بنابراین به منظور درک ساختار هسته‌های چند نوکلئونی باید به تقریب‌هایی متوسل شویم. دست‌اندرکاران فیزیک هسته‌ای در پیدا کردن تقریب‌های مناسب بسیار خوش شانس بوده‌اند، بدین معنی که ساده‌ترین و آسانترین روشی که توسط آنها به کار گرفته شد، به‌طور شگفت‌آوری دقیق از کار درآمده است. در این فصل از نحوه گزینش این تقریب و تکامل آن گفتگومی شود.

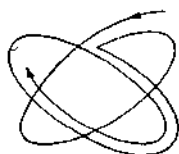
۱۰.۴ گزینش یک تقریب مناسب

در تقریبی که برای مطالعه هسته‌های چند نوکلئونی به کار می‌رود، فرض بر آن است که نیروهای داکه توسط نوکلئونهای دیگر بزرگ بزرگ نوکلئون وارد می‌شود، می‌توان دقت‌پذیر اول با چاه پتانسیل نمایش داد. به‌دلایلی که بعداً روشن خواهد شد، این چاه پتانسیل، پتانسیل نظریه پوسته‌ای نامیده می‌شود. قدرت عمل این تقریب واضح است، زیرا مسئله پیچیده چند جسم را، به ساده‌ترین مسئله در فیزیک کوانتومی یعنی مسئله تک‌ذره در چاه پتانسیل تبدیل می‌کند. این موضوع را در فصل دوم بررسی کرده‌ایم. به این ترتیب مسئله ساختار هسته‌ای با مسئله ساختار اتمی مربوط می‌شود، و در نتیجه نظریه ساختار هسته‌ای روشهای محاسباتی بسیار غنی ساختار اتمی را، همراه با انواع زیادی از تجربه‌ها، به‌ارث می‌برد.

ولی با وجود آنکه سهولت این روش روشن است، سودمندی آن فوراً آشکار نمی‌شود. می‌دانیم که حل مسئله به این طریق منجر به يك تصویرمداری می‌شود که خیلی شبیه به تصویر الکترون‌ها در اتم‌هاست. این روش تنها وقتی می‌تواند مفید باشد که نوکلئون‌ها در هسته قبل از درگیری با آشفتنگی تغییرمدار، يك دور یا بیشتر حول مدارشان بزنند به طریقی که در شکل ۱۰۴ (الف) نشان داده شده است. از طرف دیگر، اگر حرکت نوکلئون‌ها مطابق شکل ۱۰۴ (ب) باشد، که در آن جهت حرکت پس از پیمودن کسر کوچکی از مدار به کلی تغییر کند، تصویرمداری تقریباً بی‌معنی و تقریباً کم‌ارزش است. در سالیهای اولیه پژوهشهای فیزیک هسته‌ای، باور بر این بود که وضعیت حقیقی شبیه به حالت (ب) است. لذا تقریبهای دیگری آزموده شد. مدل‌هایی بر پایه حرکت اتم‌ها در مایعات یا گازها به کار برده شدند ولی این روش‌ها بسیار بی‌نمر از کار درآمدند، چون حرکت نوکلئون‌ها در هسته بیشتر شبیه حالت (الف) است. هنگامی که این موضوع برای اولین بار در اواخر سال ۱۹۴۰ از تحلیل داده‌های تجربی معلوم شد، تعجب آور به نظر رسید (مایر و جنسن بعداً برای این کار جایزه نوبل گرفتند). چطور يك نوکلئون می‌تواند با وجود نوکلئونهای دیگر و نیروی قوی میان آنها مدار کاملی را بدون برخورد طی کند؟

علی‌رغم کوششهای مداوم، حدود يك دهه به این سؤال پاسخ داده نشد تا اینکه بروکنر و همکارانش موفق به پیشرفتهایی در حل تقریبی مسئله چند جسم شدند. آنها مسئله را با نیروی دوانوکلئون که در فصل ۳ بحث کردیم شروع کردند و توانستند نشان دهند که حالت (الف) حقیقتاً به‌مورد صحیح، نزدیک‌تر است.

توضیح این امر بیشتر بر مبنای اصل طرد پاؤلی است. اگر هسته يك سیستم کلاسیکی متشکل از گویهای کوچک با سرعت زیاد و محدود در حجم کوچکی می‌بود، تعداد بی‌شماری برخورد می‌توانست صورت گیرد. ولی در واقع هسته يك سیستم کوانتومی است که نوکلئونهای آن به تعدادی از مدارهای مجاز محدود شده‌اند، علاوه بر آن بنا بر اصل طرد پاؤلی در هر مدار بیش از يك نوکلئون از هر نوع (نوترون یا پروتون) نمی‌تواند وجود داشته باشد. این امر امکانات برخورد را به‌سختی محدود می‌کند. در فصل ۵ خواهیم دید که در بعضی از هسته‌ها برخورد غیرممکن است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۰۴ وضعیتهای ممکن در تقریب مداری: (الف) با ارزش، (ب) بی‌ارزش. در (الف) نوکلئون‌ها معمولاً قبل از برخورد يك بار یا بیشتر حول مدار حرکت می‌کنند. در (ب) نوکلئون‌ها فقط کسری از مدار را قبل از برخورد طی می‌کنند.

۲.۲ پتانسیل نظریه پسته‌ای

اکنون با فرض اینکه تقریباً یمان صحیح است، یعنی نوکلئونها چنان حرکت می‌کنند که در چاه پتانسیل هستند، موضوع را پی‌گیری می‌کنیم. مسئله اول تعیین شکل چاه نظریه پسته‌ای است. می‌توانستیم امیدوار باشیم که محاسبات بروکتر پاسخگوی این سؤال باشد، اما متأسفانه این محاسبات به اندازه کافی دقیق نیستند. بنابراین از روشهایی که کمتر اساسی هستند، استفاده می‌کنیم.

از آنجا که چاه پتانسیل از نیروهای اعمال شده توسط همه نوکلئونهای موجود در هسته تشکیل می‌شود. منطقی است که فرض کنیم عمق چاه تقریباً متناسب با چگالی نوکلئونهاست. بنابراین، پتانسیل طبق رابطه (۱.۱) چنین است

$$V = - \frac{V_0}{1 + \exp [(r-R)/a]} \quad (1.4)$$

ثابتهای رابطه (۱.۲) که با روشهایی که در بخش ۳.۱۳ بیان خواهد شد تعیین شده‌اند، عبارت‌اند از

$$V_0 \simeq 57 \text{ MeV} + \text{تصحیحات} \quad (2.4)$$

$$R \simeq 1.25 A^{1/3} f$$

$$a \simeq 0.65 f$$

دقت شود که R و a در رابطه (۲.۴) هر دو از مقادیر مشابهشان در رابطه (۲.۱) بزرگترند. این امر مربوط به این واقعیت است که پتانسیل، به علت برد نیروی هسته‌ای، تا واری خارجترین نوکلئونها گسترش می‌یابد.

مهمترین تصحیح مقدار V_0 که در رابطه (۲.۴) داده شد، مربوط به کمیتی است که به انرژی تقارن معروف است و از عدم تساوی تعداد نوترون و پروتون در هسته ناشی می‌شود. همان‌طور که در بخش ۴.۳ دیدیم امکان برهم‌کنش میان یک نوترون و یک پروتون بیشتر است تا دو نوترون و دو پروتون، زیرا در مورد دوم تعدادی از برهم‌کنشها به واسطه اصل طردپاؤلی ممنوع‌اند. پس نیروی مؤثر میان یک نوترون و یک پروتون قویتر از نیروی مؤثر در حالت‌های دیگر است. بنابراین هر گاه در یک هسته تعداد نوترون بیشتر از پروتون باشد، V_0 برای یک پروتون قویتر از آن مقداری است که از رابطه (۲.۴) به دست می‌آید زیرا برهم‌کنش آن در هسته بیشتر با نوترونهاست، و V_0 برای یک نوترون ضعیفتر از آن مقداری است که از رابطه (۲.۴) به دست می‌آید چون برهم‌کنش آن بیشتر با نوترونهای دیگر است. تغییر V_0 با ΔV_0 که از اثر تقارن ناشی می‌شود با روشهای بخش ۳.۱۳ تعیین شده است که مقدار آن تقریباً چنین است

$$\Delta V_0 = \pm 27 \text{ MeV} \times \frac{N-Z}{A} \quad \begin{cases} \text{نوترون} \\ \text{پروتون} \end{cases} \quad (3.4)$$

پتانسیل نظریه پسته‌ای برای يك پروتون، علاوه بر روابط (۱.۴) و (۳.۴) باید شامل پتانسیل دافعه کولنی نیز باشد. به منظور برآورد آن، برای سهولت فرض می‌کنیم که هسته دارای لایه تیزی در $r = R_c$ و چگالی بار الکتریکی ثابت ρ است. مطابق قضیه معروف الکتروستاتیک، میدان الکتریکی ناشی از يك توزیع بار متقارن کروی در شعاع r' ، همانند میدان در حالتی است که همه بارهایی که در $r' < r$ هستند در $r = 0$ متمرکز شده باشند. این میدان یعنی $E(r)$ چنین است

$$E(r) = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{r}{R_c} E(R_c) \quad r < R_c$$

از آنجایی که همه بار Ze داخل شعاع R_c است پس

$$E(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad r > R_c$$

بنابراین

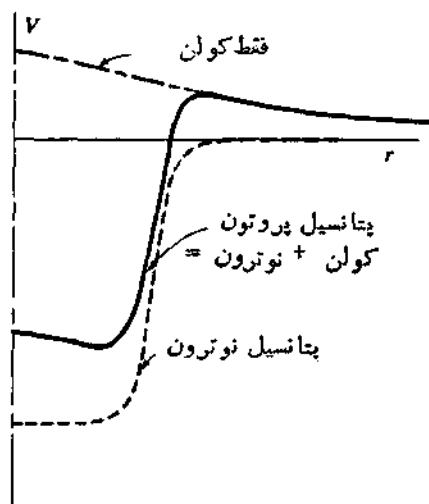
$$E(R_c) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R_c^2}$$

انرژی پتانسیل $V(r)$ در نظریه الکتروستاتیک به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_{\infty}^r E(r) dr \\ &= \int_{\infty}^{R_c} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + \int_{R_c}^r \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R_c^2} \frac{r}{R_c} dr \\ &= \begin{cases} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R_c} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{R_c} \right)^2 \right] \right\} & r < R_c \\ \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} & r > R_c \end{cases} \quad (4.4) \end{aligned}$$

بنابراین مقدار این پتانسیل در مرکز هسته در ۱ برابر مقدار آن در لبه است. در شکل ۲.۲ مثالهایی از پتانسیل کولنی رابطه (۴.۴)، پتانسیل نظریه پسته‌ای رابطه (۱.۴) برای يك نوترون، و حاصل جمع آنها یعنی پتانسیل نظریه پسته‌ای برای يك پروتون، نشان داده شده‌اند.

حال اثر همه پیچیدگیهای نیروی نوکلئون-نوکلئون، یعنی بستگی آن به اسپین و پاریته (که از خصوصیت تبادل ناشی می‌شود)، مؤلفه غیرمرکزی، وابستگی به سرعت، و غیره را بر پتانسیل نظریه پسته‌ای در نظر می‌گیریم. تنها بردارهایی که برای نوکلئون موجود در

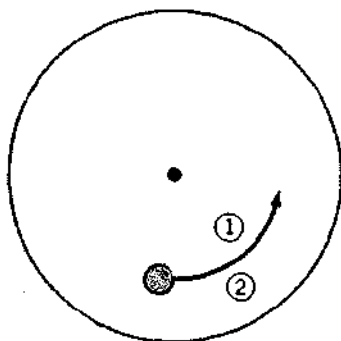


شکل ۲۰۴ مقایسه بتانسیلهای نظریه پسته ای برای نوترون و پروتون. منحنی خط چین، بتانسیل نوترون است که از روابط (۱.۴) و (۲.۴) به دست آمده است. بتانسیل پروتون با خط پر نشان داده شده است که حاصل جمع بتانسیل نوترون و بتانسیل کولنی است. بتانسیل کولنی که از رابطه (۴.۴) به دست می آید به صورت خط - نقطه نشان داده شده است.

هسته معنی دارند عبارت اند از اسپین آن S ، بردار موقعیت آن نسبت به مرکز هسته r ، تکانه خطی و زاویه ای آن نسبت به مرکز هسته یعنی p و l . همان طور که در بخش ۶.۱ اشاره شد و از جدول پ. ۲ هم پیداست، تکانه زاویه ای کل هسته ها نزدیک به صفر است، بنا بر این تقریباً تعداد مساوی از نوکلئونها با اسپین بالا و پایینی وجود دارد. در نتیجه به یک نوکلئون با اسپین بالا به طور متوسط همان نیروی وابسته به اسپینی وارد خواهد شد که به نوکلئونی با اسپین پایینی، لذا بتانسیل نظریه پسته ای نمی تواند صریحاً به S بستگی داشته باشد. از آنجا که ما فقط به نیروی متوسطی که بر نوکلئون وارد می شود توجه داریم، نیازی نیست که نیروی $S \cdot r$ ناشی از نیروی تانسوری نوکلئون-نوکلئون را در نظر بگیریم زیرا در این وضعیت به علت تقارن، نیروی متوسط ثابتی حول مدار به وجود می آید که عملاً با نیروی مرکزی جمع می شود. نیروی نوکلئون-نوکلئون به زوج یا فرد بودن تکانه زاویه ای مداری l نسبت به نوکلئونهای که با آنها برهم کنش صورت می گیرد بستگی دارد، ولی هیچ گونه همبستگی میان زوج یا فرد بودن l و l وجود ندارد بنا بر این بتانسیل نظریه پسته ای نمی تواند به زوج یا فرد بودن l بستگی داشته باشد. این امر نیروهای استاتیکی فصل ۳ را منتهی می کند.

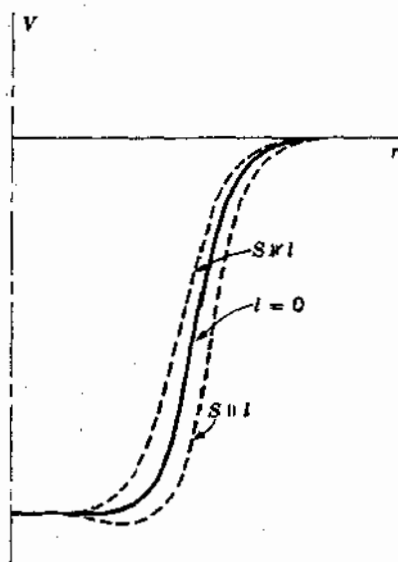
نیروهای وابسته به سرعت فصل ۳ سبب مشکلات زیادتری می شوند. ابتدا برهم کنش اسپین-مدار را در نظر بگیریم. از شکل ۷.۳ می بینیم قویترین برهم کنش در حالت های l فرد

است، که وقتی L و S با هم موازی می‌باشند موجب کاهش انرژی پتانسیل، و وقتی پادموازی باشند سبب افزایش انرژی پتانسیل می‌شود. هنگامی که $S = 0$ باشد، یعنی وقتی اسپینهای دونوکلئون پادموازی هستند، برهم‌کنش اسپین-مدار صفر است. به منظور درک اثرهای این نیرو در شکل ۳.۴ نوکلئون سایه‌دار را که بروشنی بردار I آن به طرف خارج صفحه است و با دونوکلئون دیگر یعنی ۱ و ۲ برهم‌کنش دارد، در نظر می‌گیریم. هنگامی که نوکلئون سایه‌دار با نوکلئون ۱ روبه‌رو می‌شود، L به طرف خارج صفحه و در نتیجه موازی I می‌شود؛ چنانچه نوکلئون سایه‌دار با نوکلئون ۲ روبه‌رو شود L به طرف داخل صفحه و در نتیجه با I پادموازی می‌شود. اگر S موازی I باشد برهم‌کنش اسپین-مدار با سایر نوکلئونها تنها وقتی وجود دارد که اسپین آن نوکلئونها نیز موازی I باشد (به طوری که $S = 1$ را بسازد)، در این صورت انرژی پتانسیل در برهم‌کنش با I (و L موازی) کاهش و در برهم‌کنش با ۲ افزایش می‌یابد. از طرف دیگر هرگاه S با I پادموازی باشند، با دلایل مشابه آشکار می‌شود که اگر برهم‌کنش اسپین مدار وجود داشته باشد یعنی به جای اینکه $S = 0$ باشد $S = 1$ شود، تغییر انرژی پتانسیل برای نوکلئون ۱ مثبت و برای نوکلئون ۲ منفی خواهد بود. ضمن عبور نوکلئون سایه‌دار از داخل هسته، این نوکلئون اغلب با نوکلئونهای دو طرف به طور مساوی روبه‌رو می‌شود و در نتیجه خواه I و S موازی یا پادموازی باشند، هیچ تغییر متوسطی در انرژی پتانسیل به وجود نمی‌آید. ولی هنگامی که نوکلئون به سطح هسته یعنی جایی که چگالی نوکلئونها کاهش می‌یابد نزدیک شود، در سمت داخل مدار خود از مقابل نوکلئونهای بیشتری (مثل نوکلئون ۱) نسبت به سمت خارج مدار (مثل نوکلئون ۲) می‌گذرد. زیرا چگالی نوکلئونها در داخل مدار نوکلئون سایه‌دار بیشتر از خارج مدار آن است. بنابراین در این وضعیت اگر S موازی I باشد، انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و اگر



شکل ۳.۴ یک نوکلئون ضمن حرکت در هسته با نوکلئونهای ۱ و ۲ برهم‌کنش دارد. این امر برای توجیه جمله اسپین-مدار در پتانسیل نظریه پسته‌ای به کار گرفته شده است.

۱. معنی حقیقی $S = 0$ و $S = 1$ در بخش ۴.۳ بیان شده است. در اینجا معنی تقریبی آن را برای سادگی بحث به کار می‌بریم.



شکل ۴.۴ اثر برهم کنش اسپین-مداد در پتانسیل نظریه پسته‌ای. این برهم کنش برای $l=0$ بی‌اثر است، بنابراین منحنی از روابط (۱.۴) و (۲.۴) به دست می‌آید. در ناحیه سطحی، اگر l و r موازی باشند برهم کنش اسپین-مداد ایجاد پتانسیل جاذبه اضافی، و اگر l و r پادموازی باشند این برهم کنش ایجاد پتانسیل دافعه می‌کند.

S و l پادموازی باشند، انرژی افزایش می‌یابد. در نتیجه، نظریه پسته‌ای در ناحیه سطحی هسته حتماً به $S = l$ بستگی دارد. علاوه واضح است که بزرگی این برهم کنش به طور متوسط متناسب با l است زیرا l و S هر دو متناسب با سرعت اند. اثر برهم کنش اسپین-مداد در پتانسیل نظریه پسته‌ای در شکل ۴.۴ نشان داده شده است.

۳.۲ جرم مؤثر

بالاخره، اثر درجه دوم وابستگی سرعت را در نیروی نوکلئون-نوکلئون بر پتانسیل نظریه پسته‌ای در نظر بگیریم. اگر نیروی نوکلئون-نوکلئون با افزایش سرعت نسبی دو نوکلئون بیشتر جاذبه (پادافعه) شود، روشن است که برهم کنش متوسطی که توسط یک نوکلئون انجام می‌شود با افزایش سرعت نوکلئون در هسته، قدرت جذب (یا دفع) آن به طرف مرکز بیشتر می‌شود، و از آنجا پتانسیل نظریه پسته‌ای عمیقتر (یا کم عمقتر) خواهد شد. این موضوع را می‌توان بر حسب سری نمایی تکانه وابسته به V بیان کرد. چون V نرده‌ای است، این

سری‌نمایی باید از نوع سری‌نمایی $p \cdot p$ یا p^2 باشد. یعنی

$$V_0 = V_{00} + \alpha p^2 + \beta p^4 + \dots \quad (5.4)$$

نخست فقط جمله پایتترین درجه را در نظر می‌گیریم. عبارت انرژی چنین است

$$\frac{p^2}{2M} - V_0 = E$$

که به‌عنوان پایه، برای بیشتر مطالب مکانیک کلاسیک و اساساً برای همه مباحث مکانیک کوانتومی به‌کار می‌رود. در این صورت، با جایگزینی چنین داریم

$$\frac{p^2}{2M} - V_{00} - \alpha p^2 = E$$

این عبارت را می‌توان چنین بازنویسی کرد

$$\frac{p^2}{2M^*} - V_{00} = E$$

که در آن جرم مؤثر M^* را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\frac{1}{2M^*} = \frac{1}{2M} - \alpha \quad (6.4)$$

مشاهده می‌کنیم که پایتترین درجه وابستگی سرعت را می‌توان عملاً در همه مسائل با تعریف دوباره جرم به‌حساب آورد. با این روش هیچ مشکل جدیدی در حل مسائل وارد نمی‌شود، مثلاً همه روشها و نتایجی که در فصل ۲ آمده است بسا جایگزینی M^* به‌جای M هنوز ارزشمندند. به‌طورخیلی تقریبی می‌توان جمله‌های از درجه بالاتر را به‌رابطه (۵.۴) را به‌عنوان تغییراتی از M^* برحسب انرژی به‌حساب آورد.

بیشتر دانش ما از ساختار هسته‌ای از ناحیه محدود انرژی به‌دست می‌آید و از رابطه (۳.۲) می‌بینیم که در یک ناحیه محدود انرژی، هر تغییری در M را می‌توان با تغییری در V_0 و بدون تغییر دادن مقادیر k و E جبران کرد. از آنجا که انرژیها و تابع‌موجها فقط به k و E بستگی دارند، نمی‌توان M و V_0 را به‌طور جداگانه از مطالعه یک ناحیه محدود انرژی به‌دست آورد. بنابراین معمولاً است که M را برابر M^* بگیریم و V_0 را از این طریق تعیین کنیم. برای یافتن مقدار داده شده ($\approx 57 \text{ MeV}$) در رابطه (۲.۴) این روش به‌کار رفته است که از آن مقدار در اینجا استفاده خواهد شد. دانش‌کنونی ما برای قضاوت راجع به روشهای دیگر ناکافی است.

از طرف دیگر باید تأکید کرد که این روش در بهترین شرایط، یک روش تقریبی است و در ناحیه محدودی از انرژی با ارزش است. انرژی مدارهای پروتون با اطمینان

اندازه‌گیری شده و حدود 60 MeV — به‌دست آمده‌است که این مقدار با در نظر گرفتن چاه پتانسیل روابط (۱۰۴) و (۲۰۴) غیرممکن است، چه با منظور کردن جمله مربوط به پتانسیل کولنی عمق چاه کمتر از 50 MeV می‌شود. محاسبات V_0 با روشهایی که در بخش ۳.۷ بحث خواهد شد، نشان می‌دهند که برای نوکلئونهای خیلی کم سرعت این مقدار نزدیک به 100 MeV است. اندازه‌گیری V_0 در انرژیهای بالاتر که در بخش ۳.۱۳ توضیح داده خواهد شد، نشان می‌دهد که V_0 با انرژی تغییر می‌کند. چگونگی تعیین مستقیم M^*/M در ارتباط با معادله (۱۹۰۴) بحث و نشان داده خواهد شد که این نسبت برابر واحد نیست.

از شکل ۲۰۴ می‌بینیم که به‌علت نیروی کولنی، چاه پتانسیل کل پروتونها کم‌عمقتر از چاه پتانسیل نوترونهاست، بدین ترتیب، وابستگی V_0 به سرعت دچار اشکال می‌شود، برای انرژی کل یکسان E ، انرژی جنبشی پروتونها کمتر است و در نتیجه بنابر رابطه (۵۰۴)، V_0 برای نوترون و پروتون متفاوت خواهد بود این اختلاف تابعی از ΔV_0 و در نتیجه تابعی از $Z/A^{1/3}$ است، تحلیلی^۱ از اندازه‌گیریهای V_0 برای پروتون در گستره انرژی ۹ تا 22 MeV چنین نتیجه می‌دهد

$$V_0(\text{MeV}) = 533 - 0.55 E(\text{MeV}) + 0.4 \frac{Z}{A^{1/3}} + 27 \frac{N-Z}{A} \quad (7.4)$$

دومین جمله از رابطه فوق مربوط به وابستگی سرعت در رابطه (۵۰۴) است. سومین جمله اختلاف میان پروتون و نوترون و آخرین جمله همان رابطه (۳۰۴) است. دقت شود که در رابطه فوق علامت منفی جمله دوم دال بر منفی بودن α در رابطه (۵۰۴) است و از این رو، بنابر رابطه (۶۰۴) در این ناحیه M^* کوچکتر از M خواهد بود. رابطه (۷۰۴) فقط در ناحیه محدودی از انرژی با ارزش است و متأسفانه این ناحیه شامل جالبترین قسمتی که در آن مطالعه ساختار هسته‌ای مورد نظر است، نمی‌شود. بنابراین هیچ راه منطقی در پیش نداریم به‌جز اینکه رابطه (۲۰۴) را همراه با رابطه (۳۰۴) به‌کار بندیم.

۴.۴ مدارهای مجاز در پتانسیل نظریه پسته‌ای

هر گاه پتانسیل نظریه پسته‌ای را داشته باشیم، مسئله حل انرژیها و تابع موجهای مربوط به نوکلئونهای هسته، همان مسئله‌ای است که در فصل ۲ بررسی شد (با اصطلاح مدل مداری رایج کار خواهیم برد و از آنها به‌عنوان مدارهای مجاز نام می‌بریم). در واقع در شکل ۴۰۲، مقیاس تراز انرژی چنان تغییر داده شده‌است که نتایج حاصل، بیشتر با نتایج پتانسیل نظریه پسته‌ای (۱۰۴) مطابقت کند تا با نتایج چاه پتانسیل مرعی. در نتیجه جوابها اساساً آنهایی هستند که از شکل ۴۰۲ همراه با سایر جمله‌های رابطه (۲۵۰۲) به‌دست می‌آیند. ترازهای

انرژی شکل ۴.۲ را (که کامل شده‌اند) در طرف چپ شکل ۵.۴ رسم کرده‌ایم. اما قبل از استفاده از آنها باید اثرهای برهم‌کنش اسپین-مدار را بررسی کنیم.

در فیزیک اتمی از برهم‌کنش اسپین-مدار تجربه‌هایی داشته‌ایم. مثلاً، خط زردسديم در طیف ایتیکی، در واقع يك خط دوتایه‌است که دو مؤلفه آن به علت برهم‌کنش اسپین-مدار اتمی از هم جدا شده‌اند. در فیزیک اتمی دیده‌ایم که هنگامی که برهم‌کنش اسپین-مدار وجود دارد، بهتر است که از تکانه زاویه‌ای کل ذره یعنی $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ استفاده کنیم. تکانه زاویه‌ای کل ذره $\mathbf{j}$ نظیر سایر تکانه‌ها دارای يك عدد کوانتومی j است، به طوری که

$$|\mathbf{j}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad (۸.۴ \text{ الف})$$

مؤلفه z تکانه $\mathbf{j}$ به صورت زیر کوانتیده‌است

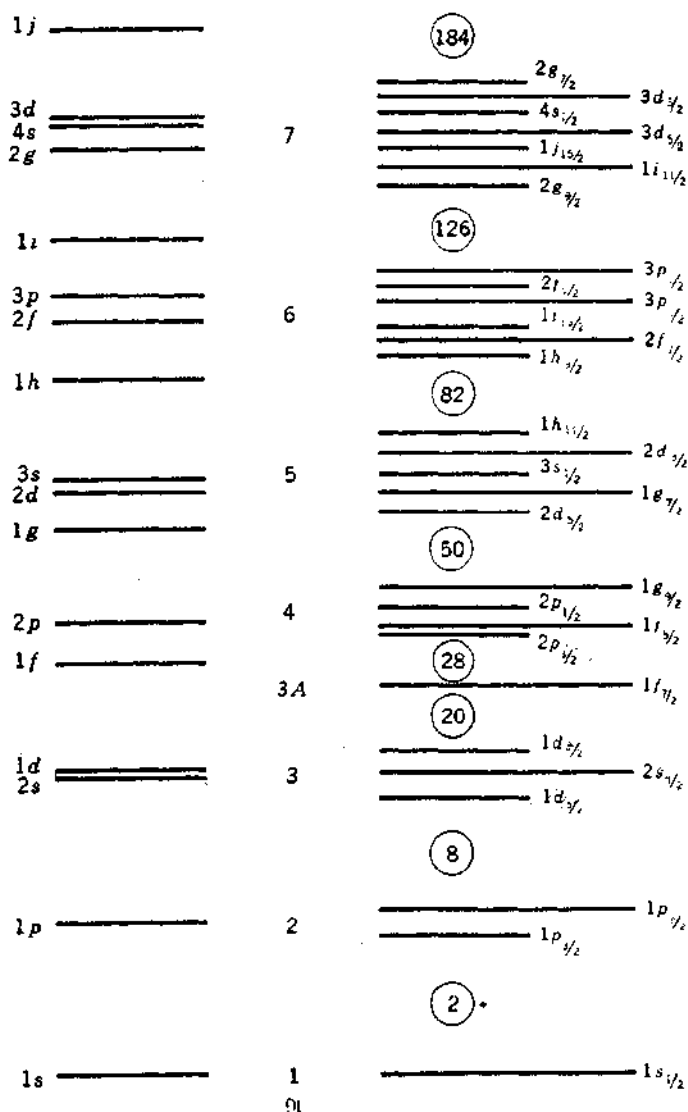
$$j_z = m\hbar \quad (۸.۴ \text{ ب})$$

که m می‌تواند هر يك از مقادیر $j, j-1, \dots, -j+1, -j$ را اختیار کند، یعنی $2j+1$ مقدار مجاز داشته باشد. با استفاده از روشهای بخش ۷.۲ و دانستن $s=1/2$ برای نوکلئونها داریم

$$j = |\mathbf{l} + \mathbf{s}| = \begin{cases} l + \frac{1}{2} & \mathbf{l} \parallel \mathbf{s} \\ l - \frac{1}{2} & \mathbf{l} \nparallel \mathbf{s} \end{cases} \quad (۸.۴ \text{ ج})$$

برای هر l دلخواه دو مقدار j وجود دارد. مثلاً برای نوکلئونها در مدارهای $l=2$ ، $l=3$ می‌تواند $5/2$ یا $3/2$ باشد. با استفاده از نمادگذاری طیف‌نمایی که در جدول ۱۰۲ آمده است، مقدار j به صورت شاخص پایین ظاهر می‌شود. بنا براین، مورد مثال بالا به صورت $d_{5/2}$ یا $d_{3/2}$ مشخص می‌شود. با وجود اینکه بستگی (θ, ϕ) این مدارها یکی‌است، آنها را مدارهای متفاوتی در نظر می‌گیریم.

اکنون اثرهای برهم‌کنش اسپین-مدار را بررسی می‌کنیم. در شکل ۴.۴ می‌بینیم که وقتی $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ پاد موازی‌اند ($j = l - 1/2$) چاه پتانسیل باریکتر و کم عمقتر از وقتی‌است که $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ موازی ($j = l + 1/2$) باشند. در بخش ۳.۲ نشان دادیم که وقتی چاه باریکتر و کم عمقتر می‌شود، تراز انرژی به طرف بالا کشیده می‌شود. بنا براین تراز $1d_{3/2}$ نسبت به تراز $1d_{5/2}$ شکل ۴.۲ در انرژی بالاتری قرار دارد و برعکس تراز $1d_{5/2}$ در انرژی پایینتری واقع است. گفته می‌شود که تراز $1d_{3/2}$ به واسطه برهم‌کنش اسپین-مدار به دو تراز منشعب شده‌است، و اختلاف انرژی دو تراز به شکستگی اسپین-مدار معروف است. از آنجا که قدرت برهم‌کنش اسپین-مدار متناسب با l است، این اختلاف انرژی تقریباً به طور خطی با l زیاد می‌شود. مثلاً اختلاف انرژی میان مدارهای $p_{3/2}$ و $p_{1/2}$ حدود



شکل ۵-۴ ترازهای انرژی در پتانسیل نظریه پوسته‌ای. ترازهای انرژی در سمت چپ تقریباً ترازهایی هستند که بدون برهم‌کنش اسپین-مقدار انتظار آنها را داریم. آنها همان ترازهای شکل ۴-۲ هستند که برای چاه پتانسیل بزرگتر گسترش یافته‌اند. طرف راست، اثر برهم‌کنش اسپین-مقدار را در شکاف‌های هر تراز (به جز $l=0$) به دو تراز با $j=l+1/2$ و $j=l-1/2$ نشان می‌دهد. مقدار این شکاف‌های تقریباً متناسب با l است.

يك سوم اختلاف انرژی میان $7/2 f$ و $5/2 f$ است. همان گونه که در شکل ۴.۴ می‌بینیم، برهم کنش اسپین-مدار، فقط پتانسیل نزدیک لبه خارجی هسته را تغییر می‌دهد، چون اهمیت نسبی لبه خارجی نسبت به کل حجم هسته با بهتر شدن چاه‌کاهش می‌یابد، بزرگی شکافنگی اسپین-مدار با افزایش A نیز کاهش می‌یابد.

هنگامی که محل حالتها در شکل ۴.۲ با توجه به شکافنگی اسپین-مدار اصلاح شود، ترازهای انرژی مختلف تقریباً مطابق شکل ۵.۴ قرار می‌گیرند. از آنجا که این شکل در بحثهای آینده از اهمیت زیادی برخوردار است، دانشجویان باید مطمئن شوند که منشأ آن واکاملاً درک کرده‌اند.

جالبترین برداشت ما از شکل ۵.۴ این است که انرژیها به‌صورت گروه‌های ظاهر می‌شوند: تعدادی از مدارها از نظر انرژی خیلی به هم نزدیک‌اند، و سپس گاف بزرگی دیده می‌شود و نظیر این نقش بارها و بارها تکرار می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، گروههای ترازهای انرژی با گافهای بزرگ در فیزیک اتمی نیز ایجاد می‌شوند. در مورد فیزیک اتمی، گروهی از مدارها با انرژی یکسان دارای این خاصیت‌اند که شعاع متوسط آنها تقریباً یکی است، و به این دلیل می‌گویند که الکترون‌ها در پوسته‌های کروی قرار می‌گیرند. به این ترتیب، گروهها به پوسته‌ها معروف شده‌اند. این نام در فیزیک هسته‌ای هم راه یافته است که انرژی گروهها به انرژی پوسته‌ها اطلاق می‌شود. همان گونه که از تابع موجهای شکل ۴.۲ دیده می‌شود، نوکلئونهای يك پوسته تمایل زیادی ندارند که شعاع متوسط یکسان داشته باشند، لذا این اصطلاح در اینجا بی‌مسمی است.

برای کمک به بحثمان، در شکل ۵.۴، اعداد $2j+1$ را به پوسته‌ها اختصاص داده‌ایم. برای دانشجویان فیزیک هسته‌ای بهتر است که حالتها را در هر پوسته به یاد داشته باشند. چنانچه در تقریب اول تشخیص دهیم که پوسته‌ها دارای همان ترتیبی هستند که در جدول ۱.۴ آمده‌اند این حالتها نیاز چندانی به حفظ کردن ندارند. این ترتیب از شکل ۴.۲ به دست آمده است و دانشجویان قویتر می‌توانند تشخیص دهند که این دقیقاً همان چیزی است که از پتانسیل نوسان کننده هارمونیک نتیجه می‌شود

$$V = -V_0 + \frac{1}{2} M \omega^2 r^2 \quad (9.2)$$

که در آن V_0 و ω ثابت هستند. پتانسیل نوسان کننده هارمونیک تقریب نسبتاً خوبی برای پتانسیل (۱.۴) است و اغلب به علت سادگی ریاضی آن، در محاسبات به کار می‌رود. لذا این تابع موجها، چند جمله‌ایهای وابسته لاگرمی‌شوند. ولسی، بروشنی می‌توان دریافت که رابطه (۹.۴) صرفاً شکل يك چاه پتانسیل است و هیچ چیزی به مفهوم کلاسیک در حال نوسان نیست.

برای اینکه از جدول ۱.۴ به شکل ۵.۴ برویم، باید تشخیص دهیم که به علت شکافنگی اسپین-مدار از چهارمین پوسته به بعد، بالاترین حالت T در هر پوسته به پوسته پایینی منتقل

جدول ۱۰۴ مدارهای هر پسته در تقریب اول. اینها مدارهای گروههای مربوط به پتانسیل نوسان کننده هارمونیک نیز هستند.

I									
N	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	
۱	۱s								
۲		۱p							
۳	۲s		۱d						
۴		۲p		۱f					
۵	۳s		۲d		۱g				
۶		۳p		۲f		۱h			
۷	۴s		۳d		۲g		۱i		
۸		۴p		۳f		۲h		۱j	

شده است. بالاترین حالت I در پسته $N=4$ یعنی $1f_{7/2}$ نیز پایین کشیده شده است ولی نه به آن اندازه که جزء پسته $N=3$ شود. بنابراین، این حالت بین پسته های $N=3$ و $N=4$ قرار گرفته است و در نتیجه اغلب به عنوان يك پسته جداگانه كه در اینجا با $N=3A$ مشخص شده است، در نظر گرفته می شود. جدا از این تغییرات، مدارها در پسته ها همان گونه اند که در جدول ۱۰۴ آمده اند.

نکته مورد نظر دیگر در شکل ۵.۴ تعداد مدارهای مجاز در هر پسته است. در شکل ۵.۴ هر حالت نشانگر $1+2i$ مدار مجاز است که به مقادیر مختلف مربوط می شوند، بنابراین تعداد کل مدارهای مجاز در $N=1$ برابر ۲، در $N=2$ برابر $2+4=6$ ، در $N=3$ برابر $2+4+6+10=22$ ، در $N=4$ برابر $2+4+6+8+10=30$ ، و غیره است. پس جمع دسته جمعی مدارها تا بالای هر پسته، عبارت است از ۲، ۸، ۲۰، ۴۸، ۵۰، و غیره. این اعداد در شکل ۵.۴ درون دایره ها نشان داده شده اند.

۵.۴ پوشدن مدارهای مجاز در پتانسیل نظریه پسته ای

حالی توجه خود را به این سؤال معطوف می داریم که چگونه مدارهای مجاز شکل ۵.۴ توسط نوکلئونها پرمی شوند تا از اجتماع آنها هسته به وجود آید. بنا بر اصل طرد پاولی، در هر مدار بیش از يك پروتون و يك نوترون نمی تواند با اعداد کوانتومی l, m, j, m یکسان

وجود داشته باشد. بنابراین، هر گاه فقط حالت پایبندترین انرژی هسته‌ها را در نظر بگیریم، انتظار داریم که مدارها به ترتیب افزایش انرژی، همانند مورد آشنای الکترون‌ها در اتم‌ها، برسوند. برای مثال، در هسته‌ای با دو پروتون و دو نوترون (نظیر ${}^4_2\text{He}$) همه مدارهای $n=1$ آن پر و بقیه خالی خواهند بود. هسته‌ای از این نوع که پسته‌های آن یا کاملاً پسته در طبیعت پیدا می‌شوند، عبارت‌اند از ${}^{16}_8\text{O}$ ، ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ، ${}^{48}_{24}\text{Cr}$ ، ${}^{208}_{82}\text{Pb}$. این هسته‌ها در ساختار هسته‌ای نقشی شبیه به گازهای بی‌اثر He ، Ne ، Ar ، Kr ، Xe ، و Rn در ساختار اتمی دارند.

نوع جالب دیگر هسته که اصطلاحاً هسته تک‌ذره نام دارد، هسته‌ای است که بجز تک‌ذره که در پسته پایبندترین انرژی ممکن قرار دارد، تمام پسته‌های دیگر آن یا کاملاً پر یا کاملاً خالی‌اند. مثالهایی از این نمونه ${}^6_3\text{Li}$ ، ${}^{10}_5\text{B}$ ، ${}^{12}_6\text{C}$ ، ${}^{16}_8\text{O}$ ، ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ ، ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ ، ${}^{28}_{14}\text{Si}$ ، ${}^{32}_{16}\text{S}$ ، ${}^{36}_{18}\text{Ar}$ ، ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ، ${}^{48}_{24}\text{Cr}$ ، ${}^{56}_{28}\text{Ni}$ ، ${}^{72}_{36}\text{Kr}$ ، ${}^{84}_{38}\text{Sr}$ ، ${}^{96}_{48}\text{Cd}$ ، ${}^{108}_{50}\text{Sn}$ ، ${}^{120}_{54}\text{Xe}$ ، ${}^{136}_{54}\text{Xe}$ ، ${}^{152}_{64}\text{Gd}$ ، ${}^{164}_{68}\text{Er}$ ، ${}^{180}_{78}\text{Pt}$ ، ${}^{192}_{78}\text{Pt}$ ، ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ ، ${}^{224}_{88}\text{Ra}$ ، ${}^{232}_{90}\text{Th}$ ، ${}^{238}_{92}\text{U}$ هستند. نقش آنها مشابه نقش فلزات قلیایی Li ، Na ، K ، و غیره در ساختار اتمی است. دسته دیگری از هسته‌ها که به گروه قبل خیلی نزدیک‌اند، هسته‌های تک‌حفره‌ای هستند. در این هسته‌ها تمام پسته‌ها یا کاملاً پر یا کاملاً خالی‌اند، مگر پسته بالاترین انرژی که فقط یک نوکلئون کم دارد. هسته‌های ${}^{15}_7\text{N}$ ، ${}^{16}_8\text{O}$ ، ${}^{17}_8\text{O}$ ، ${}^{19}_9\text{F}$ ، ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ ، ${}^{21}_{11}\text{Na}$ ، ${}^{23}_{12}\text{Mg}$ ، ${}^{25}_{13}\text{Al}$ ، ${}^{27}_{14}\text{Si}$ ، ${}^{29}_{15}\text{P}$ ، ${}^{31}_{16}\text{S}$ ، ${}^{33}_{17}\text{Cl}$ ، ${}^{35}_{18}\text{Ar}$ ، ${}^{37}_{19}\text{K}$ ، ${}^{39}_{20}\text{Ca}$ ، ${}^{41}_{21}\text{Sc}$ ، ${}^{43}_{22}\text{Ti}$ ، ${}^{45}_{23}\text{V}$ ، ${}^{47}_{24}\text{Cr}$ ، ${}^{49}_{25}\text{Mn}$ ، ${}^{51}_{26}\text{Fe}$ ، ${}^{53}_{27}\text{Co}$ ، ${}^{55}_{28}\text{Ni}$ ، ${}^{57}_{29}\text{Cu}$ ، ${}^{59}_{30}\text{Zn}$ ، ${}^{61}_{31}\text{Ga}$ ، ${}^{63}_{32}\text{Ge}$ ، ${}^{65}_{33}\text{As}$ ، ${}^{67}_{34}\text{Se}$ ، ${}^{69}_{35}\text{Br}$ ، ${}^{71}_{36}\text{Kr}$ ، ${}^{73}_{37}\text{Rb}$ ، ${}^{75}_{38}\text{Sr}$ ، ${}^{77}_{39}\text{Y}$ ، ${}^{79}_{40}\text{Zr}$ ، ${}^{81}_{41}\text{Nb}$ ، ${}^{83}_{42}\text{Mo}$ ، ${}^{85}_{43}\text{Tc}$ ، ${}^{87}_{44}\text{Ru}$ ، ${}^{89}_{45}\text{Rh}$ ، ${}^{91}_{46}\text{Pd}$ ، ${}^{93}_{47}\text{Ag}$ ، ${}^{95}_{48}\text{Cd}$ ، ${}^{97}_{49}\text{In}$ ، ${}^{99}_{50}\text{Sn}$ ، ${}^{101}_{51}\text{Sb}$ ، ${}^{103}_{52}\text{Te}$ ، ${}^{105}_{53}\text{I}$ ، ${}^{107}_{54}\text{Xe}$ ، ${}^{109}_{55}\text{Cs}$ ، ${}^{111}_{56}\text{Ba}$ ، ${}^{113}_{57}\text{La}$ ، ${}^{115}_{58}\text{Ce}$ ، ${}^{117}_{59}\text{Pr}$ ، ${}^{119}_{60}\text{Nd}$ ، ${}^{121}_{61}\text{Pm}$ ، ${}^{123}_{62}\text{Sm}$ ، ${}^{125}_{63}\text{Eu}$ ، ${}^{127}_{64}\text{Gd}$ ، ${}^{129}_{65}\text{Ter}$ ، ${}^{131}_{66}\text{Dy}$ ، ${}^{133}_{67}\text{Ho}$ ، ${}^{135}_{68}\text{Er}$ ، ${}^{137}_{69}\text{Tm}$ ، ${}^{139}_{70}\text{Yb}$ ، ${}^{141}_{71}\text{Lu}$ ، ${}^{143}_{72}\text{Hf}$ ، ${}^{145}_{73}\text{Ta}$ ، ${}^{147}_{74}\text{W}$ ، ${}^{149}_{75}\text{Re}$ ، ${}^{151}_{76}\text{Os}$ ، ${}^{153}_{77}\text{Ir}$ ، ${}^{155}_{78}\text{Pt}$ ، ${}^{157}_{79}\text{Au}$ ، ${}^{159}_{80}\text{Hg}$ ، ${}^{161}_{81}\text{Tl}$ ، ${}^{163}_{82}\text{Pb}$ ، ${}^{165}_{83}\text{Bi}$ ، ${}^{167}_{84}\text{Po}$ ، ${}^{169}_{85}\text{At}$ ، ${}^{171}_{86}\text{Rn}$ ، ${}^{173}_{87}\text{Fr}$ ، ${}^{175}_{88}\text{Ra}$ ، ${}^{177}_{89}\text{Ac}$ ، ${}^{179}_{90}\text{Th}$ ، ${}^{181}_{91}\text{Pa}$ ، ${}^{183}_{92}\text{U}$ ، ${}^{185}_{93}\text{Np}$ ، ${}^{187}_{94}\text{Pu}$ ، ${}^{189}_{95}\text{Am}$ ، ${}^{191}_{96}\text{Cm}$ ، ${}^{193}_{97}\text{Bk}$ ، ${}^{195}_{98}\text{Cf}$ ، ${}^{197}_{99}\text{Es}$ ، ${}^{199}_{100}\text{Fm}$ ، ${}^{201}_{101}\text{Md}$ ، ${}^{203}_{102}\text{No}$ ، ${}^{205}_{103}\text{Lr}$ ، ${}^{207}_{104}\text{Rf}$ ، ${}^{209}_{105}\text{Db}$ ، ${}^{211}_{106}\text{Sg}$ ، ${}^{213}_{107}\text{Bh}$ ، ${}^{215}_{108}\text{Hs}$ ، ${}^{217}_{109}\text{Mt}$ ، ${}^{219}_{110}\text{Ds}$ ، ${}^{221}_{111}\text{Rg}$ ، ${}^{223}_{112}\text{Ubn}$ ، ${}^{225}_{113}\text{Uub}$ ، ${}^{227}_{114}\text{Ubu}$ ، ${}^{229}_{115}\text{Ubu}$ ، ${}^{231}_{116}\text{Ubu}$ ، ${}^{233}_{117}\text{Ubu}$ ، ${}^{235}_{118}\text{Ubu}$ ، ${}^{237}_{119}\text{Ubu}$ ، ${}^{239}_{120}\text{Ubu}$ ، ${}^{241}_{121}\text{Ubu}$ ، ${}^{243}_{122}\text{Ubu}$ ، ${}^{245}_{123}\text{Ubu}$ ، ${}^{247}_{124}\text{Ubu}$ ، ${}^{249}_{125}\text{Ubu}$ ، ${}^{251}_{126}\text{Ubu}$ ، ${}^{253}_{127}\text{Ubu}$ ، ${}^{255}_{128}\text{Ubu}$ ، ${}^{257}_{129}\text{Ubu}$ ، ${}^{259}_{130}\text{Ubu}$ ، ${}^{261}_{131}\text{Ubu}$ ، ${}^{263}_{132}\text{Ubu}$ ، ${}^{265}_{133}\text{Ubu}$ ، ${}^{267}_{134}\text{Ubu}$ ، ${}^{269}_{135}\text{Ubu}$ ، ${}^{271}_{136}\text{Ubu}$ ، ${}^{273}_{137}\text{Ubu}$ ، ${}^{275}_{138}\text{Ubu}$ ، ${}^{277}_{139}\text{Ubu}$ ، ${}^{279}_{140}\text{Ubu}$ ، ${}^{281}_{141}\text{Ubu}$ ، ${}^{283}_{142}\text{Ubu}$ ، ${}^{285}_{143}\text{Ubu}$ ، ${}^{287}_{144}\text{Ubu}$ ، ${}^{289}_{145}\text{Ubu}$ ، ${}^{291}_{146}\text{Ubu}$ ، ${}^{293}_{147}\text{Ubu}$ ، ${}^{295}_{148}\text{Ubu}$ ، ${}^{297}_{149}\text{Ubu}$ ، ${}^{299}_{150}\text{Ubu}$ ، ${}^{301}_{151}\text{Ubu}$ ، ${}^{303}_{152}\text{Ubu}$ ، ${}^{305}_{153}\text{Ubu}$ ، ${}^{307}_{154}\text{Ubu}$ ، ${}^{309}_{155}\text{Ubu}$ ، ${}^{311}_{156}\text{Ubu}$ ، ${}^{313}_{157}\text{Ubu}$ ، ${}^{315}_{158}\text{Ubu}$ ، ${}^{317}_{159}\text{Ubu}$ ، ${}^{319}_{160}\text{Ubu}$ ، ${}^{321}_{161}\text{Ubu}$ ، ${}^{323}_{162}\text{Ubu}$ ، ${}^{325}_{163}\text{Ubu}$ ، ${}^{327}_{164}\text{Ubu}$ ، ${}^{329}_{165}\text{Ubu}$ ، ${}^{331}_{166}\text{Ubu}$ ، ${}^{333}_{167}\text{Ubu}$ ، ${}^{335}_{168}\text{Ubu}$ ، ${}^{337}_{169}\text{Ubu}$ ، ${}^{339}_{170}\text{Ubu}$ ، ${}^{341}_{171}\text{Ubu}$ ، ${}^{343}_{172}\text{Ubu}$ ، ${}^{345}_{173}\text{Ubu}$ ، ${}^{347}_{174}\text{Ubu}$ ، ${}^{349}_{175}\text{Ubu}$ ، ${}^{351}_{176}\text{Ubu}$ ، ${}^{353}_{177}\text{Ubu}$ ، ${}^{355}_{178}\text{Ubu}$ ، ${}^{357}_{179}\text{Ubu}$ ، ${}^{359}_{180}\text{Ubu}$ ، ${}^{361}_{181}\text{Ubu}$ ، ${}^{363}_{182}\text{Ubu}$ ، ${}^{365}_{183}\text{Ubu}$ ، ${}^{367}_{184}\text{Ubu}$ ، ${}^{369}_{185}\text{Ubu}$ ، ${}^{371}_{186}\text{Ubu}$ ، ${}^{373}_{187}\text{Ubu}$ ، ${}^{375}_{188}\text{Ubu}$ ، ${}^{377}_{189}\text{Ubu}$ ، ${}^{379}_{190}\text{Ubu}$ ، ${}^{381}_{191}\text{Ubu}$ ، ${}^{383}_{192}\text{Ubu}$ ، ${}^{385}_{193}\text{Ubu}$ ، ${}^{387}_{194}\text{Ubu}$ ، ${}^{389}_{195}\text{Ubu}$ ، ${}^{391}_{196}\text{Ubu}$ ، ${}^{393}_{197}\text{Ubu}$ ، ${}^{395}_{198}\text{Ubu}$ ، ${}^{397}_{199}\text{Ubu}$ ، ${}^{399}_{200}\text{Ubu}$ ، ${}^{401}_{201}\text{Ubu}$ ، ${}^{403}_{202}\text{Ubu}$ ، ${}^{405}_{203}\text{Ubu}$ ، ${}^{407}_{204}\text{Ubu}$ ، ${}^{409}_{205}\text{Ubu}$ ، ${}^{411}_{206}\text{Ubu}$ ، ${}^{413}_{207}\text{Ubu}$ ، ${}^{415}_{208}\text{Ubu}$ ، ${}^{417}_{209}\text{Ubu}$ ، ${}^{419}_{210}\text{Ubu}$ ، ${}^{421}_{211}\text{Ubu}$ ، ${}^{423}_{212}\text{Ubu}$ ، ${}^{425}_{213}\text{Ubu}$ ، ${}^{427}_{214}\text{Ubu}$ ، ${}^{429}_{215}\text{Ubu}$ ، ${}^{431}_{216}\text{Ubu}$ ، ${}^{433}_{217}\text{Ubu}$ ، ${}^{435}_{218}\text{Ubu}$ ، ${}^{437}_{219}\text{Ubu}$ ، ${}^{439}_{220}\text{Ubu}$ ، ${}^{441}_{221}\text{Ubu}$ ، ${}^{443}_{222}\text{Ubu}$ ، ${}^{445}_{223}\text{Ubu}$ ، ${}^{447}_{224}\text{Ubu}$ ، ${}^{449}_{225}\text{Ubu}$ ، ${}^{451}_{226}\text{Ubu}$ ، ${}^{453}_{227}\text{Ubu}$ ، ${}^{455}_{228}\text{Ubu}$ ، ${}^{457}_{229}\text{Ubu}$ ، ${}^{459}_{230}\text{Ubu}$ ، ${}^{461}_{231}\text{Ubu}$ ، ${}^{463}_{232}\text{Ubu}$ ، ${}^{465}_{233}\text{Ubu}$ ، ${}^{467}_{234}\text{Ubu}$ ، ${}^{469}_{235}\text{Ubu}$ ، ${}^{471}_{236}\text{Ubu}$ ، ${}^{473}_{237}\text{Ubu}$ ، ${}^{475}_{238}\text{Ubu}$ ، ${}^{477}_{239}\text{Ubu}$ ، ${}^{479}_{240}\text{Ubu}$ ، ${}^{481}_{241}\text{Ubu}$ ، ${}^{483}_{242}\text{Ubu}$ ، ${}^{485}_{243}\text{Ubu}$ ، ${}^{487}_{244}\text{Ubu}$ ، ${}^{489}_{245}\text{Ubu}$ ، ${}^{491}_{246}\text{Ubu}$ ، ${}^{493}_{247}\text{Ubu}$ ، ${}^{495}_{248}\text{Ubu}$ ، ${}^{497}_{249}\text{Ubu}$ ، ${}^{499}_{250}\text{Ubu}$ ، ${}^{501}_{251}\text{Ubu}$ ، ${}^{503}_{252}\text{Ubu}$ ، ${}^{505}_{253}\text{Ubu}$ ، ${}^{507}_{254}\text{Ubu}$ ، ${}^{509}_{255}\text{Ubu}$ ، ${}^{511}_{256}\text{Ubu}$ ، ${}^{513}_{257}\text{Ubu}$ ، ${}^{515}_{258}\text{Ubu}$ ، ${}^{517}_{259}\text{Ubu}$ ، ${}^{519}_{260}\text{Ubu}$ ، ${}^{521}_{261}\text{Ubu}$ ، ${}^{523}_{262}\text{Ubu}$ ، ${}^{525}_{263}\text{Ubu}$ ، ${}^{527}_{264}\text{Ubu}$ ، ${}^{529}_{265}\text{Ubu}$ ، ${}^{531}_{266}\text{Ubu}$ ، ${}^{533}_{267}\text{Ubu}$ ، ${}^{535}_{268}\text{Ubu}$ ، ${}^{537}_{269}\text{Ubu}$ ، ${}^{539}_{270}\text{Ubu}$ ، ${}^{541}_{271}\text{Ubu}$ ، ${}^{543}_{272}\text{Ubu}$ ، ${}^{545}_{273}\text{Ubu}$ ، ${}^{547}_{274}\text{Ubu}$ ، ${}^{549}_{275}\text{Ubu}$ ، ${}^{551}_{276}\text{Ubu}$ ، ${}^{553}_{277}\text{Ubu}$ ، ${}^{555}_{278}\text{Ubu}$ ، ${}^{557}_{279}\text{Ubu}$ ، ${}^{559}_{280}\text{Ubu}$ ، ${}^{561}_{281}\text{Ubu}$ ، ${}^{563}_{282}\text{Ubu}$ ، ${}^{565}_{283}\text{Ubu}$ ، ${}^{567}_{284}\text{Ubu}$ ، ${}^{569}_{285}\text{Ubu}$ ، ${}^{571}_{286}\text{Ubu}$ ، ${}^{573}_{287}\text{Ubu}$ ، ${}^{575}_{288}\text{Ubu}$ ، ${}^{577}_{289}\text{Ubu}$ ، ${}^{579}_{290}\text{Ubu}$ ، ${}^{581}_{291}\text{Ubu}$ ، ${}^{583}_{292}\text{Ubu}$ ، ${}^{585}_{293}\text{Ubu}$ ، ${}^{587}_{294}\text{Ubu}$ ، ${}^{589}_{295}\text{Ubu}$ ، ${}^{591}_{296}\text{Ubu}$ ، ${}^{593}_{297}\text{Ubu}$ ، ${}^{595}_{298}\text{Ubu}$ ، ${}^{597}_{299}\text{Ubu}$ ، ${}^{599}_{300}\text{Ubu}$ ، ${}^{601}_{301}\text{Ubu}$ ، ${}^{603}_{302}\text{Ubu}$ ، ${}^{605}_{303}\text{Ubu}$ ، ${}^{607}_{304}\text{Ubu}$ ، ${}^{609}_{305}\text{Ubu}$ ، ${}^{611}_{306}\text{Ubu}$ ، ${}^{613}_{307}\text{Ubu}$ ، ${}^{615}_{308}\text{Ubu}$ ، ${}^{617}_{309}\text{Ubu}$ ، ${}^{619}_{310}\text{Ubu}$ ، ${}^{621}_{311}\text{Ubu}$ ، ${}^{623}_{312}\text{Ubu}$ ، ${}^{625}_{313}\text{Ubu}$ ، ${}^{627}_{314}\text{Ubu}$ ، ${}^{629}_{315}\text{Ubu}$ ، ${}^{631}_{316}\text{Ubu}$ ، ${}^{633}_{317}\text{Ubu}$ ، ${}^{635}_{318}\text{Ubu}$ ، ${}^{637}_{319}\text{Ubu}$ ، ${}^{639}_{320}\text{Ubu}$ ، ${}^{641}_{321}\text{Ubu}$ ، ${}^{643}_{322}\text{Ubu}$ ، ${}^{645}_{323}\text{Ubu}$ ، ${}^{647}_{324}\text{Ubu}$ ، ${}^{649}_{325}\text{Ubu}$ ، ${}^{651}_{326}\text{Ubu}$ ، ${}^{653}_{327}\text{Ubu}$ ، ${}^{655}_{328}\text{Ubu}$ ، ${}^{657}_{329}\text{Ubu}$ ، ${}^{659}_{330}\text{Ubu}$ ، ${}^{661}_{331}\text{Ubu}$ ، ${}^{663}_{332}\text{Ubu}$ ، ${}^{665}_{333}\text{Ubu}$ ، ${}^{667}_{334}\text{Ubu}$ ، ${}^{669}_{335}\text{Ubu}$ ، ${}^{671}_{336}\text{Ubu}$ ، ${}^{673}_{337}\text{Ubu}$ ، ${}^{675}_{338}\text{Ubu}$ ، ${}^{677}_{339}\text{Ubu}$ ، ${}^{679}_{340}\text{Ubu}$ ، ${}^{681}_{341}\text{Ubu}$ ، ${}^{683}_{342}\text{Ubu}$ ، ${}^{685}_{343}\text{Ubu}$ ، ${}^{687}_{344}\text{Ubu}$ ، ${}^{689}_{345}\text{Ubu}$ ، ${}^{691}_{346}\text{Ubu}$ ، ${}^{693}_{347}\text{Ubu}$ ، ${}^{695}_{348}\text{Ubu}$ ، ${}^{697}_{349}\text{Ubu}$ ، ${}^{699}_{350}\text{Ubu}$ ، ${}^{701}_{351}\text{Ubu}$ ، ${}^{703}_{352}\text{Ubu}$ ، ${}^{705}_{353}\text{Ubu}$ ، ${}^{707}_{354}\text{Ubu}$ ، ${}^{709}_{355}\text{Ubu}$ ، ${}^{711}_{356}\text{Ubu}$ ، ${}^{713}_{357}\text{Ubu}$ ، ${}^{715}_{358}\text{Ubu}$ ، ${}^{717}_{359}\text{Ubu}$ ، ${}^{719}_{360}\text{Ubu}$ ، ${}^{721}_{361}\text{Ubu}$ ، ${}^{723}_{362}\text{Ubu}$ ، ${}^{725}_{363}\text{Ubu}$ ، ${}^{727}_{364}\text{Ubu}$ ، ${}^{729}_{365}\text{Ubu}$ ، ${}^{731}_{366}\text{Ubu}$ ، ${}^{733}_{367}\text{Ubu}$ ، ${}^{735}_{368}\text{Ubu}$ ، ${}^{737}_{369}\text{Ubu}$ ، ${}^{739}_{370}\text{Ubu}$ ، ${}^{741}_{371}\text{Ubu}$ ، ${}^{743}_{372}\text{Ubu}$ ، ${}^{745}_{373}\text{Ubu}$ ، ${}^{747}_{374}\text{Ubu}$ ، ${}^{749}_{375}\text{Ubu}$ ، ${}^{751}_{376}\text{Ubu}$ ، ${}^{753}_{377}\text{Ubu}$ ، ${}^{755}_{378}\text{Ubu}$ ، ${}^{757}_{379}\text{Ubu}$ ، ${}^{759}_{380}\text{Ubu}$ ، ${}^{761}_{381}\text{Ubu}$ ، ${}^{763}_{382}\text{Ubu}$ ، ${}^{765}_{383}\text{Ubu}$ ، ${}^{767}_{384}\text{Ubu}$ ، ${}^{769}_{385}\text{Ubu}$ ، ${}^{771}_{386}\text{Ubu}$ ، ${}^{773}_{387}\text{Ubu}$ ، ${}^{775}_{388}\text{Ubu}$ ، ${}^{777}_{389}\text{Ubu}$ ، ${}^{779}_{390}\text{Ubu}$ ، ${}^{781}_{391}\text{Ubu}$ ، ${}^{783}_{392}\text{Ubu}$ ، ${}^{785}_{393}\text{Ubu}$ ، ${}^{787}_{394}\text{Ubu}$ ، ${}^{789}_{395}\text{Ubu}$ ، ${}^{791}_{396}\text{Ubu}$ ، ${}^{793}_{397}\text{Ubu}$ ، ${}^{795}_{398}\text{Ubu}$ ، ${}^{797}_{399}\text{Ubu}$ ، ${}^{799}_{400}\text{Ubu}$ ، ${}^{801}_{401}\text{Ubu}$ ، ${}^{803}_{402}\text{Ubu}$ ، ${}^{805}_{403}\text{Ubu}$ ، ${}^{807}_{404}\text{Ubu}$ ، ${}^{809}_{405}\text{Ubu}$ ، ${}^{811}_{406}\text{Ubu}$ ، ${}^{813}_{407}\text{Ubu}$ ، ${}^{815}_{408}\text{Ubu}$ ، ${}^{817}_{409}\text{Ubu}$ ، ${}^{819}_{410}\text{Ubu}$ ، ${}^{821}_{411}\text{Ubu}$ ، ${}^{823}_{412}\text{Ubu}$ ، ${}^{825}_{413}\text{Ubu}$ ، ${}^{827}_{414}\text{Ubu}$ ، ${}^{829}_{415}\text{Ubu}$ ، ${}^{831}_{416}\text{Ubu}$ ، ${}^{833}_{417}\text{Ubu}$ ، ${}^{835}_{418}\text{Ubu}$ ، ${}^{837}_{419}\text{Ubu}$ ، ${}^{839}_{420}\text{Ubu}$ ، ${}^{841}_{421}\text{Ubu}$ ، ${}^{843}_{422}\text{Ubu}$ ، ${}^{845}_{423}\text{Ubu}$ ، ${}^{847}_{424}\text{Ubu}$ ، ${}^{849}_{425}\text{Ubu}$ ، ${}^{851}_{426}\text{Ubu}$ ، ${}^{853}_{427}\text{Ubu}$ ، ${}^{855}_{428}\text{Ubu}$ ، ${}^{857}_{429}\text{Ubu}$ ، ${}^{859}_{430}\text{Ubu}$ ، ${}^{861}_{431}\text{Ubu}$ ، ${}^{863}_{432}\text{Ubu}$ ، ${}^{865}_{433}\text{Ubu}$ ، ${}^{867}_{434}\text{Ubu}$ ، ${}^{869}_{435}\text{Ubu}$ ، ${}^{871}_{436}\text{Ubu}$ ، ${}^{873}_{437}\text{Ubu}$ ، ${}^{875}_{438}\text{Ubu}$ ، ${}^{877}_{439}\text{Ubu}$ ، ${}^{879}_{440}\text{Ubu}$ ، ${}^{881}_{441}\text{Ubu}$ ، ${}^{883}_{442}\text{Ubu}$ ، ${}^{885}_{443}\text{Ubu}$ ، ${}^{887}_{444}\text{Ubu}$ ، ${}^{889}_{445}\text{Ubu}$ ، ${}^{891}_{446}\text{Ubu}$ ، ${}^{893}_{447}\text{Ubu}$ ، ${}^{895}_{448}\text{Ubu}$ ، ${}^{897}_{449}\text{Ubu}$ ، ${}^{899}_{450}\text{Ubu}$ ، ${}^{901}_{451}\text{Ubu}$ ، ${}^{903}_{452}\text{Ubu}$ ، ${}^{905}_{453}\text{Ubu}$ ، ${}^{907}_{454}\text{Ubu}$ ، ${}^{909}_{455}\text{Ubu}$ ، ${}^{911}_{456}\text{Ubu}$ ، ${}^{913}_{457}\text{Ubu}$ ، ${}^{915}_{458}\text{Ubu}$ ، ${}^{917}_{459}\text{Ubu}$ ، ${}^{919}_{460}\text{Ubu}$ ، ${}^{921}_{461}\text{Ubu}$ ، ${}^{923}_{462}\text{Ubu}$ ، ${}^{925}_{463}\text{Ubu}$ ، ${}^{927}_{464}\text{Ubu}$ ، ${}^{929}_{465}\text{Ubu}$ ، ${}^{931}_{466}\text{Ubu}$ ، ${}^{933}_{467}\text{Ubu}$ ، ${}^{935}_{468}\text{Ubu}$ ، ${}^{937}_{469}\text{Ubu}$ ، ${}^{939}_{470}\text{Ubu}$ ، ${}^{941}_{471}\text{Ubu}$ ، ${}^{943}_{472}\text{Ubu}$ ، ${}^{945}_{473}\text{Ubu}$ ، ${}^{947}_{474}\text{Ubu}$ ، ${}^{949}_{475}\text{Ubu}$ ، ${}^{951}_{476}\text{Ubu}$ ، ${}^{953}_{477}\text{Ubu}$ ، ${}^{955}_{478}\text{Ubu}$ ، ${}^{957}_{479}\text{Ubu}$ ، ${}^{959}_{480}\text{Ubu}$ ، ${}^{961}_{481}\text{Ubu}$ ، ${}^{963}_{482}\text{Ubu}$ ، ${}^{965}_{483}\text{Ubu}$ ، ${}^{967}_{484}\text{Ubu}$ ، ${}^{969}_{485}\text{Ubu}$ ، ${}^{971}_{486}\text{Ubu}$ ، ${}^{973}_{487}\text{Ubu}$ ، ${}^{975}_{488}\text{Ubu}$ ، ${}^{977}_{489}\text{Ubu}$ ، ${}^{979}_{490}\text{Ubu}$ ، ${}^{981}_{491}\text{Ubu}$ ، ${}^{983}_{492}\text{Ubu}$ ، ${}^{985}_{493}\text{Ubu}$ ، ${}^{987}_{494}\text{Ubu}$ ، ${}^{989}_{495}\text{Ubu}$ ، ${}^{991}_{496}\text{Ubu}$ ، ${}^{993}_{497}\text{Ubu}$ ، ${}^{995}_{498}\text{Ubu}$ ، ${}^{997}_{499}\text{Ubu}$ ، ${}^{999}_{500}\text{Ubu}$ ، ${}^{1001}_{501}\text{Ubu}$ ، ${}^{1003}_{502}\text{Ubu}$ ، ${}^{1005}_{503}\text{Ubu}$ ، ${}^{1007}_{504}\text{Ubu}$ ، ${}^{1009}_{505}\text{Ubu}$ ، ${}^{1011}_{506}\text{Ubu}$ ، ${}^{1013}_{507}\text{Ubu}$ ، ${}^{1015}_{508}\text{Ubu}$ ، ${}^{1017}_{509}\text{Ubu}$ ، ${}^{1019}_{510}\text{Ubu}$ ، ${}^{1021}_{511}\text{Ubu}$ ، ${}^{1023}_{512}\text{Ubu}$ ، ${}^{1025}_{513}\text{Ubu}$ ، ${}^{1027}_{514}\text{Ubu}$ ، ${}^{1029}_{515}\text{Ubu}$ ، ${}^{1031}_{516}\text{Ubu}$ ، ${}^{1033}_{517}\text{Ubu}$ ، ${}^{1035}_{518}\text{Ubu}$ ، ${}^{1037}_{519}\text{Ubu}$ ، ${}^{1039}_{520}\text{Ubu}$ ، ${}^{1041}_{521}\text{Ubu}$ ، ${}^{1043}_{522}\text{Ubu}$ ، ${}^{1045}_{523}\text{Ubu}$ ، ${}^{1047}_{524}\text{Ubu}$ ، ${}^{1049}_{525}\text{Ubu}$ ، ${}^{1051}_{526}\text{Ubu}$ ، ${}^{1053}_{527}\text{Ubu}$ ، ${}^{1055}_{528}\text{Ubu}$ ، ${}^{1057}_{529}\text{Ubu}$ ، ${}^{1059}_{530}\text{Ubu}$ ، ${}^{1061}_{531}\text{Ubu}$ ، ${}^{1063}_{532}\text{Ubu}$ ، ${}^{1065}_{533}\text{Ubu}$ ، ${}^{1067}_{534}\text{Ubu}$ ، ${}^{1069}_{535}\text{Ubu}$ ، ${}^{1071}_{536}\text{Ubu}$ ، ${}^{1073}_{537}\text{Ubu}$ ، ${}^{1075}_{538}\text{Ubu}$ ، ${}^{1077}_{539}\text{Ubu}$ ، ${}^{1079}_{540}\text{Ubu}$ ، ${}^{1081}_{541}\text{Ubu}$ ، ${}^{1083}_{542}\text{Ubu}$ ، ${}^{1085}_{543}\text{Ubu}$ ، ${}^{1087}_{544}\text{Ubu}$ ، ${}^{1089}_{545}\text{Ubu}$ ، ${}^{1091}_{546}\text{Ubu}$ ، ${}^{1093}_{547}\text{Ubu}$ ، ${}^{1095}_{548}\text{Ubu}$ ، ${}^{1097}_{549}\text{Ubu}$ ، ${}^{1099}_{550}\text{Ubu}$ ، ${}^{1101}_{551}\text{Ubu}$

این محاسبات در جدول ۲.۴ خلاصه شده اند که در اینجا آنها را مرور می کنیم. بنابراین ترتیب قرار گرفتن انرژی مدارها در شکل ۵.۴، مدار $2s_{1/2}$ باید بعد از مدارهای $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$ و $2d_{5/2}$ برشود. چون این مدارها روی هم رفته $2+2+2+6=12$

جدول ۲.۴ محاسبه انرژی نوکلئون با کمترین قید، یعنی مقدار $S_p - S_n$ یا $S_n - S_p$ در هسته های مختلف که در آنها نوکلئون در مدار $1s_{1/2}$ فرض شده است. انرژیها بر حسب MeV هستند. در ردیف آخر، انرژی جدایی S_n یا S_p که به طور تجربی تعیین شده، آمده است و در هر مورد، انرژی میانگین این دو نوع نوکلئون در تراز $1s_{1/2}$ محاسبه شده است.

پروتونها		نوترونها			
۳s	۲s	۲s	۳s	۲s	
۹۴	۱۶	۱۷۱	۶۵	۱۵	N
۶۵	۱۵	~۱۰۴	۴۸	۱۴	Z
۱۵۹	۳۱	~۲۷۵	۱۱۳	۲۹	A
۵۲۴۳	۳۲۱۴	۶۲۵۱	۲۲۸۴	۳۲۰۷	$A^{1/2}$
۶۲۷۸	۳۲۹۳	۸۲۱۳	۶۲۰۴	۳۲۸۴	R, f
۳	۲	۴	۳	۲	n
۶۲۱	۳۲۹	۸۲۳	۶۲۱	۳۲۹	$\frac{2n-1/2}{0.9}$
۴۱	۵۳	۵۰	۵۰	۵۵	$E-V$
۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	V_0
+۴۲۹	+۱۲۰	-۶۲۶	-۴۲۱	-۱۲۰	ΔV_s
-۱۷۲۹	-۷۲۲	۰	۰	۰	ΔV_c
۴۴۲۰	۵۰۲۸	۵۰۲۲	۵۲۲۹	۵۶۲۰	-V
۳۲۰	✓-۲۲۲	۰۲۲	۲۲۹	۱۲۰	-E
۶۲۸	۸۲۱	~۵	۷۲۸	۹۲۵	S_n, S_p

نوکلئون را در خود جای می‌دهند، با نوزدهمین نوترون و پروتون به‌مدار $25\frac{1}{2}$ می‌روند. به‌همین ترتیب به آسانی می‌توان حساب کرد که شصت و پنجمین نوترون و پروتون به‌مدار $35\frac{1}{2}$ و صد و هفتاد و یکمین نوترون و پروتون به‌مدار $45\frac{1}{2}$ می‌روند. محاسبات را برای هسته‌هایی با این تعداد نوترون و پروتون انجام می‌دهیم. تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها را در این هسته‌ها به ترتیب می‌توان از عدد اتمی و وزن اتمی عناصری که در طبیعت پیدامی‌شوند به‌دست آورد، برای هسته‌ای با ۱۷۱ نوترون احتیاج به یک پرونیایی کوتاه داریم. ردیف‌های بعدی جدول ۲۰۴ به تعیین R از رابطه (۲۰۴) و سپس $E - V$ از رابطه (۱۰۴) اختصاص داده شده‌اند (هفتمین ردیف برای استفاده‌های بعدی است).

چهار ردیف بعدی جدول ۲۰۴ مربوط به محاسبه عمق چاه پتانسیل V ، یعنی حاصل جمع V_0 از رابطه (۲۰۴)، ΔV_0 از رابطه (۳۰۴)، و ΔV_0 پتانسیل کولنسی پروتون، می‌شود. به‌خاطر سادگی، ΔV_0 را ثابت گرفتیم که برابر با متوسط پتانسیل کولنی رابطه (۲۰۴) در $r = R$ و $r = 0$ است. با اضافه کردن V به $E - V$ ، مقدار E را به‌دست می‌آوریم. این محاسبه به علت فرض چاه مربعی و استفاده از ساده‌سازیهای بخش ۱۰۲ چندان دقیق نیست. ولی برای نشان دادن این مطلب که E نزدیک به صفر است، صحیح است. پتانسیل نظریه پسته‌ای «تقریباً تا بالا» از نوکلئون‌ها پر شده است. بعلاوه همان‌طور که در جدول ۲۰۴ با محاسبه هم نشان داده شده است، E برای هسته‌های پایدار با جرم‌های مختلف تقریباً یکسان، و برای نوترون و پروتون نیز یکسان است.

تساوی تقریبی انرژی بالاترین نوترون و پروتون در هسته، همان‌طور که در بخش ۲۰۸ خواهیم دید، شرطی است برای پایداری آنها در مقابل واپاشی بتا، و بنابراین باید یکی از خواص همه هسته‌های پایدار باشد. همین شرط است که تعداد نسبی نوترون و پروتون را در هسته پایدار تعیین می‌کند. چاه پتانسیل برای پروتون، کم‌عمقتر از چاه پتانسیل برای نوترون است (این اختلاف از نظر کمی در جدول ۲۰۴ با $2\Delta V_0 - \Delta V_0$ ، و از نظر کیفی در شکل ۲۰۴ نشان داده شده است)، در نتیجه تعداد کمتری پروتون نسبت به نوترون لازم است تا تمام مدارها تا انرژی معینی پر شوند. این امر بیان می‌کند که چرا در هسته‌های سنگین، تعداد نوترون بیشتر از پروتون است، این موضوع در اساس یک اثر کولنی ΔV_0 است و اثر تقارنی ΔV_0 در جهت مخالف این نابرابری عمل می‌کند که تأثیرش خیلی ضعیفتر است.

انرژی لازم برای کندن سست‌ترین نوترون یا پروتون از هسته‌ها، انرژی جدایی نوکلئون S_N یا S_P نامیده می‌شود. برای هسته‌هایی که در جدول ۲۰۴ در نظر گرفته شده‌اند، این انرژی متناظر با E است زیرا نوکلئونهای $5\frac{1}{2}$ در آن هسته‌ها با کمترین انرژی مقید هستند و اگر بخواهیم نوکلئون را از هسته خارج کنیم باید انرژی آن را به $E = 0$ برسانیم. انرژیهای جدایی را می‌توان به‌طور تجربی به روشهای مختلف از جمله روشی که در مورد رابطه (۱۰۳) یادآوری شد، و روش دیگری که در بخش ۱۰۷ توضیح داده می‌شود، به‌دست آورد. مقادیر مربوط در ردیف آخر جدول ۲۰۴ آورده شده‌اند. مشاهده می‌کنیم که انرژیهای جدایی معمولاً در حدود مقدار زیر هستند. دقت محاسبات جدول ۲۰۴ را می‌توان با مقایسه

$$S_p \approx S_n \approx 8 \text{ MeV} \quad (11.2)$$

دو ردیف آخر جدول ۲.۴ ارزیابی کرد. مشاهده می‌شود که خطای آن حدود چند MeV است که با در نظر گرفتن اینکه اثرهای کلی مورد محاسبه از مرتبه ۵۰ MeV هستند این خطا چندان هم بد نیست.

۲.۲ فاصله‌های انرژی میان پوسته‌ها

برای کاربردهای بعدی، دانستن اختلاف انرژی میان دو پوسته متوالی $dE/d\mathcal{N}$ مفید خواهد بود. از آنجا که مدارهای $1s_{1/2}$ ، $2s_{1/2}$ ، $1d_{5/2}$ در پوسته‌های ۱، ۳، ۵، ... شکل ۵.۴ قرار دارند، هرگاه تنها مدارهای $1s_{1/2}$ را در نظر بگیریم، می‌توان چنین نوشت

$$\mathcal{N} = 2n - 1 \quad (12.2)$$

پس $dE/d\mathcal{N}$ برابر $1/2 dE/dn$ است و در نتیجه از رابطه (۱۰.۴) خواهیم داشت

$$\frac{dE}{d\mathcal{N}} \propto n \propto \mathcal{N} + 1$$

ولی این نتیجه که دال بر افزایش سریع فاصله انرژی میان پوسته‌ها با افزایش $\mathcal{N}$ است صحیح نیست. این اختلاف باز هم به علت استفاده از جبهه مربعی و ساده‌سازی بخش ۱.۲ پیش آمده است. محاسبات با پتانسیلهای (۱.۴) و (۲.۴) نشان می‌دهد که $dE/d\mathcal{N}$ تقریباً برای همه پوسته‌ها در یک هسته دلخواه ثابت است. دانشجویان سالهای بالاتر احتمالاً تشخیص می‌دهند که این همان وضعیت پتانسیل نوسان‌کننده هارمونیک است که برای آن^۱

$$E = -V_1 + \left(\mathcal{N} + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega \quad (13.2)$$

از آنجا

$$\frac{dE}{d\mathcal{N}} = \hbar \omega = \text{const.} \quad (14.2)$$

با محاسبات کامل برای پتانسیل رابطه (۱.۴)، (۲.۴) و همچنین برای پتانسیل نوسان‌کننده هارمونیک (۹.۲) رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{dE}{d\mathcal{N}} \approx \frac{21 \text{ MeV}}{A^{1/3}} \quad (15.2)$$

۱. معمولاً جمله دوم در این فرمول به صورت $(\mathcal{N} + 3/2) \hbar \omega$ داده می‌شود، ولی در اینجا برای یابنترین حالت انرژی $\mathcal{N} = 0$ فرض شده است در صورتی که ما آن را حالت $\mathcal{N} = 1$ می‌نامیم.

رابطه فوق برای پتانسیل نوسان کننده هارمونیک تا حدی قابل درک است، اگر در نظر آوریم که انرژی مست‌ترین نوکلئون $S_n -$ طبق رابطه (۹.۴) به شعاع R' پتانسیل در آن انرژی مربوط است، پس برابر قراردادن انرژی حاصل از رابطه (۱۳.۴) و رابطه (۹.۴) چنین به دست می‌آید

$$\left(\mathcal{N} + \frac{1}{4}\right) \hbar \omega = \frac{1}{4} M \omega^2 R'^2 \quad (16.4)$$

از رابطه (۱۲.۴) و هفتمین ردیف جدول ۲.۴ مشاهده می‌کنیم که با تقریب نسبتاً خوبی داریم

$$\mathcal{N} + \frac{1}{4} = 2n - \frac{1}{4} = 0.9 R \quad f^{-1}$$

اگر R' را شعاع پتانسیل مربوط به (۱.۴) و (۲.۴) در $E = -S_n$ بگیریم، برای هسته‌های با جرم متوسط تقریباً داریم

$$R' \approx 1.15 R$$

با قراردادن داده‌های بالا در رابطه (۱۶.۴)، آن رابطه به معادله زیر تبدیل می‌شود

$$\hbar \omega = \frac{1.346 \hbar^2}{MR} = \frac{41 \text{ MeV}}{A^{1/3}} \quad (17.4)$$

که با جانشین کردن معادله فوق در رابطه (۱۲.۴) رابطه (۱۵.۴) به دست می‌آید. اگر در این محاسبات جرم مؤثر M^* را به کار ببریم، از رابطه (۱۷.۴) می‌بینیم که نتیجه چنین می‌شود

$$\frac{dE}{d\mathcal{N}} = \hbar \omega = \frac{41 \text{ MeV}}{A^{1/3}} \frac{M}{M^*} \quad (18.4)$$

در ناحیه انرژی که مدارها در هسته‌های پایدار پسر می‌شوند $E \approx -8 \text{ MeV}$ ، اندازه‌گیری‌های تجربی با روشهایی که در رابطه با شکل ۷.۱۴ بحث خواهد شد، چنین نتیجه می‌دهند

$$\frac{dE}{d\mathcal{N}} \approx \frac{33 \text{ MeV}}{A^{1/3}} \quad (19.4)$$

با مقایسه این رابطه و رابطه (۱۸.۴) می‌بینیم که در این ناحیه از انرژی $M^* = 1.3 M$ است. تغییرات شگفت‌آوری از نسبت M^*/M را در مسئله ۳.۴ بررسی می‌کنیم.

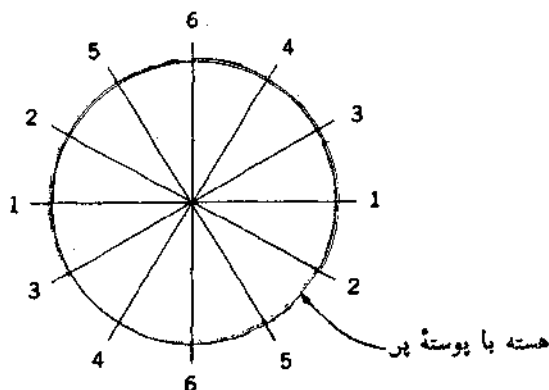
۸.۴ هسته‌های غیر کروی

این حقیقت که پتانسیل نظریه پسته‌ای نشانگر میانگین برهم کنشهای میان يك نوكلئون دلبخواه و نوكلئونهای دیگر در هسته است، نتیجه بسیار مهمی دارد. این نتیجه ایجاب می‌کند که شکل بسیاری از هسته‌ها غیر کروی باشند. ایسن مطلب را می‌توان به کمک مدل بسیار ساده شده زیر درک کرد.

در يك پسته کاملاً پر، این واقعیت که تمام مدارهای مربوط به هر l اشغال شده‌اند، این مفهوم را می‌رساند که همه مقادیر ممکن m (عدد کوانتومی سمتگیری فضایی) به‌طور یکسان میان تمام مدارهای اشغال شده توزیع شده‌اند. بنابراین هسته‌های با پسته پر همان‌طور که در شکل ۶.۴ با دایره نشان داده شده، باید تقارن کروی داشته باشند. حال فرض کنیم که مدارهای مجاز در پسته بعدی هنگامی که از کناره در نظر گرفته شوند، می‌توانند شش سمتگیری در فضا داشته باشند که در شکل با شش خط شماره دار نشان داده شده‌اند. حال ببینیم ضمن پر شدن این مدارها توسط نوكلئونها چه اتفاقی می‌افتد.

فرض کنیم که اولین نوكلئون در پسته جدید به يك مدار ۱ می‌رود. پایتترین وضعیت انرژی برای نوكلئون بعدی مدار دیگر ۱ است. چون در این مدار نوكلئون جاذبه اضافی ناشی از وجود نوكلئون اول را احساس می‌کند. به دلیل مشابه نوكلئونهای بعدی نیز به مدارهای ۱ می‌روند تا اینکه مدارهای ۱ همه پر شوند. پس از پر شدن مدار ۱ نوكلئونهای بعدی به مدارهای ۲ یا ۳ می‌روند چون به این ترتیب نوكلئونها تا حد امکان به نوكلئونهای که قبلاً در هسته بودند نزدیک می‌شوند. هنگامی که مدارهای ۱، ۲ و ۳ پر شوند، در مدارهای افقی بیشتر از مدارهای عمودی نوكلئون وجود دارد.

این امر بر پتانسیل نظریه پسته‌ای چه تأثیری دارد؟ این پتانسیل در هسته نشانگر



شکل ۶.۴ طرح نمایشی يك هسته با پسته پر (مقدار کروی که به همین علت با دایره نمایش داده شده است) و مدارهای پسته بعدی که از کناره نظاره شده است.

میانگین نیروی وارد شده به یک نوکلئون توسط نوکلئونهای دیگر است، پس این پتانسیل تقریباً متناسب با چگالی توزیع نوکلئونهاست. این حقیقت که اغلب نوکلئونها در مدارهای افقی هستند به این معنی است که توزیع چگالی دارای تقارن کروی نیست. در نتیجه، پتانسیل نظریه پسته‌ای در جهت افقی کشیده شده و به یک بیضیوار تغییر شکل می‌دهد چون پتانسیل تغییر شکل یافته است، حتی مدارهای پسته‌های پر نیز تغییر شکل می‌یابند و تمامی هسته شکل بیضیوار به خود می‌گیرد.

حال به چگونگی پر شدن پسته‌ها بر اساس شکل ۶.۴ برگردیم. وقتی مدارهای ۱، ۲، ۳ پر شوند، تنها مدارهای باقیمانده آن پسته، مدارهای قائم ۴، ۵، ۶ هستند. البته مدارهای افقی بسیار زیادی در لایه‌های بعدی وجود دارند، ولی برای قرار گرفتن نوکلئونها در آنها مقدار قابل توجهی انرژی اضافی لازم است که با رابطه (۱۵.۴) داده می‌شود. بنابراین از نظر انرژی با صرفه تر است که نوکلئونها به مدارهای قائم بروند. در ضمن اینکه این مدارها پرمی‌شوند، زیادی نوکلئونها در مدارهای افقی کاهش می‌یابد و در نتیجه چگالی نوکلئونها (و بنابراین پتانسیل نظریه پسته‌ای) کمتر بیضیوار می‌شود. سرانجام، هنگامی که تمام مدارهای شکل ۶.۴ پر شوند (پسته پرمی‌شود) نوکلئونها در تمام راستاها توزیع می‌شوند و هسته تقارن کروی به خود می‌گیرد.

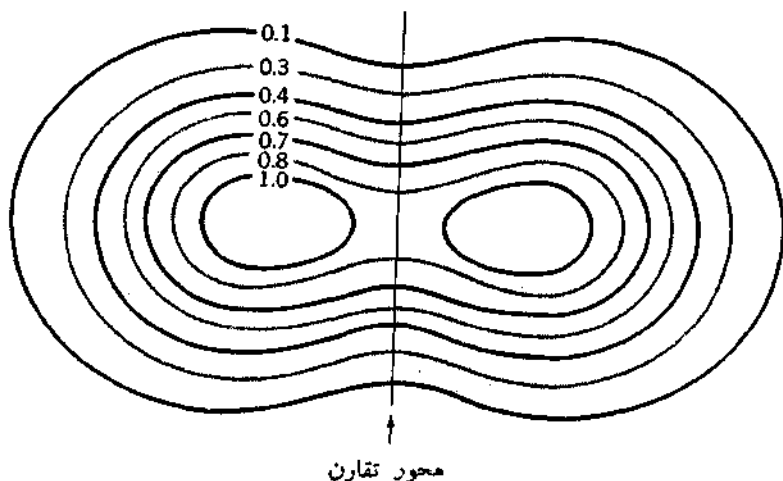
البته این مدل ساده از واقعیت دور است. سم‌نگیری فضایی مدارها پیچیده‌تر از آن است که در شکل ۶.۴ به صورت دوبعدی نمایش داده شده است. بعلاوه این واقعیت به حساب نیامده که برای یک چگالی نوکلئونی معین، هنگامی که هسته کروی است میانگین فاصله میان نوکلئونها کمینه است. بنابراین برای شکل کروی، بیشترین نیروی متوسط به دست می‌آید. این امر باعث می‌شود که وقتی نیروها دارای برد خیلی کوتاه هستند، شکل کروی قویاً ترجیح داده شود. مع‌هذا محتوای اساس مدل صحیح است. هسته‌هایی که تعداد نوکلئونهای آنها از پسته‌های پر دور است شکل بیضیوار نسبتاً پایداری به خود می‌گیرند.

ناحیه‌های اصلی هسته‌های بیضیوار در پسته‌های زیر قرار دارند: در پسته‌های تقریباً نیمه‌پر $\mathcal{N} = 2$ ($C, B, Be, {}^7Li$)، در پسته‌های حدوداً نیمه‌پر $\mathcal{N} = 3$ (Si, Al, Mg)، وقتی که پسته‌های پروتونی $\mathcal{N} = 5$ و نوترونی $\mathcal{N} = 6$ همزمان نیمه‌پرند (خاکهای نادر سنگین، W, Ta)، و همچنین وقتی که پسته‌های پروتونی $\mathcal{N} = 6$ و نوترونی $\mathcal{N} = 7$ حدوداً نیمه‌پر هستند (فرا اورانیم‌ها، Th, U). توجه شود که در وسط جدول تناوبی ($A \approx 35$ تا $A \approx 150$) ناحیه بزرگی وجود دارد که در آن یا نوترونها یا پروتونها همیشه به اندازه کافی به پسته پرنزدیک هستند، این امر مانع از این می‌شود که هسته حالت تغییر شکل یافته بیضیوار پایدار اختیار کند. به چنین هسته‌هایی، هسته‌های کروی اطلاق می‌شود، گرچه همان‌طور که در بخش ۷.۶ خواهیم دید، توصیف خیلی دقیقی نخواهد بود.

چنین نتیجه می‌شود که تقریباً در همه موارد، شکل بیضیوار هسته‌های ناکروی باید یک بیضیوار دوار در نظر گرفته شود، که با عنوان هسته‌های کره‌وار نامیده می‌شوند، بدین معنی

که دو محور از سه محور اصلی آنها با هم برابرند، در مواردی که محور سوم (محور نابرابر با دو محور دیگر) بلندتر از دو محور دیگر است هسته شکلی شبیه به تخم مرغ دارد و کره وار کشیده نامیده می شود. در مورد دیگر که محور نابرابر کوتاهتر از دو محور دیگر است هسته شکلی شبیه به کدو تنبل دارد و کره وار پخت نامیده می شود. حد نهایی کره وار کشیده شکلی شبیه به برگ و حد نهایی کره وار پخت شبیه به همبرگر خواهد بود ولی انحراف از شکل کروی در هسته ها تا این حد وجود ندارد.

در میان هسته های ناکروی سنگین، تفاوت بلندترین و کوتاهترین محورها از نظر طول حدود ۲۵ درصد است. ولی در هسته های سبکتر، تعداد نوکلتونها در پوسته های پرنشده بیشتر است. بنابراین تغییر شکل بیشتری پیدا می کنند و حداقل یک هسته هست ^{24}Mg که تصور می رود هر سه محور آن نابرابرند. جایی که تغییر شکل خیلی زیاد است، تقریب بیضیوار بودن از بین می رود و با شکلهای پیچیده تری روبه رو می شویم. مثالی از حد نهایی این مورد، هسته ^{12}C است که در شکل ۷.۴، شکل محاسبه شده آن نشان داده شده است.



شکل ۷.۴ توزیع نوکلتونها در هسته ^{12}C از طریق محاسبه. اعداد روی منحنیها چگالی نسبی نوکلتونها هستند.

مسائل

۱۰۴ عمق پتانسیل نظریه پوسته ای را برای نوترونها و پروتونهای ^{208}Pb و ^{40}Ca حساب کنید.

۲۰۴ اگر در یک فاصله انرژی نوکلتونی ۵ MeV، V_0 به اندازه ۱ MeV افزایش یابد M^* چقدر است؟

۳.۴ الف) اگر در نزدیکی $E = 0$ مقدار V_{∞} برابر 110 MeV و V_0 برابر 57 MeV باشد، M^* را محاسبه کنید. این مقدار نتیجه حاصل از محاسبات بخش ۳.۷ را به دست می‌دهد. (ب) M^* را از رابطه (۷.۲) با فرض $V_{\infty} = 100 \text{ MeV}$ تخمین بزنید. (ج) این مقادیر را با مقدار داده شده در آخر بخش ۷.۴ بسنجید.

۴.۴ اگر برهم کنش اسپین-مدار خیلی کوچک، یعنی نزدیک به صفر، باشد و جدول ۱.۴ هم دقیق باشد، کل نوکلئونهای پوسته‌های پر از چه تعدادهایی تشکیل می‌شد؟

۵.۴ دستکم ۱۵ هسته را با پوسته پر نوترون و ۱۵ هسته را با پوسته پر پروتون که در طبیعت وجود دارند، بنویسید. همچنین سه هسته تک‌ذره‌ای و سه هسته تک‌خف‌رای را که در طبیعت وجود دارند و در متن کتاب نیامده‌اند نام ببرید.

۶.۴ منحنی پتانسیل را برای نوترون‌ها و پروتون‌های $l = 0$ در ^{208}Pb رسم کنید.

۷.۴ فرض کنید که هسته‌ای با ۱۷۱ پروتون شامل ۲۵۰ نوترون است. محاسبات جدول ۲.۴ را در مورد آن انجام دهید.

۸.۴ دلایلی توجیهی ارائه دهید که چاه پتانسیل مربعی که در محاسبات جدول ۲.۴ به کار گرفته شده است، می‌تواند شعاع $R + a$ داشته باشد. محاسبات را برای این شعاع تکرار کنید.

۹.۴ به‌طور کیفی بیان کنید که چرا $dE/d\mathcal{N}$ با افزایش $\mathcal{N}$ برای چاه مربعی سریعتر از پتانسیل (۱.۲) افزایش می‌یابد.

منابعی برای مطالعات بیشتر

به‌مراجع کلی بعد از پیوست کتاب، رجوع کنید.

Mayer, M. G., and J. H. D. Jensen: *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, Wiley, New York, 1955.

deShalit, A., and I. Talmi: *Nuclear Shell Theory*; Academic, New York, 1963.

ساختار هسته‌های پیچیده: هسته‌های کروی زوج-زوج

از ابتدا گفته‌ایم که نظریه پسته‌ای نظریه‌ای تقریبی است. مسلماً غیرممکن است که تمام برهم‌کنشهای پیچیده درون يك هسته را به‌طور دقیق با استفاده از چاه پتانسیل ساده در نظر گرفت. به‌ویژه فراوانی و قدرت برهم‌کنش يك نوکلئون با نوکلئونهای دیگری که با آن در تماس نزدیک‌اند، بستگی به این دارد که آنها در کدام مدار هستند و چه مدارهای دیگری پر شده‌اند. این از جمله خصوصیتی است که يك چاه پتانسیل ساده نمی‌تواند نمایش دهد. نیروهایی که در نتیجه این تماسهای نزدیک حاصل می‌شوند به برهم‌کنشهای باقیمانده‌ای معروف‌اند، این نیروها تغییراتی در انرژی و اثرهای دیگری به وجود می‌آورند که باید به‌صورت تصحیحی در نتایج حاصل از جوابهای مسئله چاه پتانسیل در نظر گرفته شوند. در این فصل این اثرها را مطالعه می‌کنیم و به این وسیله به توصیف ساختار هسته، از آسانترین جنبه‌اش می‌پردازیم و جنبه‌های خیلی پیچیده آن را به فصل ۶ واگذار می‌کنیم.

۱۰۵ برخوردها

برای اینکه مطلب را در سطح ساده‌ای بحث کنیم، برهم‌کنشهای باقیمانده را به‌صورت برخوردهایی بین نوکلئونها در نظر می‌گیریم. از این نقطه نظر وجود ذره در چاه پتانسیل نظریه پسته‌ای باعث حرکت ذره در يك مدار پایدار می‌شود. در واقع، حرکت ذره مثل شکل ۱۰۴ (الف) است که هرچند گاه یکبار برخوردی پیدا می‌کند و در نتیجه مدارش را

تغییر می‌دهد. حال این برخوردها را مورد بررسی قرار می‌دهیم.
در اینجا برای مدل مداری باید چند شرط زیر را که نسبتاً به نظر منطقی می‌آیند در این برخوردها قید کنیم (دو نوکلئون شرکت کننده در برخورد را با ۱ و ۲ نمادگذاری می‌کنیم. نمادهای پریم دار و بدون پریم به ترتیب مشخص کننده خصوصیات بعد و قبل از برخوردند):

۱. هر دو نوکلئون که درگیر برخورد هستند باید قبل و همچنین بعد از برخورد روی مدارهای مجاز یا پرنشده باشند. مقصود ما از مدار مجاز مداری است که دارای مجموعه اعداد کوانتومی معین n, l, j و m باشد که در رابطه (۸.۴) صدق کنند.
۲. انرژی باید تقریباً پایسته باشد. همان‌طور که خواهیم دید این شرط معادل است با

$$N_1 + N_2 = N'_1 + N'_2 \quad (1.5)$$

۳. تکانه زاویه‌ای باید پایسته باشد، یعنی

$$J_1 + J_2 = J'_1 + J'_2 \quad (2.5)$$

$$m_1 + m_2 = m'_1 + m'_2$$

۴. پارته باید پایسته باشد، یعنی

$$(3.5 \text{ الف}) \quad \text{اگر } l_1 + l_2 \text{ زوج باشد، } l'_1 + l'_2 \text{ باید زوج شود}$$

یا

$$(3.5 \text{ ب}) \quad \text{اگر } l_1 + l_2 \text{ فرد باشد، } l'_1 + l'_2 \text{ باید فرد شود}$$

این قواعد صریحاً از قواعد برخوردهای کلاسیکی و محدودیتهای موجود برای مدل مداری که قبلاً ذکر شد نتیجه می‌شوند. تنها استثنا در قاعده ۲ است که در آن به جای پایستگی دقیق خواسته‌ایم که انرژی تقریباً پایسته باشد. این اختلاف ناشی از اصل معروف عدم قطعیت، رابطه (۲۱.۳) است. طبق این اصل همان‌طور که در بخش ۹.۳ دیده‌ایم پایستگی انرژی ممکن است به مقدار ΔE نقض شود به شرطی که این نقض بیش از زمان Δt که از رابطه زیر به دست می‌آید طول نکشد

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{6 \times 10^{-22} \text{ MeVs}}{\Delta E} \quad (4.5)$$

اما در این وضعیت، نقض پایستگی انرژی برای نوکلئونها باید آنقدر طولانی باشد که آنها بتوانند برخورد دیگری داشته باشند، زیرا هر مقدار انرژی معینی دارد (شکل ۵.۴) و نوکلئون، تنها با تغییر دادن مدار خود در اثر برخورد می‌تواند انرژی‌اش را تغییر دهد. بنابراین Δt تقریباً حدود زمان متوسط میان برخوردهاست. اما قبلاً گفته‌ایم که زمان بین برخوردها حداقل از مرتبه مدت زمانی است که لازم است تا نوکلئون يك چرخش به دور مدارش

بزند یا

$$\Delta t \approx \frac{2\pi r}{v} \approx \frac{2\pi \times 6 \times 10^{-15} \text{ m}}{8 \times 10^7 \text{ m/s}} \approx 5 \times 10^{-22} \text{ s} \quad (5.5)$$

در محاسبه رابطه (۵.۵) شعاع هسته‌ای با جرم متوسط را از رابطه (۲.۱)، و سرعت نوکلئون‌ها را به دلایل بحث شده در بخش ۵.۴ از انرژی جنبشی حدود ۴۰ MeV به دست آورده‌ایم. با حل رابطه (۴.۵) برای ΔE و قراردادن آن در رابطه (۵.۵) پیدا می‌کنیم

$$\Delta E \lesssim 1 \text{ MeV} \quad (6.5)$$

این مقدار از مرتبه تفاوت انرژی بین مدارهای موجود در یک پوسته است، ولی خیلی کمتر از تفاوت انرژی بین پوسته‌های مختلف است که از رابطه (۱۹.۴) به دست می‌آید. در این صورت در برخوردی که یک نوکلئون در همان پوسته باقی می‌ماند ولی نوکلئون دیگر پوسته‌اش را تغییر می‌دهد، رابطه (۶.۵) نقض می‌شود. ولی به علت اینکه فاصله انرژی بین پوسته‌ها در یک هسته (بخش ۷.۴) ثابت است، اگر $\mathcal{N}$ یک نوکلئون به همان اندازه که $\mathcal{N}$ نوکلئون دیگر کم شده است افزایش یا بسد، پایداری انرژی همچنان برقرار می‌ماند. بدین ترتیب است که رابطه (۱۰.۵) به دست می‌آید.

۲.۵ مواردی که برخورد ممنوع است

اکنون قواعد بخش ۱.۵ را برای چند مورد بخصوص به کار می‌بریم. ابتدا هسته‌ای را در نظر می‌گیریم که تمام پوسته‌هایش تا $\mathcal{N}_0$ پر شده است و چند نوکلئون نیز در پوسته $\mathcal{N}_0 + 1$ دارد. آیا نوکلئون‌ها در پوسته‌های پر شده می‌توانند برخوردی داشته باشند؟ اگر دو نوکلئون در پوسته $\mathcal{N}_0$ برخوردی داشته باشند، طبق قاعده ۲، یا هردو باید به مداری غیر از مدار $\mathcal{N}_0 = \mathcal{N}_0$ بروند و یا اینکه یکی از آنها در مدار پایینتر از $\mathcal{N}_0$ قرار گیرد. اما تمام مدارهای دیگر $\mathcal{N}_0$ پر هستند و تمام مدارهای با $\mathcal{N}$ کمتر نیز پر شده‌اند، پس هیچ کدام از اینها امکان پذیر نیست. اگر نوکلئونی در یک مدار $\mathcal{N}_0$ برخوردی با نوکلئون دیگری در یک مدار $\mathcal{N}_0 + 1$ داشته باشد، قوانین ۱ و ۲ ایجاب می‌کنند که یکی از آنها در مدار اولیه $\mathcal{N}_0$ قرار گیرد. در این صورت اشغال مدارهای $\mathcal{N}_0$ تغییر نمی‌کند. ممکن است فکر کنیم که نوکلئون دیگر می‌تواند به یکی دیگر از مدارهای $\mathcal{N}_0 + 1$ برود. اما این انتقال طبق قاعده ۳ ممنوع است. زیرا چنان که در شکل ۵.۴ مشاهده می‌شود، در یک پوسته معین، هر مدار تکانه زاویه‌ای متفاوتی دارد. پس هیچ برخوردی از این نوع امکان پذیر نیست.

در این صورت ممکن است این طور نتیجه بگیریم که در هسته تشریح شده در بالا نوکلئون‌های موجود در پوسته‌های پر شده نمی‌توانند برخوردی داشته باشند. یک مورد بخصوص از این نوع، هسته با پوسته پر است. بنابراین ممکن است این طور نتیجه بگیریم که در

هسته‌های، بسا پوسته پرمثل ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$ ، و غیره هیچ نوع برخوردی امکان پذیر نخواهد بود.

مورد خاص دیگر هسته تک ذره است. اگر نوکلئونها در پوسته پرتوانند برخوردی داشته باشند پس نوکلئونی وجود ندارد که با ذره اضافی خارج پوسته‌های پربرخورد کند، بنابراین در این هسته‌ها نیز، برخوردی صورت نمی‌گیرد. در این صورت در یک هسته تک ذره مثل ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$ ، و غیره برخوردی انجام نمی‌شود. حالت سوم مورد نظر، یک هسته تک حفره است. بنابر پابستگی انرژی، امکان تغییر پوسته وجود ندارد و برخورد بین نوکلئونها در یک پوسته فقط می‌تواند مدار یک نوکلئون را به یک مدار خالی تغییر دهد. اما از آنجا که مدارهای یک پوسته تکانه‌های زاویه‌ای متفاوت دارند، این تغییر مدار پابستگی تکانه زاویه‌ای را نقض می‌کند. در نتیجه متوجه می‌شویم که در هسته‌های تک حفره هم برخورد صورت نمی‌گیرد.

این حقیقت که در هسته‌های بسا پوسته پر و هسته‌های تک ذره و تک حفره برخوردی صورت نمی‌گیرد، باعث می‌شود تا تابع موجهای آنها بسیار ساده شود. همان طور که در ارتباط با معادله (۷.۳) شرح دادیم، تابع موج کل این هسته‌ها حاصل ضربی از تابع موجهای هر ذره است،^۲ مثلاً می‌توانیم برای ${}^4\text{He}$ بنویسیم

$$\psi({}^4\text{He}) = (\psi_{1s_{1/2}}\psi_{1s_{1/2}})_{\text{پروتون}} (\psi_{1s_{1/2}}\psi_{1s_{1/2}})_{\text{نوترون}} \quad (۷.۵)$$

که $\psi_{1s_{1/2}}$ تابع موج رابطه (۲۵.۲) با $l=m=0$ است و $u(r)$ توسط منحنی شکل ۴.۲ که با ۱۵ علامت گذاری شده است داده می‌شود. ولی معمولاً نماد گذاری خیلی ساده‌تری با تغییرات زیر به کار می‌رود: (۱) نوشتن ψ در همه جا لازم نیست؛ (۲) احتیاجی به نوشتن عدد کوانتومی n هم نیست، زیرا که کسی معمولاً مدار $2s_{1/2}$ را در نظر نخواهد گرفت (مدار $2s_{1/2}$ به اندازه ۲ پوسته از مدار پر شده هلیوم فاصله دارد)؛ و (۳) زیر نویس پروتونها و نوترونها را می‌توان با علامتهای π و ν به ترتیب تعویض کرد. با این ساده‌نویسیها رابطه (۷.۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\psi({}^4\text{He}) = \pi(s_{1/2})^2 \nu(s_{1/2})^2 \quad (۷.۵ \text{ الف})$$

به همین ترتیب می‌توان با استفاده از شکل ۵.۴ چنین نوشت

$$\begin{aligned} \psi({}^{16}\text{O}) &= \pi(s_{1/2}^4 p_{3/2}^4 p_{1/2}^2) \nu(s_{1/2}^4 p_{3/2}^2 p_{1/2}^2) \\ \psi({}^{17}\text{O}) &= \pi(s_{1/2}^2 p_{3/2}^4 p_{1/2}^2) \nu(s_{1/2}^2 p_{3/2}^4 p_{1/2}^2 d_{5/2}) \\ \psi({}^{18}\text{O}) &= \pi(s_{1/2}^2 p_{3/2}^4 p_{1/2}^2) \nu(s_{1/2}^2 p_{3/2}^4 p_{1/2}^2) \end{aligned} \quad (۸.۵)$$

۱. این امر، همان طور که در بخش ۱۲.۵ شرح داده خواهد شد، کاملاً صحیح نیست.
۲. باید متذکر شد که یک حاصلضرب ساده، در تبادل دو نوکلئون، خاصیت پاد تقارنی را که لازمه اصل طرد پائولی است، ندارد. اما در اینجا از این پیچیدگی صرف نظر می‌کنیم. در نظر گرفتن این امر، تغییری در نتایجی که به دست خواهیم آورد، ایجاد نمی‌کند.

از آنجا که نوکلئونها در پوسته‌های برخوردی ندارند، معمولاً مدار آنها مورد توجه نیست و در هر مورد می‌توان آنها را پیدا کرد، بنابراین احتیاجی به نوشتن صریح آنها نیست. پس فقط انحراف از پوسته پر معمولاً نوشته می‌شود. برای مثال

$$\begin{aligned}\psi(^{17}\text{O}) &= d_{5/2} \\ \psi(^{15}\text{O}) &= (p_{1/2})^{-1}\end{aligned}\quad (۸.۵ الف)$$

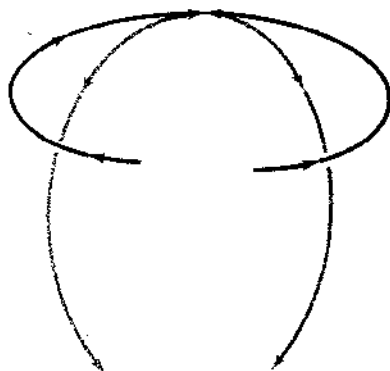
توجه کنید که چنانچه از وضعیت هسته روشن باشد که این پروتون است یا نوترون که از پوسته پر انحراف دارد، در این صورت لزومی به نوشتن π یا ν نیست. از طبیعت هسته‌هایی مثل ^{17}O با هشت پروتون و نه نوترون و ^{15}O با هشت پروتون و هفت نوترون آشکار است که در هر دو مورد، این نوترون‌ها هستند که از پوسته پر هشت تایی انحراف دارند. به طور متشابه می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{aligned}\psi(^{15}\text{N}) &= (p_{1/2})^{-1} \\ \psi(^{17}\text{F}) &= d_{5/2}\end{aligned}$$

در اینجا واضح است که جمله‌های سمت راست نشان‌دهنده انحراف پروتون‌ها از پوسته پر است. در مواردی که امکان اشتباه بین پروتون‌ها و نوترون‌ها وجود دارد π و ν صریحاً مشخص می‌شوند.

۳.۵ مثال مهم برخورد - برهم کنش تزویج

در هسته‌هایی که دو نوکلئون در یک پوسته قرار دارند، تعداد زیادی برخورد امکان پذیر است. یک مثال خاص را در نظر می‌گیریم. دو نوکلئون با اعداد کوانتومی یکسان n, l, j و i اعداد کوانتومی m یکسان ولی با علامت مخالف در نظر بگیرد. در مدل مداری این حالت مربوط به دو نوکلئون است که در یک مدار ولی خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند. فرض شود که آن دو با هم برخورد کنند و به مدار دیگری بروند، ولی باز در جهت خلاف یکدیگر در حرکت باشند. مثالی از این برخورد در شکل ۱۰.۵ نشان داده شده است. حال ببینیم آیا این نوع برخورد با قواعد بخش ۱۰.۵ مطابقت دارد؟ در صورتی که مدارهای جدید همان پوسته قبلی باشند، قواعد اول و دوم برقرار می‌شوند، زیرا اگر فقط دو نوکلئون روی یک پوسته باشند مطمئناً تعداد زیادی مدار خالی در آن پوسته وجود دارد. تکانه زاویه‌ای دو ذره یکسان و در دو سوی مخالف است، بنابراین تکانه زاویه‌ای کل قبل و بعد از برخورد صفر است. در این صورت قاعده سوم نیز صادق است. از آنجا که دو نوکلئون دارای l یکسان هستند، داریم $l_1 + l_2 = l'_1 + l'_2$ ؛ پس هر دو حاصل جمع بدون در نظر گرفتن مقادیر l_1 و l'_1 زوج‌اند. و بنابراین اصل پایستگی پاریته برقرار است. می‌بینیم که تمام قواعد برقرار می‌شوند، بنابراین این نوع برخورد می‌تواند صورت



شکل ۱۰۵ يك نوع ساده برخورد مجاز بین دو نوکلئون. نوکلئونها قبل از برخورد در روی يك مدار و در خلاف جهت يكديگر حرکت می‌کنند. آنها بعد از برخورد، در يك مدار دیگر و باز هم در جهت خلاف همدیگر در حرکت‌اند.

بگیرد. در واقع این یکی از معمولی‌ترین و مهم‌ترین نوع برخورد در هسته‌هاست. مثلاً در ^{18}O که دو نوترون در خارج پوسته‌های پر قرار گرفته‌اند، شش جفت مدار وجود دارد که با این نوع برخورد از یکی به دیگری می‌توان رسید. این مدارها در جدول ۱۰۵ آمده‌اند و شامل ۱۲ مدار مجاز در پوسته $M=3$ هستند که با مقادیر یکسان m ولی با علامت مخالف به صورت جفت قرار گرفته‌اند.

از آنجا که در اثر برخورد، هریک از این آرایشها را می‌توان از دیگری به دست آورد، ممکن است فرض کنیم که در بعضی از حالت‌های ^{18}O دو نوترون بخشی از وقتشان را در یکی از این آرایشها می‌گذرانند. بنابراین می‌توانیم تابع موج را برای هریک از

جدول ۱۰۵ جفت‌های مداری در ^{18}O با $I=0$.

علامت اختصاری						
F	E	D	C	B	A	
$3/2$	$3/2$	$1/2$	$5/2$	$5/2$	$5/2$	j_1
$+1/2$	$+3/2$	$+1/2$	$+1/2$	$+3/2$	$+5/2$	m_1
$3/2$	$3/2$	$1/2$	$5/2$	$5/2$	$5/2$	j_2
$-1/2$	$-3/2$	$-1/2$	$-1/2$	$-3/2$	$-5/2$	m_2
$(d_{7/2})^2$		$(s_{1/2})^2$	$(d_{5/2})^2$			نمادهای طیف‌نمودی

این حالتها به این صورت بنویسیم

$$\psi(^1\text{O}) = c_1 A + c_2 B + c_3 C + c_4 D + c_5 E + c_6 F \quad (9.5)$$

چون احتمالات متناسب با مربع تابع موجها هستند، رابطه (9.5) دلالت بر این می کند که c_1^2 کسری از زمان است که هسته در آرایش A صرف می کند، c_2^2 کسری از زمانی است که هسته در آرایش B صرف می کند و الی آخر. از آنجا که احتمال کل وجود دونو کلئون در یکی از شش آرایش فوق برابر واحد است (در اثر برخورد هیچ ترتیب دیگری جز آرایشهای فوق به دست نمی آید)، داریم

$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 + c_5^2 + c_6^2 = 1 \quad (10.5)$$

چون تفاوت بین A ، B ، و C فقط در چگونگی قرار گرفتن مدارها در فضا است. هیچ دلیلی وجود ندارد که هسته مدت زمانهای مختلفی را در آنها بگذراند. حتی اگر نوعی ناهمسانگردی فضایی نظیر میدان مغناطیسی وجود داشته باشد، این وضعیت روی دونو کلئون به یکسان و در جهت های مخالف اثر می کند و موجب تغییر انرژی یا تفاوت های دیگری بین A ، B ، و C نمی شود. در نتیجه، انتظار داریم که

$$c_1^2 = c_2^2 = c_3^2 = \frac{a_1^2}{3} \quad (11.5)$$

باشد، که a_1 ضریب جدیدی است. حال کسلی زمانی که هسته در آرایشهای A ، B ، و C می گذراند برابر a_1^2 می شود. این آرایشها را می توان بر حسب نماد گذاری که در بخش قبل گفته شده، به صورت $(d_{5/2})^2$ نشان داد. از آنجا که $(d_{5/2})^2$ می تواند چند تکانه زاویه ای I متفاوت داشته باشد، شاخص پایینی را برای اینکه نشان دهیم I صفر است اضافه می کنیم. بنابراین، این آرایش را به صورت $(d_{5/2})^2_0$ می نویسیم و چنین می خوانیم «مربع $d_{5/2}$ با جفت شدگی صفر».

با در نظر گرفتن این مطلب، می توانیم رابطه (9.5) را به صورت نهایی اش بنویسیم

$$\psi(^1\text{O}) = a_1 (d_{5/2})^2_0 + b_1 (s_{1/2})^2 + c_1 (d_{3/2})^2 \quad (12.5)$$

و مشابه تعریف a_1 ، داریم

$$c_1^2 = b_1^2$$

$$c_5^2 = c_6^2 = \frac{e_1^2}{2} \quad (13.5)$$

۱. دانشجویان سالهای بالاتر می توانند تشخیص دهند که c_1 می تواند عدد مختلطی باشد. اگر این طور باشد c_1^2 را باید به صورت $|c_1|^2$ تلقی کرد. علامت قدر مطلق را در این کتاب حذف کرده ایم.

با در نظر گرفتن روابط (۱۰.۵) ، (۱۱.۵) ، و (۱۳.۵) به دست می‌آوریم

$$a_1^2 + b_1^2 + e_1^2 = 1 \quad (۱۲.۵)$$

اگر هر شش ضریب c با هم مساوی بودند، $a_1^2/3 = b_1^2 = e_1^2/2$ می‌شد که مخرجها همان تعداد آرایشهای است که در جدول ۱۰.۵ آمده است. این تعداد برابر $(2j+1)/2$ است. بنا بر این می‌توانیم بگوئیم که ضرایب تابع موجی نظیر رابطه (۱۲.۵) ، ماهیتاً با $(2j+1)^{1/2}$ متناسب اند. ولی، در عین اینکه دلیلی ندارد که بین c_1^2 ، c_2^2 و c_3^2 با بین c_4^2 و c_5^2 تفاوتی باشد، بین c_1^2 ، c_2^2 و c_3^2 تفاوتی هست، زیرا این ضرایب نشانگر آرایشهای مداری با انرژیهای مختلف اند. اگر انرژی موجود برای هر نوکلئون نزدیک به انرژی مدار $d_{5/2}$ شکل ۵.۴ باشد. آنها فقط می‌توانند از طریق برخوردایی که پایداری انرژی را نقض می‌کنند به حالت‌های D ، E ، و F برسند؛ چنین نقضهایی طبق اصل عدم قطعیت، فقط مدت زمان کوتاهی می‌تواند طول بکشد. بنا بر این سیستم، بیشتر وقت خود را در A ، B ، و C می‌گذرانند تا در D ، و در E و F و این زمان باز هم کوتاهتر است، زیرا طبق شکل ۵.۴ حالت‌های E ، و F پایداری انرژی را بیشتر نقض می‌کنند. در این صورت داریم

$$\frac{a_1^2}{3} > b_1^2 > \frac{e_1^2}{2} \quad (۱۵.۵)$$

از طرف دیگر، اگر انرژی سیستم نزدیک به مقدار انرژی لازم برای قراردادن دو نوکلئون در مدار $d_{5/2}$ شکل ۵.۴ باشد، رسیدن به موقعیتهای A ، B ، و C تنها با نقض پایداری انرژی (باعلامت مخالف که بدون اهمیت است) ممکن است و در این حالت، هسته وقت کمتری را در موقعیتهای اخیر می‌گذرانند. پس

$$\frac{e_1^2}{2} > b_1^2 > \frac{a_1^2}{3}$$

به آسانی می‌توان انرژی بینابینی این دو حالت را درک کرد

$$b_1^2 > \frac{e_1^2}{2} \quad b_1^2 > \frac{a_1^2}{3}$$

اما، امکان انتخاب انرژی که به نتیجه زیر برسد وجود ندارد

$$\frac{a_1^2}{3} > \frac{e_1^2}{2} > b_1^2$$

قبل از ادامه بحث، ضروری است در اینجا به چند تعریف بنیادی بپردازیم. پیکربندی عبارت است از گردآوری مدارهای پر شده بدون در نظر گرفتن مقادیر m مثلاً $(d_{5/2})^2$ يك پیکربندی است. توجه کنید که تکانه زاویه‌ای کل را مشخص نمی‌کنیم،

بنابر این مقدار آن ضرورتاً صفر نیست. پیکربندیهای دیگری ممکن است در ^{18}O دیده شوند، که عبارت اند از $d_{5/2} s_{1/2}$ ، $d_{5/2} d_{3/2}$ ، و غیره. همان طور که از شکل ۵.۴ برمی آید انرژی یک پیکربندی جمع انرژی مدارهای پر شده است.

جمله یک پیکربندی است که جفت شدگی تکانه زاویه ای آن نیز مشخص باشد. مثلاً $(d_{5/2})^2$ یک جمله است. جمله متفاوت دیگر $(d_{5/2})^2$ است که دارای همان پیکربندی جرم قبلی است. جمله های دیگر در ^{18}O عبارت اند از $(d_{5/2} s_{1/2})^2$ ، $(d_{5/2} s_{1/2})^2$ ، $(d_{5/2} d_{3/2})^2$ ، و غیره. توجه کنید که در تمام موارد I یکی از مقادیری است که می توان آن را از رابطه

$$I = j_1 + j_2$$

طبق قواعد بخش ۷.۲ به دست آورد. انرژی یک جمله دقیقاً برابر انرژی همان پیکربندی است که جمله از آن ناشی شده است.

حالت، مفهوم کوانتومی معینی دارد که نباید با معنای دیگر این کلمه در دیگر زمینه ها اشتباه شود. یک حالت عبارت است از حل معادله شرودینگر برای یک سیستم دارای انرژی معین، تابع موج معین، تکانه زاویه ای کل پاریته، و چند خاصیت دیگر، مثل گشتاور الکتریکی و مغناطیسی معین است. برای مثال، رابطه (۱۲.۵) در صورتی تابع موج یک حالت است که مقادیر a_1 ، b_1 ، و c_1 طوری انتخاب شوند که در معادله شرودینگر ^{18}O صدق کنند. تکانه زاویه ای کل این حالت صفر و پاریته آن مثبت است زیرا برای هر مؤلفه ای مجموع $I_1 + I_2$ زوج است. تکانه زاویه ای کل و پاریته یک حالت به طور معمول با هم به صورت I^π نوشته می شود که در این مورد 0^+ است.

به منظور روشن کردن اختلاف بین جمله و حالت، متذکر می شویم که تصویر مداری، از جمله شکل ۵.۴، از حل معادله شرودینگر (۲۴.۲) با جاگذاری پتانسیل نظریه پوسته ای به جای V به دست می آید. اگر می شد تمام نیروهای مسئله را به طور دقیق با پتانسیل نظریه پوسته ای نشان دهیم، آنگاه اختلافی بین جمله و حالت وجود نمی داشت. اما می دانیم که پتانسیل نظریه پوسته ای، برهم کنشهای با برد کوتاه را که بستگی به محل ذرات در مدار دارد و با عنوان برخورد از آنها نام برده می شود در نظر نمی گیرد. با وارد کردن این برخوردها در پتانسیل رابطه (۲۴.۲)، حالتها از جمله ها قابل تشخیص می شوند. به همان صورت که در رابطه (۱۲.۵) دیده ایم، اثر وارد کردن برخوردها این است که حالتها را به صورت ترکیب خطی از جمله ها درمی آورد. در هر حال یک قضیه بنیادی در نظریه کوانتومی وجود دارد که می گوید در این فرایند تعداد حالتها بدون تغییر می ماند. در این صورت از آنجا که در رابطه (۱۲.۵) سه جمله وجود دارد پس باید سه حالت از آن شکل موجود باشد. می توانیم تابع موجهای این سه حالت را به صورت زیر بنویسیم

$$\begin{aligned}\psi_1(^{18}O) &= a_1(d_{5/2})^2 + b_1(s_{1/2})^2 + c_1(d_{3/2})^2 \\ \psi_2(^{18}O) &= a_2(d_{5/2})^2 + b_2(s_{1/2})^2 + c_2(d_{3/2})^2 \\ \psi_3(^{18}O) &= a_3(d_{5/2})^2 + b_3(s_{1/2})^2 + c_3(d_{3/2})^2\end{aligned}\quad (16.5)$$

که در هر مورد ضرایب در رابطه (۱۴.۵) صدق می‌کند. البته تمام این سه حالت $\neq 0$ هستند. طبق نظریه کوانتومی لازم است روابط اضافی دیگری که به شرایط تعادل معروف‌اند، در ضرایب رابطه (۱۶.۵) برقرار شود. این روابط به صورت زیر هستند

$$a_1 a_1 + b_1 b_1 + e_1 e_1 = 0$$

$$a_2 a_2 + b_2 b_2 + e_2 e_2 = 0$$

$$a_3 a_3 + b_3 b_3 + e_3 e_3 = 0$$

از این روابط نتیجه می‌شود که بعضی از ضرایب در رابطه (۱۶.۵) باید منفی باشند. در حقیقت بسادگی دیده می‌شود که بیش از سه تابع موج رابطه (۱۶.۵) نمی‌توانند ضرایب مثبت داشته باشند.

اکنون به انرژی‌ها توجه کنیم. تا اینجا تمام انرژی‌های در نظر گرفته شده از شکل ۵.۴ به دست آمده‌اند، و انرژی هر مدار را به دست می‌دهند در شکل ۲.۵ گسترشی از پوسته $\mathcal{N} = 3$ نشان داده شده است. انرژی‌های مداری در طرف چپ مشخص شده‌اند از آنجا که فقط انرژی‌های نسبی مورد نظر است، انرژی پایینترین حالت را برابر صفر قرار داده‌ایم.

انرژی یک پیکربندی یا جمله‌هایی که از آن به دست می‌آیند، دقیقاً حاصل جمع انرژی‌های مدارهای پر شده است. برای مثال در رابطه (۱۶.۵) برای پیکربندی‌های $(d_{5/2})^2$ ، $(s_{1/2})^2$ و $(d_{7/2})^2$ انرژی‌ها به ترتیب ۵، ۲ و ۲ هستند. این انرژی‌ها در سمت چپ شکل ۲.۵ نشان داده شده‌اند.

اما انرژی یک حالت، موضوع بسیار دقیق و پیچیده تری است. انرژی‌های مداری شکل ۵.۴ از پتانسیل نظریه پوسته‌ای تعیین شده‌اند که نمایانگر نیروی متوسط همه نوکلئونهای دیگر در هسته است. ولی، چنین نیروی متوسطی نمی‌تواند اثر نیروهای برد کوتاه را که در موقع برخورد دو نوکلئون وارد می‌شوند یعنی برهم کنشهای باقیمانده را به حساب آورد. این نیروها انحراف کوچکی در انرژی یک حالت به وجود می‌آورند و باعث انحراف آن

انرژی

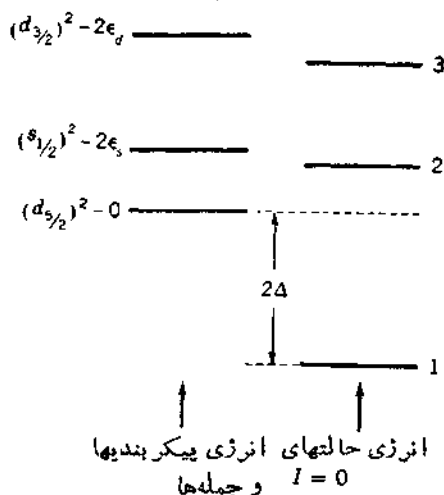


ϵ_d ————— $d_{3/2}$

ϵ_s ————— $s_{1/2}$

0 ————— $d_{5/2}$

شکل ۲.۵ انرژی مدارها در پوسته $\mathcal{N} = 3$. این شکل، بزرگ شده قسمتی از شکل ۵.۴ است که تعاریف ϵ_s و ϵ_d به آن افزوده شده است.



شکل ۳.۵ انرژی جمله‌ها و حالت‌های $I=0$ در ^{18}O (دونوترون در پوسته $N=3$). انرژیهای جمله‌ها برابر جمع انرژیهای مدارهای اشغال شده است و 2Δ گاف انرژی است.

از انرژی متوسط پیکربندیهای آن حالت می‌شوند. این مقدار بستگی به نوع برخورد دارد. در بیشتر موارد انحراف بزرگ نیست و ممکن است انتظار داشته باشیم که سه حالت رابطه (۱۶.۵) دارای انرژی‌هایی در ناحیه بین ۵ و $2\varepsilon_d$ باشند. این موضوع برای دو حالت از سه حالت فسوق صحیح است اما برای حالت سوم چیز خیلی عجیبی اتفاق می‌افتد. همان‌طور که برای حالت ۱ در شکل ۳.۵ نشان داده شده است، انرژی خیلی به طرف پایین کشیده می‌شود! این رفتار به‌طوری که در بخش ۴.۵ با به‌کار بردن روشهای ریاضی در نظریه کوانتومی نشان داده خواهد شد، قابل محاسبه است. در تصویر مدل مداری، برای توجیه این اثر می‌توان گفت در حالت ۱ برخوردی بسیار منظم و موازن پدید می‌آید، چنان‌که تمام برهم‌کنشهای باقیمانده به‌طور همدوس با هم ترکیب می‌شوند و در نتیجه نیروی جاذبه ماکزیمومی به‌دست می‌آید. در دو حالت دیگر ۲ و ۳ نوع برخورد به این اندازه مرتب و همدوس نیست. ولذا برهم‌کنشهای باقیمانده گاهی جاذبه و گاهی دافعه‌اند که در این صورت انرژی کل را زیاد تحت تأثیر قرار نمی‌دهند.

انرژی 2Δ که فاصله بین پایینترین حالت انرژی و پایینترین پیکربندی^۱ است، گاف انرژی نامیده می‌شود. گاف انرژی نقش عمده‌ای در ساختار ترازانرژی تمام هسته‌های زوج - زوج یعنی هسته‌هایی که دارای تعداد زوج از نوترون و پروتون هستند دارد. و این مسئله در نظریه ابررسانایی، که پدیده مهمی در فیزیک حالت جامد و دماهای پایین است، نیز

۱. تعریف کمی Δ در بخش ۲.۷ داده خواهد شد.

نقش مهمی دارد.

نوع برخوردی که در این بخش مورد بحث قرار داده‌ایم به برخورد تزیجی معروف است. یادآور می‌شویم که این برخورد برهم‌کنشی است که بین يك ذره که بر روی يك مدار ولی در خلاف جهت یکدیگر در حرکت‌اند صورت می‌گیرد. آنها مرتباً برخوردهایی از نوعی که در شکل ۱.۵ نشان داده شده‌است، با هم دارند؛ در این برخوردها مدار تغییر می‌یابد، ولی همواره دو ذره به صورت زوج باقی می‌مانند و در خلاف جهت یکدیگر در روی يك مدار حرکت می‌کنند. در نتیجه برهم‌کنش تزیجی، هسته از جمله o^+ به جمله دیگری می‌رود، و بنابراین تابع موجهای حالت‌های o^+ ترکیب خطی از این جمله‌ها می‌شوند. انرژی این حالت‌ها مانند شکل ۳.۵ است، به طوری که يك حالت انرژی‌اش پایین افتاده‌است تا گاف انرژی را ایجاد کند.

۳.۵ بررسی کوانتوم مکانیکی گاف انرژی

در بخش قبل برخوردهای موزون و منظمی را مورد بحث قرار دادیم که باعث می‌شد تا يك حالت انرژی به مقدار قابل توجهی پایین بیاید و گاف انرژی ایجاد شود. در حالی که این توجیه ممکن است احساسی از این پدیده به دست دهد، ولی درك صحیح آن فقط با روش کوانتومی میسر است. در این بخش يك بررسی بنیادی را دنبال می‌کنیم که باید برای دانشجویانی که درس فیزيك جدید پیشرفته یا معادل آن را گذرانده‌اند قابل فهم باشد. برای دیگران ممکن است این بخش بدون از دست دادن تداوم مطلب حذف شود.

در اینجا دو روش ارائه می‌کنیم. یکی بر پایه نظریه اختلال که به احتمال زیاد برای دانشجویانی که مطالعه کمتری دارند نیز آشناست، و روش کاملتر و کلیتری که بیشتر مناسب دانشجویانی است که مطالعه بیشتری در مکانیک کوانتومی داشته‌اند. در روش اول باید فرض کنیم که انرژی تمام جمله‌ها برابرند یعنی در مثال بخش ۳.۵ داریم $\epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 0$ و آنگاه باید نظریه اختلال را به کار ببریم. اگر انرژی چند حالت را که قبل از اختلال V^1 (در این مورد، برهم‌کنشهای باقیمانده) با هم برابرند در نظر بگیریم، اثر اختلال ایجاد حالت‌هایی است که اختلاف انرژی‌شان با انرژیهای بدون اختلال از ویژه مقادیرهای ماتریس زیر به دست می‌آید

$$\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} & \dots & \dots \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & \dots & \dots \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (17.5)$$

به طوری که

$$v_{mn} = \int \phi_m^* V' \phi_n d\tau \quad (۱۸.۵)$$

و ϕ_m و ϕ_n تابع موجهای بدون اختلال هستند. در موردی که در بخش ۳.۵ بحث شد، این تابع موجها عبارت اند از $\phi_1 = (d_{5/2})^2$ ، $\phi_2 = (s_{1/2})^2$ و $\phi_3 = (d_{7/2})^2$. برای اینکه این اثر را نمایش دهیم فرض می کنیم تمام v_{mn} با هم برابرند در این صورت، ماتریس فوق به شکل زیر درمی آید

$$v_{11} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (۱۷.۵ \text{ الف})$$

اگر ماتریس 3×3 باشد. که در مثال فوق چنین است ویژه مقادیر $3v_{11}$ ، 0 ، و 0 هستند. در این صورت انرژی دو حالت توسط برهم کنش باقیمانده تغییر نمی کنند، درحالی که انرژی حالت سوم به مقدار $3v_{11}$ پایین می افتد. این تقریباً همان وضعیتی است که در شکل ۳.۵ نشان داده شده است.

در نظریه اختلال واگن، تابع موجهای حالتها، ویژه تابعهای رابطه (۱۷.۵) هستند که هر مؤلفه آن در تابع موج مربوطه اش ضرب شده است. از مثال فوق نتیجه می شود^۲

$$\psi_1 = 0.577(d_{5/2})^2 + 0.577(s_{1/2})^2 + 0.577(d_{7/2})^2$$

$$\psi_2 = -0.707(s_{1/2})^2 + 0.707(d_{7/2})^2$$

$$\psi_3 = 0.816(d_{5/2})^2 - 0.408(s_{1/2})^2 - 0.408(d_{7/2})^2$$

توجه کنید که برای تابع موج پایینترین حالت انرژی ψ_1 تمام جملهها دارای علامت یکسان هستند در صورتی که برای حالتها دیگر این طور نیست (این امر بسادگی از شرایط تعامد قابل استنباط است). این خاصیت که تمام جملهها دارای علامت یکسانی باشند همدوسی نامیده می شود. این مطلب با برخورد های منظم و موزون که در بخش قبل شرح دادیم، انطباق دارد.

اگر ماتریس رابطه (۱۷.۵ الف) شامل p سطر و ستون باشد، یعنی اگر p حالت با انرژی یکسان قبل از برهم کنشهای باقیمانده در نظر گرفته شود، ویژه مقادیر با این فرارند

۱. اگر برهم کنش باقیمانده جاذبه باشد، V' و بنابراین v_{mn} منفی است.

۲. ضرایب این تابع موجها، برخلاف بحثی که به دنبال رابطه (۱۴.۵) داشتیم، متناسب با $1/\sqrt{2j+1}$ نیستند، زیرا فرض اینکه تمام v_{mn} برابرند مسئله را تا حد زیادی ساده کرده است.

$$E_1 = p\nu_{11} \quad (19.5)$$

$$E_2 = E_3 = \dots = E_p = 0$$

در اینجا نیز انرژی يك حالت به مقدار زیاد پایین افتاده است درحالی که حالت‌های دیگر بدون تغییر مانده‌اند. همچنین تا بسع موج برای حالتی که انرژی اش پایین افتاده باشد، جمله‌هایی با علامت یکسان دارد یعنی تابعی هم‌دوس است، درحالی که تابع موج‌های مربوط به ویژه مقدارهای صفر دارای این خاصیت نیستند.

جالب است متذکر شویم که طبق رابطه (۱۹.۵)، مقدار انرژی که حالت هم‌دوس به‌میزان آن پایین برده می‌شود متناسب با تعداد جمله‌ها، p ، است و حالت موردنظر از ترکیب خطی همین جمله‌ها به‌دست می‌آید. همچنین این انرژی متناسب است با ν_{11} که خود متناسب با V' یعنی مقدار برهم‌کنش باقی‌مانده است.

کاربرد نظریه اختلال واگن در این مورد از دو نظر بحث‌انگیز است: (۱) انرژی‌های بدون اختلال در شکل ۳.۵ عبارت‌اند از 0 ، $2\varepsilon_p$ ، و $2\varepsilon_p$ که با هم برابر نیستند، (۲) برهم‌کنش‌های باقی‌مانده ممکن است قوی‌تر از آن باشند که آنها را به‌صورت يك اختلال کوچک در نظر گرفت. این مشکلات با روشی که به‌دنبال خواهد آمد قابل حذف‌اند، ولی در هر حال لازم است با استفاده بیشتر از نظریه کوانتومی درباره آن بحث شود. بیکربندی تابع موج‌های $(d_{5/2})^2$ ، $(s_{1/2})^2$ ، و $(d_{3/2})^2$ را با ϕ_i نشان می‌دهیم. اینها جواب‌های معادله شرودینگرند که با قراردادن پتانسیل نظریه پسته‌ای V_p به‌جای V به‌دست می‌آیند

$$H\phi_i = \varepsilon_i \phi_i \quad (20.5)$$

که H عملگری به‌صورت زیر است

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V_p$$

چون این توابع جواب‌های معادله شرودینگر هستند، پس ϕ_i ‌ها راست‌همجاری‌اند لذا

$$\int \phi_j^* \phi_i d\tau = \delta_{ij} \quad (21.5)$$

اگر پتانسیل‌های برهم‌کنش باقی‌مانده را با V' نشان دهیم، انرژی‌های واقعی E جواب‌های معادله کامل شرودینگرند

$$(H + V')\psi = E\psi \quad (22.5)$$

که ψ تابع موج‌های حالت‌های واقعی است. اگر ψ را بسط دهیم

$$\psi = \sum_i c_i \phi_i$$

و در رابطه (۲۲.۵) قراردسیم نتیجه می شود

$$H \sum c_i \phi_i + V' \sum c_i \phi_i = E \sum c_i \phi_i$$

با به کار بردن رابطه (۲۰.۵) در اولین جمله و ضرب معادله فوق از طرف چپ در $d\tau$ ، ϕ_j^* و انتگرال گیری آن، با استفاده از رابطه (۲۱.۵)، چنین به دست می آید

$$c_j \varepsilon_j + \sum_i c_i \int \phi_j^* V' \phi_i d\tau = E c_j$$

در صورتی که از رابطه (۱۸.۵) استفاده کنیم و آن را صریحاً بنویسیم، برای موردی که سه جمله در اختیار باشد داریم

$$c_1(v_{11} + \varepsilon_1 - E) + c_2 v_{12} + c_3 v_{13} = 0 \quad \text{برای } j = 1$$

$$c_1 v_{21} + c_2(v_{22} + \varepsilon_2 - E) + c_3 v_{23} = 0 \quad \text{برای } j = 2$$

$$c_1 v_{31} + c_2 v_{32} + c_3(v_{33} + \varepsilon_3 - E) = 0 \quad \text{برای } j = 3$$

که معادل است با

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 + v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & \varepsilon_2 + v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & \varepsilon_3 + v_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (23.5)$$

بنابراین انرژیها و تابع موجها عبارت اند از ویژه مقادیر و ویژه تابعهای ماتریس (۲۳.۵). می بینیم که رابطه فوق با رابطه (۱۷.۵) فقط در مقادیر ε_1 ، ε_2 و ε_3 که در قطر جملهها ظاهر شده اند فرق دارد. بعلاوه هیچگونه فرضی مبنی بر خیلی کوچک بودن V' نشده است. از آنجا که ε_1 ، ε_2 و ε_3 چندان اختلافی با هم ندارند، نتایج مشابه نتایجی خواهد بود که از رابطه (۱۷.۵) به دست می آیند.

متأسفانه، روشی که شرح دادیم برای وقتی که برهم کنشهای باقیمانده بین دونوکلئون در گستره محدود r دارای $V' = \infty$ می شود به کار نمی آید، زیرا برای چنین موردی v_{nn} رابطه (۱۸.۵) نامعین می شود. از آنجا که برهم کنش اصلی بین دونوکلئون همان طور که در شکل ۷.۳ داده شده دارای مغز سخت است ($V = \infty$ برای $r \leq r_0$) و این نیروی دافعه با برد کوتاه به طور وضوح در پتانسیل نظریه پسته ای در نظر گرفته نمی شود، لذا می بایست که قسمتی از برهم کنش باقیمانده باشد. بنابراین برای به کار گرفتن برهم کنشهای باقیمانده با مغزهای سخت کوشش فراوانی شده است و روشهای استاندارد برای این منظور به وجود آمده اند.

۵.۵ حالت‌های پایه هسته‌های زوج - زوج

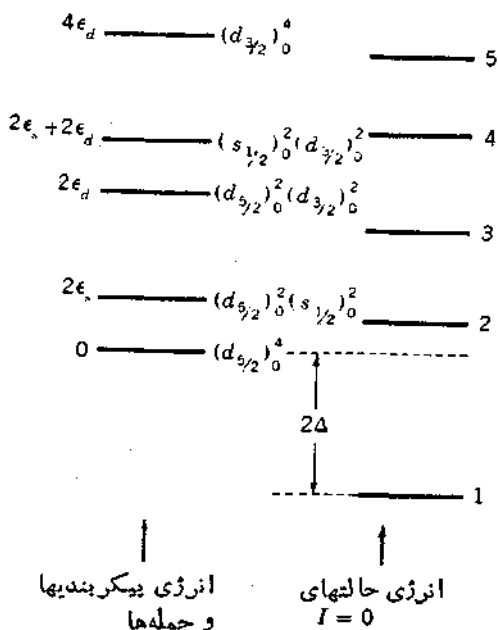
از آنجا که نوکلئون‌های يك مدار (با آنکه در جهت خلاف یکدیگر در حرکت‌اند) بیشتر وقت خود را نزدیک به یکدیگر می‌گذرانند، در این وضعیت برهم‌کنش آنها بیشتر از وضعیت‌های دیگر اتفاق می‌افتد. پس برهم‌کنش تزویجی قویتر از تمام برهم‌کنش‌های باقیمانده است. از آنجا که تغییرات انرژی حاصل از يك برهم‌کنش متناسب با قدرت برهم‌کنش است [به ضریب متناسب v_{11} و در نتیجه به تغییرات انرژی v در رابطه (۱۹.۵) توجه کنید]، پایین بودن انرژی حالت همدوس در برهم‌کنش تزویجی بزرگتر از هر حالت دیگر است. در نتیجه حالت ۱ شکل ۳.۵ پایینترین حالت انرژی 1^+_{10} است. پایینترین حالت انرژی، حالت پایه یا حالت عادی نامیده می‌شود. هسته به‌طور عادی در این حالت یافت می‌شود. تمام حالت‌های دیگر، حالت‌های برانگیخته نامیده می‌شوند زیرا معمولاً از طریق یکی از سازوکارهای واپاشی با يك گذر سریع که در فصل ۸ بحث خواهد شد به حالت پایه باز می‌گردند.

حال که تا اندازه‌ای حالت‌های پایه هسته را با دونوترون در خارج پوسته‌های پر مطالعه کردیم، بحث در مورد هسته‌های دو حفره‌ای خیلی آسان است یعنی هسته‌هایی که تنها دونوکلئون کم دارند تا يك هسته بسا پوسته پر بسازند. به عنوان مثال ^{206}Pb را در نظر بگیرید که در آن پوسته‌های پروتونی پرند (82 پروتون) و تعداد نوترون‌ها 124 تا است، یعنی دونوترون کمتر از پوسته پر 126 نوترونی دارد. مثل بخش ۲.۵ فقط باید حفره‌ها را در نظر بگیریم که طبق شکل ۵.۴ می‌توانند در مدارهای $p_{1/2}$ ، $f_{5/2}$ ، $p_{3/2}$ ، $i_{13/2}$ ، $f_{7/2}$ ، با $h_{9/2}$ واقع شوند. مشابه بحثمان در مورد 1^+_{10} ، تابع موج حالت پایه ^{206}Pb به‌قرار زیر است

$$\psi(^{206}\text{Pb}) = a_1(p_{1/2})^{-2} + b_1(f_{5/2})^{-2} + c_1(p_{3/2})^{-2} + d_1(i_{13/2})^{-2} + e_1(f_{7/2})^{-2} + f_1(h_{9/2})^{-2} \quad (24.5)$$

به‌طور کلی تمام بحث‌های راجع به هسته‌های با تعداد معینی نوکلئون در خارج پوسته بر عیناً برای هسته‌های با همان تعداد حفره در داخل پوسته پر به کار می‌رود. وقتی يك پوسته کمتر از نیمه پر است آسانتر است که درباره ذرات صحبت کنیم، و وقتی که بیشتر از نیمه پر است آسانتر است که درباره حفره‌ها صحبت شود.

هنگامی که بیش از دونوکلئون در يك پوسته وجود دارد، برهم‌کنش تزویجی چشمگیرتر از هسته‌هایی است که تا به حال درباره آنها بحث کرده‌ایم. برای مثال ^{20}O را در نظر بگیرید که دارای چهار نوترون در خارج 16O با پوسته پر است، در این صورت پنج جمله 0^+ موجود است که تمام نوترون‌ها با هم جفت شده‌اند. این جمله‌ها در سمت چپ شکل ۴.۵ دیده می‌شوند. انرژی‌های آنها را به آسانی می‌توان از شکل ۲.۵ حساب کرد. در نتیجه برهم‌کنش‌های باقیمانده، این جمله‌ها به‌صورت پنج حالت که تابع موج‌های آنها ترکیب خطی این جمله‌ها هستند، درمی‌آیند. مثل



شکل ۴.۵ انرژی‌های بعضی از جمله‌های $I=0$ و حالت‌های 2^+ (چهار نوترون در پوسته $\mathcal{N}=3$). در این جمله‌ها تمام نوترون‌ها دوپه‌دو بسا تکانه زاویه‌ای صفر جفت شده‌اند. انرژی جمله‌های نشان داده شده درست چپ دقیقاً برابر مجموع انرژی مدارهای اشغال شده است که در شکل ۲.۵ تعریف شد. گاف انرژی 2Δ نیز نشان داده شده است.

$$\psi_i(2^+0) = \alpha_i (d_{5/2})^4 + \beta_i (d_{5/2})^2 (s_{1/2})^2 + \gamma_i (d_{5/2})^2 (d_{3/2})^2 + \delta_i (s_{1/2})^2 (d_{3/2})^2 + \epsilon_i (d_{3/2})^4 \quad (25.5)$$

که در آن $i = 1, 2, 3, 4, 5$ است. انرژی این حالت‌ها درست راست شکل ۴.۵ نشان داده شده است. باز هم يك حالت با نمونه برخورد‌های خیلی منظم و موزون وجود دارد که انرژی را پایستراز انرژی حالت‌های دیگر درمی‌آورد و گاف انرژی 2Δ را ایجاد می‌کند. این اثر آنقدر قوی است که این حالت، حالت پایه 2^+0 می‌شود.

البته می‌توان مسئله را با استفاده از روش مربوط به (۲۳.۵) نیز حل کرد. در اینجا پنج جمله رابطه (۲۵.۵) ϕ_i و انرژی پیکربندی آنها ϵ_i است. انرژی‌ها و تابع موجها، ویژه مقادارها و ویژه تابعها يك ماتریس 5×5 اند که مشابه رابطه (۲۳.۵) است. از رابطه (۱۹.۵) می‌بینیم که انرژی پایین آورنده حالت پایه، متناسب با بعد ماتریس p است، بنا بر این این انرژی برای 2^+0 حتی بزرگتر از مورد 1^+0 است.

برهم کنش تزویجی آنقدر قوی است که در حالت‌های پایه هسته‌های با پوسته غیر پر که دارای تعداد زوج پروتون و نوترون هستند عمده‌ترین اثر به‌شمار می‌رود. در حالت

پایه این هسته‌های زوج - زوج تمام نوترونهایی که در پوسته‌های پرنیستند بسا نوترونهای دیگر، و تمام پروتونها با پروتونهای دیگر به صورت جفت درآمده‌اند. هر جفت شامل دو عضو در یک مدار است که در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند. یعنی دارای اعداد کوانتومی یکسان m ، l ، و z و عدد کوانتومی متقارن m هستند، اعضای جفت در اثر برخورد، کرا را مدارشان را عوض می‌کنند ولی همواره به صورت جفت باقی می‌مانند. تکانه زاویه‌ای کل برای هر جفت صفر است. زیرا از دو تکانه زاویه‌ای برابر ولی در خلاف جهت تشکیل شده است. پارینه هر جفت زوج است چون هر دو دارای عدد کوانتومی l یکسان هستند. در این صورت $2l = \sum l$ که بدون در نظر گرفتن مقدار l همواره زوج است. پس تکانه زاویه‌ای کل و پارینه آن حالت 0^+ می‌شود. همانند مورد 1^+0 و 2^+0 ، تعداد زیادی از این نوع حالتها وجود دارد، ولسی برخورد در حالت پایه منظمترین و موزون‌ترین برخوردهاست. بنابراین حالت پایه با مقدار گاف انرژی 2Δ پایینتر از هر حالت دیگر است.

تابع موج یک هسته زوج - زوج معمولی جمله‌های زیادی دارد. یک مثال نسبتاً ساده در جدول ۲۰۵ نشان داده شده است. به طوری که می‌بینیم تابع موج حالت پایه برای ^{88}Ru که دارای شش حفره پروتونی در پوسته $\mathcal{N} = 4$ و چهار ذره نوترونی در پوسته $\mathcal{N} = 5$ است می‌تواند شامل جمله‌هایی از هر کدام از ۱۵ پیکربندی پروتونی و ۱۴ پیکربندی نوترونی باشد. چون هر ترکیبی از پیکربندیهای پروتونی و نوترونی، جمله قابل قبولی برای تابع موج است، تابع موج $210 = 14 \times 15$ جمله دارد. 210 تابع موج حاصل از 210 حالتی است که توسط ترکیب خطی از این جمله‌ها به وجود آمده است. اما یکی از این 210 حالت یک ترکیب همگوس است که باعث می‌شود انرژی پائینتر از انرژیهای دیگر باشد. و این حالت، حالت پایه ^{88}Ru است.

مثال ^{88}Ru به خاطر سادگی نسبی اش انتخاب شده است. بزرگترین تعداد پیکربندی وقتی که پوسته تقریباً نیمه پر است اتفاق می‌افتد، که در این صورت پوسته‌های $\mathcal{N} = 4, 5$ به ترتیب دارای ۱۱ و ۱۶ ذره است. تعداد این پیکربندیها خیلی بیشتر از پیکربندیهای مربوط به چهار ذره و شش حفره است که در مثال فوق به کار رفت. در هسته‌های سنگینتر پوسته‌ها تعداد زیادی مدارهای مختلف دارند و در نتیجه تعداد پیکربندیها نیز افزایش می‌یابد. همان طور که از جدول ۲۰۵ دیده می‌شود، وقتی چهار ذره پنج مدار مختلف را پر می‌کنند تعداد پیکربندیها برابر با وقتی است که شش حفره چهار مدار مختلف را پر کنند. وقتی این آثار در نظر گرفته شود، به آسانی می‌توان دید که در بعضی هسته‌ها، تعداد جمله‌ها در تابع موج حالت پایه به دهها هزار می‌رسد.

در توصیف حالت پایه هسته‌های زوج - زوج گفتیم که هر نوترون با نوترون دیگر و هر پروتون با پروتون دیگری جفت می‌شود، اما دلیلی ندارد که جفت شدن نوترون و پروتون ممکن نباشد. در مثال ^{88}Ru کاملاً واضح است که این عمل امکان پذیر نیست زیرا نوترونها و پروتونها پوسته‌های مختلفی را پر می‌کنند. پوسته‌ای که توسط پروتونها در دست پر شدن است قبلاً از نوترونها پر شده است، و پوسته‌ای که قرار است توسط نوترونها پر شود، پایینترین

جدول ۲.۵ جمله‌ها در تابع موج حالت پایه ${}^4_2\text{Ru}$ (شش حفره پروتونی در $p_{3/2}$ ، $f_{5/2}$ ، $g_{9/2}$ ، و چهار ذره نوترونی در $d_{5/2}$ ، $g_{7/2}$ ، $s_{1/2}$ ، و $h_{11/2}$). حاصل ضرب هر حالت ستون چپ در هر حالت ستون راست، يك جمله از تابع را تشکیل می‌دهد.

پروتون	نوترون
$(p_{3/2})^{-4}(f_{5/2})^{-2}$	$(d_{5/2})^4$
$(p_{3/2})^{-4}(p_{1/2})^{-2}$	$(d_{5/2})^2(g_{7/2})^2$
$(p_{3/2})^{-4}(g_{9/2})^{-2}$	$(d_{5/2})^2(s_{1/2})^2$
$(p_{3/2})^{-2}(f_{5/2})^{-4}$	$(d_{5/2})^2(d_{3/2})^2$
$(p_{3/2})^{-2}(f_{5/2})^{-2}(p_{1/2})^{-2}$	$(d_{5/2})^2(h_{11/2})^2$
$(p_{3/2})^{-2}(f_{5/2})^{-2}(g_{9/2})^{-2}$	$(g_{7/2})^4$
$(p_{3/2})^{-2}(p_{1/2})^{-2}(g_{9/2})^{-2}$	$(g_{7/2})^2(s_{1/2})^2$
$(p_{3/2})^{-2}(g_{9/2})^{-4}$	$(g_{7/2})^2(d_{3/2})^2$
$(f_{5/2})^{-6}$	$(g_{7/2})^2(h_{11/2})^2$
$(f_{5/2})^{-4}(p_{1/2})^{-2}$	$(s_{1/2})^2(d_{3/2})^2$
$(f_{5/2})^{-4}(g_{9/2})^{-2}$	$(s_{1/2})^2(h_{11/2})^2$
$(f_{5/2})^{-2}(p_{1/2})^{-2}(g_{9/2})^{-2}$	$(d_{3/2})^4$
$(f_{5/2})^{-2}(g_{9/2})^{-4}$	$(d_{3/2})^2(h_{11/2})^2$
$(p_{1/2})^{-2}(g_{9/2})^{-4}$	$(h_{11/2})^4$
$(g_{9/2})^{-6}$	

پوسته موجود برای پروتون‌ها نیست و بنابراین اشغال در حالت پایه صورت نخواهد گرفت. اما در هسته‌های سبک، نوترون‌ها و پروتون‌ها پوسته یکسان و حتی مدارهای یکسانی را پر می‌کنند. برای مثال در ${}^{20}\text{Ne}$ دو پروتون و دو نوترون در خسارچ پوسته پسر ${}^{16}\text{O}$ بیشتر و قشان را در مدار $d_{5/2}$ می‌گذرانند. در چنین وضعیتی تزییج بین نوترون‌ها و پروتون‌ها صورت می‌گیرد.

يك وضعیت بینابینی در هسته‌ای مثل ${}^{70}\text{Zn}$ اتفاق می‌افتد که دارای ۳۰ پروتون و

۲۵ نوترون است. پروتون‌ها و نوترون‌ها، هر دو پوسته $\mathcal{N} = 4$ شکل ۵.۲ را پر می‌کنند، اما غالباً پروتون‌ها مدارهای پایینتر آن پوسته ($5/2, f, 3/2, p$) و نوترون‌ها مدارهای بالاتر ($5/2, g, 7/2, p$) را پر می‌کنند. بنا بر این در چنین هسته‌هایی توزیع بین نوترون‌ها و پروتون‌ها نسبتاً کم اتفاق می‌افتد.

۶.۵ زوجهای شکسته و عدد شبه‌ذره‌ای

يك نکته جالب در مورد جدول ۲.۵ این است که به هیچ‌وجه تمامی جمله‌های o موجود در ^{98}Ru را شامل نمی‌شود. مثلاً، جمله‌های نوترونی زیر را در بر ندارد

$$[(d_{5/2})^2(g_{7/2})^2]_0 \quad (۲۶.۵ \text{ الف})$$

$$(d_{5/2}g_{7/2}s_{1/2}d_{7/2})_0 \quad (۲۶.۵ \text{ ب})$$

این جمله‌ها دارای دو زوج شکسته هستند، یعنی دو زوج نوکلئون (جمعاً چهارتا) که شریکی با اعداد کوانتومی یکسان m, l, z ، و عدد کوانتومی قرینه m ندارند. چنین جمله‌هایی از برخورد بین دو عضو زوجهای مختلف به دست می‌آیند، ولی وقتی در پیکربندی مثل (۲۶.۵) قرار می‌گیرند احتمال برگشت به وضعیت تزویج کامل کم می‌شود چون نوکلئون‌ها در این وضعیت‌ها اغلب آنقدر به هم نزدیک نمی‌شوند که برخوردی صورت گیرد، و هنگامی که بین آنها برخوردی صورت می‌گیرد احتمال اینکه به جمله دیگری با دو زوج شکسته تبدیل شوند، زیاد است. در این صورت انتظار نداریم که جمله‌هایی مثل (۲۶.۵) در نمونه برخوردی بسیار فراوان و موزون که مشخصه حالت‌های پایه در هسته‌های زوج-زوج است، شرکت کنند.

دانشجویانی که اطلاعات بیشتری دارند مطلب فوق را از روی رابطه (۲۳.۵) به صورت زیر درمی‌یابند. این واقعیت که برخورد بین جمله‌های با تزویج کامل و جمله‌های با دو زوج شکسته به ندرت اتفاق می‌افتد به این معنی است که v_{mn} برای این برخوردها خیلی کوچکتر از v_{mn} بین دو جمله با تزویج کامل یا بین دو جمله با دو زوج شکسته است. حال فرض کنیم که این جمله‌ها صفر باشند. می‌توانیم جمله‌های با تزویج کامل را با ϕ_i که در آن i مساوی ۱ تا q است و جمله‌های دو زوج شکسته را ϕ_i که در آن i مساوی $q+1$ تا N است در نظر بگیریم. بنا بر این، ماتریس مشابه (۲۳.۵) به قرار زیر است

$$\begin{bmatrix} v_{11} + \epsilon_1 & \cdots & v_{1q} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ v_{q1} & \cdots & v_{qq} + \epsilon_q & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \vdots \\ v_{q+1, q+1} + \epsilon_{q+1} & \cdots & v_{qN} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ v_{N, q+1} & \cdots & v_{NN} + \epsilon_N & \vdots \end{bmatrix}$$

این ماتریس معادل دوماتریس مستقل از هم است، و در حالت پایه که تابع ویژه ماتریس چپ است، هیچ جمله‌ای با $q > i$ وجود ندارد.

(البته جمله‌هایی هستند که در آنها فقط یک زوج شکسته وجود دارد، اما یک زوج شکسته نمی‌تواند با تکانه زاویه‌ای صفر جفت شود (توجه کنید که در شکل ۵.۴، دوترازی که مربوط به یک پوسته باشند نیز یکسان ندارند)، بنابراین جمله‌های یک زوج شکسته در حالت‌های پایه مورد نظر نیستند. به طوری که خواهیم دید این جمله‌ها در حالت‌های برانگیخته مهم‌اند.

مفهومی که به تعداد زوج‌های شکسته ارتباط زیادی دارد عدد شبه ذره‌ای یک حالت است. این عدد تقریباً عبارت است از تعداد ذرات بعلاوه حفره‌هایی که باید به حالت پایه هسته زوج - زوج وارد شود تا حالت مورد نظر به دست آید. با این تعریف، تغییر مدار یک نوکلئون در حالت پایه، منجر به ایجاد یک حالت دو شبه ذره‌ای که آن را با $2QP$ نمایش می‌دهند می‌شود. زیرا تفاوت این حالت با حالت پایه داشتن یک مدار اضافی اشغال شده (مدار جدید) و یک حفره اضافی (در مدار قدیمی) است. جمله (۲۶.۵ الف) می‌تواند قسمتی از یک حالت $4QP$ باشد، زیرا دو نوکلئون $d_{5/2}$ و $g_{7/2}$ می‌باید مدارهایشان را از حالت پایه به مدارهایی با m مختلف یعنی سنگ‌گیرهای مختلف در فضا تغییر دهند. جمله (۲۶.۵ ب) نیز می‌تواند قسمتی از یک حالت $4QP$ باشد.

واضح است که عدد شبه ذره‌ای یک حالت، باید حداقل به بزرگی دو برابر تعداد زوج‌های شکسته باشد، اما این عدد می‌تواند بزرگتر هم باشد. برای مثال بنا به تعریف تنها یک حالت صفر شبه ذره‌ای یعنی همان حالت پایه می‌تواند وجود داشته باشد. تمام حالت‌های دیگر 0^+ که در آنها برخورد از نوع همدوس نیست حداقل باید از حالت‌های $2QP$ باشند، حتی اگر در آنها زوج شکسته موجود نباشد. در بسیاری از موقعیت‌هایی که بحث می‌شود، یک خاصیت مهم هر حالت چگونگی تفاوت آن از حالت پایه هسته‌های زوج - زوج است، بنابراین عدد شبه ذره بسیار مفید خواهد بود.

۲.۵ عده‌های اشغال

چون تابع موج‌های حالت پایه هسته‌های زوج - زوج خیلی پیچیده‌اند و اغلب شامل هزاران و حتی ده‌ها هزار جمله می‌شوند، بهتر است روش ساده‌تری را برای تشریح آنها مطرح کنیم، حتی اگر دقیق نباشد. چنین روشی با به کار بردن اعداد اشغال z امکان پذیر است. این اعداد نشان می‌دهند که مدارها با مقادیر معلوم m ، l ، و z چگونه پر شده‌اند، (در هر پوسته معلومی فقط یک نوع مدار بسیار معین موجود است، بنابراین ویژگی z نمایانگر اعداد کوانتومی n و l است که احتیاجی به عنوان شاخص نیست.) ابتدا مثال‌هایی از z را برای مواردی که قبلاً در تابع موجها بحث کردیم می‌آوریم. در تابع موج حالت پایه 10 رابطه (۱۲.۵) دوترون کسری از وقتشان، q ، را در مدارهای $d_{5/2}$ می‌گذرانند، و وقتی در مدارهای $d_{5/2}$ هستند یک سوم آن مدارها پر است زیرا مدارهای $d_{5/2}$ می‌توانند $1 + z = 2$ نوترون را در خود جا دهند، در این صورت

$$V_{\delta/2}^{\gamma} = \frac{1}{3} a_{\gamma}^2 \quad (27.5 \text{ الف})$$

و با همین روش نتایج زیر به دست می‌آیند

$$V_{\gamma/2}^{\gamma} = b_{\gamma}^2 \quad (27.5 \text{ ب})$$

$$V_{\pi/2}^{\gamma} = \frac{1}{2} e_{\gamma}^2 \quad (27.5 \text{ ج})$$

این کسر $(1/2 + 1/2)$ برابر تعداد مدارهای پر شده است. در 20° تابع موج رابطه (25.5) با $i=1$ به دلیل مشابهی به آسانی می‌تواند منتهی به روابط زیر شود

$$V_{\delta/2}^{\gamma} = \frac{2}{6} \alpha_{\gamma}^2 + \frac{2}{6} (\beta_{\gamma}^2 + \gamma_{\gamma}^2)$$

$$V_{\gamma/2}^{\gamma} = \beta_{\gamma}^2 + \delta_{\gamma}^2 \quad (28.5)$$

$$V_{\pi/2}^{\gamma} = \frac{2}{4} (\gamma_{\gamma}^2 + \delta_{\gamma}^2) + \varepsilon_{\gamma}^2$$

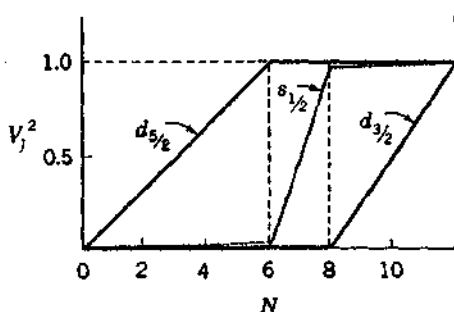
يك مزیت بزرگ به کار بردن اعداد اشغال V_i^{γ} این است که می‌توانیم مقدارشان را به آسانی برآورد کنیم. ببینیم این عمل چگونه انجام می‌شود. اگر هیچ بر خوردی در هسته‌ها صورت نمی‌گرفت V_i^{γ} شکل بسیار ساده‌ای می‌داشت. برای مثال در حالی که نوترون‌ها به پوسته $\gamma=3$ اضافه شوند، شش‌تای اول آنها به مدارهای $d_{5/2}$ می‌روند که از آنها

$$V_{\delta/2}^{\gamma} = \begin{cases} \frac{1}{6} N & N < 6 \\ 1.0 & N \geq 6 \end{cases}$$

که N تعداد نوترون‌هاست. هفتمین و هشتمین نوترون به مدارهای $s_{1/2}$ و چهار نوترون بعدی به مدارهای $d_{3/2}$ می‌روند، بنابراین V_i^{γ} مشابه شکل 5.5 عمل خواهد کرد.

در هر حال می‌دانیم که در هسته‌ها برخوردهایی صورت می‌گیرد و سیستم ساده پر شدن مدارها که در شکل 5.5 تشریح شده، معتبر نیست. در حقیقت، همان‌طور که از رابطه (12.5) مشاهده می‌کنیم حتی در ^{18}O با $N=2$ قسمتی از مدارهای $s_{1/2}$ و $d_{3/2}$ پر شده است، بنابراین منحنیهای شکل 5.5 باید اصلاح شوند. این اصلاح به صورت یک تاختی که در شکل 5.5 نمایش داده شده است انجام می‌گیرد. ویژگی شکل 5.5 باقی می‌ماند ولی گوشه‌های تیز، گرد می‌شوند.

از رابطه (27.5) و شکل 5.5 مشاهده می‌کنیم که برای ^{18}O رابطه زیر برقرار است

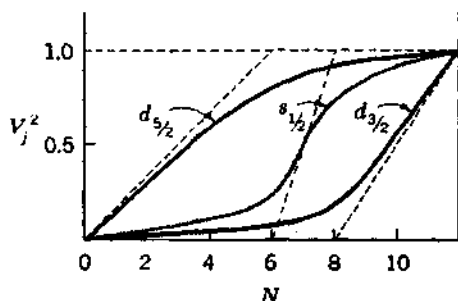


شکل ۵.۵ اعداد اشغال V_j^2 بر حسب N تعداد نوکلئون‌ها در پوسته $\mathcal{N}=3$ ، با این تقریب که هیچ برهم‌کنش باقیمانده‌ای وجود ندارد.

$$\frac{1}{3} a_1^2 \gg b_1^2 \gg \frac{1}{4} e_1^2$$

این رابطه با تعیین تجربی تابع موج حالت پایه $1s_0$ توافق دارد. این اندازه‌گیری از طریق تعیین V_j^2 با استفاده از روشهای داده شده در بخش ۳.۱۲ و کاربرد رابطه (۲۲.۵) انجام می‌شود. در این بخش $a_1^2 = 0.081$ ، $b_1^2 = 0.155$ ، $e_1^2 = 0.035$ به دست آمده است.

وقتی حفره‌ها را در نظر می‌گیریم تعداد حفره‌ها در حالت f متناسب با $1 - V_j^2$ است. در مورد هسته‌های دوحفره‌ای، همان‌طور که برای $N=10$ در شکل ۵.۵ آمده است، می‌توان دید که حفره‌ها مدارهایی را که دارای بیشترین انرژی (در این مورد مدار $d_{5/2}$) هستند اشغال می‌کنند. این مطلب را می‌توان برای ^{208}Pb که تابع موجش در رابطه (۲۴.۵) داده شده



شکل ۵.۶ V_j^2 بر حسب N با تصحیح برای وجود برهم‌کنشهای باقیمانده. خطوط خط‌چین تکرار شکل ۵.۵ هستند. منحنیها که اثرات برهم‌کنشهای باقیمانده را نشان می‌دهند همان خطوط خط‌چین هستند که گوشه‌ها نشان گرد شده‌اند.

است، نشان داد. در این مورد، اعداد اشغال مشابه شکل ۶.۵ برای پوسته $N=82$ تا ۱۲۶ چنین می‌شود

$$a^2 > \frac{1}{3} b^2 > \frac{1}{2} c^2 > \frac{1}{4} d^2 > \frac{1}{5} e^2 > \frac{1}{6} f^2$$

مقادیر تجربی ضرایب به‌قرار زیر است

$$a^2 = 0.54 \quad b^2 = 0.20$$

$$c^2 = 0.12 \quad d^2 = 0.12$$

$$e^2 = 0.03 \quad f^2 \leq 0.01$$

بدیهی است این ضرایب در شرایط فوق صدق می‌کنند. این حقیقت که V_j^2 باید مطابق شکل ۶.۵ رفتار کند، روی تابع موجهای خیلی پیچیده که قبلاً در باره آنها بحث شد محدودیتهای سختی اعمال می‌کند (جدول ۲.۵)، ولی تابع موجها را، جز در مواردی که فقط دو نوکلئون خارج از پوسته‌های پر وجود داشته باشد، کاملاً مشخص نمی‌کند. حتی در مورد نسبتاً ساده ^{20}O این واقعیت که سه مقدار V_j^2 از شکل ۶.۵ معلوم می‌شوند، برای تعیین پنج ثابت $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j, \delta_j, \epsilon_j$ در رابطه (۲۸.۵) کافی نیست. لیکن V_j^2 تمام اطلاعات مهم در باره تابع موجها را که برای بسیاری کاربردهای عملی لازم است در بر دارد. برای محاسبه دقیق آنها، یعنی قرار دادن شکل ۶.۵ روی یک مبنای کمی، روشهای مفیدی وجود دارد.

در اینجا یکی از این روشها را که به نظریهٔ تدریج معروف است، بدون آنکه فرمول آن را به‌دست آوریم، شرح می‌دهیم. در این روش

$$V_j^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\epsilon_j - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] \quad (29.5)$$

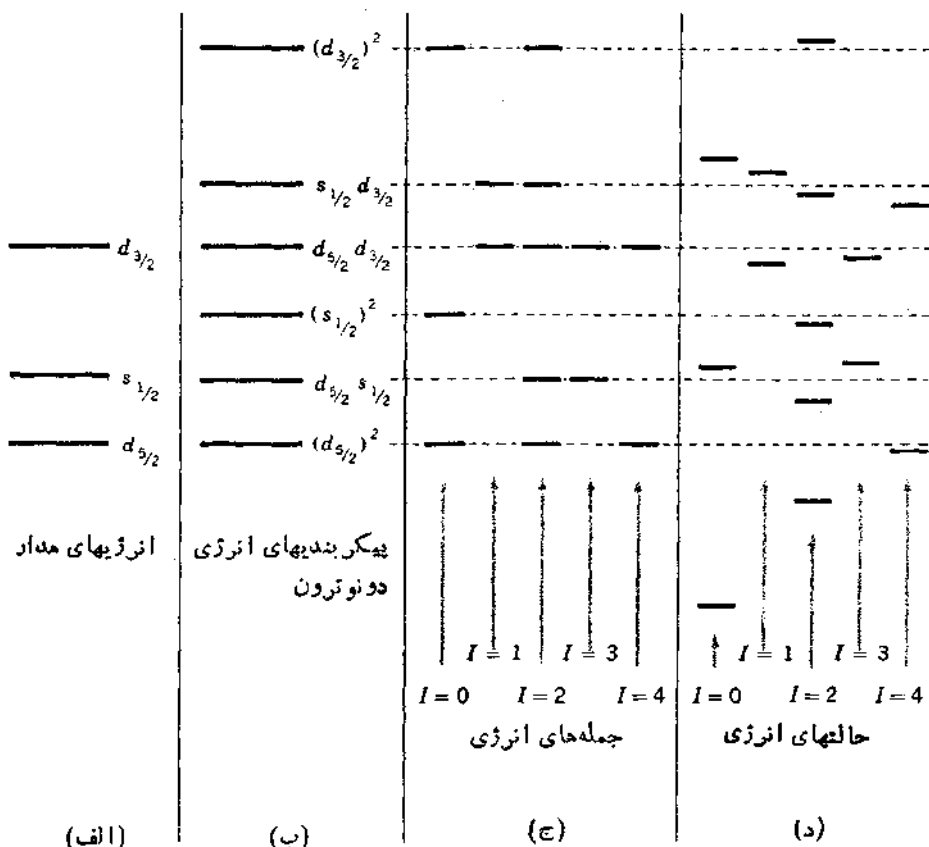
که λ از شرط کمکی، مبنی بر اینکه تعداد نوکلئونها در پوسته مقدار صحیح خودش، N ، را دارد، تعیین می‌شود. این مقسدار از حاصل جمع تعداد نوکلئونها برای هر j به‌دست می‌آید

$$N = \sum_j (2j+1) V_j^2$$

برای پوستهٔ نمایش داده شده در شکل ۶.۵ سه مقدار j : $(d_{5/2})$ با $j=5/2$ با $\epsilon_j=0$ ، $(s_{1/2})$ با $j=1/2$ با $\epsilon_j=0$ ، و $(p_{3/2})$ با $j=3/2$ با $\epsilon_j=0$ وجود است. Δ درمخرج رابطه (۲۸.۵) همان‌طور که در شکلهای ۳.۵ و ۴.۵ نشان داده شده، برابر با نصف گاف انرژی است. در بخش ۲.۷ روشی برای تعیین Δ با استفاده از اندازه‌گیری انرژیهای جدایی، ارائه شده است.

۸.۵ حالت‌های برانگیخته با انرژی کم - مقدمه

حال که حالت‌های پایه هسته‌های زوج - زوج را تا اندازه‌ای فهمیده‌ایم. نگاهی هم به حالت‌های برانگیخته آنها داشته باشیم. به عنوان مقدمه‌ای برای این مسئله خیلی پیچیده، دوباره هسته ^{۱۸}O را مطالعه می‌کنیم و تمام حالت‌هایی را که بدون برانگیختن یک نوترون به پوسته بالاتر می‌تواند شکل بگیرد در نظر می‌گیریم. درست چپ شکل ۷.۵ انرژی‌های سه مدار از پوسته



شکل ۷.۵ شکل‌گیری حالت‌های ^{۱۸}O که از تمام پیکر بندی‌های ممکن دونوترون در پوسته $N=۳$ حاصل شده است. انرژی‌های مدار (الف) از شکل ۵.۴ به دست آمده‌اند. انرژی پیکر بندی‌های مختلف دونوترون در (ب) نشان داده شده‌است. این مقادیر از جمع انرژی‌های مدارهای اشغال شده به دست می‌آیند و انرژی پایینترین حالت صفر فرض می‌شود. شکل (ج) جمله‌های مربوط به هر تکانه زاویه‌ای I قابل حصول از پیکر بندی‌ها را نشان می‌دهد. برای مثال، پیکر بندی $d_{5/2} d_{3/2}$ جمله‌هایی با $I = ۱, ۲, ۳, ۴$ می‌دهد که انرژی‌شان همان انرژی پیکر بندی شکل (د) حالت‌های حاصل از جمله‌های هر I را نشان می‌دهد.

$\eta = 3$ که از شکل ۵.۴ گرفته شده نشان داده شده است. ستون دوم شش پیکر بندی ممکن را که می‌توان با قراردادن دو نوکلئون در این مدارها به آن دست یافت نشان می‌دهد. همان طور که قبلاً بیان شد، انرژی پیکر بندی از جمع انرژیهای مدارهای اشغال شده به دست می‌آید. قسمت بعدی شکل، جمله‌هایی را که بر طبق مقادیر I دسته بندی شده اند نشان می‌دهد. برای مثال، کار برد ساده روشهای بخش ۲.۲ نشان می‌دهد که از ترکیب تکانه‌های زاویه‌ای $5/2 + 3/2$ می‌توان به $1, 2, 3, 4$ رسید. در این صورت جمله‌های $d_{5/2} d_{3/2}$ با این مقادیر I در شکل ۷.۵ وجود دارند. در بخش ۱۳.۵ نشان داده می‌شود که بنا بر اصل طرد پاولی، از $(d_{5/2})^2$ فقط جمله‌های $0, 2, 4$ و از $(d_{3/2})^2$ فقط جمله‌های $0, 2$ حاصل می‌شوند. تمام جمله‌ها در شکل ۷.۵ دارای پارامتر مثبت اند، زیرا هر سه مدار I زوج دارند و جمع دو عدد زوج همواره زوج است. همان طور که می‌دانیم انرژی جمله‌ها، درست برابر انرژی پیکر بندی‌هایی است که از آن حاصل می‌شوند.

حال آماده‌ایم تا اثر بر خورد ها را در نظر بگیریم. بنا بر قواعد بخش ۱۰.۵، در برخورد ها باید تکانه زاویه‌ای کسلی I پایسته باشد، بنا بر این تغییر پیکر بندی در اثر برخورد فقط میان جمله‌هایی که دارای I یکسان هستند می‌تواند صورت گیرد. در شکل ۳.۵ دیدیم که برخوردها چگونه روی انرژی حالت‌های $I = 0$ اثر می‌گذارند. اثر آنها بر حالت‌های $I = 2$ نیز مشابه $I = 0$ است گرچه به آن اندازه قوی نیست. از آنجا که پنج جمله با $I = 2$ در شکل ۷.۵ وجود دارد، باید پنج حالت $I = 2$ ، هریک با تابع موج‌هایی به شکل زیر وجود داشته باشند.

$$\psi_2 = a_1(d_{5/2})^2 + b_1(d_{5/2} s_{1/2}) + c_1(d_{5/2} d_{3/2}) + d_1(s_{1/2} d_{3/2}) + e_1(d_{3/2})^2$$

در یکی از این حالتها یک نقش برخورد خیلی منظم و موزون وجود دارد که باعث می‌شود تا انرژی در زیر پاینتین انرژی پیکر بندی قرار گیرد. تشریح کوانتومی این مورد، شبیه بحثی است که در بخش ۴.۵ داشتیم. این اثر آنقدر قوی است که این حالت را همان طور که در شکل ۷.۵ دیدیم، به اولین (یعنی پاینتین انرژی) حالت برانگیخته هسته تبدیل می‌کند.

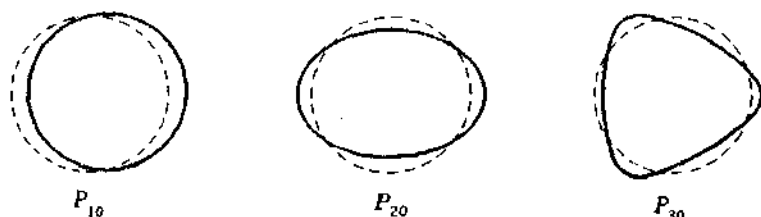
تغییر مورد زوج شدن و حالت پایه، این اثر در تمام هسته‌های زوج - زوج کروی با پوسته پر نشده اتفاق می‌افتد. اگر تعداد جمله‌های $2+$ با یک زوج شکسته برابر q باشد، q حالت وجود دارد که ترکیب خطی این جمله‌هاست. در یکی از این حالتها، نقش برخورد بسیار موزون است که باعث می‌شود انرژی آن حالت آنقدر پایین بیاید که اولین حالت برانگیخته هسته شود.

پایین آمدن زیاد انرژی، تحلیل فیزیکی ساده‌ای دارد. در اینجا برخورد چنان موزون است که به همان دلیل که در بخش ۸.۴ بحث شد باعث تغییر شکل مدارهای تمام نوکلئونهای داخل هسته به طور هماهنگ با آن می‌شود. در نتیجه شکل کل هسته به تریبی شبیه به ارتعاش یک قطره مایع کروی، با زمان تغییر می‌کند. قبل از ادامه بحث، بهتر است این نوع ارتعاش را مفصلتر بررسی کنیم.

۹.۵ نوسان شکلی قطره مایع

مسئله کلاسیک نوسان شکلی يك قطره مایع ماکروسکوپی را در نظر می گیریم. جدا از چند اثر پیچیده، می توان این نوسانها را بسادگي در زندگی روزمره به صورت نوسانهای قطرات پروسودای آب روی يك سطح روغنی داغ، یا قطرات ازت مایع روی کف اتاق یا روی میز مشاهده کرد. این نظریه در قرن نوزدهم به وسیله لرد ریلی ارائه شده که ارتعاشات را ممکن است به صورت ترکیبی از امواج ساکن روی سطح قطره، مشابه امواج ساکن يك سیم مرتعش (مثل يك سیم ویلون) یا يك ستون هوا (مثل ارگ)، در نظر گرفت. برای اینکه امواج ساکن باشند، امواج روی سطح قطره باید مضرب صحیحی از طول موجهایی که دور سطح کره را می پیمایند باشند، تا امواج ضمن حرکت به دور کره در چرخه های متوالی اثر یکدیگر را خنثی نکنند. بنابراین مسئله مشابه مسئله ای است که در بخشهای ۳.۲ و ۴.۲ در مورد بستگی تابع موج يك ذره در جابجایی به θ و ϕ در نظر گرفته شد، و از این رو نتایج هم تقریباً یکسان اند. در این امواج، وابستگی تغییر شکل تعادل کروی به θ و ϕ ، به وسیله چند جمله ایهای وابسته λ و μ در جدول ۲.۲ آمده است داده می شود. ما آنها را $P_{\lambda\mu}$ می نامیم. (توجه کنید که در اینجا λ نباید با علامت طول موج اشتباه شود.)

تغییر شکل P_{00} در موج $\lambda = 0$ بستگی به θ ندارد، بنابراین مورد توجه نیست. در شکل ۸.۵ تغییر شکلهای موجهای $\lambda = 1, 2, 3$ ، و $\lambda = 3$ نشان داده شده اند. بلافاصله مشاهده می شود که موج $\lambda = 1$ از لحاظ فیزیکی غیر قابل قبول است، زیرا که مربوط به حرکت مرکز جرم قطره می شود. در مورد موجهای $\lambda = 2, 3, \dots$ چنین اشکالی بوجود نمی آید، و این موجها شکلهای اساسی ارتعاش را تشکیل می دهند، همان طور که شکلهای اساسی ارتعاش يك سیم مضرب درستی از نصف طول موج است. این شکلهای اساسی، مدهای عادی نامیده می شوند، و در درسهای مکانیک کلاسیک روشهایی عرضه می شود که بدان وسیله هر نمونه از ارتعاش ممکن به صورت ترکیب خطی از مدهای عادی تلقی می شود. در این صورت مسئله ارتعاش، به مسئله درك ارتعاش مد عادی منفرد تقلیل می یابد. چگونگی بررسی يك مد عادی منفرد مشابه مورد آشنای امواج در سیم است. سرعت



شکل ۸.۵ تغییرات امواج ساکن روی سطح يك قطره مایع، از حالت تقارن کروی، متناسب با چند جمله ایهای وابسته λ و μ در اینجا امواج برای $\mu = 0$ و $\lambda = 1, 2, 3$ است. تمام شکلهای دارای تقارن چرخشی حول محور افقی ای که از مرکزشان می گذرد، هستند. خط چینها تغییر شکل صفر یعنی تقارن کروی را نشان می دهند.

موج v به‌طور تقریبی با رابطه زیر تعیین می‌شود

$$v \approx \sqrt{\frac{T'}{M'}} \quad (۳۰.۵)$$

که M' چگالی جرمی و T' کشش سطحی یا نیروی متناظر با واحد جابه‌جایی است که در مقابل انحراف از شکل کروی مقاومت می‌کند (این مطلب در بخش ۲.۷ بحث خواهد شد). طول موج، که آن را در اینجا برای جلوگیری از اشتباه با W_λ نشان می‌دهیم، با استفاده از شکل هندسی تعیین می‌شود. برای مثال وقتی که شکل مثل مورد P_3 در شکل ۸.۵ باشد، موج ساکن سه طول موج را می‌گذراند تا یک دور بزند، که در این صورت طول موج برابر یک سوم $2\pi R$ می‌شود. به‌طور کلی اگر تعداد طول موج در یک دور کامل برابر λ باشد، داریم

$$W_\lambda \approx \frac{2\pi R}{\lambda} \quad (۳۱.۵)$$

بسامد ν_λ یک موج از رابطه آشنای بین بسامد، سرعت و طول موج تعیین می‌شود

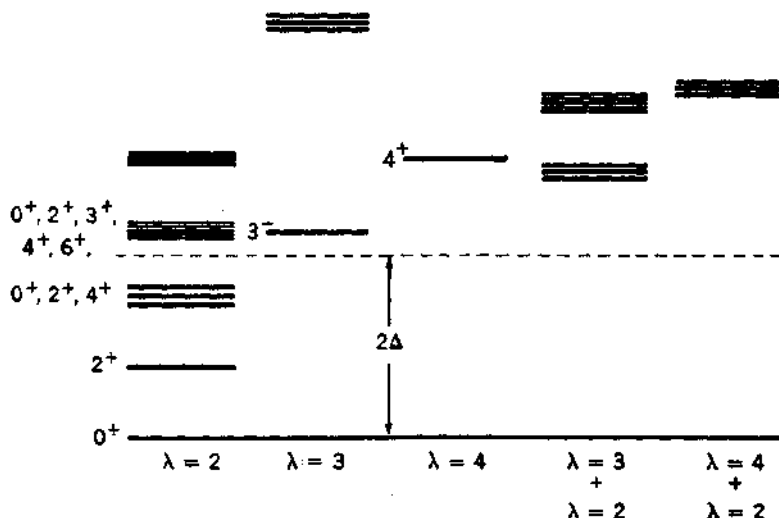
$$\nu_\lambda = \frac{v}{W_\lambda} \quad (۳۲.۵)$$

از بخش ۲.۱ می‌دانیم که چگالیهای جرمی و ساختار سطحی برای تمام هسته‌ها کاملاً مشابه است، بنابراین از روابط (۳۱.۵) و (۳۲.۵) معلوم می‌شود که به‌طور تقریبی داریم

$$\nu_\lambda \approx \text{const.} \times \frac{\lambda}{R} \quad (۳۳.۵)$$

در یک سیستم به اندازه کافی کوچک مثل هسته و مولکول، که اثرهای کوانتومی قابل توجه‌اند، ارتعاشات در واحدهای انرژی $h\nu_\lambda$ کوانتیده‌اند. این کوانتومهای ارتعاشی فونون نامیده می‌شوند. هر حالت ارتعاشی باید شامل تعداد درستی از فونونها برای هر λ باشد. انرژیهای بعضی از کم انرژیترین حالت‌های ارتعاشی عبارت‌اند از $h\nu_\lambda$ ، $2h\nu_\lambda$ ، $3h\nu_\lambda$ ، $4h\nu_\lambda$ ، $5h\nu_\lambda$ ، و غیره. با یک محاسبه دقیقتر از آنچه به رابطه (۳۳.۵) منجر شد، انرژی این حالتها تقریباً مطابق شکل ۹.۵ به دست می‌آید. می‌توان نشان داد هر فونون ارتعاش دارای تکانه زاویه‌ای λ و پارینته $\lambda(\lambda-1)$ است. در نتیجه برای حالت‌های ارتعاشی با انرژیهای $h\nu_\lambda$ ، $2h\nu_\lambda$ ، $3h\nu_\lambda$ به ترتیب مطابق I^π داریم 2^+ ، 3^- ، و 4^+ در بخش ۱۳.۵ نشان داده می‌شود که در ارتعاش دوفونونی با انرژی $2h\nu_\lambda$ تکانه زاویه‌ای کل می‌تواند برابر با ۰، ۲، یا ۴ باشد. بنابراین در انرژی $2h\nu_\lambda$ سه حالت با I^π های 0^+ ، 2^+ ، و 4^+ داریم که در شکل ۹.۵ نشان داده شده‌اند.

جالب است متذکر شویم که ارتعاشاتی که در زندگی روزمره با آنها روبه‌رو می‌شویم عموماً ترکیبی از تعداد زیادی مد عادی هستند و در نتیجه از ترکیب تعداد زیادی بسامد



شکل ۹.۵ طیف انرژی حالت‌های ارتعاشی پیش‌بینی شده در صورتی که هسته به صورت یک قطره مایع در نظر گرفته شود. انرژی‌های هر مقدار λ به ترتیب حالاتی که تعداد فونون‌هایشان زیاد می‌شود، در یک ستون گروه‌بندی شده‌اند. حالت‌هایی که نزدیک به هم هستند، عملاً انرژی یکسان دارند. گاف انرژی 2Δ که در هسته‌های معمولی اتفاق می‌افتد، به صورت انرژی نسبی نشان داده می‌شود. انرژی‌های ارتعاشات یک فونونی طوری میزان شده‌اند که با وضعیت واقعی در هسته‌ها توافقی داشته باشند.

به دست می‌آیند. در آلات موسیقی این ارتعاشات فزاینده یا هماهنگ نامیده می‌شوند. به زبان کوانتومی می‌گوییم این ارتعاشات، شامل تعداد زیادی فونون برای هر λ هستند. از طرف دیگر، در هسته‌ها (و همچنین در ارتعاشات مولکولی) قابل مشاهده‌ترین حالت‌ها، حالت‌هایی هستند که پایستری انرژی را دارند، و همان‌طور که در شکل ۹.۵ می‌بینیم این حالت‌ها فقط یک یا دو فونون دارند. بنا بر این ارتعاشات کوانتومی معمولاً خیلی ساده‌تر از ارتعاشاتی هستند که در زندگی روزانه با آنها مواجه می‌شویم.

۱۰.۵ ارتعاشات دسته‌جمعی هسته‌های کروی زوج - زوج

البته هسته تمام خواص یک قطره مایع را ندارد، زیرا تعداد نوکلون‌های هسته برای استفاده از نظریه‌ای که جهت یک محیط پیوسته مثل مایع طراحی شده است، نسبتاً کم است، و برمدارهای نوکلونی قیود کوانتومی زیادی حکمفرماست (مثل انرژی‌ها و تکانه‌های زاویه‌ای کوانتیده و اصل طرد پاولی) که به صورتی که در بخش ۹.۵ عمل شد در نظر گرفته نمی‌شوند. اما به اندازه کافی شباهتی در دست است که انتظار داشته باشیم حالت‌های هسته‌ها تقریباً

مطابق آنهایی باشند که در شکل ۹.۵ آمده‌اند. به حالت‌هایی از این نوع، حالت‌های دسته‌جمعی گفته می‌شود زیرا در این حالت‌ها از حرکت تعداد زیادی نوکلئون کسه به‌طور جمعی عمل می‌کنند اثرهایی ایجاد می‌شود که از يك نوکلئون به‌تنهایی بر نمی‌آید.

همان‌طور که در آخر بخش ۸.۵ تذکر داده شد، اولین حالت برانگیخته تمام هسته‌های کروی زوج - زوج با پوسته پر نشده، چنین حالتی است و از مقایسه بحثی که در آنجا داشته‌ایم با شکل ۹.۵ معلوم می‌شود که این حالت، يك ارتعاش يك فونونی با $\lambda = 2$ است. (از احاطه تصویرمداری این يك حالت دوشبه‌ذره‌ای (۲QP) حاصل از ترکیب خطی جمله‌های 2^+ يك زوج شکسته در برخوردی موزون است که منجر به تغییر شکل نوسانی همه نوکلئون‌هایی می‌شود که با آن هماهنگی دارند. در این حالت، سطح هسته بین دوشکلی که در شکل ۱۰.۵ (الف) نشان داده می‌شود ارتعاش می‌کند. در نتیجه برخورد موزون، یا دقیقتر بگوییم در نتیجه ملاحظات بخش ۴.۵، انرژی این حالت خیلی پایینتر از کمترین انرژی جمله 2^+ می‌شود، و به این ترتیب تراز انرژی در نیمه پایینی گاف انرژی که در آخر بخش ۳.۵ بحث شد، قرار می‌گیرد.

از آنجا که يك فونون از ترکیب جمله‌های با يك زوج شکسته حاصل می‌شود. ارتعاش دوفونونی اصولاً باید از جمله‌هایی با دو زوج شکسته ناشی شود و باید يك حالت ۲QP باشد. هسته‌ای که فقط دو نوکلئون خارج از پوسته‌های پر دارد. مثل ^{18}O مسلماً نمی‌تواند (بدون برانگیختن نوکلئون‌ها به پوسته‌های بالاتر که مقدار زیادی انرژی لازم دارد) چنین حالتی را داشته باشد. اما در يك هسته با چهار یا تعداد بیشتری نوکلئون در خارج پوسته‌های



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۰.۵ انواع مختلف ارتعاش‌های هسته‌ای. دو حالت نهایی ارتعاشی با منحنی پر، و حالت ارتعاش بینا پهنی به‌صورت شکل کروی با خط چین نشان داده شده است. شکل‌ها دارای تقارن چرخشی حول محور افقی‌ای هستند که از مرکز آنها می‌گذرد. (الف) ارتعاش $\lambda = 2$ (حالت 2^+)، (ب) ارتعاش $\lambda = 3$ (حالت 3^-)، در (الف) و (ب) نوترون‌ها و پروتون‌ها با هم حرکت می‌کنند، (ج) ارتعاش $\lambda = 1$ (حالت 1^-) که در آن نوترون‌ها و پروتون‌ها در خلاف جهت یکدیگر حرکت دارند. همان‌طور که نشان داده شد در يك حالت نهایی ارتعاش، نوترون‌ها به‌طرف چپ و پروتون‌ها به‌طرف راست جا به‌جا شده‌اند. در حالی که در حالت نهایی دیگر این جا به‌جایی برعکس می‌شود.

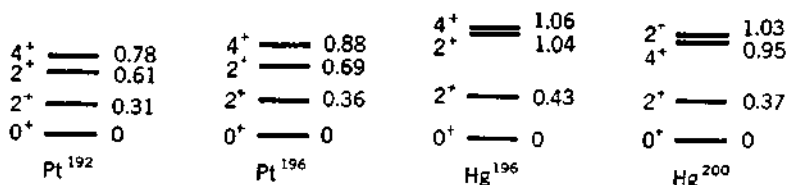
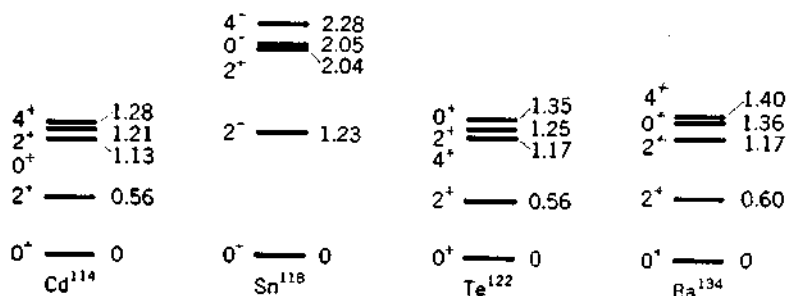
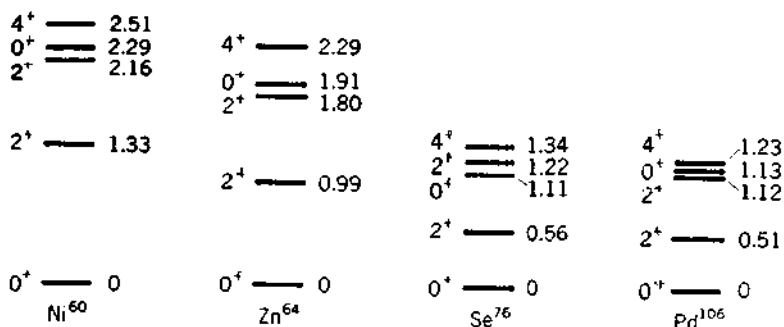
۱. این نکته روشن نیست که این حالت، يك حالت ۲QP باشد، اما می‌توان آن را اثبات کرد. این توصیف برای حالت‌های دیگری که عدد شبه‌ذره‌ای‌شان در این بخش داده شده نیز صادق است.

بر، عموماً تعداد زیادی حالت‌های $2QP$ با 2^+ , 2^+ , 0^+ $I=0$ موجود خواهد بود. در یکی از این حالت‌های 0^+ يك برخورد بسیار موزون وجود دارد که تقریباً متناظر با ارتعاش 0^+ دوفونونی است. بنابراین انرژی آن از انرژی حالت‌های دیگر 0^+ در $2QP$ پایینتر آورده می‌شود و مقدار آن به انرژی حالت ارتعاشی متناظر در شکل ۹.۵ نزدیک می‌شود. برای حالت‌های 2^+ در $2QP$ و نیز 2^+ در $2QP$ وضع به همین منوال است.

توصیف ارتعاشی این حالت‌ها به‌دلا یسی که قبلاً ذکر شد و به‌دلا یل دیگری که در بخش ۷.۶ بحث می‌شود، تا حد زیادی ساده شده است. در نتیجه، رابطه ساده انرژی در شکل ۹.۵ که مطابق آن انرژی حالت دوفونونی دوبرابر انرژی حالت يك فونونی است، کاملاً برقرار نمی‌شود. نسبت انرژی‌ها معمولاً بین ۱.۸ و ۲.۶ در تغییر است. مع هذا طرح ساده شکل ۹.۵ دست کم به‌طور تقریبی برای ارتعاش‌های 2^+ $\lambda=2$ صادق است. اصولاً اولین حالت برانگیخته تمام هسته‌های زوج - زوج کروی با پوسته پر نشده، حالت 2^+ است و سه حالت برانگیخته بعدی عبارت‌اند از 0^+ , 2^+ , و 4^+ (نه الزاماً با چنین ترتیبی) که انرژی آنها حدوداً دوبرابر انرژی اولین حالت برانگیخته 2^+ است. تراز انرژی بعضی از این هسته‌ها در شکل ۱۱.۵ نشان داده می‌شود. شواهدی مبنی بر ارتعاش‌های سه فونونی 2^+ $\lambda=2$ وجود دارد، اما در حالت‌های برانگیخته با انرژی نسبتاً بالای این ارتعاش‌ها، همه چیز آنقدر پیچیده می‌شود که تشریح دقیق تناظرها مشکل است.

ارتعاش يك فونونی 4^+ يك حالت $2QP$ است که از ترکیب خطی جمله‌های 4^+ يك زوج شکسته حاصل می‌شود، مثل دو جمله 4^+ در شکل ۷.۵، همان‌طور که قبلاً در چند مورد بحث شد، یکی از این ترکیب‌ها شامل يك برخورد موزون است که منجر به نوسان‌هایی در شکل هسته می‌شود، که شبیه به ارتعاش يك فونونی با 2^+ $\lambda=2$ است.

دست کم در هسته‌های سبکتر زوج-زوج، تمام پیکر بندی‌های محدود برانگیختن نوکلئون‌ها به پوسته‌ای که دارای پاریته زوج است به دست می‌آیند. برای مثال تمام مدارهای 2^+ $\mathcal{H}=2$ دارای I فرد هستند، بنابراین حاصل جمع هر تعداد زوجی از آنها باید دارای I زوج باشد که در نتیجه پاریته زوج (+) خواهد بود. در پوسته‌های بالاتر $\mathcal{H}$ تمام مدارها به غیر از یکی دارای پاریته یکسان‌اند بنابراین باز هم اکثر پیکر بندی‌های حاصل از تعداد زوجی از این مدارها دارای پاریته زوج‌اند. بنابراین واضح است که ارتعاش دسته‌جمعی 3^- نمی‌تواند بسادگی از ترکیب این پیکر بندی‌ها حاصل شود. حالت‌های با پاریته فرد قاعداً از برانگیخته شدن نوکلئون‌ها به پوسته مجاور بالاتر حاصل می‌شوند. برای مثال، حالت‌های 180° با پاریته منفی می‌توانند از برانگیخته شدن نوکلئون‌ها از مدارهای 2^+ $\mathcal{H}=2$ به مدارهای 3^- $\mathcal{H}=3$ ، از مدارهای 3^- $\mathcal{H}=3$ به مدارهای 3^- $\mathcal{H}=3$ یا 4^- $\mathcal{H}=4$ حاصل شوند. پیکر بندی‌های نوع اول عبارت‌اند از $(1d_{5/2})^{-1}(1d_{5/2})^2 s_{1/2}$ ، $(1p_{3/2})^{-1}(1d_{5/2})$ ، و غیره. پیکر بندی‌های نوع دوم $(1f_{7/2})(1d_{5/2})(2p_{3/2})$ ، و غیره هستند. هر کدام از این‌ها می‌توانند به جمله‌های 3^- منجر شوند، و تصور اینکه تعداد انواع دیگر این پیکر بندی‌ها زیاد است، خیلی دشوار نیست.



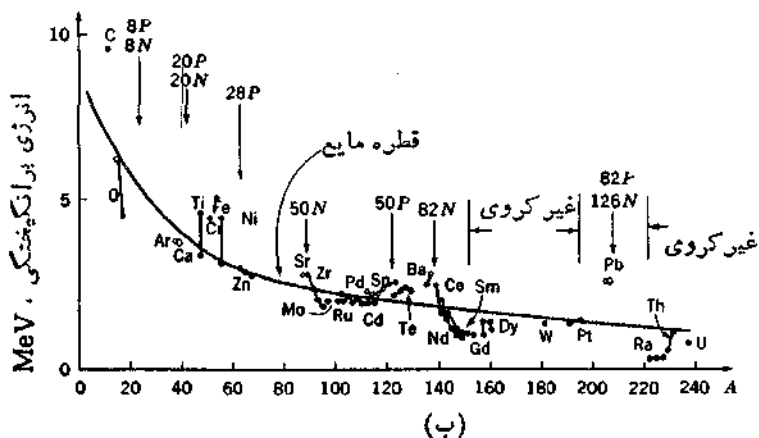
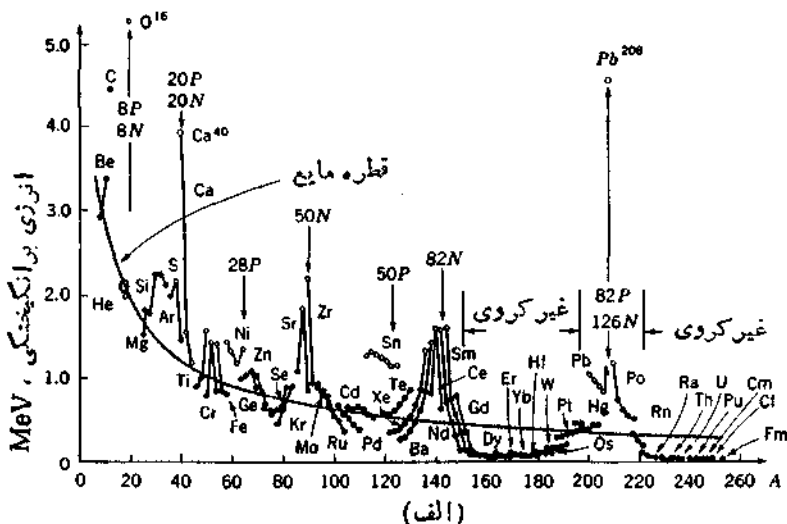
شکل ۱۱۰۵ حالات پایستریزین انرژی هسته‌های مختلف کروی زوج - زوج. انرژی‌های برانگیختگی (بر حسب MeV) در طرف راست و I^π در طرف چپ نشان داده شده است. توجه کنید که در تمام موارد، حالت پایه 0^+ است و اولین حالت برانگیخته 2^+ است. و سه حالت دیگر هم با انرژی برانگیختگی حدود دو برابر با 0^+ , 2^+ , 4^+ موجود است که ضرورتاً چنین نظم ندارند. برای بعضی از این هسته‌ها هیچ‌یک از این سه حالت در تجربه دیده نشده است.

البته این پیکر بندیها، دارای انرژیهای برانگیختگی بالایی هم مرتبه با فواصل انرژی بین پوسته‌ها هستند. از طرف دیگر، تعداد زیادی جمله‌های 3^- موجود است (مسئله ۱۶۰۵).

يك تركيب خطی از این جمله‌ها دارای برخورد موزونی متناظر با ارتعاش يك فونونی $\lambda = 3$ است که باعث می‌شود شکل هسته نوسانهایی مانند آنچه در شکل ۱۰.۵ (ب) آمده است داشته باشد. از آنجا که تعداد این جمله‌ها خیلی زیاد است، تنزل انرژی حالت دسته‌جمعی در اینجا به‌طور خاصی بزرگ است [مطابق رابطه (۱۹.۵)] تغییر انرژی متناسب با تعداد جمله‌های درگیر است. این بزرگی به اندازه‌ای هست که این حالت را تقریباً به محلی که در شکل ۹.۵ نشان داده شده است، بیاورد.

از آنجا که حالتی $\lambda = 2$ از پیکر بندهای مداری نوکلئونها در پوسته‌ای که در حال پر شدن است حاصل می‌شود (مثل شکل ۷.۵)، چنین حالتی در هسته‌های با پوسته پر نمی‌تواند به وجود آید، حالتی برانگیخته هسته‌های با پوسته پر فقط می‌تواند ناشی از برانگیخته شدن نوکلئونها به پوسته‌های بالاتر باشد. از آنجا که این برانگیخته شدن احتیاج به انرژی از مرتبه فاصله بین پوسته‌ها دارد، هیچ حالت برانگیخته‌ای با انرژی پایین در هسته‌های با پوسته پر وجود ندارد. حالت پایتترین انرژی با برانگیخته شدن نوکلئونها به پوسته بعدی تشکیل می‌شوند که ممکن است حالت ارتعاشی $\lambda = 3$ باشد. اولین حالت برانگیخته 208Pb حالت 3^- است که انرژی آن به‌طور استثنایی زیاد و برابر 2.6 MeV است (زیسترا هسته خیلی سنگین است). در ^{16}O و ^{40}Ca این حالت در میان حالتی برانگیخته با پایتترین انرژی قرار دارد، اما اولین حالت برانگیخته يك حالت غیر گروی است. همان‌طور که در بخش ۷.۲ تذکر دادیم، معمولاً هسته‌های غیر گروی در اثر وجود تعدادی نوکلئون در خارج پوسته‌های پر به وجود می‌آیند. در ^{16}O این موضوع را می‌توان با داشتن نوکلئونهای برانگیخته از پوسته $\mathcal{N} = 2$ به $\mathcal{N} = 3$ دریافت. البته این برانگیختگی انرژی زیادی لازم دارد، اما در این شرایط می‌توان هر دو پوسته $\mathcal{N} = 2$ و $\mathcal{N} = 3$ را به شکل بیضوی فرض کرد و به این ترتیب انرژی به اندازه قابل توجهی پایین می‌آید. هنوز، این اولین حالت برانگیخته در انرژی برانگیزش 5.5 MeV در پیش می‌آید که خیلی بالاتر از انرژی اولین حالت برانگیخته در هسته‌های با پوسته پر نشده است حالت 3^- کمی بالاتر از آن و در انرژی 13.6 MeV واقع است.

انرژیهای پایتترین حالتی 2^+ و 3^- در هسته‌های مختلف در شکل ۱۲.۵ بر حسب A رسم شده‌اند. دیده می‌شود که در هسته‌هایی که هر دو پوسته پروتون و نوترون آنها پر باشند (^{16}O ، ^{40}Ca ، و ^{208}Pb) پایتترین حالت 2^+ در انرژی خیلی بالایی قرار دارد، که نشان‌دهنده غیر دسته‌جمعی بودن آن حالت است. در تمام موارد دیگر، به غیر از هسته‌های غیر گروی، حالتی نشان داده شده ارتعاشی يك فونونی هستند. متحیهایی که با علامت «قطره مایع» مشخص شده‌اند، همان‌طور که در بخش ۹.۵ شرح دادیم، از مدل قطره مایع ۱. در واقع این بزرگی آنقدر نیست که انرژی را به حدی که برای قطره مایع انتظار می‌رود، یعنی به اندازه دو برابر انرژی اولین حالت 2^+ (شکل ۳۳.۵)، پایین بیاورد. لیکن، ما انرژی 3^- را در شکل ۹.۵ بالاتر از مقدار مربوط به قطره مایع قرار داده‌ایم تا با وضعیت هسته‌ای سازگار باشد.



شکل ۱۲.۵ مواضع حالت‌های (الف) پایمترین انرژی 2^+ و (ب) پایمترین انرژی 3^- در هسته‌های مختلف زوج - زوج. به جز حالت‌های 2^+ در هسته‌های با پوسته ^{16}O ، ^{40}Ca ، ^{208}Pb و هسته‌های غیر کروی، بقیه ارتعاشات یک فونونی $\lambda=2$ و $\lambda=3$ هستند. خطوطی که با قطره مایع علامت گذاری شده اند انرژی‌هایی را نشان می‌دهند که اگر هسته مثل یک قطره مایع کلاسیکی ارتعاش می‌کرد باید می‌داشتیم، این مقادیر در یک ثابت اختیاری ضرب شده‌اند. بزرگی مورد 3^- دو برابر مورد 2^+ است. تنها بهترین برازش با نتایجی تجربی به دست آید. محل پوسته‌های پر با خطوط عمودی فلش دار نشان داده می‌شود. حالت‌های ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر دلخواه به وسیله خطوط مستقیمی متصل و با نشانه‌های شیمیایی آن عنصر مشخص شده است.

به‌دست آمده‌اند و برای اینکه بهترین برازش با نتایج آزمایشی به‌دست آید، در یک ثابت قابل تنظیم ضرب شده‌اند. دیده می‌شود که این محاسبات به‌طور قابل قبولی با نتایج تجربی تطبیق می‌کند. بجز در نواحی نزدیک به پوسته‌های پر و ناحیه‌هایی که هسته‌ها غیر کروی هستند، افزایش این منحنیها بر حسب کاهش A را می‌توان به‌طور کیفی از این واقعیت دریافت که انرژی $h\nu_\lambda$ بنابر رابطه (۳۳.۵) با R و در نتیجه با $A^{1/3}$ نسبت عکس دارد. انحرافات عمده نتایج تجربی در هسته‌هایی اتفاق می‌افتد که پروتونها یا نوترونهای آنها دارای پوسته‌های پر باشند. زیرا این هسته‌ها تعداد کمتری جمله‌های 2^+ با انرژی پایین دارند. برای مثال، در ایزوتوپهای ^{50}Sn این جمله‌ها می‌توانند تنها حاصل پیکر بندیهای نوترونی باشند، در صورتی که در هسته‌های مجاور آن، این جمله‌ها می‌توانند از پیکر بندیهای پروتونی هم ایجاد شوند. از آنجا که با توجه به رابطه (۱۹.۵) پایین آمدن حالت‌های دسته‌جمعی متناسب با تعداد پیکر بندیهای درگیر است، پایین آمدن انرژی در ^{50}Sn کمتر از هسته‌های مجاورش است. حالت‌های 3^- خیلی کم از این لحاظ متأثر می‌شوند، زیرا اینها بیشتر از برانگیختن یک پوسته به پوسته بعدی به وجود می‌آیند و می‌توانند در هسته‌های با پوسته پر نیز اتفاق افتند. اما در هسته‌های سنگین، اثر مدارهای با پارته مخالف در پوسته‌ای که در حال پر شدن است، آنقدر مهم هست که به حالت 3^- انرژی پایینتری بدهد. خط چین شکل ۹.۵ گاف انرژی 2Δ را نشان می‌دهد که ما آن را به عنوان تنزل انرژی حالت پایه توسط برهم کنش ترویجی تعریف کرده‌ایم. اگر برانگیختگی نسبت به حالت پایه سنجیده شود، انتظار داریم حالت‌های زیادی پیدا کنیم که به وسیله اثری که در بخش ۲.۵ بحث شد به اندازه انرژیهای برانگیختگی 2Δ و بیشتر پایین آورده نشوند. به این ترتیب این ناحیه یک ناحیه خیلی پیچیده با تعداد زیادی از حالت‌های مختلف است. در ناحیه گاف انرژی ($2\Delta < \text{انرژی برانگیختگی}$)، تعداد حالت‌ها بسیار کم است بنابراین حالت‌های ارتعاشی یک و دو فونونی $2 = \lambda$ بسادگی قابل تشخیص‌اند. تشخیص حالت‌های دسته‌جمعی دیگری که در شکل ۹.۵ نشان داده شده‌اند بسیار مشکلتر است، مگر اینکه با فرایندهای ویژه‌ای - که حالت‌های دیگر را بر نمی‌انگیزند - قویاً برانگیخته شوند. همان‌طور که در بخش ۶.۱۴ خواهیم دید، چنین فرایندهایی برای حالت‌های یک فونونی 3^- و 4^+ وجود دارند، اما برای برانگیختن حالت‌های دو فونونی و بیشتر فرایند مناسبی وجود ندارد. در نتیجه، به‌طور کلی جز فرایندهای معین برای ارتعاشات $2 = \lambda$ فرایند شناخته شده دیگری وجود ندارد. برای حالت‌هایی که به‌طور تجربی مشاهده نشده‌اند، علامتهای I^π در شکل ۹.۵ حذف شده‌است.

قبل از اتمام بحث ارتعاشات دسته‌جمعی، باید دسته دیگری از ارتعاشات را تذکر دهیم. در ارتعاشاتی که در بالا شرح داده شد، نوترون‌ها و پروتونها به‌طور هماهنگ با هم حرکت می‌کنند تا شکل کلی ارتعاشات هسته را مشخص کنند. در نوع دیگر، نوترون‌ها و پروتونها در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند. در این نوع ارتعاش، تغییر شکل $1 = \lambda$ شکل ۸.۵ امکان پذیر است. این تغییر شکل در شکل ۱۰.۵ (ج) نشان داده شده‌است. وقتی

نوترون‌ها در یک جهت حرکت می‌کنند. پروتون‌ها در جهت دیگر حرکت خواهند کرد و بالعکس. بنابراین، مرکز جرم اصلاً جا به جا نمی‌شود. به علت جاذبه قوی میان نوترون‌ها و پروتون‌ها، نیروهای بازگرداننده در این نوع تغییر شکل خیلی بزرگ‌اند و در نتیجه، پسمادهای ارتعاشی بسیار بالا هستند. معمولاً $h\nu$ در هسته‌های سنگین حدود 14 MeV است. وقتی پروتوگاما با انرژی $h\nu$ به هسته برخورد می‌کند، این نوع ارتعاش بسادگی برانگیخته می‌شود، زیرا پروتوگاما یک میدان الکتریکی نوسانگر با این پسماد ایجاد می‌کند که پروتون‌ها را نسبت به نوترون‌ها به عقب و جلو می‌راند. این فرایند در بخش ۱۰.۱۳ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

انواع دیگر ارتعاشات در انرژی برانگیختگی بالا شناخته شده‌اند. در یکی از این ارتعاشات تمام نوکلئون‌هایی که اسپین‌شان به طرف بالاست در یک جهت قرار می‌گیرند، و آنها که اسپین‌شان به طرف پایین است در جهت دیگری واقع می‌شوند. این نوکلئون‌ها، مثل نوسان نوترون‌ها و پروتون‌ها در شکل ۱۰.۵ (ج)، به پس و پیش نوسان می‌کنند. در نوع دیگری از ارتعاش، نوترون‌های با اسپین بالا و پروتون‌های با اسپین پایین به یک جهت می‌روند، حال آنکه پروتون‌های با اسپین بالا و نوترون‌های با اسپین پایین در جهت دیگر حرکت می‌کنند. هر دوی این نوسان‌ها بسادگی با پروتوهای گامایی که انرژی مناسب داشته باشد برانگیخته می‌شوند، زیرا پروتوهای گاما میدان مغناطیسی متغیری دارند که بسته به مستگیری گشتاور مغناطیسی نوکلئون‌ها - که این خود تابع مستگیری اسپین نوکلئون‌هاست - آنها را در جهات مختلف به حرکت درمی‌آورد.

۱۱.۵ حالت‌های برانگیخته غیر دسته‌جمعی هسته‌های زوج-زوج

در این مرحله ممکن است این سؤال پیش بیاید که بر سر جمله‌هایی که درگیر ارتعاشات دسته‌جمعی نیستند، مثل جمله‌های 1^+ و 3^+ شکل ۷.۵ چه می‌آید. اتفاق عجیبی نمی‌افتد. اگر دو جمله با I^π یکسان دارای انرژی نزدیک به هم باشند، مخلوط می‌شوند (در دو حالت حاصل، هسته غالباً در اثر برخورد از یک جمله به جمله دیگری رود)، اما انرژی این حالت‌ها تفاوت چندانی با انرژی جمله‌ها ندارد. در هسته‌های پیچیده‌تر با چند نوترون و پروتون در خارج پوسته‌های پر، اغلب تعدادی جمله با I^π یکسان در ناحیه انرژی یکسان وجود دارند. بنابراین نوکلئون‌ها تنها کسر کوچکی از وقتشان را در هر پیکربندی می‌گذرانند یعنی تعداد جمله‌های تابع موجها زیاد است. اما تا زمانی که هیچ ارتعاش دسته‌جمعی در کار نباشد، اتفاق جالب توجهی برای انرژی این حالت‌ها پیش نمی‌آید. این مقادیر تقریباً برابر با انرژی متوسط پیکربندی‌هایی هستند که این حالت‌ها را تشکیل می‌دهند.

همین استدلال را می‌توان برای حالت‌های 2^+ ، 4^+ و غیره به کار گرفت که در آنها برخورد، از نوع موزون نیست که به حالات پایه یا یکی از ارتعاشات دسته‌جمعی منجر شود. در بخش ۵.۵ اشاره کردیم که حتی اگر نوکلئون‌ها را محدود به پوسته‌هایی بکنیم که در حالت

پایه پرمی‌شوند، در هسته‌های پیچیده ممکن است دهها هزار حالت $+$ و تعداد بیشتری حالت از I های بزرگتر وجود داشته باشد. در انرژیهای برانگیختگی بالاتر، با حالت‌هایی که در آنها نوکلئون‌ها از يك پسته به پسته دیگری برانگیخته می‌شوند روبه‌رو می‌شویم. در انرژیهای بازهم بالاتر، حالت‌هایی وجود دارند که در آنها دنونوکلئون یا بیشتر به پسته‌های مجاور یا حتی به پسته‌های بالاتر برانگیخته می‌شوند. در انرژیهای برانگیختگی ای که این پدیده امکان‌پذیر است، تعداد جمله‌ها و بنا بر این، تعداد حالت‌ها به سرعت زیاد می‌شود و از آنجا که حالت‌های زیادی از هر I وجود دارد مخلوط شدن پیکربندیها خیلی بیشتر می‌شود.^۱ در يك هسته سنگین نوعی، ممکن است میلیون‌ها حالت برانگیخته وجود داشته باشد که انرژی برانگیختگی‌شان به 10 MeV هم برسد. مسلماً، نمی‌توانیم انتظار درك جزئیات خیلی از این حالت‌ها را داشته باشیم. معمولاً دست‌اندرکاران فیزیک هسته‌ای حالت‌های دسته‌جمعی و چند حالت دیگر با انرژی پایین و پیکربندیهای ساده را مطالعه می‌کنند.

از سوی دیگر، کثرت حالت‌های با انرژی بالاتر و پیچیده را نمی‌توان کاملاً ندیده گرفت زیرا در واکنشهای هسته‌ای و فرایندهای واپاشی نقش مؤثری دارند. بدین منظور، می‌توان آنها را با معرفی چگالی تراز $\omega(\epsilon)$ به‌طور آماری بررسی کرد. تعداد حالت‌های بین انرژی ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ را برابر $\omega(\epsilon) d\epsilon$ تعریف می‌کنیم. مقادیر $\omega(\epsilon)$ را می‌توان از بحث‌های آماری گوناگون به‌دست آورد. معمولاً نتیجه زیر به‌دست می‌آید

$$\omega(\epsilon) = C \exp[2(\alpha\epsilon)^{1/2}] \quad (34.5)$$

که C و α ثابت‌های وابسته به عدد جرمی A هستند. دانشجویانی که با مکانیک آماری آشنایی دارند متوجه خواهند شد که می‌توان آنروپی $S(\epsilon)$ و دمای $T(\epsilon)$ را از این عبارت به‌دست آورد

$$S(\epsilon) = \ln \omega(\epsilon) = 2(\alpha\epsilon)^{1/2}$$

$$kT(\epsilon) = \left[\frac{\partial S(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right]^{-1} = \left(\frac{\epsilon}{\alpha} \right)^{1/2} \quad (35.5)$$

که k ثابت بولتزمن است. رابطه اخیر را می‌توان به‌صورت زیر درآورد

$$\epsilon = \alpha k^2 T^2 \quad (36.5)$$

که رابطه معروف مربوط به گاز فرمی است (یعنی گازی که در آن آمار فرمی-دیراک قابل اعمال است). این رابطه با رابطه معروف گازها در آمار (کلاسیک) ماکسول-بولتزمن

$$\epsilon = \frac{3}{2} N_0 kT$$

۱. يك دليل ديگر براي اين مطلب در بخش ۴.۱۳ آورده خواهد شد.

تفاوت دارد که در آن N_0 تعداد ذرات است. زیرا فقط کسر کوچکی از نوکلئونها در هسته برانگیخته می‌شوند. حتی در حالت‌های برانگیختگی نسبتاً بالای هسته‌های سنگین، نوکلئونها در پوسته‌های $\mathcal{N}=1$ و $\mathcal{N}=2$ برانگیخته نمی‌شوند. مثال روشتری از این موضوع در بخش ۱.۱۳ داده می‌شود.

این اثر به اصطلاح واگنی ناگزیر منجر به عبارتی به صورت رابطه (۳۶.۵) می‌شود جز اینکه هرگاه سیستم يك گاز کامل نباشد، توان T کمی با ۲ تفاوت خواهد داشت. با داشتن رابطه (۳۶.۵) با يك انتگرال گیری ساده می‌توان $S(\epsilon)$ را مانند (۳۵.۵)، و در نتیجه (۳۴.۵)، به دست آورد.

در مورد مسئله چگالی تراز، بررسیهای ماهرانه‌ای با استفاده از اثرهای پوسته‌ای، اطلاعات تجربی، و غیره انجام گرفته است. در یکی از این بررسیها، چگالی تراز در انرژیهای بالای ۴ MeV برای حالت‌های مربوط به هر I و هر پارامتر، به صورت زیر تخمین زده شده است

$$\omega(\epsilon, I) = \frac{1.1 \text{ MeV}^{-1}}{A \alpha \epsilon^2} (2I+1) \{ \exp [2(\alpha \epsilon)^{1/2}] \} \left[\exp \left(-\frac{I+1/2}{2\sigma^2} \right) \right] \quad (37.5)$$

که در آن

$$\alpha = 0.14 A + \text{تصحیح پوسته کوچک}$$

$$\sigma^2 = 0.089 A^{2/3} (\alpha \epsilon)^{1/2}$$

و ϵ بر حسب MeV می‌باشد. وقتی از این عبارت روی I انتگرال گیری شود، نتیجه آنکه مکمل رابطه (۳۴.۵) است، به صورت زیر به دست می‌آید

$$\omega(\epsilon) = \frac{0.20 \text{ MeV}^{-1}}{A^{1/3} \alpha^{1/2} \epsilon^{3/2}} \exp [2(\alpha \epsilon)^{1/2}] \quad (38.5 \text{ الف})$$

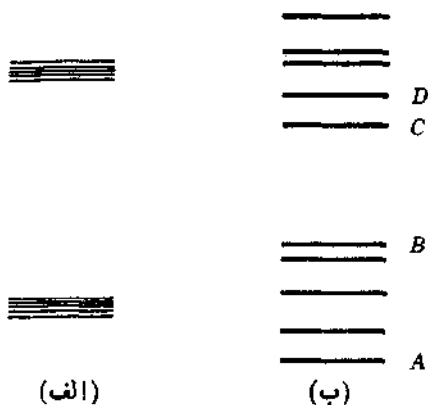
انرژی برانگیختگی ϵ که در این فرمول به کار می‌رود، برانگیختگی بالاتر از حالت پایه نیست. همان‌طور که دیده‌ایم، انرژی حالت پایه در اثر برهم کنش ترویج در هسته‌های زوج - زوج خیلی پایین می‌رود در صورتی که این امر روی حالت‌های دیگر هسته اثر ندارد. برای اینکه این مشکل را تصحیح کنیم، ϵ را معادل انرژی برانگیختگی بالاتر از حالت پایه منهای 2Δ (برای هسته‌های زوج - زوج) و منهای Δ (برای هسته‌های A فرد) در نظر می‌گیریم. پارامتر Δ در شکل ۳.۵ معرفی شده است، و روشهایی برای به دست آوردن آن در بخش ۲.۷ ارائه خواهد شد.

۱۲.۵ محدودیت‌های تقریب پوسته‌ای

در تمام بحث‌هایمان، به‌طور ضمنی فرض کرده‌ایم که فاصله انرژی بین پوسته‌ها خیلی بزرگ است، در حالی که فواصل انرژی بین مدارهای مختلف يك پوسته خیلی كوچك است. این فرض، چنان‌که در شکل ۱۳.۵ (الف) نشان داده می‌شود، بیش از حد ساده شده است. وضعیت واقعی بیشتر به شکل ۱۳.۵ (ب) شباهت دارد. ناحیه انرژی که توسط يك پوسته فراگرفته می‌شود، A تا B در شکل ۱۳.۵ (ب) حدوداً به بزرگی فاصله انرژی بین پوسته‌ها است (C تا B).

ساده‌سازی بیش از حد دیگری که به کار برده‌ایم، بر آورد رابطه (۶.۵) برای نقض مجاز پایداری انرژی در برخورد هاست. اصل عدم قطعیت نمی‌گوید که نقض پایداری انرژی مطلقاً نمی‌تواند بیشتر از مدت زمانی که در رابطه (۴.۵) داده شده طول بکشد، بلکه این رابطه فقط برآوردی است از مدت زمانی که نقض پایداری انرژی پسادگی می‌تواند ادامه داشته باشد. نقض‌های بزرگتر، در طی زمان‌های طولانیتر، با احتمال خیلی کم امکان‌پذیر است.

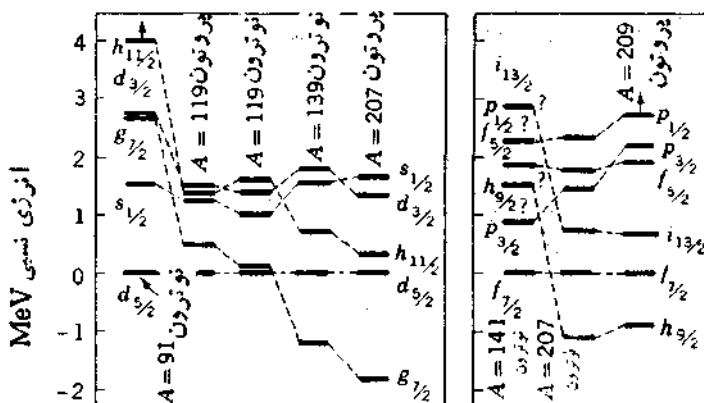
این دو ساده‌سازی فوق‌العاده، اساس به‌دست آوردن رابطه (۱۰.۵) بود که اثر آن جلوگیری از برخورد نوکلئون‌ها در پوسته‌های پر است، در حالی که برخوردهای زیادی میان نوکلئون‌های پوسته‌های پر نشده مجازند. بنا بر این در این هردو مورد اغراق شده است. برای مثال، در يك هسته با پوسته پر که دو پوسته پایینی شکل ۱۳.۵ (ب) در آن به‌طور فرضی پر شده‌اند و پوسته‌های بالاتر خالی‌اند، يك جفت نوکلئون کسری از زمان را به‌جای مدار



شکل ۱۳.۵ انرژی مدارهای دو پوسته متوالی. (الف) تقریبی که در بحثمان به کار برده‌ایم با این فرض است که اختلاف انرژی بین مدارهای مختلف در يك پوسته خیلی کمتر از اختلاف انرژی بین پوسته‌های مجاور باشد. (ب) آنچه به واقعیت نزدیکتر است بیشینه اختلاف انرژی بین مدارهای يك پوسته، مثلاً A و B حدوداً برابر کمینه اختلاف انرژی بین مدارها، مثل B و C در پوسته‌های متوالی است.

B در مدار C می‌گذارند، و گاهی هم ممکن است نوکلئون‌ها در مدار D یافت شوند. برای بسیاری مقاصد، این انحراف از رفتار ایده‌آل به اندازه کافی کوچک هست که نادیده گرفته شود. اما به همین نحو، جدایی انرژی مدارها در یک پوسته برای بعضی از مدارها آنقدر بزرگ است که می‌توان آنها را متعلق به پوسته‌های جداگانه در نظر گرفت. برای مثال از نتایج داده شده در بخش ۷.۵ می‌توان دید که اگر از مدار $d_{5/2}$ صرف نظر می‌شد خطای کوچکی در محاسبه تابع موج حالت پایه ^{18}O بدو وجود می‌آمد، چه اینکه این دونوترون تنها ۳۵ درصد از وقتشان را در آن مدار می‌گذرانند. اغلب این نوع تقریبات رحمت محاسبات را کمتر می‌کنند.

یک ساده‌سازی فوق‌العاده دیگر که به کار برده‌ایم این فرض است که انرژی‌های نسبی مدارهای شکل ۵.۴ در تمام هسته‌ها یکسان‌اند. از آنجا که پتانسیل نظریه پوسته‌ای نمایانگر نیروی متوسط وارد شده بر یک نوکلئون توسط نوکلئون‌های دیگر هسته است، مسئله واحدی به این مربوط می‌شود که مدارهای پر شده دیگر کدام‌اند. برای مثال، در شکل ۴.۲ مشاهده می‌کنیم که مدارهای با l بالا بیشتر محدود به پوسته خارجی هسته هستند. بنابراین، دونوکلئون در مدارهای با l بالا زمان بیشتری در کنار یکدیگر هستند تا در کنار نوکلئونی با l پایین، در این صورت، پر شدن یک مدار با l بالا اثر بیشتری روی پتانسیل نظریه پوسته‌ای برای نوکلئون با l بالا دارد تا برای نوکلئون با l پایین، و بالعکس. اما تعداد نوکلئون‌ها در مدارهای با l بالا بیشتر است تا در مدارهای با l پایین. پس همین طور که مدارها پُر می‌شوند، پتانسیل مؤثر روی نوکلئون‌های با l بالا نسبت به پتانسیل مؤثر روی نوکلئون‌های با l پایین کمی قوی‌تر می‌شود. وقتی پتانسیل قوی‌تر شود چاه عمیق‌تر می‌شود و بنابراین انرژی مدارها پایسته‌تر می‌آید. در این صورت انتظار داریم ضمن پر شدن یک پوسته مدارهای با l بالا نسبت



شکل ۱۴.۵ مقادیر تجربی انرژی مدارها در پوسته‌های $N=5$ و $N=6$ برای A های مختلف.

جدول ۴.۵ تعداد m پیکر بندی به ازای هر m_I از جدول ۳.۵

-۲	-۳	-۲	-۱	۰	$+۱$	$+۲$	$+۳$	$+۴$	m_I
۱	۱	۲	۲	۳	۲	۲	۱	۱	تعداد پیکر بندیها

اولین ستون وضعیتی است که دونو کلتون در مدارهای $m = +۵/۲$ و $m = +۳/۲$ قرار گرفته‌اند. ما به ترتیبهای مختلف یعنی ستونهای مختلف جدول، به عنوان پیکر بندیهای m اشاره می‌کنیم. هر کدام از این پیکر بندیها مؤلفه z کل تکانه زاویه‌اش m_I برابر با جمع مقادیر m در مدارهای پر شده ($\sum m$) خواهد شد. این مقدار در آخرین سطر جدول ۳.۵ داده شده است. از این سطر آخر می‌توان جدول ۴.۵ را تنظیم کرد که عبارت است از تعداد m پیکر بندی حاصل از هر یک از مقادیر m_I .

با توجه به خواص کلی تکانه زاویه‌ای در مکانیک کوانتومی، می‌دانیم یک جمله با تکانه زاویه‌ای کل I دارای $I, I-1, \dots, -I$ است. پس طبق جدول ۴.۵ بزرگترین مقدار I برابر ۴ می‌شود. به این دلیل m پیکر بندی با $-۴, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴$ داریم. بزرگترین m_I باقی‌مانده ۲ است. بنابراین جمله یا بزرگترین I بعدی باید دارای $I=۲$ باشد. این مطلب دلیل m پیکر بندی با $-۲, -۱, ۰, ۱, ۲$ است که بدین ترتیب، تنها یک پیکر بندی m با $m_I=۰$ برجای می‌ماند. این پیکر بندی می‌تواند بایک جمله $I=۰$ به حساب آورده شود. به طور خلاصه، سه جمله از $(d_{5/2})^2$ به دست می‌آید که دارای $I=۴, ۲, ۰$ هستند. برای نشان دادن چیزهایی از قبیل اینکه چه ترکیبی از پیکر بندیهای $m_I=۰$ جدول ۳.۵ در جمله $m_I=۰$ و $I=۴$ آمده‌اند، بررسی مفصلتر مکانیک کوانتومی لازم است. طرح این مطالب در اینجا لازم به نظر نمی‌رسد.

با روش مشابه روش فوق، می‌توان نشان داد که برای دو ذره مشابه در مدارهایی با I, n یکسان، جمله‌هایی با $I=۰, ۲, ۴, \dots, 2j-۱$ نتیجه می‌شوند. برای مثال $(d_{3/2})^2$ حالتی را با $I=۰, ۲$ و $(g_{7/2})^2$ حالتی را با $I=۰, ۲, ۴, ۶$ به دست می‌دهد. به روش کاملاً مشابهی می‌توان نشان داد که نتایج مشابهی برای حفره‌هایی با اعداد کوانتومی یکسان n, l, j به دست آورده می‌شود.

حالا به مسئله دوم این بخش که جفت شدن دوفونون است، بپردازیم. هر فونون $\lambda=۲$ تکانه زاویه‌ای ۲ را با مؤلفه z آن $m_\lambda = ۲, ۱, ۰, -۱, -۲$ حمل می‌کند. اصل باؤلی به فونونها اعمال نمی‌شود. زیرا اسپین آنها $1/2$ - نیست. بنابراین امکانات مختلف همانهاست که در جدول ۵.۵ آمده است. این نکته را در نظر داریم که دوفونون غیر قابل تشخیص‌اند. بنابراین، هیچ مفهومی ندارد مواردی را که در آن مثلاً فونون ۱ دارای $m_\lambda = +۲$ و فونون ۲ دارای $m_\lambda = +۱$ است و مورد برعکس را، وضعیتهای جداگانه در نظر بگیریم، زیرا هر دو مورد با یک پیکر بندی m_λ (دومین ستون جدول ۵.۵) نشان داده می‌شوند. دانشجویان پیشرفته تر ممکن است تشخیص دهند که روش به کار رفته در اینجا مناسب

جدول ۵.۵ پیکر بندیهای مختلف m_λ برای حالت‌های دوفونونی

m_λ مربوط به دوفونون														m_λ	
														xx	+۲
															+۱
															۰
															-۱
															-۲
xx	x														
-۲	-۳	-۲	-۲	-۱	۰	-۱	۰	+۱	+۲	۰	+۱	+۲	+۳	+۴	Σm_λ

ذراتی است که از آمار بوز-اینشتین پیروی می‌کنند.

مجموع مقادیر m_λ ، Σm_λ در آخرین ردیف جدول ۵.۵ نشان داده شده‌اند. برای یک حالت با تکانه زاویه‌ای I مقادیر m_I باید $I, I-1, \dots, I-1, -I$ باشند. اما m_I درست برابر Σm_λ است. بنابراین باز هم با بررسی اینکه چه تعداد پیکر بندی m_λ برای هر m_I وجود دارد، می‌توانیم مقادیر ممکن I را تعیین کنیم. این اعداد، همان‌طور که از آخرین ردیف جدول ۵.۵ گردآوری شده در جدول ۶.۵ آورده شده‌است. با توجه به این جدول واضح است که بزرگترین مقدار I برابر ۴ و در نتیجه m_I برابر $+4, +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3, -4$ است. بزرگترین m_I باقیمانده ۲ است، بنابراین باید از یک حالت $I=2$ به دست بیاید که مقادیر $+2, +1, 0, -1, -2$ از آن حاصل می‌شود. تنها m_I باقیمانده صفر است که باید از یک حالت $I=0$ نتیجه شود. به‌طور خلاصه سه حالت از جفت‌شدن دوفونون $\lambda=2$ به دست می‌آید که دارای $I=0, 2, 4$ هستند. از این نتایج در شکل ۹.۵ استفاده شده‌است.

جدول ۶.۵ تعداد حالت‌های با m_I مختلف در جدول ۵.۵

-4	-3	-2	-1	0	$+1$	$+2$	$+3$	$+4$	m_I
۱	۱	۲	۲	۳	۲	۲	۱	۱	شماره پیکر بندی

مسائل

- ۱۰.۵ چرا برخورد‌های نشان داده شده در صفحه بعد بین دوتو کلئون غیر ممکن است؟
- ۲۰.۵ تابع موجهای حالت‌های پایه ^{209}Bi , ^{207}Pb , ^{209}Pb , ^{49}Ca , ^{209}Pb , ^{41}Ca , ^{39}Ca , ^{39}K و ^{41}Sc را بنویسید.
- ۳۰.۵ تابع موج حالت‌های پایه ^{18}O , ^{18}Ne و ^{210}Pb را بنویسید.
- ۴۰.۵ هسته‌ای، به‌استثنای دوتوترون در مدارهای $M=4$ ، دارای پوسته‌های پر است. تابع موج حالت پایه آن را بنویسید و رابطه‌ای بین ضرایب آن پیدا کنید.
- ۵۰.۵ در شکل ۲۰.۵ فرض کنید $\epsilon_p = 50.9 \text{ MeV}$, $\epsilon_n = 51.1 \text{ MeV}$ (اینها برآوردهایی از مقادیر واقعی ^{18}O هستند) و فرض کنید ^{18}O با $v_{\text{rms}} = -G[(2j_n + 1)(2j_p + 1)]^{1/2}$ با $G = 1.5 \text{ MeV}$ انرژیها و تابع موجهای حالت‌های 0^+ را در ^{18}O بسا به‌دست آوردن ویژه مقادارها و ویژه تابعهای ماتریس (23.5) پیدا کنید.
- ۶۰.۵ جمله‌های تابع موج را برای حالت پایه ^{102}Pd بنویسید.
- ۷۰.۵ با فرض اینکه تفاوت انرژی بین مدارهای $d_{5/2}$ و $d_{7/2}$ برابر تفاوت انرژی بین مدارهای $d_{5/2}$ و $d_{7/2}$ باشد، نیمه چپ شکل ۴۰.۵ را تنظیم کنید.
- ۸۰.۵ از روی شکل ۶۰.۵ تعداد متوسط نوترون‌ها را در مدارهای مختلف ^{28}Si تخمین بزنید.
- ۹۰.۵ معادل شکل ۶۰.۵ را برای پوسته $M=6$ ترسیم کنید. به‌عنوان قسمتی از این ترسیم، مقادیر V^2 را که از تابع موج ^{206}Pb در متن کتاب به‌دست آمده‌است، روی شکل مشخص کنید و تحقیق کنید که منحنیها از این نقاط می‌گذرند.
- ۱۰۰.۵ معادل شکل ۷۰.۵ را برای ^6He ترسیم کنید.
- ۱۱۰.۵ با به‌کار بردن رابطه (28.5) ، V^2 را برای ^{18}O محاسبه و آن را با نتایج تجربی داده شده در متن مقایسه کنید. $\Delta = 2 \text{ MeV}$ بگیرید و ϵ مسئله ۵۰.۵ را به‌کار ببرید.
- ۱۲۰.۵ مسئله ۱۱۰.۵ را در مورد ^{20}O ، ^{28}Si و ^{38}Ca حل کنید.
- ۱۳۰.۵ نظیر شکل ۷۰.۵ را برای ^{206}Pb رسم کنید. منحنیهای جداگانه‌ای برای جمله‌های با پارامتر مثبت و منفی رسم کنید. این کار چه فایده‌ای دارد؟
- ۱۴۰.۵ يك سیم دایره‌ای شکل حامل جریان، تحت اثر نیروی الکترومغناطیسی ای قرار دارد که می‌خواهد قطر دایره را زیادتر کند و سیم تحت این نیرو کشیده می‌شود. چنین سیمی را می‌توان به عنوان مدل دوبعدی يك هسته مرتعش به‌کار برد. اگر شعاع حلقه 0.1 m ، کشش

مدارهای نهایی								مدارهای اولیه								
m'_2	j'_2	l'_2	$\mathcal{N}'_2$	m'_1	j'_1	l'_1	$\mathcal{N}'_1$	m_2	j_2	l_2	$\mathcal{N}_2$	m_1	j_1	l_1	$\mathcal{N}_1$	
$+1/2$	$1/2$	0	1	$3/2$	$3/2$	2	3	$-1/2$	$3/2$	1	2	$3/2$	$3/2$	1	2	
$-5/2$	$7/2$	3	4	$5/2$	$7/2$	3	4	$-3/2$	$9/2$	2	4	$3/2$	$5/2$	3	4	
$-3/2$	$3/2$	2	5	$3/2$	$7/2$	2	5	$-1/2$	$1/2$	0	5	$1/2$	$1/2$	0	5	
$-3/2$	$9/2$	4	4	$5/2$	$5/2$	3	4	$-1/2$	$5/2$	2	3	$3/2$	$5/2$	2	3	
																(الف)
																(ب)
																(ج)
																(د)

(الف)

(ب)

(ج)

(د)

۱۸ و جرم واحد طول سیم kg/m ۰۱۰۰ باشد، بسامدهای اصلی γ چه مقادیری دارند؟ انرژی حالت‌های ارتعاشی 2^+ ، 3^- و 4^+ را با پایینترین انرژی پیدا کنید. از انحنای سیم چشمپوشی کنید.

۱۵۰۵ ترازهای انرژی ^{62}Ni ، ^{66}Zn ، ^{78}Se را در مراجع اطلاعات هسته‌ای مورد توجه قرار دهید. خصوصیات حالت‌های انرژی پایین را توضیح دهید.

۱۶۰۵ تمام جمله‌های 3^- در ^{18}O را که می‌تواند با برانگیختگی نوترون‌ها از مدارهای 2^+ به 3^- و از 3^- به 4^+ تشکیل شود بنویسید. این تعداد را با تعداد جمله‌های 2^+ که از برانگیخته شدن نوکلئونهای یک پوسته به تنهایی ایجاد می‌شود، مقایسه کنید. با استفاده از این نتیجه، انرژی حالت دسته‌جمعی 3^- را توضیح دهید.

۱۷۰۵ تعداد حالت‌های 0^+ را در هر MeV و تعداد کل حالت‌ها را در هر MeV برای ^{116}Sn ، ^{117}Sn ، ^{57}F و ^{58}Co در انرژی برانگیختگی $8 MeV$ محاسبه کنید. این محاسبه را برای ^{116}Sn در 5 ، 12 ، و $16 MeV$ انجام دهید.

۱۸۰۵ چه حالت‌هایی (با چه I^π هایی) را می‌توان با دوترون $g_{7/2}$ تشکیل داد؟

۱۹۰۵ چه حالت‌هایی را می‌توان از سه نوترون $d_{5/2}$ تشکیل داد؟

۲۰۰۵ تکانه زاویه‌ای حالت‌های ارتعاشی دوفونونی $\lambda=3$ چیست؟

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

deShalit, A., and I. Talmi: *Nuclear Shell Theory*, Academic, New York, 1963.

Eisenbud, L., and E. P. Wigner: *Nuclear Structure*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1961.

Feenberg, E.: *Shell Theory of the Nucleus*, Interscience, New York, 1959.

Kisslinger, L. S., and R. A. Sorensen, *Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Medd.*, 27(16) (1953).

Lane, A. M.: *Nuclear Theory*, Benjamin, New York, 1964.

Mayer, M. G., and J. H. D. Jensen: *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, Wiley, New York, 1955.

ساختار هسته‌های پیچیده: هسته‌های دیگر

در فصل ۵ ساختار هسته‌های کروی زوج - زوج را شرح دادیم. انواع دیگر هسته‌ها، یعنی آنهایی که دارای تعدادی فردی نوترون یا پروتون (و یا هر دو) هستند و هسته‌های غیر کروی را در این بخش مورد بحث قرار می‌دهیم. جنبه‌های بسیار مهم و جالبی در این بررسی پیش می‌آید که ما را به پیچیدگی‌های عمیق‌تر از آنچه قبلاً با آن مواجه بودیم می‌کشد. بنا بر این دانشجویان مبتدی نمی‌توانند تا حدی با ازدست دادن برخی پیوستگی‌ها از بیشتر و یا حتی تمام این مطالب بگذرند.

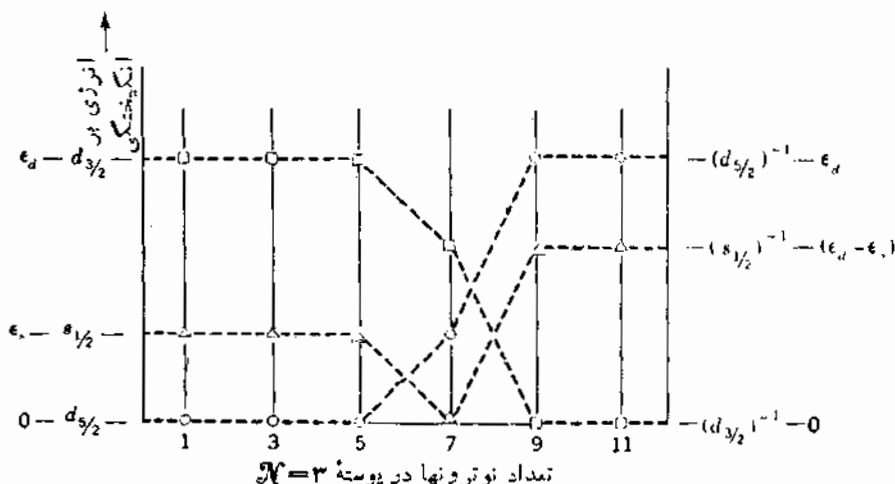
۱.۶ هسته‌های کروی با A فرد

یک هسته با A فرد، یا دارای ZZ زوج N فرد و یا Z فرد N زوج است. در اینجا برای مشخص بودن، مورد اول را در نظر می‌گیریم. اما در صورتی که جای نامهای نوترون و پروتون را عوض کنیم، تمام نتایج در مورد دوم نیز صادق است.

ساده‌ترین حالت‌های یک هسته با ZZ زوج و N فرد حالت‌های شبه‌ذره‌ای منفرد (SQP) هستند. این حالت‌ها مطابق تعریف شبه‌ذره که در بخش ۶.۵ آمده است، حالت‌هایی هستند که با اضافه کردن یک ذره یا یک حفره به نزدیکترین هسته زوج - زوج به دست می‌آیند. اگر هیچ برخوردی در هسته‌ها نباشد، مدارها همان‌طور که برای پوسته $\mathcal{N} = 3$ در شکل ۵.۵ نمایش داده شد، به ترتیب افزایش انرژی پر می‌شدند و انرژی حالت‌ها، مطابق شکل ۵.۴ درست

برابر حاصل جمع انرژی مدارهای پر شده می‌شد. برای هسته‌هایی که در آنها پوسته نوترونی $\mathcal{N}=3$ در حال پر شدن است، انرژی‌های E_i حالت‌های SQP می‌بایستی مطابق شکل ۱۰۶ باشد. برای اینکه آن را بهتر بفهمیم، باید چند مثال را در نظر بگیریم. اگر پنج نوترون در این پوسته باشد، حالت پایتترین انرژی حالتی است که در آن نوترون‌ها در مدارهای $d_{5/2}$ قرار بگیرند. اگر نوترون فرد به جاسای مدار $d_{5/2}$ در مدار $s_{1/2}$ قرار بگیرد، انرژی $E_{1/2}$ این حالت برانگیخته SQP برابر ϵ (مطابق تعریف انرژی در شکل ۲۰۵) خواهد بود. همین‌طور اگر نوترون فرد در مدار $d_{3/2}$ باشد، یک حالت SQP با $E_{3/2} = \epsilon_d$ خواهیم داشت. این انرژی‌ها در شکل ۱۰۶ نشان داده شده‌اند و انرژی پایتترین SQP صفر در نظر گرفته شده است.

برای هسته‌ای با هفت نوترون در پوسته $\mathcal{N}=3$ ، با فرض اینکه هیچ برخوردی نباشد، پایتترین انرژی حالت SQP حالتی است که شش نوترون در مدار $d_{5/2}$ و نوترون فرد در مدار $s_{1/2}$ قرار بگیرد، بنابراین $E_{1/2} = 0$ خواهد بود. اگر نوترون فرد در مدار $d_{3/2}$ باشد، این حالت SQP انرژی به اندازه $\epsilon_d - \epsilon$ بیشتر از حالت پایه خواهد داشت. در این صورت $E_{3/2} = \epsilon_d - \epsilon$ است. انرژی برانگیختگی حالتی با پنج نوترون در مدار $d_{5/2}$ و دو نوترون در مدار $s_{1/2}$ برابر ϵ خواهد بود، زیرا این حالت باید از حالت پایه، به اندازه انرژی لازم برای برانگیختن یک نوترون از یک مدار $d_{5/2}$ به مدار $s_{1/2}$ بالاتر باشد. این حالت نیز بنا به تعریف یک حالت SQP است، زیرا تفاوت این حالت با حالت پایه هسته‌ای که هشت نوترون در آن پوسته دارد، فقط در داشتن یک تک‌حفره در مدار $d_{5/2}$



شکل ۱۰۶ انرژی حالت‌های SQP در پوسته $\mathcal{N}=3$ بر حسب تایی از تعداد نوترون‌ها در آن پوسته با فرض اینکه هیچ برهم‌کنش با اویمانده‌ای در هسته روی ندهد.

است. بنابراین همان‌طور که در شکل ۱۰۶ نشان داده شده است یک حالت SQP در مدار $d_{5/2}$ با انرژی $E_{5/2} = \varepsilon_5$ خواهیم داشت.

در ادامه بحثمان با فرض نبودن برخورد، حالت پایه یک هسته با ۱۱ نوترون بدین صورت است که در پوسته $3 = N$ تعداد ۶ نوترون در مدار $d_{5/2}$ ، ۲ نوترون در مدار $s_{1/2}$ و ۳ نوترون در مدار $d_{7/2}$ دارد، و تفاوت آن با حالت پایه یک هسته ۱۵ نوترونی در داشتن یک نوترون اضافی در مدار $d_{7/2}$ ، و با حالت پایه یک هسته ۱۲ نوترونی در داشتن یک حفره نوترونی «اضافی» است. بنابراین، این حالت یک حالت SQP است. از آنجا که این حالت پایینترین حالت انرژی هسته ۱۱ نوترونی است، $E_{7/2} = 0$ است. حالت‌های دیگر SQP در این هسته حالت‌هایی هستند که حفره در مدارهای $s_{1/2}$ و $d_{5/2}$ است. انرژی آنها $\varepsilon_5 - \varepsilon_4 = E_{1/2}$ و $\varepsilon_5 - \varepsilon_4 = E_{3/2}$ است، زیرا اینها انرژی‌هایی هستند که باید به حالت پایه اضافه شوند تا به آن حالتها دست یابیم و می‌توان با برانگیختن یک نوترون از این مدارها به مدار $d_{7/2}$ که در حالت پایه خالی است به آن حالتها رسید.

چگونگی تغییرات E_f با فرض نبودن برخورد مطابق شکل ۱۰۶ است. اگر N کمتر از مقداری باشد که برای آن نوترون فرد در حالت پایه در آن مدار قرار می‌گیرد، SQP یک حالت ذره‌ای است که تفاوت آن با حالت پایه هسته‌ای که یک نوترون کم‌تر دارد، در داشتن یک نوترون اضافی است. وقتی N بزرگ‌تر از مقداری است که برای آن نوترون فرد در حالت پایه در آن مدار قرار می‌گیرد، حالت SQP یک حالت حفره‌ای است که تفاوت آن با حالت پایه هسته‌ای با یک نوترون بیشتر در داشتن یک حفره نوترونی اضافی است. حالت‌های پایه با تعریف حالت‌های SQP به صورت حالت‌های ذره‌ای یا حفره‌ای تطبیق دارند. در ناحیه‌ای که حالت SQP یک حالت ذره‌ای است E_f با افزایش N کم می‌شود، و در ناحیه‌ای که حالت SQP یک حالت حفره‌ای است E_f با ازدیاد N افزایش می‌یابد.

در بعضی از هسته‌ها که A فرد دارند، یعنی همان هسته‌های تک‌ذره و تک‌حفره، هیچ برخوردی صورت نمی‌گیرد. لذا برای این هسته‌ها شکل ۱۰۶ نتایج درستی می‌دهد. انرژی‌های E_f حالت‌های هسته‌ای در این هسته‌ها دقیقاً انرژی‌های مداری شکل ۵۰۴ هستند. بنابراین مشخص کردن این حالت‌ها به‌طور تجربی به‌ما اجازه می‌دهد که شکل ۵۰۴ را بر اساس کمی رسم کنیم. روش‌هایی برای انجام این کار در بخش ۳۰۱۴ شرح داده خواهد شد. ترازهای انرژی در بعضی از هسته‌های تک‌ذره‌ای و تک‌حفره‌ای در شکل ۲۰۶ نشان داده شده است. برای تمام هسته‌های دیگری که A فرد دارند، برخورد صورت می‌گیرد. بنابراین باید دید که چه تغییری در آنها صورت می‌گیرد. همان‌طور که در بخش‌های ۳۰۵ و ۵۰۵ دیدیم به‌دلت برخورد، حالت پایه هسته‌های زوج-زوج نسبتاً پیچیده می‌شود. حالت پایه هسته‌های دو و چهار نوترونی ۱۸۰ و ۲۰۰ دارای مدار $s_{1/2}$ پر شده در بخشی از زمان است (شکل ۶۰۵). بنابراین تاحدی حالت SQP مدار $s_{1/2}$ در ۱۸۰ یک حالت حفره‌ای است تا یک حالت ذره‌ای. این امر به‌طور کلی واقعیت دارد، زیرا به‌جای اینکه حالت‌های ذره‌ای یا حفره‌ای کامل باشند، بخشی از حالت‌های SQP به صورت حالت ذره‌ای و بخشی دیگر به صورت حالت حفره‌ای

3.43	$\frac{1}{2}^{-} (h \frac{9}{2})^{-1}$		3.48	$\frac{3}{2}^{+} (d \frac{7}{2})^{-1}$		3.14	$\frac{3}{2}^{-} (p \frac{3}{2})$
						2.84	$\frac{5}{2}^{-} (f \frac{5}{2})$
2.34	$\frac{7}{2}^{-} (f \frac{7}{2})^{-1}$	2.52	$\frac{3}{2}^{+} (d \frac{3}{2})$				
		2.47	$\frac{7}{2}^{+} (h \frac{7}{2})$				
		2.03	$\frac{1}{2}^{+} (s \frac{1}{2})$				
1.63	$\frac{11}{2}^{+} (i \frac{13}{2})^{-1}$	1.56	$\frac{5}{2}^{+} (d \frac{5}{2})$	1.67	$\frac{5}{2}^{+} (d \frac{5}{2})^{-1}$	1.61	$\frac{13}{2}^{+} (i \frac{13}{2})$
		1.41	$\frac{7}{2}^{+} (f \frac{13}{2})$	1.34	$\frac{11}{2}^{-} (h \frac{11}{2})^{-1}$		
0.89	$\frac{3}{2}^{-} (p \frac{3}{2})^{-1}$	0.77	$\frac{11}{2}^{+} (i \frac{11}{2})$			0.90	$\frac{7}{2}^{-} (f \frac{7}{2})$
0.57	$\frac{5}{2}^{-} (f \frac{5}{2})^{-1}$			0.35	$\frac{3}{2}^{+} (d \frac{3}{2})^{-1}$		
0	$\frac{1}{2}^{-} (p \frac{1}{2})^{-1}$	0.0	$\frac{5}{2}^{-} (f \frac{5}{2})$	0.0	$\frac{1}{2}^{+} (s \frac{1}{2})^{-1}$	0.0	$\frac{3}{2}^{-} (h \frac{3}{2})$
$82 Pb^{207}$		$82 Pb^{209}$		$81 Tl^{207}$		$83 Bi^{209}$	

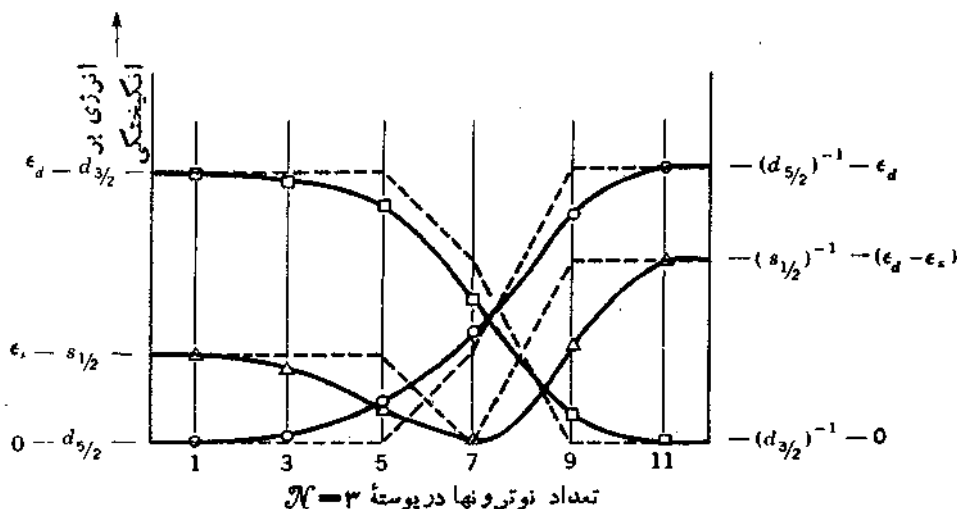
شکل ۲-۶ انرژی حالتی SQP در سیستمی تک ذره ای و تک جره ای مجاور هسته ^{208}Pb یا پوسته ^{208}Pb بر روی مدارهای نشان داده شده در داخل بر این اند. برای حالتی جره ای انرژیها، همانطور که این انرژیها انرژیهای مدار شکل ۵-۴ بر روی مدارهای نشان داده شده در داخل بر این اند. برای حالتی جره ای انرژیها، همانطور که از شکل ۱-۴ قابل درک است، از آنها این که در شکل ۵-۴ آمده است بر گزیده شده است.

است و نام شبه‌ذره‌ای هم به همین دلیل است. همان‌طور که در شکل ۵.۵ نشان داده شده است، تمام مدارها به‌طور یکنواخت پرمی شوند، بنابراین مقادیر نسبی ذره‌ای بودن و یا حفره‌ای بودن در یک حالت SQP به‌طور یکنواخت یا عدد نوترونی تغییر می‌کند. هر چه مدار پرت‌تر می‌شود، حالت SQP آن بیشتر شبه‌حفره‌ای و کمتر شبه‌ذره‌ای می‌شود. این مسئله به‌سبب از تابع موج حالت SQP یک هسته با N نوترون دیده می‌شود.

$$\psi_{N,r}(\text{SQP}) = \sqrt{1 - V_j^2} \psi_{N-1} \psi(j) + V_j \psi_{N+1} \psi(j-1) \quad (1.6)$$

از معادله (۱.۶) چنین برمی‌آید که تابع موج حالت SQP عبارت است از جمع دو جمله: حالت پایه هسته زوج - زوج با $(N-1)$ نوترون بعلاوه یک ذره در حالت j ، و حالت پایه هسته زوج - زوج با $(N+1)$ نوترون بعلاوه یک حفره در حالت j . در اینجا کسری از زمان را که در آن این حالت به‌صورت حفره‌ای است با V_j^2 نشان می‌دهیم که در بخش ۷.۵ به‌عنوان پر بودن حالت تک‌ذره‌ای j تعریف شد، و $(1 - V_j^2)$ کسری از زمان است که این حالت یک حالت ذره‌ای است و درجه خالی بودن حالت j را نشان می‌دهد.

در نتیجه برخوردها، رفتار انرژی‌های SQP از آن‌چه در شکل ۱.۶ داده شده است به‌صورت آن‌چه در شکل ۳.۶ نشان داده می‌شود اصلاح می‌شود. گذار یکنواخت از حالت‌های ذره‌ای به حفره‌ای با افزایش N سبب می‌شود که انرژی‌های E_j به جای تغییر ناگهانی به آرامی تغییر کنند. تقریباً می‌توانیم بگوییم که زوایای تغییر شکل ۱.۶ به‌وسیلهٔ برهم‌کنش‌های باقی‌مانده گرد می‌شوند.



شکل ۳.۶ انرژی‌های واقعی حالت‌های SQP در پوسته $N=3$. خطوط خط چین مطابق شکل ۱.۶ هستند.

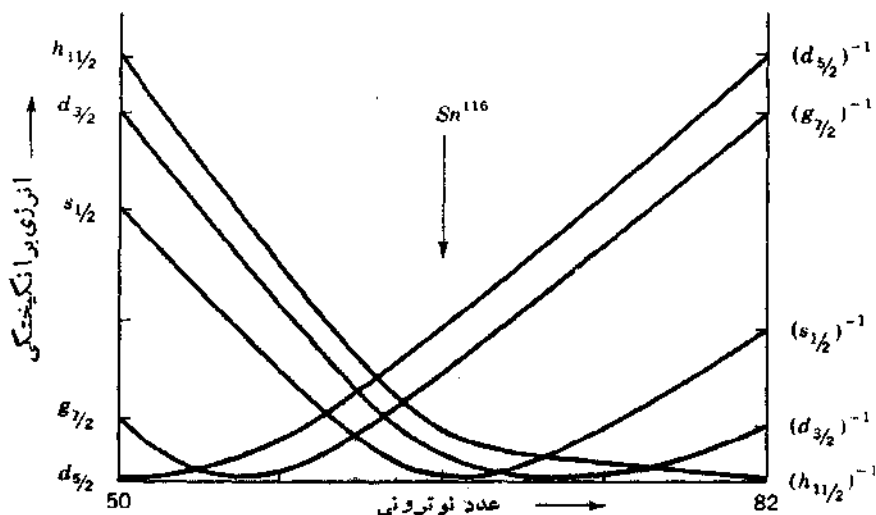
محاسبات نظری این امر را برای ما ممکن می‌کند تا شکل ۳.۶ را بر مبنای کمی رسم کنیم. از آسانترین محاسبات نظری، نظریهٔ تزیوج است که در بخش ۷.۵ بیان شد و انرژی E_j را چنین می‌دهد

$$E_j = [(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2} \quad (۲.۶)$$

برای ایجاد سازگاری با تعریف مورد استفاده در بالا، E_j پایینترین انرژی حالت SQP که از این فرمول به دست می‌آید از رابطهٔ (۲.۶) کم شود. در این روش نظری E_j را می‌توان بر حسب V_j ، با حل همزمان روابط (۲.۶) و (۲.۵) چنین نوشت

$$E_j = \frac{\Delta}{2V_j(1-V_j^2)^{1/2}} \quad (۳.۶)$$

از شکل ۳.۶ می‌بینیم که هر حالت SQP با پر شدن پوسته، به نوبهٔ خود به صورت حالت پایه، درمی‌آید. این حالت ضرورتاً در تمام هسته‌ها حالت پایه نیست، در صورتی که اگر وضعیت واقعاً مطابق شکل ۱.۶ می‌شد این چنین بود. برای مثال در شکل ۳.۶ حالت پایه در هسته‌هایی که پنج و هفت نوترون دارند $\mathcal{N} = 5$ است. در پوستهٔ ۵ که برای آن انرژی حالت‌های SQP در شکل ۴.۶ نشان داده شده است، وقتی تعداد نوترون‌ها در پوسته



شکل ۴.۶ انرژی حالت‌های SQP در پوستهٔ $\mathcal{N} = 5$ بر حسب عدد نوترونی. این شکل بر پایهٔ انرژی‌های مداری پتانسیل نظریهٔ پوسته‌ای برای هستهٔ ^{116}Sn است. تغییر مکان انرژی‌های مداری تا حدودی تابع جرم است، بنابراین، این منحنی همان‌طور که در بخش ۱۲.۵ شرح داده شد، برای هسته‌های دور از ^{116}Sn معتبر نخواهد بود.

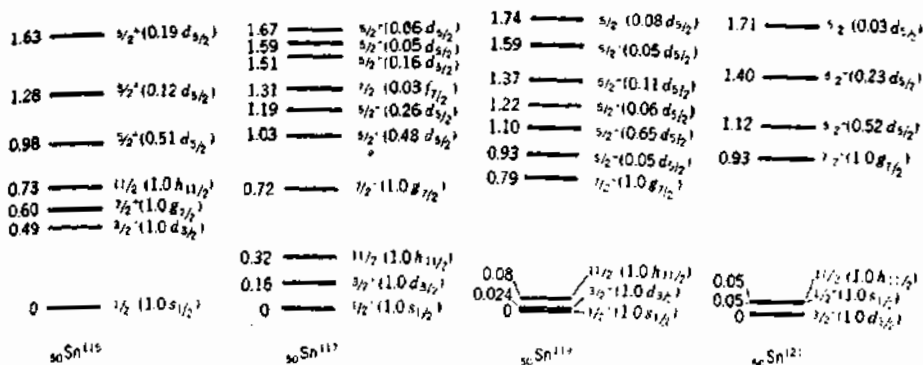
این جفت شدن جمله‌هایی می‌دهد با $2/11/2.9/2.7/2.5/3 = I$ که باریته همه آنها مثبت است زیرا حالت‌های $g_{7/2}$ ($I=2$) و 2^+ هر دو دارای باریته مثبت‌اند.

بنابراین حالت‌های ^{117}Sn ، ترکیب‌های خطی از جمله‌های شکل ۵.۶ با $I=$ یکسان‌اند. برهم‌کنش‌های باقیمانده که باعث مخلوط شدن جمله‌ها می‌شوند، در اینجا به اندازه مورد توزیع که بعنوان مثال در فصل ۵ گفته شد قوی نیستند. در نتیجه فقط جمله‌هایی مخلوط می‌شوند که انرژی‌های نزدیک به هم دارند. برای اینکه این مطلب را به زبان بخش ۱۰.۵ در آوریم، می‌توانیم بگویم زمان بین برخورد‌هایی که هسته را از یکی از این جمله‌ها به جمله دیگری می‌برد آنقدر طولانی است که سهم نقض یا بستگی انرژی، طبق رابطه (۴.۵)، نسبتاً کم خواهد بود. البته تمام این جمله‌ها شامل تعدادی نوکلئون‌های فروبیج شده‌اند و برخورد‌های تروبیجی به همان نسبت حالت‌های دیگر اتفاق می‌افتد.

از آنجا که انرژی این جمله‌ها نزدیک به انرژی جمله‌های با $I=$ یکسان نیست، پایینترین چهار جمله ^{117}Sn تقریباً اصلاً مخلوط نمی‌شوند. اصولاً این جمله‌ها، تابع موج‌های کامل حالت‌های هسته در آن انرژی هستند، بنابراین آن حالت‌ها تقریباً حالت‌های SQP خالص‌اند. اما در شکل ۵.۶ می‌بینیم که انرژی حالت SQP $d_{5/2}$ نزدیک به دو حالت دیگر 2^+ است که از جفت شدن حالت‌های ارتعاشی 2^+ با حالت‌های SQP $d_{7/2}$ و $s_{1/2}$ ایجاد شده‌اند. در این صورت سه حالت وجود دارد که در آن حالت SQP $d_{5/2}$ دارای دامنه محسوسی است. هر یک از این حالت‌ها، کسر محسوسی از زمان را به صورت ^{116}Sn (حالت پایه) بعلاوه یک ذره در حالت $d_{5/2}$ ، و به صورت ^{118}Sn (حالت پایه) با یک حفره در حالت $d_{5/2}$ ، به همان نسبتی که رابطه (۱.۶) مقرر می‌دارد می‌گذرانند. همچنین در آن سه حالت هسته‌ای، کسر محسوسی از زمان به صورت ارتعاشی 2^+ هسته ^{116}Sn بعلاوه یک ذره در حالت $s_{1/2}$ یا $d_{7/2}$ ، یا به صورت ارتعاشی 2^+ هسته ^{118}Sn یا حفره‌ای در حالت $s_{1/2}$ یا $d_{7/2}$ صرف می‌شود. این سیستم در اثر برخورد ممکن است به هر یک از این وضعیت‌ها متمایل شود.

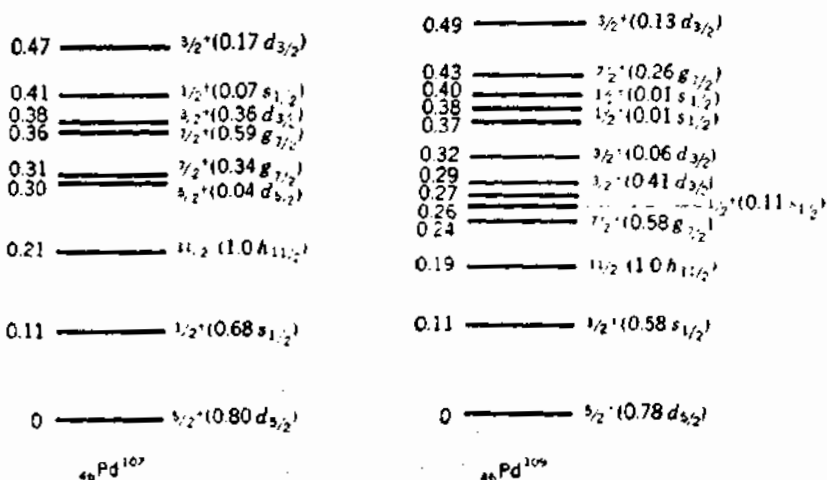
ترازهای انرژی پایین ^{117}Sn و بعضی دیگر از ایزوتوپ‌های Sn با A فرد در شکل ۶.۶ دیده می‌شوند. در این شکل همچنین برای هر حالت هسته‌ای، کسر‌هایی از زمان که هسته در حالت SQP مربوطه‌اش می‌گذراند نشان داده شده است. روش تعیین این کسر‌ها در بخش ۳.۱۴ شرح داده خواهد شد.

از این بحث نباید استنباط شود که طیف تراز انرژی تمام هسته‌های کروی با A فرد بسادگی ایزوتوپ‌های Sn است. همان‌طور که در شکل ۱۱.۵ نشان داده شد، اولین حالت برانگیخته ایزوتوپ‌های زوج - زوج Sn در انرژی بسیار بالاتر از هسته‌های همسایه‌اش قرار می‌گیرد، زیرا Sn دارای پوسته پر ۵ پروتون است. در هسته‌های همسایه مثل ^{114}Cd ، ^{116}Pd ، و غیره، اولین حالت برانگیخته و همچنین سه حالت برانگیخته بعدی که انرژی آنها مطابق شکل ۹.۵ حدوداً دو برابر انرژی اولین حالت برانگیخته است، در انرژی خیلی پایین‌تری قرار دارند. بسادگی در شکل ۵.۶ می‌توان دید که این امر چند جمله دیگر با انرژی پایین ایجاد خواهد کرد، بنابراین تقریباً تمام حالت‌های SQP با تعدادی از حالت‌های هسته‌ای مخلوط



شکل ۶.۶ ترازهای انرژی در بعضی از ایزوتوپهای ^{50}Sn با A فرد. اعداد داخل پرانتز بخشی از حالت SQP موجود در آن حالت هسته‌ای است. برای مثال $(4.8 d_{3/2})$ ، بدین معنی است که ۴۸ درصد از حالت SQP در آن تراز است، در صورتی که ۵۲ درصد دیگر باید با ترازهای دیگر مخلوط شود. [این اعداد همان‌طور که در بخش ۳.۱۴ شرح داده شده است از آزمایش برکنی دوترون به‌دست آمده‌اند.]

می‌شوند. به عنوان مثال، نموداری معادل شکل ۶.۶ برای ^{106}Pd و ^{107}Pd در شکل ۷.۶ نشان داده شده است.



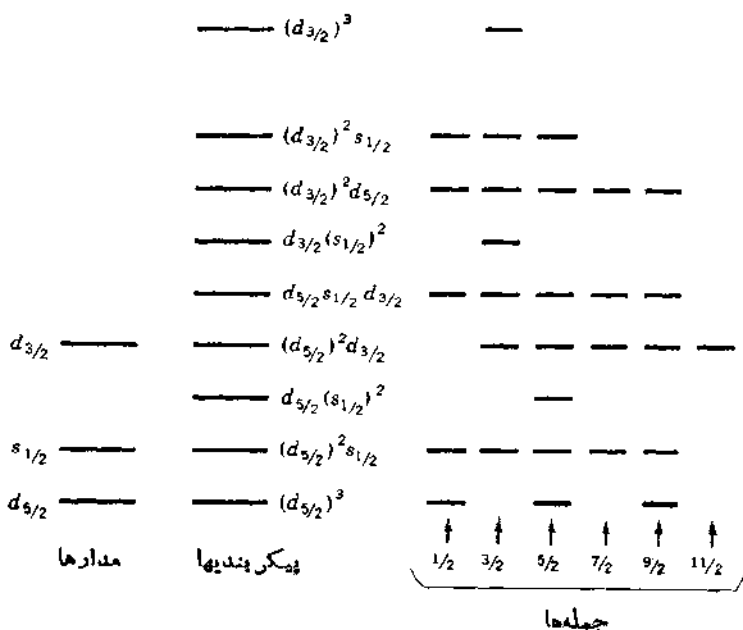
شکل ۷.۶ ترازهای انرژی در بعضی از ایزوتوپهای ^{46}Pd با A فرد. [اعداد داخل پرانتز دارای همان معانی شکل ۶.۶ هستند و از همان راه به‌دست آمده‌اند.]

بایستترین حالت انرژی هسته‌های زوج - زوج، حالت پایه و حالت‌های ارتعاشی يك و دو فونونی هستند، و از شکل ۹.۵ و ۱۲.۵ می‌بینیم که ایزوتوپهای مختلف يك عنصر عموماً انرژی یکسان دارند. از شکل ۴.۶ می‌بینیم که انرژی حالت‌های SQP نیز در هسته‌های همسایه کاملاً یکسان‌اند. از آنجا که حالت هسته‌های با A فرد از ترکیب این دو حالت تشکیل می‌شود، انتظار داریم که این حالت‌ها برای ایزوتوپهای همسایه کاملاً مشابه باشند و از شکل‌های ۶.۶ و ۷.۶ مشاهده می‌کنیم که واقعیت امر هم، چنین است. همان‌طور که تذکر داده شد، تفاوت زیاد بین ایزوتوپهای S_n و P_d با تفاوت انرژی حالت‌های ارتعاشی در ایزوتوپهای زوج - زوج آنها، به علت آنکه S_n دارای پوسته پر پروتونی است قابل توضیح است اما از شکل ۱۱.۵ می‌بینیم که در تمام موارد دیگر، تفاوت‌ها اندک‌اند. بنابراین انتظار داریم که حالت‌های ایزوتوپهای عناصر همسایه که دارای A فردند با هم مشابه باشند. برای مثال، حالت‌های با انرژی پایین ^{105}Ru خیلی شبیه به حالت‌های ^{104}Pd است.

تشریح حالت‌های فوق در هسته‌های با A فرد، فقط يك تقریب است. برای مثال، حالت SQP $S_{1/2}$ در ^{117}Sn نمی‌تواند حتی قسمتی از زمان را در حالت پایه ^{116}Sn به علاوه يك نوترون در $S_{1/2}$ بگذراند، زیرا بعضی اوقات دو نوترون $S_{1/2}$ در حالت پایه ^{116}Sn وجود دارد و اصل طرد پاولی اجازه وجود سه نوترون را در حالت $S_{1/2}$ نمی‌دهد. تناقض‌های زیادی از این نوع ممکن است دیده شود.

يك راه دقیقتر این است که روشی مطابق آنچه برای ^{18}O در بخش ۸.۵ استفاده شد به کار ببریم. برای مورد سه نوترونی در ^{19}O چگونگی کار در شکل ۸.۶ نشان داده شده است. با گذاشتن سه نوترون در سه مدار موجود، تعداد نه پیکربندی امکان پذیر است که انرژی هر کدام از آنها برابر حاصل جمع انرژی‌های آن مدار است. با توجه به امکانات مختلف جمع کردن تکه‌های زاویه‌ای مداری، جمله‌های حاصل از این پیکربندیها (حالا به مفهوم اولیه کلمه «جمله» بازگشته‌ایم) درست است شکل ۸.۶ نشان داده شده است. تمام این جمله‌ها دارای پاریته مثبت هستند زیرا که جمع سه مقدار از زوج همیشه زوج است. می‌توان نشان داد که تکه‌های زاویه‌ای به دست آمده از $(d_{5/2})^2$ ، با روش‌های بخش ۱۳.۵، به مقادیر گردآوری شده محدود می‌شوند، و وجود I مفرد در $(d_{7/2})^2$ بر حسب حرفه‌ها قابل فهم است.

حالت‌های ^{19}O ترکیب‌های خطی از این جمله‌ها با $I = 1$ یکسان هستند. برای مثال پنج حالت $1/2^+$ وجود دارد که هر يك ترکیب خطی از جمله‌های $(d_{7/2})^2$ ، $(d_{5/2})^2$ ، $d_{5/2}d_{7/2}$ ، $d_{3/2}d_{7/2}$ ، $d_{3/2}d_{5/2}$ و $(d_{3/2})^2$ هستند. کسانی که بخش ۴.۵ را حذف نکرده‌اند تشخیص می‌دهند که انرژی‌های این پنج حالت و ضرایب پنج جمله در هر کدام از اینها را می‌توان با به دست آوردن ویژه مقادیر و ویژه تابعها يك ماتریس 5×5 با همان ساختار رابطه (۲۳.۵) محاسبه نمود. e در این ماتریس همان انرژی جمله‌های شکل ۸.۶ هستند. v از رابطه (۱۸.۵) محاسبه می‌شود با این ترتیب که I^2 از طریق یکی از چند دستور موجود انتخاب می‌شود. یکی از این دستورها به کار بردن نیروی نوکلئون - نوکلئون است



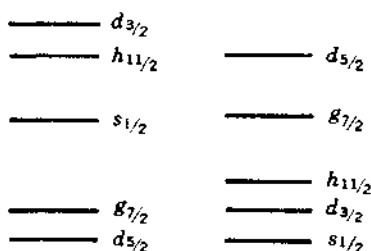
شکل ۸.۶ پیکر بندیها و جمله‌های ۱۹۰.

که در فصل ۳ بررسی شد. برای حالت‌های $(3/2)^+$ ، $(5/2)^+$ ، و غیره محاسبات مشابهی باید صورت گیرد. (این حالتها شامل هفت جمله است که در این صورت يك ماتریس 7×7 خواهیم داشت.) تعداد p_{ij} که به آنها عناصر ماتریسی گفته می‌شود و باید محاسبه شود، نسبتاً زیاد است و به دست آوردن مقادیر ویژه تابعهای چندین ماتریس کاری پر زحمت است. در نتیجه، این نوع محاسبات ممکن است بسیار طولانی باشد. بعلاوه روشن است که طولانی شدن این محاسبات سریعاً با ازدیاد تعداد مدارهای مورد نظر و تعداد ذراتی که آنها را پر می‌کنند افزایش می‌یابد. برنامه‌های کامپیوتری برای این محاسبات تهیه شده است و مقالات علمی حاوی نتایج آنها به فراوانی در دسترس است.

در انرژیهای برانگیختگی بالاتر، حالت‌هایی در هسته‌های با A فرد وجود دارد که تمام پیچیدگیهای برانگیختگی مذکور در بند سوم بخش ۱۱.۵ در آن دیده می‌شود. در انرژیهای به اندازه کافی بالا، روش آماری بحث شده در آن بخش معتبر است.

۲.۶ هسته‌های کروی فرد - فرد

در هسته‌های با تعداد فرد پروتون و نوترون باید حداقل يك نوترون شبه‌ذره و يك پروتون شبه‌ذره وجود داشته باشد. بنابراین حالت‌های با انرژی پایین از جفت شدنهای مختلف این



حالت‌های

SQP

پروتونی

حالت‌های SQP

نوترونی

شکل ۹.۶ حالت‌های SQP پروتونی و نوترونی در ایزوتوپ‌های ^{121}Sb و ^{123}Sb . حالت‌های پایتترین انرژی در هسته‌های Sb فرد فرد، ترکیبایی از این حالت‌های نوترونی و پروتونی هستند.

دو شبه‌زره ایجاد می‌شوند. برای مثال در ^{121}Sb حالت‌های SQP نوترونی همان‌طور که در دومین شکل ۵.۶ نشان داده شده است، مثل ^{117}Sn هستند. حالت‌های SQP پروتونی دقیقاً همان مدارهای پوسته $\mathcal{N} = 5$ هستند که در شکل ۵.۴ و ۹.۶ نشان داده شده‌اند. پیکر بندیهای انرژی پایین ^{121}Sb ، ۲۵ ترکیب از این حالت‌ها هستند. هر کدام از این پیکر بندیها جمله‌هایی با چندین تکانه زاویه‌ای کل و جمله‌های مختلفی با I^π یکسان را که در اثر برهم کنشهای باقیمانده مخلوط شده‌اند به دست می‌دهند. آشکارا این وضع بسیار پیچیده است، و هیچ گاف انرژی که محاسبات را مثل هسته‌های زوج - زوج ساده کند وجود ندارد.

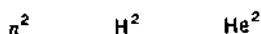
در بعضی از موارد که پایتترین انرژی حالت‌های SQP نوترون‌ها و پروتون‌ها از یکدیگر کاملاً جدا می‌شوند، حالت‌های پایتترین انرژی هسته‌های فرد - فرد را می‌توان تنها ترکیب‌هایی از پایتترین حالت‌های SQP گرفت. برای مثال، در ^{90}Y پایتترین حالت‌های SQP، برای پروتون‌ها به صورت $p_{1/2}$ و برای نوترون‌ها به صورت $d_{5/2}$ است. بنابراین، پایتترین انرژی حالت‌های هسته ^{90}Y دارای پیکر بندی $d_{5/2}p_{1/2}$ است که منجر به یک حالت 2^- و یک حالت 3^- می‌شود. نیروهای بین نوترون $d_{5/2}$ و پروتون $p_{1/2}$ در این دو حالت متفاوت‌اند، و در نتیجه انرژیهای این دو حالت کمی با هم تفاوت دارند. قواعد ساده ولی نه همیشه مطمئن برای تعیین حالت انرژی پایتتر و در نتیجه حالت پایه وجود دارند. حالت‌های ^{90}Y به طور مفصلتر در رابطه با شکل ۸.۱۴ بحث می‌شود.

۳.۶ اسپین ایزوبار و حالت‌های مانسته ایزوبار

با اینکه حالت‌های هسته‌های فرد - فرد به طور کلی خیلی پیچیده‌اند، در اینجا يك جنبه خیلی ساده ولی در عین حال مهم آن را در نظر می‌گیریم. این مورد ساده همان‌طور که در بخش ۱۱.۳ دیدیم ناشی از این امر است که نیروهای هسته‌ای مستقل از بار هستند. قبلاً مثالی از این جنبه ساده را در مسئلهٔ دینو کلثون دیده‌ایم، و برای آن پایتترین حالت‌های انرژی سه سیستم ممکن n^2 (دی‌نوترون)، ^2H (دوترون) و ^2He (دی‌پروتون) در شکل ۱۰.۶ نشان داده شده است. از آنجایی که برهم کنشها مثل هم هستند (از نیروی کولنی صرف نظر می‌شود)

$$\text{----- } S = 0, T = 1$$

$$\text{--- } S = 1, T = 0$$



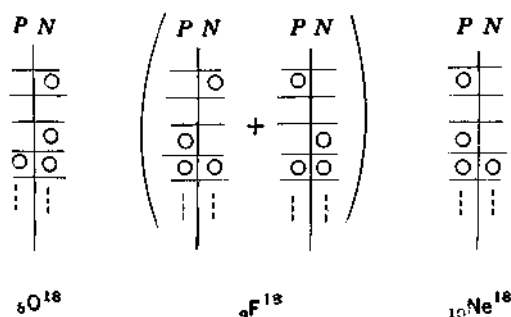
شکل ۱۰۰۶ يك مثال ساده از حالت‌های مانسته ایزوبار، حالت‌های پایبندترین انرژی سیستم دو نوکلئون از فصل ۳.

در سه حالت $T=1$ ، انرژی‌ها و تابع موج‌های آنها از حل يك معادله شرودینگر به دست می‌آیند و بنا بر این باید یکسان باشند. به این سه حالت، حالت‌های مانسته ایزوبار گفته می‌شود. ایزوبار، کلمه‌ای کلی برای «تعداد نوکلئون‌های یکسان» است. بنا بر این این نام به این معنی است که با هر یکسان حالت‌های مشابهی وجود دارد.

برای اینکه اهمیت کلی این مفهوم درك شود، باید وارد بحثی طولانی شویم. این بحث را با معرفی يك روش جدید برای نشان دادن جمله‌ها در تابع موج‌ها که در شکل ۱۰۶ برای ${}^{18}O$ نمایش داده شده است شروع می‌کنیم. هر فاصله در نمودار نشانگر يك مدار برای يك نوکلئون است و دایره داخل آن فاصله دلالت بر بر بودن مدار می‌کند. در جمله نشان داده شده، مدارهای بالا با نوترون‌ها پر شده‌اند نه با پروتون‌ها. این مدارها ضرورتاً بر حسب ازدیاد انرژی مرتب نشده‌اند، بنا بر این، این نمودار می‌تواند نشانگر هر جمله‌ای از تابع موج ${}^{18}O$ باشد که در آن تمام مدارهایی که با پروتون پر شده‌اند با نوترون نیز اشغال شده‌اند. هر يك از جمله‌های تابع موج‌های رابطه (۱۶۰۵) می‌تواند با نموداری از این نوع نمایش داده شود.

حال دو عملگر T_+ و T_- را معرفی می‌کنیم. عملگر T_+ جمله‌ای را که به طریق بالا نوشته شده به مجموعه از جملات تبدیل می‌کند. در هر يك از این جمله‌ها یکی از نوترون‌ها در همان مدار به پروتون تبدیل می‌شود، (البته، به شرطی که آن مدار قبلاً به وسیله پروتون اشغال نشده باشد).^۱ برای مثال، این عملگر نمودار ${}^{18}O$ را به نمودار ${}^{18}F$ در شکل ۱۰۶ تبدیل می‌کند. وقتی این عملگر روی نمودار ${}^{18}F$ اثر کند، عمل آن روی هر جمله منجر به نموداری برای ${}^{18}Ne$ در آن شکل می‌شود. بنا بر این نتیجه دو برابر نمودار ${}^{18}Ne$ است. حاصل عمل T_+ روی نمودار ${}^{18}Ne$ صفر است، زیرا که نوترونی وجود ندارد که در همان مدار بتواند تبدیل به پروتون شود. از ثابت‌های ضربی صرف نظر می‌کنیم. این نتایج را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد

۱. ما در اینجا از علامت جمله‌ها و ضربهای ثابت صرف نظر می‌کنیم. اینها در بیشتر کاربردهای کمی ضروری هستند.



شکل ۱۱.۶ اثرات عملگرهای T_+ و T_- . هر نمودار معرف يك تابع موج است و نشان می‌دهد کدام يك از مدارها اشغال شده‌اند. هر فاصله معرف يك مدار است و علامت دایره در آن معرف پر بودن آن مدار است. خط عمودی به مفهوم پر بودن تمام مدارهای پایینی، هم توسط نوترون و هم توسط پروتون است. عملگر T_+ شكل سمت چپی را به وسطی و همین‌طور وسطی را به سمت راستی تبدیل می‌کند. عملگر T_- عكس این کار را انجام می‌دهد.

$$T_+({}^{18}\text{O}) = ({}^{18}\text{F}) \quad T_+({}^{18}\text{F}) = ({}^{18}\text{Ne}) \quad T_+({}^{18}\text{Ne}) = 0$$

که منظور از $({}^{18}\text{O})$ نمودار ${}^{18}\text{O}$ در شکل ۱۱.۶ است و همین‌طور برای سایر نمودارها. عمل T_- عكس T_+ است یعنی پروتون‌ها را با همان قاعده به نوترون‌ها تبدیل می‌کند، بنابراین اثر آن را می‌توان در اینجا چنین خلاصه کرد

$$T_-({}^{18}\text{Ne}) = ({}^{18}\text{F}) \quad T_-({}^{18}\text{F}) = {}^{18}\text{O} \quad T_-({}^{18}\text{O}) = 0$$

به علت اهمیت مطلب، هم اکنون قضیه زیر را ثابت خواهیم کرد: اگر نیروی نوکلئون-نوکلئون مستقل از بار باشد و اگر تابع موج ψ_1 تابع موجی برای حالت واقعی هسته باشد، ψ_1 و $T_+ \psi_1$ نیز تابع موجهایی برای حالت‌های واقعی هسته هستند (مگر اینکه صفر باشند) و انرژی‌های این حالت‌ها به غیر از انرژی کولنی یکسان‌اند. تمام حالت‌هایی که می‌تواند به وسیله عملگرهای T_+ و T_- به‌طور متوالی از حالت دیگر تولید شوند، حالت‌های ماسته‌ایز و بار و گروه کامل آن چندتایی اسپینی ایزوبار نامیده می‌شود.

برای اینکه این چندتاییگی را به حساب آوریم دو عدد کوانتومی T و T_z را معرفی می‌کنیم. T_z بدین صورت تعریف می‌شود:

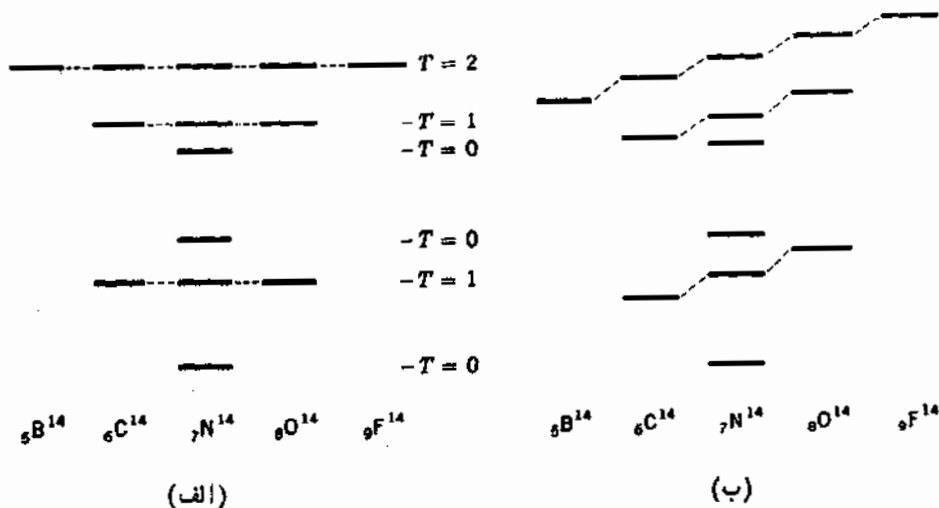
$$T_z = \frac{Z - N}{2} \quad (۴.۶)$$

۱. به دلایل تاریخی T_z بعضی مواقع به صورت منفی رابطه (۴.۶) تعریف می‌شود، بنابراین با این تعریف نقش T_+ و T_- جابه‌جا می‌شود.

که درست برابر نصف تفاوت بین تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها در هسته است که بسادگی از عدد اتمی و وزن اتمی به دست می‌آید و برای ^{18}O ، ^{18}F ، و ^{18}Ne به ترتیب برابر ۱-، ۰، ۱+ است. بنا بر این عدد کوانتومی T برابر بزرگترین T_z در آن چندتا می‌شود. بعداً نشان خواهیم داد که T عدد کوانتومی اسپینی ایزوبار است که قبلاً آن را به کار برده‌ایم. از تقارن طرح بین پروتون‌ها و نوترون‌ها واضح است که هر حالت یک مانسته ایزوبار با T_z برابر ولی مخالف دارد، که در آن تمام مدارهایی که به وسیله پروتون‌های در حالت اصلی پر شده‌اند توسط نوترون‌ها در حالت مشابه پرمی شود و بالعکس. در این صورت می‌توانیم نتیجه بگیریم که مانسته‌های ایزوبار یک حالت با T معلوم در هسته‌هایی است که در آنها $T_z = -T, -T+1, \dots, +T$ است.

بعضی از حالت‌های هسته‌های $A=14$ در شکل ۱۲.۶ (الف) نشان داده شده است. وضعیت به همان گونه هسته‌های $A=18$ است که در بالا تشریح شده است. هسته ^{14}N با $T_z = 0$ دارای حالت‌های $T=0, 1, 2, \dots$ است، هسته‌های ^{14}C و ^{14}O با $T_z = \pm 1$ دارای حالت‌هایی با $T=1, 2, \dots$ و هسته‌های ^{14}B و ^{14}F با $T_z = \pm 2$ دارای حالت‌هایی با $T=2$ یا بیشتر هستند.

مفهوم حالت‌های مانسته ایزوبار بستگی به فرض مستقل از بار بودن نیروی بین نوکلئون‌ها دارد. در عمل از نیروی کولنی که فقط بین پروتون‌ها عمل می‌کند و می‌تواند ایده ساده‌ای را که به کار برده‌ایم از بین ببرد، صرف نظر کرده‌ایم. ولسی دیدیم که نیروهای کولنی خیلی

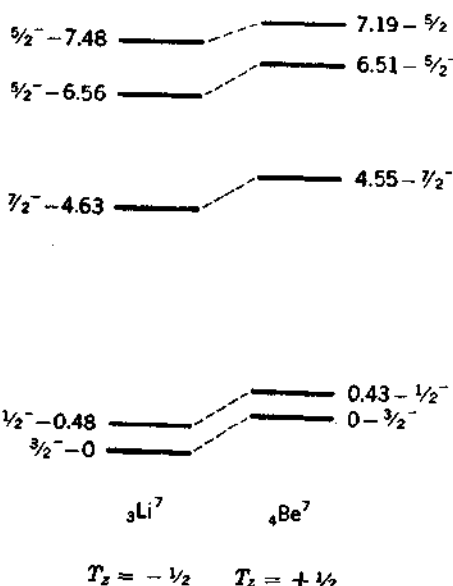


شکل ۱۲.۶ حالت‌های مانسته ایزوبار در هسته‌های $A=14$ ، (الف) بدون نیروهای کولنی، (ب) اثر نیروهای کولنی. حالت‌ها بر طبق اعداد کوانتومی T دسته بندی شده‌اند.

ضعیفتر از آن‌اند که اثرات مهمی در برد کو تساه برهم کنشهای نوکلئون - نوکلئون که تابع موجهای هسته را تعیین می‌کند داشته باشد. بنا براین بحثمان راجع به تابع موجها هنوز اعتبار دارد. از طرف دیگر برد نیروی کولنی زیاد است و برهم کنش يك پروتون را با تمام پروتونهای دیگر در داخل هسته امکان پذیر می‌کند. اثر جمعی تمام این برهم کنشهای کوچک قابل ملاحظه است و این اثرها باعث می‌شوند تا انرژیهای حالتی که پروتونهای بیشتری دارند بالا برود. این اثرها در شکل ۱۲.۶ (ب) نشان داده شده است.

یکی دیگر از جنبه‌های جالب شکل ۱۲.۶ این است که حالت 0^+ با ماکزیموم تزیویج، حالت مانسته ایزوبار حالت پایه در ^{14}C و ^{14}O است و دیدیم که این حالت در ^{14}N حالت پایه نیست. در حالت پایه ^{14}N دونوکلئون فرد در يك مدار یکسان ($1p_{1/2}$) هستند، اما به جای اینکه مثل وضعیت تزیویج در راسهای مخالف حرکت کنند در يك راستا حرکت می‌کنند. چون دونوکلئون در يك مدارند، ماکزیموم مقدار وقت خود را نزدیک یکدیگر می‌گذرانند، بنابراین، این وضعیت انرژی را مشابه مورد تزیویج پایین می‌آورد. در این وضعیت نوکلئونها می‌توانند در حالتی دونوکلئونی $T=0$ برهم کنش داشته باشند، و همان طور که از مورد دوترون می‌دانیم، این حالت نیروی جاذبه قویتری از برهم کنشهای حالت دونوکلئونی $T=1$ که به وسیله نوکلئونهای تزیویج شده انجام می‌شود، به دست می‌دهد. (این حقیقت که نوکلئونهای تزیویج شده باید در حالتی دونوکلئونی $T=1$ برهم کنش داشته باشند از دونوترون یا دپروتون مشخص می‌شود.) در نتیجه حالت تزیویج نشده انرژی پایینتری دارد و آن حالت، حالت پایه ^{14}N است. به هر حال، این طور نباید نتیجه گیری شود که این مسئله در هسته‌هایی که تعداد مساوی پروتون و نوترون دارند پیش می‌آید ($N=Z$). پایینتر آمدن انرژی در وضعیت تزیویج شده به وسیله اثر همدوسی که در بخش ۴.۳ شرح دادیم زیاد می‌شود. بنا براین وقتی چندین مدار در این همدوسی شرکت می‌کنند، [یعنی وقتی که p در رابطه (۱۹.۵) بزرگ است] حالت تزیویج شده انرژی اش پایینتر می‌آید. در نتیجه در بعضی از هسته‌های با $N=Z$ سنگینتر مثل ^{55}Mn و ^{54}Co ، حالت 0^+ $T=1$ همان حالت پایه است.

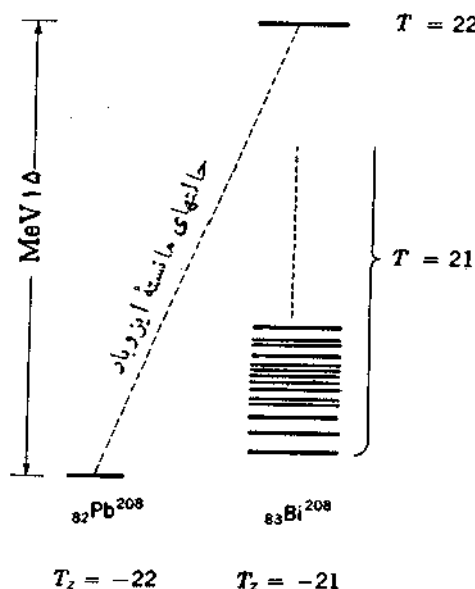
برای هسته‌های با A فرد، T_1 بنا بر رابطه (۴.۶) و همچنین T عدد نیمدرست است. همان طور که در بالا شرح دادیم، وقتی T مینیموم باشد، برهم کنشها قویترند، و اگر T غیر از این انتخاب شود هیچ انرژی برتری وجود ندارد کسه از تزیویج شدن به دست آید (همان طور که در مورد ^{14}N چنین بود). بنا براین حالتی با پایینترین انرژی دارای مینیموم مقدار T یعنی $|T_1|$ هستند. برای مثال پایینترین انرژی حالت ^{7}Li و ^{7}Be که در شکل ۱۳.۶ نشان داده شده است دارای $T=1/2$ هستند. براین اساس، تمام حالتی این دو هسته باید مانسته‌های ایزوبار یکدیگر باشند و در این صورت باید انرژیهای مشابهی داشته باشند. از این شکل می‌بینیم که این مطابقت تا اندازه‌ای روشن است. البته قدرمطلق انرژی این حالتها بر طبق بحث قبلی مان به علت اثرهای کولنی تغییر مکان پیدا کرده‌اند. حالت مانسته ایزوبار در ^{18}F در قسمت مرکزی شکل ۱۱.۶ نشان داده شده است که



شکل ۱۳.۶ حالت‌های ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$. خطوط افقی انرژی حالت‌ها را نشان می‌دهد، و اعداد ضمیمه شده به آنها I^π و انرژی برانگیختگی بالای پایه را مشخص می‌سازند. خط چین‌ها مانسته‌های ایزوبار را به هم متصل می‌کنند. توجه کنید که آنها دارای I^π یکسان و انرژی برانگیختگی تقریباً برابر هستند.

شامل دوجمله‌است، زیرا که فقط دو نوترون در یک مدار می‌تواند به دو پروتون تبدیل شود، اما در هسته‌های سنگین این حالت‌ها خیلی پیچیده‌ترند. برای مثال در حالت ${}^{208}\text{Bi}$ که مانسته ایزوبار حالت پایه ${}^{208}\text{Pb}$ است تعداد $228 - 82 = 146$ نوترون وجود دارد که جای آن را در تابع موج ${}^{208}\text{Pb}$ باید پروتون‌ها (هر کدام در یک جمله) بگیرند. در هسته‌ای به سنگینی Pb ، برای جای‌جایی یک نوترون توسط یک پروتون به علت نیروی دافعه کولنی بین این پروتون و تمام پروتون‌های دیگر مقدار زیادی انرژی اضافی لازم است (حدود 15 MeV) (محاسبه بخش ۳.۱ را ببینید). از طرف دیگر بنسب بر بخش ۴.۴، حالت پایه ${}^{208}\text{Pb}$ و ${}^{208}\text{Bi}$ تقریباً دارای انرژی یکسانی هستند، زیرا حدوداً انرژی‌های برابری برای برداشتن یک نوترون از ${}^{208}\text{Pb}$ و یا یک پروتون از ${}^{208}\text{Bi}$ لازم است تا به حالت پایه ${}^{207}\text{Pb}$ برسیم. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که حالت مانسته ایزوبار مورد نظر (همان‌طور که در شکل ۱۴.۶ نشان داده شده‌است) حالت بسیار برانگیخته ${}^{208}\text{Bi}$ است.

بنابر رابطه (۴.۶)، برای ${}^{208}\text{Pb}$ داریم $T_z = -22$ و برای ${}^{208}\text{Bi}$ داریم $T_z = -21$. از آنجا که حالت‌های با انرژی پایین‌تر در ${}^{208}\text{Bi}$ مانسته‌های ایزوبار در ${}^{208}\text{Pb}$ ندارند، باید از نوع حالت‌های $T_z = 21$ باشند. در این صورت می‌بینیم که حالت‌های با انرژی



شکل ۱۴.۶ حالت پایه $^{208}_{82}\text{Pb}$ و مانسته ایزوبار آن در $^{208}_{83}\text{Bi}$.
حالت‌های دیگر $^{208}_{83}\text{Bi}$ و مقادیر T آنها نشان داده شده است.

پایین هر هسته سنگین باید دارای $T = |T_z|$ باشند. پس حالت پایه $^{208}_{82}\text{Pb}$ باید به صورت $T = 22$ باشد که در این صورت حالت مانسته ایزوبار آن در $^{208}_{83}\text{Bi}$ به صورت $T = 22$ خواهد بود.

در بقیه این بخش که ممکن است برای دانشجویان متوسط حذف شود، یک قضیه اصولی را ثابت می‌کنیم که تمام بحثمان بر پایه آن استوار شده است. اگر ψ_1 یک حالت هسته‌ای باشد $T_+ \psi_1$ و $T_- \psi_1$ نیز حالت‌های هسته‌ای با همان انرژی هستند. اگر بتوان نشان داد که T_+ (و T_-) با هامیلتونی H جابه‌جایی پذیر است، این اثبات بسادگی انجام می‌گیرد، یعنی

$$HT_+ = T_+H$$

اول فرض کنیم که رابطه فوق برقرار است و حالتی مثل ψ_1 با انرژی E_1 در معادله شرودینگر صلق می‌کند

$$H\psi_1 = E_1\psi_1$$

با اثر دادن T_+ روی طرفین رابطه

$$T_+H\psi_1 = E_1T_+\psi_1$$

و با به‌کار بردن روابط جابه‌جایی پذیری به‌دست می‌آوریم که

$$H(T+\psi_1) = E_1(T+\psi_1)$$

این معادلهٔ شرودینگر است. بنابراین $T+\psi_1$ تابع موج يك حالت هسته‌ای با انرژی E_1 است. این رابطه فوق را در صورتی که رابطهٔ جابه‌جایی پذیری برقرار باشد اثبات می‌کنند. از این رو، ضروری است تا معادل ریاضی اسپین ایزوبار و اسپین معمولی را بنویسیم. روش منطقی این است که با تعریف عملگر T که دارای خواص ریاضی σ است شروع کنیم. تمام تفاوت‌های دیگر بین پسوندها و نوتونها را حذف می‌کنیم و فرض می‌کنیم که تابع موجها دارای يك قسمت اسپین τ باشند (به‌همان صورت که آنها يك قسمت اسپین معمولی دارند) و اسپین τ بالا و پایین را به‌ترتیب به‌عنوان پروتون و نوترون تفسیر می‌کنیم. مشابه اسپین تعریف می‌کنیم

$$T = \sum_i \tau_i$$

که جمع روی تمام نوکلئون‌هاست. همان‌طور که برای S در بخش ۴.۳ نشان دادیم، در يك سیستم دو نوکلئونی، حالت‌های $T=0$ و $T=1$ در فضای اسپینی τ از لحاظ تعویض دو نوکلئون، به‌ترتیب متقارن و پساد متقارن‌اند. اگر بخواهیم تابع موج كسل نسبت به تعویض دو نوکلئون پادمتقارن باشد، به‌طور خودکار اصل طرد پاولی را برقرار ساخته‌ایم، زیرا که يك سیستم دوپروتونی یا دونوترونی دارای $T=1$ ($T_z = \pm 1$) و در نتیجه دارای يك تابع موج اسپین متقارن τ است. در این صورت حاصلضرب تابع موجهای اسپین فضایی و معمولی آن باید پادمتقارن باشد. بعلاوه این حاصلضرب در حالت‌های $T=0$ متقارن است. این مسئله به‌کار بردن $T=0$ و $T=1$ را در بخش ۴.۳ توجیه می‌کند. کاربردهای دیگر T در فصل ۳ فقط بستگی به استفاده‌اش در ارتباط با مسائل آن فصل و همچنین معادل بودن آن از نظر ریاضی با S دارد. از تعریف T در بالا داریم

$$T_+ = \sum_i \tau_{+i}$$

و بسادگی نشان داده می‌شود که این عملگر به‌همان صورتی که در مورد شکل ۱۱.۶ شرح داده شد، عمل می‌کند. تعریف T_z در رابطه (۴.۶) مستقیماً از تعریفهای بالا نتیجه می‌شود، و خواص عدد کوانتومی T نسبت به خصوصیات T_z از تشابه اسپینی آن روشن است.

اکنون می‌توانیم به‌اثبات روابط جابه‌جایی بین H و T_+ ادامه دهیم. هامیلتونی يك هسته، شامل جمع تمام برهم‌کنشهای دونوکلئونی بین جفت نوکلئونهای داخل هسته است. در رابطه (۲۰.۳) فهمیدیم که پتانسیل دونوکلئونی بین نوکلئونهای i و j فقط با جمله‌هایی به‌صورت $T_i \cdot T_j$ بستگی به T دارند که در آن $T = T_+ + T_-$ است. این جمله‌ها را می‌توان به‌صورت $T_+ \cdot T_-$ بعلاوهٔ ثابت‌های نویشت، زیرا که برای هر τ داریم $\tau \cdot \tau = \tau(\tau+1) = 1/2 \times 3/2 = 3/4$

به T وابسته است.

$$H = A + B \sum_j \sum_{k \neq j} \tau_j \cdot \tau_k$$

که A و B توابعی از T نیستند. این جمع دوگانه را ممکن است به صورت زیر نوشت

$$\sum_j \sum_{k \neq j} \tau_j \cdot \tau_k = (\sum_j \tau_j) \cdot (\sum_k \tau_k) - \sum_k \tau_k \cdot \tau_k = T \cdot T - \text{const.}$$

همان‌طور که در این بخش به کار برده‌ایم، T مربوط به تمامی هسته است. چنان‌که بخوبی از تشابه با اسپین می‌دانیم، T_+ با $T (= T^2)$ $T \cdot T$ جا به جایی پذیراست، بنا براین متوجه می‌شویم که T_+ با H جا به جایی پذیر می‌شود. این نتیجه‌ای است که در جستجوی آن بودیم. در این بررسی نتیجه رابطه (۲۵.۳) را به کار بردیم، یعنی پتانسیل سیستم دونوکلونی را می‌توان به صورت یک عبارت تک که فقط از طریق $T \cdot T$ بستگی به T دارد، نوشت. اگر نیروی هسته‌ای مستقل از بار نبود، این نتیجه غیر ممکن می‌شد.

۴.۶ هسته‌های کره‌وار - پتانسیل نظریه پوسته‌ای

قبل از اینکه وارد بحث هسته‌های غیر کروی بشویم، چند مفهوم مکانیک کوانتومی را روشن می‌کنیم. در نظریه کوانتومی فقط چند کمیت فیزیکی را می‌توان دقیقاً شناخت، یعنی اینکه از اصل عدم قطعیت پیروی نمی‌کنند. آنها باید کمیت‌هایی پایسته باشند، مثل ثابت‌های حرکت در مکانیک کلاسیک، و در مکانیک کوانتومی این کمیتها با اعداد کوانتومی مشخص می‌شوند. انرژی و تکانه زاویه‌ای کل یک سیستم مثالهایی از این کمیتها هستند. وقتی تکانه زاویه‌ای در نظر گرفته می‌شود، این محدودیت در آن وجود دارد که فقط تکانه زاویه‌ای کل و یکی از مؤلفه‌هایش (که معمولاً مؤلفه z خوانده می‌شود) به طور دقیق می‌تواند مشخص شود. اگر در مسئله بخصوصی یک کمیت مکانیک کلاسیکی پایسته نباشد، عدد کوانتومی که مشخص کننده آن کمیت است در مسئله مکانیک کوانتومی مربوطه هم یک عدد خوب کوانتومی نیست، حتی اگر در مسائل دیگر عدد خوبی باشد. برای مثال، می‌دانیم که در فیزیک اتمی m_l و m_s در نبود برهم کنش اسپین - مدار اعداد کوانتومی خوبی هستند. اما وقتی برهم کنش اسپین - مدار وجود دارد، اینها اعداد کوانتومی خوبی نیستند و باید l و m را به کار ببریم. این امر به این علت است که راسانه‌های تکانه زاویه‌ای مداری و اسپینی دیگر در این مسئله کلاسیک پایسته نیستند. بعضی از مواقع به طور کلاسیک، حرکت به صورت حرکت تقدیمی بردارهای l و s حول بردار J تعریف می‌شود که باید راستای ثابتی داشته باشد (زیرا مؤلفه‌های آن کمیت‌های پایسته‌ای هستند).

در این مثال، فقط راستای بردارها هستند که پایستگی ندارند، اما مواردی وجود دارد که حتی بزرگی بعضی از تکانه‌های زاویه‌ای نیز پایستگی ندارند. مثال آشنا فرود در حال چرخش است که تکانه زاویه‌ای کل آن حاصل جمع اسپین و تکانه زاویه‌ای حرکت

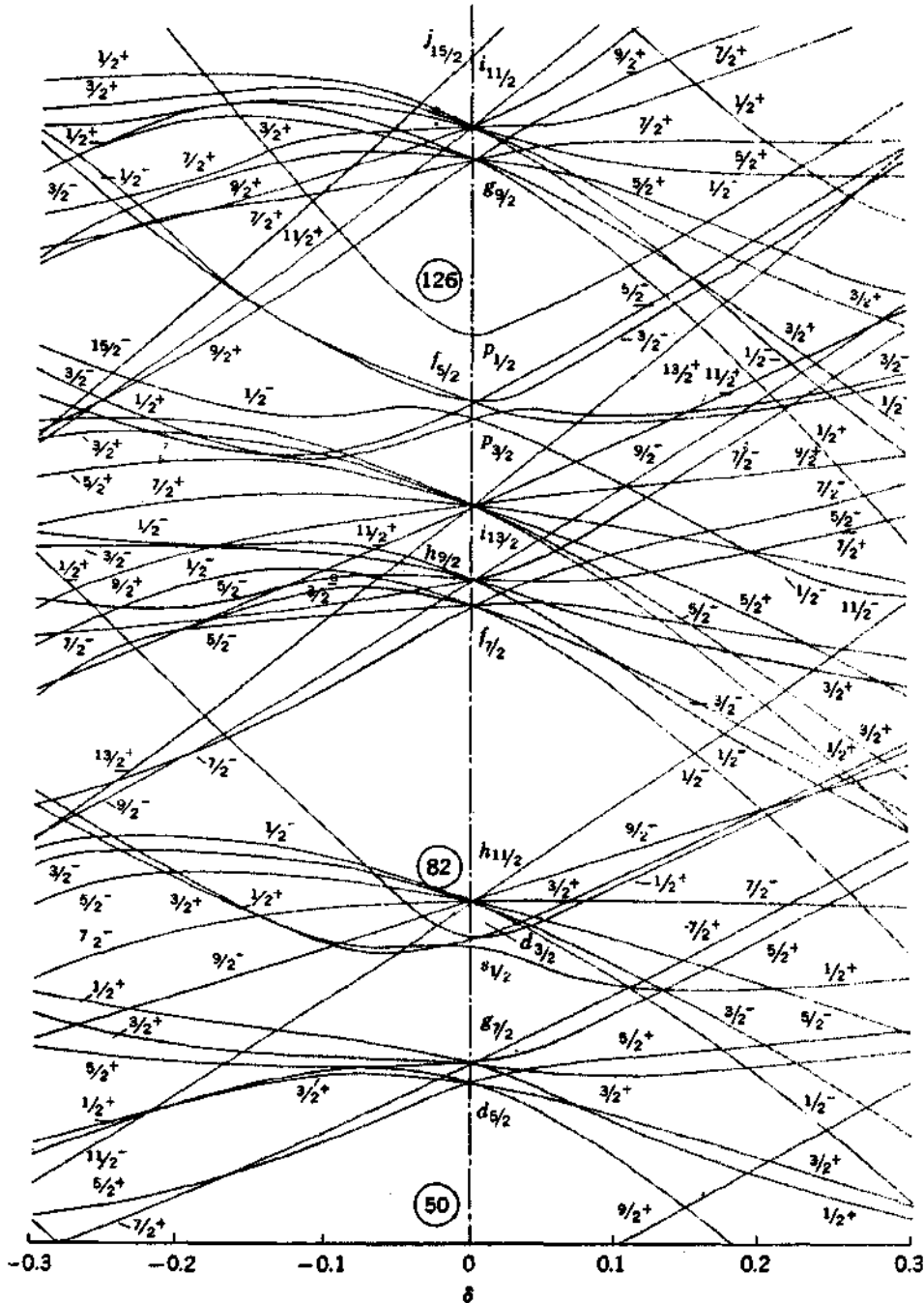
تقدیمی فرغیده است. هیچ کدام از این دو تکانه پایسته نیستند و تکانه زاویه‌ای به‌طور پیوسته بین دو حرکت مبادله می‌شود. در هر حال، جمع برداری آنها یعنی تکانه زاویه‌ای کل و مؤلفه‌های آن پایسته هستند. در تشابه مکانیک کوانتومی گفته می‌شود که تکانه زاویه‌ای کل و مؤلفه z آن دارای اعداد کوانتومی خوب هستند.

در بخش ۸.۴ اشاره شد که خیلی از هسته‌ها به‌جای کروی بودن، بیضیوار هستند و در اکثر موارد چون دوتا از محورهای اصلی بیضیوار با هم برابرند، در این صورت شکل هسته کره‌وار است. بنابراین تقارن چرخشی حول محور اصلی نابرابر وجود دارد که با راستای z مشخص می‌شود. بنابراین بخش ۲.۴ پتانسیل نظریه پوسته‌ای V تقریباً متناسب با چگالی نوکلئون است، بنابراین این هسته‌ها نیز کره‌وار هستند، لذا V تابع θ است و θ طبق معمول از محور z اندازه‌گیری می‌شود. از طرف دیگر به‌علت تقارن چرخشی حول محور z ، V تابعی از ϕ نیست.

در بخش ۵.۳ تذکره کردیم که در پتانسیلی که V تابعی از θ است تکانه زاویه‌ای مداری پایسته نیست. بنابراین l در نتیجه $(l = |l + s|)$ از اعداد کوانتومی خوبی نیستند، ولی چون پتانسیل تابعی از ϕ نیست، گشتاوری در راستای z وجود ندارد و در نتیجه مؤلفه z تکانه زاویه‌ای پایستگی پیدا می‌کند، بنابراین m عدد کوانتومی خوبی است. در این حالت به‌جای m آن را با Ω نشان می‌دهند، زیرا که m برای مؤلفه z در راستای ثابتی در فضا حفظ می‌شود. ولی همان‌طور که خواهیم دید، وضعیتهایی وجود دارند که محور تقارن هسته در فضا مشخص نیست. در چنین مواردی Ω مؤلفه z در امتداد این محور تقارن است، حتی اگر این محور در فضا ساکن نباشد. مقادیر مجاز Ω نظیر مقادیری است که قبلاً برای m به‌کار برده شد یعنی $\pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \dots$

تغییرات انرژی‌های مداری در پتانسیل نظریه پوسته‌ای به‌صورت تابعی از شکل پتانسیل در شکل ۱۵.۶ نشان داده شده است. تغییر شکل δ به‌طور افقی رسم شده است (δ بعداً دقیقتر تعریف خواهد شد) و مقادیر مثبت نمایانگر کره‌وار کشیده و مقادیر منفی نمایانگر کره‌وار پخت در تغییر شکلها هستند. وقتی هسته کروی باشد ($\delta = 0$)، مدارها با عدد کوانتومی z مشخص می‌شوند و چون انرژی به‌موقعیت فضایی بستگی ندارد، تمام حالت‌های Ω مربوط به آن z در انرژی یکسانی قرار می‌گیرند. در حقیقت قسمت $\delta = 0$ شکل ۱۵.۶ باید با شکل ۵.۴ یکسان باشد. همین که هسته‌ای غیر کروی بشود، z معنی‌اش را از دست می‌دهد، بنابراین حالتها فقط با Ω و پاریته مشخص می‌شوند. (پاریته هنوز پایستگی دارد و در طی تغییر شکل بدون تغییر باقی می‌ماند.) از شکل ۱۵.۶ مشاهده می‌کنیم که حالت‌های مختلف Ω

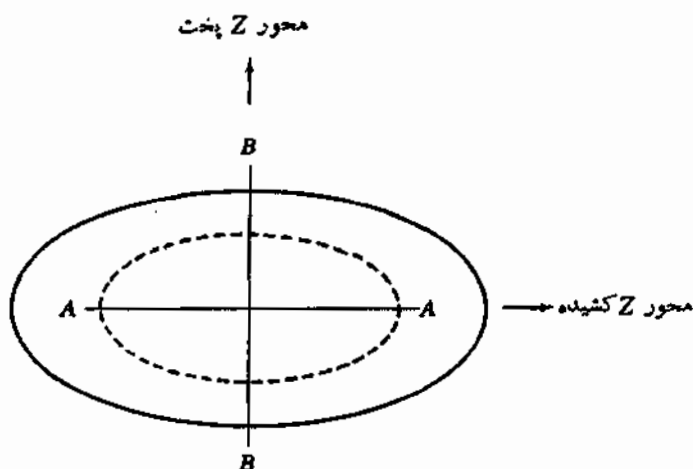
۱. تفاوت‌های جزئی بین ترتیب انرژی مدارها در پوسته‌ها وجود دارد. این تفاوتها بیشتر به‌علت این است که شکل ۱۵.۶ قبل از اینکه انرژی مدارها به‌طور مفصل به‌صورت تجربی تعیین‌شوند محاسبه شده بود. در هر حال، ترتیب انرژی مدارها در پوسته‌ها متغیر است و به‌خالی و پر بودن سایر مدارها بستگی دارد (بخش ۱۲.۵).



شکل ۱۵۰۶ انرژیهای مدارهای در پتانسیل نظریه پسته‌های هسته‌های کروی و در حساب تابعی از
 میزان تغییر شکل δ در آنها. δ مثبت تغییر شکل کشیده و δ منفی تغییر شکل پخت را
 نشان می‌دهد.

همراه با تغییر شکل هسته، انرژی‌شان از هم جدا می‌شود. حال این اثر را شرح می‌دهیم. پتانسیل نظریه پسته‌ای در هسته کره‌وار در شکل ۱۶.۶ به صورت يك طرح نشان داده شده است. فرض کنیم که منحنی خط‌چین و منحنی خط پر به ترتیب آنجایی است که عمق چاه پتانسیل به ۹۰ و ۱۰ درصد مقدار مرکزی‌اش می‌رسد. مداري که در شکل ۱۶.۶ درامداد AA قرار می‌گیرد (به طور متوسط) پتانسیل وسیعتر و عمیقتری را (همان طور که در فصل ۲ شرح داده شد) از مداری که درامداد BB قرار می‌گیرد تجربه می‌کند و انرژی مدار AA پایینتر خواهد بود. اگر هسته يك کره‌وار پخت باشد بردار تکانه زاویه‌ای مدار AA موازی محور z است درحالی که همان بردار برای BB عمود بر آن است. بنابراین AA مداری با $|\Omega|$ بزرگ و BB مداری با $|\Omega|$ کوچک است. این امر بیان می‌کند که چرا برای تغییر شکل پخت در شکل ۱۵.۶ انرژی با کم شدن $|\Omega|$ زیاد می‌شود. توجه کنید که علامت Ω که به مفهوم سوی بردار تکانه زاویه‌ای یا به بیان ملموستر چپنی است که در آن نوکلئون مدارش را طی می‌کند، اثری بر روی انرژی نمی‌گذارد.

اگر هسته کشیده باشد، محور z که محور تقارن است به طور افقی در شکل ۱۶.۶ قرار می‌گیرد. اکنون مدار با انرژی بالاتر BB دارای بردار تکانه زاویه‌ای موازی محور z است که از آنجا این بردار مربوط به مقدار $|\Omega|$ بزرگ می‌شود. در نتیجه برای تغییر شکل کشیده همان‌طور که در شکل ۱۵.۶ می‌بینیم، مدارهای با $|\Omega|$ کوچک در انرژی پائینتری نسبت به مدارهای با $|\Omega|$ بزرگ قرار می‌گیرند.



شکل ۱۶.۶ پتانسیل نظریه پسته‌ای در هسته‌های کره‌وار. منحنیهای خط‌چین و پر به صورت ساده نشان می‌دهند که در کجا پتانسیل به ترتیب دارای ۹۰ و ۱۰ درصد ماکزیموم عمق است. نمودار دارای تقارن چرخشی حول محور z است. AA ، BB دو مدار از دید جانبی است که انرژی آنها در متن بحث شده است.

منحنیهای شکل ۱۵.۶ اولین بار به وسیله نیلسون محاسبه شد که از آنجا به نمودار نیلسون معروف شده است. هیچ بحث کلی در مورد هسته‌های کره‌وار بدون ذکر نامهای بور (پسر) و مانلسون کامل نمی‌شود، آنها پایه‌گذار این نظریه‌اند و در تمام جنبه‌های نظریه‌ای که در این بخش و بخش بعدی توسعه داده می‌شود، سهم ارزنده‌ای دارند.

۵.۶ حالت‌های هسته‌های کره‌وار زوج - زوج؛ نوار چرخشی حالت پایه

حالت پایه یک هسته کره‌وار زوج - زوج از جهات زیادی شبیه به یک هسته کروی زوج - زوج است. هر نوکلئون با نوکلئون دیگر نزویج شده و همواره در یک مدار ولی در راستاهای مخالف حرکت می‌کنند، یعنی $\hbar$ برای یکی مساوی $-\hbar$ برای دیگری است و نمونه برخوردی که جفتها را از یک مدار به مدار دیگر می‌برد همدوس‌ترین و موزون‌ترین نمونه برخورد است. تنها اختلاف در این است که مدارها از تغییر شکل ۱۵.۶ به دست می‌آیند نه از تغییر شکل ۵.۲. آشکارا دیده می‌شود که "I این حالت 0^+ است، و تکانه زاویه‌ای کل صفر است، زیرا که هر جفت شامل دو نوکلئون با تکانه زاویه‌ای مساوی ولی مخالف هم است و پادریته مثبت است چون هر جفت به اندازه $2I$ در جمع مقادیر I دخالت می‌کند، و در این صورت این جمع زوج است.

تاکنون در دروس فیزیک جدید آموخته‌ایم که در مکانیک کوانتومی مولکولها قابلیت چرخش دارند، ولی آنها این قابلیت را ندارند. علت این است که یک سیستم متقارن کروی هیچ راستای ترجیحی در فضا ندارد. بنابراین چرخش که طبق تعریف تغییرات وضعیت سیستم در فضا است بی‌معنی است. این مسئله خیلی مربوط به این واقعیت است که شخص نمی‌تواند ببیند که یک کره کامل می‌چرخد یا نه. این چرخش تنها با مشاهده ناکاملیهای روی سطح آن یعنی انحرافهایی از تقارن کروی قابل مشاهده است. به همین دلیل بیضیوار با دو محور اصلی برابر نمی‌تواند حول محور سومش (محور تقارن) چرخش کند. اما هیچ مشکلی در چرخش این بیضیوار حول یکی از محورهای برابرش وجود ندارد، همچنان که هیچ اشکالی در دیدن اینکه یک توپ فوتبال آمریکایی از یک انتها به انتهای دیگر می‌چرخد وجود ندارد.

بنابراین یک هسته کره‌وار قادر به چرخش حول یکی از محورهای اصلی‌اش است.^۱ تکانه زاویه‌ای چرخشی R آن عبارت است از

$$R = \hbar \omega$$

که $\hbar$ گشتاور لختی است. انرژی چرخشی آن برابر است با

۱. از آنجا که تقارن چرخشی حول محور نابرابر وجود دارد، هر دو خط عمود بر هم متقابل که در صفحه‌ای عمود بر محور تقارن که از مرکز هسته بگذرد را می‌توان به عنوان محورهای اصلی در نظر گرفت. برای سادگی از این به بعد از آنها به عنوان محورهای اصلی برای یاد می‌کنیم.

$$E = \frac{1}{2} \hbar \omega^2 = \frac{R^2}{2J} \quad (5.6)$$

چون حرکت نوکلئون‌ها بر تکانه زاویه‌ای (آنها در حسابات $+$ 0) اثری ندارد، R تکانه زاویه‌ای کل هسته است. از خواص معمول تکانه زاویه‌ای در مکانیک کوانتومی داریم

$$R^2 = I(I+1) \hbar^2 \quad (6.6)$$

که I عدد صحیح است.

آن قسمت از تابع موج هسته که حرکت چرخشی هسته را با دادن احتمال موقعیت‌های مختلف در فضا بیان می‌کند شبیه به همان مطلبی است که در بخش‌های ۳.۲ و ۴.۲ برای توضیح حرکت زاویه‌ای ذرات در مدارها گفته شده است. این تابع موج چنین است

$$\psi \propto P_{I,m_I}(\theta)$$

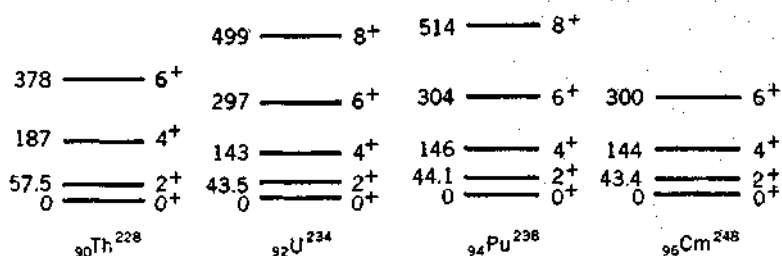
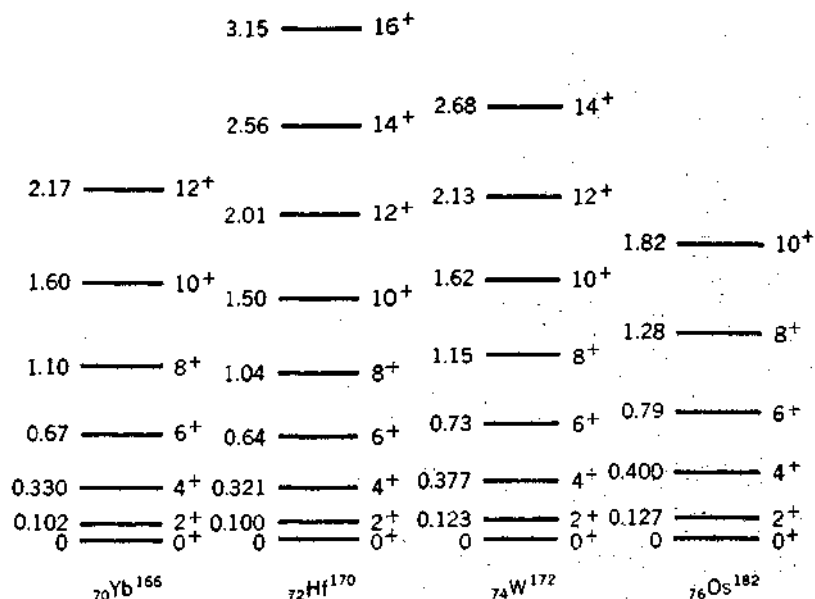
که P_{I,m_I} چند جمله‌ای‌های وابسته I و m_I است که در جدول ۲.۲ گردآوری شده است. در بخش ۷.۲ فهمیدیم که این تابع موج دارای پارامتر $I(I+1)$ است. اگر هسته نسبت به انعکاس حول مرکز مختصات متقارن باشد، همان‌طور که در این مورد چنین است، و پارامتر مثبت باشد (یادآور می‌شود که نوکلئون‌ها در حالت $+$ 0 هستند)، در این صورت اگر هسته 180° بچرخد هیچ چیزی عوض نمی‌شود. ولی تابع موج چرخشی با پارامتر منفی دلالت بر این دارد که در چرخش 180° آن معنی یا منظوری وجود دارد. بنابر این چنین تابع موجیایی غیر قابل قبول اند، و در نتیجه I باید زوج باشد.

با قرار دادن رابطه (۶.۶) در رابطه (۵.۶) و به کار بردن این قاعده آخر، نتیجه نهایی را برای انرژی‌های این حالت‌های چرخشی به دست می‌آوریم

$$E = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1) \quad I = 0, 2, 4, 6, \dots \quad (7.6)$$

در تمام این حالت‌ها، حرکت ذرات نسبت به پتانسیل نظریه پسته‌ای مثل حالت پایه است. بنابراین آن گروه از حالت‌ها که با رابطه (۷.۶) داده می‌شود نواد چرخشی حالت پایه نامیده می‌شوند. از آنجا که $I(I+1)$ برای مقادیر I داده شده در رابطه (۷.۶) برابر ۰، ۶، ۲۰، ۴۲، ۷۲، ... هستند، انرژی‌های برانگیختگی بالای حالت پایه برای حالت‌های I^* برابر 2^+ ، 4^+ ، 6^+ ، 8^+ ، ... به ترتیب به نسبت ۱، ۳۳۳، $(20/6)$ ، ۷۲۰، ۱۲۲۰، ... هستند. طیف تراز انرژی پایین از این نوع، مشخصه هسته‌های زوج-زوج کروی است و جواب‌های دقیقی که بنابر رابطه (۷.۶) حداقل برای $I = 2$ ، به دست می‌آید تقریباً در نظریه ساختار هسته‌ای منحصر به فرد است. چند مثال در شکل ۱۷.۶ نشان داده شده است و مجموعه‌ای از نتایج در شکل ۱۸.۶ آمده است.

از مقایسه ترازهای انرژی تجربی شکل ۱۷.۶ با رابطه (۷.۶) می‌توانیم گشتاور



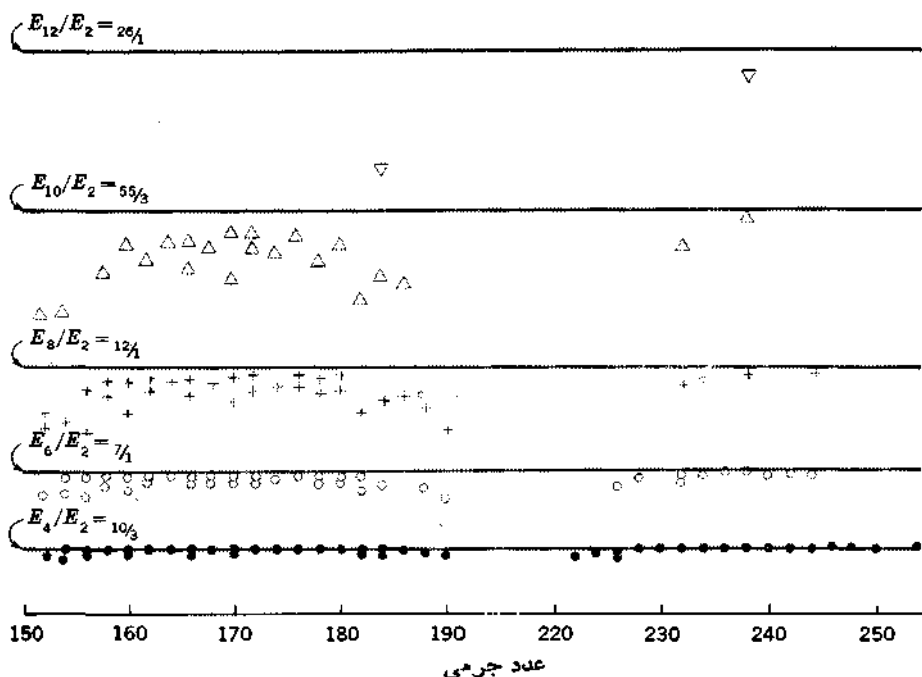
شکل ۱۷.۶ نتایج تجربی نوآرهای چرخشی حالت پایه در هسته‌های کره‌دار زوج-زوج معمولی. اعداد سمت چپ انرژی‌های برانگیختگی به MeV (ردیف بالا) یا keV (ردیف پایین)، و سمت راست نشان داده شده است. این حالتها در آزمایشهای برانگیختگی کولنی که در بخش ۷.۱۴ شرح داده می‌شوند، تعیین شده‌اند.

لختی را تعیین کنیم. در ساده‌ترین تفسیر بحث فوق ممکن است فکر کنیم که با روشهای فیزیک عمومی یعنی در نظر گرفتن هسته به صورت یک جسم صلب بتوان آن را حساب کرده اگر چنین بود آن زیاد وابسته به تغییر شکل نمی‌شد، زیرا اگشتاور لختی یک کره تفاوت زیادی با بیضیواری که در هسته ظاهر می‌شود و تغییر شکل نسبتاً کمی دارد نخواهد داشت. ولی این یک تصویر بیش از حد ساده است؛ در حقیقت این طور معلوم شده است که آن به مقدار کاملاً

محسوسی، کمتر از مقدار آن برای جسم صلب است، و به مقدار تغییر شکل بسیار حساس است. در شکل ۱۸.۶ می‌بینیم که انحراف از رابطه (۷.۶) برای مقادیر بزرگ I قابل ملاحظه می‌شود. در آن فرمول این انحراف تا حدی به‌خاطر این است که $\mathcal{I}$ به صورت یک ثابت ظاهر می‌شود، در صورتی که وقتی هسته همراه با زیاد شدن سرعت زاویه‌ای اش می‌چرخد، به واسطه نیروی گریز از مرکز کشیده می‌شود و تغییر شکل آن تغییر می‌کند، و در نتیجه $\mathcal{I}$ زیاد می‌شود. افزایش $\mathcal{I}$ مسبب می‌شود که انرژی‌های حالت‌های بالاتر در شکل ۱۸.۶ پایتتر از پیش‌بینی‌های رابطه (۷.۶) قرار بگیرند. کشیدگی ناشی از گریز از مرکز را به همراه انرژی‌های کوچک دیگر، می‌توان با اصلاح کردن رابطه (۷.۶) به صورت زیر در نظر گرفت

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} [I(I+1) - \alpha I^2(I+1)^2] \quad (۷.۶ \text{ الف})$$

که α و $\mathcal{I}$ برای تمام مقادیر I ثابت اند.

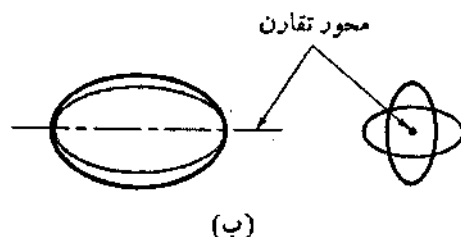
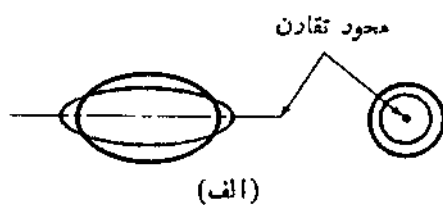


شکل ۱۸.۶ نسبت انرژی‌های اعضای مختلف نوارهای چرخشی حالت پایه در هسته‌های زوج-زوج کرم‌وار به انرژی پسی‌بترین عضو (2^+). زیر نویسها، I مربوط به حالتها را نشان می‌دهند و خطوط افقی پیش‌بینی‌های رابطه (۷.۶) اند.

۶.۶ ارتعاشات دسته‌جمعی و حالت‌های دیگر در هسته‌های زوج - زوج کوه‌وار

اگر يك توپ لاستیکی كروی در امتداد يك قطرش فشرده و سپس رها شود، قسط يك نوع ارتعاش $\lambda = 2$ در آن می‌تواند ایجاد شود که در شکل ۱۰.۵ (الف) نشان داده شده است. در حالی که يك توپ کره‌وار که از دو انتهای محورهای اصلی‌اش فشرده و رها می‌شود، بسته به اینکه کدام محور اصلی‌اش فشرده می‌شود دو ارتعاش مختلف $\lambda = 2$ دارد. اگر این محور، محور نابرابر باشد، ارتعاشات هسته را ارتعاشات β می‌گویند که آنها را به صورت ساده در شکل ۱۹.۶ (الف) نشان داده‌ایم. اگر این محور یکی از محوره‌های برابر باشد، ارتعاشات به صورتی است که در شکل ۱۹.۶ (ب) نشان داده شده است. ارتعاشاتی خیلی شبیه به این ارتعاشات به ارتعاشات γ معروف است. توضیح دقیق‌تری از ارتعاشات γ در بخش ۷.۶ داده خواهد شد.

برای در نظر گرفتن تکانه زاویه‌ای که توسط این ارتعاشات حمل می‌شود باید دوباره با مسئله‌ای که در بخش ۴.۶ درباره تکانه زاویه‌ای ذره داشتیم روبه‌رو شویم. یعنی تنها آن مؤلفه‌ای که موازی محور تقارن (که با z مشخص شده) است با يك عدد کوانتومی خوب داده می‌شود. این عدد کوانتومی را K می‌نامیم. از شکل ۱۹.۶ (الف) می‌بینیم که در ارتعاشات β حرکت نسبت به محور تقارن مستقل از θ است. بنابراین در تغییر شکلهای حول محور تقارن، طبق شکل ۸.۵، $\lambda = 0$ است که به وسیله چند جمله‌ای لژاندر جدول



شکل ۱۹.۶ دو نوع از ارتعاشات $\lambda = 2$ در هسته‌های کره‌وار: (الف) ارتعاشات β و (ب) ارتعاشات γ . دو تصویر عمود بر هم برای هر دو داده شده است. منحنیها، شکلهای هسته در دو ارتعاش حداکثر هستند.

۲۰۲ بدون هیچ وابستگی به θ یعنی P_{00} نشان داده می‌شوند. در بخش ۹.۵ فهمیدیم که تکانه زاویه‌ای مربوط به یک ارتعاش برابر λ است، در این صورت مؤلفه تکانه زاویه‌ای حاصل از ارتعاشات β در امتداد محور تقارن صفر است، یعنی در آنها $K=0$ است. از طرف دیگر برای ارتعاشات γ ، از شکل ۱۹.۶ (ب) می‌بینیم که حرکت نسبت به محور تقارن خیلی شبیه به چیزی است که در شکل ۱۵.۵ برای $\lambda=2$ نشان داده شده است که از آنجا $K=2$ می‌شود.

این هسته‌ها علاوه بر حرکت ارتعاشی‌شان ممکن است حرکت چرخشی هم داشته باشند. بنابراین برای هر ارتعاش، نواری از حالتها وجود دارد. ولی به‌طور وضوح نمی‌توانیم تکانه زاویه‌ای حاصل از ارتعاشات و چرخش را از هم تشخیص دهیم، زیرا هیچ کدام از آنها به‌خودی خود کمیت پایسته‌ای نیستند. تمام آنچه می‌توانیم دربارهٔ یک حالت بدانیم تکانه زاویه‌ای کل I و مؤلفه z آن K است. می‌دانیم که تکانه زاویه‌ای چرخشی باید عمود بر محور تقارن باشد. درواقع چنین به‌دست آمده است که آنچه ممکن است به‌تقریب به‌عنوان مؤلفه تکانه زاویه‌ای کل در جهت عمود بر محور تقارن در نظر گرفته شود همان تکانه زاویه چرخشی R در رابطه (۵.۶) است. یعنی اگر R را سومین ضلع یک مثلث قائم‌الزاویه که وتر آن تکانه زاویه‌ای کل و ضلع دیگرش مؤلفه z است تعریف کنیم، قضیه فیثاغورث چنین می‌دهد

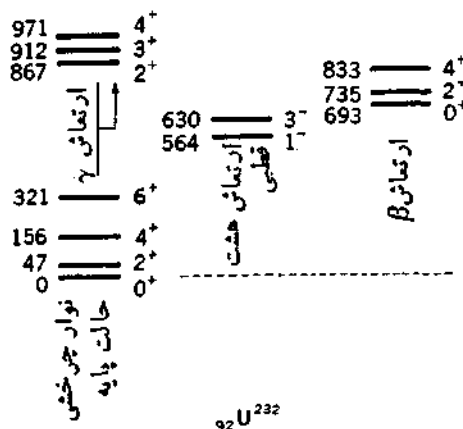
$$R^2 = I(I+1) - K^2$$

در این صورت از رابطه (۵.۶) انرژی حالتها به‌قرار زیر به‌دست می‌آید

$$E = \frac{\hbar^2}{2I} [I(I+1) - K^2] \quad (۸.۶)$$

درحالی که نحوه محاسبهٔ این «نتیجه» خیلی کمتر از آن است که خواسته‌ها را برآورده کند، نتیجهٔ رابطه (۸.۶) را می‌توان صحیح دانست که با دقت و به‌طور جدی قابل محاسبه است. توجه کنید که در این رابطه، انرژی حالتها فقط به‌وسیلهٔ کمیت‌هایی که در اینجا معنی معینی دارند مثل I و K تعیین می‌شود. چون K مؤلفهٔ z کمیت I است، I بایستی برابر یا بزرگتر از K باشد. در این صورت حالت دارای پایینترین انرژی حالتی است که در آن $I=K$ باشد.

حالتهای «نوار چرخشی» مبتنی بر یک ارتعاش، انرژی‌هایی مطابق رابطه (۸.۶) دارند. برای ارتعاشات γ ($K=2$) مقادیر I^* برابر 2^+ ، 3^+ ، 4^+ ، ... هستند. مطابق بحثی که منجر به رابطه (۷.۶) شد، پاریته باید زوج باشد زیرا که چرخشها نمی‌توانند پاریته را عوض کنند. برای ارتعاشات β ($K=0$) مقادیر I^* به‌صورت 0^+ ، 2^+ ، 4^+ ، ... هستند. مقادیر فرد I به‌همان دلیلی که در رابطه با نوار چرخشی حالت پایه گفته شد، در اینجا مجاز نیستند. مثالهایی از نوارهای ارتعاشی β و γ در شکل ۲۰.۶ نشان داده شده است.



شکل ۲۰۰۶ حالت‌های شناخته شده ^{232}U به طریق تجربی. حالت‌های متملن به انواع مختلف نوارهای چرخشی، برای سادگی نمایش، به طور افقی جابه‌جا شده‌اند. اعداد سمت چپ انرژی‌های برانگیختگی بر حسب keV هستند، و I^π در طرف راست داده شده است. اکثر داده‌ها از مطالعه واپاشی پرنو بعا و گاما به دست آمده‌اند.

از روش «تعیین» رابطه (۸.۶) می‌توان دید که تمام حالت‌ها در نوارهای ارتعاشی (از جمله پایتترین حالت) حرکت ارتعاشی و چرخشی را با هم ترکیب می‌کنند، و در واقع جدا کردن آنها بی‌معنی است. در حالت‌هایی که $I \gg K$ باشد، واضح است که بیشتر تکانه زاویه‌ای چرخشی است، ولی در حالت‌های با انرژی پایین موضوع به این آسانی نیست. برای مثال، در يك ارتعاش β از شباهت آن با ارتعاش متناظر در هسته‌های کروی آشکار است که ارتعاش عمدتاً با تکانه زاویه‌ای ۲ صورت می‌گیرد. پس اینکه پایتترین انرژی ارتعاش دارای $I=0$ است، باید دارای این معنی باشد که چرخشی که در این حالت وجود دارد با تکانه زاویه‌ای ارتعاشی مخالفت می‌کند. چنین توجیه‌هایی باید ضرورتاً تقریبی باشد، زیرا که هیچ کدام از تکانه‌های زاویه‌ای ارتعاشی و چرخشی در این حرکت پایستگی ندارند.

علاوه بر ارتعاشات $\lambda=2$ که بحث کرده‌ایم، ارتعاشات $\lambda=3$ (هشت قطبی) هم [شکل ۱۰۰۵ (ب)] در هسته‌های کروی و مار شناخته شده‌اند. به دلایلی که قبلاً گفتیم، I^π در حالت‌های مربوط به نوار چرخشی عبارت‌اند از 1^- ، 3^- ، 5^- ، و ... توجه کنید که در اینجا فقط حالت‌های با پاریته فرد قابل قبول‌اند، زیرا که این ارتعاش يك ارتعاش با پاریته فرد است [یادآور می‌شویم که پاریته برای ارتعاشات $\lambda(1^-)$ است]. انرژی آنها با $K=1$ در رابطه (۸.۶) داده شده است. مثالی برای يك نوار ارتعاشی هشت قطبی در شکل ۲۰۰۶

وجود دارد.

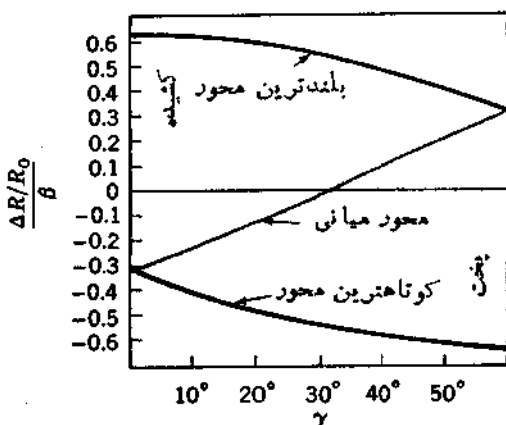
علاوه بر برانگیختگیهای ارتعاشی، هسته‌های کره‌دار زوج-زوج می‌توانند همه‌نوع حالت‌های برانگیخته هسته‌های کروی را نمایش دهند. در این هسته‌ها هم مانند مورد هسته‌های کروی، حالت‌ها می‌توانند حاصل از برخورد‌های غیر همدوسی، از زوج‌های شکسته شده، از پیکر بندهای انرژی بالاتر، از برانگیختگی یک یا چند نوکلئون به پوسته‌های با انرژی بالاتر، و غیره باشند. در تمام موارد، این حالت‌ها را فقط می‌توان توسط تصویر تکانه زاویه‌ای کل روی محور تقارن K و باربندیشان توصیف کرد. بنابراین هر کدام ایجاد یک نوار چرخشی می‌کنند که انرژی آنها با رابطه (۸.۶) داده می‌شود. پس حالت با پایستری انرژی در این نوار دارای $I = K$ می‌شود. درحالتی که هیچ ارتعاشی وجود ندارد، K از جمع مقادیر δ در مدارهای اشغال شده به دست می‌آید.

۲.۶ بررسی کلی شکلهای هسته‌ای

تا بدحال فرض کردیم که شکل هسته در یک حالت دلخواه، به صورت کروی یا بیضوی با اندکی تغییر شکل، ثابت است. اما، شکل هسته صرفاً توزیع چگالی نوکلئون‌ها را نشان می‌دهد، بنابراین دوائر برخورد نوکلئون‌ها توزیع چگالی نیز تغییر می‌کند. در نتیجه شکل هسته در حال تغییر خواهد بود، و محاسباتی را می‌توان برای کسری از زمان که هسته در اشکال مختلف صرف می‌کند انجام داد. در اینجا بعضی از نتایج این مطالعات را بحث می‌کنیم.

با این فرض که شکل هسته یک بیضی‌وار با حجم ثابت است، می‌توان آن را به طور کلی به وسیله دو متغیر یعنی طول هر کدام از دو محور اصلی مشخص کرد و طول سومین محور به وسیله حجم تعیین می‌شود. راحت‌ترین متغیرها انتخاب β و γ است که در شکل ۲۱.۶ تعریف شده‌اند. در این شکل می‌بینیم که γ یک متغیر زاویه‌ای است که می‌تواند مقادیر 0° تا 60° را اختیار کند. این متغیر نسبت طول محورها اصلی را تعیین می‌کند یعنی $\gamma = 0^\circ$ و $\gamma = 60^\circ$ به ترتیب مربوط به هسته‌های کره‌وار کشیده و پخت هستند، $\gamma = 30^\circ$ مربوط به بیضی‌واری است که محور میانی آن برابر میانگین بلندترین و کوتاهترین محور است و غیره....

متغیر β می‌تواند مقادیر بین صفر و بینهایت را اختیار کند، و میزان انحراف از شکل کروی را تعیین می‌کند. برای مثال اگر $\gamma = 0^\circ$ باشد، نسبت بزرگترین محور به شعاع متوسط برابر $(\beta + 1)$ و نسبت دو محور کوتاه‌تر به شعاع متوسط برابر $(\beta - 1)$ است. اگر $\beta = 0$ باشد، شکل کروی است، ولی مقادیر بزرگ β مربوط به نسبت طول‌هایی است که خیلی با واحد تفاوت دارند. اکنون می‌توان ارتعاشات β و γ را که در بخش قبل بحث شد، به طور دقیق‌تری شرح داد. این ارتعاشات به ترتیب مربوط به ارتعاشات دوره‌ای β و γ هستند. تغییر شکل δ که به عنوان «محور طول» در شکل ۱۵.۶ به کار برده

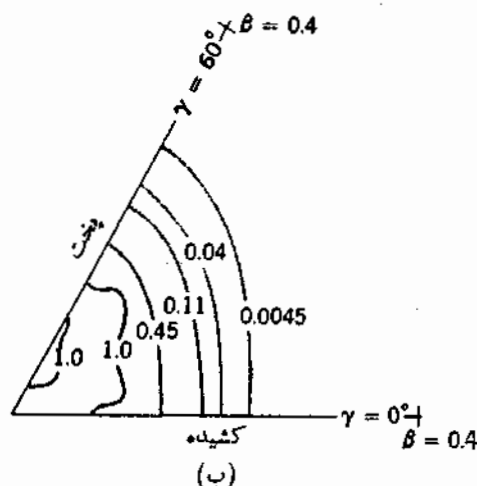
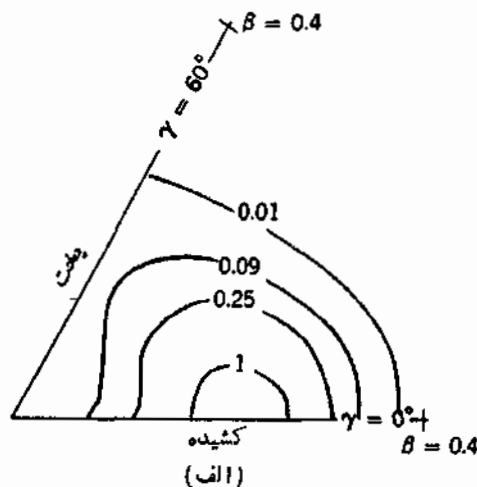


شکل ۲۲.۶ شکل يك بیضیوار بر حسب متغیرهای β و γ . منحنیها طول سه محور اصلی بیضیوار را بر حسب تساوی از γ نشان می‌دهند. تفاوت میان این طولها و شعاع متوسط R_0 با حاصلضرب βR_0 در عرض منحنیها برابر است.

شد، بزرگی‌اش تقریباً برابر β است.

شکل يك هسته بیضیوار با حجم معلوم به وسیله يك نقطه در فضای $\beta\gamma$ تعیین می‌شود. چنین فضایی در شکل ۲۲.۶ دیده می‌شود. نمودارها در این شکل احتمال نسبی شکلهای مختلف هسته‌ای را نشان می‌دهند. خطوط، مسیرهایی هستند که احتمال یکسان دارند و با اعداد ضمیمه به آنها مشخص شده‌اند. از این مسیرها می‌توان احتمال را به صورت تابعی از β و γ در ذهن تصویر کرد. همچنین این احتمال را ممکن است به صورت کسری از زمان که هسته در آن شکل می‌گذراند، تصور کرد.

شکل ۲۲.۶ (الف) نتایج محاسبات را برای حالت پایه ^{184}W نشان می‌دهد که قبلاً آن را هسته کره‌وار نامیدیم. از این شکل مشاهده می‌کنیم که ^{184}W بیشتر وقتش را به صورت بیضیوار با $\beta \approx 0.2$ می‌گذراند. از شکل ۲۱.۶ می‌بینیم که $\gamma = 0^\circ$ و $\beta = 0.2$ دلالت بر این دارد که محور بلند ۱۲٫۵ درصد بزرگتر از شعاع متوسط R_0 و دو محور اصلی دیگر ۲٫۵ درصد کوچکتر از R_0 هستند. در نتیجه محور بلند حدود ۲۰ درصد بزرگتر از محوره‌های کوتاهتر است. همچنین از شکل ۲۲.۶ (الف) مشاهده می‌کنیم که ^{184}W کسر کوچکی از زمان را در شکلهای مختلف دیگر از جمله کره‌وار پخت ($\gamma \approx 60^\circ$) و نزدیک به کروی ($\beta \approx 0$) می‌گذراند. شکل ۲۲.۶ (ب) نتایج محاسبات را برای ^{196}Pt که ما آن را قبلاً يك هسته کروی نامیدیم نشان می‌دهد. در واقع این هسته کسر بزرگی از زمانش را در β نزدیک به صفر می‌گذراند، اما کسری از زمانش را که در $\beta \approx 0.15$ می‌گذراند به هیچ وجه قابل اغماض نیست. تمام مقادیر γ حدوداً به يك اندازه محتمل‌اند. بنابراین هیچ ارجحینی برای شکلهای کشیده و پخت وجود ندارد.



شکل ۲۲.۶ احتمال شکل‌های مختلف (الف) ^{184}W و (ب) ^{196}Pt که با متغیرهای γ و β مشخص شده‌اند. خطوط، پربندهای احتمال نسبی هستند که اعداد ضمیمه مقادیر آنها را به دست می‌دهد.

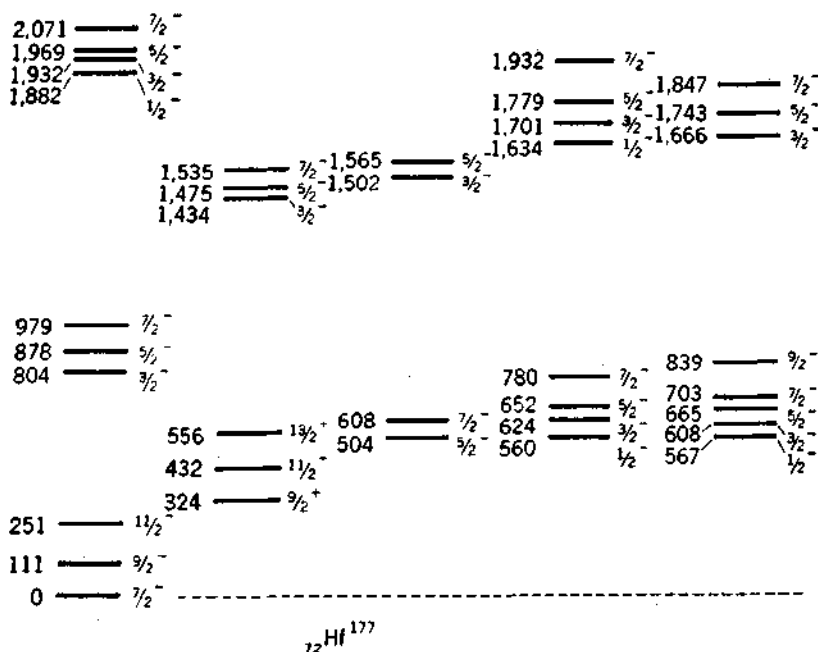
از شکل ۲۲.۶ ممکن است نتیجه بگیریم که فرض قبلی مان که هسته‌های بیضی‌وار دارای شکل کره‌وار ثابتی هستند، نسبتاً درست است. احتمال شکل‌های خیلی متفاوت با آنچه از همه محتملتر است، حقیقتاً کم است. ولی فرض قبلی مان در مورد اینکه شکل هسته‌ای مثل ^{196}Pt حتماً کروی است، خیلی صحیح نبود. چنین هسته‌هایی کسر قابل توجهی از وقتشان را در یک شکل بیضی‌وار که ممکن است در حال چرخش باشند، می‌گذرانند. بنابراین اولین حالت برانگیخته (2^+) هسته‌های زوج-زوج «کروی» یک ارتعاش ساده نیست بلکه حرکت چرخشی پاره وقت را هم شامل می‌شود. همین مطلب را درباره ارتعاشات دوفونونی می‌توان گفت. و این امر به مقدار قابل توجهی انحرافات را که در نسبت ساده انرژی این حالتها، بنا بر پیش بینی نظریه ارتعاشی، مشاهده می‌شود توجیه می‌کند: (بخش ۱۰.۵). همچنین این امر باعث می‌شود که شکل هسته، به طور متوسط در این حالتها، از تقارن کروی انحراف داشته باشد. تعیین تجربی این شکلها با اندازه‌گیری گشتاور چهار قطبی الکتریکی (بخش ۵.۷ را ببینید)، نقش مهمی در روشن کردن این مطالب داشته است.

۸.۶ حالت هسته‌های کره‌وار با A فرد

درست مثل مورد هسته‌های کروی، ساده‌ترین حالتها در هسته‌های کره‌وار با A فرد، حالت‌های شبه‌دوره منفرد (SQP) هستند. حالت‌هایی که از حالت پایه هسته‌های زوج-زوج همسایه با یک‌دوره یا یک حفره اضافی تفاوت دارند. از آنجا که حالت‌های پایه هسته‌های زوج-زوج

0^+ هستند، تمام تکانه زاویه‌ای از ذره یا حفرة اضافی حاصل می‌شود. اگر این حالت SQP باشد که در شکل ۱۵.۶ با Ω مشخص شده است، حالت هسته‌ای دارای $K = \Omega$ است. این حالت پایسترنین حالت نوار چرخشی است که اعضایی با $K = 1, K = 2, \dots$ و انرژیهای طبق رابطه (۸.۶) دارد. یک حالت استثنایی برای $K = 1/2$ اتفاق می‌افتد که آن را در اینجا در نظر نمی‌گیریم.

نوارهای چرخشی از این نوع برای هر حالت SQP وجود دارد. مثلاً برای هر حالت Ω این نوارهای چرخشی در شکل ۱۵.۶ در ناحیه انرژی که در آنجا عمل پرشدن صورت می‌گیرد، نشان داده شده است. انرژی این حالت‌های SQP از همان مطالب مشابهی که برای هسته‌های کروی در مورد شکل ۳.۶ بحث شد، پیروی می‌کند. وقتی که یک حالت Ω شروع به پرشدن می‌کند، حالت متناظر SQP به حالت پایه نزدیکتر می‌شود و از حالت ذره‌ای آن کاسته شده و حالت حفرة آن بیشتر می‌شود؛ وقتی این حالت تقریباً نیمه پر است، حالت پایه است و زمانی که پرتر می‌شود انرژی اش بالاتر از حالت پایه می‌شود و کمتر و



شکل ۲۳.۶ ترازهای انرژی ^{177}Hf که به طریق تجربی تعیین شده است. برای روشن شدن نمودار، نوارهای مختلف چرخشی به طور افقی جابه‌جا شده است. K^π هر نوار با I^π پایسترنین عضوش یکسان است، همان‌طور که در سمت راست ترازها نشان داده شده است. انرژیهای برانگیختگی بر حسب keV در سمت چپ نشان داده شده است. توجه کنید که نوارهای $K = 1/2$ از رابطه ۸.۶ پیروی نمی‌کنند.

کمتر به حالت ذره‌ای و بیشتر و بیشتر به حالت حفزه‌ای درمی‌آید. در اینجا هم تابع موج توسط رابطه (۱۰۶) داده می‌شود. لازم به تذکر است که هر حالت Ω می‌تواند فقط دو ذره ($\pm\Omega$) را در خود جای دهد، اما این درست همان‌طور که مانع پرشدن حالت $\Omega_{1/2}$ در هسته‌های کروی نشد از پرشدن تدریجی نیز جلوگیری نمی‌کند.

در انرژی‌های بالاتر، با ارتعاشات β ، γ ، و هشت قطبی مواجه می‌شویم که بر پایه حالت‌های SQP و حالت‌های حاصل از انواع مختلف برانگیختگی ذرات قرار دارند، و هر کدام منجر به یک نوار چرخشی می‌شوند. حالت‌هایی با I^π یکسان و انرژی‌های مخلوط مشابه، باعث جابه‌جایی‌های انرژی و تابع موج‌های مخلوط می‌شوند. مع‌هذا با تمام این پیچیدگی، نوارهای حاصل از حالت‌های SQP فردی را می‌توان باروشی که اعضای مختلف در واکنش‌های هسته‌ای بخصوصی برانگیخته می‌شوند تشخیص داد (بخش ۳.۱۴). ترازهای انرژی حاصل از یک نمونه هسته کروی با A فرد در شکل ۲۳.۶ نشان داده شده است. این ترازها برای کاستن از پیچیدگی نمودار، در نوارهایی مرتب شده‌اند، و بسیاری از این نوارها را می‌توان با حالت‌های SQP شکل ۱۵.۶ مشخص کرد.

مسائل

۱۰.۶ مشابه شکل ۱۰.۶ را برای پوسته $\mathcal{N} = 6$ بسازید.

۲۰.۶ با این فرض که شکل ۳.۶ صحیح است، نمودارهای تراز انرژی را برای انرژی‌ها و I^π مربوط به حالت‌های ^{25}Mg ، ^{27}Mg و ^{29}Mg در سه حالت از پایینترین انرژی نشان دهید.

۳۰.۶ با به کار بردن رابطه (۲۰.۶) و ج‌های داده شده در مسئله ۵.۵، منحنی‌های شکلهای ۶.۵ و ۳.۶ را حساب کنید [راهنمایی: E_γ ، V ، و N را از رابطه (۲۹.۵) برای λ های مختلف حساب کنید].

۴۰.۶ با استفاده از رابطه ۳.۶ نشان دهید که حالت SQP وقتی حالت پایه است که نیمه پر باشد.

۵۰.۶ با فرض اینکه شکل ۴.۶ صحیح است، نموداری رسم کنید که انرژی‌ها و I^π حالت‌های پایینترین انرژی ^{113}Sn و ^{125}Sn را نشان دهد.

۶۰.۶ اگر ناحیه مرکزی شکل ۵.۶ با افزایش انرژی حالت $h_{1/2}$ با عامل ۳ تغییر می‌کرد، حالت‌های ^{117}Sn چگونه تغییر می‌کرد؟ همین سؤال را برای وقتی که حالت $d_{3/2}$ در ناحیه مرکزی به همان مقدار انرژی بالا برود، در نظر بگیرید. درباره اختلافات بحث کنید.

۷۰.۶ تفاوت بین حالت‌های انرژی پایین ایزوتوپ‌های مختلف Sn را در شکل ۶.۵ شرح دهید. اختلافات بین این مورد و حالت‌های انرژی پایین ایزوتوپ‌های Pd را که در شکل ۷.۶ نشان

داده شده است شرح دهید.

۸۰۶ معادل شکل ۵.۶ را برای ایزوتوپهای Pd بسازید و آن‌را برای توضیح بعضی از ویژگیهای شکل ۷.۶ به کار ببرید.

۹۰۶ اگر پیکربندی حالت پایه ^{18}F به صورت $(d_{5/2})^7 (d_{5/2})^1$ باشد، مقادیر ممکن I^π چیست؟

۱۰۰۶ نموداری مشابه شکل ۸.۶ برای ^{37}Ca بسازید.

۱۱۰۶ نمودار پیکربندی هسته ^{23}O را مثل شکل ۸.۶ بسازید.

۱۲۰۶ اگر روش داده شده در آخر بخش ۱۰۶ برای مطالعه ^{18}O به کار رود و تمام ν_{as} برابر ۱ - انتخاب شوند، تمام ماتریسهای را که ویژه مقدارهایشان انرژیهای حالتی ^{18}O هستند بنویسید.

۱۳۰۶ اگر نیروهای بین دو نوترون مانند نیروهای بین دو پروتون باشند و لی مانند نیروهای بین پروتون و نوترون نباشند (این را تقاضای پاد می گویند که در مقابل استقلال باد انتخاب شده است)، انتظار می رود که چه ارتباطی بین حالتیهای ^7Li و ^7Be برقرار باشد؟ بین ^{14}C ، ^{14}N ، و ^{14}O چطور؟

۱۴۰۶ در نمودار نشان داده شده در شکل ۱۲.۶، تابع موجهای منتهی ایزوبار حالت پایه ^{14}B را پیدا کنید.

۱۵۰۶ مقادیر T برای حالتیهای پایه ^{63}Cu ، ^{109}Ag ، و ^{238}U چقدر است؟

۱۶۰۶ ترازهای انرژی ^{170}Hf و ^{238}Pu را در شکل ۱۷.۶ با رابطه (۷.۶) و (۷.۶الف) مقایسه کنید. در اینجا β و α را چنان انتخاب کنید که با پایستترین و بالاترین تراز انرژی نشان داده شده مطابقت داشته باشند.

۱۷۰۶ ترازهای انرژی ^{173}Tb ، ^{185}Re ، و ^{223}Ac را از کتاب پیدا کنید و با آنچه از رابطه (۸.۶) برای ترازهای پایستترین انرژی به دست می آید، مقایسه کنید. تفاوتی بین این موارد را با حالتیهای انرژی پایین ایزوتوپهای Pd، که در شکل ۷.۶ نشان داده شده اند، توضیح دهید.

۱۸۰۶ هسته‌ای با $A=180$ دارای شکل بیضیوار با مقادیر $\beta=0.15$ و $\gamma=15^\circ$ است. طول سه محور اصلی آن چقدر است؟

۱۹۰۶ هسته‌ای با A فرد دارای یک حالت SQP با $\Omega = 7/2^+$ به عنوان حالت پایه است. I^π و K مربوط به اولین دو حالت برانگیخته آن چقدر است؟ اگر انرژی اولین حالت برانگیخته ۱۰۰ keV باشد، انرژی دومین حالت برانگیخته چقدر است؟

۲۰۰۶ اگر مسئله مسئله ۱۹.۶ دارای يك حالت SQP با $\Omega = 11/2^+$ در انرژی برانگیختگی ۱۸۰ keV باشد چه تغییری در نمودار تراز انرژی حاصل خواهد شد؟

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

- Bohr, A., and B. R. Mottelson, *Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Medd.*, 27(16) (1953).
- deShalit, A., and I. Talmi, *Nuclear Shell Theory*, Academic, New York, 1959.
- Eisenbud, L., and E. P. Wigner, *Nuclear Structure*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1961.
- Feenberg, E., *Shell Theory of the Nucleus*, Interscience, New York, 1959.
- Kisslinger, L. S., and R. A. Sorensen: *Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat. Fys. Medd.*, 27 (16) (1953).
- Lane, A. M., *Nuclear Theory*, Benjamin, New York, 1964.
- Mayer, M. G., and J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, Wiley, New York, 1955.



جنبه‌های متفرقه ساختار هسته‌ای

در سه فصل گذشته، در بحث چگونگی ساختار هسته‌های پیچیده، چند موضوع مهم را نادیده گرفتیم که در این فصل به آنها می‌پردازیم. موضوع نخست انرژی بستگی هسته‌هاست که جنبه‌های عملی زیادی دارد و علاوه بر آن به‌مطلب اساسی که چگونه هسته‌های پیچیده از نیروی نوکلئون-نوکلئون ناشی می‌شوند و چطور این نیروها منجر به پتانسیل نظریه پسته‌ای که پایه بحث گذشته ما بود منتهی می‌شوند، راهنمایی می‌کند. از سه خاصیت قابل مشاهده هسته که در بخش ۶.۱ بحث شد، تا به حال فقط تکانه زاویه‌ای را شناخته‌ایم. دو خاصیت دیگر گشتاور دو قطبی مغناطیسی و گشتاور چهار قطبی الکتریکی، را بعداً در این فصل بحث خواهیم کرد.

۱.۲ جرم و انرژی بستگی هسته‌ها

انرژی بستگی هسته، B ، به صورت انرژی لازم برای شکستن هسته به نوترون‌ها و پروتون‌های آزاد تعریف می‌شود. یک روش شکستن هسته به اجزای تشکیل دهنده آن، جدا کردن تک تک نوکلئون‌هاست. از آنجا که در بخش ۶.۲ دیدیم که انرژی جدایی نوکلئون تقریباً ثابت و در حدود 8 MeV است، می‌توان تخمین زد که انرژی بستگی یک هسته پیچیده، حدود 8 MeV ضرب در تعداد نوکلئون‌هاست، یا

$$\frac{B}{A} \approx 8 \text{ MeV} \quad (۱.۲)$$

در اینجا رفتار تفصیلی انرژی بستگی و روشهای تعیین این مقدار را به‌طور دقیقتر در نظر می‌گیریم.

بنابر نظریه نسبیت، جرم یک سیستم مقید با انرژی B به اندازه B/c^2 کمتر از جرم اجزای تشکیل‌دهنده آن است. هرگاه هسته‌ای به جرم M شامل Z پروتون و N نوترون باشد، انرژی بستگی آن به‌قرار زیر است

$$B = (ZM_p + NM_n - M)c^2 \quad (۲.۷)$$

هنگامی که جرم برحسب یکسای جرم اتمی (amu) بیان شود، ضریب تبدیل c^2 برابر 931.5 MeV/amu می‌شود. هرگاه جرمها با دقت کافی اندازه‌گیری شوند از رابطه (۲.۷) می‌توان B را تعیین کرد. برای هر سیستم مقید، نظیر خورشید و سیاره‌هایش، آهنربایی که میخی را جذب کرده است، مولکولی که شامل دو یا چند اتم است، اتمی با الکترونهای مقید به‌هسته، و غیره، می‌توان رابطه‌ای مشابه رابطه (۲.۷) نوشت. در همه موارد، جرم سیستم مقید به‌اندازه B/c^2 کمتر از حاصل جمع جرمهای تشکیل‌دهنده آن سیستم است. اما، در تمام این مسائل درصد تغییر جرم آنقدر کوچک است که اثر آنها از نقطه نظر علمی جالب است. یک نمونه مورد توجه، الکترون مقید در اتم هیدروژن با $B \approx 13.6 \text{ eV}$ است درحالی‌که $10^6 \text{ eV} \approx Mc^2$ است، بنابراین تغییر جرم فقط یک قسمت در 10^8 است. ولسی در هسته‌ها بنابر رابطه (۱.۷) تغییر نسبی جرم حدود $8/931.5 \text{ MeV}$ یا نزدیک به ۱ درصد است که به‌آسانی قابل اندازه‌گیری است.

تکنولوژی اندازه‌گیری دقیق جرم هسته‌ها به‌طیف‌نمایی جرم معروف است. در فصل ۹ برخی از جنبه‌های آن را بحث خواهیم کرد، و بررسی تفصیلی این موضوع در بسیاری از کتابهای درسی آمده است. در طول سالها این موضوع به‌صورت هنر بسیار ظریفی تکامل یافته است و اینک با این فن قادرند که جرمهایی را با دقت حدود ۱ قسمت در 10^8 اندازه‌گیری کنند، بدین معنی که B را می‌توان از رابطه (۲.۷) با دقت حدود ۱ قسمت در 10^8 تعیین نمود.

روش دیگر اندازه‌گیری جرمهای هسته‌ای، تعیین انرژی آزادشده Q در واکنشهای هسته‌ای است. در اغلب موارد واکنش را می‌توان به‌صورت زیر نوشت



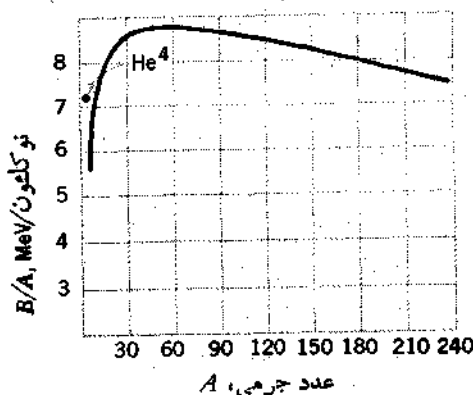
که a و b نوکلئونها یا هسته‌های سبک و X و Y هسته‌های سنگینی‌اند. هرگاه هسته هدف، X ، در ابتدا در حال سکون و انرژی ذره فرودی a معلوم باشد، با اندازه‌گیری انرژی و زاویه گسیل b انرژی Y را می‌توان از اصل پایستگی تکانه حساب کرد که از آنجا Q تعیین می‌شود. بنا بر اصل پایستگی انرژی چنین داریم

$$M_Y = M_a + M_X - M_b - \frac{Q}{c^2} \quad (۴.۷)$$

که M ها جرم ذرات در رابطه (۳.۷) هستند که با شاخصها مشخص شده‌اند. هرگاه جرمهای a ، b ، و X معلوم باشند، با تعیین Q جرم Y از رابطه (۴.۷) به دست می‌آید. فرایندهای واپاشی هسته‌ای را می‌توان با حذف a به صورت رابطه (۳.۷) نوشت که در مورد آن نیز همین روش قابل استفاده است.

در نتیجه دهها سال طیف‌نمایی جرم و اندازه‌گیریهای دقیق مقادیر Q از واکنشهای هسته‌ای و فرایندهای واپاشی هسته‌ای، جرم تعداد زیادی از هسته‌ها تعیین شده‌اند. از آنجا که روشهای طیف‌نمایی جرم، مستقیماً جرم اتمی را به جای جرم هسته‌ای اندازه می‌گیرد، معمولاً نتایج را به صورت جرم اتمی عرضه می‌کنند. با وجودی که انرژی بستگی الکترونها قابل چشمپوشی نیست، تفاوت جرمهای اتمی با هسته‌ای عمدتاً در جرم در حال سکون Z الکترون آنهاست. فهرستی از جرمهای اتمی در جدول پ. ۳ داده شده است. از آنجا که جرم هراتم خیلی نزدیک به عدد جرمی A آن اتم است، فقط فهرستی از انحراف جرم اتمی از A داده شده است. برای سهولت در کاربرد، این انحرافات در جدول پ. ۳ بر حسب انرژی داده شده‌اند.

جدولهای جرم اتمی کاربردهای عملی زیاد دارند. انرژی جدایی نوکلئونها که در بخش ۶.۲ بحث شد، درست اختلاف انرژی بستگی میان هسته مورد بحث و هسته‌ای با یک نوکلئون کمتر است. این انرژی به سهولت از جرم این هسته‌ها با استفاده از رابطه (۲.۷) حساب می‌شود. جدولهای جرم، برای محاسبه مقادیر Q در واکنشهای هسته‌ای یا برای محاسبه حداقل انرژی لازم برای انجام یک واکنش هسته‌ای با استفاده از رابطه (۴.۷) سودمندند. ولی یکی از کاربردهای جالبتر جرم، تعیین انرژیهای بستگی است. توضیح این انرژیهای بستگی موضوع بحث بعدی ماست.



شکل ۱۰۷ انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون، B/A ،
برای هسته‌های موجود در طبیعت.

رسم منحنی B/A برای هسته‌هایی که در طبیعت یافت می‌شوند، در شکل ۱.۷ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که این منحنی همان گونه که در رابطه (۱.۷) نشان داده شده است، به طور خیلی تقریبی ثابت است، ولی به ازای مقادیر کم و زیاد A ، افت می‌کند. افت B/A را برای A زیاد می‌توان به علت اثر کولنی دانست. نیروی دافعه کولنی میان هر جفت پروتون عمل می‌کند و در نتیجه با Z^2 افزایش می‌یابد که برای هسته‌هایی که در طبیعت وجود دارند افزایش آن سریعتر از A است. افت در A کم در منحنی شکل ۱.۷ مربوط به این واقعیت است که بستگی کامل یک نوکلئون فقط هنگامی به دست می‌آید که آن نوکلئون به وسیله نوکلئونهای دیگر کاملاً احاطه شده باشد. البته، نوکلئونهای سطح هسته چنین وضعیتی ندارند؛ از آنجا که هسته‌های سبک جزء بیشتری از نوکلئونهایشان در سطح قرار دارند، انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون کاهش می‌یابد.

منحنی شکل ۱.۷ از نقطه نظر عملی منحنی مهمی است. این واقعیت که منحنی در ناحیه هسته‌های با جرم متوسط دارای قله می‌شود بدین معنی است که انرژی بستگی می‌تواند افزایش یابد، و در نتیجه انرژی را می‌توان به صورت‌های دیگر، گذاشت هسته‌های سبک یا در شکافت هسته‌های سنگین آزاد کرد. همان‌طور که خواهیم دید، این نکات اساس دو روش برای تولید انرژی هسته‌ای هستند. اگر در منحنی شکل ۱.۷ توجه کنیم، Fe در قله واقع شده است، در فصل ۱۵ خواهیم دید که این امر دلیل فراوانی زیاد این عنصر در طبیعت است.

۲.۷ فرمول نیمه تجربی جرم

در بخش گذشته ویژگی‌های اصلی شکل ۱.۷ را به طور توصیفی دیده‌ایم. اما، B/A با دقت بسیار زیادی شناخته شده است و این مقدار نه تنها برای هسته‌های پایدار بلکه برای تعداد بسیار زیادی از هسته‌های ناپایدار طبیعت نیز معلوم است. بنابراین می‌توانیم امیدواری خیلی بیشتری داشته باشیم که به درکی کمی و اساسیتر از انرژی بستگی تمام این هسته‌ها نائل شویم. در این بخش از یک روش نیمه تجربی که منجر به رابطه ساده‌ای برای انرژی بستگی هسته‌ها می‌شود استفاده می‌کنیم. این رابطه به همین صورت دارای کاربردهای عملی زیادی است، ولی علاوه بر آن در بخش بعد که به مسئله ازدید اساسیتری می‌نگریم، سودمندی آن را خواهیم دید.

روش نیمه تجربی معمولاً زیر عنوان فرمول نیمه تجربی جرم یا فرمول وایتسکر بحث می‌شود. در این روش هسته مانند مجموعه‌ای از ذرات برهم کنش کننده که به یک قطره شباهت دارد (و گاهی مدل قطره-مایع نامیده می‌شود) در نظر گرفته می‌شود. در اینجا، نیروهای کولنی، اثرهای اصل طرد پاولی و جزئیاتی که ناشی از ملاحظات فصل ۵ و ۶ است، همگی به عنوان تصحیح به آن اضافه می‌شوند. اینک سهم هر کدام از موارد بالا را در انرژی بستگی در این مدل بررسی می‌کنیم.

جمله حجمی

برای تبخیر يك قطره مایع، باید مقدار گرمای معینی به آن داده شود؛ همان‌طور که می‌دانیم این گرما حاصلضرب ثابت Q_v ، یعنی گرمای تبخیر، در جرم ماده است. جرم ماده عبارت از حاصلضرب تعداد مولکولها، A ، در جرم هر مولکول، M_m ، است. این گرما انرژی لازم برای فائق آمدن بر تمام برهم‌کنشهای بین مولکولهای است، و در نتیجه درست برابر انرژی بستگی قطره مایع B است. بدین ترتیب داریم

$$B = Q_v M_m A \quad (۵.۷ \text{ الف})$$

چون Q_v و M_m ثابت‌اند، چنین نتیجه می‌گیریم که انرژی بستگی به ازای هر مولکول (B/A) مستقل از تعداد مولکولها در سیستم است. دلیل این رابطه ساده این است که انرژی بستگی عبارت است از مجموع تمام برهم‌کنشهای بین مولکولهای، و هر مولکول فقط با همسایگانش برهم‌کنش دارد. از آنجا که تعداد همسایگانی که هر مولکول در مایع دارد مستقل از اندازه کلی سیستم است، B/A مستقل از A خواهد شد. این امر مشخصه هر سیستمی است که در آن برد برهم‌کنشهای میان ذرات، در مقایسه با ابعاد سیستم کوچک باشد. بنابراین، برای هسته‌ها، جمله زیر را در عبارت انرژی بستگی انتظار داریم

$$B_v = c_v A \quad (۵.۷ \text{ ب})$$

c_v ثابتی است که مربوط به $Q_v M_m$ قطره مایع است.

جمله سطحی

در قیاس هسته با قطره مایع، تناسب میان B و A بر این فرض است که اندازه قطره آنقدر بزرگ است که تقریباً هر مولکول به‌طور کامل با تعدادی از همسایگانش که با آنها برهم‌کنش دارد احاطه شده است. این موضوع برای مولکولهایی که در سطح‌اند حقیقت ندارد؛ زیرا آنها از همه طرف احاطه نشده‌اند. اگر يك مولکول سطحی، به‌طور متوسط با کسر f_v مولکول احاطه شده باشد، که این کسر عبارت است از نسبت تعداد مولکولهای سطحی احاطه‌کننده به تعداد مولکولهایی که يك مولکول داخلی را احاطه می‌کنند و اگر f_v کسر مولکولهای سطحی نسبت به مولکولهای داخلی باشد، رابطه (۵.۷ الف) باید به‌صورت زیر اصلاح شود

$$B = Q_v M_m A (1 - f_v) + Q_v M_m A f_v f_v$$

جمله اول، انرژی بستگی مربوط به $A(1 - f_v)$ مولکول است که در سطح نیستند و جمله دوم نشانگر انرژی بستگی $A f_v$ مولکول است که روی سطح قرار دارند و فقط با f_v مولکول به‌طور قوی وابسته‌اند. این عبارت به‌صورت زیر ساده می‌شود

$$B = Q_e M_m A - Q_e M_m A f_1 (1 - f_1) \\ = c_e A - c_e A f_1 (1 - f_1)$$

که عبارت دوم از شباهت بین روابط (۵.۷ الف) و (۵.۷ ب) برای هسته‌ها به دست آمده است. جمله اول همان B_e ، رابطه (۵.۷) است، که از آنجا انتظار يك جمله اضافی در عبارت انرژی بستگی هسته‌ها را داریم

$$-B_e = c_e A f_1 (1 - f_1) \quad (6.7)$$

که مربوط به اثرهای سطحی است. حال f_1 و f_2 را تخمین می‌زنیم. هرگاه سیستم را به صورت مجموعه‌ای از گلوله‌هایی که باهم بسته بندی شده است در نظر گیریم، می‌بینیم که f_1 قدری بزرگتر از $1/2$ است ولی به $1/2$ نزدیکتر است تا به واحد. پس فرض می‌کنیم

$$f_1 \approx 2/3$$

در تخمین f_2 ، رابطه (۲.۱) را می‌توان بدین معنی تفسیر کرد که يك نوکلئون موقعی «روی سطح» است که درون پوسته‌ای به ضخامت حدود 1.5×10^{-7} از کره‌ای به شعاع R قرار داشته باشد. بنابراین حجم V_s این پوسته چنین است

$$V_s \approx 4\pi R^2 \times 1.5 \times 10^{-7} \quad f = 4\pi \times (1.5 \times 10^{-7})^2 A^{2/3}$$

درحالی که حجم کلی هسته V_T برابر است با

$$V_T = (4/3)\pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \times (1.5 \times 10^{-7})^3 A$$

کسری از نوکلئونها که در سطح هستند، f_2 ، تقریباً برابر است با

$$f_2 \approx \frac{V_s}{V_T} \approx \frac{2}{A^{1/3}}$$

با قراردادن تخمینهای f_1 و f_2 در رابطه (۶.۷) چنین نتیجه می‌شود

$$-B_e = c_e A^{2/3} \quad (7.7)$$

جدا از تخمینهای f_1 و f_2 ، روشن است که B_e باید متناسب با مساحت سطح هسته باشد که با در نظر گرفتن رابطه (۲.۱) چنین می‌شود

$$-B_e = c_e A^{2/3} \quad (8.7)$$

که c_e يك ثابت است. با مقایسه این رابطه و رابطه (۷.۷)، تخمین می‌زنیم که

$$c_e \simeq c_v \quad (9.7)$$

جمله کولنی

مقدار کاری که باید در مقابل نیروهای دافعه کولنی انجام گیرد تا هسته «متشکل» شود با يك جمله منفی $B_e -$ در انرژی بستگی نشان داده می‌شود. فرض می‌کنیم که هسته تقریباً دارای چگالی بار مثبت ρ تا شعاع R باشد و برای $r > R$ باری وجود نداشته باشد

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (10.7)$$

مقدار کار لازم، dW ، برای آوردن این بار بر روی يك پوسته نازک کروی به شعاع r از قانون کولن به دست می‌آید. در اینجا يك قسمت بار برابر بار کل داخل کره‌ای به شعاع r و بار دیگر برابر با بار پوسته در نظر گرفته می‌شود، از آنجا داریم

$$dW = \frac{4}{3}\pi r^2 \rho \times \frac{4\pi r^2 dr}{4\pi\epsilon_0 r}$$

تختین تخمین B_e ، که آن را به B'_e نشان می‌دهیم، با انتگرال گیری رابطه فوق از $r = R$ تا $r = 0$ و قراردادن رابطه (10.7) در آن به دست می‌آید

$$B'_e = \frac{(3/5)Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (11.7)$$

در این محاسبه، حتی اگر تنها يك پروتون در هسته بود، چنین به دست می‌آمد

$$(B'_e)_{\text{پروتون}} = \frac{(3/5)e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (11.7 \text{ الف})$$

در صورتی که روشن است که هیچ کاری در مقابل نیروهای کولن برای تشکیل چنین هسته‌ای انجام نگرفته است. جمله (11.7 الف) قسمتی از انرژی لازم برای قراردادن يك پروتون است، و معادله اساسی (2.7) به این منظوریست که شامل چنین جمله‌هایی باشد؛ این معادله بر این فرض استوار است که پروتون‌ها قبلاً در هسته موجود بوده‌اند. بنابراین B_e از تفریق جمله‌ای برابر با رابطه (11.7 الف) به ازای هر پروتون از رابطه (11.7) به دست می‌آید. از آنجا که Z جمله نظیر رابطه (11.7 الف) وجود دارد و $Z(Z-1)$ است، داریم

$$-B_e = \frac{(3/5)Z(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (12.7)$$

انرژی تقارن

در نبود نیروهای کولنی، انرژی بستگی يك هسته با A معلوم هنگامی حداقل است که تعداد نوترون و پروتون هسته با هم برابر باشند. افزایش انرژی مستلزم داشتن تعداد نابرابر نوترون و پروتون است که به انرژی تقارن، B_s ، معروف است، و این انرژی تقارن سبب کاهش انرژی بستگی، $B_s -$ می شود. برای محاسبه $B_s -$ ، نخست باید بینیم که انرژیهای جنبشی و پتانسیل نوکلئونها، به ترتیب، T_i و V_i چگونه در انرژی کل سیستم، E_T ، شرکت دارند. بر حسب برهم کنش دو نوکلئونی v_{ij} ، رابطه آنها چنین است

$$E_T = \sum_i T_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j v_{ij}$$

$$V_i = \sum_j v_{ij}$$

که جمعها شامل جمله $i = z$ نمی شوند. در معادله اول برای احتراز از دوبار شمردن برهم کنش میان هر جفت نوکلئون ضریب $1/2$ وارد شده است، ولی این ضریب در معادله دوم ظاهر نمی شود زیرا که پتانسیل ذره i درست برابر جمع پتانسیلهای ناشی از برهم کنش آن با نوکلئونهای دیگر است. با جاگذاری معادله دوم در معادله اول چنین داریم

$$E_T = \sum_i T_i + \frac{1}{2} \sum_i V_i \quad (13.7)$$

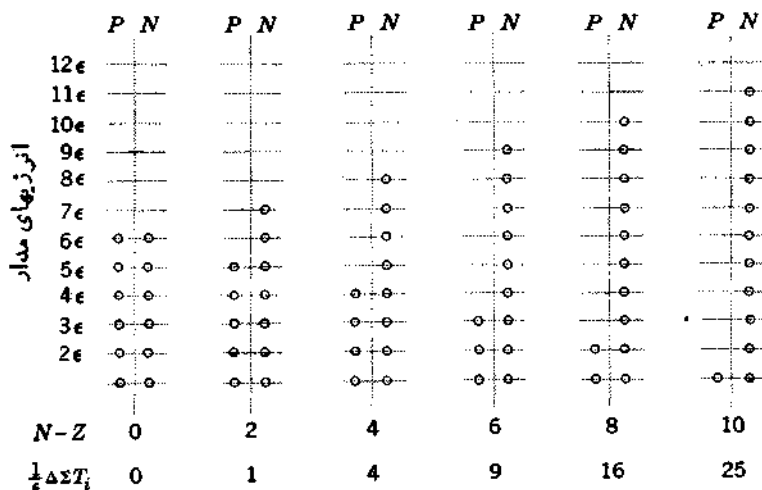
هر تغییری در E_T تغییری در انرژی بستگی است، که از آنجا

$$-B_s = \Delta (\sum T_i) + \frac{1}{2} \Delta (\sum V_i) \quad (14.7)$$

و Δ نشانگر اختلاف میان کمیتها برای يك هسته دلخواه و هسته دیگری با همان A ولی با تعداد نوترون و پروتون برابر $(N = Z)$ است.

تعیین اولین جمله رابطه (۱۴.۷) را می توان به کمک شکل ۲.۷ درک کرد. خطهای افقی انرژی مدارهای مجازند، و دایره روی خط نشان می دهد که مدار اشغال شده است. سمت چپ نمودار مدارهای اشغال شده با پروتون و سمت راست آن، مدارهای اشغال شده با نوترون را نشان می دهد. در شکل، فاصله انرژی میان مدارهای مجاور ثابت گرفته شده است که آن را ϵ می نامیم؛ در پاراگراف بعد به این فرض باز می گردیم. در پایین شکل ۲.۷ مقادیر $N - Z$ و $\Delta \sum T_i$ نشان داده شده است که افزایش در انرژی جنبشی کل مدارهای اشغال شده نسبت به مقدار آن انرژی برای هسته $N = Z$ است. (دقت شود که چاههای پتانسیل و در نتیجه انرژیهای پتانسیل در شکل ۲.۷ تغییر نکرده اند.) مثلاً در هسته $N = Z$ ، حاصل جمع انرژی مدارهای اشغال شده برابر است با

$$2\epsilon(1+2+3+4+5+6) = 22\epsilon$$



شکل ۲.۷ بستگی ΣT_i به $(N-Z)$ ، در رابطه (۱۴.۷) هر نمودار همان‌طور که نشان داده شده نشانگر یک هسته با $A(=N+Z)$ یکسان ولی با $(N-Z)$ متفاوت است. خط‌های افقی مدارها را مشخص می‌کنند، و دایره‌ها نشان می‌دهند که مدارها اشغال شده‌اند، اشغال مدارها با پروتون‌ها یا نوترون‌ها به این طریق نشان داده شده‌اند که دایره‌ها به ترتیب در سمت چپ یا راست خط‌های عمودی قرار می‌گیرند. انرژی‌های فرض شده برای مدارها ۲ε، ۴ε، ۶ε، ۸ε، ۱۰ε، ۱۲ε در سمت چپ نشان داده شده‌اند. سطری که با $\Delta\Sigma T_i/4$ نشان‌گذاری شده است، اختلاف میان انرژی کل مدارهای اشغال شده مورد نظر و هسته‌ای با $(N-Z)=0$ را بر حسب ε به دست می‌دهد.

در حالی که در هسته $(N-Z)=8$ این حاصل جمع برابر است با

$$\varepsilon(1+2+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)=58\varepsilon$$

که نشانگر افزایش ۱۶ε است. بسادگی از مقادیر $\Delta\Sigma T_i$ دیده می‌شود که

$$\Delta\Sigma T_i = \frac{\varepsilon}{4}(N-Z)^2 \quad (15.7 \text{ الف})$$

به‌طور کلی این نتیجه را با توجه به این نکته از هر یک از نمودارهای شکل ۲.۷ می‌توان به دست آورد که انرژی $(N-Z)/2$ نوکلئون به اندازه $\varepsilon/2$ بالاتر از انرژی هسته‌ای با $N=Z$ است.

در به دست آوردن رابطه (۱۵.۷ الف) این تفسیر را به کار برده‌ایم که هر مدار مجاز می‌تواند تنها یک نوترون یا یک پروتون را جای دهد. این وضعیت برای مدارهایی که در شکل ۵.۴ نشان داده شده صدق نمی‌کند. مثلاً، مدار $d_{5/2}$ می‌تواند شش نوکلئون

از هر نوع را جای دهد، بنابراین ممکن است فکر کنیم که هسته‌هایی با A معلوم و $(N-Z) = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6$ همه می‌توانند بدون صرف انرژی با تغییر پروتون‌ها به نوترون‌ها (یا برعکس) به همان مدار $d_{5/2}$ دست یابند. اما، در بخش ۷.۵ نشان داده شد که مدارهای یکی یکی پر نمی‌شوند بلکه چند مدار همزمان پر می‌شوند. یعنی در طی تغییرات از $(N-Z) = 0$ تا $(N-Z) = 6$ نوترون‌ها مدارهای دیگری را غیر از $d_{5/2}$ پر خواهند کرد، و به‌طور متوسط مدارهای با انرژی بالاتر با افزایش $(N-Z)$ افزایش می‌یابند. به‌طور مشابه حفره‌های پروتون که در این فرایند ایجاد می‌شوند همزمان به چند مدار می‌روند که به‌طور متوسط مدارهای با انرژی پایینتر را با افزایش $(N-Z)$ افزایش می‌دهند. هر زمان که پروتونی به نوترونی تبدیل می‌شود، پروتون از یک مدار با انرژی متوسط پایینتر می‌آید و نوترون به مدار با انرژی متوسط بالاتر می‌رود، که درست همان چیزی است که در به‌دست آوردن رابطه فرض شده بود. علاوه بر این تغییرات انرژی متوسط هموار و منظم است. این امر فرض برابری فاصله مدارها را توجیه می‌کند. بر مبنای این بحثها، ϵ را باید متوسط فاصله میان مدارهای ناحیه پرشدنی گرفت. در جدول ۱۰.۷ نشان داده شده است که این فاصله با فرمول زیر با تقریب خوبی تخمین زده می‌شود.

$$\epsilon \approx \frac{25 \text{ MeV}}{A}$$

با به‌کار بردن این فرمول در رابطه (۱۴.۷) داریم

$$\Delta \Sigma T_i = 6.3 \text{ MeV} \frac{(N-Z)^2}{A} \quad (15.7 \text{ ب})$$

بستگی انرژی پتانسیل به $(N-Z)$ توسط رابطه (۳.۴) داده می‌شود. برای هر کدام از نوترون‌های دسته N تایی V_i به اندازه ΔV_i افزایش می‌یابد، درحالی‌که برای هر یک از پروتون‌ها در Z پروتون V_i به اندازه ΔV_i کاهش می‌یابد، که از آنجا

$$\Delta \Sigma V_i = (N-Z) \Delta V_i = 17 \text{ MeV} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

با جایگذاری رابطه فوق و رابطه (۱۵.۷) ب) در رابطه (۱۴.۷) خواهیم داشت

$$-B_1 = 19.8 \text{ MeV} \frac{(N-Z)^2}{A} \quad (16.7 \text{ الف})$$

متداول است که بنویسیم

$$-B_1 = c_1 \frac{(N-Z)^2}{A} \quad (16.7 \text{ ب})$$

جدول ۱۰۷ محاسبه ϵ در شکل ۲۰۷ برای مقادیر مختلف A . ستون دوم اختلاف انرژی میان پوسته‌ها را بنا بر رابطه (۱۹۰۴) نشان می‌دهد. فاصله متوسط میان مدارها با در نظر گرفتن تعداد مدارها در پوسته‌ای که در حال پر شدن است (یا در مورد مدارهای پر، متوسط تعداد مدارها برای پوسته بالا و پایین) و انرژی مربوط به آنها به دست آمده است. از تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها میانگین گرفته شده است و برای تعیین ϵ و اعداد ستون دوم به آنها تقسیم شده‌اند. ستون آخر نشان می‌دهد که $\epsilon \simeq (25 \text{ MeV}/A)$ است.

ϵA MeV	ϵ به ازای هر مدار MeV	ΔE به ازای هر مدار MeV	مدارها در هر پوسته		ΔE به ازای هر پوسته $= 23 \text{ MeV}/A^{1/2}$	
			نوترون	پروتون	MeV	A
۲۶۰۲	۰۰۱۲۶	۴۴	۳۸	۵۰	۵۰۶	۲۰۸
۲۶۰۳	۰۰۲۲	۳۰	۲۷	۳۲	۶۰۷	۱۲۰
۲۵۰۵	۰۰۳۶	۲۲	۲۲	۲۲	۸۰۰	۷۰
۲۳۰۰	۰۰۴۲	۹	۹	۹	۱۳۰۰	۱۶

لذا از رابطه (۱۶۰۷) انتظار داریم

$$c, \simeq 1908 \text{ MeV}$$

جمله تزویج

تا اینجا در بحث انرژی بستگی، صریحاً به جزئیات ساختار هسته‌ای که در فصلهای ۴ تا ۶ به آن پرداختیم توجهی نشده است. مهمترین جنبه ساختار هسته‌ای تا آنجا که به حالت پایه هسته‌ها مربوط می‌شود (توجه شود که در جدولهای جرم و در فرمول تجربی جرم تنها حالت‌های پایه در نظر گرفته شده‌اند). تزویج است، که انرژی حالت پایه هسته‌های زوج-زوج را به اندازه 2Δ از انرژی حالت‌های $2QP$ پایینتر می‌آورد (شکلهای ۳۰۵ و ۴۰۵). در هسته‌های فرد-فرد سنگین، همان طور که در بخش ۲۰۶ آموختیم، حالت پایه يك حالت $2QP$ است؛ باید در آن دونوکلئون بدون تزویج، مانند نوترون فرد و پروتون فرد، وجود داشته باشد. بنابراین اگر همه چیزهای دیگر یکسان باشد اختلاف انرژی بستگی میان هسته‌های زوج-زوج و فرد-فرد برابر 2Δ است. بنابراین بخش ۱۰۶، حالت‌های پایه هسته‌های با A فرد حالت‌های $2QP$ هستند- آنها يك نوکلئون بدون تزویج دارند- که از آنجا اثر تزویج در انرژی بستگی آنها مقداری است مابین اثر مربوط به هسته‌های زوج-زوج و فرد-فرد. بنابراین اثر تزویج در انرژی بستگی که با جمله B_p نشان داده می‌شود چنین است

$$B_p = \delta = \begin{cases} +\Delta & \text{برای هسته‌های زوج - زوج} \\ 0 & \text{برای هسته‌های با } A \text{ فرد} \\ -\Delta & \text{برای هسته‌های فرد - فرد} \end{cases} \quad (17.7)$$

معادله (۱۷.۷) روشی برای به دست آوردن Δ عرضه می‌دارد. اگر سه هسته با تعداد زوج پروتون و اعداد جرمی $A, A-1, A+1$ که به ترتیب زوج، فرد، و زوج هستند در نظر بگیریم، می‌توان Δ را از انرژیهای جدایی نوترون حساب کرد. عبارت سمت راست معادله آزمایشی زیر را در نظر می‌گیریم

$$\Delta = \frac{B(A+1) + B(A-1)}{2} - B(A) \quad (18.7)$$

همه جمله‌های دیگری که برای B در نظر گرفته بودیم، در دو جمله این عبارت دارای مقادیر برابر و مخالف هستند، بنابراین تنها رابطه (۱۷.۷) در آن دخالت دارد که Δ را به دست می‌دهد. در نتیجه معادله (۱۸.۷) برقرار است. بر حسب انرژیهای جدایی نوترون، S_n ، می‌توان چنین نوشت

$$B(A) = B(A+1) - S_n(A+1)$$

$$B(A-1) = B(A) - S_n(A) = B(A+1) - S_n(A+1) - S_n(A)$$

با جایگذاری روابط فوق در رابطه (۱۸.۷) داریم

$$\Delta = \frac{S_n(A+1) - S_n(A)}{2} \quad (19.7)$$

برای مثال، انرژیهای جدایی نوترون برای ^{112}Cd و ^{114}Cd به ترتیب ۹۰۴۸ و ۶۵۳۸ MeV است که از رابطه (۱۹.۷) داریم

$$\Delta = \frac{9048 - 6538}{2} = 1255 \text{ MeV}$$

فرمولهای شبیه به رابطه (۱۹.۷) را می‌توان یا از هسته‌های با پروتون فرد، و یا با در نظر گرفتن هسته‌هایی که تعداد نوترون یکسان ولی تعداد پروتون مختلف دارند به دست آورد؛ که تقریباً نتایج یکسانی به دست می‌آید. (در واقع اختلافهای کوچک ثابتی وجود دارد، ولی در اینجا از آن چشم‌پوشی می‌کنیم.) این فرمولها را می‌توان برای محاسبه Δ به کار برد.

بزرگی Δ بستگی به قدرت برهم‌کنش تزیویج دارد، که به نوبه خود به فراوانی برخوردی از نوع بیان شده در بخش ۳.۵ بستگی دارد. فراوانی این برخوردها متناسب

با عکس حجم هسته است که دلالت بر $\Delta \propto 1/A$ دارد. امسا، اثرهایی نظیر کثرت تعداد نوکلئونهای هسته نیز اثر تزویج را تا حدی در هسته‌های سنگین قویتر می‌کنند. به تجربه ثابت شده که $\Delta \propto A^{-2/4}$ است، و Δ با رابطه زیر داده می‌شود

$$\Delta = 23 \text{ MeV} \times A^{-2/4} \quad (20.7)$$

فرمول کامل

انرژی بستگی کل یک هسته برابر حاصل جمع B_p, B_s, B_e, B_v خواهد بود، از روابط (5.7) ، (7.7) ، (12.7) ، (16.7) ، و (17.7) چنین داریم

$$B = c_v A - c_s A^{2/3} - \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 R} - c_e \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta \quad (21.7)$$

با استفاده از رابطه (2.7) ، رابطه فوق را براحتی می‌توان تبدیل به عبارتی برای جرم هسته‌ها کرد، و با اضافه کردن جرم Z الکترون آن را به عبارتی برای جرم اتمها تبدیل کرد. چون جرم اتم هیدروژن M_H برابر $M_p + M_e$ است، می‌توان چنین نوشت

$$M(Z, A) = NM_n + ZM_H - \frac{1}{c_v} \left[c_v A - c_s A^{2/3} - \frac{3}{5} Z(Z-1) \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} - c_e \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta \right] \quad (\text{الف } 21.7)$$

این معادله به فرمول نیمه تجربی جرم معروف است.

لازم به تذکر است که رابطه (21.7) در واقع تنها تابعی از دو متغیر مستقل، یعنی Z و N است. برای اینکه این موضوع را بروشنی نشان دهیم، می‌توان مقدار R را از رابطه (2.1) در رابطه فوق گذاشت و به جای تمام A ها $(N+Z)$ قرار داد. همچنین می‌توان این رابطه را بر حسب تابعی از A و Z یا جانشین کردن N به جای $(A-Z)$ نوشت.

چون جدول پ. ۳ مقدار زیادی از اطلاعات دقیق انرژی بستگی هسته‌ها را با Z و A مختلف به دست می‌دهد، ثابتهای c_s ، c_e ، و c_v را می‌توان از روی آن ارزیابی کرد. مقادیری که برای آنها به دست آمده‌اند عبارت‌اند از

$$\begin{aligned} c_v &= 14 \text{ MeV} \\ c_s &= 13 \text{ MeV} \\ c_e &= 19 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (22.7)$$

دقت شود که مقادیر c_s ، c_e با مقادیری که در بحث تخمین زده شده است مطابقت دارد.

معادله (۲۱.۷) انرژی بستگی همه هسته‌های با M معلوم را با خطای متوسط چند MeV به دست می‌دهد. اگر دقت‌های بیشتری لازم باشد، فرمول‌های دقیق‌تری در اختیار است که در آن اثرهای مختلف ساختار هسته‌ای به تفصیل بررسی شده است. مهمترین این اثرها انحراف از پوسته‌های پر است. در این روش جمله‌های اضافی وارد می‌شوند، به طوری که وقتی فرمول بسط یافته به داده‌های تجربی برازش داده شود، مقادیر مختلف c_p و c_s به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\begin{aligned} c_p &\approx 16.1 \text{ MeV} \\ c_s &\approx 20.2 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (22.7)$$

معادله (۲۱.۷) و صورت تکامل یافته آن کار برده‌های مهم زیادی دارند. این فرمول می‌تواند برای تخمین جرم هسته‌ها در جایی که هیچ وسیله اندازه‌گیری فراهم نیست به کار رود و در نتیجه، مقادیر Q واکنش‌های هسته‌ای را از طریق رابطه (۴.۷) تخمین زد. اگر انرژی رها شده در یک فرایند واپاشی مثبت باشد، آن واپاشی می‌تواند ادامه یابد، بنابراین هسته ابتدایی ناپایدار است؛ لذا این روش می‌تواند برای برآورد حدود پایداری هسته‌ای به کار رود. بزرگی جمله سطحی برای محاسبه کشش سطحی به کار می‌رود، که عبارت است از افزایش انرژی به ازای افزایش واحد سطح جانبی؛ این تعریف در بحث از تعاشات در بخش ۹.۵ به کار برده شده است. ولی کاربرد اساسی آن در مطالعه ماده هسته‌ای است، که در بخش بعد بحث خواهیم کرد.

۳.۷ محاسبات هارتری - فوک و ماده هسته‌ای

در این بخش به جستجوی درک اساسی‌تری از انرژی بستگی، B ، می‌پردازیم. با ساده‌اندیشی ممکن است تصور کنیم که B همان حاصل جمع انرژیهای همه مدارهای اشغال شده با علامت منفی است، ولی این صحیح نیست. بنا بر آن فرض، متوسط انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون، B/A ، بسیار بزرگتر از انرژی جدایی سست‌ترین نوکلئون S_n خواهد بود، در حالی که به طور تجربی می‌دانیم که هر دو حدوداً برابر 8 MeV است. اشتباه در اینجا است که انرژی پتانسیل یک نوکلئون که اساساً هم پتانسیل نظریه پوسته‌ای است از حاصل جمع برهم کنشهای آن با سایر نوکلئونها ناشی می‌شود. بنابراین هر گاه فرض کنیم که حاصل جمع این انرژیهای پتانسیل (منهای انرژی جنبشی) باید کافی برای بیرون آوردن تمام نوکلئونها از هسته باشد، برهم کنشهای هر نوکلئون را دو بار به حساب آورده‌ایم، یکبار هنگامی که آن را بیرون می‌آوریم و سپس دوباره هنگامی که همه نوکلئونهای دیگر را بیرون می‌آوریم. این نکته در به دست آوردن رابطه (۱۳.۷) نشان داده شده است و در واقع E_T در رابطه (۱۳.۷) همان انرژی بستگی B است. اگر پتانسیل نظریه پوسته‌ای را به صورتی که در بخشهای ۱.۴ و ۲.۴ داده شده است

پذیریم، محاسبه B از رابطه (۱۳.۷) ساده است؛ اما، همان‌طور که در بخش ۳.۴ توضیح داده شد، آن پتانسیل تنها برای مدارهای نزدیک بالای چاه صحیح است. وابستگی نیروی هسته‌ای به سرعت باعث می‌شود که نیروهای وارد بر نوکلئون به انرژی جنبشی آن وابسته شوند، که این اثر برای نوکلئونهای بالای چاه خیلی بیشتر از نوکلئونهای عمقی است. بنابراین، مقدار V_0 که تا به حال مورد استفاده بوده است، برای نوکلئونهای عمقی به طور فاحشی نادرست است. بدیهی است که برای محاسبه انرژی بستگی هسته‌ها به چیزی بهتر از پتانسیل نظریه پسته‌ای احتیاج داریم.

بایستی بروشنی درک شود که این مسائل در محاسبه ترازهای انرژی یک هسته معلوم، وجود ندارد. برای این منظور، همان‌گونه که در فصلهای ۵ و ۶ دریافتیم، تنها نیاز به دانستن انرژی نسبی مدارهای مختلف است، و همان‌گونه که از رابطه (۵.۲) آشکار است، این انرژی‌ها اساساً از عمق چاه پتانسیل مستقل‌اند. این بدان معنی است که ساختار تراز انرژی هسته‌ها به نیروی هسته‌ای خیلی حساس نیست. در تأیید این نتیجه گیری، جالب است اشاره کنیم که بیشتر اطلاعاتی که در فصلهای ۵ و ۶ عرضه شده است، قبل از اینکه نیروی نوکلئون-نوکلئون به تفصیل شناخته شده باشد و اساساً بدون استفاده از این نیرو، توسعه و تکامل یافته است.

بدون آنکه از نظریه پسته‌ای در توضیح انرژیهای بستگی مایوس شویم، ما به آن به عنوان یک فرصت بزرگ نگاه کنیم. برای اینکه انرژیهای بستگی را درک کنیم باید براساس پتانسیل نظریه پسته‌ای را به تفصیل بفهمیم، و تنها راه آن به دست آوردن پتانسیل نظریه پسته‌ای از نیروی نوکلئون-نوکلئون است. برای حل این نوع مسئله نظری، مهم است که اعدادی برای محاسبه داشته باشیم تا تقریبهای به کار رفته را امتحان کنیم. در این مورد تنها پارامترهایی را که در رابطه (۱۰.۴) وارد شده‌اند نداریم، بلکه انرژی بستگی را نیز که به جزئیات نیرو و محاسبات حساس است در اختیار نداریم. این نوع محاسبات را با استفاده از روش هارتری-فوک انجام می‌دهند، که ممکن است برای دانشجویان پیشرفته تر که به روش کوانتوم-مکانیکی مسائل اتمهای پیچیده آشنا هستند تازگی نداشته باشد.

محاسبات هارتری-فوک مربوط به پتانسیل نظریه پسته‌ای از موفقیت کیفی خوب و تاحدی هم از موفقیت کمی برخوردار بوده است. یکی از نتایج این محاسبات، محاسبه جرم مؤثر نوکلئونهاست که از وابستگی سرعت در نیروی نوکلئون-نوکلئون ناشی می‌شود و در بخش ۳.۴ بحث شده است. برای نوکلئونهایی که به طور عمقی در چاه مقیدند، نتیجه $M \approx 0.5 M^*$ است. چنانچه فرض کنیم که این نتیجه برای همه نوکلئونها در هسته صادق است، کاربرد روابط (۶.۴) و (۵.۴) منتهی به رابطه زیر می‌شود

$$V_0 \approx V_{00} - \frac{p^2}{2M}$$

برای سست ترین نوکلئونها که در تعیین جزئیات ساختار هسته مورد استفاده‌اند، از روابط

(۲۰۴) و (۱۱۰۴) می‌دانیم که $V_0 = 57 \text{ MeV}$ است و

$$\frac{p^2}{2M} = V_0 - 8 \text{ MeV}$$

که از آنجا

$$V_{00} \approx 106 \text{ MeV}$$

چون محاسبات هارتری - فولک بسیار پیچیده‌اند، روش دیگری که به کار گرفته شده است وارد کردن مفهوم ماده هسته‌ای بینهایت است. اندازه هسته‌های معمولی با جمله کوانتی (۲۱۰۷) محدود می‌شود. این جمله آشکارا، ناپایداری هسته‌ها را برای A بزرگ نشان می‌دهد. اما، اگر نیروهای کوانتی به نحوی از کار بیفتند، هسته‌ها در هر اندازه‌ای پایدار خواهند بود. پس اگر A به بینهایت برود، با یک ماده هسته‌ای فرضی بینهایت سروکار داریم که در آن جمله حجمی (۲۱۰۷) کاملاً بر جملات دیگر غلبه دارد، و در آن صورت داریم

$$B = c_p A \quad (24.7)$$

فیزیکدانان، همان‌طور که در محاسبه خواص ماده عادی در حالت جامد و مایع از موقعیت زیادی برخوردار بوده‌اند، در محاسبه خواص ماده هسته‌ای با استفاده از نیروی نوکلئون - نوکلئون (فصل ۳) نیز موفق بوده‌اند. در واقع، مقید بودن سیستم سبب تسهیلات زیادی می‌شود. در محاسبه، رابطه‌ای میان B و فاصله متوسط میسان نوکلئونها به دست می‌آید؛ وضعیت پایدار جایی است که مقدار B بیشینه است، و این انتخاب هم c_p (به صورت B/A) و هم متوسط فاصله واقعی میان نوکلئونها را به دست می‌دهد. اولی را می‌توان با مقدار داده شده از رابطه (۲۳.۷) مقایسه کرد، و دومی در رابطه (۱۰۱) بسادگی با ρ_0 مربوط می‌شود، که مقدار تعیین شده تجربی آن در رابطه (۲۰۱) داده شده است. سازگاری نتایج تجربی و محاسبه خوب است، و اختلافات را می‌توان به حساب تقریبهایی که در محاسبه به کار رفته است گذاشت. جالب است که در این محاسبات، سهم نیروهای سه جسمی در حدود 25 MeV از $c_p (= 16 \text{ MeV})$ انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون است؛ این مطلب منشأ آن ۱۵ درصد تخمینی است که در آخر بخش (۱۳.۳) آمده است.

اگر سطحی را در مسئله ماده هسته‌ای وارد کنیم، مسئله جالب دیگری به وجود می‌آید که گاهی به آن ماده هسته‌ای نیمه بینهایت گفته می‌شود. محاسبات مشابهی بر روی جامدات و مایعات انجام شده است، که از آن طریق قابلیت برآورد خواصی نظیر کشش سطحی، انعکاس نور، و تابع کار نشان داده شده است. محاسبات ماده هسته‌ای از این نوع، مقادیری را برای c_p در رابطه (۲۱۰۷) و برای a در رابطه (۱۰۱) به دست می‌دهد. مقایسه این مقادیر با مقادیری که به طور تجربی از روابط (۲۳.۷) و (۲۰۱) به دست آمده‌اند، با توجه

به تقریبهایی که در محاسبات به کار رفته‌اند، توافق قابل قبولی را نشان می‌دهند. در نتیجه محاسباتی چند که بحث آن در این فصل گذشت، متصفانه است که بگوییم تا حد زیادی توانسته‌ایم درک کنیم که چگونه می‌توان انرژی بستگی، اندازه و شکل هسته‌های پیچیده را از نیروی نوکلئون-نوکلئون تعیین کرد، و همچنین می‌توان درک کرد که چگونه این نیرو منتهی به پتانسیل نظریه پسته‌ای می‌شود. نظریه‌ای که از طریق آن ترازهای انرژی هسته‌ها را در فصل‌های ۵ و ۶ تشریح کرده‌ایم.

۲.۷ گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی

در بخش ۶.۱ اشاره شد که هسته‌ها دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی μ هستند. حاصل جمع برداری سهم حرکت مداری [رابطه (۷.۱)] و سهم اسپین [رابطه (۸.۱)] برای پروتون و نوترون چنین است

$$\begin{aligned} \text{برای پروتونها} \quad \begin{cases} g_l = 1 \\ g_s = 5.585 \end{cases} \\ \text{برای نوترونها} \quad \begin{cases} g_l = 0 \\ g_s = -3.826 \end{cases} \end{aligned} \quad (25.7)$$

در یک پسته پر تمام راستاها در فضا با این بردارها به طور یکسان عرضه می‌شوند. بنابراین گشتاور مغناطیسی کل صفر است. هنگام تزویج دو نوکلئون، تکانه‌های زاویه‌ای مداری اسپین آنها هردو برابر و مختلف علامه‌اند، لذا گشتاور مغناطیسی کل آنها دوباره صفر می‌شود. در نتیجه برای همه هسته‌های زوج-زوج در حالت پایه $\mu = 0$ است، گشتاور مغناطیسی کل یک هسته از نوکلئونهای تزویج نشده به دست می‌آید.

هرگاه حالتی یک حالت تک ذره‌ای خالص باشد، گشتاور مغناطیسی آن درست همان گشتاور مغناطیسی نوکلئون تک در یکی از مدارهای شکل ۵.۲ است که آن را μ_N می‌نامیم. در حالت تک حفره‌ای خالص، گشتاور مغناطیسی و تکانه زاویه‌ای برابر گشتاور مغناطیسی و تکانه زاویه‌ای تک ذره با علامت منفی است، ولی از آنجا که مقدار گشتاور مغناطیسی به صورت تصویر آن در راستای تکانه زاویه‌ای تعریف می‌شود، بار دیگر $\mu_N = \mu$ می‌شود. یک حالت شبه ذره منفرد (SQP) قسمتی از زمان خود را در حالت تک ذره و بقیه زمان خود را در حالت تک حفره صرف می‌کند، و در هر دو مورد گشتاور مغناطیسی آن μ_N است، بنابراین دوباره برای یک حالت SQP انتظار داریم که $\mu = \mu_N$ باشد. در بخش ۱۰.۶ دریافتیم که حالت‌های پایه هسته‌های با A فرد اصولاً حالت‌های SQP هستند، لذا گشتاورهای مغناطیسی آنها باید

نزدیک μ_1 باشد.

برای محاسبه μ_1 فرض می‌کنیم که هسته در حالت $j = m$ باشد، بنابراین تکهانه زاویه‌ای کل در راستای z قرارداد؛ پس μ_1 با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mu_1 = \frac{e\hbar}{2M_p} (g_1 l_z + g_s s_z) \quad (26.7)$$

که l_z و s_z مؤلفه‌های l و s هستند. متأسفانه، همان‌طور که از بخش ۴.۲ می‌دانیم l و s اعداد کوانتومی خوبی نیستند، لذا l_z و s_z ثابت‌های حرکت شمرده نمی‌شوند؛ در اینجا تنها j و m اعداد کوانتومی خوبی هستند. اما با استفاده از رابطه (۳۱.۲) می‌توان مقدار $\langle s_z \rangle$ را از s_z به‌صورت زیر تعیین کرد^۱

$$\langle s_z \rangle = \begin{cases} \frac{m}{2l+1} & j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{m}{2l+1} & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (27.7)$$

با قراردادن $m = j$ و نوشتن l بر حسب j رابطه (۲۷.۷) را به رابطه زیر تبدیل می‌کنیم

$$\langle s_z \rangle = \begin{cases} \frac{1}{2} & j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \frac{j}{j+1} & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (28.7)$$

برای به‌دست آوردن μ_1 تدبیر زیر را در رابطه (۲۶.۷) به‌کار می‌بندیم

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{e\hbar}{2M_p} (g_1 l_z + g_s s_z) \\ &= \frac{e\hbar}{2M_p} [g_1 (l_z + s_z) - g_1 s_z + g_s s_z] \\ &= \frac{e\hbar}{2M_p} [g_1 j + (g_s - g_1) s_z] \end{aligned}$$

۱. محاسبه‌ای را که به این نتیجه منتهی می‌شود می‌توان از کتاب زیر به‌دست آورد

مقدار μ_1 ، $\langle \mu_1 \rangle$ ، با استفاده از رابطه (۲۸.۷) پیدا می‌شود

$$\langle \mu_1 \rangle = \frac{eh}{2M_p} [g_l j + (g_s - g_l) \langle s_z \rangle]$$

$$\langle \mu_1 \rangle = \begin{cases} \frac{eh}{2M_p} \left[g_l \left(j - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} g_s \right] & j = l + \frac{1}{2} \\ \frac{eh}{2M_p} \left[g_l j - \frac{1}{2} (g_s - g_l) \frac{j}{j+1} \right] & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (29.7)$$

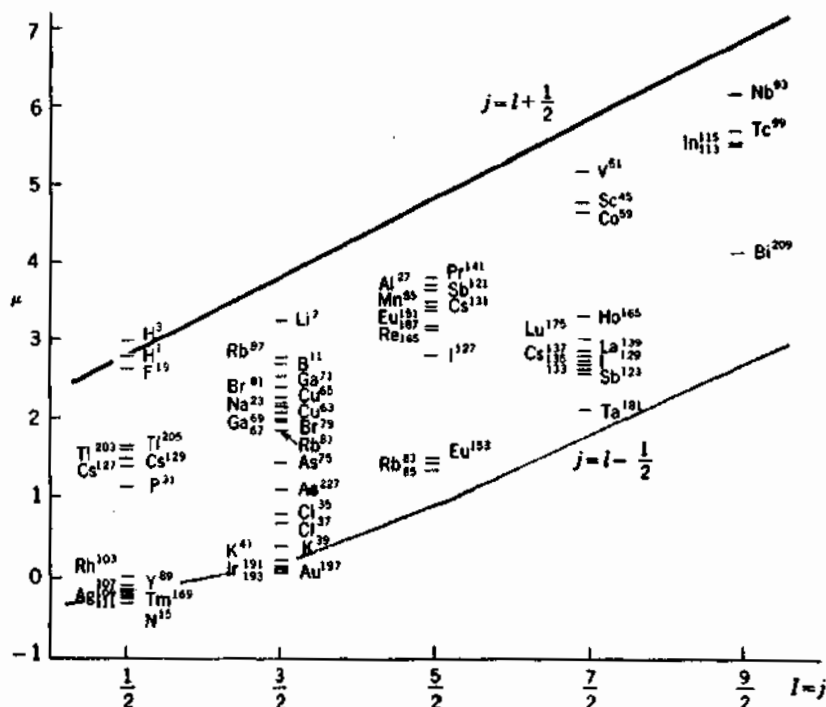
در جایی که نوکلئون تک، یک پروتون است؛ از رابطه‌های (۲۹.۷) و (۲۵.۷) (با حذف $\langle s_z \rangle$) چنین حاصل می‌شود

$$\mu_{1p} = \begin{cases} \frac{eh}{2M_p} (j + 2.29) & j = l + \frac{1}{2} \\ \frac{eh}{2M_p} \left(j - 2.29 \frac{j}{j+1} \right) & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (30.7 \text{ الف})$$

اگر نوکلئون تک یک نوترون باشد، چنین به‌دست می‌آید

$$\mu_{1n} = \begin{cases} -1.91 \frac{eh}{2M_p} & j = l + \frac{1}{2} \\ +1.91 \frac{j}{j+1} \frac{eh}{2M_p} & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (30.7 \text{ ب})$$

روابط (۳۰.۷) را با رسم خطوطی در شکل ۳۰.۷ برای پروتون‌ها، و در شکل ۴۰.۷ برای نوترون‌ها نشان داده‌ایم. این خطوط به‌اختیار مبتکر آن به‌خطوط اشیت معروف‌اند. همچنین گشتاورهای مغناطیسی اندازه‌گیری شده برای حالت‌های پایه بسیاری از هسته‌های با A فرد نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که سازگاری فقط کیفی است که نشانه آن است که حالت‌های پایه این هسته‌ها حالت‌های SQP خالص نیستند. در همه موارد مقادیر اندازه‌گیری شده نزدیکتر به‌خط پیش‌بینی شده قرار گرفته‌اند تا به‌خط دیگر. مثلاً برای ^{43}Ca که حالت پایه آن اصولاً یک حالت SQP با $g_{\frac{1}{2}}$ است، نزدیکتر به‌خط $j = l + 1/2$ (که حالت پایه آن اصولاً یک حالت SQP با $g_{\frac{1}{2}}$ است) نزدیکتر به‌خط $j = l - 1/2$ (که حالت پایه آن ^{123}Sb برای μ در صورتی که $\mu = 3 + 1/2$ قرار دارد، در صورتی که $\mu = 4 - 1/2$ است) قرار دارد. بعلاوه انحرافهائی را از پیش‌بینی‌های (۳۰.۷) انتظار داریم زیرا از بخش ۱۰۶ می‌دانیم که حالت‌های پایه هسته‌های با A فرد حالت‌های SQP خالص نیستند، شکل ۷.۶



شکل ۳.۷ گشتاور مغناطیسی هسته‌های با Z فرد و N زوج بر حسب مگنتون هسته‌ای $e\hbar/M_p$ خطوط از رابطه (۳۰.۷) محاسبه شده‌اند و نقطه‌ها مقادیر تعیین شده تجربی هستند.

مثالی از این نمونه است. اما، ممکن است مقدار انحرافها در روابط (۳.۷) و (۴.۷) به‌طور شگفت آوری بزرگ به‌نظر آیند.

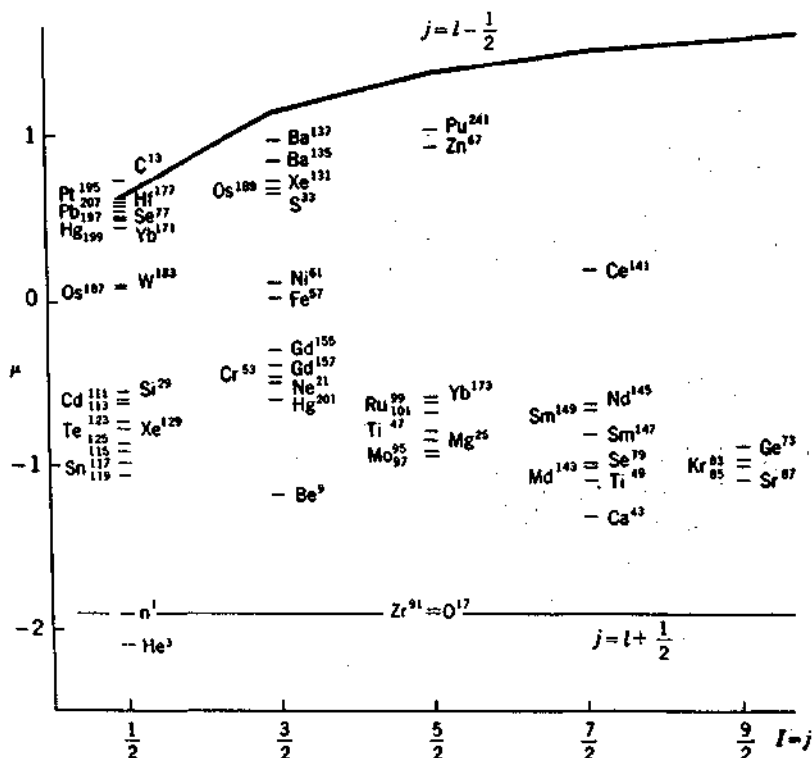
توضیح این امر را دانشجویان پیشرفته‌تر ممکن است با محاسبه زیر درک کنند. با استفاده از رابطه (۳۱.۲) می‌توان مقدار انتظاری گشتاور مغناطیسی را حساب کرد

$$\langle \mu \rangle = \int \psi^* \left(\sum_k \mu_k^{(k)} \right) \psi d\tau \quad (31.7)$$

که جمع روی همه نوکلئون‌هاست. هر گاه ψ به‌صورت زیر بسط داده شود

$$\psi = c_0 \phi_0 + \sum_i c_i \phi_i$$

۱. در اینجا $\int \psi^* d\tau$ روی مختصات واسپین همه نوکلئون‌های موجود در هسته است.



شکل ۴.۷ گشتاورهای مغناطیسی هسته‌های با Z زوج و N فرد بر حسب مگنتون هسته‌ای $e\hbar/M_p$ خطوط از رابطه (۳۰.۷) محاسبه شده‌اند و نقطه‌ها مقادیر تعیین شده تجربی هستند.

که ϕ حالت SQP است، با قراردادن ψ در رابطه (۳۱.۷) چنین داریم

$$\langle \mu \rangle = c_0^2 \int \phi^* (\sum \mu_i) \phi_0 d\tau + c_1^2 \int \phi^* (\sum \mu_i) \phi_1 d\tau + \dots \quad (32.7)$$

اولین جمله در این رابطه مربوط به سهم حالت SQP است. برای $c_0^2 = 1$ و $c_1^2 = 0$ رابطه (۳۲.۷) به رابطه (۳۰.۷) تبدیل می‌شود. برای حالت ^{107}Pd که در شکل ۷.۶ نشان داده شد، هسته ۸۰ درصد وقت خود را در حالت SQP صرف می‌کند که دلالت بر $c_0^2 = 0.8$ دارد، که از آنجا بنابر (۱۰.۵)، $\sum c_i^2 = 0.2$ می‌شود. به این ترتیب، جمله دوم رابطه (۳۲.۷) می‌تواند خیلی بزرگ باشد. برای مثال اگر این مورد شامل ۲۰ زیر جمله هریک با $c_i^2 = 0.1$ باشد، (توجه شود که این گفته در شرط $\sum c_i^2 = 0.2$ صدق می‌کند) ضریب دومین جمله در رابطه (۳۲.۷) بسیار بزرگتر از ضریب جمله اول (SQP) است. در عمل عموماً همه c_i ها علامت یکسان ندارند، بنابراین اثر آنها چندان نیست. ولی روشن است که انحرافهای بزرگ از پیش‌بینی حالت SQP به آسانی قابل

توجیه‌اند، حتی اگر ^{107}Pd ۸۵ درصد وقت خود را در يك حالت SQP بگذرانند. يك دليل اينكه مقادير اندازه‌گیری شده در شکلهای ۳.۷ و ۲.۷ مابین خطوط اسمیت قرار دارند این است که عموماً جمله غالب ϕ جمله‌ای است که در آن نوکلتون فرد در حالت دیگری که I یکسان دارد، قرار می‌گیرد. مثلاً در ^{107}Pd (که بیشتر يك حالت SQP با $d_{5/2}$ است) جمله اصلی دیگر، جمله‌ای است که از تسویج حالت هسته‌های زوج-زوج همسایه با حالت SQP $d_{7/2}$ ایجاد شده است. از آنجا که $d_{5/2}$ روی خط اسمیت $I+1/2 = Z$ و $d_{7/2}$ روی خط اسمیت $I-(1/2) = Z$ جای دارد، مقدار واقعی میان این دو خط قرار گرفته است. این اثر با محاسبات مفصلی تأیید شده است.

برای مواردی که تکانه زاویه‌ای مربوط به چرخش هسته‌ای است که تکانه زاویه‌ای ذاتی ندارد (مانند حالت‌های چرخش مبتنی بر حالت‌های پایه هسته‌های بیضوی زوج-زوج)، گشتاور مغناطیسی را می‌توان از رابطه (۶.۱) به دست آورد که در آن به جای M ، جرم کلی هسته AM و به جای e ، بار کل Ze قرار می‌دهیم. اگر همه تکانه زاویه‌ای به چرخش مربوط باشد، $L = \hbar I$ و $g = 1$ می‌شود. یا به کار بردن این مقادیر در رابطه (۶.۱) چنین داریم

$$\mu = \frac{e\hbar}{2M} I \frac{Z}{A} \quad (33.7)$$

در چند موردی که μ برای حالت‌های چرخشی اندازه‌گیری شده است، مقادیر به دست آمده با رابطه (۳۳.۷) بخوبی توافقی داشته‌اند. در واقع به نظر می‌رسد که رابطه (۳۳.۷) را می‌توان برای گشتاورهای مغناطیسی اولین حالت 2^+ هسته‌های کروی زوج-زوج نیز به کار برد. این موضوع تا حدی بر حسب روش بخش ۷.۶ قابل درک است، چه معلوم شده است که این حالت‌ها تا حد قابل ملاحظه‌ای چرخشی‌اند.

از بخش ۸.۶ می‌توان یادآوری کرد که حالت‌های پایه هسته‌های کره‌دار با A فرد بخشی از تکانه زاویه‌ای خود را مدیون چرخش تمامی هسته هستند. در تعیین گشتاور مغناطیسی این هسته‌ها، رابطه (۳۳.۷) سهم مربوط به این گشتاور را به دست می‌دهد و در نتیجه باعث می‌شود که گشتاور مغناطیسی آنها مابین خطوط اسمیت قرار گیرند. نمونه‌هایی از این نوع در شکلهای ۳.۷ و ۲.۷ نشان داده شده است.

۵.۷ گشتاورهای چهارقطبی الکتریکی

توزیع بار الکتریکی در هسته مورد توجه همگانی است زیرا يك کمیت قابل اندازه‌گیری است و نسبتاً بسادگی به عنوان توزیع چگالی پروتون‌ها در هسته تعبیر می‌شود. بنابراین رابطه (۹.۱) نشان داده شد که این توزیع بار را می‌توان به وسیله یک سری که جمله‌های آن شامل بار کل، گشتاور دوقطبی الکتریکی، گشتاور چهارقطبی الکتریکی، و غیره است توضیح داد. بنابراین رابطه (۹.۱) گشتاور دوقطبی الکتریکی D عبارت است از

$$D = \int \rho z dV \quad (۲۴.۷)$$

از آنجایی که توزیع بار در هسته ناشی از احتمال توزیع پروتون‌هاست، ρ متناسب با $|\psi|^2$ پروتون‌ها می‌شود. ولی چون حالت‌های هسته دارای پارینه معین هستند، $|\psi|^2$ تابع زوجی از z است (بدین معنی که مقدار تابع برای z و $-z$ یکی است). بنابراین در رابطه (۲۴.۷) با ضرب این تابع در z عبارت انتگرال تابع فردی از z می‌شود. بنابراین انتگرال از $-\infty$ تا $+\infty$ مساوی و مخالف انتگرال از $+\infty$ تا $-\infty$ خواهد شد، لذا کل انتگرال از بین می‌رود، بنابراین هسته نمی‌تواند دارای گشتاور دوقطبی الکتریکی باشد. استدلال مشابهی ایجاب می‌کند که همه گشتاورهای الکتریکی فرد صفر باشند، و همین‌طور می‌توان نشان داد که گشتاورهای مغناطیسی زوج هم صفر می‌شوند. بنابراین پایستری مرتبه انحراف از تقارن کروی در هسته با اندازه‌گیریهایی گشتاور چهارقطبی الکتریکی آشکار می‌شود. از رابطه (۹.۱) گشتاور چهارقطبی الکتریکی چنین تعریف می‌شود

$$Q = \int \rho (3z^2 - r^2) dV \\ = e \sum_{i=1}^Z (3z_i^2 - r_i^2) \quad (۲۵.۷)$$

که جمع روی همه پروتون‌های هسته است؛ یا بنابر مکانیک کوانتومی از رابطه (۳۱.۲) داریم

$$\langle Q \rangle = e \sum_{i=1}^Z \int \psi^* (3z_i^2 - r_i^2) \psi d\tau \quad (۲۵.۷ \text{ الف})$$

در روش کوانتوم مکانیکی مشکلاتی در تعیین Q وجود دارد (علامت $\langle \rangle$ را حذف کرده‌ایم) زیرا Q باید به‌راستی بخصوصی مربوط باشد. تنهاکیت قابل اندازه‌گیری خارجی که دارای راستای معینی در هسته است تکانه زاویه‌ای کل آن I است، بنابراین مقدار اندازه‌گیری شده گشتاور چهارقطبی بستگی به وضعیت توزیع بار نسبت به راستای I دارد. هنگامی که $I = 0$ است، هیچ راستایی که بتواند مشخص شود وجود ندارد؛ به همه راستاها باید بهای برابر داد که از آنجا $Q = 0$ می‌شود. این «ویژگی» کوانتوم مکانیکی برای همه مقادیر I تجلی دارد؛ در واقع چنین معلوم شده است که برای $I = 1/2$ هم Q باید صفر باشد.

ساده‌ترین وضعیتی که در آن مطالعه Q جالب است، حالت پایه هسته تک ذره‌ای یا تک ذره‌ای است. چون پوسته‌های پر دارای تقارن کروی‌اند، تمامی مقدار Q بساید از مدار نوکلئون فرد به‌دست آید، بنابراین جمع در رابطه (۲۵.۷) به یک جمله کاهش می‌یابد. برای اینکه برآوردی از Q مربوط به نوکلئون تک به‌دست آوریم، فرض می‌کنیم که این نوکلئون در مدار دایره‌ای به شعاع r در صفحه $z = 0$ حرکت می‌کند. با قراردادن $z = 0$

در رابطه (۳۵.۷) چنین داریم

$$Q_{sp} = -er^2 \quad (۳۶.۷ \text{ الف})$$

مدار نوکلئونها در هسته شبیه به مدارهای کلاسیکی که به يك صفحه محدود می شود نیست. در آن صورت تابع موج محدود به يك مقدار مشخص ϕ می شد در حالی که از رابطه (۲۵.۲) مشاهده می کنیم که چنین وضعیتی برقرار نیست. از بررسی دقیق مسئله با استفاده از رابطه (۳۵.۷) چنین به دست می آید

$$Q_{sp} = -\frac{2j-1}{2j+2} er^2 \quad (۳۶.۷ \text{ ب})$$

که $\bar{A}$ مقدار متوسط r^2 برای مدار مورد نظر است؛ این مقدار اندکی کمتر از R^2 حاصل از رابطه (۲۰.۱) است. برای مقادیر بزرگ j رابطه (۳۶.۷ ب) به رابطه (۳۶.۷ الف) نزدیک می شود ولی برای مقادیر کوچکتر j مقدار Q_{sp} همیشه کمتر می شود، چه همان طور که انتظار می رود وقتی که جمله $2j$ با علامت مخالف در رابطه (۳۵.۷) وارد می شود مدارها دیگر مسطح نیستند. برای $1/2, j$ ، از رابطه (۳۶.۷ ب) داریم $Q = 0$ که موافق با قاعده کلی ذکر شده در بالاست.

عبادت (۳۶.۷ ب) باید برای هسته نکل پروتون نیز صادق باشد. مثل ^{209}Bi که برای آن رابطه (۳۶.۷ ب) مقدار Q_{sp} را برابر $25e-b$ به دست می دهد (يك بارن 10^{-24}cm^2 است) در صورتی که مقدار اندازه گیری شده آن در جدول ۲۰ برابر $35e-b$ — است. برای هسته نکل نوترون، مثل ^{14}O ، مقدار Q باید صفر باشد زیرا بار الکترونیکی نوترون صفر است. ولی، چنین معلوم شده است که عبور نوترون از هسته، اثر کمی بر روی حرکت پروتونهای هسته دارد و تمایل دارد که «آنها را به دنبال خود بکشد» و در نتیجه حرکت جمعی پروتونها، نوترون در مدار ایجاد گشتاوری چهارقطبی می کند که چندان کمتر از آنچه از رابطه (۳۶.۷ ب) حساب می شود نیست. مثلاً در ^{14}O رابطه (۳۶.۷ ب) مقدار Q را $38e-b$ — به دست می دهد، در صورتی که مقدار اندازه گیری شده برابر $26e-b$ — است. این اثر همان گونه که برای ^{209}Bi به دست آوردیم، توضیح می دهد که چرا يك پرتون مقدار Q را اندکی بزرگتر از پیش بینی رابطه (۳۶.۷ ب) به دست می دهد.

برای هسته های نکل حفره ای، هسته کروی است مگر برای نوکلئون غایب و از همین جاست که علامت رابطه (۳۶.۷ ب) معکوس می شود. مثالی از این نمونه ^{19}K است که برای آن رابطه (۳۶.۷ ب) مقدار Q را با علامت معکوس $46e-b$ + به دست می دهد که با مقدار اندازه گیری شده $55e-b$ — بخوبی قابل مقایسه است. از این اثر مشاهده می کنیم که علامت گشتاور چهارقطبی، ضمن اینکه عدد نوکلئونی از پوسته های پر بیشتر می شود، از مثبت به منفی تغییر می کند. از بخش ۸.۴ به یاد می آوریم که هنگامی که عدد نوترونی یا پروتونی نزدیک به پوسته پراست، هسته اساساً کروی است، بنابراین در این

ناحیه برای هسته‌های با A فرد مقدار Q اصولاً با نوکلئون فرد تعیین می‌شود. بنابراین انتظار داریم هسته‌هایی که عدد پروتونی یا نوترونی آنها با پوسته پر، یک عدد اختلاف دارند از رابطه (۳۶.۷) تبعیت کنند، البته با در نظر گرفتن این نکته که هرگاه یک تک حفره در پوسته پر وجود داشته باشد علامت Q مثبت، و اگر یک ذره بیش از پوسته پر داشته باشیم علامت Q منفی است.

برای آزمایش این نتیجه، گشتاورهای چهار قطبی اندازه‌گیری شده برای هسته‌های با A فرد (از جدول ب. ۲) در شکل ۵.۷ بر حسب تعداد نوکلئونهای فرد از هر نوع رسم شده است. بدین معنی که برای هسته‌های Z فرد محور طولها Z و برای هسته‌های N فرد محور طولها N است. در این شکل مشاهده می‌کنیم که Q در مرز پوسته‌های پر، از مقدار مثبت برای حفره‌ها به مقدار منفی برای ذرات تغییر می‌کند و این تغییر بسیار روشن است. گشتاورهای چهار قطبی الکترویکسی هسته‌هایی که از همه بزرگ‌ترند و آسانتر تعبیر شده‌اند، هسته‌های کره‌دارند که رابطه میان Q و تغییر شکل آنها در شکل ۵.۱ ب نمایش داده شده است. اگر فرض کنیم که بار الکتریکی به‌طور یکسان در حجم هسته کره‌وار توزیع شده باشد، انتگرال دیگری از قسمت اول رابطه (۳۵.۷) منجر به گشتاور چهار قطبی کلاسیک Q_0 می‌شود

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} ZeR^2\beta \quad (37.7)$$

در اینجا β پارامتر تغییر شکل است که در بخش ۷.۶ تعریف شده است. با توجه به ویژگیهای کوانتوم مکانیکی مذکور در بالا، مقدار انتظاری برای اندازه‌گیری Q چنین است

$$Q = \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0 \quad (38.7)$$

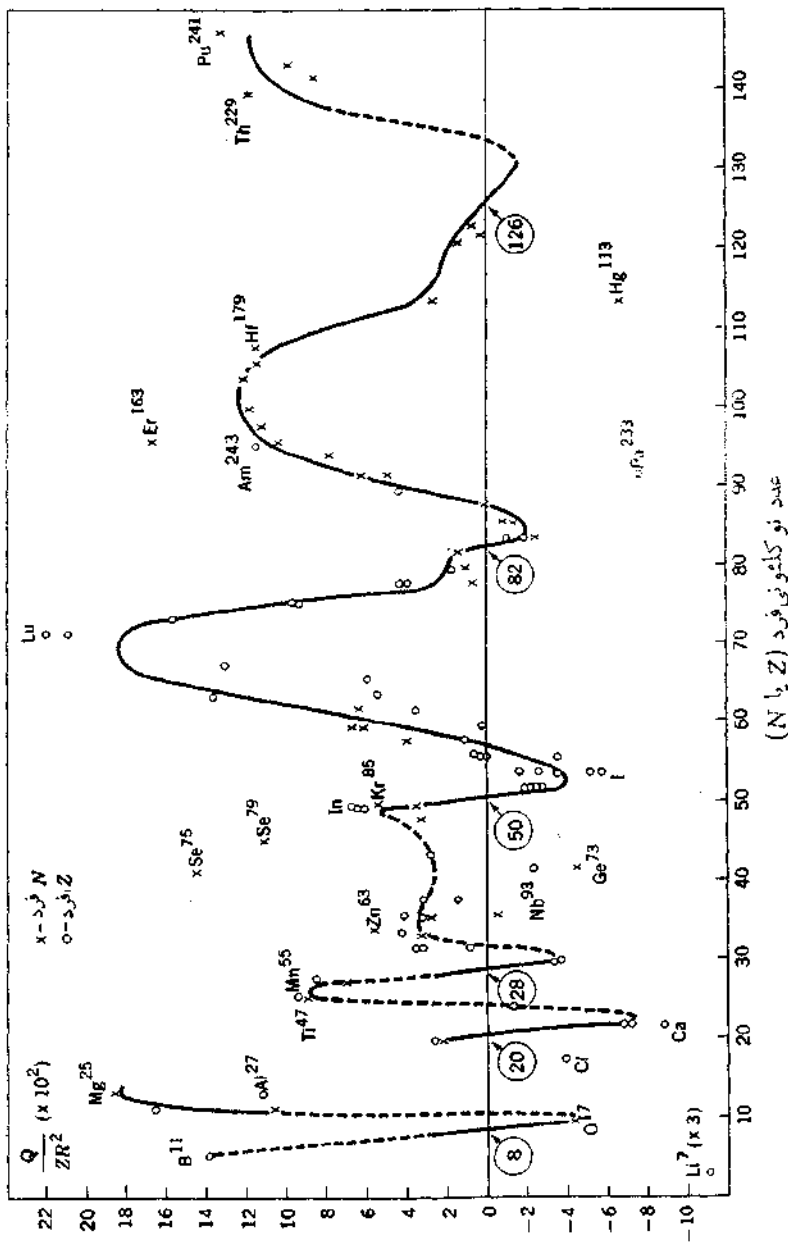
برای حالت پایه هسته با A فرد که در آن $I=K$ است رابطه (۳۸.۷) به رابطه زیر تبدیل می‌شود

$$Q = \frac{I}{I+1} \frac{2I-1}{2I+3} Q_0 \quad (39.7)$$

به عنوان مثال، برای $I=5/2$ ، ضریب رابطه (۳۹.۷) برابر ۰.۳۶ می‌شود، که از آنجا با در نظر گرفتن رابطه (۳۷.۷) رابطه (۳۹.۷) چنین می‌شود

$$Q \simeq 0.27 Z \beta e R^2$$

برای یک هسته معمولی در ناحیه عناصر خاکیهای نادر، $Z \simeq 65$ و مقدار $\beta \simeq 0.3$ است



شکل ۵۰۷: گشتاورهای چهار قطبی هستهها (از جدول پ. ۲) که بر ZR^2 تقسیم شده‌اند $[R]$ از رابطه (۲۰.۱) گسترش داده شده است. قسمتی از نظایات سیستماتیک با خطوط بر نشان داده شده است. به‌تنهایی مقدار Q از مثبت به‌معنی در پوسته‌های پر و ناحیه‌هایی که در آنها تغییر شکل هسته‌های کم‌دار نزدیک به اعداد نوکلئونی فرد $10040, 10060, 10080$ زیاد است، توجه کنید. از روابط (۳۷.۷) و (۳۹.۷) مشاهده می‌شود که در اینجا محور عرضها، Q/ZR^2 ، برای I بزرگ متناسب با تغییر شکل است.

که از آنجا حاصل می‌شود:

$$Q \simeq 5.3eR^2 \simeq 2.7e.b$$

این مقدار خیلی بیشتر از مقدار مربوط به تکراره در رابطه (۳۶.۷) است که در این مورد $5.5eR^2$ می‌شود. همه گشتاورهای چهار قطبی بزرگ در شکل ۵.۷ از این نوع هسته‌ها هستند. می‌توان بسادگی امتحان کرد که این هسته‌ها در ناحیه‌هایی که در بخش ۸.۴ توصیف شده‌اند قرار می‌گیرند.

برای مطالعه گشتاور چهار قطبی حالت‌های برانگیخته، روش‌هایی در دسترس است و توجه زیادی به نتایج اولین حالت‌های برانگیخته (2^+) هسته‌های کروی زوج-زوج شده است؛ اینها همان حالت‌هایی هستند که در بخش ۹.۵ آنها را به عنوان حالت‌های ارتعاشی از نوع شکل ۱۵.۵ (الف) توصیف کرده‌ایم. در آن شکل، متوسط شکل هسته‌ها کروی است. بنابراین انتظار می‌رود که $Q = 0$ باشد. اما اندازه‌گیری‌ها نشان داده‌اند که این نوع هسته‌ها دارای گشتاورهای چهار قطبی غیر قابل چشم‌پوشی حدود $5e.b$ هستند. این دوگانگی با محاسباتی از نوع محاسبه بخش ۷.۶ مرتفع شد، چنین معلوم شده است که نقاط میانی این ارتعاشات به‌طور قابل ملاحظه‌ای از یک شکل کروی تفاوت دارد.

مسائل

۱۰.۷ از جریمه‌های داده‌شده در جدول پ.۳، مقدار B/A و B را بر حسب MeV برای ^{116}Sn حساب کنید. انرژی‌های جدایی را برای نوترون و پروتون حساب کنید.

۲۰.۷ جملات مختلف رابطه (۲۱.۷) را برای ^{116}Sn حساب کنید. از روی آنها مقادیر B ، B/A و جرم را تعیین کنید. نتایج را با مقادیر به دست آمده از مسئله (۱۰.۷) مقایسه کنید.

۳۰.۷ با استفاده از رابطه (۲۱.۷)، انرژی جدایی یک نوترون را از ^{116}Sn حساب کنید و آن را با مسئله (۱۰.۷) مقایسه کنید.

۴۰.۷ فرمولی برای کشش سطحی یک هسته به دست آورید و مقدار عددی آن را برآورد کنید. ۵۰.۷ مقادیر اندازه‌گیری شده و محاسبه شده μ را برای ^{71}Ge مقایسه کنید.

۶۰.۷ گشتاور مغناطیسی سه حالت از حالت‌های پایسترن انرژی ^{166}Er را تخمین بزنید.

۱. نوکلئونهای با شعاع بزرگ تأثیر سوء قابل توجهی بر گشتاور چهار قطبی دارند، زیرا در رابطه (۳۵.۷) در عبارات انتگرال M وجود دارد V هم شامل یک فاکتور r^2 است. در نتیجه R در رابطه (۳۷.۷) که شعاع معادل توزیع یکنواخت نوکلئونی را نشان می‌دهد، از مقدار متناظر در (۲.۱) بزرگتر است. در این مسوود، معمولاً از $R = 1/3 A^{1/3}$ استفاده می‌شود.

۷۰۷ گشتاورهای چهارقطبی الکتریکی ^{117}Sn و ^{207}Pb چقدر هستند؟

۸۰۷ چه علامتی برای گشتاور چهارقطبی الکتریکی ^{36}K ، ^{117}In ، ^{125}Sb ، ^{57}Co ، و ^{61}Cu انتظار می‌رود (و چرا)؟

۹۰۷ گشتاور چهارقطبی ^{38}Ca ($I = 2/2$) را تخمین بزنید.

۱۰۰۷ برای ^{181}Ta مقدار $Q = 4.2 \text{ e-b}$ است. برای این هسته β را تخمین بزنید ($I = K = 7/2$).

۱۱۰۷ به کمک شکل ۲۳.۶ و جدول پ.۲، مقدار β را برای ^{177}Hf تخمین بزنید.

منابعی برای مطالعات بیشتر

بمراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Kopferman, H.: *Nuclear Moments*, Academic, New York, 1958.

Nuclear Data, periodical published by Academic Press, New York.

Ramsey, N. F.: *Nuclear Moments*, Wiley, New York, 1963.

Segre, E.: *Experimental Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1953.



واپاشی هسته‌ای و فرایندهای واکنش هسته‌ای

در فصلهای گذشته، حالت‌های بسیار زیادی را که هسته می‌تواند در آن حالت‌ها وجود داشته باشد، شرح داده‌ایم. از آنچه تا به حال گفته‌ایم هیچ دلیلی وجود ندارد که چرا يك هسته نباید برای همیشه در يك حالت باقی بماند. اما واقعاً باقی نمی‌ماند، زیرا در طبیعت فرایندهایی وجود دارند که باعث گذار از يك حالت هسته‌ای به حالت دیگر می‌شوند. این فرایندها در یکی از دو رده زیر قرار می‌گیرند: (۱) آنهایی که خود به خود اتفاق می‌افتند و به آنها واپاشی می‌گوییم، و (۲) آنهایی که در اثر بمباران شدن توسط ذره‌ای از خارج آغاز می‌شوند و آنها را واکنش می‌نامیم. در این فصل بعضی از ویژگی‌های ساده این فرایندها را مورد بحث قرار می‌دهیم و زمینه‌ای برای بحث‌های مشروح‌تر که در فصلهای ۱۵ تا ۱۴ خواهند آمد، فراهم می‌کنیم.

هنگامی که فرایندهای خود به خود اتفاق می‌افتند یعنی سیستم از حالتی به حالت دیگر تغییر می‌کند، پایداری انرژی ایجاد می‌کند که انرژی حالت‌نهایی پایتتر از حالت ابتدایی باشد و این اختلاف انرژی به طریقی به خارج سیستم فرستاده شود. در تمام موارد، این امر با گسیل ذرات حامل انرژی تحقق می‌یابد، مشاهده تجربی این ذرات نسبتاً آسان است، و در واقع پژوهش در فیزیک هسته‌ای با کشف تجربی آنها در دهه ۱۸۹۵/۱۲۷۵ آغاز شد.

سه نوع واپاشی اصلی وجود دارد: فرایندهای الکترومغناطیسی، واپاشی بتا، و گسیل نوکلئون. هر يك از این واپاشیها را به نوبت مورد بحث قرار می‌دهیم و بعضی از ویژگی‌های

مشترک آنها را در نظر می گیریم. در قسمت بعدی این فصل، به مبحث واکنشهای هسته‌ای خواهیم پرداخت.

۱.۸ فرایندهای واپاشی الکترومغناطیسی

هرگاه نوکلئونی در مداری با انرژی بالا باشد، درحالی که مداری با انرژی پایینتر پر نشده است، نوکلئون می تواند به مدار کم انرژی تر بپرد و انرژی آزاد شده در اینجا به صورت کوانتومی از تابش الکترومغناطیسی است که آن را پروتوگاما می نامیم. این فرایند مانند فرایندی است که در اتمها انجام می شود و در آن يك الكترون با گسیل يك کوانتوم نور، از مداری با انرژی بالاتر به مداری با انرژی پایینتر پرش می کند. تنها وجه تمایز در این است که انرژی مدارهای نوکلئون زیاد است و بنابراین اختلاف انرژی آنها نسبت به اتمها بسیار بزرگتر است. این اختلاف انرژی در هستهها از مرتبه MeV و در اتمها حدود eV است. در نتیجه انرژی کوانتوم گسیل شده از هسته خیلی بیشتر است و از روابط آشنای میان انرژی، بسامد، و طول موج يك کوانتوم داریم

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

در فرایندهای هسته‌ای بسامد بزرگتر و طول موج به همان نسبت کوتاهتر است. تمایز بین نوع تغییر مداری که در اینجا با آن سروکار داریم و تغییر مدار ناشی از برخورد ها که در فصل ۵ معرفی شد، اهمیت دارد. تغییر مدار در مورد دوم بخشی از توصیف يك حالت است، در صورتی که در مورد اول مربوط به گذار از يك چنین حالتی به حالت دیگر می شود. در مورد دوم سیستم هیچ افت انرژی ندارد، هر تغییر انرژی که حاصل می شود می تواند مثبت یا منفی باشد، و این تغییرات موقتی هستند و از محدودیتهای اصل عدم قطعیت (۴.۵) تبعیت می کنند. از سوی دیگر در این فرایند، انرژی هسته باید کم شود و این اتلاف انرژی دائمی است. از آنجا که هر هسته همیشه باید در حالت کوانتومی معینی باشد (همان گونه که در بخش ۳.۵ تعریف شد) تنها راهی که بساقي می ماند این است که هسته گذاری به حالت با انرژی پایینتر انجام دهد، مثلا از اولین حالت برانگیخته به حالت پایه برسد.

گسیل پروتوگاما ناشی از برهم کنش هسته با میدان تابش الکترومغناطیسی است، درست مانند گسیل نور که حاصل از برهم کنش الکترونهای اتم با همان میدان است. وجود چنین میدانهایی، یکی از جنبه های نظریه کوانتومی میدان است. این میدانها تمام فضا را فرا می گیرند و قابل مشاهده نیستند، مگر هنگامی که برهم کنشی رخ می دهد (بخش ۹.۳). در این برهم کنش، انرژی از هسته به میدان منتقل می شود و این برانگیختگی میدان به صورت پروتوگاما ظاهر می شود. هسته می تواند از طریق نیروی الکترومغناطیسی نه تنها با این میدان

بلکه با الکترونهای اتم نیز برهم کنش کند. این الکترونها و پروتونهای هسته دارای بار الکتریکی اند. بعلاوه، هم الکترون و پروتون و هم نوترون دارای گشتاور مغناطیسی هستند، لذا قوانین عادی نیروی کولن و یو-ساوار در مورد آنها به کار می‌رود و بدین طریق تبادل انرژی مجاز می‌شود. یک راه برای تبادل انرژی این است که نوکلئون ازمداری با انرژی بالاتر بهمداری با انرژی پایینتر برود و انرژی از دست رفته، به الکترونی در اتم منتقل شود. عموماً این انرژی بیشتر از انرژی است که برای قایق آمدن به انرژی بستگی الکترون در اتم لازم است، بنابراین الکترون گسیل شده دارای انرژی جنبشی برابر انرژی از دست رفته توسط هسته منهای انرژی بستگی الکترون است. همانند گسیل پرتو گاما، هنگامی که هسته انرژی از دست می‌دهد باید گذاری به حالت با انرژی پایینتر انجام دهد.

این فرایند تبدیل داخلی نامیده می‌شود. نام آن از این واقعیت ناشی می‌شود که وقتی این پدیده برای اولین بار کشف شد، عقیده بر این بود که این پدیده این چنین اتفاق می‌افتد که پرتوی گامای گسیل شده از هسته اتم، یک الکترون مداری آن اتم را از طریق اثر فوتوالکتریک می‌کند. در نتیجه تصور می‌شد که انرژی پرتو گاما به طور داخلی (در داخل اتم) به انرژی الکترون تبدیل می‌شود. برهم کنشی شبیه به تبدیل داخلی در فیزیک اتمی می‌شناسیم. گاهی هنگامی که الکترونی ازمداری با انرژی بالاتر بهمداری با انرژی پایینتر می‌رود، به جای اینکه نور گسیل شود انرژی بیهکی از الکترونهای خارجیتر منتقل می‌شود و سبب گسیل آن می‌شود. این فرایند به اثر $\alpha\beta$ معروف است.

سومین فرایند واپاشی الکترومغناطیسی، فرایندی است که در آن به جای اینکه پرتو گاما گسیل شود، زوج الکترون-پوزیترون بیرون می‌آید. این اثر به تولید زوج داخلی معروف است. این اثر تنها در برخی از موارد اهمیت دارد، لذا در اینجا آن را چندان مورد توجه قرار نخواهیم داد.

فرایندهای واپاشی الکترومغناطیسی، یعنی گسیل پرتو گاما و تبدیل داخلی در هسته، اساساً تعداد پروتون و نوترون را تغییر نمی‌دهند و بنابراین گذارهایی میان حالت‌های مختلف همان هسته انجام می‌گیرد. از این طریق، هسته از یک حالت برانگیخته به حالت برانگیخته‌ای با انرژی پایینتر واپاشیده می‌شود، که این خود به نوبت باز هم به حالت برانگیخته دیگری با انرژی پایینتر و الی آخر واپاشیده می‌شود تا سرانجام به حالت پایه می‌رسد. همان طور که خواهیم دید این گذارها معمولاً در فاصله کسر کوچکی از ثانیه اتفاق می‌افتد، لذا به دنبال فرایندهای واپاشی الکترومغناطیسی، هسته تقریباً همیشه در حالت پایه قرار می‌گیرند.

۲.۸ واپاشی بتا

هسته ^{14}N را در نظر بگیرید که شامل ۷ پروتون و ۹ نوترون است. در حالت پایتترین انرژی آن بنا بر شکل ۵.۷ باید یک نوترون در پوسه $\beta = 3$ باشد در حالی که برای

پروتونها، حفره‌ای در پوسته $\mathcal{N} = 2$ وجود دارد. واضح است که اگر نوترون می‌توانست به پروتون تبدیل شود انرژی سیستم خیلی نزول می‌کرد، به طوری که می‌توانست به جای مدار $\mathcal{N} = 3$ در مدار $\mathcal{N} = 2$ قرار گیرد. ولی تا به حال مطلبی دال بر تبدیل نوترون به پروتون نگفته‌ایم. تبدیلهای باید تحت تأثیر نیروهای حاصل شوند، در حالی که هیچ کدام از نیروهای طبیعت، نیروی گرانشی، الکترومغناطیسی یا هسته‌ای که تاکنون مورد بحث قرار گرفته‌اند نمی‌توانند نوترونی را به پروتون تبدیل کنند. اما چنین نتیجه شده است که نیروی در طبیعت وجود دارد که سبب چنین گذارهایی می‌شود. بنابراین این نیرو، چهارمین نیروی اساسی است که بشر شناخته است. این نیرو گذارهایی از نوع زیر انجام می‌دهد

$$n \rightleftharpoons p + e^- + \bar{\nu} \quad (1.8)$$

که e^- الکترون منفی است و $\bar{\nu}$ ذره‌ای بدون جرم و بدون بار است که پاد نوترینو نامیده می‌شود. همچنین این برهم‌کنش می‌تواند هر فرایندی را که از معادله (۱.۸) با تبدیل ذره‌ای به پاد ذره‌اش (یا بالعکس) و قرار دادن آن در طرف دیگر معادله به دست می‌آید ایجاد کند. مثالی از این نوع فرایند بدین قرار است

$$p \rightleftharpoons n + e^+ + \nu \quad (2.08)$$

که e^+ الکترون مثبت و ν (نوترینو) به ترتیب پاد ذره‌های e^- و $\bar{\nu}$ هستند. هر یک از معادله‌های (۱.۸) یا (۲.۰۸) می‌تواند به صورت یک فرایند واپاشی به سمت راست تحقق یابد، به شرط آنکه از نظر انرژی امکان پذیر باشد. انجام این فرایندها از راست به چپ یک عمل بسیار غیر محتمل است، چه مه ذره سمت راست باید هم زمان در یک جا با انرژی و تکانه مناسب به هم برسند تا پایداری کمیتهای یاد شده برقرار شود. چون الکترون و نوترینو (یا پاد ذره آنها) با خود انرژی حمل می‌کنند، انرژی سیستم هسته‌ای باید در این فرایند نزول کند. پایداری انرژی ایجاب می‌کند که انرژی سیستم حداقل به اندازه انرژی معادل جرم الکترون ساکن پایین بیاید. در مورد ^{16}N ، انرژی هسته از طریق رابطه (۱.۸) نزول می‌کند. لذا واپاشی زیر را داریم



هر گاه هسته ^{16}F را که دارای ۹ پروتون و ۷ نوترون است در نظر گیریم وضعیت به عکس می‌شود. در اینجا پروتونی در مدار $\mathcal{N} = 3$ قرار دارد در حالی که برای نوترون در مدار $\mathcal{N} = 2$ جای خالی وجود دارد، در نتیجه انرژی سیستم هسته‌ای می‌تواند با واپاشی از نوع معادله (۲.۰۸) کاهش یابد که چنین می‌دهد



به دلایل تاریخی، الکترونها گسیل شده در این فرایندها به پوتوهای بتا معروف اند و این فرایند واپاشی بتا نامیده می‌شود. وقتی که الکترونها منفی گسیل می‌شوند، فرایند با β^- ،

و وقتی که الکترونهای مثبت گسیل می‌شوند فرایند با β^+ مشخص می‌شود. فرایند سومی که از معادله (۱۰۸) با استفاده از روش فوق می‌توان نتیجه‌گیری کرد به‌قرار زیر است

$$p + e^- \rightarrow n + \nu \quad (۳۰۸)$$

همان‌طوری که از فیزیک اتمی می‌دانیم چون الکترونهای مداری تقریباً همیشه وابسته به هسته هستند و کسری از زمان خود را داخل هسته می‌گذرانند، هر گاه انرژی سیستم کاهش یابد این فرایند می‌تواند خود به‌خود انجام شود. این فرایند گیراندازی الکترون (EC) نامیده می‌شود. از نقطه نظر ساختار هسته‌ای معادله (۳۰۸) سبب تبدیل پروتون به نوترون می‌شود که مشابه اثر معادله (۲۰۸) است. لذا عموماً این فرایندها در رقابت با یکدیگرند. اما، در معادله (۲۰۸) یک الکترون باید خلق شود. بنابراین انرژی سیستم هسته‌ای باید حداقل به اندازه انرژی معادل جرم الکترون ساکن کاهش داده شود. از آنجا که در معادله (۳۰۸) الکترونی از بین می‌رود، لذا این فرایند با افزایش انرژی هسته به اندازه جرم الکترون ساکن هم می‌تواند اتفاق افتد. هر گاه تمام اتم را به عنوان سیستم واحدی در نظر بگیریم، این مطلب قابل درک است که انرژی تمامی سیستم در اثر واپاشی باز هم کاهش یابد.

فرایندهای واپاشی بتا، تعداد نوکلئونهای هسته را تغییر نمی‌دهند، ولی این فرایندها تعداد پروتونها را به اندازه یک واحد تغییر می‌دهند، لذا آنها هسته‌های با A یکسان و Z مجاور را به هم ربط می‌دهند. هر گاه هسته‌های با A یکسان را در نظر بگیریم، شرایط لازم برای گیراندازی الکترون واپاشی β^- بر حسب جرمهای هسته‌ای چنین هستند

$$EC: \quad M'_{Z+1} + M_e > M'_Z$$

$$\beta^-: \quad M'_Z > M'_{Z+1} + M_e$$

این روابط هنگامی که بر حسب جرمهای اتمی M نوشته شوند ساده‌ترند که بسادگی چنین می‌شوند

$$EC: \quad M_{Z+1} > M_Z$$

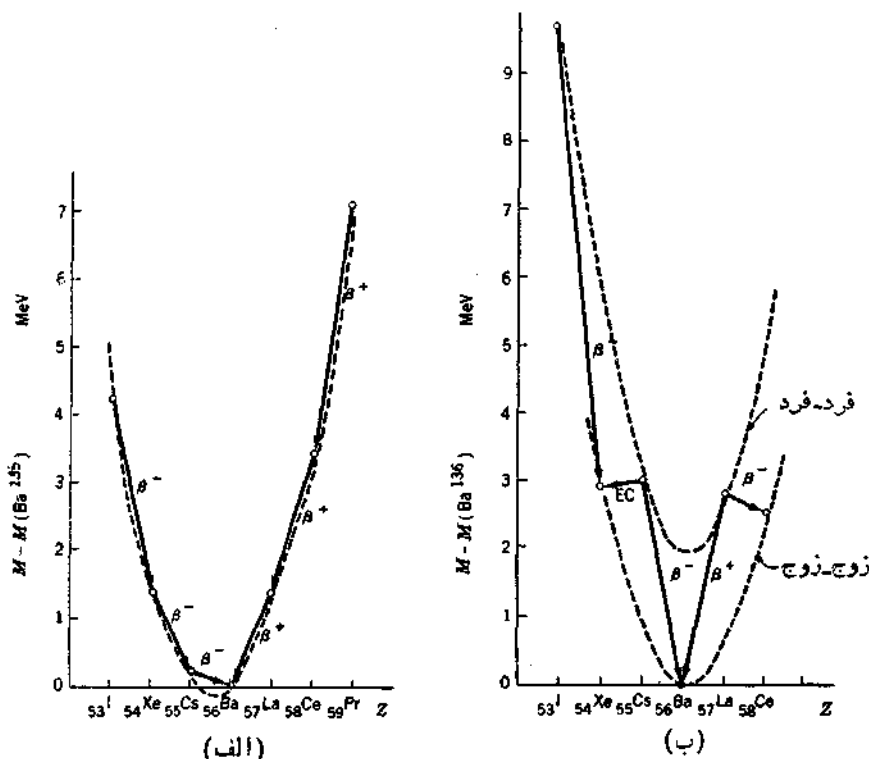
$$\beta^-: \quad M_{Z+1} < M_Z$$

پس هر گاه دو اتم را با A یکسان و Z مجاور در نظر بگیریم، اتم با جرم بزرگتر همیشه می‌تواند توسط هریک از معادلات (۱۰۸) یا (۳۰۸) به اتم با جرم کوچکتر واپاشیده شود و تنها یکی از آن دو می‌تواند پایدار باشد.

هر گاه فرمول نیمه تجربی جرم (۲۱۰۷ الف) بر حسب تابعی از A و Z نوشته شود، برای A دلخواه به صورت $\alpha Z^2 + bZ + c + \delta$ درمی‌آید که b, a, c ثابت هستند و δ همان‌طور که در رابطه (۱۷۰۷) داده شده ثابتی است که برای هسته‌های با A فرد، زوج - زوج

و فرد- فرد متفاوت است. این روابط، معادلات سهمی هستند، بنابراین انتظار داریم که رسم منحنیهای M بر حسب Z برای هر یک از این سه نوع هسته به شکل سهمی ای باشد که به ازای یک مقدار Z کمینه ای خواهد داشت. چنین منحنیهایی در شکل ۱۰۸ (الف) برای $A=135$ و در شکل ۱۰۸ (ب) برای $A=136$ نشان داده شده است. چون منحنی شکل ۱۰۸ (ب) شامل هسته های فرد- فرد و زوج- زوج است، دو منحنی سهمی داریم که بنا بر رابطه (۱۷.۷) به اندازه ۲۵ در انرژی بستگی از هم فاصله دارند.

از آنجایی که واپاشی بتا Z را به اندازه یک واحد تغییر می دهد و منجر به کاهش جرم سیستم می شود، تمام خطهای پربا پیکان در شکل (۱۰۸) مربوط به واپاشیهای بتاست. واپاشیهایی که منجر به افزایش Z می شوند بتا بر (۱۰۸) متناظر با تبدیل نوترون به پروتون اند که با β^+ نشان گذاری شده اند، در صورتی که واپاشیهایی که منجر به کاهش Z می شوند



شکل ۱۰۸ منحنی نمایش جرم هسته‌های مختلف با A یکسان برحسب تعداد پروتون آنها Z (الف) $A=135$ ، (ب) $A=136$. خط‌های پررنگ پیکان‌گذارهای واپاشی بتا را نشان می‌دهند. سهمیه‌های خط چین بیش‌بینهایی است که از فرمولی شبیه رابطه (۲۱.۷) انتظار می‌رود.

در شکل ۳.۸ Z بر حسب N برای همه هسته‌ها رسم شده است که نشان می‌دهد از هسته‌ها پایدارند و کدام با چه فرایندی واپاشیده می‌شوند. خطی که از هسته‌های پایدار در این شکل گذرانده شده است به خط پایداری بقا معروف است. معادله تقریبی آن را می‌توان از بازنویسی رابطه (۲۱.۷) (الف) بر حسب N و Z بسا وارد کردن شرط زیر به دست آورد

$$\left[\frac{\partial M(Z, A)}{\partial Z} \right]_{A=\text{const.}} = 0$$

در شکل ۳.۸ مشاهده می‌کنیم هسته‌های سبک که در آن‌ها جمله انرژی تقارن (۲۱.۷) غلبه دارد، دوی خط $N = Z$ قرار می‌گیرند. سپس هرچه جمله انرژی کولنی بیشتر می‌شود، هسته از خط $N = Z$ بیشتر منحرف می‌شود و این سبب می‌شود که هسته‌های پایدار نوترونی‌سای بیشتر و پروتونی‌سای کمتر داشته باشند. هسته‌های سمت چپ و بالای خط پایداری بتا از طریق β^+ یا EC و آن‌هایی که سمت راست و زیر این خط قرار دارند از طریق β^- واپاشیده می‌شوند. از شکل ۱۰.۸ (ب) آشکار است که اگر فرایندی در طبیعت وجود می‌داشت که ملی آن دونوترون به دونوترون تبدیل می‌شدند یا برعکس، هسته‌های ^{136}Xe و ^{136}Ce نمی‌توانستند پایدار بمانند. ظاهراً چنین فرایند مستقیمی وجود ندارد، ولی امکان دارد که این فرایند از طریق رابطه (۱۰.۸) یا (۲.۸) طی دومرحله انجام شود که آن را واپاشی بتای دوگانه می‌نامند. با در نظر گرفتن اصل عدم قطعیت، علی‌رغم این واقعیت که چنین واپاشی‌ای اصل پایداری انرژی را نقض می‌کند، ^{136}Xe می‌تواند از طریق (۱۰.۸) به ^{136}Ce واپاشیده شود، به شرط اینکه این نقض همان‌طور که با رابطه (۲.۸) داده شده است فقط برای زمان بسیار کوتاهی دوام یابد. این نکته در موردی است که ^{136}Ce در این فاصله زمانی بنا بر رابطه (۱۰.۸) به ^{136}Ba واپاشیده شود، صادق خواهد بود. زمان لازم برای يك واپاشی بتای عادی معمولاً چندین ثانیه است، بنابراین احتمال اینکه يك واپاشی در زمانی حدود 10^{-21} ثانیه اتفاق افتد خیلی کم است. در نتیجه آهنگ واپاشی در واپاشی بتای دوگانه آنقدر آهسته است که تاکنون به‌طور تجربی مشاهده نشده است.

فرایند جالب دیگری وجود دارد که می‌توان آن را از معادله (۱۰.۸) با دستوری که پس از آن معادله داده شده است به دست آورد، یعنی

$$p + p \rightarrow n + e^+ \quad (۲.۸)$$

این معادله نشان می‌دهد که پادنوترون‌هایی که به پروتون‌ها تابیده می‌شوند می‌توانند واکنشی به وجود آورند که در آن يك نوترون و يك الکترون مثبت ایجاد شوند. این واکنش در آزمایش‌های نخستین که در آن‌ها نوترونو به طریق تجربی آشکار سازی شد به کار گرفته شد.

۳.۸ همیل نوکلئون

هرگاه نوترون یا پروتونی به اندازه کافی انرژی برای فرار از هسته داشته باشد

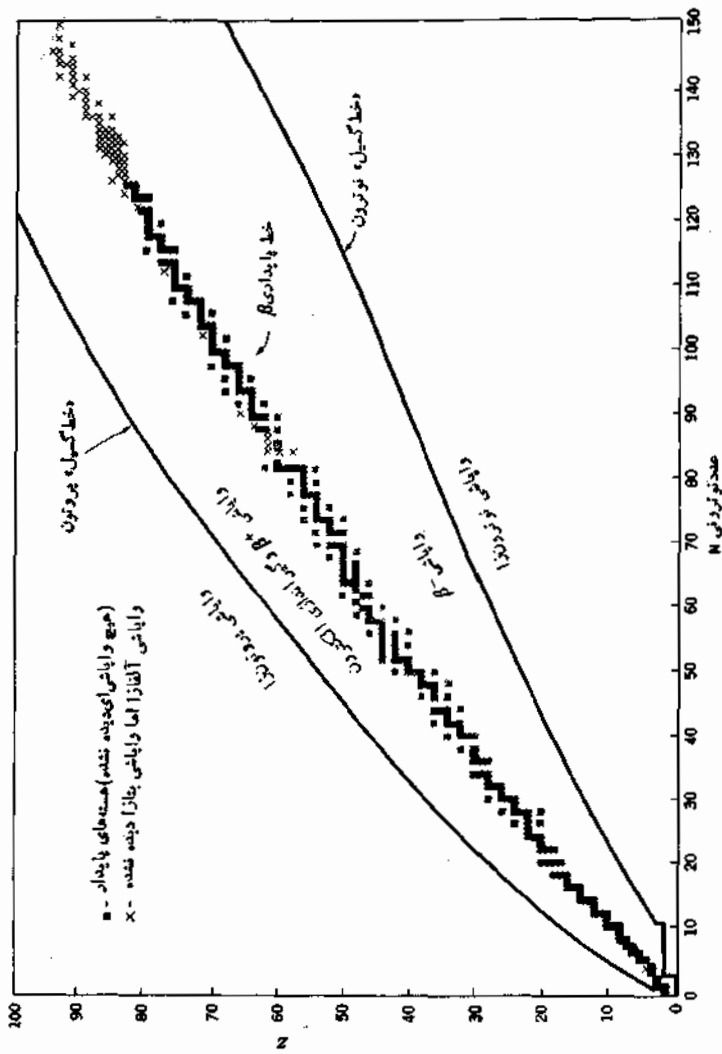
(یعنی اگر نوترون یا پروتونی در مداری باشد که انرژی جنبشی آن بیشتر از عمق چاه پتانسیل نظریه پوسته‌ای باشد) می‌تواند از هسته خارج شود. این فرایند گسیل نوکلئون نامیده می‌شود. همان‌طور که در بخش ۶.۴ نشان داده شده است، انرژی جدایی حتی برای سست‌ترین نوکلئون مفید در هسته‌های پایدار معمولاً حدود ۸ MeV است، لذا عموماً گسیل يك نوکلئون تك از نظر انرژی تنها هنگامی امکان‌پذیر است که هسته یا انرژی ۸ MeV یا بیشتر تحریک شود. ولی انرژی جدایی ۸ MeV تنها در هسته‌های نسبتاً سنگین نزدیک خط پایداری بتا اعتبار دارد. در هسته‌های سبک تغییرات زیادی وجود دارد، مثلاً در بخش ۲.۳ دیدیم که انرژی جدایی هسته ${}^2\text{H}$ (دوتریون) فقط ۲.۲ MeV است. در هسته‌های $A=5$ چهار نوکلئون اول در مدارهای $\mathcal{N}=1$ هستند در حالی که نوکلئون پنجمی باید در مدار $\mathcal{N}=2$ باشد. بنابراین انتظار داریم که انرژی جدایی آن کوچک باشد، در واقع چنین معلوم شده است که این انرژی منفی است (انرژی پایینی مدار $\mathcal{N}=2$ بالاتر از لبه چاه قرار می‌گیرد) و از همین رو است که هسته ${}^5\text{He}$ که در برابر واپاشی بتا پایدار است از طریق گسیل نوترون واپاشیده می‌شود. بنابراین هیچ هسته پایداری با $A=5$ وجود ندارد، همان‌طور که در فصل ۱۵ خواهیم دید این نکته حاوی نتایج مهم اختریفیکی است.

از بحث فصل ۷، انرژی جدایی، S_n ، يك نوترون از هسته را در حالت پایه می‌توان

چنین نوشت

$$\begin{aligned} S_n &= [M(Z, N-1) + M_n - M(Z, N)]c^2 \\ &= \left\{ - \left(\frac{\partial M(Z, N)}{\partial N} \right)_{Z=\text{const.}} + M_n \right\} c^2 \\ &= \left(\frac{\partial [\cdot]}{\partial N} \right)_{Z=\text{const.}} \end{aligned}$$

که [۰] جمله محصور شده در کروشه در رابطه (۲۱.۷ الف) است که بر حسب تابعی از Z و N نوشته شده است. هنگامی که S_n منفی شود، گسیل نوترون از نظر انرژی امکان‌پذیر می‌شود. بنابراین، این هسته‌ها ناپایدارند. از رابطه (۲۱.۷ الف) می‌بینیم که جمله انرژی تقارن به سرعت با افزایش N افزایش می‌یابد و این سبب می‌شود که $\partial[\cdot]/\partial N$ برای هسته‌هایی که در فاصله دوری از سمت راست خط پایداری بتا در شکل ۳.۸ قرار دارند منفی شود. در این صورت این هسته‌ها می‌توانند از طریق گسیل نوترون واپاشیده شوند. يك برآورد تقریبی از مقادیر Z و N که در آن شرایط فرایند گسیل نوترون برای نخستین بار شروع می‌شود در شکل ۳.۸ نشان داده شده است که خط گسیل نوترون نامیده می‌شود. از بررسی فوق رابطه (۲۱.۷ الف) روشن است که این خط باید تفاوت‌های فرد-زوج را نشان دهد، ولی در اینجا مقدار متوسط آنها را نشان داده‌ایم. به دلایل مشابه، هسته‌هایی که در بالا و دور از خط



شکل ۳.۸ نمودار تغییرات Z بر حسب N نشان می‌دهد که از هسته‌ها کدام پایداری دارند (سایه‌دار) و کدام‌شان از طریق فرایندهای مختلف واپاشیده می‌شوند. خطهای گسیل نوترون و پروتون به‌طور تقریبی نشان می‌دهند که کجا گسیل نوکلئون از نظر انرژی امکان‌پذیر است و منجر به واپاشی بتا می‌شود. این شکل تا حد زیادی نمونه کوچک شده جدول نوکلیدهاست که در بخش ۷.۸ مورد بحث قرار گرفته است و برای اطلاعات بیشتر می‌توان به آن مراجعه کرد.

پایداری بتا قرار دارند نسبت به گسیل پروتون ناپایدارند. يك برآورد تقریبی از مقدار Z و N که در آن شرایط فرایند گسیل پروتون برای نخستین بار شروع می‌شود در شکل ۳.۸ با خط گسیل پروتون نشان داده شده است.

علاوه بر گسیل تک‌نوکلئونی، گسیل گروهی نوکلئونها نیز امکان پذیر است. هنگامی که مقدار زیادی انرژی برانگیختگی وجود دارد، مثلاً بعد از برخورد هسته توسط ذره‌ای با انرژی زیاد، صلا گسیل انواع هسته‌های سبک مشاهده شده است. در اغلب موارد، گسیل این هسته‌ها مستلزم انرژی بیشتری از گسیل نوکلئون منفرد است. مثلاً، اگر قرار باشد دوترونی گسیل شود، انرژی برانگیختگی حداقل باید مجموع انرژیهای جدایی يك نوترون و يك پروتون مبنای انرژی بستگی دوترون باشد. چون انرژی جدایی يك نوترون و يك پروتون هر يك 8 MeV است و انرژی بستگی دوترون 22.2 MeV است، این انرژی حدود $12\text{ MeV} \approx 22.2 - 2 \times 8$ خواهد شد.

برای گسیل هسته ${}^4\text{He}$ که مطابق جدول پ. ۳ دارای انرژی بستگی حدود 28 MeV است، محاسبه مشابهی انرژی برانگیختگی مورد نیاز را برابر $28 - 2 \times 8 \approx 12\text{ MeV}$ به دست می‌دهد. این مقدار نسبتاً کم، ناشی از انرژی نسبتاً زیاد پوسته پرهسته ${}^4\text{He}$ است که گسیل هسته‌های ${}^4\text{He}$ را که به دلایل تاریخی به ذرات آلفا معروف اند، امکان پذیر می‌سازد. این واپاشی خیلی بیشتر از گسیل دوترون و یا هسته‌های پیچیده دیگر اتفاق می‌افتد. در واقع چنین معلوم شده است که در هسته‌های سنگین، انرژی لازم برای گسیل ذرات آلفا حتی از آنچه در بالا تخمین زده شده نیز کمتر است. برآورد دقیقتری از رابطه (۱۱.۴) برای انرژی جدایی نوکلئون S_n را می‌توان به طریق زیر به دست آورد

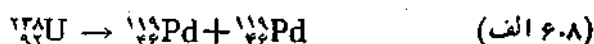
$$\begin{aligned} S_n &= B(A) - B(A-1) \\ &= \frac{dB}{dA} \\ &= A \frac{d(B/A)}{dA} + \frac{B}{A} \end{aligned} \quad (5.8)$$

مزیت این رابطه این است که آن را می‌توان مستقیماً از شکل ۱.۷ با اندازه‌گیری شیب منحنی برآورد کرد. $d(B/A)/dA$ برای $A=160$ و $A=240$ حدود $1/120$ و $1/100$ — B/A آنها 8.7 و 7.6 است. در این صورت از رابطه (۵.۸) مقادیر S_n و S_2 به ترتیب حدود 8.9 MeV و 5.2 MeV به دست می‌آید. از آنجا که انرژی موجود برای گسیل ذره آلفا تقریباً $2S_n - 2S_2 = 28\text{ MeV}$ است، این امر نشان می‌دهد که گاهی اوقات برای هسته‌های با $A \approx 160$ گسیل ذرات آلفا از نظر انرژی امکان پذیر است، و برای هسته‌های با $A \approx 240$ ، در حالت پنیادی، گسیل ذره آلفا با انرژی حدود 7 MeV امکان پذیر است. (از آنجایی که واپاشی آلفا شامل گسیل دوترون و دو پروتون

می‌شود، هسته به‌طور قابل ملاحظه‌ای در هسته‌های خیلی سنگین از خط پایداری بتا منحرف می‌شود و در نتیجه برآورد آخری را بایستی به اندازه 2MeV کاهش داد. بدین گونه، واپاشی آلفا در میان هسته‌های سنگین يك فرایند متداول است. هسته‌هایی که در برابر واپاشی بتا پایدارند ولی واپاشی آنها از طریق گسیل ذره آلفا انجام می‌شود، در شکل ۳.۸ با علامت ضربدر نشان داده شده‌اند. در آنجا مشاهده می‌کنیم که تعداد هسته‌های پایدار در ناحیه A بزرگ با این فرایند محدود می‌شود.

يك مثال بسیار مهم واپاشی آلفا در هسته‌های سبک مثل ${}^8\text{Be}$ است که به‌دوره آلفا واپاشیده می‌شود. چنین معلوم شده است که ${}^8\text{Be}$ تنها هسته پایدار با $A=8$ در برابر واپاشی بتاست، بنابراین با توجه به واپاشی آلفای آن هیچ هسته پایداری با $A=8$ وجود ندارد. این حقیقت، همان‌طور که در فصل ۱۵ خواهیم دید، اهمیت زیادی در ارتباط با ماهیت جهان دارد.

نوع دیگری از گسیل هسته‌های پیچیده که از نظر انرژی حتی در حالت پایه بسیاری از هسته‌ها امکان‌پذیر است، شکسته شدن آنها به دو قسمت تقریباً مساوی است که به شکافت معروف است. به عنوان مثال، فرایند واپاشی زیر را در نظر بگیریم



بتا بر شکل ۱.۷، در هسته ${}^{238}\text{U}$ مقدار B/A حدود 7.6MeV است، در حالی که در ${}^{142}\text{Pd}$ مقدار B/A حدود 8.4MeV است، بنابراین در این فرایند مقداری انرژی برابر $190\text{MeV} = (8.4 - 7.6) \times 238$ آزاد می‌شود. بسادگی مشاهده می‌شود که اگر دوباره حاصل از واپاشی، جرم برابر نداشته باشند، همان مقدار انرژی (و شاید هم مقدار بیشتری انرژی) آزاد می‌شود، مانند مثال زیر



شکافت از نظر انرژی در هسته‌ای که انرژی بستگی هر نوکلئون آن کمتر از همین انرژی در هسته‌ای با نصف جرم باشد، امکان‌پذیر است. از شکل ۱.۷ مشاهده می‌شود که در هسته‌ای با A بزرگ‌تر از حدود ۱۰۰ وضعیت چنین است، تنها دلیل اینکه هسته‌های با $A > 100$ در طبیعت وجود دارند، این است که آهنگ فرایند واپاشی شکافت در آنها خیلی آهسته است. ولی این فقط يك مثال از اهمیت زیاد توجه به آهنگ واپاشی است که در فصل ۱۰ آنها را به‌طور مفصل بررسی خواهیم کرد.

۴.۸ ترکیب واپاشی

در فصل‌های ۱۰ تا ۱۲ خواهیم دید که معمولاً زمان لازم برای گسیل نوکلئون، فرایندهای الکترومغناطیسی و واپاشی بتا به ترتیب حدود 10^{-18} ، 10^{-12} ، و 10^2 ثانیه است. این زمانها که عکس آهنگ واپاشی‌اند نشانه قدرت نسبی نیروهای اساسی که به ترتیب بساعت

برهم کنشهای هسته‌ای، الکترومغناطیسی و واپاشی بتا شده‌اند هستند. این زمانها نشان می‌دهند که نیروی هسته‌ای از سه نیروی دیگر قویتر و نیروی برهم کنش واپاشی بتا ضعیفترین آنهاست. به این دلیل، این دو برهم کنش معمولاً به ترتیب برهم کنش قوی و برهم کنش ضعیف نامیده می‌شوند. از نقطه نظر علمی اختلاف آهنگ واپاشی بدین معنی است که وقتی هسته خیلی برانگیخته باشد معمولاً با گسیل نوکلئون واپاشیده می‌شود تا اینکه از نظر انرژی گسیل نوکلئون دیگر امکان پذیر نباشد. سپس هسته با گسیل پرتو گاما (یا تبدیل داخلی) واپاشیده می‌شود تا حالت پایه هسته حاصل شود، و اگر این حالت پایه پایدار نباشد واپاشی بتا انجام خواهد شد. همان طور که اغلب اتفاق می‌افتد، هرگاه واپاشی بتا به حالتی غیر از حالت پایه هسته نهایی منجر شود، هسته از آن حالت با گسیل گاما به طور خیلی سریع به حالت پایه می‌رود. تا وقتی که واپاشی بتا انجام نگیرد، این پرتوهای گاما نمی‌توانند آزاد شوند. بنابراین گسیل این پرتوها به آهنگ واپاشی وابسته است.

نظر به این مقیاس زمانی، واپاشی بتا برای همه منظوره‌های عملی، محدود به حالت پایه هسته‌ها می‌شود (در بخش ۶.۱۲ چند استثنا ذکر شده است). متشابهاً، وقتی هسته‌ای با بیش از 10 MeV انرژی برانگیخته می‌شود گسیل پرتو گاما خیلی زیاد اتفاق نمی‌افتد. هنگامی که هسته‌ها با نیمه عمر قابل مشاهده‌ای واپاشیده می‌شوند به آنها رادیواکتیو گفته می‌شود، هر نمونه‌ای از ماده حاوی هسته‌هایی است که به علت گسیل تابش فعال است. برای مثال، ^{238}U چون ذرات آلفا از آن دائماً گسیل می‌شوند، رادیواکتیو است.

۵.۸ قوانین واپاشی

يك خاصیت اساسی گذارها، در هر زمینه از فیزیک کوانتوم آهنگ گذار، λ ، است که به صورت احتمال در واحد زمان برای گذاری که صورت می‌گیرد، تعریف می‌شود. برآورد آهنگ گذار موضوع اصلی فصلهای ۱۰ تا ۱۲ خواهد بود. در این بخش فرض می‌کنیم که آهنگ گذارها معلوم است و آنها را برای به دست آوردن بعضی از قوانین مفید واپاشی به کار می‌بریم. فرض کنیم که نمونه‌ای شامل N هسته باشد که احتمال واپاشی آنها در واحد زمان λ است. تعداد واپاشی در واحد زمان dN/dt — است، پس داریم

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (7.8)$$

این معادله دیفرانسیلی است که بسادگی (باضرب دوطرف معادله در dt/N و انتگرالگیری از دوطرف) حل می‌شود و نتیجه چنین خواهد شد

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (8.8)$$

N_0 مقدار N در لحظه $t = 0$ است. با دیفرانسیل گرفتن از رابطه فوق تعداد واپاشی در واحد زمان را به دست می‌آوریم، و بنابراین تعداد ذرات گسیل شده در واحد زمان چنین است

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (9.8)$$

از روابط (۸.۸) و (۹.۸) مشاهده می‌کنیم که هم تعداد هسته‌های رادیواکتیو و هم آهنگ گسیل واپاشی ذرات به‌طور نمایی در طی زمان کاهش می‌یابند، و در بینهایت به صفر میل می‌کنند.

بنابر تعریف لگاریتم، هر عدد b را می‌توان چنین نوشت

$$b = e^{\ln b}$$

دوطرف را به توان x می‌رسانیم

$$b^x = (e^{\ln b})^x = e^{x \ln b} \quad (10.8)$$

با در نظر گرفتن x برابر با

$$x = -\frac{\lambda t}{\ln 2}$$

و به کار گرفتن رابطه (۱۰.۸) چنین داریم

$$e^{-\lambda t} = e^{x \ln 2} = 2^x = 2^{(\lambda/\ln 2)t}$$

هرگاه بنا به تعریف داشته باشیم

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad (11.8)$$

روابط (۸.۸) و (۹.۸) چنین می‌شوند

$$N = N_0 2^{-t/T_{1/2}} \quad (\text{الف } 8.8)$$

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 2^{-t/T_{1/2}} \quad (\text{الف } 9.8)$$

هنگامی که t به اندازه $T_{1/2}$ افزایش یابد، N و $-dN/dt$ نصف می‌شوند که از آنجاست که $T_{1/2}$ نیمه عمر نامیده می‌شود. هرگاه يك نیمه عمر بگذرد، تعداد هسته‌های رادیواکتیو و همچنین آهنگ گسیل ذرات حاصل از واپاشی نصف می‌شود. فرضیه‌ای که روابط (۸.۸) و (۹.۸) و در نتیجه قوانین واپاشی بر مبنای آنها قرار دارند، برای تمام واپاشیهای هسته‌ای بدون در نظر گرفتن نیمه عمرشان و همچنین برای گسیل نوزاد آنها و سایر فرایندهای واپاشی اتمی معتبر است.

هرگاه هسته‌ای بتواند با چندین فرایند مختلف واپاشیده شود که برای هر واپاشی

احتمال درواحد زمان $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ باشد، واضح است که احتمال کل واپاشی درواحد زمان λ چنین می‌شود

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots$$

با در نظر گرفتن رابطه (۱۱.۸)، نیمه عمر $T_{1/2}$ برابر است با

$$\frac{1}{T_{1/2}} = \frac{1}{(T_{1/2})_1} + \frac{1}{(T_{1/2})_2} + \dots$$

که $(T_{1/2})_1$ فاصله‌ای زمانی است که اگر فقط فرایند ۱ وجود می‌داشت نیمه عمر ماده رادیواکتیو محسوب می‌شد، و همین طور الی آخر. این نیمه عمرها، نیمه عمرهای جزئی نامیده می‌شوند. اگر یکی از آنها خیلی کوتاهتر از بقیه باشد، در تعیین $T_{1/2}$ ، همان نیمه عمر جزئی غالب خواهد بود. کسری از واپاشیها که از طریق فرایند ۱ رخ می‌دهد آشکارا برابر λ_1/λ است و چنین کسری برای سایر فرایندها نیز به دست می‌آید، و این نسبت در طی زمان ثابت می‌ماند.

در بعضی از موارد پس از واپاشی، هسته باقیمانده هنوز با نیمه عمر دیگری واپاشی رادیواکتیو خواهد داشت. اگر آهنگگذار برای این دو واپاشی λ_1 و λ_2 باشد، و تعداد این هسته‌ها را در هر لحظه به ترتیب N_1 و N_2 بگیریم، ارتباط بین تعداد هسته‌ها از روابط زیر به دست می‌آید

$$-\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

هرگاه $N_1 = N_2$ در لحظه $t = 0$ باشد، جواب این دستگاه معادلات دیفرانسیل چنین است.

$$\begin{aligned} N_1 &= N_{10} e^{-\lambda_1 t} \\ N_2 &= N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \end{aligned} \quad (12.8)$$

از این جوابها می‌توان مشاهده کرد که هرگاه نیمه عمر دختر کوتاهتر از نیمه عمر مادر ($\lambda_2 \gg \lambda_1$) باشد، پس از زمان $1/\lambda_2 \gg t$ چنین داریم

$$N_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_1 t} \quad t \gg \frac{1}{\lambda_2} \quad (13.8)$$

از رابطه (۱۳.۸) مشاهده می‌کنیم که سرانجام دختر با نیمه عمر مادر واپاشیده می‌شود. با مقایسه روابط (۱۳.۸) و (۱۲.۸) درمی‌یابیم که نسبت دو نوع هسته ثابت باقی می‌ماند.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (12.8)$$

هرگاه نیمه‌عمر دختر خیلی طولانیتر از نیمه عمر مادر ($\lambda_1 \gg \lambda_2$) باشد، دو واپاشی عملاً از هم جدا شده اولین واپاشی قبل از اینکه اتفاقات زیادی برای دومی بیفتد تمام می‌شود. مثال مهم رابطه (۱۳.۸) هنگامی اتفاق می‌افتد که گسیل پرتو گاما به دنبال واپاشی بتا انجام شود. همان گونه که در بالا بیان کردیم فرایند اولی معمولاً دارای نیمه عمر بسیار کوتاهی نسبت به دومی است.

کاربرد عملی مهم رابطه (۱۴.۸) در بعضی از موارد پزشکی است که در آنها استفاده از اکتیویته‌های واپاشی بتا با نیمه عمر کوتاه سودمند است. از آنجایی که این اکتیویته‌ها معمولاً پس از تولید خیلی سریع واپاشیده می‌شوند، کاربرد آنها در اغلب موارد غیر عملی است. ولی، اگر آنها به صورت دختر از اکتیویته‌های مادری که نیمه عمر طولانی دارد در دسترس باشند، مادر را می‌توان به راحتی ذخیره کرد. بر حسب نیاز، رادیواکتیویته دختر را می‌توان به طریق شیمیایی از مادر جدا کرد تا یک چشمه رادیواکتیو خالص با نیمه عمر کوتاه به دست آید. در این حالت ماده مادر را گاو شیری و عمل جدا کردن دختر را شیردوشی می‌گویند.

در بعضی حالتها، نظیر واپاشی طبیعی ایزوتوپهای اورانیم، سریهای طولانی از واپاشی یک هسته به هسته دیگر وجود دارد. بررسیهای این مسئله در کتابهای درسی استاندارد پیدا می‌شود. هرگاه اولین واپاشی، نیمه عمری بسیار طولانیتر از هسته‌های دیگر داشته باشد، روابط (۱۳.۸) و (۱۴.۸) برای واپاشیهای بعدی معتبر است.

وضعیت جالب دیگری که به حالت قبل تا حد زیادی مربوط می‌شود هنگامی است که هسته‌های رادیواکتیو با آهنگ ثابت P مثلاً از طریق واکنشهای هسته‌ای در شتابدهنده یا رآکتور هسته‌ای تولید می‌شوند. آهنگ تغییر تعداد هسته‌های رادیواکتیو، dN/dt ، برابر است با تفاوت میان آهنگ تولید و آهنگ واپاشی از رابطه (۷.۸)، یا

$$\frac{dN}{dt} = P - \lambda N$$

در شرایط اولیه عادی در لحظه $t=0$ داریم $N=0$. حل این معادله دیفرانسیل عبارت است از

$$N = \frac{P}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (15.8)$$

N به طور مجانبی به مقدار P/λ می‌رسد. البته، پس از یک نیمه عمر به نصف مقدار حدی

خود، و پس از دو نیمه عمر به سه چهارم مقدار جدی خواهد رسید و همین طور الی آخر. در تولید ایزوتوپهای رادیواکتیو به صرفه نیست که زمان تولید را بیش از چند نیمه عمر ادامه داد. از روابط (۹.۸) و (۱۵.۸) با قراردادن $N = N_0$ قدرت چشمه رادیواکتیو بلافاصله پس از پایان تولید از رابطه زیر به دست می آید

$$\frac{dN}{dt} = P(1 - e^{-\lambda t})$$

از رابطه فوق مشاهده می کنیم که آهنگ واپاشی چشمه نمی تواند از آهنگی که هسته رادیواکتیو با آن تهیه شده است پیشی گیرد. آهنگ واپاشی به آهنگ تولید هنگامی نزدیک می شود که زمان تولید برای چندین نیمه عمر ادامه یابد.

قدرت چشمه رادیواکتیو به طور مستی بر حسب کوری (Ci) داده می شود. یک کوری برابر 3.7×10^{10} واپاشی در ثانیه است. واحدهایی نظیر میکروکوری، میلی کوری، کیلوکوری، و مگا کوری نیز با معانی واضح آنها به کار برده می شوند.

۹.۸ واکنشهای هسته‌ای - برخی از خواص اساسی

وقتی ذره‌ای به هسته‌ای برخورد می کند، برهم کنش حاصل را واکنش هسته‌ای می نامند. چون به طور کلی ذره تابنده انرژی به داخل می آورد، انرژی برای گسیل یا چند ذره فراهم می شود. نمادگذاری استاندارد برای مشخص کردن یک واکنش هسته‌ای چنین است که ذرات تابنده و گسیل شده را در داخل پرانتز قرار می دهند و آنها را با یک کاما از هم جدا می کنند. برای مثال واکنش (n, p) ، واکنشی است که ذره تابنده آن یک نوترون و ذره گسیل شده یک پروتون است. نوترونهای تابنده به هسته می توانند واکنشهای (n, γ) ، (n, α) ، (n, d) ، و غیره را نیز ایجاد کنند. هرگاه ذره گسیل شده همانند ذره تابنده باشد، نظیر واکنش (n, n) یا (p, p) ، واکنش را پراکندگی می نامند. هرگاه هسته بدون تغییر باقی بماند فرایند را پراکندگی کشسان، و در صورتی که هسته در حالت برانگیخته باقی بماند، فرایند را پراکندگی ناکشسان می نامند و آنها را به صورت (n, n') ، (p, p') ، (α, α') ، و غیره مشخص می کنند. وقتی انرژی کافی موجود نباشد، بیش از یک ذره در یک واکنش هسته‌ای گسیل می شود. به عنوان مثال، واکنش $(p, 2n)$ واکنشی است که در آن دو نوترون گسیل می شود، واکنش $(p, \alpha + p + 2n)$ واکنشی است که در آن ذره آلفا، دو پروتون و سه نوترون گسیل می شود، و غیره. واکنشهایی که در آنها چند ذره گسیل می شوند، نظیر مثال فوق فلاشی نامیده می شوند.

در بخش ۱۰.۷، انرژی آزاد شده در واکنش هسته‌ای، Q ، را تعریف کردیم و توضیح دادیم که چگونه اندازه گیری Q می تواند برای تعیین جرم به کار رود. در بررسی سایر جنبه‌های واکنشهای هسته‌ای مسئله برعکس می شود: ما معمولاً می خواهیم از جدولهای

جرم، مقدار Q واکنش را حساب کنیم، این عمل را می‌توان با حل رابطه (۴.۷) برای Q انجام داد. به عنوان مثال، با استفاده از جدول پ. ۳ می‌توان Q را برای واکنش $^{56}\text{Fe}(d, p)^{57}\text{Fe}$ حساب کرد

$$\begin{aligned} Q &= [M(^{56}\text{Fe}) + M(^2\text{H})] - [M(^{57}\text{Fe}) + M(^1\text{H})] \\ &= [M(^{56}\text{Fe}) - 56\text{amu} + M(^2\text{H}) - 2\text{amu}] \\ &\quad - [M(^{57}\text{Fe}) - 57\text{amu} + M(^1\text{H}) - 1\text{amu}] \\ &= (-609606 + 13136)\text{MeV} - (-60181 + 77289)\text{MeV} \\ &= 54222\text{MeV} \end{aligned}$$

اعدادی که همراه با amu آمده‌اند مقادیر A هستند که بسایند آنها را به خاطر پایداری تعداد نوکلئونها حذف کرد، بنابراین مرحله دوم قابل حذف است. در نتیجه فقط لازم است که هر جرمی در معادله اول با مقدار آن از جدول پ. ۳ جایگزین شود. توجه شود که جرمهای اتمی را به جای جرمهای هسته‌ای به کار برده‌ایم، ولی این مقادیر تنها به اندازه جرم الکترونهای اتم با هم تفاوت دارند و تعداد برابری از جرم الکترون در هر طرف از معادله واکنش وجود دارد. نتیجه نشان می‌دهد که انرژی کل همه ذره‌هایی که در این واکنش گسیل می‌شوند به اندازه 54222MeV بزرگتر از انرژی دو ترون تابیده شده است.

مقدار Q بعضی واکنشها منفی است. مثال روشن در این مورد، واکنش $^{56}\text{Fe}(p, d)^{55}\text{Fe}$ است، که در آن محاسبه مقدار Q تمام اعداد مثال فوق را در برمی‌گیرد به جز اینکه همه علامتها معکوس می‌شوند، که از آنجا $Q = -54222\text{MeV}$ است. این بدان معنی است که واکنش تقریباً می‌تواند با پروتونهای با انرژی بالاتر از 54222MeV انجام شود. ولی این امر دقیقاً صحت ندارد چون در واکنش باید پایداری تکانه نیز حفظ شود. اگر انرژی پروتون تابشی 54222MeV باشد این واکنش امکان پذیر نیست، چه دو ترون گسیل شده هسته ^{56}Fe با انرژی صفر خارج می‌شوند که در نتیجه الزاماً تکانه آنها نیز صفر خواهد بود (مسئله ۷.۸ را نگاه کنید).

در واکنشهای هسته‌ای که منجر به گسیل یک ذره هسته باقیمانده می‌شود، تقسیم انرژی موجود میان این دو با توجه به پایداری تکانه قابل تعیین است. مسئله به آسانی در دستگاه مختصات مرکز جرم ذرات واکنش کننده قابل حل است. مزیت اضافی دیگری که این دستگاه دارد این است که نظریه واکنشهای هسته‌ای و فرمولهای حاصل از آن برای دستگاهی که در آن مرکز جرم ساکن است، به دست آمده‌اند. عملیات تبدیل میان دستگاههای مختصات در مرکز جرم و آزمایشگاه در بسیاری از کتابهای درسی استاندارد آمده است.

وقتی ذره‌ای به طور عادی به صفحه نازکی از جسمی شامل هسته‌های هدف کسه ذره می‌تواند با آن واکنش کند تابیده شود، احتمال واکنش متناسب با تعداد هسته‌های هدف در

واحد سطح صفحه است. ضریب تناسب دارای واحد سطح است که سطح مقطع σ نامیده می‌شود. این سطح مقطع را می‌توان مانند سطح مؤثری که هسته هدف در مقابل ذره تابشی برای انجام واکنش عرضه می‌کند، تصور کرد. احتمال واکنش برابر است با احتمال اینکه ذره تابشی به سطح مؤثر هدف برخورد کند. چون تعداد هسته‌های هدف در واحد سطح n_x است (n_x تعداد هسته‌های هدف در واحد حجم درجسم است و x ضخامت صفحه است) احتمال واکنش چنین می‌شود

$$\text{احتمال} = n_x \sigma x \quad (16.8)$$

این نتیجه تنها هنگامی معتبر است که احتمال واکنش به اندازه کافی کوچک باشد تا مطمئن شویم که شدت باریکه تابشی ضمن عبور از صفحه به‌طور محسوسی کاهش نمی‌یابد. این اثر تضعیفی را می‌توان به‌نحو مطلوبی در موقع استفاده از سطح مقطع کل σ_T برای تمام فرایندهایی که در طی آنها ذرات از باریکه فرودی ناپدید می‌شوند در نظر گرفت. از رابطه (16.8) شدت باریکه I در عبور از ضخامت d_x جسم به اندازه dI طبق رابطه زیر کاهش می‌یابد

$$-dI = I n_x \sigma_T dx$$

معادله فوق یک معادله دیفرانسیل است که حل آن به‌قرار زیر است

$$I = I_0 \exp(-n_x \sigma_T x) \quad (17.8)$$

هرگاه عوامل موجود در نما معلوم باشند، از رابطه (17.8) می‌توان برای محاسبه تضعیف I/I_0 استفاده کرد، با اینکه می‌توان به‌طور تجربی با اندازه‌گیری تضعیف باریکه، مقدار σ_T را تعیین کرد.

از آنجا که سطح مقطع دارای واحد سطح است، می‌توان آن را بر حسب سانتی‌متر مربع بیان کرد. بارن واحد آسانتری است که به‌صورت 10^{-28} cm^2 تعریف می‌شود. بحث نسبتاً طولانی‌تری از سطح مقطع واکنشهای هسته‌ای مختلف، در فصلهای ۱۳ و ۱۴ ارائه خواهد شد.

۷.۸ جدول نوکلیدها

یک روش آسان برای نمایش اطلاعات درباره هسته‌ها به‌صورت جدولی است که برای نخستین بار توسط سگره به‌کار رفت و بعدها به‌وسیله کمپانی جنرال الکتریک تحت نظر کمیسیون انرژی اتمی آمریکا، با افزودن اطلاعات جدید تکمیل شده است. نسخه‌هایی از این جدول در اغلب آزمایشگاههای فیزیک موجود است.^۱

۱. نسخه شخصی را می‌توان با نوشتن نامه به نشانی زیر به‌طور رایگان تهیه کرد.

در این جدول N بر حسب Z نظیر شکل ۳۰۸ رسم شده است، به جز اینکه هر مربع که نشانگر يك مقدار ویژه N و Z است، از نظر اندازه بزرگ شده است و در آن برخی از مهمترین اطلاعات هسته‌ای مربوط به آن N و Z نوشته شده است. این اطلاعات عبارت‌اند از: جرم، فراوانی ایزوتوپ، I^π هسته در حالت پایه، نیمه عمر و انرژیهای تابشی آن چنانچه ناپایدار باشد، اطلاعات مشابهی از ایزومرهای آن، و غیره. این جدول علاوه بر آنکه اطلاعات یاد شده را به آسانی در اختیار می‌گذارد، در تعیین سریع ایزوتوپهای رادیواکتیوی که از طریق واکنشهای هسته‌ای تولید می‌شوند نیز مفید است. به عنوان مثال، واکنش (n, α) ، Z را ۲ واحد و N را ۱ واحد کاهش می‌دهد. بنابراین، این کاهش مطابق با حرکت ۲ مربع به پایین و ۱ مربع به سمت چپ است. در نتیجه با استفاده از جدول می‌توان به سرعت تعیین کرد که چه تابشهایی توسط واکنش (n, α) در يك هسته ایجاد می‌شود. به طور مشابه، رادیوایزوتوپ ایجاد شده در واکنش (n, γ) را برای هر هسته هدف می‌توان با تغییر مکان يك مربع به سمت راست معین کرد، و به همین نحوی توان جدول را برای انواع دیگر واکنشها بکار گرفت.

با مراجعه به جدول، فوراً مشاهده می‌شود که نیمه عمر واپاشیهای بنا عموماً دارای گستره‌ای از دهم ثانیه تا دهها سال است. این گستره‌ای است که با خصوصیات زمانی تجربه روزمره بشر بخوبی وفق می‌دهد. در نتیجه، واپاشیهای بنا و واپاشیهای گاما می‌که غالباً به دنبال آن می‌آیند کاربردهای عملی زیادی در زندگی بشر دارند. بعضی از آنها در بخش ۱۰۱۵ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

مسائل

۱۰۸ نمودارهایی شبیه آنهایی که در شکل ۱۰۸ آمده است، برای $A=116$ و $A=117$ بسازید.

۲۰۸ با استفاده از جدول پ.۳ چگونگی واپاشی ${}^{208}\text{Be}$ را تعیین کنید.

۳۰۸ تمام فرایندهایی را که از رابطه (۱۰۸) مشتق می‌شوند با استفاده از دستورالعملی که پس از آن معادله داده شده است بنویسید. درباره پیمادهای فیزیکی محتمل آنها بحث کنید.

۴۰۸ با استفاده از جرمهای گردآوری شده در جدول پ.۳، انرژی ذرات آلفای گیل شده از ${}^{232}\text{Th}$ را حساب کنید.

۵۰۸ انرژی آزاد شده در اثر شکافت ${}^{90}\text{Zr}$ ، ${}^{116}\text{Sn}$ ، ${}^{187}\text{Er}$ ، ${}^{200}\text{Pb}$ به دو قسمت مساوی را حساب کنید.

۶۰۸ مقدار Q را برای واکنش ${}^{16}\text{O}(p, \alpha)$ محاسبه کنید.

۷۰۸ انرژی کمینه پروتونی را که می‌تواند واکنش ${}^{56}\text{Fe}(p, d){}^{57}\text{Fe}$ را ایجاد کند حساب

کنید. (دانه‌مایی: این انرژی هنگامی کمینه است که دوتریم گسیل شده در راستای پروتون تابیده باشد. چرا؟)

۸۰۸ یک چشمه ^{60}Co در ابتدا اکتیویته‌ای به قدرت یک کسوری داشته است. آهنگ واپاشی آن پس از ۲ سال چقدر است؟

۹۰۸ چشمه‌ای از ^{32}P در آغاز ۱۰ درصد ^{32}P دارد. چه مدت باید منتظر شد تا چشمه‌ای به دست آید که ۹۰ درصد واپاشیهای آن ناشی از ^{32}P باشد؟

۱۰۰۸ نمونه‌ای از ^{95}Zr از ابتدا دارای آهنگ واپاشی 10^6 فروپاشی در ثانیه است. آهنگ واپاشی دختر آن، ^{95}Nb ، را بر حسب زمان رسم کنید.

۱۱۰۸ باریکه‌ای از ^{1013} پروتون در ثانیه در واکنش $^{65}\text{Cu}(p,n)$ با سطح مقطع 500 بارن ایجاد می‌کند. ضخامت هدف ^{65}Cu خالص برابر 25000 سانتی‌متر است. در یک ساعت چه مقدار ^{65}Zn تولید می‌شود.

۱۲۰۸ حداقل چهار واکنش هسته‌ای پیشنهاد کنید که بتواند تولید ^{57}Co کند.

۱۳۰۸ نوترونهای با انرژی 15MeV واکنشهای (n,p) ، (n,γ) ، و (n,α) را ایجاد می‌کند. از تابش نوترون با انرژی 15MeV بروی نیکل طبیعی، چه اکتیویته‌ای حاصل می‌شود؟

۱۴۰۸ اگر یک گرم کبالت برای 10 روز در شار نوترون حرارتی 10^{12} نوترون بر سانتی‌متر مربع بر ثانیه قرار گیرد، قدرت اکتیویته ^{60}Co تولید شده بر حسب کسوری چیست؟ سطح مقطع نوترون حرارتی برای ^{59}Co برابر 37 بارن است.

منابع برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Feather, N.: *Nuclear Stability Rules*, Cambridge University Press, Cambridge, 1952.

Mann, W. B., and S. B. Garfinkel. *Radioactivity and Its Measurement*, Van Nostrand, Princeton, N. J., 1966.

Nuclear Data, periodical published by Academic Press, New York.

Segre, E.: *Experimental Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1953.

روشهای تجربی فیزیک هسته‌ای

هیچ تحلیلی از واکنشها و واپاشیهای هسته‌ای، بدون مراجعه به جنبه‌های تجربی آنها نمی‌تواند چندان پیشرفتی داشته باشد. بنابراین در اینجا، با اندکی تغییر مسیر، به بحث درباره روشهای تجربی فیزیک هسته‌ای می‌پردازیم. این موضوع در هر درس فیزیک هسته‌ای باید جزو مهمترین مطالب دسته بندی شود؛ این روشها نه فقط به ما اجازه مطالعه هسته‌را می‌دهد بلکه به علت سادگی و قدرت زیاد، کاربردهایی در بسیاری از رشته‌های دیگر فیزیک و مهندسی، زیست‌شناسی، پزشکی، و غیره پیدا کرده‌است. در حقیقت احتمالاً در قسمت همین روشهای تجربی است که فیزیک هسته‌ای بیشترین سهمش را در علوم ادا کرده‌است.

۱.۹ مزیت‌های غیر معمول در آزمایشگری هسته‌ای

قسمتهای کمی از فیزیک را می‌توان یافت که در آنها «جو» آزمایشگری به همان اندازه مساعد باشد که در تحقیقات هسته‌ای است. این امر اساساً ناشی از سه خصوصیت خیلی مناسب هسته است: (۱) انرژیهای هسته‌ای خیلی بزرگتر از انرژیهای معمولی است که در طبیعت یا آزمایشگاه با آن مواجه هستیم، (۲) هسته‌ها بار الکتریکی حمل می‌کنند، و (۳) نیمه عمر واپاشیهای هسته‌ای غالباً در حد مناسبی هستند.

قبلاً در فصل ۷ یک مزیت از این انرژی زیاد را ذکر کرده‌ایم، انرژیهای بستگی را می‌توان دقیقاً با اندازه‌گیریهای جرم تعیین کرد. مزیت دیگری که ذرات پرانرژی دارند

این است که از ضخامت قابل ملاحظه ماده به آسانی عبور می‌کنند. در آزمایشهایی که لازم است انرژی ذره ضمن عبور از ماده عملاً بدون تغییر بماند (نظیر تعیین سطح مقطعها در انرژی معین یا اندازه گیریهای دقیق انرژی ذرات گسیل شده) اجسام را می‌توان بدون اشکال به اندازه کافی نازک ساخت. بنابراین واکنشهای هسته‌ای و واپاشیهای هسته‌ای خاص را می‌توان از طریق کاملاً کمی مطالعه کرد؛ آزمایشهای مشابه در قسمتهای دیگر فیزیک غالباً بسیار مشکل‌اند.

بسیاری عوامل دیگر که به‌طور سنتی منجر به پیچیدگیهای زیاد تجربی در رشته‌های دیگر می‌شوند در فیزیک هسته‌ای، به‌علت سروکار داشتن با انرژیهای بالا، قابل چشمپوشی‌اند. به‌طور نمونه یک فوتون نورچند الکترون‌ولت انرژی حمل می‌کند، بنابراین نور نمی‌تواند اختلالی در هسته‌های مورد مطالعه به وجود آورد. چون انرژیهای گرمایی عموماً کسر کوچکی از 1 eV هستند، اثرهای دما نیز قابل چشمپوشی‌اند. نتایج به‌دست آمده از آزمایشهای انجام شده روی هسته‌ها در یک اتاق تاریک و دماهای زیر صفر با آزمایشهایی که در کوره‌های گداخته انجام شده‌است فرقی ندارند. میدانهای الکتریکی و مغناطیسی فرعی و نیروی گرانی نیز اثرهای کاملاً ناچیزی در اغلب آزمایشهای هسته‌ای دارند. رفتار هسته به‌اینکه هسته در حالت آزاد یا مقید در مولکول یا بلور باشد بستگی ندارد، و همچنین از برخوردهای اتمی متأثر نمی‌شود. درحالی که اهمیت سادگیهایی که در این بند ذکر شد ممکن است آفندرها مورد توجه دانشجویان قرار نگیرد، این تداخلها به‌نظر فیزیکدانهای اتمی، حالت جامد، و پلاسما کاملاً نگران‌کننده است. این دانشمندان بیشتر عمر کاری خود را صرف اثرات پیچیده ناشی از این تداخلها کرده‌اند.

مزایای حاصل از این حقیقت که اغلب هسته‌ها بار الکتریکی حمل می‌کنند، در واقع تمام روشهای شتاب‌دهی یا آشکارسازی ذرات هسته‌ای را در بر می‌گیرد. هسته‌ها را به‌علت داشتن بار الکتریکی می‌توان به‌سادگی با به‌کار گرفتن یک میدان الکتریکی شتاب داد، و پس از عبور آنها از یک میدان مغناطیسی با اندازه‌گیری انحراف حاصل جرم یا انرژی آنها را تعیین کرد. به‌علت این بار الکتریکی، هسته‌ها ضمن عبور از کثراتها، نیروی الکتریکی بر الکترونهای اتم اعمال می‌کنند. در این برهم‌کنش انرژی تبادل می‌شود، که باعث کند شدن حرکت ذره هسته‌ای و کند شدن الکترون از اتم می‌شود. کند شدن حرکت یک روش ساده تغییر انرژی یا متوقف شدن ذرات است، و الکترونهای کنده شده اساسی بسیاری از روشهای آشکارسازی ذرات هسته‌ای و اندازه‌گیری جرم، بار، و انرژی آنها را فراهم می‌کند. این حقیقت که اغلب ذرات هسته‌ای دارای بار الکتریکی هستند، بدین معنی است که باریکه‌ای از این ذرات در آزمایش ایجاد جریان الکتریکی می‌کند؛ از آنجا که جریانهای الکتریکی به آسانی و دقت قابل اندازه‌گیری‌اند، تعیین شدت باریکه مسئله‌ای جزئی و قابل حل است.

گستره وسیع نیمه‌عمرهایی که در فرایندهای هسته‌ای با آنها سروکار داریم، خصوصیتی منحصر به فرد در این رشته از فیزیک است. در فصلهای ۱۱ و ۱۲ توضیح خواهیم داد که چگونه

اندازه گیری نیمه عمر برای به دست آوردن اطلاعاتی راجع به ساختار هسته ای به کار می رود. نیمه عمرهای اغلب واپاشیهای بتا و بعضی از واپاشیهای آلفا که با سرعت و یا حتی با تقویم قابل اندازه گیری اند، اندازه گیری فوق العاده ساده ای است که می تواند برای مقاصد تعیین هویت به کار رود. به علاوه، عمرهای طولانی اغلب جداسازیهای شیمیایی را میسر می سازد، این جداسازیها در ساده کردن وضعیتهای تجربی خیلی مفید است. برای مثال، کشف شکافت و بسیاری از کارهای اولیه آن مرهون این فرایند است. هسته های پایمانده از واکنشهای هسته ای معمولاً با گسیل بتا واپاشیده می شوند، و از آنجا که نیمه عمرهای قابل اندازه گیری ساده به عنوان معرف برای این واکنشها به کار می روند، می توان از آنها برای تعیین سطح مقطع نیز استفاده کرد. از سوی دیگر، هر گاه سطح مقطع واکنشی معلوم باشد، اندازه گیری مقدار اکتیویته بنای ایجاد شده راهی برای تعیین شدت باریکته ذرات تابنده به دست می دهد. در فصل ۱۳ خواهیم دید که واکنشهای هسته ای مختلف، توسط ذرات تابنده با انرژیهای مختلف ایجاد می شوند. اندازه گیری تعداد نسبی واکنشهای مختلف که از طریق تعیین مقدار واپاشی بتای هر کدام حاصل می شود، می تواند برای تعیین توزیع انرژی باریکته ذرات به کار می رود. این روشها خصوصاً برای باریکته های نوترون که به آسانی با روشهای دیگر اندازه گیری یا تجزیه و تحلیل نمی شوند، سودمند هستند. با استفاده از اکتیویته های با عمر طولانی می توان برای آزمایش کننده ها، چشمه های ذرات آلفا، پرتو گاما، و شکافت پاره فراهم کرد. با ترکیب چشمه ذره آلفا یا پرتو گاما با موادی که سطح مقطع مناسب (α, n) یا (γ, n) دارند، بسادگی چشمه های نوترونی ساخته می شوند. تمام این چشمه ها گاهی اوقات قلب آزمایش را تشکیل می دهند، ولی تقریباً در تمام آزمایشها برای امتحان و تنظیم وسایل تجربی، این چشمه ها لازم و فوق العاده ارزشمندند.

در بقیه این فصل اصول فیزیکی مربوط به مهم ترین روشهای تجربی فیزیک هسته ای را توضیح می دهیم. از جزئیات فنی و مهندسی دوری می جویم و روشهایی را که اساساً غیرهسته ای هستند (مثل اندازه گیریهای باریکته اتمی) حذف می کنیم، ولی حتی در این حد هم بحثمان باید لزوماً خلاصه و ناکامل باشد. بنا بر این به دانشجویان علاقه مند توصیه می شود که در زمینه هایی که در اینجا با عمق کافی بحث نشده است مطالعه تکمیلی خود را انجام دهند.

۲.۹ برهم کنش ذره باردار با ماده

در بخش گذشته به اهمیت این واقعیت که ذره حامل انرژی با بار الکتریکی در ضمن عبور از ماده در اثر برخورد با الکترونها، انرژی خود را از دست می دهد اشاره کردیم که کاربرد بیشتر آن را در فصل ۱۵ خواهیم دید. در این بخش این فرایند را مفصلاً به طور کمی بررسی می کنیم. ذره ای را با بار ze که با انرژی جنبشی E ، و سرعت v در راستای x در حرکت است در نظر می گیریم که از ماده ای متشکل از n اتم در واحد حجم با عدد اتمی Z عبور

می‌کند. اگر حداقل فاصله ذره از الکترون را q بگیریم (فاصله میان آنها در وضعیت نشان داده شده در شکل ۱۰۹ برابر $q/\sin\theta$ است)، در این حالت نیرو برابر $F = (ze^2 \sin^2\theta) / 4\pi\epsilon_0 q^2$ می‌شود. برآیند ضربه‌ای که به الکترون، ضمن عبور ذره در جهت عمود به مسیر آن وارد می‌شود، برابر است با حاصلضرب مؤلفه نیرو در این راستا در زمان برهم‌کنش، یا $F \sin\theta dt$. این ضربه با تکانه p_e منتقل شده به الکترون برابر است، که از آنجا داریم

$$p_e = \int_{-\infty}^{\infty} F \sin\theta dt \quad (۱۰۹)$$

ولی $dt = dx/v = qd\theta/v \sin^2\theta$ است. با به کار بردن این رابطه و عبارت فوق‌الذکر برای F ، در رابطه (۱۰۹)، انتگرال چنین به دست می‌آید

$$p_e = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 qv}$$

پس انرژی جنبشی داده شده به الکترون، T_e ، برابر است با

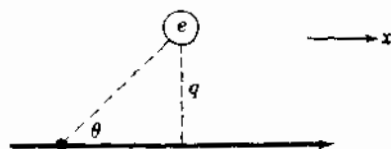
$$T_e = \frac{p_e^2}{2M_e} = \frac{z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 q^2 M_e v^2} \quad (۲۰۹)$$

این انرژی باید از انرژی ذره باردار آمده باشد که در این صورت از انرژی ذره باردار کم می‌شود. ذره در عبور از مسیری به طول dx ($dx \gg q$)، از مقابل تعدادی الکترون که در فاصله میان q و $q+dq$ قرار دارند می‌گذرد. این تعداد برابر است با حاصلضرب $2\pi q dq dx$ در تعداد الکترون‌ها در واحد حجم که برابر $n_e Z$ است. بنابراین انرژی از دست رفته در اثر برهم‌کنش با این الکترون‌ها چنین است

$$-dE = \frac{z^2 e^4 n_e Z}{8\pi^2 \epsilon_0^2 M_e v^2} \frac{2\pi q dq}{q^2} dx$$

از رابطه بالا باید بر حسب q انتگرال گرفت. پس از جابه‌جا کردن جمله‌ها چنین به دست می‌آید

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 e^4 n_e Z}{4\pi\epsilon_0^2 M_e v^2} \ln \frac{q_{\max}}{q_{\min}} \quad (۳۰۹)$$



شکل ۱۰۹ برهم‌کنش میان یک ذره باردار حامل انرژی (دایره پر) و یک الکترون. همان گونه که نشان داده شده است، ذره در راستای x در حال حرکت است.

که $q_{\min}$ و $q_{\max}$ حدهای بالا و پایین انتگرال هستند. حداقل فاصله‌ای که در این مسئله بامعنی است طول مسوج الکترونی است که به وسیله ذره عبوری دیده می‌شود، که برابر است با

$$q_{\min} = \frac{h}{M_e v}$$

بیشترین فاصله‌ای که انرژی از آن می‌تواند منتقل شود، هنگامی است که زمان برهم‌کنش حدود زمان چرخش الکترون در مدار اتمی آن باشد. زمان برهم‌کنش حدود q/v (شکل ۱.۹) است و زمان چرخش الکترون در مدار اتمی آن، از حل معمولی معادله وابسته به زمان شرودینگر به دست می‌آید که برابر h/I می‌شود (I انرژی مدار الکترون است)، I بیشتر به پتانسیل یونش معروف است. با برابر قرار دادن این دو زمان چنین به دست می‌آید

$$q_{\max} = \frac{h v}{I}$$

با این مقادیر متغیر جمله لگاریتمی چنین می‌شود

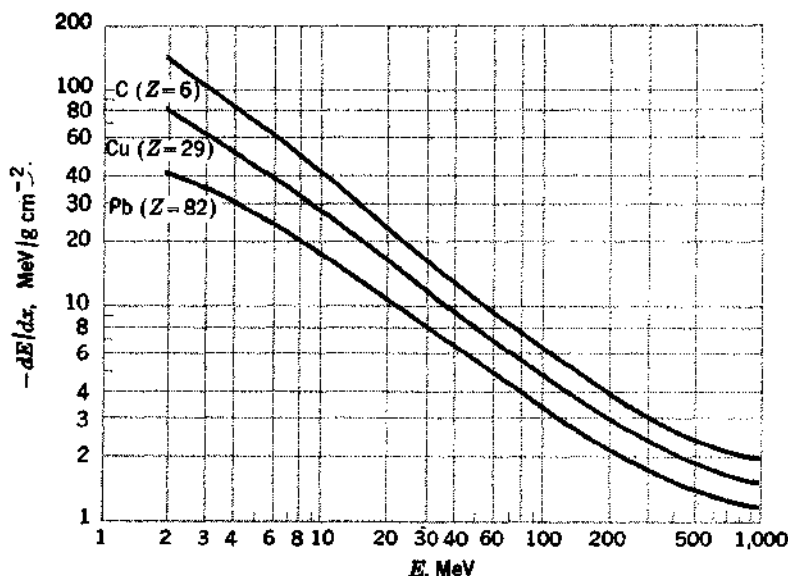
$$\frac{q_{\max}}{q_{\min}} = \frac{M_e v^2}{I}$$

که I پتانسیل یونیزاسیون متوسط همه الکترون‌هاست. هرگاه این مقدار را در رابطه (۳.۹) وارد کنیم، نتیجه با آنچه از روش کامل و دقیق مکانیک کوانتومی به دست می‌آید به اندازه یک ضریب ۲ در عبارت لگاریتمی تفاوت دارد. نتیجه نهایی، با در نظر گرفتن تصحیحاتی نسبتی چنین می‌شود

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 e^4 n_e Z}{4\pi \epsilon_0^2 M_e v^2} \left[\ln \frac{2 M_e v^2}{I} - \ln \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right] \quad (4.9)$$

این آهنگ از دست دادن انرژی توسط ذره باردار به هنگام عبور از ماده است. پتانسیل یونش متوسط I تقریباً از حاصلضرب 13 eV در Z به دست می‌آید، البته بجز برای اتم‌های بسیار سبک که از این مقدار کمی بیشتر می‌شود. برای یک پروتون ۵ میلیون الکترون ولتی داریم $2 M_e v^2 = 10000 \text{ eV}$ که از آنجا جمله داخل کروشه برای اتم‌های سنگین در حدود 203 ، برای هوا در حدود 45 و برای هیدروژن در حدود 2 خواهد شد. برای پروتون با انرژی 20 MeV ، این جمله به اندازه $14 \ln 2 \approx$ بیشتر می‌شود.

رسم رابطه (۴.۹) برای پروتون‌ها، بر حسب تابعی از انرژی آنها در شکل ۲.۹ نشان داده شده است. آهنگ از دست دادن انرژی برای سایر ذرات باردار که سرعت



شکل ۲۰۹ آهنگ از دست دادن انرژی پروتون با انرژیهای مختلف در عبور از C، Cu، و Pb. برای سایر مواد با عدد اتمی Z می‌توان منحنی را با یون بایسی کرد. هر گاه E را بر جرم M ذرات تقسیم و dE/dx را در آن ضرب کنیم، این منحنیها را می‌توان برای سایر ذرات نیز به کار برد، که z بار آنهاست. دقت شود که فاصله بر حسب گرم بر سانتیمتر مربع می‌باشد، که آن در واقع، ρx ، فاصله ضرب در چگالی ماده است.

یکسان، یعنی E/M یکسان، دارند با مضرب z تغییر می‌کند. هر گاه ذره باردار حامل انرژی، الکترون باشد، مشکلاتی چند وارد می‌شود. حل این مسئله در کتابهای درسی استاندارد موجود است.

ضرب n_1 در رابطه (۲۰۹) را می‌توان چنین بیان کرد

$$n_1 = \frac{N_A}{MW} \rho$$

که N_A عدد آووگادرو است. MW وزن مولکولی و ρ چگالی است. معمولاً ساده‌تر است که دوطرف رابطه (۲۰۹) را به ρ تقسیم کنند؛ پس طرف راست تنها به ماده بستگی دارد نه به دما یا حالت فیزیکی آن، x در طرف چپ به ρx تبدیل می‌شود (جرم واحد سطح) که معمولاً در اندازه‌گیری تجربی (با تعیین وزن و سطح)، به ویژه هنگامی که x خیلی کوچک باشد آسانتر از خود x معین می‌شود. توجه شود که در شکل ۲۰۹ محور عرضها بر حسب ρx داده شده است.

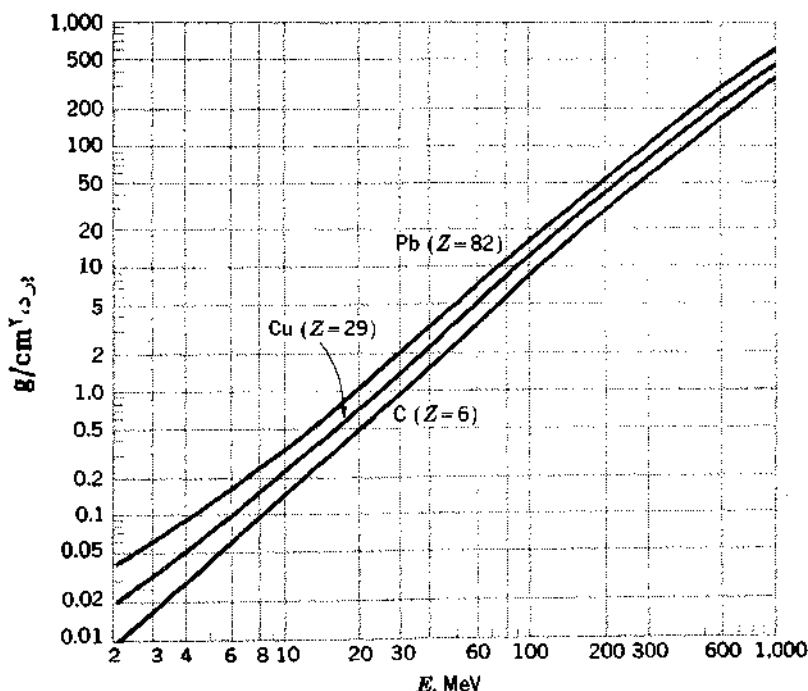
بر ذره باردار $R(E)$ فاصله‌ای است که ذره قبل از اینکه همه انرژی خود را از دست

دهد می‌پساید. که می‌توان آن را با عبارت زیر بیان کرد

$$R(E) = \int_E^{\infty} \frac{dE}{-dE/dx}$$

این انتگرال را می‌توان به آسانی به‌طور عددی، با استفاده از رابطه (۴.۹)، تعیین کرد، و نتایج حاصل به‌صورت منحنیهای به‌طور وسیع در دسترس است. مثالهایی از این منحنیها در شکل ۳.۹ نشان داده شده است.

مهم است که دقت شود فرایند از دست دادن انرژی شامل تعداد زیادی برهم‌کنش است. انرژی متوسط از دست رفته در هر برهم‌کنش چند برابر I است، که معمولاً برابر چند صد الکترون‌ولت می‌شود. بنابراین ذراتی با چند MeV انرژی باید قبل از متوقف شدن، هزارها برهم‌کنش از این نوع انجام دهند. البته انتقال انرژی در هر یک از این برهم‌کنشها، با افت و خیزهای آماری وسیعی همراه است، و آهنگ برهم‌کنشها نیز همراه با تغییرات



شکل ۳.۹ برد پروتون در C، Cu، و Pb. برای اجسام با عدد اتمی دیگر، می‌توان منحنی را برون‌یابی کرد. هرگاه انرژی ذرات را بر M و برد آنها را بر Z^2/M تقسیم کنیم، این منحنیها را می‌توان برای سایر ذرات نیز به‌کار برد.

آماري است. اما، به علت افت و خیزهای آماری، پراکنده‌گیهایی در این بردها دیده می‌شوند که به اندازه کافی بزرگ هستند و در بسیاری از وضعیتهای تجربی حایز اهمیت اند.

۳.۹ آشکارسازهای ذرات باردار حامل انرژی

در نتیجه برهم‌کنش با الکترونهای ماده که در بخش گذشته مورد بحث قرار گرفت، مسیر ذره باردار حامل انرژی در ماده را الکترونهای آزاد و یونهای باردار مثبت (اتمهایی که الکترون ازدست داده‌اند) فرامی‌گیرد. اشاره کردیم که هزاران زوج الکترون-یون که مستقیماً توسط ذره باردار به وجود آمده‌اند در این مسیر حضور دارند. بسیاری از این الکترونها برای ایجاد یونهای دیگری از همان نوع دارای انرژی کافی هستند، و سرانجام به ازای هر 30eV انرژی از دست رفته توسط ذره باردار اولیه، یک زوج الکترون-یون به وجود خواهد آمد. هرگاه این عدد را قبول کنیم (که حدوداً برای گاز صحیح است و مقدار آن به طور قابل ملاحظه‌ای برای اجسام مختلف تغییر می‌کند)، در مسیر یک پروتون سه میلیون الکترون و لتی حدود ۱۵۰۰۰۰۰ الکترون - یون ایجاد می‌شود.

سه روش اساسی برای آشکار کردن ذرات با استفاده از این یونش وجود دارد: (۱) یونش را می‌توان قابل رؤیت کرد، به طوری که رد ذرات را بتوان دید یا عکسبرداری کرد، (۲) هنگامی که این زوج الکترون-یون دوباره ترکیب می‌شوند، نور گسیل شده را می‌توان آشکارسازی و با یک دستگاه حساس به نور اندازه‌گیری کرد، و (۳) با به کار بردن یک میدان الکتریکی می‌توان الکترونها و یونها را جمع‌آوری و از این طریق یک علامت الکتریکی تولید کرد.

آشکارسازهایی که ردهای مری می‌سازند

هرگاه هوا با بخار آب به حالت فوق اشباع درآید قطره‌های آب تشکیل می‌شود، ولی سؤال جانب این است که در کجا؟ چنین معلوم شده است که در آبها قطره‌های آب روی ذرات غبار تشکیل می‌شود، ولی جای مطلوب دیگر برای انجام این تراکم (تشکیل قطره) روی اتمهای یونیده است. این اساس کار اتاقک ابر است. بخار داخل اتاقک را یا با انبساط نساگهانی حجم آب (نظیر اتاقک انبساط) و یا مستقیماً با یک سردکننده (نظیر مسورد اتاقک پخش) به حالت فوق اشباع درمی‌آورند. بخار فوق اشباع شده مانند قطره‌هایی روی یونهایی که در طول مسیر ذره باردار قرار دارند متراکم می‌شوند، که با نوردهی مناسب این قطره‌ها را می‌توان دید یا عکسبرداری کرد.

روش دیگری که از نظر فنی نزدیک به روش بالا است، استفاده از مایع فوق گرم در اتاقک حباب است. مایع فوق گرم می‌جوشد ولی سؤال جانب این است که: حبابها کجا تشکیل خواهند شد؟ هرگاه غبار موجود باشد، حبابها روی ذرات غبار تشکیل خواهند شد، ولی جای مطلوب دیگر روی اتمهای یونیده است. در یک اتاقک حباب، وقتی که به طور

ناگهانی از میزان فشار کاسته می شود، مایع شروع به جوشیدن می کند. حبابها بر روی بونهایی که در مسیر ذرات باردار پراثری قرار دارند، تشکیل می شوند، که آنها را می توان رؤیت یا عکسبرداری کرد. از آنجایی که مایع بسیار متراکمتر از گاز است، شانس برهم کنش ذرات در اتاقک حباب بیشتر از اتاقک ابر است و به همین دلیل اتاقک حباب معمولاً خیلی مفیدتر است.

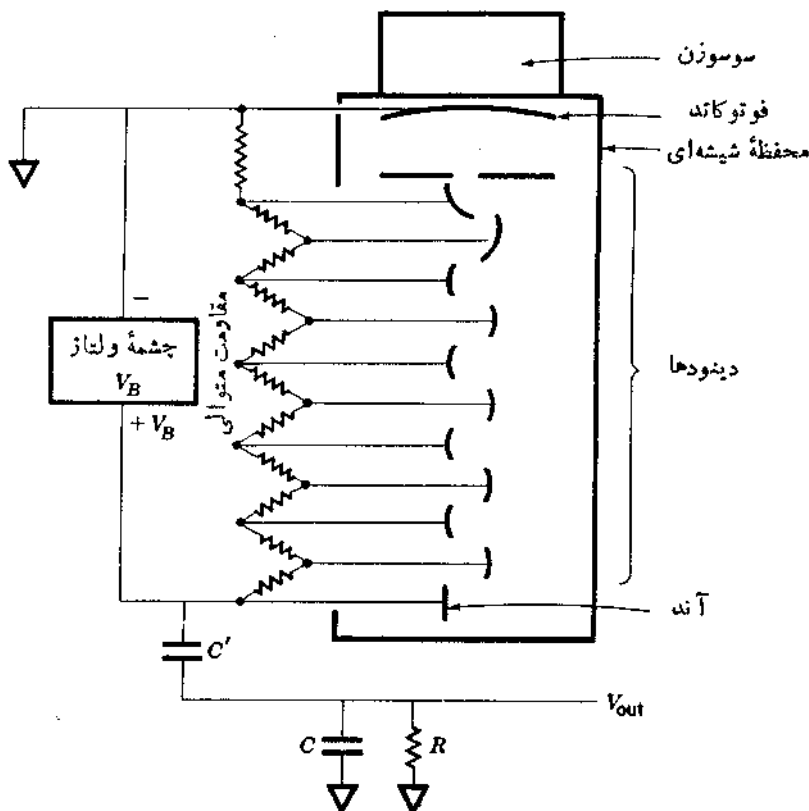
محیط سومی که در آن یونیدگی ذرات را می توان قابل رؤیت کرد، امولسیون عکاسی است. یونش باعث ظهور دانه های هالوژنه تیره می شود (در واقع این اساس عکاسی معمولی است که در آن یونش توسط نور انجام می شود) که از آنجا پس از ظهور فیلم، رد ذرات باردار حامل انرژی توسط دانه های ظاهر شده مشخص می شود که می توان آنها را زیر میکروسکوپ دید.^۱

چهارمین وسیله که در آن رد ذرات را می توان قابل رؤیت کرد، اتاقک جرقه است که شامل تعدادی صفحه فلزی یا سیم موازی است. هنگامی که ولتاژ قوی میان هر جفت از صفحه های مجاور برقرار شود، جرقه هایی بین دو صفحه زده می شود که به احتمال قوی جرقه در همان مسیر حرکت ذره باردار حامل انرژی و در همان محل تولید یونش در گاز ایجاد می شود. بنابراین مسیر ذره باردار توسط یک سری جرقه مشخص می شود، که می توان آن را رؤیت یا عکسبرداری کرد، یا می توان اطلاعات مربوط به وضعیت آنها را تبدیل به کدهای الکتریکی مناسب برای تجزیه و تحلیل کامپیوتری کرد. اتاقکهای جرقه بر روشهای یاد شده مزیت دارند: چون ولتاژ میان صفحه ها یا سیمها را می توان برای مدت بسیار کوتاهی ایجاد کرد (10^{-7} - 10^{-8} s)، فقط وقایعی که همزمان شروع شده اند و بنابراین به احتمال زیاد مربوط به یک واکنش مشخص می شوند، قابل مشاهده اند. در موارد لازم، زمان کاربرد این ولتاژ را می توان به طور دقیق نسبت به وقایعی که در سایر آشکارسازها اتفاق می افتد تعیین کرد.

آشکارسازهای سوسوزن

در یک بلور جسم جامد، برهم کنش میان ذره باردار حامل انرژی و الکترونها باعث کنده شدن الکترون از جایش در شبکه بلور می شود. هنگامی که الکترونی در این تهیجا (جای خالی) می افتد نور گسیل می شود که بعضی از بلورها نسبت به این نور شفاف هستند. بنابراین عبور ذره باردار حامل انرژی در بلور، باعث گسیل نور سوسوزنی یا سوسوزنی نور گسیل شده از بلور، علامت داده می شود. این نور در یک آشکارساز سوسوزن (شکل ۲۰۹) به یک تپ الکتریکی تبدیل می شود. این عمل به این ترتیب اتفاق می افتد که نور به سطحی که برای اثر فوتوالکتریک سطح مقطع بزرگی دارد برخورد می کند. و در این فرایند فوتون تابنده الکترونی از اتم می کند. این سطح فوتون تابنده دستگاهی به نام تکثیر کننده فوتونی است. در این دستگاه الکترونهای

۱. فرایندی که در این مورد تحقق می یابد، در واقع، یونش نیست بلکه برانگیختگی مولکولها به حالت های شبه پایدار است.



شکل ۴.۹ نمودار يك آشكارساز سوسوزن. حفاظ شیشه‌ای پس از تخلیه بسته شده است. مقاومت‌های زنجیره‌ای برای تثبیت گرادیان ولتاژ میان فوتوکاتد و اولین دینود، میان هر جفت ازدینودها، و میان آخرین دینود و آند است. الکترون‌ها میان دینودها در اثر میدان الکتریکی شتاب می‌گیرند. مدار خارجی در متن توضیح داده شده است. چشمه ولتاژ V_B را بساید با يك مقاومت زیاد به طو درمتوالی قرار داد و گرنه با مسئله اتصال کوتاه روبه‌رو می‌شویم.

گسیل شده توسط فوتوکاتد در میدان الکتریکی شتاب می‌گیرند و به طرف دینود رانده می‌شوند. دینود صفحه‌ای است با رویه خاصی که الکترون‌ها به آسانی از آن کنده می‌شوند. هر الکترونی که به دینود می‌رسد، بسته به انرژی که در میدان الکتریکی دریافت می‌کند حدود سه یا چهار الکترون ازدینود می‌کند. سپس الکترون‌هایی که ازدینود گسیل می‌شوند، به طرف دومین دینود شتاب می‌گیرند و هر يك از الکترون‌ها چندین الکترون دیگر از این دینود جدا می‌سازند، و این فرایند چندین بار با تعداد الکترون‌هایی که در دینود سه یا چهار برابر شده‌اند تکرار می‌شود. تکثیرکننده‌های فوتونی موجود ۶ تا ۱۴ مرحله‌ای هستند. الکترون‌های آخرین دینود (بارکل Q) توسط يك صفحه (که آند نامیده می‌شود)

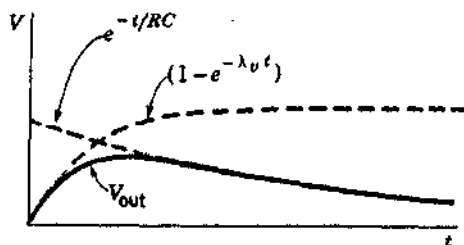
جمع می‌شوند و از آنجا الکترون‌ها به طرف خازن C' جریان پیدا می‌کنند. در نتیجه در خازن C باری برابر بار خازن C' القا می‌شود که در خروجی ایجاد ولتاژ $V_{out} = Q/C$ می‌کند.

فرایند افتادن الکترون‌ها به داخل تهیجا در بلور سوسوزن که یک نوع واپاشی است از رابطه (۹.۸) تبعیت می‌کند. بدین ترتیب، تعداد فوتونهای گسیل شده در نتیجه بار Q از انتگرالگیری آن معادله چنین به دست می‌آید

$$Q(t) \propto \int_0^t \lambda_0 e^{-\lambda_0 t'} dt' \\ \propto 1 - e^{-\lambda_0 t}$$

که λ_0 ثابت واپاشی تهیجا در بلور است. چون Q متناسب با V_{out} است (تپ خروجی به این صورت است)، این تپ دارای زمان صعود $\tau = 1/\lambda_0$ می‌شود. بار خازن C نهایتاً از طریق مقاومت R با ثابت زمانی RC تخلیه می‌شود، بنابراین تپ خروجی همانند شکل ۵.۹ است. خازن C' در شکل ۴.۹ برای خارج کردن ولتاژ dc از خروجی است.

اندازه تپ خروجی متناسب با تعداد الکترونهای گسیل شده از فوتوکاتد است. تعداد این الکترون‌ها هم متناسب با تعداد فوتونهای گسیل شده در فرایند سوسوزنی است. تعداد فوتون‌ها متناسب با تعداد الکترونهای کنده شده از جایگاه شبکه‌ای است که آن هم متناسب با انرژی است که ذره باردار حامل انرژی در بلور از دست می‌دهد. هرگاه ذره در بلور متوقف شود، اندازه تپ الکتریکی ایجاد شده متناسب با انرژی آن است. در اینجا نه تنها روشی برای آشکار کردن ذرات باردار حامل انرژی داریم بلکه انرژی آنها را هم اندازه گیری می‌کنیم. اساساً دو نوع آشکارساز سوسوزن آلی و معدنی وجود دارد. آشکارساز آلی شامل



شکل ۵.۹ شکل تپ مربوط به یک آشکارساز سوسوزن (ولتاژ خروجی بر حسب زمان). تپ واقعی که با منحنی پرنک نشان داده شده حاصل ضرب دو منحنی خط چین است.

۱. زمان صعود یک تپ معمولاً عبارت از زمانی است که تپ از ۱۰ درصد به ۹۰ درصد مقدار نهایی خود می‌رسد. ما فقط به تقریب به این تعریف پایبند خواهیم بود.

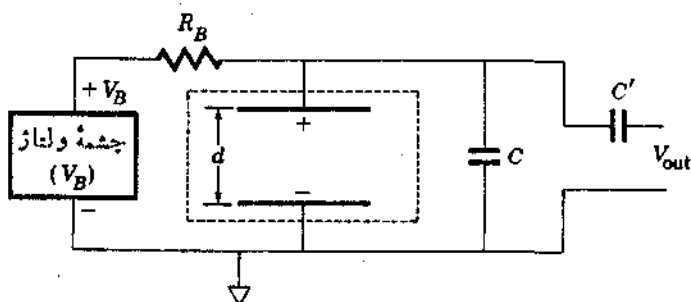
ترکیبهای مختلف است (نظیر استیل بن، پی - ترفنیل) که به صورت بلور، محلولهای مایع، یا پلاستیکهای آمیخته با سوسوزنها در دسترس اند. این آشکارسازها دارای مزیت λ_p بزرگ هستند که باعث ایجاد زمانهای صعود سریع برای تپهای خروجی می شوند (به طور نمونه 3×10^{-9} s). ولی متأسفانه رابطه بین نورخروجی آنها و انرژی ازدست رفته توسط ذره باردار غیر خطی است. این اشکال در اغلب سوسوزنهای معدنی پیدا نمی شود. از جمله بلور NaI(Tl) نمونه‌ای است که بیش از همه به کار می رود. این گونه سوسوزنها همچنین از مزیت دارا بودن عناصر با عدد اتمی بالا که برای آشکارسازی پرتوهای گاما بیشترین بهره را دارد، برخوردار است. نقطه ضعف اصلی آنها کوچک بودن λ_p است که باعث کندی زمان صعود در تپ خروجی می شود (زمان صعود برای NaI(Tl) برابر 250 ns و برای بقیه طولانیتر است). در اغلب موارد، از NaI(Tl) برای پرتوهای گاما و از سوسوزنهای پلاستیکی برای نوترون استفاده می کنند.

آشکارسازهای بارجمع کن

آشکارسازهایی که در آنها میدان الکتریکی برای جمع آوری بار به کار می رود عموماً از دو نوع گازی و نیم رسانا هستند. در آشکارسازهای گازی، ذره باردار حامل انرژی در گازی که ناحیه میان دو الکترود فلزی را پر کرده است، تولید زوج الکترون - یون می کند (بین دو الکترود ولتاژی برقرار است). میدان الکتریکی که از برقراری ولتاژ حاصل می شود، نیرویی بر الکترونها و یونها اعمال می کند و به ترتیب آنها را در جهت الکترودهای مثبت و منفی به حرکت درمی آورد. حرکت آنها را می توان به صورت حرکت سوقی توجیه کرد زیرا که این حرکت در اثر برخورد های زیاد با مولکولهای گاز به طور پی در پی قطع می شود. در این برخوردها الکترونها و یونها بیشتر سرعتهای خود را از دست می دهند. میانگین سرعت سوق v با شدت میدان الکتریکی، نوع گاز، و فشار آن تغییر می کند ولی معمولاً حدود 10^6 cm/s است.

تشکیل تپ خروجی را در آشکارساز با شکل هندسی صفحات موازی (این نوع آشکارساز ساز اتاقک پوشش نامیده می شود) می توان به کمک شکل ۹.۴ درک کرد، که در آن خود آشکارساز با خط چین نموده شده است. ولتاژ بین دو صفحه از ولتاژ منبع V_B که از مقاومت بزرگ R_B می گذرد گرفته شده است. شدت میدان الکتریکی V_B/d است. در حالت پایا، خازن دارای بار $Q = CV_B$ است. هنگامی که الکترونها به طرف قطب مثبت آشکارساز کشانده می شوند، در آن صفحه بار القاء می شود. به علت بزرگ بودن R_B ، بار بسیار کمی در واحد زمان می تواند از طرف V_B جریان پیدا کند. بنا بر این این بار لحظه‌ای فقط می تواند از طرف خازن C جریان یابد. به محض اینکه بار آن کاهش می یابد، ولتاژ دوسر آن و در

۱. NaI(Tl) سدیم یدید با مقدار کمی تالیم است که نور را جذب می کند و سپس نوری با طول موج بلندتر گسیل می دهد که بدین ترتیب، از جذب آن در NaI جلوگیری می شود.



شکل ۶.۹ نمودار اتاقک یونش یا آشکارساز نیمرسانا. آشکارساز در قسمت خطچین محصور شده است و بقیه، مدار خارجی است که در متن توضیح داده شده است. در یک اتاقک یونش، ناحیه میان الکترودهای مثبت و منفی با گاز پر شده است. در آشکارساز نیمرسانا این ناحیه یک ناحیه تهی با پیش ولت معکوس در پیوندگاه $p-n$ است.

نتیجه ولتاژ خروجی به اندازه dV تغییر می کند. از نظر کمی مسئله را می توان با اصل پایستگی انرژی بررسی کرد. میزان انرژی که به الکترودهای سوق یافته داده می شود عبارت است از حاصلضرب نیروی وارد بر آنها در سرعت آنها

$$\frac{dW}{dt} = N_e e \frac{V_B}{d} v_d$$

که N_e تعداد الکترونها و e بار آنهاست؛ این انرژی باید از انرژی ذخیره شده در خازن حاصل شود، در این صورت داریم

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} CV^2 \right) = CV \frac{dV}{dt} \approx CV_B \frac{dV}{dt}$$

V ولتاژ دوسر خازن است که تفاوت چندان زیادی با V_B ندارد. با برابر قرار دادن این دو مقدار داریم

$$\frac{dV}{dt} = \frac{N_e e v_d}{dC} \quad (5.9)$$

اگر زوجهای الکترون - یون در فاصله x از صفحه مثبت به وجود آیند، رابطه (۵.۹) به مدت x/v_d برقرار است، که از آنجا کل تغییر در ولتاژ خروجی به علت حرکت الکترونها، ΔV_e عبارت است از

$$\Delta V_e = \frac{N_e e x}{C d}$$

زمان کل لازم برای اینکه تپ مربوط به الکترون‌ها به بیشینه خود برسد t_R درست برابر با زمانی است که لازم است الکترون‌ها جمع شوند

$$t_R = \frac{x}{v_d} \simeq \frac{d}{2v_d} \quad (6.9)$$

که جمله آخر یک میانگین تقریبی را نشان می‌دهد. برای یک اتاقک معمولی، $d \simeq 4 \text{ cm}$ ، $v_d \simeq 10^7 \text{ cm/s}$ است که در این صورت $t_R \simeq 2 \times 10^{-7} \text{ s} = 200 \text{ ns}$ می‌شود. بررسی مشابهی برای یونهای مثبتی که با سرعت بسیار آهسته‌تر v_d' در طول فاصله $d - x$ گشاده می‌شوند، تغییر ولتاژ کل مربوط به حرکت یونها، ΔV_i را چنین می‌دهد

$$\Delta V_i = \frac{N_i e}{C} \frac{d-x}{d}$$

که از آنجا تغییر کل در ولتاژ: $\Delta V = \Delta V_e + \Delta V_i$ برابر است با

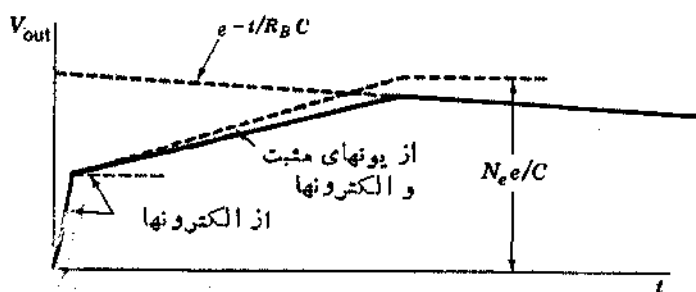
$$\Delta V = \frac{N_e e}{C} = V_{\text{out}} \quad (7.9)$$

خازن C' از رسیدن مؤلفه مستقیم ولتاژ به خروجی جلوگیری می‌کند. بنابراین $\Delta V = V_{\text{out}}$ همان ولتاژ خروجی است.

سرانجام، بار اولیه CV_B ، از طریق جریان بار از V_B که با ثابت زمانی $R_B C$ از R_B می‌گذرد، برای خازن ترمیم می‌شود. هرگاه R_B طوری انتخاب شود که ثابت زمانی $R_B C$ از زمان t_R برای یونهای مثبت طولانیتر باشد، چندان اثری بر صعود تپ نمی‌گذارد و تپ به گونه‌ای است که در شکل ۷.۹ نشان داده شده است.^۱

باید دقت شود که از رابطه (۷.۹) بزرگترین اندازه تپ به ازای حداقل مقدار خازن C به دست می‌آید. در نتیجه هیچ خازن حقیقی به کار نمی‌رود و خازن C شامل ظرفیت میان صفحات آشکارساز و ظرفیت جنبی سیم کشی است. در موارد معمولی، این ظرفیت را می‌توان $25 \times 10^{-12} \text{ F}$ تقبیل داد، بنابراین تخمین قبلی برای افت 3 NeV انرژی توسط ذره بسازداد حاصل انرژی، داریم $N_e \simeq 10^5$ و با توجه به ثابت شناخته شده $C = 10^{-11} \text{ F}$ ، از رابطه (۷.۹) حاصل می‌شود $V_{\text{out}} \simeq 10^{-2} \text{ V}$. چون این ولتاژ یک

۱. چون v_d' بسیار آهسته است، غالباً R_B طوری انتخاب می‌شود که $R_B C$ برای یونهای مثبت کوتاهتر از t_R باشد. در این صورت تپ با سرعتی بیشتر از شکل ۷.۹ کاهش می‌یابد و بیشینه آن هرگز بیشتر از تپی که مربوط به سوق الکترون‌هاست نمی‌شود. این امر منجر به پیچیده‌گیهای دیگری می‌شود، ولی در اینجا به دنبال آنها نخواهیم رفت، چون از اتاقکهای یونش‌گازی، دیگر به‌طور وسیعی استفاده نمی‌شود، در این بخش آنها را به‌طور جامع مورد بحث قرار دادیم تا اصولاً شرح سایر آشکارسازها ساده شود.



شکل ۷.۹ شکل تب يك اتاقك یونش. تب حقیقی که بامنحنی خط پر نشان داده شده، عبارت است از حاصلضرب منحنی کساهش خطچین در منحنی خطچینی که باعدوان داز یونهای مثبت و الکترونها، نشانه گذاری شده است. در يك آشکارساز نیم رسانا، صعود قسمت دوم منحنی (مربوط به جمع شدن حفره) بسیار سریعتر است.

تب نسبتاً کوچک است، قبل از اینکه این تب برای منظوری به کار رود، تقویت زیادی برای آن لازم است.

در حالی که شکل هندسی صفحات موازی اتاقک یونش مزایایی دارد، تپهای با ارتفاع بزرگتر را نیز می توان با استفاده از شکل هندسی استوانه های هم محور که در آن استوانه داخلی دارای قطر بسیار کوچکی است، به دست آورد. در عمل این استوانه يك سیم نازک است. در این شکل هندسی، میدان الکتریکی در نزدیک سیم بسیار قوی است به طوری که الکترونها در این ناحیه می توانند در فاصله میان برخورد ها، با برهم کنشی که در بخش ۲.۹ بحث شد، انرژی کافی برای ایجاد یونش بیشتر به دست آورند. بنابراین در تعداد زوجهای الکترون- یون تکثیری با سازه M به دست می آید. در این صورت اندازه تب در رابطه (۷.۹) در این سازه ضرب می شود؛ M می تواند به بزرگی ۱۰۰۰ یا بیشتر باشد. این نوع آشکارساز را شمارگر تناسبی می نامند. اندازه تب چه در شمارگر تناسبی و چه در اتاقک یونش متناسب با N_e است، که خود متناسب با انرژی اذیت رفته توسط ذره باردار حامل انرژی است، بنابراین می توان اندازه تپها را برای اندازه گیریهای انرژی به کار برد.

شمارگر گایگر همان شکل هندسی شمارگر تناسبی را دارد، ولی با افزایش ولتاژ، میدان الکتریکی در نزدیک سیم به حدی زیاد می شود که حتی الکترونها داخلی اتمهای گاز نیز در برخورد ها برانگیخته می شوند. هنگامی که الکترونها به مدارهای خالی می افتند، تابش گسیل شده (نور فربانفش) به اندازه کافی انرژی دارد که در سایر اتمهای گاز ایجاد یونش کند، از جمله در اتمهایی که از جایگاه اولیه دور تر هستند. بنابراین تخلیه بار، در تمام حجم اتاقک گسترش می یابد، و تنها زمانی متوقف می شود که تعداد یونهای مثبت به حدی زیاد شوند که میدان الکتریکی شدیداً کاهش یابد. چون یونش بسیار زیاد است و در نتیجه

آن تعداد زیادی الکترون جمع‌آوری می‌شود، تب خروجی بسیار بزرگ است. اندازه تب تنها با عمل فرونشانی محدود می‌شود و بنابراین مستقل از تعداد زوج الکترون - یون ایجاد شده توسط ذره باردار حامل انرژی است که خود ایجادکننده تب بوده است. بنابراین شمارگر گایگر برای اندازه‌گیریهای انرژی سودمند نیست. ازسوی دیگر به علت بزرگی تبها، نیاز به داشتن دستگاههای تقویت‌کننده گرانقیمت را کاهش می‌دهد. قیمت یک دستگاه شمارگر گایگر به مراتب کمتر از قیمت اغلب آشکارسازهای دیگر است.

شمارگر گایگر اولین آشکارساز تکامل یافته‌ای بود که رسیدن یک ذره به آن منجر به خروج یک تب الکتریکی می‌شود، و چون این تبها برای همه ذرات یکی هستند در مرحله اول برای شمارش تعداد ذراتی که به آشکارساز می‌رسند سودمند است. این وسیله توسط گایگر ساخته شد، لذا آن را شمارگر گایگر می‌نامند. هنگامی که آشکارسازهای دیگر تکامل یافت گرچه عمدتاً برای اندازه‌گیریهای انرژی به کار می‌روند ولی هنوز اغلب آنها را شمارگر می‌نامند. در نتیجه غالباً می‌شنویم که از شمارگرهای سوسوزن و حالت جامد نام می‌برند که به ترتیب منظور همان آشکارسازهای سوسوزن و نیم رساناست.

متداولترین نوع آشکارسازهای بار جمع‌کن، آشکارساز نیم رساناست، که عموماً آشکارساز حالت جامد نامیده می‌شود. این آشکارساز از یک پیوند $p-n$ میان سیلیسیم یا ژرمانیم نوع p و نوع n تشکیل می‌شود. وقتی که پیش ولت معکوس برقرار می‌شود، یعنی ولتاژی در خلاف جهت رسانش دیود اعمال می‌شود، ناحیه‌ای تهی از حاملهای بساردار پیوندگاه به وجود می‌آید. روشهایی برای گسترش ناحیه تهی تا سطح آشکارساز و حتی تمام بلور تکامل یافته است. هنگامی که ذره باردار حامل انرژی در طول ناحیه تهی حرکت می‌کند، در نتیجه بهم کشش آن با الکترونهای داخل بلور، مسیرش با زوجهای الکترون - حفره مفروش می‌شود. در حقیقت، چنین معلوم شده است که در Si به 3×10^5 eV (در Ge این مقدار 2.8×10^5 است) افت انرژی توسط ذره باردار حامل انرژی، یک زوج الکترون - حفره به وجود می‌آید. الکترونها و حفرهها جمع می‌شوند و تبی به همان گونه که در اتاقک یونش با صفحات موازی به وجود می‌آید، ایجاد می‌کنند و در این صورت شکل ۶.۹ را در این حالت نیز می‌توان به کار برد. به هر حال، تفاوت کمی قابل ملاحظه‌ای در شکل تبها نسبت به آنچه در شکل ۷.۹ دیده می‌شود وجود دارد. سرعت سوق در نیم رساناها برابر است با

$$v_d \cong \mu \frac{V_B}{d} \quad (8.9)$$

μ ضریب تحرک است، که در Si در دمای عادی برای الکترونها و حفرهها به ترتیب حدود 1350 و $480 \text{ cm}^2/\text{V-s}$ است. چون تحرک آنها خیلی متفاوت نیست، الکترونها و حفرهها هر دو همیشه جمع می‌شوند. بنابراین رابطه (۷.۹) بسا ارزش است و در نتیجه

۱. میدان الکتریکی در آشکارساز نیم رسانا یکنواخت نیست، ولی این پیچیدگی نسبتاً جزئی است که در اینجا از آن صرف نظر می‌کنیم.

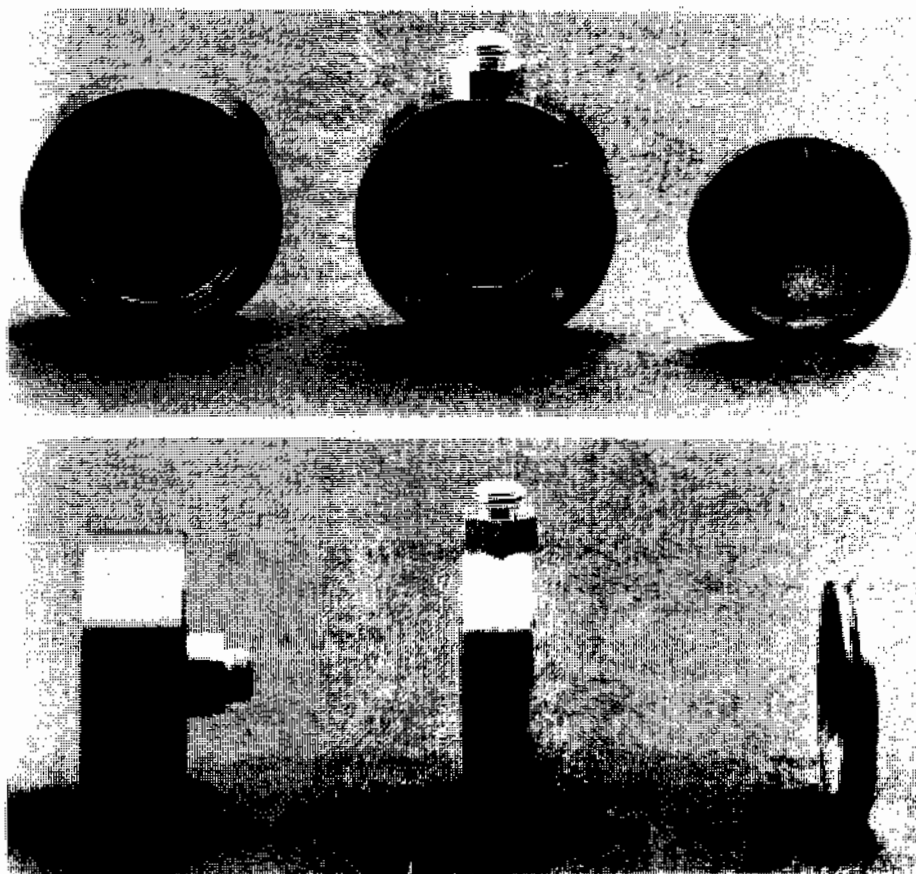
ارتفاع تب، را برای اندازه‌گیریهای انرژی می‌توان به‌کار برد. از رابطه (۷.۹) می‌توان حساب کرد که ارتفاع تب ایجاد شده توسط ذراتی با انرژی چند MeV برابر چند میلی‌ولت است. معمولاً $V_B/d = 5000 \text{ V/cm}$ است لذا بنا بر رابطه (۸.۹) در جمع کردن حفره‌های کندتر داریم $v \approx 2.2 \times 10^6 \text{ cm/s}$. برای ضخامت معمولی حدود 0.5 cm طبق رابطه (۶.۹) خواهیم داشت $t_R \approx 20 \text{ ns}$. صعود اولیه مربوط به جمع شدن الکترون‌ها سریعتر است چون تحرک الکترون‌ها بیشتر است.

حجم آشکارسازهای نیم‌رسانا می‌تواند از حجم آشکارسازهای گازی، بسیار کوچکتر باشد. زیرا برد ذرات آشکارشدنی چندین مرتبه در جرمات کوچک‌تر از گازهاست. این آشکارسازها از آشکارساز سوسوزن که به‌تکثیرکننده فوئونی و مقاومتهای زنجیره‌ای نسبتاً بزرگ (شکل ۴.۹) نیازمندند، کوچکترند. چند آشکارساز نیم‌رسانای سیلیسیم معمولی در شکل ۸.۹ نشان داده شده است. ذراتی که باید آشکار شوند در عکس بالا از جلو در عکس پایین از سمت چپ وارد می‌شوند. مساحت ورقه سیلیسیم که به‌عنوان آشکارساز به‌کار می‌رود معمولاً از 25 تا 1000 mm^2 است و ضخامت آن از چند میلی‌متر تجاوز نمی‌کند. آشکارسازهای ژرمانیم که Ge(Li) (با تلفظ «جلی») نام‌گذاری شده‌اند و به‌علت سوق یونهای Li، تا حد زیادی ناحیه تهی در آنها گسترش یافته است. چون برای آشکارسازی پروتوگاما به‌کار می‌روند معمولاً بسیار بزرگتر (40 cm^3 و بیشتر) ساخته می‌شدند (بخش ۶.۹). از آنجایی که این آشکارسازها را برای جلوگیری از خراب شدن دائماً باید در دمای ازلت مایع نگه داشت، استفاده از آنها همیشه مستلزم دستگاه بزرگی است که شامل مخزن ازلت مایع نیز می‌شود.

۴.۹ اندازه‌گیریهای انرژی و شناسایی ذرات باردار حامل انرژی

در بخش گذشته در بحث از چند آشکارساز نشان داده شد که اندازه تب الکتریکی متناسب با افت انرژی ذره باردار آشکار شده است. هرگاه اندازه آشکارساز برای متوقف ساختن ذره کافی باشد، اندازه‌گیری ارتفاع تب می‌تواند برای تعیین انرژی ذره به‌کار رود. با توجه به شکل ۳.۹ می‌بینیم که ضخامت آشکارساز برای متوقف ساختن پروتون‌های با انرژی چند MeV باید حدود 1 mm از جسم جامد یا حدود 1 m از گاز باشد. بنابراین عموماً باید آشکارسازهای جامد نظیر سوسوزن یا نیم‌رسانا به‌کار روند. این موضوع همچنین برای همه الکترون‌ها و پادمیون‌ها، بجز انرژیهای خیلی پایین، صادق است. شمارگرهای گازی تنها می‌توانند برای اندازه‌گیری انرژی ذرات با برد کوتاه به‌کار روند.

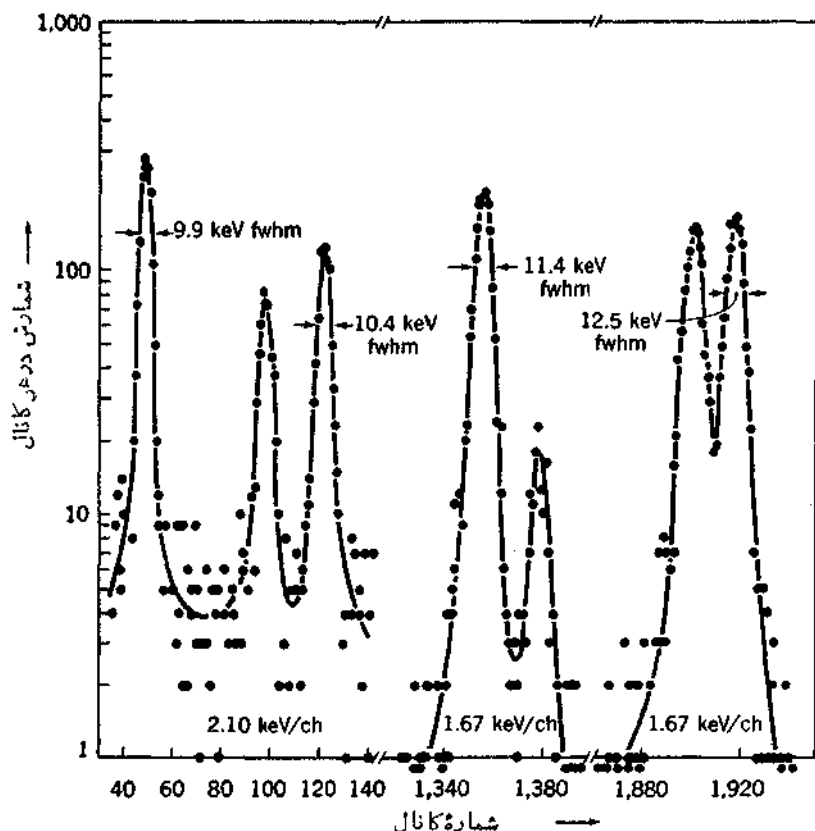
در یک سیستم معمولی، تپهای خروجی نظیر تپهای شکل ۵.۹ یا ۷.۹ با استفاده از روشهای الکترونیکی استاندارد، از طریق کوتاه کردن طول آنها تقویت، و شکل داده می‌شوند. ارتفاع آنها، یعنی ولتاژ قله آنها، توسط مبدل قیاسی به رقمی (ADC) تغییر می‌یابد. این وسیله ولتاژی را که با زمان به‌طور خطی افزایش می‌یابد ایجاد می‌کند تا به ارتفاع تب برسد. تعداد چرخه‌هایی که یک نوسانگر الکترونیکی کمکی در طول صعود این



شکل ۸۰۹ دورنما از چند نمونه آشکارساز نیم رسانای سیلیسیم طرح شده. معمولاً قطر این نیم رساناها حدود ۲۵۴cm است.

ولتاژ می‌پیماید شمارش می‌شود، و نتیجه این شمارش کل به صورت عددی است که اندازه آن متناسب با ارتفاع تپ است. هنگامی که ارتفاع تپ رقمی شد، می‌توان آن را با روشهای مختلف کامپیوتری مورد محاسبه قرار داد. مکانی در حافظه مغناطیسی برای هر ارتفاع تپ رقمی ذخیره شده است و پس از آنکه هر تپ در (ADC) رقمی شد، عددی که در مکان حافظه مربوطه وجود دارد به اندازه یک واحد افزایش می‌یابد. بنابراین شمارهای که در هر مکان حافظه وجود دارد، تعداد تپهای مربوط به آن ارتفاع را نشان می‌دهد که

درست برابر با تعداد ذرات باردار اولیه در آن انرژی است. این اعداد را می‌توان با وسایل مختلف خروجی کامپیوتر نظیر چاپ، رسم یا نمایش روی صفحه نوسان‌نما (اسیلوسکوپ) باز یافت و یا برای پردازش بیشتر به روی نوار مغناطیسی یا نوار پانچ شده منتقل کرد. این اعداد، توزیع انرژی ذرات آشکار شده را به دست می‌دهند که مثالی از آن را در شکل ۹.۹ آورده ایم. دستگاه پیچیده‌ای که تمام اعمال شرح داده شده در این بخش را انجام می‌دهد، آنالیزور چندکانالی ارتفاع قپ نامیده می‌شود که حداقل یکی از این دستگاه‌ها در هر آزمایشگاه فیزیک هسته‌ای وجود دارد. یکی از مهمترین ویژگیهای هر دستگاه اندازه‌گیری، قدرت تفکیک انرژی، ΔE ، آن است که می‌توان آن را به صورت پهنای نیم - بیشینه در قله حاصل از تعدادی ذره بسا انرژی یکسان تعریف کرد. اهمیت آن را می‌توان در شکل ۹.۹ مشاهده کرد. هرگاه قدرت تفکیک ضعیف باشد، قله‌های منفرد از هم جدا نخواهند شد و اطلاعات از دست می‌رود. وقتی که انرژی از طریق ارتفاع تنها اندازه‌گیری می‌شود، مقدار واقعی اندازه‌گیری شده



شکل ۹.۹ طیف انرژی پروتون در واکنش $^{27}\text{Al}(d,p)$ که با آشکارساز نیم رسانای سیلیسیم اندازه‌گیری شده است. در اینجا انرژی پروتون‌ها از ۸۹ MeV تا ۱۲۳ MeV تغییر می‌کند.

N_e است و همان گونه که در بخش ۲.۹ اشاره شد این مقدار در فرایند ازدست رفتن انرژی مواجه با افت و خیزهای آماری می‌شود.

این افت و خیزها نظیر افت و خیزهایی است که در بازی ورق با آن برخورد می‌کنیم. هر گاه یک ورق از دسته ورق بیرون کشیده شود احتمال اینکه ورق آس باشد $1/13$ است. بنابراین اگر ۱۳۰۰ بار (هر بار پس از برخوردن ورقها) ورق از دسته ورقها بیرون کشیده شود، محتملترین تعداد آسهای که کشیده می‌شود ۱۰۰ است، و از نظریه آماری انحراف معیار این عمل ریشه دوم محتملترین عدد یا ۱۰ است. اگر ۱۳۰۰ بار ورق کشیدن چندین دفعه تکرار شود و کثرت به دست آمدن تعداد آسها بر حسب دفعات رسم شود، یک توزیع گاوسی به دست می‌آید که مرکز آن در ۱۰۰ و پهنای قله در نیم - بیشینه برابر ۲.۳ انحراف معیار است. در این حالت، این عدد ۲.۳ است، بنابراین منحنی در نقاط ۸۸.۵ و ۱۱۱.۵ ارتفاعی معادل نیم - بیشینه خواهد داشت. این عمل تا آنجا قابل قبول است که احتمال هر حادثه مجزا، مانند کشیدن یک ورق، بسیار کمتر از واحد باشد.

در مسئله اخیر هم احتمال کنده شدن الکترون در اثر عبور ذره باردار بسیار کوچکتر از واحد است، بنابراین روش بالا مورد قبول است. هر گاه محتملترین تعداد الکترونها که کنده می‌شوند برابر N_e باشد، ΔN_e پهنای توزیع مقادیر N_e برای موارد بسیار زیاد برابر $\sqrt{N_e}$ است. چون اندازه گیری انرژی متناسب با N_e است، برای قدرت تفکیک نسبی انرژی چنین به دست می‌آید

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta N_e}{N_e} = \frac{2.3}{\sqrt{N_e}}$$

در مطلوبترین سیستم سوسون، به ازای هر ۱۱۰ eV انرژی ازدست رفته، یک فوتوالکترون در فوتوکاتد ایجاد می‌شود. در بخش ۳.۹ دریافتیم که در شمارگرهای گازی و آشکارسازهای نیم رسانای سیلیسیم به ازای هر الکترونی که آزاد می‌شود، به ترتیب ۳۰ eV و ۳۵ eV انرژی ازدست می‌رود. بر این اساس برای ذره‌ای با انرژی ۵ MeV می‌توان انتظار داشت که

$$\frac{\Delta E}{E} = \begin{cases} \frac{2.3}{(\frac{5 \times 10^6}{110})^{1/2}} = 1.1\% & \text{سوسون} \\ \frac{2.3}{(\frac{5 \times 10^6}{30})^{1/2}} = 0.58\% & \text{شمارگر گازی} \\ \frac{2.3}{(\frac{5 \times 10^6}{35})^{1/2}} = 0.19\% & \text{نیم رسانا} \end{cases}$$

۱. به دلایل ناشناخته قدرت تفکیک انرژی سوسونها حداقل به اندازه ضریب ۲ از آنچه این محاسبه به دست می‌دهد کمتر است. روش آماری ما بسیار عمیق نبود. در واقع قدرت تفکیک می‌تواند از آنچه در اینجا داده شده بهتر باشد.

از این محاسبه مشاهده می‌کنیم که آشکارسازهای نیمرسانا امتیاز بسیار برجسته‌ای بر سایر انواع آن دارند، و به این دلیل شمار گره‌های گازی به‌ندرت برای اندازه‌گیریهای انرژی به‌کار می‌روند. از سوی دیگر، سوسوزنها بیش از ده بار از آشکارسازهای نیمرسانا ارزانترند و در مقایسه با آشکارسازهای نیمرسانا چندان ظریف نیستند و در اندازه‌های بسیار بزرگتر نیز در دسترس‌اند. این آشکارسازها در مواردی که قدرت تفکیک زیاد، چندان حیاتی نیست کاربرد زیادی پیدا می‌کنند. نمونه‌ای از اختلاف قدرت تفکیک انرژی در سوسوزن و آشکارساز نیمرسانا را می‌توان در شکل ۱۵.۹ مشاهده کرد.

در جایی که قدرت تفکیک زیاد مورد نظر است، بهترین روش، اندازه‌گیری انحراف ذرات در میدان مغناطیسی است. ρ شعاع انحنای يك ذره با بار ze ، جسم M ، تکانه p ، و انرژی جنبشی E در میدانی به شدت B چنین است

$$\rho = \frac{p}{zeB} = \frac{V \sqrt{2ME}}{zeB} \quad (9.9)$$

در عبارت دوم از تصحیح‌های نسبیتی چشمپوشی شده است. طرح‌های بسیاری برای شکل میدان مغناطیسی وجود دارد (بخش ۵.۹) که ذرات را در مکانی که تابعی از p است کانونی می‌کند، لذا اندازه‌گیری p فقط مستلزم اندازه‌گیری مکان می‌شود. هر يك از آشکارسازهایی که در بخش ۳.۹ مورد بحث قرار گرفت، برای این منظور می‌تواند به‌کار رود. ولی اگر ذرات با برد وسیع مقادیر p در يك آزمایش آشکارسازی شوند، کارایی بیشتر می‌شود و در عین حال اطلاعات مربوط به مکان آنها هم حفظ می‌شود. یکی از روش‌هایی که بسیار به‌کار می‌رود قرار دادن يك صفحه فیلم عکاسی در صفحه کانونی دستگاه است و پس از آنکه این صفحه به مدت مناسب در معرض ذرات قرار گرفت، آن را ظاهر می‌کنند و رد مسیرهای مختلف روی آن شمارش می‌شود. مثالی از داده‌های به‌دست آمده از این روش را می‌توان در شکل ۴.۱۴ مشاهده کرد. چندین روش آشکارسازی دیگر نیز وجود دارد.

به‌طور کلی دانستن هویت ذرات آشکار شدنی مهم است. در جایی که از خواص مغناطیسی استفاده می‌شود، اغلب این روش ساده است: p مربوط به الکترون‌ها بسیار کوچکتر از p مربوط به ذرات دیگر است و احتمال اشتباه وجود ندارد. برای پروتون‌ها، يك صفحه جاذب (که انرژی ذرات باردار را پاكش می‌دهد و یا آنها را متوقف می‌سازد) مقابل آشکارساز قرار می‌دهند تا بتواند تمام ذرات دیگر با همان p را جذب کند و همین‌طور الی آخر. هنگامی که دو یا چند ذره با p یکسان حضور داشته باشند، اندازه‌گیری تقریبی انرژی آنها با يك آشکارساز اطلاعات لازم را می‌تواند به‌دست دهد.

هنگامی که انرژی ذره به وسیله ارتفاع آب‌معین می‌شود، شناسایی ذره يك مسئله متداول در مطالعه واکنشهای هسته‌ای است. به عنوان مثال در مطالعه پروتون، واکنشهای (d, p) ، منجر به اطلاعات نشان داده شده در شکل (۹.۹) می‌شود: دوترون از واکنشهای (d, d') ، تریتون از واکنشهای (d, t) ، و ذرات آلفا از واکنشهای (d, α) همزمان گسیل می‌شوند. در اینجا شناسایی ذره با به‌کار گرفتن آشکارساز نازکی (به ضخامت t_1) در جلو آشکارساز

ضعیفی به دست می‌آید. ذره انرژی ϵ_1 ($-dE/dx$) را در آشکارساز نازک و بقیه را در آشکارساز ضخیم از دست می‌دهد. ارتفاع تپ از آشکارساز نازک متناسب با $-dE/dx$ است و با جمع کردن خروجیهای دو آشکارساز، تپی متناسب با ارتفاع E به دست می‌آید. چندین روش برای ترکیب کردن تپهای خروجی به منظور شناسایی ذرات به کار گرفته شده است. یکی از این روشها را می‌توان با ضرب $M(1/2)$ در صورت و مخرج رابطه (۴.۹) و چشمپوشی از تغییرات نسبتاً جزئی جمله لگاریتمی درک کرد

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{Mz^2}{E}$$

بنابراین تکثیر الکترونی تپها، که در ارتفاع متناسب با $-dE/dx$ و E هستند تپی به دست می‌دهد که در ارتفاع متناسب با Mz^2 است که برای ذرات پروتون، دوترون، تریتون، و آلفا به ترتیب برابر ۳، ۴، ۱۶ می‌شود. در اغلب تحلیلگرهای چندکانالی تدارکاتی تعبیه شده است که اطلاعات رقمی شده انرژی را همان گونه که در اوایل این بخش گفته شد به قسمتهای مختلف حافظه می‌فرستد. این عمل همان طور که بدان اشاره شد توسط یک علامت همراه انجام می‌شود. این علامت همراه می‌تواند خود تپ تولیدی باشد که متناسب با Mz^2 است، و لذا طیف انرژی ذرات مختلف می‌توانند همزمان اندازه گیری شوند.

در اتاقک ابر و اتاقک حباب، شناسایی ذره و اندازه گیریهای انرژی را می‌توان با به کار گرفتن یک میدان مغناطیسی انجام داد. در اثر میدان، مسیر ذرات انحنای پیدا می‌کند و برای به دست آورد ME/z^2 کمیت p را می‌توان اندازه گیری کرد. تعداد قطره‌های آب (در اتاقک ابر) یا تعداد حبابها (در اتاقک حباب) در طول مسیر ذره متناسب با $-dE/dx$ است، و در این صورت از رابطه (۴.۹) می‌توان ME/z^2 را تعیین کرد. حاصلضرب این دو قسمت از اطلاعات، M را به دست می‌دهد که معمولاً برای مشخص شدن ذرات کسافی است.

۵.۹ دستگاههای مغناطیسی

در بسیاری از وضعیتهای تجربی سودمند است که برای اندازه گیری جرم، سرعت، و بار الکتریکی ذرات، آنها را منحرف یا قانونی کنیم. به طور کلی، این اندازه گیریها مستلزم به کار بردن نیرو است، و نیروهایی که براحتی می‌توان بر ذرات بسازد و وارد کرد از طریق میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی است، که با قانون نیروی لورنتس نشان داده می‌شود

$$\mathbf{F} = e[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})]$$

$\mathbf{F}$ نیرو، e میدان الکتریکی و $\mathbf{B}$ میدان مغناطیسی است. شدت میدانهایی را که بسادگی می‌توان به دست آورد عبارت است از $E \approx 3 \times 10^6 \text{ V/m}$ $B \approx 2 \text{ Wb/m}^2$ ؛ نسبت نیروهای مغناطیسی به الکتریکی در این میدانها حدود $250v/c$ است. برای پروتونهای

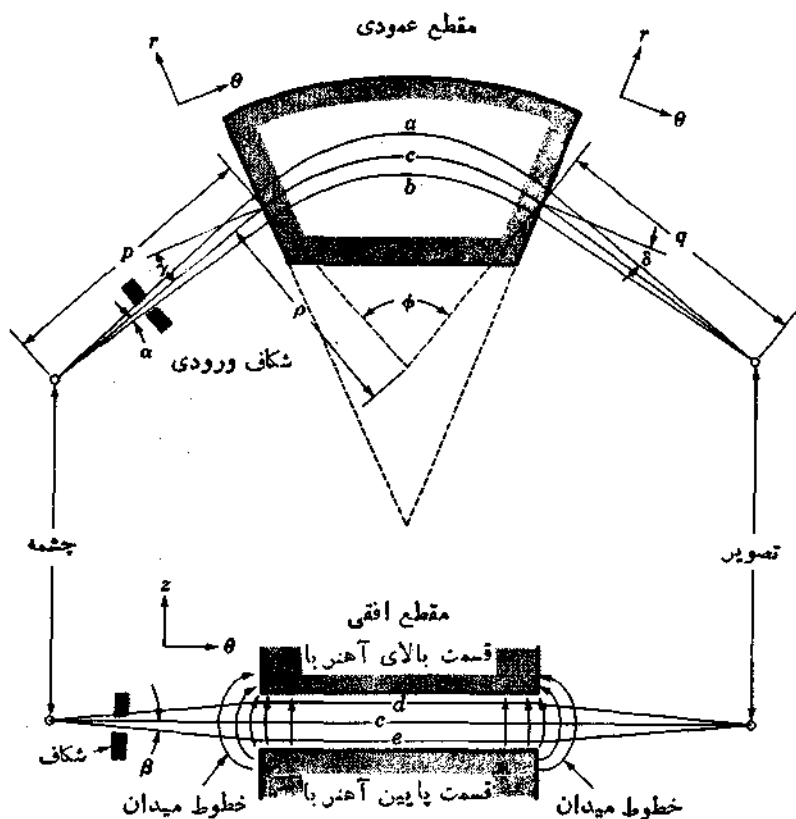
با انرژی $MeV 0.1$ این نسبت برابر واحد است، که از آنجا برای ذراتی که در گستره انرژی از مرتبه MeV قرار دارند به کار گرفتن یک نیروی معین از طریق میدان مغناطیسی سهلتر از میدان الکتریکی است. در برخی از کاربردها از مزیت کم هزینه بودن و یا قابلیت محاسبه دقیق شدت میدان الکتریکی در مواضع مختلف استفاده می شود. در وضعیتهای ویژه ای ترکیب میدانهای الکتریکی و مغناطیسی نیز مفیدند. ولی در اغلب موارد فقط میدانهای مغناطیسی به کار می روند. گرچه انواع گوناگون دستگاههای مغناطیسی برای کاربردهای مختلف توسعه یافته اند، ولی در اینجا فقط دو نوع از متداولترین آنها یعنی طیف نگار با قطاع مغناطیسی و عدسیهای کانونی کننده چهار قطبی را مورد بحث قرار می دهیم.

طیف نگار با قطاع مغناطیسی وسیله ای است برای اندازه گیری شعاع انحنای یک ذره باردار در میدان مغناطیسی، بدین ترتیب، از رابطه (۹.۹) می توان برای اندازه گیری جرم، سرعت، یا بار، هر گاه دو اندازه دیگر معلوم باشند، استفاده کرد. همچنین این دستگاه می تواند برای تغییر راستای پاریکه ذرات یا جرم، سرعت، و بسایر یکان به کار رود. ساده ترین نوع این وسیله همان گونه که در شکل ۱۰.۹ نشان داده شد، یک میدان مغناطیسی به شکل گوه یا یک برش از یک است. (قسمتهایی از گوه را که توسط ذرات به کار نمی رود، همان گونه که در اینجا انجام شده، می توان قطع کرد.) ذرات از چشمه شروع به حرکت می کنند و پس از عبور از مرکز شکاف مسیری را که با c نشانه گذاری شده است طی می کنند. ذراتی که چشمه را تحت زاویه α نسبت به مسیر c ترک می کنند مسیرهای علامت زده شده a یا b را دنبال می کنند که این ذرات فاصله طولانیتر (یا کوتاهیتر) را در میدان مغناطیسی می پیمایند و در نتیجه بیشتر (یا کمتر) منحرف می شوند، و از آنجا دوباره مسیر c را قطع می کنند. هر گاه عبارت مربوط به q فاصله ای که در آنجا این تلافی صورت می گیرد بر حسب توان α بسط داده شود، شرط از بین رفتن جمله خطی α به صورت زیر درمی آید:

$$\tan \phi = \frac{\tan \gamma + p/p + \tan \delta + p/q}{1 - (\tan \gamma + p/p)(\tan \delta + p/q)} \quad (10.9)$$

که تمام نشانه ها در شکل ۱۰.۹ تعریف شده اند. هر گاه شرط فوق فراهم شود، تمام ذرات گسیل شده با زاویه کوچک α مسیر c را در یک نقطه قطع می کنند، که از آنجا به زبان اپتیک هندسی می توان گفت که این ذرات برای تشکیل تصویر، کانونی شده اند. جمله هایی که در بسط سری متناسب با α^2 ، α^3 ، و غیره هستند سبب می شوند که کانونی شدن ناکامل انجام شود، این ناکاملیها به ترتیب به اینها α^2 ، α^3 ، و غیره معروف اند. چون α بسیار کمتر از ۱ رادیان است، جمله α^2 معمولاً مؤثرتر است. آشکارا علامت آن مستقل از علامت α است، در این صورت مسیرهای a و b در نقطه ای که کمی از مسیر c فاصله دارد در نقطه تصویر یکدیگر را قطع می کنند. چنین نتیجه شده است که این فاصله تقریباً برابر $\rho \alpha^2$

۱. برای به دست آوردی معادلات (۱۰.۹) و (۱۲.۹) به کتاب زیر رجوع کنید



شکل ۱۰.۹ طیف‌سنج با آهنربای گوه‌مانند با میدان یکنواخت. مسیر c از مرکز شکاف ورودی می‌گذرد و سایر مسیرها همان طور که نشان داده شده با زاویه کوچکی از آن منحرف می‌شوند، در مقطع عمودی ناحیه سایه‌دار، میدان مغناطیسی است. γ و δ زاویه‌های میان مسیر c و خطوط عمود بر لبه آهنربا هستند.

است که در راستای انحراف پیشتر قرار دارد، می‌توان این فاصله را با گرد کردن لبه‌های آهنربا از طریق برداشتن قسمتی از دو طرف آن یعنی جایی که مسیر c مرز قطبها را قطع می‌کند حذف کرد. این عمل سبب می‌شود که ذرات، مسیرهای a و b را با انحراف کمتری دنبال کنند بدون اینکه تغییری در انحراف مسیر c ایجاد شود. هنگامی که علامت α مخالف است، ابیراهیهای درجه سوم دارای علامتهای مخالف می‌شوند. بدین معنی که برای α بزرگ، مسیرهای a و b در جلو (یا عقب) نقطه کانونی با هم تلاقی می‌کنند، نقطه‌ای که عملاً آن را برای α کوچک تعریف کرده‌ایم. این اثر را می‌توان با انتخاب انحنای لبه‌های آهنربا از درجه سه تصحیح کرد. در جایی که ابیراهیهای درجه سه مزاحم هستند، آشکار ساز را می‌توان در وضعیت بینابینی تقاطع پرتو برای α کوچک و بزرگ قرار داد. با این عمل بخشی از

ایبراهی درجه سه با وارد کردن ایبراهی درجه يك جبران می شود.

بنابر رابطه (۹.۹) ذرات با انرژی مختلف، دارای μ یا شعاع انحنای مختلف اند، در این صورت ذرات تحت زوایای مختلف μ منحرف و طبق رابطه (۱۰.۹) در نقاط مختلف، کانونی می شوند. مکان این نقاط در يك صفحه کانونی است که کاربرد آن در بخش ۴.۹ مورد بحث قرار گرفت. دستگاهی که طول قابل ملاحظه ای از این صفحه کانونی را به کار می برد طیف نگار با برد وسیع نامیده می شود.

در اغلب وضعیتها، مطلوب این است که طیف نگار ذرات خارج شده از چشمه را تحت زوایای هر چه وسیعتر قبول کند. این عمل را می توان با افزایش گستره قابل قبول α تا آنجا که امکان دارد انجام داد، بدون اینکه ایبراهیهای اضافی وارد شود. همچنین، همان گونه که در قسمت پایین شکل ۱۰.۹ نشان داده شده است، می توان با کانونی کردن در راستای قائم (z) به این هدف دست یافت. نیرو در این راستا، بنا به قانون لورنتس چنین است

$$F_z = e(v_\theta B_r - v_r B_\theta) \quad (11.9)$$

در میدان مغناطیسی شکل ۱۰.۹، B_r همواره در ناحیه پیموده شده توسط ذرات، صفر است. ولی B_θ در میدان حاشیه ای نزدیک لبه های آهنربا غیر صفر است. از خطوط میدانی که در تصویر جانبی آن شکل، نشان داده شده می بینیم که F_z در بالای صفحه میانی منفی (به طرف پایین) و زیر صفحه میانی مثبت است (به طرف بالا)، به شرط اینکه v_r مثبت باشد یا به بیان دیگر زاویه γ باید در راستایی باشد که در شکل نشان داده شده است. این همان عمل کانونی کردن است که در جستجوی آن بودیم و با بررسی مشابه به آسانی نتیجه می گیریم که عمل کانونی کردن در میدان حاشیه ای به هنگام خروج ذرات از آهنربا هم انجام می شود، به شرط آنکه زاویه δ در راستای نشان داده شده در شکل باشد. در نتیجه این کانونی شدن، ذراتی که مسیرهایی نظیر آنچه با d و e در شکل ۱۰.۹ نشانده گسرداری شده است طی می کنند، به طرف صفحه میانی منحرف می شوند. هر گاه محل تلاقی مسیرها را با صفحه، بر حسب زاویه β که زاویه انحراف از راستای c است، به صورت يك سری توانی بسط دهیم، شرط محو شدن جمله خطی β از قرار زیر است

$$\phi = \frac{1}{\tan \gamma - \rho/p} + \frac{1}{\tan \delta - \rho/q} \quad (12.9)$$

این رابطه فاصله کانونی شدن را در راستای z برای β کوچک به دست می دهد. اگر آهنربا چنان طرح شود که روابط (۱۰.۹) و (۱۲.۹) همزمان برقرار باشند کانونی کردن ذراتی که در برد معقولی از راستاها چشمه را ترك می کنند، حاصل شده است.

متأسفانه، اغلب، برقرار شدن همزمان روابط (۱۰.۹) و (۱۲.۹) منجر به زوایای بزرگ γ و δ می شود که به آسانی و به دقت با آهنربای حقیقی به دست نمی آید. روش دیگر آن است که این زوایا را برابر صفر درجه انتخاب کنیم (زاویه گوه $\phi = 0$) و همان گونه که

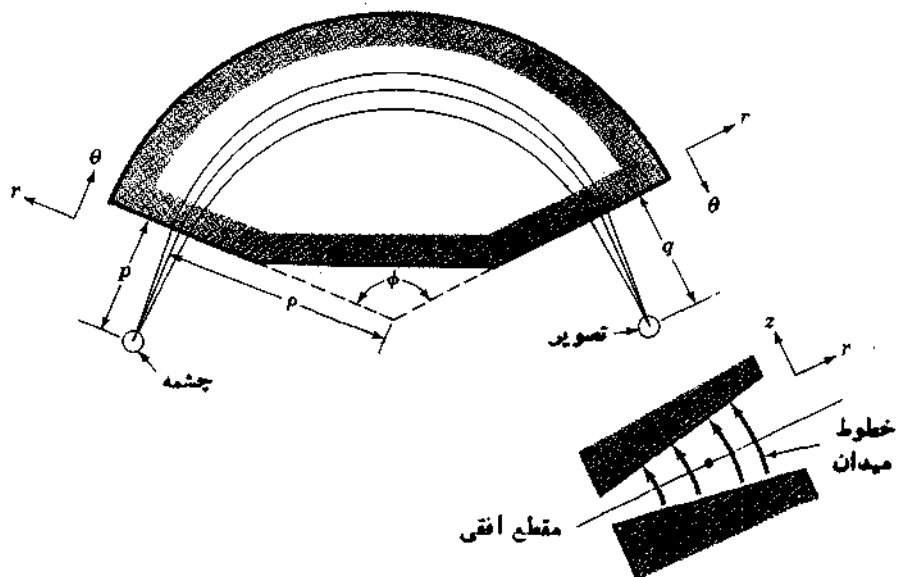
در شکل ۱۱.۹ نشان داده شده است، با وارد کردن يك میدان مغناطیسی غیر یکنواخت کانونی کردن را در راستای z به دست می آوریم. چون در این مورد B_r غیر صفر است، F_z سهمی از اولین جمله رابطه (۱۱.۹) خواهد داشت. با توجه به قوانینی که در فیزیک مقدماتی آموخته ایم، فوراً مشاهده می کنیم که هرگاه با افزایش r همان گونه که در شکل ۱۱.۹ آمده است B کاهش یابد، جهت F_z همواره به طرف صفحه میانی است. اگر میدان مغناطیسی در ناحیه گذار ذرات، با رابطه زیر عرضه شود

$$B = B_0 [1 - n(r - \rho)]$$

شرایط کانونی شدن در صفحه افقی (r, θ) و در راستای قائم (z) به ترتیب عبارت اند از

$$q = \begin{cases} -\frac{\rho}{(1-n)^{1/2}} \tan \left[(1-n)^{1/2} \phi + \tan^{-1} (1-n)^{1/2} \frac{\rho}{\rho} \right] & \text{افقی} \\ -\frac{\rho}{n^{1/2}} \tan \left[n^{1/2} \phi + \tan^{-1} n^{1/2} \frac{\rho}{\rho} \right] & \text{قائم} \end{cases}$$

کاملار روشن است که این معادلات در حالت $n = 1/2$ باهم مشابه هستند و بنابراین می توانند مقطع عمودی



شکل ۱۱.۹ طیفسنج با آهنربای گوه مانند با میدان غیر یکنواخت. تصویر جانبی شکل قطبها را هنگامی که از پهلو نگاه کنیم نشان می دهد. در ناحیه گذار ذرات، میدان با افزایش r به طور خطی کم می شود و B_r حاصل، کانونی شدن قائم را مشخص می کند.

به طور همزمان صادق باشند.

این روش کانونی کردن قائم منجر به پیچیدگیهای زیادی در طیف نگار با برد وسیع می شود، از آنجا که برد وسیع مستلزم استفاده از سطح زیادی از میدان مغناطیسی است، بنابراین نخستین روشی که در شکل ۱۰.۹ نشان داده شد به کار برده می شود. برای آنکه ذرات را به قدر کافی به طور قائم کانونی کنند، بدون اینکه زوایای γ و δ بیش از حد بزرگ شوند، ذرات را می توان به ترتیب از درون دو گوه مغناطیسی عبور داد که در این صورت چهارمیدان حاشیه ای در F سهم خواهند داشت. همچنین به کار بردن چهار لبه، پارامترهای بیشتری که بیانگر شکل لبه ها هستند به دست می دهد که می توان آنها را برای کاهش ابیراهیها تنظیم کرد. طیف نگاری که با به کار بردن این اصول طرح شده در شکل ۱۲.۹ نشان داده شده است.

نوع دوم دستگاه مغناطیسی که باید مورد بحث قرار گیرد، عدسیهای چهار قطبی است که ذرات را بدون منحرف کردن کانونی می کنند. سطح مقطع نیمه ای از این عدسیها در شکل ۱۳.۹ نشان داده شده است. قطبها چنان شکل داده شده اند که داریم

$$B_x = ky$$

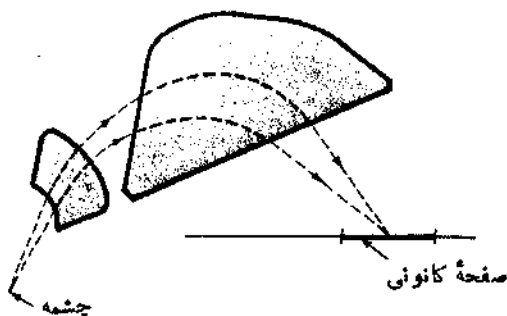
$$B_y = kx$$

k ثابتی است که بدابعاد و تعداد آمپر دور پیچها بستگی دارد. ذرات در راستای z وارد می شوند ($v_x \approx 0 \approx v_y$; $v_z \approx v$) و از این رو قانون لورنتس چنین می دهد

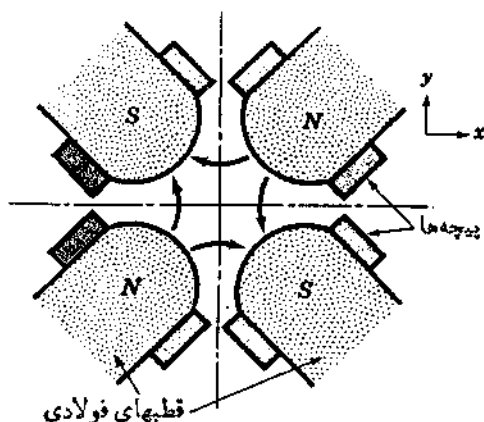
$$F_x = v_y B_z - v_z B_y = -vkx \quad (13.9)$$

$$F_y = v_z B_x - v_x B_z = +vky$$

بنابراین ذرات در راستای x تحت تأثیر نیروی کانونی کننده و در راستای y به همان اندازه تحت تأثیر نیروی وا کانونی کننده قرار می گیرند. عدسیهای چهار قطبی شامل دو پیکربندی



شکل ۱۲.۹ میدان مغناطیسی در یک طیف نگار با قطب آهنربایی دو تکه که توسط آنکه طرح شده است، خط چینها دو مسیر معمولی را نشان می دهند.



شکل ۱۳.۹ تصویر سطح مقطع عدسیهای چهارقطبی. خطوط خمیده پیکان‌دار خطوط میدان مغناطیسی‌اند.

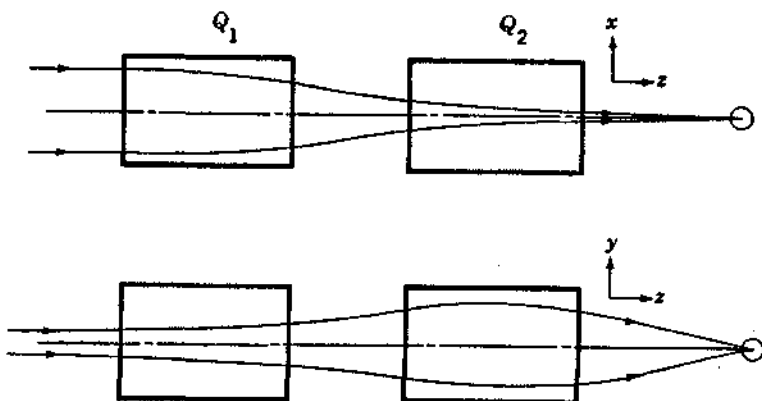
Q_1 و Q_2 با میدانهایی در جهتهای مخالف هستند. بنابراین هرگاه نیرویی که در رابطه (۱۳.۹) آمده است Q_1 باشد در Q_2 چنین داریم

$$F_x = +vkx$$

$$F_y = -vky$$

(الف ۱۳.۹)

که کانونی‌شدن در راستای y و واکانونی‌شدن در راستای x را می‌دهد. بنابراین حرکت به‌گونه‌ای است که در شکل ۱۴.۹ برای صفحات xz و yz نشان داده شده است. در هر



شکل ۱۴.۹ عمل کانونی‌کردن يك جفت چهارقطبی، باریکه موازی ذرات در راستای x (نمودار بالایی) در Q_1 کانونی و در Q_2 واکانونی می‌شوند، درحالی‌که در راستای y (نمودار پایینی) این باریکه در Q_1 واکانونی و در Q_2 کانونی می‌شوند. در هر دو راستا نتیجه کلی کانونی‌شدن ذرات است.

دو مورد نیرویی وجود دارد که در دو راستا عمل می‌کنند، ولسی با نیروی مؤثر به طرف محور مرکزی وقتی سروکار پیدا می‌کنیم که جابه‌جایی بزرگتر باشد، در این صورت بنا بر رابطه (۱۳.۹) این نیروی قویتر در بین آن دو نیرو است. بنا بر این بنا بر قرارداد دادن يك جفت عدسی در هر دو راستا عمل کانونی شدن انجام می‌شود. می‌توان از این عدسیها مانند عدسیهای دستگاههای نوری استفاده کرد.^۱

۶.۹ آشکارسازی، اندازه‌گیری انرژی، و توقف نوترون و پرتو گاما

تمام بحثهای چند بخش گذشته که به از دست دادن انرژی، آشکارسازی و اندازه‌گیری انرژی مربوط می‌شد، فقط می‌تواند برای ذرات باردار به کار رود. از آنجا که نوترون و پرتوهای گاما بی‌بار هستند این مطلب باید به‌طور جداگانه برای آنها مورد بحث قرار گیرد. متأسفانه روشهایی که برای آشکارسازی آنها به‌کار گرفته شده است کمتر از ذرات باردار استاندارد شده است و تنوع شگردهای اندازه‌گیری بسیار متعدّدند. بنا بر این بحثمان را به چند روشی که به‌طور گسترده مورد استفاده است محدود می‌کنیم.

نوترونها می‌توانند پراکنده شوند و یا واکنشهای هسته‌ای ایجاد کنند که بسیاری از آنها منجر به گسیل ذرات باردار می‌شوند، تمام روشهای آشکارسازی نوترون، در نهایت به آشکارسازی این ذرات باردار مربوط می‌شود. برای آشکارسازی نوترونهای با انرژی پایین، واکنشهای (n, α) با ${}^{10}\text{B}$ و ${}^6\text{Li}$ و واکنش (n, f) با ${}^{235}\text{U}$ ایجاد ذرات حامل انرژی می‌کند که براحتی می‌توانند آشکارسازی شوند. در بخش ۸.۱۳ نشان داده خواهد شد که این واکنشها دارای سطح مقطعهای بزرگ برای نوترونهای کم انرژی‌اند. برای این منظور کنتورهای گازی که با بور-تری‌فلوئورید BF_3 پر شده‌اند از همه بیشتر به کار می‌روند. BF_3 هم به عنوان کنتور گازی و هم به عنوان چشمه محتوی بور به کار می‌رود. سوسزنهای LiI و شمارگرهای گازی محتوی صفحات اورانیم نیز برای آشکارسازی نوترونهای کم انرژی به کار گرفته می‌شوند.

بیشتر اوقات، آشکارسازی نوترونهای با انرژی بیشتر (بیشتر از 10^6 eV) با استفاده از سطح مقطع بزرگ آنها در پراکندگی از پروتون انجام می‌شود. این مورد یکی از آزمایشهای پراکندگی نوکلئون-نوکلئون است که در فصل ۳ از آن یاد شد. از آنجایی که هر دو تقریباً دارای جرم برابرند به‌طور متوسط، پروتون نصف انرژی نوترون را دریافت می‌کند. سوسزنهای آلسی هم هدف پروتونی محسوب می‌شوند و هم آشکارسازهایی با کارایی خوب به‌شمار می‌روند. متأسفانه، ارتفاع تب اندازه‌گیری نوترون را به دست نمی‌دهد، زیرا کسری از این انرژی که به پروتون داده می‌شود بستگی

۱. برای فرمولها و منحنیها و محاسبه خصوصیات عدسیهای چهار قطبی به مقاله زیر مراجعه کنید.

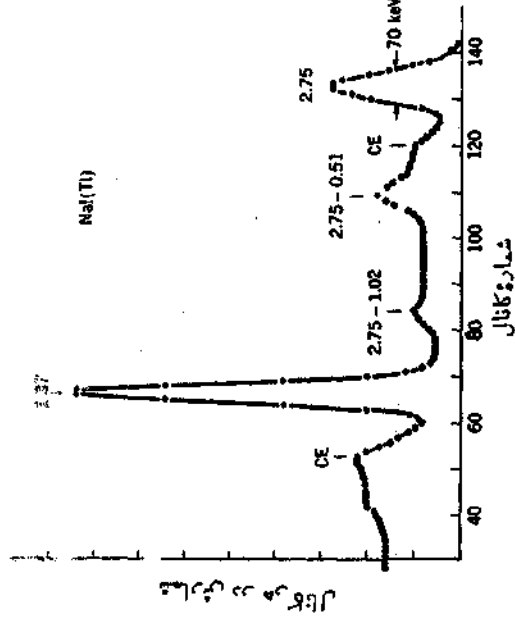
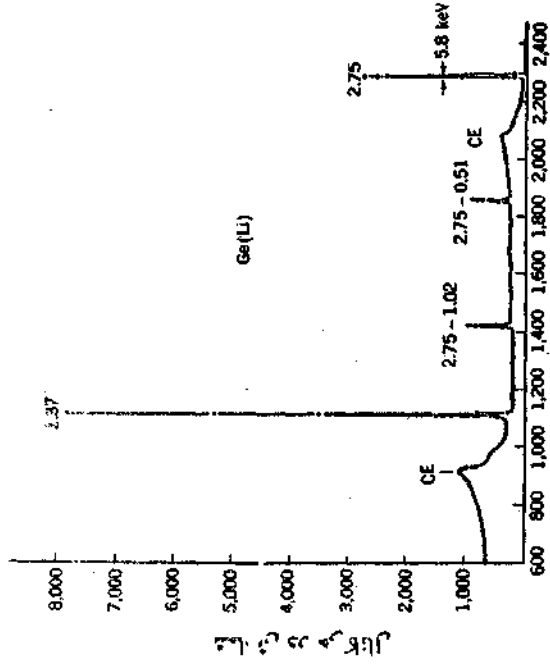
به‌زایه پراکندگی دارد.

روشی که از همه بیشتر برای تعیین انرژی نوترون به‌کار می‌رود، اندازه‌گیری زمان پرواز آنها در فاصله معلوم است. این اندازه‌گیری سرعت نوترون‌ها و در نتیجه انرژی آنها را به‌دست می‌دهد. زمان شروع را می‌توان از روی زمان رسیدن باریکهٔ تپ از شتاب‌دهنده که هم‌زمان با گسیل ذرات باردار است تعیین کرد، یا برای نوترون‌های کم انرژی بسا باز کردن يك درجهٔ مکانیکی این‌زمان تعیین می‌شود. روشهایی که برای اندازه‌گیری دقیق فاصلهٔ زمانی میان این حوادث و رسیدن نوترون به آشکارساز به‌کار می‌رود، در بخش بعد مورد بحث قرار خواهد گرفت. بیشتر روشهای دیگر اندازه‌گیری انرژی نوترون‌های سریع، هم به‌تعیین انرژی و هم به‌اندازه‌گیری زاویهٔ پروتون در فرایند پراکندگی $n-p$ بستگی دارد. چون طول موج نوترون‌های خیلی کند با فاصله‌های میان صفحات بلوری قابل تعیین است، انرژی آنها را از طریق روشهای پراشی شبیه به آنچه در مورد پرتوهای ایکس به‌کار می‌رود، می‌توان اندازه‌گیری کرد. این اندازه‌گیری طول موج آنها را که با رابطه (۱۰۲) به‌سرعت آنها مربوط می‌شود، تعیین می‌کند.

هنگامی که نوترون‌ها از يك واکنش هسته‌ای به‌وجود می‌آیند، انرژی آنها را می‌توان از انرژی ذرات ورودی و انرژی واکنش حساب کرد، به‌شرط اینکه بدانیم هستهٔ باقیمانده در حالت پایه باقی می‌ماند. در چند واکنش مربوط به هسته‌های سبک، نظیر $d + {}^2\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + n$ ، در هستهٔ باقیمانده تا چند MeV بالاتر از حالت پایه هیچ حالت برانگیخته‌ای وجود ندارد، بنابراین می‌توانیم مطمئن باشیم که شرط بالا در گسترهٔ قابل ملاحظه‌ای از انرژی برقرار است.

از درسهای فیزیک جدید می‌دانیم که پرتوهای گاما با الکترون‌های مداری ماده از طریق سه فرایند شناخته شده، یعنی اثر فوتوالکتریک، پراکندگی کامپتون و تولید زوج الکترون-پوزیترون، برهم‌کنش می‌کنند. هرگاه این برهم‌کنشها در آشکارسازهای سوسوزن یا نیم‌رسانا اتفاق افتند، الکترون‌ها مستقیماً آشکارسازی می‌شوند و تپهای خروجی اندازهٔ انرژی آنها را به‌دست می‌دهند. چون هم در اثر فوتوالکتریک و هم در تولید زوج، انرژی الکترون برابر با انرژی پرتو گاما است انرژی گاما با اندازه‌گیری انرژی الکترون به‌دست می‌آید. يك نمونه از طیف ارتفاع تپ به‌دست آمده از يك آشکارساز سوسوزن و نیم‌رسانا که در معرض پرتوهای گامای تک‌انرژی قرار گرفته‌اند در شکل ۱۵.۹ نشان داده شده است. توضیح شکل طیف در زیر شکل آمده است. تفکیک بهتر و اندازه‌گیریهای دقیقتر انرژی پرتو گاما را می‌توان با پراش از يك شبکهٔ بلوری، همان‌گونه که با پرتوهای ایکس انجام می‌شود، به‌دست آورد. به‌علت کوتاه بودن طول موج پرتوهای گاما، زاویهٔ انحراف بسیار کوچک است و لسی این مشکل را می‌توان با خسم کردن بلور به‌شکل منحنی برای دستیابی به کانونی شدن تا حدودی جبران کرد.

احتمال برهم‌کنش پرتو گاما یا نوترون با اتم یا هستهٔ آن به صورت σ سطح مقطع کل بیان می‌شود. برای پرتوهای گاما σ با مجموع سطح مقطعیهای سه برهم‌کنش



شکل ۱۵-۹ طیف ارتفاع تپ برای چشمه ^{22}Na (پرتوهای گامای ^{22}Na 2.75 MeV و 2.75 MeV) که با آشکارساز نیمه رسانای Ge (Li) و آشکارساز سوسون NaI (TI) اندازه گیری شده است. CE نشانه کاهشهای یا الکترونهاست که می توانند در فرایند پراکندگی کامپتون یا بالاترین انرژی ایجاد شوند. الکترونها که با انرژی کمتر از این لبه ایجاد می شوند مر بوط به پراکندگی کامپتون هستند که توزیع انرژی شان پیوسته است. قلمای که با عدد 2.75 MeV نشانه گذاری شده مر بوط بهمواردی است که حبه انرژی 2.75 MeV پرتو گاما در بلور جذب شده است. اساس بر م کتشی آن نسو لید زوج الکترون - پوزیترون است، و در بعضی موارد یک یا هر دو پرتو گاما با انرژی 2.75 MeV که از نابودی پوزیترون حاصل می شود از بلور فراد می کنند. این فرارها سبب بسوز قلمایی در 2.75 MeV - 1.02 MeV می شوند. همان طور که در بخش 4.9 شرح داده شد، باید توجه داشت که توان تفکیک انرژی آشکارساز نیمه رسانا (5.8 keV) به مراتب از سوسون (70 keV) بهتر است.

اساسی یاد شده در بالا و برای نوترونهای σ_T با مجموع سطح مقطعهای واکنش و پراکندگی برابر می‌شود که در فصل ۱۳ آن را مورد بحث قرار خواهیم داد. از تعریف سطح مقطعها، احتمال وقوع یک فرایند در واحد مسافت طی شده برابر است با

$$\mu = n \sigma_T \quad (۱۲.۹)$$

که n تعداد اتمها در واحد حجم است. بنا براین تعداد برهم‌کنشهای در واحد مسافت در باریکه‌ای به شدت I برابر μI است، که در این صورت

$$-\frac{dI}{dx} = \mu I$$

حل این معادله دیفرانسیل چنین است

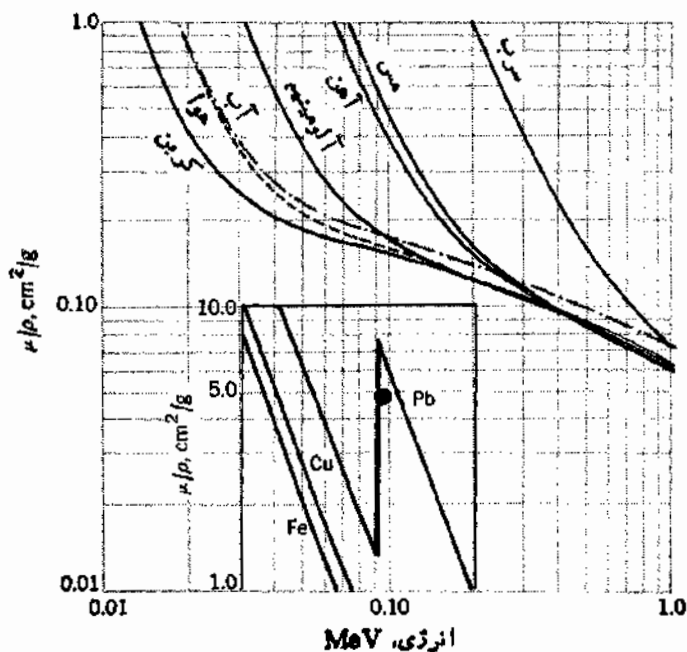
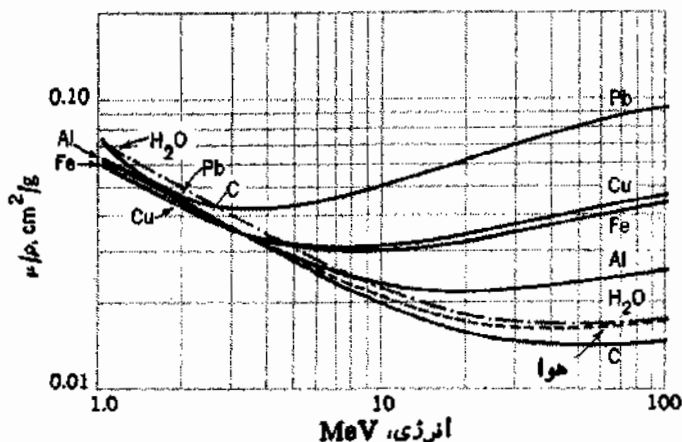
$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (۱۵.۹)$$

از رابطه (۱۵.۹) مشاهده می‌کنیم که شدتهای نوترون و پرتو گاما در اثر عبور از ماده به‌طور نمایی کاهش می‌یابند، برخلاف ذرات باردار که اگر ضخامت ماده از برد آنها تجاوز کند، همان‌طور که در شکل ۳.۰۹ نشان داده‌ایم، کاملاً در ماده متوقف می‌شوند. این اختلاف ناشی از این امر است که ذرات باردار، انرژی خود را به تدریج در اثر تعداد زیادی از برهم‌کنشهای خیلی ضعیف از دست می‌دهند، در صورتی که نوترون‌ها و پرتوهای گاما یک‌باره در اثر یک برهم‌کنش منفرد و سرنوشت‌ساز از باریکه حذف می‌شوند.

مقادیر μ برای پرتوهای گاما در شکل ۱۶.۰۹ نشان داده شده است. از روی این مقادیر می‌توانیم حدس بزنیم که در مواد جامد برای انرژیهای چند میلیون الکترون‌ولت مقدار $1/\mu$ از کسر بزرگی از یک اینچ تا چند اینچ تغییر می‌کند که بیشتر به‌چگالی ماده بستگی دارد. برای پرتوهای گاما با انرژی پایینتر، جذب به‌سرعت قویتر می‌شود. چنانکه در فصل ۱۳ خواهیم دید، سطح مقطع نوترون‌ها و همچنین رابطه (۱۲.۹) نشان می‌دهد که $1/\mu$ برای نوترونهای با انرژی بیش از ۱ MeV در مواد جامد حدود چند اینچ است.

۲.۹ روشهای زمان‌گیری

در آزمایشهای هسته‌ای وضعیتهای زیادی وجود دارد که آگاهی از رابطه زمانی میان دو حادثه آشکار شده مورد نیاز است. شاید معمولیترین حالت، مطالعه فرایندهایی است که در آنها دو ذره در یک حادثه گسیل می‌شوند. به‌عنوان مثال واکنش $(d, p\alpha)$ را در نظر می‌گیریم. هرگاه کسی بخواهد انرژی و یا همبستگی زاویه‌ای میان پروتون و ذره α را مطالعه کند باید مطمئن شود که منشأ دو ذره از یک واکنش است. برای این کار باید اطمینان حاصل کنیم که دو ذره هم‌فروند، یعنی به‌طور هم‌زمان گسیل می‌شوند. چندین وسیله الکترونیکی تنها هنگامی تپ خروجی می‌دهند که دو (یا چند) تپ ورودی به‌طور



شکل ۱۶.۹ ضرایب تضعیف قابل استفاده در معادله (۱۵.۹) برای پرتوهای گاما در انرژیهای مختلف و در مواد مختلف.

همزمان حاضر باشند، و در نتیجه بتوانند به عنوان پایه کار تحلیلگر همفرد مورد استفاده قرار گیرند. از تب خروجی یک چنین وسیله ای می توان به عنوان درجه در وسایل دیگری

مانند تحلیلگر چند کانالی ارتفاع تب استفاده کرد. این وسایل هنگامی به کار می‌افتند که تپی از دستگاه تحلیلگر همفرد حاضر باشد که این امر نشانگر آن است که دو ذره به‌طور همزمان گسیل شده‌اند.

مشکل اصلی، در این نوع آزمایشها همفرودهای اتفاقی است. برای درک این موضوع فرض می‌کنیم که N_0 واکنش در ثانیه اتفاق می‌افتد. آشکارسازهای پروتون و ذره آلفا به ترتیب دارای زوایای فضایی Ω_1 و Ω_2 هستند و توزیع زاویه‌ای را نیز همسانگرد می‌گیریم. بنابراین تعداد همفرودهای آشکار شده در ثانیه N_c ، برابر است با

$$N_c = N_0 \Omega_1 \Omega_2$$

هر گاه تمام ذرات آشکار شده از واکنشهای $(d, p\alpha)$ آمده باشند، آهنگ شمارش کل در ثانیه در دو آشکارساز، N_1 و N_2 ، برابرند با

$$N_1 = N_0 \Omega_1 \quad N_2 = N_0 \Omega_2$$

هر گاه ذرات در فاصله زمانی زمان تفکیک تحلیلگر همفردی یعنی τ در دو آشکارساز آشکار شوند، به عنوان یک همفردی ثبت خواهند شد. شانس آنکه این همفردی به‌طور اتفاقی قبل یا بعد از اینکه ذره‌ای در آشکارساز اول دریافت شد اتفاق افتد، 2τ برابر احتمال رسیدن یک ذره به آشکارساز دوم در هر ثانیه و یا برابر $2\tau N_2$ است. از آنجا که این وضعیت N_1 بار در ثانیه اتفاق می‌افتد، N_c تعداد کل همفرودهای اتفاقی در ثانیه برابر است با

$$N_c = 2\tau N_1 N_2$$

با ترکیب روابط بالا نسبت همفرودهای واقعی به اتفاقی چنین به‌دست می‌آید

$$\frac{N_c}{N_c} = \frac{N_0 \Omega_1 \Omega_2}{2 N_0^2 \Omega_1 \Omega_2 \tau} = \frac{1}{2 N_0 \tau}$$

آشکارا باید این نسبت به‌طور معوقی بزرگ نگه‌داشته شود، این نسبت با کاهش N_0 می‌تواند افزایش پیدا کند ولی این عمل N_0 و در نتیجه آهنگ جمع‌آوری اطلاعات را کاهش می‌دهد. بنابراین مهم است تا آنجا که امکان دارد τ را کوچک کنیم. برای بهترین تحلیلگرهای همفردی، τ برابر چندین نانوثانیه است، ولی یکی از روشهای به‌دست آوردن زمان تفکیک بهتر در زیر توضیح داده می‌شود. سهم همفرودهای اتفاقی را می‌توان اندازه‌گیری کرد و با وارد کردن تأخیر زمانی در خروجی یکی از آشکارسازها آن را تقریباً تصحیح کرد. این عمل را با طولانی‌تر کردن کابل تب خروجی، قبل از رسیدن به تحلیلگر همفردی، انجام می‌دهند. در این وضعیت تنها همفرودهای اتفاقی می‌توانند در تحلیلگر همفردی ایجاد تب خروجی کنند.

یکی از روشهای اندازه‌گیری نیمه‌عمرهای کوتاه، استفاده از همفردی تأخیری است.

به‌عنوان مثال، اگر گسیل پرتو گاما به‌دنبال واپاشی بتا بیاید، نیمه‌عمر واپاشی بتا را می‌توان با اندازه‌گیری احتمال رسیدن تپ آشکارساز پرتو گاما، به دنبال تپ آشکارساز الکترون، در فاصله‌های زمانی مختلف تعیین کرد. این اندازه‌گیری را می‌توان با وارد کردن تأخیرهای مختلف از جمله تغییر طول کابل میان آشکارساز پرتو گاما و تحلیلگر همفرودی و شمارش تعداد همفرودیها به‌صورت تابعی از زمان تأخیر، انجام داد. ولی روش با کارایی بیشتر، استفاده از مبدل زمان به ارتفاع تپ (TPHC) است. این وسیله تپ خروجی ایجاد می‌کند که ارتفاع آن متناسب با زمان میان رسیدن دو تپ است. این عمل را می‌توان به‌دو طریق انجام داد: (۱) با به‌وجود آوردن ولتاژی که به‌محض رسیدن اولین تپ با گذشت زمان به‌طور خطی زیاد شود و با رسیدن تپ دوم متوقف شود، (۲) با تبدیل دو تپ ورودی به یک شکل استاندارد و انتگرال‌گیری از سطح کل آن به‌روش الکترونیکی. در مسئله مورد نظر (اندازه‌گیری نیمه‌عمر گسیل پرتو گاما)، می‌توان TPHC را با تپ‌های آشکارساز الکترون شروع و با تپ‌های آشکارساز پرتو گاما متوقف کرد، بدین ترتیب تپ‌های خروجی توزیع ارتفاع تپ‌ها متناسب با توزیع فاصله‌های زمانی میان گسیل الکترونیکی و پرتوهای گاما است. این توزیع ارتفاع تپ را می‌توان براحتی با تحلیلگر ارتفاع تپ چند کانالی اندازه‌گرفت تا منحنی کامل واپاشی (تعداد حادثه‌ها بر حسب فاصله زمانی) را در یک عمل جمع‌آوری اطلاعات به‌دست دهد. شاید به‌نظر عیب آید که TPHC زمان را به ارتفاع تپ تبدیل نکند و سپس دستگاه تحلیلگر ارتفاع تپ را دوباره برای رقی کردن به زمان تبدیل کند، ولی این موضوع به آزمایش‌کننده مربوط نمی‌شود.

کاربرد مهم دیگر TPHC در اندازه‌گیری زمانهای پرواز برای تعیین سرعت است، که به‌عنوان مثال می‌توان از اندازه‌گیری انرژی نوترون نام برد. در بخش گذشته چگونگی به‌دست آوردن تپ دوگانه مورد بحث قرار گرفت. از آنجا که طول مسیر پرواز براحتی اندازه‌گیری می‌شود (با خط‌کش)، توزیع ارتفاع تپ‌های TPHC با محاسبه‌های ریاضی ساده می‌تواند به توزیع انرژی نوترون‌ها تبدیل شود. روشن است که تفکیک انرژی نوترون در آزمایش به تفکیک زمانی محدود می‌شود. روش اندازه‌گیری زمان پرواز را گاهی برای شناسایی ذرات باردار (بخش ۴.۹) به کار می‌برند، چون انرژی ذرات از روی ارتفاع تپ در آشکارساز معلوم می‌شود، اندازه‌گیری سرعت، مستقیماً مقدار جرم را تعیین می‌کند.

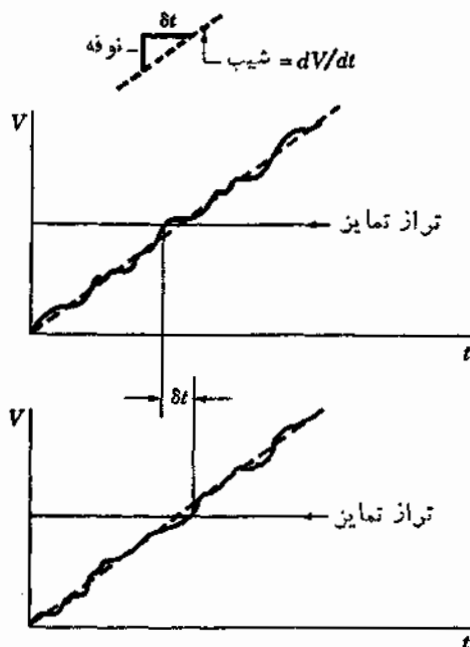
آزمایشهای همفرودی را نیز می‌توان با TPHC انجام داد. طول کابلی که تپ را به یکی از آشکارسازها حمل می‌کند اضافه می‌شود تا فاصله زمانی مربوط به یک همفرودی صفر نشود. بدین ترتیب اندازه‌گیری همفرودیهای واقعی و همفرودیهای اتفاقی یکجا میسر می‌شود، و همچنین تفکیک زمانی بهتری به‌دست می‌آید که در بعضی موارد به چند ده میلیونانه می‌رسد.

ذرات باردار مختلف در عبور از ماده ضمن از دست دادن انرژی ایجاد یونش با

چگالیهای مختلف می‌کنند. این عمل در بعضی از آشکارسازها منجر به ایجاد اختلافاتی در شکل تپ (ولتاژ بر حسب زمان) می‌شود. این تفاوت‌های شکل تپ را به عنوان تفاوت بین فواصل زمانی لازم برای رسیدن تپ به ارتفاعهای مختلف، نسبت به ارتفاع نهایی، می‌توان تحلیل کرد و از آن می‌توان پی به نوع ذره برد که این عمل غالباً با TPHC انجام می‌شود. یکی دیگر از کاربردهای مهم این روش، تشخیص میان تپهای ناشی از نوترون و پرتوهای گاما در سوسوزنهای پلاستیکی است. نوترونها توسط پرتونهای ایجاد شده آشکارسازی می‌شوند، در صورتی که پرتوهای گاما در اثر برخورد ایجاد الکترون می‌کنند. الکترونها و پرتونهای هم انرژی سرعتهای متفاوتی دارند، و از آنجا بنا بر رابطه (۴.۹) یونشهایی با چگالیهای متفاوت ایجاد می‌کنند.

دیدیم که تفکیک زمانی خوب در بیشتر کاربردهای زمان‌گیری مهم است. حال بیایید عوامل اصلی را که بر تفکیک زمانی اثر می‌گذارند در نظر گیریم. زمان ثبت يك حادثه هنگامی است که تپ و ولتاژ ایجاد شده در آشکارساز از يك تراز قسایز عبور کنند. وسایل الکترونیکی که بر پایه دیودهای تونل سریع ساخته شده‌اند می‌توانند زمان این عبور را خیلی دقیق آشکارسازی کنند. بنابراین تفکیک زمانی به این واقعیت محدود می‌شود که تپهای مختلف با اندازه نهایی یکسان که به این تراز تمایز می‌رسند، چگونه قابل تجدیدند. در آشکارسازهای جمع‌کننده بار، این مسئله با نسبت خفوة الکترونیکی به میزان صعود تپ dv/dt تعیین می‌شود. این اثر در شکل ۱۷.۹ نمایش داده شده است، که يك خفوة اتفاقی را که بر روی دو تپ مشابه قرار گرفته نشان می‌دهد. این باعث می‌شود که تپها از تراز تمایز با اختلاف زمانی δt عبور کنند، چون دیودهای تونل برای به کار افتادن، چنددهم ولت ولتاژ لازم دارند، و از سوی دیگر در بخش ۳.۹ دیدیم که ارتفاع تپهای آشکارسازهای نیمرسانا معمولاً فقط چند میلی ولت است، لذا به تقویت احتیاج می‌شود. در اینجا آشکار است که به تقویت‌کننده با خفوة پایین و پهنای نوار گسترده (به طوری که dv/dt را کاهش ندهد) نیاز داریم. در وضعیت موجود ساختن چنین تقویت‌کننده‌ای تفکیک زمانی را محدود سازد. برای تقویت معلوم که دلات بر خفوة معلوم هم می‌کند، dv/dt با نسبت ارتفاع تپ به زمان صعود تعیین می‌شود. بنابراین، طبق روابط (۶.۹) تا (۸.۹)، آشکارساز با ظرفیت کم (با در نظر گرفتن سیم اتصال کوتاه به تقویت‌کننده)، آشکارسازهای نازک و ولتاژهای بالا، تفکیک زمانی آشکارسازهای گازی یا نیمرسانا را بهتر می‌کند.

در سوسوزنهای، تقویت زیاد بدون خفوة به وسیله تکثیر کننده فوتونی فراهم می‌شود که مشکلات بالا را از بین می‌برد. در اینجا تفکیک زمانی با عوامل دیگری محدود می‌شود که عبارتند از: (۱) اختلاف زمان عبور الکترونهایی که از قسمتهای مختلف فوتوکاند سرچشمه می‌گیرند و از تکثیر کننده عبور می‌کنند، (۲) به علت تعداد کم الکترونهای ایجاد شده در فوتوکاند، تغییرات آماری آن زیاد است (اگر تپ شامل تعداد کل پنج الکترون باشد و رسیدن سومین الکترون مصادف با عبور از تراز تمایز باشد، افت و خیزهای



شکل ۱۷۰۹ اثر نوفه بر زمان تشکیل تپ از شروع تا هنگامی که از تراز تمایز می‌گذرد. در نمودار بالایی، نوفه مثبت است که باعث می‌شود تپ زودتر از موعد بگذرد، در نمودار پایینی نوفه منفی است و باعث می‌شود که تپ دیرتر از موعد برسد. اختلاف زمانی میان این دو δt است. نمودار کوچک در بالا نشان می‌دهد که نسبت نوفه به δt برابر dV/dt است.

آماري قابل ملاحظه‌ای در این زمان رسیدن وجود دارد. در وضعیتهای مطلوب، سوسوزنها می‌توانند تفکیک زمانی تا حد 2 ns داشته باشند ولی تفکیک آشکار سازهای نیم رسانا بهتر از این نیز می‌تواند باشد.

هیچ گاه بحث زمان‌گیری، بدون ذکر روشی که به‌طور گسترده به‌کار می‌رود و شامل اندازه‌گیری مستقیم زمان هم نیست، کامل نمی‌شود. این همان روش تضییع‌جا به‌جایی دوپلر است که برای اندازه‌گیری‌های نیمه‌عمر گسیل پرتوهای گاما در گستره 10^{-11} تا 10^{-14} s به‌کار می‌رود. این روش بر این حقیقت استوار است که هنگامی که هسته‌ای با سرعت v حرکت می‌کند و پرتو گامایی در راستای حرکت گسیل می‌دهد به‌علت اثر شناخته‌شده دوپلر، طول موج پرتو گاما به اندازه $\Delta\lambda$ تغییر کند. این تغییر با رابطه زیر داده می‌شود

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

که با استفاده از رابطه‌های شناخته‌شده میان طول موج و بسامد v و میان بسامد و انرژی E_γ

$$\lambda v = c \quad E_{\gamma} = h\nu$$

براحتی به رابطه زیر تبدیل می شود

$$\frac{\Delta E_{\gamma}}{E_{\gamma}} = \frac{v}{c}$$

اگر پرتو گاما به دنبال يك واكنش هسته‌ای نظیر $(p, p'\gamma)$ گسیل شود، v از روی انرژی، راستای یاریکه ورودی، اندازه گیری انرژی، و زاویه پروتون گسیل شده (p') که به طور همفرد با پرتو گاما آشکارسازی شده، تعیین می شود (فرض می کنیم که در اینجا زمان تفکیک همفردی از نیمه عمر پرتو گاما خیلی طولانیتر باشد). در نتیجه، جا به جایی دوبلر ΔE_{γ} میان زوایای گسیل متفاوت براحتی با اندازه گیریهای دقیق E_{γ} به دست می آید. تا اینجا فرض کرده ایم که هسته ای که پرتو گاما گسیل می کند در خلأ حرکت می کند، ولی حال فرض کنیم که هسته پس از طی مسافت D ، در زمان D/v به ماده ای که آن را به سرعت متوقف می کند برخورد کند. اگر احتمال نسبتاً زیادی برای متوقف ساختن هسته قبل از گسیل پرتو گاما وجود داشته باشد جا به جایی دوبلر تضعیف می شود و میزان تضعیف را می توان با اندازه گیری ΔE_{γ} تعیین کرد. با اتصال ماده متوقف کننده به نوعی پیستون که اجازه می دهد D ، و در نتیجه زمان قبل از توقف قابل تغییر باشد، و با اندازه گیری ΔE_{γ} بر حسب D می توان احتمال گسیل پرتو گاما را در زمانهای متفاوت پس از واکنش تعیین کرد. این اندازه گیری، نیمه عمر گسیل پرتو گاما را به دست می دهد. هنگامی که نیمه عمرها آنقدر کوتاه باشند که زمان توقف برای هسته ای که وارد ماده متوقف کننده می شود قابل ملاحظه باشد، این زمان باید با استفاده از روشهای بخش ۲.۹ به حساب آید. برای نیمه عمرهای خیلی کوتاه، زمان توقف در ماده غالب می شود و دیگر نیازی به پیستون نیست و ماده متوقف کننده را یا در تماس مستقیم با هدف قرار می دهند و یا خود قسمتی از هدف را که در آن واکنش انجام می شود تشکیل می دهد.

۸.۹ شتاب دهنده ها

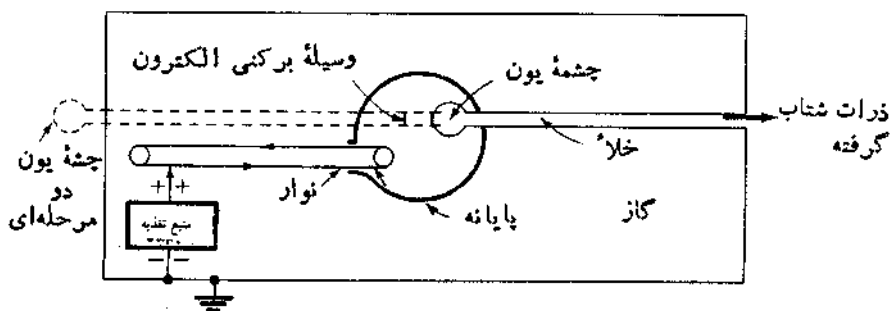
طبیعتی که در روی زمین با آن آشنا هستیم فرصت کمی برای مطالعه هسته به ما ارزانی داشته است. هسته ها به طور طبیعی هرگز مانند اتمها وقتی برانگیخته می شوند نور گسیل نمی کنند، و واکنشهای هسته ای هرگز در انبوه ماده اتفاق نمی افتند، در حالی که واکنشهای شیمیایی به شکلهای آشنایی مانند آتش گرفتن، تخمیر و یا پخته شدن، و غیره رخ می دهند. در طبیعت چند عنصر رادیواکتیو وجود دارد که واپاشیده می شوند، ولی این امر فقط تعداد کمی از هسته ها را در پایینترین حالت های انرژی آنها در بر می گیرد. بنابراین اطلاعات اساسی ما راجع به ساختار هسته از واکنشهای هسته ای، فرایندهای واپاشی ناشی از این واکنشهای هسته ای، و آزمایشهای پراکندگی نوکلئون - نوکلئون بحث شده در فصل ۳ به دست آمده است. در فصل ۱۳ خواهیم

دید که برای انجام واکنشهای هسته‌ای بجز آنهایی که با نوترون انجام می‌شوند (و در طبیعت در اختیار نیستند) به انرژی چند میلیون الکترون ولت نیاز است تا بر نیروی دافعه کولنی درون هسته‌ها غلبه کنند و برای بیشتر آزمایشهای پراکندگی نیز به انرژیهای مشابهی نیاز است. بجز چند حالت استثنایی که شامل رادیواکتیویته طبیعی و پرتوهای کیهانی می‌شوند ذرات با انرژیهای حدود MeV فقط از طریق ساختن و به کار گرفتن شتاب دهنده‌ها به دست می‌آیند. حتی با توسعه بعدی رآکتورهای هسته‌ای از اهمیت شتاب دهنده‌ها به عنوان کلید پژوهشهای علمی در زمینه ساختار هسته‌ای، کاسته شده است.

شتابدهی ذرات باردار از طریق قراردادن آنها در يك میدان الکتریکی عملی می‌شود. ذرات باردار را عموماً از چشمه‌های یونی به دست می‌آورند. در این چشمه‌ها در اثر تخلیه الکتریکی که از درون گاز می‌گذرد، الکترونهای انبهای گازکنده می‌شود و یا در بعضی موارد بر آنها اضافه می‌شود. از سوی دیگر به آسانی می‌توان الکترونها را مانند لامپهای رادیو، از داغ کردن يك فلز به دست آورد. نحوه به کار بردن میدان الکتریکی، شتاب دهنده‌ها را به دو دسته تقسیم می‌کند. در دسته اول ولتاژ جریسان مستقیم قوی برای شتابدهی در يك یا در دو مرحله به کار می‌رود، و در دسته دوم ولتاژ بسامد رادیویی برای شتابدهی کم ولی در مراحل متعدد به کار می‌رود.

در دسته اول، ولتاژ يك طرفه را می‌توان یا با استفاده از روشهای مبدل و یکسوساز یا با روش واندوگراف به دست آورد. در روش اخیر که در شکل ۱۸.۹ نشان داده شده است، بار الکتریکی حاصل از يك منبع تغذیه بر روی نواری که از ماده عایق ساخته شده است، پاشیده می‌شود. این نوار بار را به درون يك محفظه فلزی که پایانه نامیده می‌شود منتقل می‌کند. بارها در آنجا توسط يك اتصال فلزی جمع آوری می‌شوند و آنگاه، بنابر اصول آشنای الکتروستاتیک، به خارج از پایانه منتقل می‌شوند. بدین وسیله بار بزرگ Q در پایانه انبار می‌شود، و در نتیجه اختلاف ولتاژی برابر با $V = Q/C$ (که C ظرفیت است) میان پایانه و زمین برقرار می‌شود. ذرات باردار الکتریکی حاصل از چشمه یون توسط این پتانسیل شتاب می‌گیرند. هر گاه ذرات باردار با باری برابر ze وارد دستگاه شوند، با انرژی جنبشی zeV از دستگاه خارج می‌شوند.

انرژی حاصل از همین ولتاژ پایانه را می‌توان، همان گونه که در شکل ۱۸.۹ با خط چین نشان داده شده است، در شتاب دهنده واندوگراف از نوع دو مرحله‌ای افزایش داد. در این روش یونهای منفی (مثلاً اتم هیدروژن با دو الکترون) که در چشمه یونی با پتانسیل زمین ایجاد شده‌اند به طرف پایانه شتاب می‌گیرند و انرژی آنها در پایانه برابر eV می‌شود (بار یونهای منفی به قدرت بیشتر از e می‌شود). در پایانه یونها از درون يك ورقه فلزی نازک (وسیله بوکنی الکترون) عبور می‌کنند و دو (یا بیشتر) الکترون از دست می‌دهند و به یونها مثبت با بار ze تبدیل می‌شوند. این یونها که اینک مثبت‌اند، پس از عبور پایانه و خارج شدن از آن می‌توانند تحت پتانسیل V دوباره شتاب بگیرند، که از آنجا انرژی نهایی آنها $eV(1+z)$ خواهد بود. انرژی يك شتاب دهنده واندوگراف به ولتاژی



شکل ۱۸۰۹ طرح يك شتاب‌دهنده واندوگراف. دريك شتاب‌دهنده معمولی چشمه یون در داخل پایانه که با خط پر نشان داده شده قرار می‌گیرد. ولی در شتاب‌دهنده دو مرحله‌ای چشمه یون به صورت خط چین در خارج از پایانه قرار می‌گیرد و يك وسیله برکنی برای تغییر بار از منفی به مثبت در پایانه قرار داده شده است. لوله‌ای که ذرات در آن شتاب می‌گیرند تحت خلاء بالایی است، ولی بقیه قسمت‌های دستگاه برای جلوگیری از شکست ولتاژ با گاز پر فشار پر شده است.

محدود می‌شود که بتواند بدون شکست ولتاژ در پایانه برقرار بماند. با قائل شدن فاصله زیاد میان پایانه و بدنه دستگاه و وارد کردن گاز عایق در فشار زیاد، موفق شده‌اند ولتاژ پایانه را به $10^6 \times 12$ برسانند که در این صورت انرژی پروتون به 22 MeV می‌رسد. انرژیهای خیلی بالاتری از شتاب دهنده‌های نوع دوم که با ولتاژ متناوب با بسامد زیاد کار می‌کنند و ذرات مکرراً در آن شتاب داده می‌شوند به دست آمده است. این نوع شتاب‌دهنده‌ها عبارت‌اند از سیکلوترون‌ها، شتاب‌دهنده‌های خطی، بتاترون‌ها، وسنکروترون‌ها که هر کدام از آنها خود انواع مختلف دارند، ولی ما در اینجا بحث خودمان را به سیکلوترون‌ها محدود می‌کنیم. از معادله (۹۰۹) به آسانی دیده می‌شود که هرگاه ذره‌ای با بار e و جرم M در يك میدان مغناطیسی به شدت B قرار گیرد به طوری که جهت میدان عمود بر سرعت v آن باشد، ذره در يك مسیر دایره‌ای با مرعت زاویه‌ای ω حرکت می‌کند که سرعت آن با رابطه زیر به دست می‌آید

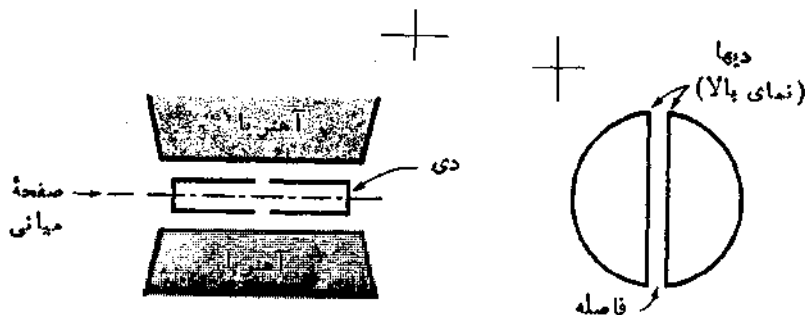
$$\omega = \frac{eB}{M} \quad (16.9)$$

r شعاع دایره است

$$r = \frac{v}{\omega}$$

از آنجا E انرژی ذره چنین است

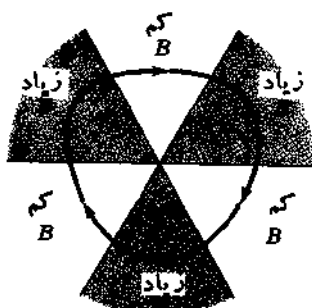
$$E = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{e^2 B^2 r^2}{2M} \quad (17.9)$$



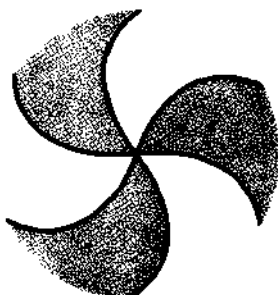
شکل ۱۹.۹ آهنربا و دیها در یک سیکلوترون.

در سیکلوترون میدان شتاب دهنده مطابق شکل ۱۹.۹ بر روی دو الکترود D شکل که دی نامیده می شوند، اعمال می شود. اگر بسامد ولتاژ الکتریکی در رابطه (۱۶.۹) برابر ω باشد، فاز ذره نسبت به این ولتاژ ثابت می ماند و هر بار که ذرات از فاصله میان دیها می گذرند شتاب می گیرند. همچنان که انرژی آنها افزایش می یابد، ذرات به طور مارپیچی به طرف خارج حرکت می کنند. ولی بنا بر رابطه (۱۶.۹) ω مستقل از انرژی است و بنابراین فاز یونها نسبت به ولتاژ الکتریکی به کار رفته، در مرتبه اول، تغییر نمی کند. ولی دواتر از مرتبه دوم وجود دارند که این نتیجه گیری را تغییر می دهند: (۱) بنا بر نسبیت، جرم ذرات افزایش می یابد، (۲) در رابطه با شکل ۱۱.۹ دیدیم که میدان مغناطیسی باید با افزایش شعاع کاهش یابد تا کانونی شدن قائم حاصل شود. یعنی باید نیرو را در شکل ۱۹.۹ در راستای قائم به طرف صفحه میانی حفظ کرد، در غیر این صورت ذرات به دیواره دیها برخورد می کنند. بنا بر رابطه (۱۶.۹) هر دو عامل افزایش شعاع باعث کاهش ω می شوند و به این ترتیب ذرات شتاب یافته با ولتاژ به کار رفته اختلاف فاز پیدا می کنند. این عمل تعداد دورها و در نتیجه انرژی به دست آمده را در سیکلوترونهای معمولی محدود می کند.

در سیکلوترونهای لبه - مارپیچی میانگین میدان مغناطیسی با شعاع افزایش می یابد، و از این طریق با جبران افزایش جرم نسبیتی، ω را ثابت نگه می دارد. این عمل، البته باعث واکانونی شدن قائم ذرات می شود، ولی با وارد کردن تغییرات سمتی در میدان مغناطیسی، همان گونه که در شکل ۲۰.۹ الف نشان داده شده است، جبران می شود. بنا بر این مسیر ذرات در ناحیه میدان قوی انحنا یزرگی دارد و در ناحیه میدان ضعیف انحنا کم می شود و در نتیجه مسیر گردش ذرات آن چنان است که در شکل نشان داده شده است. عملاً این روش شبیه آن است که ذرات را از درون سه قطاع مغناطیسی عبور دهیم که در اثر آن، همان گونه که در ارتباط با معادله (۱۲.۹) بحث شد، ذرات در راستای قائم کانونی می شوند. این کانونی کردن را می توان با مارپیچ کردن تغییرات سمتی، همان طور که در شکل ۲۰.۹ ب آمده است، افزایش داد. مسیر ذره ای که تحت تأثیر مارپیچ قرار می گیرد در شکل ۲۰.۹ ج به طور ساده نشان داده شده است. بنا بر بحثی که منجر به رابطه (۱۲.۹) شد، این روش به طور متناوب ذرات را کانونی و واکانونی می کند، ولی بنا بر اصولی که در شکل ۱۲.۹ تشریح شد، کانونی شدن و واکانونی شدن متناوب، نیروی خالص



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲۵.۹ اجزای سیکلوترون لبه - مارپیچی. (الف) مدار ذره. ذرات در میدان مغناطیسی قوی یعنی ناحیه B بیشتر از مقدار متوسط انحنای پیدا می‌کنند و در میدان مغناطیسی کم کمتر از مقدار متوسط انحنای پیدا می‌کنند. این عمل بنابر جمله $v_r B$ در رابطه (۱۱.۹)، همان گونه که در ارتباط با شکل ۱۵.۹ توضیح داده شد، منجر به کانونی شدن در راستای قسام می‌شود. (ب) مارپیچی شدن میدان در r بزرگ، اثر کانونی کردن اضافی این مارپیچ در (ج) توضیح داده می‌شود. (ج) ذرات از کناره‌های میدان مغناطیسی تحت زاویه‌ای (نسبت به حالتی که مارپیچ نیست) عبور می‌کنند. این عمل به کانونی شدن و واکانونی شدن متناوب می‌انجامد که همان گونه که در رابطه با شکل ۱۴.۹ توضیح داده شد به کانونی کردن خالص منتهی می‌شود.

کانونی کننده را به دست می‌دهد.

سیکلوترونهایی که شکل میدان مغناطیسی آنها مانند شکل ۲۵.۹ (ب) است قادرند انرژی ذرات را تا چندصد میلیون الکترون ولت برسانند. هنگامی که ذرات به انرژی پیشینه رسیدند آنها را با روشهای مختلفی می‌توان از میدان مغناطیسی منحرف کرد. یکی از این روشها عبور دادن آنها از درون میدان الکتریکی شعاعی است.

از آنجا که شتاب دهنده‌های سیکلوترون و واندوگراف از جمله وسایلی هستند که به طور گسترده در مطالعه ساختار هسته‌ای و واکنشهای هسته‌ای به کار می‌روند، جالب است که مزایای هر یک از آنها نسبت به هم مقایسه شود. سیکلوترونها انرژی خیلی بالاتری را تأمین می‌کنند و این کار را خیلی ارزانتر انجام می‌دهند. از سوی دیگر این دستگاهها باریکه ذرات را به صورت تب در یک لحظه کوتاه با بسامد ω فراهم می‌سازند. باریکه ذرات در فاصله تپها قطع می‌شود و این زمان قطع بیش از ۹۰ درصد از کل زمان را تشکیل می‌دهد. ایسن یک مشکل جدی در آزمایشهای همفرودی به حساب می‌آید، چون نسبت همفرودیهای واقعی به اتفاقی از شدت باریکه لحظه‌ای تعیین می‌شود. در شتاب دهنده واندوگراف که شدت باریکه نسبت به زمان ثابت است، همان شدت باریکه لحظه‌ای را می‌توان بدون آنکه باریکه اصلاً قطع شود، به دست آورد. در نتیجه میزان گردآوری داده‌ها می‌تواند تساه برابر سریعتر باشد. مزیت مهم دیگر واندوگراف در کسوف کوچک بودن دامنه تغییرات انرژی باریکه آن است، در حالی که در سیکلوترون یک تغییر کوچک در وضعیت گردش دورانی

ذرات مختلف باعث پهن شدن دامنه تغییرات انرژی ذرات می شود. این امر باعث اشکالات جدی در آزمایشهایی می شود که با توان تفکیک زیاد انرژی سروکار دارد، گرچه امروزه برای فایده آمدن به این مشکل به روشهایی دست یافته اند.

۹.۹ رادیوشیمی

مسئله اندازه گیری سطح مقطع واکنش $^{60}\text{Co}(p, \alpha p)^{65}\text{Cu}$ را بر حسب انرژی پروتون در نظر بگیرید. یک روش اندازه گیری سطح مقطع، استفاده از بمباران پولک نازکی از ^{65}Cu با پروتونهای با انرژی مختلف است که در آن ذرات آلفا و پروتون گسیل شده به طور همزمان در تحت زوایای مختلف آشکارسازی می شوند. این روش، آزمایش بسیار مشکلی خواهد بود. به هر حال سطح مقطعه را می توان با اندازه گیری مقدار ^{60}Co تولید شده به آسانی اندازه گرفت. در واقع اگر دسته ای از پولکهای Cu به کار برده شود، پروتونها ضمن عبور از دسته پولکها انرژی خود را به میزانی که از شکل ۳.۹ دقیقاً قابل محاسبه است از دست می دهند. از آنجا با تعیین مقدار ^{60}Co تولید شده در هر پولک، سطح مقطع بر حسب انرژی را می توان در یک بمباران تعیین کرد. تعیین مقدار N کبالت (^{60}Co) در یک پولک، در انتهای بمباران به آسانی با اندازه گیری آهنگ گسیل ذرات و با شناسایی بر حسب زمان ($-dN/dt$) و سپس قرارداد $-dN/dt$ در رابطه (۹.۸)، با توجه به اینکه نیمه عمر ^{60}Co ۱۶۶ ساعت است، قابل محاسبه می شود. ولی مشکل وقتی پیش می آید که اکتیویته های دیگر هم وجود داشته باشند. در بمباران مس با پروتونی که انرژی کافی برای ایجاد واکنش $(p, \alpha p)$ داشته باشد، بسیاری از واکنشهای دیگر نه تنها در ^{65}Cu بلکه در ^{63}Cu (ایزوتوپ پایدار دیگر این عنصر) ایجاد می شوند و همچنین بسیاری از اینها منجر به تولید هسته های رادیواکتیو می شوند. بعضی از واکنشها نیمه عمر عنصر حاصل از آنها به قرار زیر است

$^{63}\text{Cu}(p, \gamma n)^{62}\text{Zn}$	$T_{1/2} = 9.2 \text{ h}$
$^{63}\text{Cu}(p, n)^{63}\text{Zn}$	$T_{1/2} = 38 \text{ min}$
$^{65}\text{Cu}(p, n)^{66}\text{Zn}$	$T_{1/2} = 245 \text{ d}$
$^{65}\text{Cu}(p, pn)^{64}\text{Cu}$	$T_{1/2} = 12.8 \text{ h}$
$^{63}\text{Cu}(p, \alpha n)^{59}\text{Ni}$	$T_{1/2} = 80000 \text{ y}$

در آشکارسازی محصولات واپاشی ^{60}Co ، محصولات واپاشیهای فوق به طور همزمان آشکارسازی می شوند. در بعضی از موارد، جداسازی بر پایه انرژی پروتوگاما یا تحلیل منحنی واپاشی (آهنگ شمارش بر حسب زمان) به مجموعه ای از منحنیهای با نیمه عمرهای مختلف انجام می شود. به هر حال، غالباً انجام این عمل، با دقت کافی ممکن نیست. بخصوص

هنگامی که از عنصر رادیواکتیو مورد نظر فقط مقدار کمی وجود داشته باشد و یا نیمه عمر آن عنصر با نیمه عمر عناصر دیگر چندان تفاوتی نداشته باشد، در چنین مواردی، اشکال را می‌توان با ترتیب دادن یک روش جداسازی شیمیایی کبالت از عناصر موجود دیگر برطرف کرد. این مثالی از روشهای رادیوشیمی است.

روش کار چنین است که پولکهای مسی را پس از بمباران حل می‌کنند و سپس مقدار معلومی از Co غیر رادیواکتیو را به عنوان حامل به آن اضافه می‌کنند. ^{60}Co کاملاً با آن مخلوط می‌شود و در تمام فرایندهای شیمیایی همراه با کبالت غیر رادیواکتیو شرکت می‌کند. همچنین حاملهای غیر رادیواکتیو Zn و Ni را هم باید اضافه کرد و کبالت را به طریقه جداسازی شیمیایی از این عناصر جدا می‌کنیم. اگر ناخالصیهای دیگری هم مورد ظن باشند آنها را نیز می‌توان به همین ترتیب جدا کرد. بایک حامل جادوب‌کننده می‌توان تعداد زیادی از عناصر ناخواسته را از محیط خارج کرد. در روشهای شیمیایی ممکن است مقداری از کبالت ازدست برود. ولی این مقدار را می‌توان به آسانی و با دقت از طریق تعیین مقدار کبالت به دست آمده در انتهای فرایند و مقایسه آن با مقدار حامل اضافه شده در ابتدای عمل تصحیح کرد (البته جرم ^{60}Co قابل چشمپوشی است). این روش به ما اجازه می‌دهد که جداسازی بسیار تمیزی انجام دهیم، بدون اینکه نیازی به مراقبتهای رنج آور تجزیه شیمیایی کمی معمولی باشد.

رادیوشیمی را برای تعیین توزیع جرم پاره‌های شکافت به طور گسترده‌ای به کار می‌برند. اورانیم (یا سایر مواد قابل شکافت) را پس از بمباران حل می‌کنند و حاملهای عناصر محصول را اضافه می‌کنند. پس از عملیات شیمیایی حذف تمام عناصر بجز یک عنصر در هر نمونه، تعداد هسته‌های رادیواکتیو ایزوتوپهای مختلف را با شمارش ذرات و یا بشیده تعیین می‌کنند. در بمباران با ذرات پرانرژی تقریباً بزرگتر از (5 MeV) تعداد زیادی واکنش رخ می‌دهد که منجر به تولید ایزوتوپهای زیادی در عناصر مختلف می‌شود. بنا بر این مسئله به همان ترتیبی است که در شکافت دیده‌ایم و با روش رادیوشیمیایی به بهترین وجهی می‌توان با آن برخورد کرد.

رادیوشیمی در تهیه ایزوتوپهای رادیواکتیو نیز اهمیت دارد. البته این ایزوتوپها را باید با واکنشهای هسته‌ای ساخت، ولی گاهی اوقات عناصر ناخالص با سطح مقطعهای بسیار بزرگ در واکنش شرکت می‌کنند و اکتیویته ناخواسته به وجود می‌آورند که باید آنها را به طریق شیمیایی از هم جدا کرد. اگر لازم باشد، جداسازی حذفی جرم از نمونه را می‌توان بدون حامل انجام داد. این عمل باید در مواردی که انرژی ازدست رفته ذرات گسیل شده در ماده اهمیت دارد و یا در کار بردهای پزشکی که حامل از نظر شیمیایی سمی است انجام شود. روشهای رادیوشیمیایی همیشه هنگامی که مقدار اکتیویته مورد مطالعه خیلی کم است حائز اهمیت شود، زیرا که در این حالت ناخالصیها می‌توانند اثرات مهمی داشته باشند. این موردی است که در بیشتر کار بردهای رادیواکتیویته در عمرسنجی صدق می‌کند.

مسائل

۱۰۹ چه ضخامتی از آلومینیم برای متوقف ساختن پروتونی با انرژی 20 MeV لازم است؟ برای پروتون با انرژی 5 MeV برای ذرات آلفای 5 MeV ؟

۲۰۹ چه ضخامتی از آلومینیم، انرژی پروتون 20 MeV را به 19 MeV کاهش می‌دهد؟ (از شکل ۲۰۹ استفاده شود)؛ چه ضخامتی انرژی آن را به 10 MeV کاهش می‌دهد؟ (از شکل ۳۰۹ استفاده شود)

۳۰۹ فرض می‌کنیم پروتونی با انرژی 10 MeV به بلوری سوسوزن برخورد می‌کند. هرگاه این آشکارساز به‌ازای هر 10000 eV انرژی ازدست داده شده یک فوتوالکترون ایجاد کند و تکثیرکننده فوتونی هم دارای ۱۰ دینود باشد که هر کدام در مقابل برخورد هر الکترون تعداد ۴ الکترون ایجاد کنند، در این برخورد چند الکترون به‌آند تکثیر کننده می‌رسد؟ اگر ظرفیت بین آند و زمین برابر 30 pF (10^{-12} F) باشد، ولتاژ تپ خروجی چقدر است؟

۴۰۹ یک ذره آلفای 10 MeV همه انرژی خود را در شمارگر تناسبی ازدست می‌دهد. به‌ازای هر 30 eV انرژی ازدست داده شده، یک زوج الکترون-یون ایجاد می‌شود. شمارگر تناسبی دارای ضریب تکثیر $M=500$ است و ظرفیت کلی میان سیم و زمین برابر 30 pF است. ولتاژ تپ خروجی چقدر است؟

۵۰۹ شعاع انحنای یک پروتون با انرژی 20 MeV را در میدان مغناطیسی 1 Wb/m^2 (10000 G) به‌دست آورید.

۶۰۹ یک طیف نگار با آهنربای گوه مانند برای ورود و خروج عمودی ($\gamma=\delta=0$) و برای فواصل شیء و تصویر متساوی ($p=q$) طرح شده است. اگر ذرات با زاویه 25° منحرف شوند و $p=150\text{ cm}$ باشد، برای تفکیک پروتونهای 20 MeV چه میدان مغناطیسی لازم است؟

۷۰۹ نشان دهید که وقتی چشمه‌ای در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار می‌گیرد، ذرات پس از گردش 180° کانونی می‌شوند. نشان دهید که ابیراهی درجه دوم در این مورد $\rho\alpha^2$ است.

۸۰۹ اگر توزیع زاویه‌ای در پراکندگی نوترون-پروتون در سیستم مرکز جرم همسانگرد باشد، توزیع ارتفاع تپ به‌دست آمده را وقتی نوترونهای با انرژی 10 MeV به سوسوزن پلاستیکی تابیده می‌شوند توضیح دهید.

۹۰۹ چه ضخامتی از سرب، شارپرتوهای گامای 1 MeV را با ضریب ۱۰ کاهش می‌دهد.

۱۰۰۹ اگر σ_T برای نوترونهای 20 MeV وارد Pb برابر 4 b باشد، ضخامت سربی

که لازم است تا باریکهٔ نوترونی را ۱۰۰ مرتبه تضعیف کند، چقدر است؟

۱۱.۹. از یک تحلیلگر همفرودی با زمان تفکیک ۵ ns برای مطالعهٔ واپاشی چشمه‌ای که دوپرتوگاما همزمان گسیل می‌دهد استفاده می‌شود. هر گاه بخواهیم نسبت همفرودیهای واقعی به اتفاقی برابر ۵ باشد، چه قدرتی چشمه باید داشته باشد (یعنی چشمه چند واپاشی در ثانیه باید بدهد)؟ اگر قطر هر آشکارساز ۲۵ cm باشد و در ۵ سانتی متری چشمه قرار گرفته باشد، چند همفرودی واقعی در ثانیه آشکارسازی می‌شود و آهنگ شمارش در هر آشکارساز چیست؟ اگر بازده آشکارسازها برای آشکار کردن پرتوهای گامایی که از آنها می‌گذرد فقط ۱۰ درصد باشد، نتایج چگونه تغییر می‌کنند؟

۱۲.۹. زمان تفکیک در آزمایش زمان پرواز نوترون ۱ ns و مسیر پرواز برابر ۱ m است. انرژی تفکیک را برای نوترونهای با انرژی ۱ MeV تا ۲۰ MeV حساب کنید. همین محاسبه را برای مسیر پرواز ۱۰ m تکرار کنید.

۱۳.۹. یک سیکلوترون به شعاع ۷۵ cm دارای میدان مغناطیسی 1 Wb/m^2 است. این سیکلوترون، پرتونها را با چه انرژی شتاب می‌دهد و چه بسامدی برای دیها باید به کار رود؟ اگر ولتاژ میان دیها هنگامی که پرتونها از شکاف دیها می‌گذرند برابر ۵۰ kV باشد، شتابدهی به چه مدتی دوام می‌یابد؟

۱۴.۹. مشکلاتی را که در اندازه‌گیری سطح مقطع واکنش ${}^{63}\text{Cu}(p, 2n)$ پیش می‌آید، بدون روش جداسازی رادیوشیمیایی مورد بحث قرار دهید. فرض کنید که سطح مقطع واکنشهای (p, pn) و $(p, 2n)$ تقریباً مساوی هستند.

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Ajzenberg-Selove, F.: *Nuclear Spectroscopy*, Academic, New York, 1960.

Barkas, W. H.: *Nuclear Research Emulsions*, Academic, New York, 1963.

Birks, J. B.: *The Theory and Practice of Scintillation Counting*, Macmillan, New York, 1964.

Bleuler, E., and G. J. Goldsmith: *Experimental Nucleonics*, Rinehart, New York, 1952.

Chase, R. L.: *Nuclear Pulse Spectrometry*, McGraw-Hill, New York, 1961.

Faires, R. A., and B. H. Parks: *Radioisotope Laboratory Techniques*, Newnes, London, 1964.

Livingood, J. J.: *Principles of Cyclic Particle Accelerators*, Van Nostrand,

- Princeton, N. J., 1951.
- Livingston, M. S., and J. P. Blewett: *Particle Accelerators*, McGraw-Hill, New York, 1962.
- Marion, J. B., and J. L. Fowler: *Fast Neutron Physics*, Interscience, New York, 1960.
- Price, J. W.: *Nuclear Radiation Detection*, 2d ed., McGraw-Hill, New-York, 1964.
- Rossi, B. B.: *High Energy Particles*, Prentice-Hall, New York, 1952.
- Rossi B. B., and H. S. Staub: *Ionization Chambers and Counters*, McGraw-Hill, New York, 1949.
- Segre, E.: *Experimental Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1953.
- Shutt, R. P.: *Bubble and Spark Chambers*, Academic, New York, 1967.
- Siegbahn, K.: *Alpha, Beta, and Gamma Ray Spectroscopy*, North-Holland Amsterdam, 1965,
- Yuan, L. C. L., and C. S. Wu: *Methods of Experimental Physics: Nuclear Physics*, Academic, New York, 1961.

گسیل نوکلئون

در فصل ۸ سه نوع واپاشی هسته‌ای را به‌طور کلی معرفی کردیم و نشان دادیم که واپاشیها به‌طور تعداد هسته‌های پایدار را محدود می‌سازند. در آنجا مسئله را بیشتر برپایه پایستگی انرژی تشریح کردیم؛ درحالی که قوانین پایستگی اغلب ارزش زیادی در به‌دست آوردن نتایج دارند، خیلی از مطالب جالب را پنهان می‌سازند. برای مثال، برای پیدا کردن اختلاف سرعت يك واگون قطار بدون اصطكاك در دو نقطه دور از هم در پارک بازی، می‌توان از پایستگی انرژی استفاده کرد، اما در این نوع بررسی، مسئله شتاب گرفتن مهیج آن در بین راه فراموش می‌شود.

در این فصل و دو فصل بعدی به‌فرایند واپاشی عمیقتری نزدیک می‌شویم و آنها را به‌طور مفصل بررسی می‌کنیم. برای انجام چنین عملی، تنها نتیجه مشاهداتی جدیدی که به‌دست می‌آوریم آهنگ واپاشی ۸ است که در بخش ۵.۸ معرفی کردیم. اما، نتیجه واقعی این بررسی پیشگویی نتایج نیست، بلکه درك تحولاتی است که در چنین فرایندهایی می‌گذرد.

در این فصل اولین نوع از سه نوع واپاشی یعنی گسیل نوکلئون را مورد بحث قرار می‌دهیم، ولی قبل از اینکه به این بحث پردازیم باید در بخش ۱۰.۱۰ برای تکامل دو مفهوم اضافی کوانتومی کمی از مطلب منحرف شویم.

۱.۱۰ انعکاس و عبور امواج در مرزهای مشترک

در فصل ۲ مسئله کوانتومی يك ذره محبوس در چاه پتانسیل را بررسی کردیم. همان طور که دیده‌ایم نتایج آن کاربردهای گسترده‌ای در ساختار هسته دارد زیرا که هسته شامل گروهی از نوکلئونهای محبوس شده است. اما وقتی با واپاشیها و واکنشها سروکار داریم، دیگر با ذرات محبوس کاری نداریم. این تفاوت بسادگی از نقطه نظرموجی قابل بیان است. يك ذره محبوس در چاه پتانسیل توسط يك موج ساکن نمایش داده می‌شود، در صورتی که يك ذره در يك واپاشی یا واکنش با يك موج متحرک نشان داده می‌شود.

در این بخش دو مسئله مربوط به امواج متحرک را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در مسئله اول در نظر می‌گیریم که چه اتفاقی برای ذره‌ای که در پتانسیل متغیری قرار دارد می‌افتد. در حالت کلاسیک این ذره مانند توپی است که به طرف بالا یا پایین تپه می‌غلند و می‌دانیم که جواب این است که ذره فقط سرعش را طبق رابطه زیر تغییر می‌دهد

$$\frac{1}{2} M v^2 = E - V$$

که حل آن چنین است

$$v = \left[\frac{2}{M} (E - V) \right]^{1/2} \quad (1.10)$$

اما وقتی طبیعت موجی ماده را در نظر می‌گیریم و آنگاه می‌شویم که طول موج از طریق رابطه (۱.۲) وابسته به پتانسیل است، نتایج دیگری هم به دست می‌آید. بدین معنی که مسئله مثل موج متحرکی است که در طول يك فنر در حرکت است و به محلی که فنر به يك طناب متصل می‌شود برخورد می‌کند. به طور کلی قسمتی از موج منعکس می‌شود. این می‌تواند این حقیقت را نشان دهد که طول موج به ازای بسامد معلومی بستگی به چگالی جرم دارد، لذا وقتی طول موج تغییر می‌کند يك انعکاس جزئی به وجود می‌آید. متشابهاً می‌توان انتظار داشت که ذره‌ای که توسط يك موج نمایش داده می‌شود وقتی با تغییری در پتانسیل مواجه می‌شود قسمتی از آن منعکس می‌شود، زیرا این تغییر همراه با تغییر در طول موج است. اجازه دهید که مسئله را به طور مفصل بررسی کنیم. موج متحرک يك بعدی را می‌توان با رابطه زیر نمایش داد

$$\psi \sim \sin(kx \mp \omega t)$$

که $k = 2\pi/\lambda$ است. علامت بالایی (منفی) مربوط به موجی است که در طی زمان به طرف راست حرکت می‌کند و همین مقدار داخل سینوس را می‌توان برای افزایش x در نظر گرفت. به همین ترتیب، نتیجه می‌گیریم که علامت پایینی مثبت مربوط به موجی است که به طرف چپ حرکت می‌کند.

اغلب در مسائل مکانیک، الکترومغناطیس، و همچنین مکانیک کوانتومی راحت تر است که يك علامت گذاری مختلط به کار ببریم که آن را چنین نمایش می دهیم

$$\psi \sim \exp[i(kx \mp \omega t)]$$

یا به طور معادل

$$\psi \sim e^{-i\omega t} e^{\pm ikx} \quad (2.10)$$

علامتهای بالا و پایین همان معنی مشخص شده در بالا را دارند. دانشجویانی که دارای تجربه مکانیک کوانتومی هستند تشخیص خواهند داد که باید وابستگی زمان مطابق رابطه (2.10) انتخاب شود تا اینکه معادله وابسته به زمان شرودینگر برقرار شود.

حالا بیایید وضعیت نمایش داده شده در شکل ۱۰۱۰ را در نظر بگیریم. جویباری از ذرات با انرژی $E (E > 0)$ به سمت راست در حرکت هستند که در محلی مثل x با تغییر پتانسیل از $V_0 -$ به صفر مواجه می شوند که برای راحتی $x = 0$ را انتخاب کرده ایم. از آنجایی که گمان می کنیم ممکن است انعکاسی صورت گیرد، تابع موج رابطه (2.10) را به صورت زیر انتخاب می کنیم

$$\psi = \begin{cases} (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-i\omega t} & x < 0 \\ Ce^{ik'x}e^{-i\omega t} & x > 0 \end{cases}$$

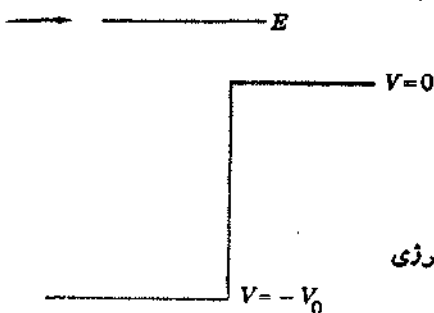
که طبق رابطه (3.2)

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2M(E - V)} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E + V_0)} \quad (3.10)$$

$$k' = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2ME}$$

از شرایط پیوستگی ψ و $d\psi/dx$ در $x = 0$ که در بخش ۳.۲ توجیه شد، پیدا می کنیم که

$$A + B = C$$



شکل ۱۰۱۰ تغییر پتانسیل برای ذره ای که با انرژی E در حرکت است.

$$ikA - ikB = ik'C$$

روابط فوق بسادگی حل می‌شوند و چنین می‌دهند

$$\frac{B}{A} = \frac{k - k'}{k + k'} \quad (۴.۱۰)$$

$$\frac{C}{A} = \frac{2k}{k + k'}$$

احتمال وجود ذرات با گستره‌ای از مقادیر x برای امواج تابنده، منعکس شده، و عبوری به ترتیب با A^2 ، B^2 ، و C^2 متناسب است. این احتمال متناسب با جریان است، یعنی حاصلضرب تعداد ذراتی که در هر ثانیه از هر مقدار x می‌گذرند در زمانی که ذرات در گستره مقادیر x صرف می‌کنند که با سرعتشان به طور معکوس متناسب است. چون طبق روابط (۴.۱۰) و (۳.۱۰) سرعتها با مقادیر k متناسب اند جریانهای تابشی $\mathcal{J}$ ، انعکاسی $\mathcal{R}$ ، و عبوری $\mathcal{G}$ به ترتیب با A^2 ، B^2 ، k ، k' ، C^2 متناسب هستند. بنابراین از رابطه (۴.۱۰) به دست می‌آوریم

$$\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{J}} = \left(\frac{k - k'}{k + k'} \right)^2 \quad (۵.۱۰)$$

$$\frac{\mathcal{G}}{\mathcal{J}} = \frac{k'}{k} \left(\frac{2k}{k + k'} \right)^2$$

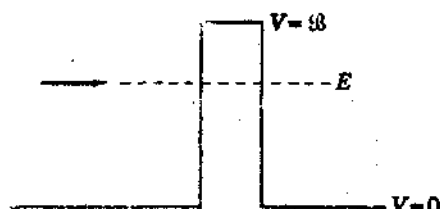
از این حقیقت که جمع جریانهای انعکاسی و عبوری باید برابر جریان تابش باشد به آسانی می‌توان دید که جمع آنها برابر واحد است.

در کاربرد رابطه (۵.۱۰) مورد $k' \ll k$ بسیار برایمان جالب خواهد بود. در این حالت، دومین رابطه (۵.۱۰) به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\mathcal{G}}{\mathcal{J}} = \frac{2k'}{k} \quad (۶.۱۰)$$

در حالی که E به سمت صفر می‌رود، k' از رابطه (۳.۱۰) و در نتیجه $\mathcal{G}$ از رابطه (۶.۱۰) به سمت صفر می‌رود و ذره یقیناً منعکس می‌شود.

دومین مسئله‌ای که در این بخش در نظر گرفته‌ایم نفوذ درسد است، که در شکل ۲.۱۰ نمایش داده شده است. جویباری از ذرات از سمت راست با انرژی کل E در حرکت است که با یک سد مواجه می‌شود یعنی ناحیه‌ای که $E < V$ است. در حالت کلاسیک، این مسئله مانند توپ غلغانی است که از تپه‌ای بالا می‌رود و انرژی کل آن کمتر از انرژی پتانسیل آن در بالای تپه است. آشکارا توپ می‌ایستد و به طرف پایین برمی‌گردد و هرگز به بالای تپه نمی‌رسد یعنی درسد نفوذ نخواهد کرد.



شکل ۲۰۱۰ سد یک بعدی.

در حالت کوانتومی، مشابه عمل انعکاس مذکور در بالا، می توانیم تابع موج را به صورت زیر بنویسیم

$$\psi = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < 0 \\ De^{\kappa x} + Fe^{-\kappa x} & 0 < x < b \\ Ce^{ikx} & x > b \end{cases} \quad (۷.۱۰)$$

که در آن داریم

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2ME} \quad \kappa = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2M(V_0 - E)}$$

توجه کنید که برخلاف وضعیت بخش ۲.۲ نمی توانیم در اینجا از یکی از دو جواب نهایی صرف نظر کنیم زیرا ناحیه ای که در آن اینها اعمال می شوند تا بینهایت ادامه دارد. از پیوستگی مقادیر $d\psi/dx$ در $x=0$ و $x=b$ نتیجه می شود که

$$A + B = D + F$$

$$ikA - ikB = \kappa D - \kappa F$$

$$De^{\kappa b} + Fe^{-\kappa b} = Ce^{ikb}$$

$$\kappa De^{\kappa b} - \kappa Fe^{-\kappa b} = ikCe^{ikb}$$

بعد از محاسبات طولانی و حل همزمان معادلات نفوذ در سد Φ به دست می آید

$$\Phi = \frac{J}{J_0} = \left| \frac{C}{A} \right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 (e^{\kappa b} - e^{-\kappa b})^2}{16E(V_0 - E)} \right]^{-1} \quad (۸.۱۰)$$

که به هیچ وجه برابر صفر نیست. بنا بر این می بینیم که به علت طبیعت موجی شان ذرات می توانند در سد هایی که از نظر کلاسیکی غیر قابل نفوذ هستند نفوذ کنند. در حقیقت برای سد کوچکی به ضخامت b ، طرف راست رابطه (۸.۱۰) به واحد نزدیک می شود و بنا بر این عبور صد درصد

می‌شود. برای مقادیر بزرگ κb داریم، $e^{-\kappa b} \gg e^{\kappa b}$ ، دومین جمله داخل کسره بزرگتر از واحد است. لذا رابطه (۸.۱۰) به صورت زیر درمی‌آید

$$\varphi = \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2\kappa b} \quad (9.10 \text{ الف})$$

ضریب تابع نمایی در رابطه (۹.۱۰ الف) به جزئیات مسئله مثل مقدار پتانسیل برای $x < b$ و $x > b$ بعضی از اثرات انعکاسی که در بالا بحث شد حساس است. فرضهایی که در اینجا برای سادگی مسئله صورت گرفت از نظر مسائل هسته‌ای واقعی نیستند، بنا بر این انعکاس را با استفاده از رابطه (۹.۱۰ ب) باید بررسی کنیم. در هر حال تابع نمایی در اینجا جمله بسیار مهمی است، چون می‌تواند با چندین مرتبه بزرگی تغییر کند. این امر اثر مهمی در نفوذ درسد دارد. پس بهتر است رابطه زیر را به کار ببریم

$$\varphi \simeq e^{-2\kappa b} \quad (9.10 \text{ ب})$$

اگر سد شکل راستگوشه‌ای نداشته κ تابعی از x باشد، می‌توان نشان داد که رابطه (۹.۱۰ ب) به صورت زیر اصلاح می‌شود

$$\varphi \simeq \exp\left(-2 \int_b^x \kappa dx\right) \quad (10.10)$$

با اینکه ممکن است در ابتدا عجیب به نظر بیاید، ولی می‌توان پدیده نفوذ در سد را به کمک اصل عدم قطعیت بسادگی درک کرد. انرژی ذره ممکن است به مقدار ΔE تغییر یابد تا $E > \mathcal{B}$ شود به شرطی که این بیش از زمان Δt داده شده در رابطه (۴.۵) طول نکشد. اگر این زمان به اندازه کافی برای ذره‌ای که مسافت b را می‌پیماید طولانی باشد، ذره می‌تواند درسد نفوذ کند. برای مثال فرض می‌کنیم که ΔE مقدار ازدیاد انرژی در بالای سد به همان اندازه که در ابتدا در پایین سد بود باشد، یعنی

$$\Delta E = \mathcal{B} - E$$

سرعت از رابطه (۱۰.۱۰) عبارت است از

$$v = \left[\frac{\mathcal{B}}{M} (\mathcal{B} - E) \right]^{1/2}$$

و زمان Δt لازم برای پیمودن سد چنین می‌شود

$$\Delta t = \frac{b}{v} = b \left[\frac{\mathcal{B}}{M} (\mathcal{B} - E) \right]^{-1/2}$$

با ترکیب این روابط و به کار بردن رابطه (۷.۱۰) به دست می‌آوریم

$$\Delta E \Delta t = b \left[\mathcal{B} M (\mathcal{B} - E) \right]^{1/2} = \hbar \kappa b$$

بنابر این طبق اصل عدم قطعیت در صورتی می توان درسد نفوذ کرده

$$kb \ll 1$$

این به طور تقریب نتیجه ای است که از رابطه (۹.۱۵ ب) به دست می آوریم، هرچند که آن معادله هنوز هم برای $kb \gg 1$ اعتبار دارد.

از این نتیجه گیری بسادگی دیده می شود که چرا ذره ای با جرم کم راحت تر از یک ذره سنگین می تواند درسد نفوذ کند. برای ΔE معلوم ذره ای با جرم کم سرعت بیشتری پیدا می کند و در این صورت زمان کوتاهی به طول می انجامد تا از ناحیه سد بگذرد. بنا بر این الکترونها بسادگی درسد نفوذ می کنند در صورتی که ذرات آلفا برای نفوذ در سد به طور قابل ملاحظه ای زمانشان بیشتر از پروتونهاست و این اشکال برای شکافت - پاره ها چندین برابر زیادتر می شود. به این دلیل است که تمام هسته های $A \geq 100$ که بنا بر استدلال مذکور در بخش ۳.۸ باید نسبت به شکافت ناپایدار باشند، همچنان در روی زمین حضور دارند.

پدیده نفوذ در سد اغلب قوئل ذنی در سد نامیده می شود. اما بیان آن به این صورت برخلاف مفاهیم پایه فیزیک است. از نقطه نظر اصل عدم قطعیت، خوشایند تر به نظر می رسد که آن را جهش اذدی سد در طی افت و خیز انرژی بنامیم.

۲.۱۰ آهنگ واپاشی با گسیل نوکلئون - گسیل نوترون $I=0$

حال آماده ایم تا به بررسی گسیل نوکلئون بپردازیم. با قدمهای ساده پیشروی خواهیم کرد و از سهلترین وضعیت شروع می کنیم و سپس موارد پیچیده را در آن می گنجانیم. برای شروع، بیایید حالتی از هسته ^{56}Fe را که تابع موج اش ψ_1 بر حالت پایه ^{56}Fe به علاوه یک نوترون در مدار $3s_{1/2}$ منطبق می شود، در نظر بگیریم

$$\psi_1(^{56}\text{Fe}) = \psi[^{56}\text{Fe}(\text{GS})]\psi(3s_{1/2}) \quad (11.10)$$

از آنجا که حالت پایه ^{56}Fe (یک هسته زوج - زوج) 0^+ است، I^π این حالت به صورت $+(1/2)$ خواهد بود، چون ^{56}Fe تعداد ۳۱ نوترون دارد، از شکل ۵.۴ مشاهده می کنیم که حالتی با انرژی پایین پسته $\mathcal{N}=4$ تازه در حال پسر شدن است. مدار $3s_{1/2}$ در پسته $\mathcal{N}=5$ قرار دارد و انرژی آن هم خیلی بالاتر است، بنا بر این حالتی که با ψ_1 نمایش داده شده حالت بسیار برانگیخته ^{56}Fe است. در حقیقت حتی مدار $3s_{1/2}$ در این هسته مقید نیست. فرض کنید که این مدار ۱ MeV بالاتر از لبه چاه است، در این صورت بنا بر رابطه (۱۱.۴) حالت ψ_1 انرژی برانگیخته ای حدود ۹ MeV پیدا می کند و چون نوترون نامقید است آزادانه می تواند در یک فرایند گسیل نوکلئون، گسیل یابد

$$^{56}\text{Fe}\left(\frac{1}{2}\right)^+ \rightarrow ^{56}\text{Fe}(\text{GS}) + n(3s_{1/2}) \quad (12.10)$$

این نوترون در طی زمانی حدود R/v_i به سطح هسته می‌رسد که R شعاع هسته و v_i سرعت نوترون در داخل هسته است. اما در رسیدن به سطح هسته نوترون با یک تغییر پتانسیل مواجه می‌شود، بنابراین شانس خوبی وجود دارد که به داخل هسته منعکس شود. طبق رابطه (۶.۱۰)، احتمالاً چندین دفعه که تعداد آنها برابر با $k/4k'$ است منعکس می‌شود. چون k متناسب با سرعت است، پس این نسبت برابر $v_i/4v_e$ می‌شود که v_e سرعت نوترون در خارج هسته است و آن سرعتی است که حاقبت نوترون با آن سرعت گسیل می‌یابد. بنابراین τ_0 زمان متوسط لازم برای گسیل نوترون در این مورد برابر است با

$$\tau_0 \simeq \frac{R}{v_i} \frac{v_i}{4v_e} = \frac{R}{4v_e} \quad (۱۳.۱۰ \text{ الف})$$

با به کار بردن فرمول عبور دقیقتر حاصل از رابطه (۵.۱۰) برای یک نوترون با انرژی یک MeV رابطه فوق به صورت $\tau_0 \simeq R/3v_e$ درمی‌آید. همچنین فاصله پیموده شده بین انعکاسها به $2R$ نزدیکتر از R است، و برای اینکه نوترون کاملاً از هسته خارج شود رابطه (۱.۲) نشان می‌دهد که نوترون باید به فاصله‌ای خیلی بزرگتر از R برسد. به این دلیل و دلایل ظریفتر دیگر، یک عبارت صحیحتر برای τ_0 به قرار زیر است^۱

$$\tau_0 \simeq \frac{R}{v_e} \quad (۱۳.۱۰ \text{ ب})$$

رابطه بین انرژی و سرعت ذره‌ای به جرم M به قرار زیر است

$$v = 1.24 \times 10^9 \text{ cm/s} \left[\frac{E(\text{MeV})}{M/M_p} \right]^{1/2}$$

در این صورت رابطه (۱۳.۱۰ ب) با رابطه (۲.۲) به صورت زیر درمی‌آیند

$$\tau_0 = 3.75 \left[\frac{E(\text{MeV})}{M/M_p} \right]^{-1/2} \left(\frac{A}{57} \right)^{1/2} \times 10^{-22} \text{ s} \quad (۱۴.۱۰)$$

آهنگ گسیل λ_0 یا احتمال گسیل نوکلئون در واحد زمان $1/\tau_0$ است، در این صورت از روابط (۱۳.۱۰ ب) و (۱۴.۱۰) داریم

$$\lambda_0 \simeq \frac{v_e}{R} \simeq 3 \left[\frac{E(\text{MeV})}{M/M_p} \right]^{1/2} \left(\frac{A}{57} \right)^{-1/2} \times 10^{21} \text{ s}^{-1} \quad (۱۵.۱۰)$$

۱. این موضوع معمولاً بر حسب حد دیگری که معادل $R/3v_e$ است، مورد بحث قرار می‌گیرد. ابتدا تصور می‌شد که τ_0 در این حدود است، اما به نظر می‌رسد که شواهد تجربی برای این دلالت می‌کند که رابطه (۱۳.۱۰ ب) به مقدار صحیح نزدیکتر است.

که مقدار آن برای واپاشی (۱۲.۱۰) برابر $10^{21} \times 3$ می‌شود. وضعیتی که تابع موج آن مثل رابطه (۱۱.۱۰) باشد (کسه ما در اینجا در نظر گرفته‌ایم) یکی از غیرواقعیت‌ترین توابع برای يك حالت با انرژی برانگیختگی ۹ MeV است. تعداد زیادی پیکر بندیهای دیگر با I^π [در این مورد $(1/2)^+$] در این ناحیه انرژی وجود دارند و از نقطه نظر بحثهایی که در فصلهای ۵ و ۶ انجام گرفت هراحتمالی وجود دارد که این پیکر بندیها با هم مخلوط شوند؛ یعنی در هر حالت هسته‌ای، هسته مقداری از وقتش را در هر يك از این پیکر بندیها می‌گذرانند و در اثر برخورد از يك پیکر بندی به دیگری منتقل می‌شود. بعضی از این پیکر بندیها به‌قرار زیرند

$^{56}\text{Fe}(1^-) 2p_{7/2}$	$^{56}\text{Fe}(2^+) 2d_{5/2}$
$^{56}\text{Fe}(2^-) 2p_{7/2}$	$^{56}\text{Fe}(3^+) 2d_{5/2}$
$^{56}\text{Fe}(0^-) 2p_{1/2}$	$^{56}\text{Fe}(3^+) 1g_{7/2}$
$^{56}\text{Fe}(1^-) 2p_{1/2}$	$^{56}\text{Fe}(4^+) 1g_{7/2}$
$^{56}\text{Fe}(2^-) 1f_{5/2}$	$^{56}\text{Fe}(1^+) 3s_{1/2}$
$^{56}\text{Fe}(3^-) 1f_{5/2}$	$^{56}\text{Fe}(0^+) 3s_{1/2}$
$^{56}\text{Fe}(5^+) 1g_{9/2}$	
$^{56}\text{Fe}(4^+) 1g_{9/2}$	

به‌عنوان مثال، اولین پیکر بندی در فهرست فوق یعنی $^{56}\text{Fe}(1^-) 2p_{7/2}$ پیکر بندی‌ای است که شامل يك حالت 1^- مربوط به ^{56}Fe به علاوه يك نوترون $2p_{7/2}$ است تا با جفت شدن با آن يك جمله $(1/2)^+$ را بدهد. از آنجایی که مدار $2p_{7/2}$ حالت پایه ^{56}Fe (شکل ۵.۲) را پر می‌کند، انرژی برانگیختگی مربوط به نوترون اضافی در این مدار خیلی کم است، بنابراین برای اینکه انرژی برانگیختگی حدود ۹ MeV باشد، $^{56}\text{Fe}(1^-)$ می‌باید يك حالت با انرژی برانگیختگی حدود ۹ MeV در ^{56}Fe باشد. اما چون از بخش ۱۱.۵ می‌دانیم که ^{56}Fe دارای تعداد زیادی حالت برای هر I^π در این ناحیه انرژی است، اولین حالت در فهرست فوق ممکن است مربوط به دهها پیکر بندی مختلف باشد. استدلالهای مشابهی را می‌توان درباره بسیاری از پیکر بندیهای دیگر که در فهرست فوق آمده بیان کرد. لذا شاید هزاران جمله در تابع موج هر حالت $(1/2)^+$ در ^{56}Fe با انرژی برانگیختگی ۹ MeV وجود داشته باشد که فقط یکی از آنها در رابطه (۱۱.۱۰) آمده است. پس معمولاً در هر يك از این حالتها پیکر بندی فقط حدود يك هزارم بار مثل رابطه (۱۱.۱۰) می‌شود. اما فقط در همین پیکر بندی است که هسته می‌تواند طبق رابطه (۱۲.۱۰) واپاشیده شود، بنابراین آهنگ واپاشی با ضریبی در حدود ۱۰۰۰۰ از رابطه (۱۵.۱۰) کندتر می‌شود. این

بدان معنی است که $\lambda \approx 3 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$ است که بنا بر رابطه (۱۱.۸) با نیمه عمر $2.3 \times 10^{-14} \text{s}$ متناظر است

برای بررسی این مسئله به طور عمومیتر، فرض می‌کنیم که دامنه جمله (۱۱.۱۵) در تابع موج مربوط به هر حالت هسته‌ای i با $I^{\pi} = (1/2)^{+}$ برابر θ_i باشد. کسری از زمان که هسته در پیکربندی (۱۱.۱۵) است برابر مربع دامنه θ_i^2 است و در طول این زمان آهنك واپاشی λ_0 است، بنابراین آهنك کلی واپاشی λ_i مربوط به حالت i به قرار زیر است

$$\lambda_i = \lambda_0 \theta_i^2 \quad (16.15)$$

کمیت θ_i^2 پهنای کاهش یافته یا تبدیلی حالت i نامیده می‌شود.^۱

چون دامنه جمله‌ها در تابع موجها به طور گسترده‌ای تغییر می‌کند، θ_i^2 می‌تواند از يك حالت به حالت دیگر خیلی تغییر کند، ممکن است بعضی از حالتها دارای سهم بزرگتر و بعضی دیگر دارای سهم کوچکتری از رابطه (۱۱.۱۵) باشند. اما تمام این قسمتها باید مربوط به يك حالت هسته‌ای باشند، بنابراین، قاعدة جمع برقرار است

$$\sum_i \theta_i^2 = 1 \quad (17.15)$$

که جمع روی تمام حالتها هسته‌ای ^{57}Fe است. البته فقط حالتها $(1/2)^{+}$ می‌توانند این جمله را داشته باشند و چون پیکربندی (۱۱.۱۵)، فقط با پیکربندیهای دیگر در همان ناحیه انرژی مخلوط می‌شود، سهم عمده در جمع (۱۷.۱۵) از حالتها هسته‌ای که نزدیک به ناحیه انرژی برای رانگیختگی ۹ MeV باشند، ناشی می‌شود.

برای دانشجویان پیشرفته‌تر، رابطه (۱۷.۱۵) را به طریق زیر می‌توان به دست آورد. تابع موجهای ^{57}Fe برای تمام حالتها $(1/2)^{+}$ بدین صورت نوشته می‌شوند

$$\phi_i = \sum_k c_{ik} \psi_k \quad (18.15)$$

که ψ_k از رابطه (۱۱.۱۵) است و سایر ψ_k ها جمله‌های دیگر $(1/2)^{+}$ هستند. تمام θ_i ها و همچنین تمام ψ_k ها باید راست‌همجار باشند، پس

$$\int \phi_i \phi_j d\tau = \delta_{ij} \quad (19.15)$$

$$\int \psi_i \psi_j d\tau = \delta_{ij}$$

۱. کمیتی که ما آنرا θ_i^2 می‌نامیم، در بیشتر موارد θ_i^2/θ_0^2 یا نسبت پهنای کاهش یافته به پهنای کاهش یافته تک ذره نامیده می‌شود. به طور تاریخی λ_0 متناظر با حد ویکتور و در حدود $R/3v_0$ در نظر گرفته شده است و θ_i^2 بعداً معلوم شد که تقریباً برابر $1/3$ است. با انتخاب $\lambda_0 \approx R/v_0$ در رابطه (۱۳.۱۵) داریم $\theta_i^2 \approx 1$.

چون c_{ik} یکانی است، رابطه (۱۸.۱۰) براین دلالت می کند که

$$\psi_i = \sum_k c_{ki} \phi_k$$

باشد. با وارد کردن این رابطه در رابطه دوم (۱۹.۱۰) و به کار بردن اولین رابطه (۱۹.۱۰) نتیجه می شود که

$$\sum_k c_{ki} c_{kj}^* = \delta_{ij}$$

برای $i = j = 1$ این رابطه به صورت زیر در می آید

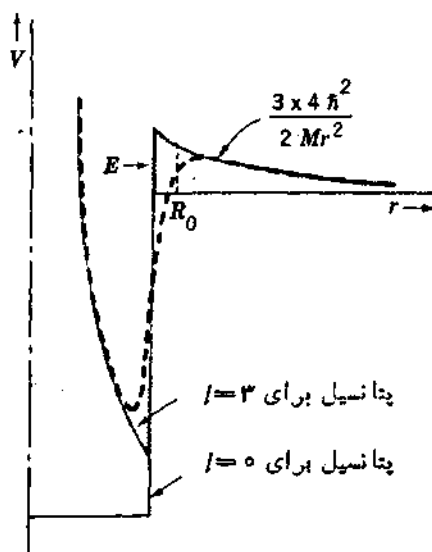
$$\sum_k |c_{k1}|^2 = 1 = \sum_i |c_{i1}|^2 \quad (20.10)$$

که در عبارت آخری فقط زیر شاخصها عوض شده است. c_{i1} دامنه های ψ_1 در تابع موجهای ϕ_i مربوط به حالت های هسته ای حاصل از همان تعریف θ_i است. بنابراین رابطه (۲۰.۱۰) مثل رابطه (۱۷.۱۰) است.

۳.۱۰ آهنگ واپاشی در گسیل نوکلئون - نفوذ از سد تکانه زاویه ای

در بخش ۲.۱۰ بحثمان را به گسیل نوترون n محدود ساختیم. نوترون ها از مدارهای ناوابسته دیگر نیز می توانند گسیل شوند، اما در چنین مواردی پیچیدگی سد تکانه زاویه ای نیز اضافه می شود. وجود این سد در شکل ۴.۲ دیده شده است. برای مثال، چاه پتانسیل برای نوترون های $l = 3$ از شکل ۴.۲ دوباره در شکل ۳.۱۰ تکرار شده است. همان طور که در آنجا نشان داده شد نوترونی با انرژی E برای آنکه گسیل شود، باید در سد نفوذ کند. از لحاظ فیزیکی این سد را با در نظر گرفتن تویی که در يك «مدار» دایره ای به طرف بالای يك فرورفتگی کاسه ای شکل می غلند می توان فهمید. اگر توپ در راستای شعاعی حرکت کند، انرژی جنبشی آن برای بالا رفتن توپ از دیواره کاسه و بیرون آمدن از آن کافی است. اما، سرعت آن نمی تواند خود به خود در راستای شعاعی دوباره جهت گیرد زیرا این باعث کاهش تکانه زاویه ای می شود و در نتیجه پایداری تکانه زاویه ای نقض می شود. از طرف دیگر اگر توپ می توانست از کاسه خارج و از آن دور شود، هنوز می توانست تکانه زاویه ای ابتدایی اش را علی رغم ازدست دادن انرژی جنبشی اش در بالا رفتن از دیواره کاسه حفظ کند. زیرا پس از آن تسوپ برای سرعت معلومی دارای مقدار بزرگ m و تکانه زاویه ای بزرگ می شود که متناسب با m است. بنابراین چیزی که از خارج شدن توپ جلوگیری می کند سد است نه کافی نبودن انرژی.

برای اینکه این سد را از لحاظ کمی درک کنیم، متذکر می شویم که اگر يك نوکلئون با شعاع چرخش m دارای تکانه زاویه ای $\hbar l$ $\hbar l(l+1)$ باشد، $\mathbf{r} \times \mathbf{p} = \sqrt{l(l+1)}$ باشد، تکانه خطی آن حداقل باید برابر



شکل ۳۰۱۰ سد تکانه زاویه‌ای برای نوترون $l=3$ در تقریب چاه مربعی، پتانسیل مؤثر کل (خط پرکلفت) شامل حاصل جمع پتانسیل هسته‌ای (خط پرنازک) و جمله‌ای است که نیروی گریز از مرکز رابطه (۱۸.۲) را مشخص می‌سازد. به علت نامشخص بودن لبه پتانسیل، از (۱.۴)، پتانسیل واقعی به گونه‌ای است که با خط چین نشان داده شده است. سدی که ایسن پتانسیل به وجود می‌آورد با سطح سایه دار قابل تقریب زدن است. ذره‌ای با انرژی E و $l=3$ باید در این سد نفوذ کند تا گسیل یابد.

$$p = \frac{V l(l+1) \hbar}{r}$$

باشد. در این صورت انرژی جنبشی آن حداقل باید به‌قدر زیر باشد

$$E - V = \frac{p^2}{2M} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Mr^2} \quad (20.10)$$

این معادله منحنی است که در شکل ۳۰۱۰ نشان داده شده است. به‌طور کلاسیکی نوکلئون نمی‌تواند به شعاعی برسد که در آنجا انرژی اش، E ، کمتر از مقدار داده شده در رابطه (۲۰.۱۰) باشد.

بازگردیم به مسئله گسیل نوترون. با توجه به بحث بخش (۱۰.۱۰) می‌دانیم که با احتمال φ می‌توان درسد نفوذ کرد. φ از رابطه (۱۰.۱۰) قابل محاسبه است. بنابراین آهننگ واپاشی (۱۶.۱۰) به‌صورت زیر اصلاح می‌شود

$$\lambda_i = \lambda_0 \theta_i^2 \varphi \quad (22.10)$$

این عبارت کامل آهنگ واپاشی در گسیل نوکلئون است.
محاسبه دقیق φ را می توان با تقریب چاه مربعی انجام داد. چون پتانسیل هسته ای در ناحیه سد (شکل ۳.۱۵) صفر است، از ارتفاع سد درست از طرف راست رابطه (۲۱.۱۵) به دست می آید. لذا از رابطه (۲۰.۱۵) داریم

$$\kappa^2 = \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2ME}{\hbar^2}$$

و حدود انتگرال (۱۵.۱۵) بین $r = R_0$ یعنی شعاع چاه مربعی و مقدار r درجایی است که $\kappa = 0$ می شود. این انتگرال به آسانی محاسبه می شود و سرانجام رابطه زیر به دست می آید

$$\varphi = \exp \left[-2\sqrt{l(l+1)} \left(\log \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - R_0^2}}{R_0} - \sqrt{1 - \frac{R_0^2}{\alpha^2}} \right) \right] \quad (23.15)$$

که

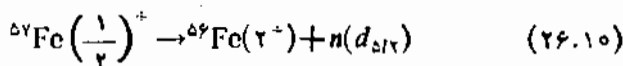
$$\alpha^2 = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2ME} = \frac{R_0^2 B_l}{E} \simeq \frac{20l(l+1)}{E(\text{MeV})M/M_p} \quad f^2 \quad (24.15)$$

در رابطه (۲۴.۱۵)، B_l ارتفاع قله سداست که مقدار آن در $r = R_0$ در این رابطه به کار رفته است، و همچنین آخرین عبارت برای راجتی محاسبات عددی وارد شده است.
وقتی چاه پتانسیل واقعی رابطه (۱.۴) را با لبه گرد شده در نظر می گیریم، شکل سد به صورتی که در شکل ۳.۱۵ با منحنی خط چین نشان داده شده اصلاح می شود. به طوری که مشاهده می کنیم این اصلاح بلندترین قسمت سد را حذف می کند و در این صورت انتگرال (۱۵.۱۵) به طور اساسی تقلیل می یابد. محاسبات دقیق φ برای سد اصلاح شده را می توان توسط کامپیوترها انجام داد، ولی برای محاسبات با دست عملیتر است که شکل (۲۳.۱۵) را نگه داریم و از طریق افزایش شعاع چاه مربعی به حالت اصلاح شده برسیم. این عمل سد را به سد هاشور خورده در شکل ۳.۱۵ تبدیل می کند. بنابراین اگر شعاع را به صورت زیر انتخاب کنیم، نتایج دقیق محاسبات با تقریب خوبی به دست می آید

$$R_0 \simeq R + 2a \quad (25.15)$$

که R و a از رابطه (۲.۴) گرفته می شود.

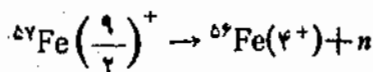
برای نمایش اثر سدهای تکانه زاویه ای در گسیل نوترون به مثال بخش ۲.۱۵ مراجعه می کنیم. فرض می کنیم که یک حالت هسته ای بخصوص l می تواند طبق رابطه (۱۲.۱۵) با گسیل نوترونی با انرژی 1.5 MeV واپاشیده شود. همچنین برای این حالت هسته ای واپاشی زیر امکان پذیر است



$^{56}\text{Fe}(2^+)$ اولین حالت برانگیخته ^{56}Fe است که انرژی برانگیختگی آن برابر 0.9 MeV است. چون در اینجا هسته نهایی دارای 0.9 MeV انرژی برانگیختگی بیشتر از انرژی گذار به حالت پایه است، انرژی نوترون باید 0.9 MeV کمتر از مقدار مورد انتظار یعنی برابر با 0.6 MeV شود. از روابط (25.10) و (2.2) داریم $R_0 = 6.1\text{ f}$ و بنابراین رابطه (24.10) با نوترون $l=2$ (نوترون در مدار $d_{5/2}$ است) و انرژی $E = 0.6\text{ MeV}$ خواهیم داشت $\alpha^2 = 200\text{ f}^2$. با قراردادن این مقادیر در رابطه (23.10) حاصل می شود $1/18 = \exp(-209) = \varphi$ که اگر از تفاوتهای $\theta_{1/2}$ در رابطه (22.10) صرف نظر شود، واپاشی (12.10) به میزان ۱۸ برابر سریعتر از واپاشی (26.10) صورت می گیرد. حال هیچ دلیلی وجود ندارد که فقط خودمان را به حالت های $(1/2)^+$ محدود سازیم، تمام حالت های I^π در ^{56}Fe می توانند با گسیل نوترون با تکان های زاویه ای مختلف به تمام حالت های I^π در ^{56}Fe واپاشیده شوند، و این مشروط بدان است که تکان زاویه ای و پاریته پایسته بمانند. آهنك هریک از این واپاشیها توسط رابطه (22.10) تعیین می شود. غالباً واپاشی از يك حالت به حالت دیگر به صورت های گوناگونی صورت می گیرد. برای مثال يك حالت بسیار برانگیخته ^{56}Fe از $(9/2)^+$ بر احتی ممکن است جمله هایی به قرار زیر در تابع موجش داشته باشد

$$\begin{array}{ll} \theta_{11} ^{56}\text{Fe}(2^+) 3s_{1/2} & \theta_{15} ^{56}\text{Fe}(2^+) 2d_{5/2} \\ \theta_{13} ^{56}\text{Fe}(2^+) 2d_{3/2} & \theta_{19} ^{56}\text{Fe}(2^+) 1g_{9/2} \end{array}$$

که $^{56}\text{Fe}(2^+)$ دومین حالت برانگیخته ^{56}Fe است که انرژی برانگیختگی آن 2.1 MeV است. آنگاه واپاشی



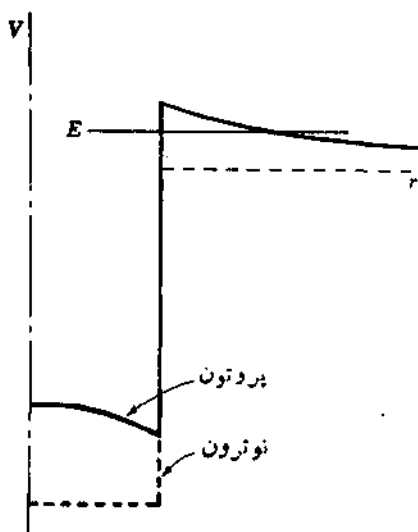
می تواند صورت بگیرد و يك نوترون $s_{1/2}$ با پهنای کاهش یافته θ_{11}^2 ، يك نوترون $d_{3/2}$ به پهنای کاهش یافته θ_{13}^2 ، يك نوترون $d_{5/2}$ با پهنای کاهش یافته θ_{15}^2 و يك نوترون $g_{9/2}$ با پهنای کاهش یافته θ_{19}^2 گسیل شود. برای هر کدام از اینها يك φ و λ_{ij} جداگانه که از رابطه (22.10) با مقدار مناسبی از θ_{ij}^2 محاسبه می شود، وجود دارد و احتمال کسل در واحد زمان برای واپاشی λ_i درست برابر حاصل جمع احتمالات متناظر با این چهار طریقه واپاشی است، یعنی

$$\lambda_i = \sum_j \lambda_{ij}$$

۴.۱۰ آهنگ واپاشی در گسیل نوکلئون - نفوذ از سد کولنی

در گسیل پروتونها هنوز تمام ملاحظاتی که در رابطه با نوترونها مورد بحث قرار گرفت معتبر است، اما يك مشکل اضافی یعنی سد کولنی نیز وجود دارد. وجود این سد را در شکل ۲.۴ و همچنین در تقریب چاه مربعی شکل ۴.۱۰ می توان مشاهده کرد. این سد در نتیجه اضافه شدن پتانسیل کولنی به پتانسیل هسته ای حاصل می شود. ممکن است عجیب به نظر برسد که نیروی کولنی که دافعه است باعث جلوگیری از فرار پروتونها از هسته شود، دلیل آن این است که اثر نیروی کولنی در تعیین انرژی قبلا از انرژی کل کسر شده است. يك پروتون با انرژی کل E همان طور که در شکل ۴.۱۰ مشاهده می کنیم دارای انرژی جنبشی کمتری از يك نوترون با همان انرژی کل است، زیرا ته چاه برای پروتون بالاست. وقتی که يك نوکلئون می خواهد هسته را ترك کند، توسط نیروی هسته ای تمام نوکلئونهای دیگر هسته کند و به داخل کشیده می شود (یعنی، از دیواره چاه پتانسیل نظریه پسته ای که نشان دهنده این نیروهاست باید «بالا برود») و پروتون هم درست مثل نوترون توسط این نیروها کند می شود. چون يك پروتون دارای انرژی جنبشی کمتری است خیلی آسانتر متوقف می شود.

آهنگ واپاشی برای گسیل پروتون هنوز با رابطه (۲۲.۱۰) داده می شود، جز اینکه در این مورد منظور از p نفوذ پروتون از سدی به ارتفاع حاصل جمع سدهای کولنی و نکانه زاویه ای است. برای گسیل پروتونهای $S_{1/2}$ ، فقط سد کولنی حضور دارد و رابطه (۱۰.۱۰) چنین می شود



شکل ۴.۱۰ از ترکیب پتانسیل کولنی و پتانسیل هسته ای در تقریب چاه مربعی، يك سد کولنی حاصل می شود. پروتون با انرژی E برای آنکه گسیل شود باید از این سد نفوذ کند.

$$\varphi \simeq \exp \left[-2 \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2}} \int \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - E \right)^{1/2} dr \right] \quad (27.10)$$

که گستره انتگرال بین $r = R_0$ و شعاعی است که در آن عبارت زیر انتگرال صفر می شود. مقدار این انتگرال را می توان حساب کرد. نتیجه نهایی عبارت است از

$$\varphi = \exp[-\beta f(x)] \quad (27.10 \text{ الف})$$

که

$$\beta = \frac{2Ze^2}{\hbar v} = 0.63 Z Z \left[\frac{M/M_p}{E(\text{MeV})} \right]^{1/2}$$

$$f(x) = [\cos^{-1} x^{1/2} - \sqrt{x(1-x)}]$$

$$x = \frac{E}{\mathcal{B}_e}$$

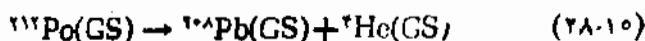
$$\mathcal{B}_e = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R_0}$$

در اینجا ze را برای بار ذره گسیل شده به کار برده ایم تا این فرمول برای تمام ذرات باردار اعتبار داشته باشد. برای پروتونها $z=1$ است. $\mathcal{B}_e$ قله سد پتانسیل است که در $r = R_0$ اتفاق می افتد و $v = (2E/M)^{1/2}$ سرعت ذره پس از گسیل است.

برای هسته ای با جرم متوسط، مثل ^{120}Sn محاسبه ای مشابه محاسبه (۳.۱ الف) با مقدار R_0 حاصل از رابطه (۲۵.۱۰) پتانسیل بیشینه را برابر 9.6 MeV به دست می دهد. بنابراین φ را می توان از رابطه (۲۷.۱۰ الف) محاسبه کرد. برای پروتونی با انرژی 4 MeV مقدار φ برابر $1/200 \approx e^{-6}$ و برای پروتونی با انرژی 1 MeV مقدار آن $10^{-12} \approx e^{-29}$ می شود.

۵.۱۰ پهنای کاهشی یافته برای گسیل ذرات آلفا و شکافت

واپاشی آلفای زیر را در نظر بگیرید



که منظور از GS حالت پایه است. چون هر سه هسته زوج - زوج هستند، بنابراین در آنها $I=0$ است و تکانه زاویه ای مداری I_e ذره آلفای گسیل شونده نیز می باید صفر باشد تا تکانه زاویه ای کل پایسته بماند. عبارت پهنای کاهشی یافته θ_e^2 برای این واپاشی به این معنی است که چقدر تابع موج حالت پایه ^{212}Po با حاصلضرب تابع موجهای حالت پایه

^{208}Pb ، حالت پایه ^4He ، و ذره آلفای متحرک نسبت به هسته ^{208}Pb با $I_\alpha = 0$ مشابهت دارد. این جمله دانشجویانی را که با مکانیک کوانتومی آشنایی دارند قانع خواهد کرد. آنها می‌توانند از اینجا تا پاراگرافی را که منجر به رابطه (۳۴.۱۰) می‌شود حذف کنند. در آنجا مثالی از معادل ریاضی این جمله را در رابطه (۳۵.۱۰) خواهند دید و یا اگر وقت کم باشد، بقیه این بخش هم قابل حذف است.

دانشجویانی که دارای تجربه بیشتری در مکانیک کوانتومی هستند به‌طور کلی تشخیص می‌دهند که تابع موج برای ^{212}Po (GS) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت^۱

$$\psi[^{212}\text{Po}(\text{GS})] = \sum \theta_p \psi[^{208}\text{Pb}(p)] \psi[^4\text{He}(q)] \psi_\alpha \quad (29.10)$$

این ترکیب خطی از حاصلضرب تابع موجها برای تمام حالت‌های (p) از ^{208}Pb و تمام حالت‌های (q) از ^4He و تمام حالت‌های حرکت ψ_α ذره آلفا نسبت به هسته ^{208}Pb است که با عبارت آشنای امواج کروی دورشونده مشخص می‌شود

$$\psi_\alpha \propto (e^{-ik_\alpha r_\alpha}) \propto j_{l_\alpha}(k_\alpha r_\alpha) Y_{l_\alpha m_\alpha}(\theta, \phi)$$

که j_l توابع کروی بسل و Y_{lm} هماهنگ‌های کروی اند. مشابه با تعریف θ_i در بخش ۲۰.۱۰، θ_G برای واپاشی (۲۸.۱۰) به قرار زیر است

$$\theta_G = \theta_{00} \quad (30.10)$$

که $p=0$ و $q=0$ را به ترتیب برای حالت‌های پایه ^{208}Pb و ^4He در نظر گرفته‌ایم. در اینجا خالی از فایده نیست که به انتگرال حاصلضرب دو تابع موج به صورت زیر توجه کنیم

$$\int \psi_F^* \psi_I d\tau \quad (31.10)$$

که شاخص‌های I و F علامت حالت‌های ابتدایی و نهایی در واپاشی هستند. ψ_I را می‌توان به‌صورت (۲۹.۱۰) بیان کرد و ψ_F به قرار زیر است

$$\psi_F = \psi[^{208}\text{Pb}(\text{GS})] \psi[^4\text{He}(\text{GS})] \psi_\alpha(I_\alpha = 0) \quad (32.10)$$

وقتی اینها را در انتگرال حاصلضرب قرار دهیم، تمام جمله‌ها غیر از یکی که ضریب θ_{00} دارد، به‌علت تعامد متقابل تمامی حالت‌های ^{208}Pb ، ^4He ، و ψ_α صفر می‌شوند. بنابراین نتیجه به‌قرار زیر است

۱. به‌طور کلی علامت جمع رابطه (۲۹.۱۰) نکانه I_α را هم شامل می‌شود و مؤلفه z آن m_α و همچنین θ می‌باید شاخص‌های لازم را در خود داشته باشند. اما در این مثال، رعایت این نکات ضرورتی ندارد.

$$\int \psi_f^* \psi_i d\tau = \theta_{c0}$$

از مقایسه رابطه فوق با (۳۰.۱۰) می بینیم که

$$\theta_c = \int \psi_f^* \psi_i d\tau \quad (۳۳.۱۰)$$

اکنون بسادگی دیده می شود که این روش را می توان برای تمام موارد واباشی آلفا تعمیم داد که این موضوع کاربرد θ_i در بخشهای ۲۰.۱۰ و ۳۰.۱۰ را هم دربرمی گیرد (مسئله ۸.۱۰ را ببینید). در این صورت می توان رابطه (۳۳.۱۰) را به عنوان تعریف دیگری از θ_i در نظر بگیریم. مربع طرف راست رابطه (۳۳.۱۰) را همچنین می توان به عنوان معادل ریاضی عبارت «چقدر ψ_i مثل ψ_f است» در نظر گرفت.

در فصل ۵ دیدیم که $^{208}\text{Pb}(\text{GS})$ ، يك هسته با پوسته پُر است و $^{212}\text{Po}(\text{GS})$ دارای دو پروتون نزویج شده در پوسته ۶ و دو نوترون نزویج شده در پوسته ۷ $\mathcal{N}=7$ مطابق شکل ۵.۴ است. مدارهای پایتترین انرژی این پوسته ها به ترتیب $g_{9/2}$ و $h_{9/2}$ هستند. بنابراین يك تقریب ساده برای تابع موج ^{212}Po به قرار زیر است

$$\psi[^{212}\text{Po}(\text{GS})] = \psi[^{208}\text{Pb}(\text{GS})](h_{9/2})^4(g_{9/2})^2 \quad (۳۴.۱۰)$$

مناسفانه از آنجا که این تابع موج به صورت رابطه (۲۹.۱۰) نیست، نمی توانیم θ_c را مستقیماً از آن به دست آوریم. اما با قراردادن رابطه های (۳۴.۱۰) و (۳۲.۱۰) در رابطه (۳۳.۱۰) قدری پیشتر می رویم و چنین به دست می آوریم

$$\theta_c = \int \psi^*[^4\text{He}(\text{GS})] \psi_c(l_c=0) [(h_{9/2})^4 (g_{9/2})^2] d\tau \quad (۳۵.۱۰)$$

رابطه فوق انتگرالی است که شباهت بین دو پروتون و دو نوترون در مدارهای $(h_{9/2})^4 (g_{9/2})^2$ حول مرکز هسته را با هسته ^4He ، یعنی دو نوترون و دو پروتون در مدارهای $1s_{1/2}$ نسبت به مرکز جرم که با $l_c=0$ نسبت به بقیه سیستم در حرکت است، نشان می دهد. روشهای مکانیک کوانتومی ساده ای برای محاسبه عددی انتگرالهایی مثل (۳۵.۱۰) موجود است.

چنانچه در فصل ۵ دیدیم، رابطه (۳۴.۱۰) يك تابع موج بیش از اندازه ساده شده ^{212}Po است. در حقیقت تمام مدارهای پروتونی در پوسته ۶ $\mathcal{N}=6$ و تمام مدارهای نوترونی پوسته ۷ $\mathcal{N}=7$ به طور ناقص در آن هسته پر شده اند. بنابراین تابع موج از ترکیب خطی جمله های متعددی مثل آنچه در رابطه (۳۴.۱۰) آمده است، به دست می آید. در این صورت θ_c ترکیب خطی انتگرالهایی مانند (۳۵.۱۰) می شود که هر کدام را می توان با همین روش محاسبه کرد. جالب است متذکر شویم که پهنای کاهش یافته θ_c^2 ، هنگامی که يك ترکیب

خطی طولانی است، خیلی بزرگتر از موقعی است که θ_c^2 مثل رابطه (۳۴.۱۰) فقط از يك جمله تشکیل می‌شود. برای مثال اگر تابع موج شامل ۲۵ جمله و هر کدام با دامنه ۲۰ باشد (این مقدار شرط اینکه حاصل جمع مربع ضرایب برابر واحد باشد را ارضایی کند) و انتگرال (۳۵.۱۰) که با θ_c علامت گذاری می‌شود برای تمام جملات یکسان باشد، به دست می‌آوریم

$$\theta_c = 25 \times 0.2 \theta_c = 5 \theta_c. \quad (36.10)$$

$$\theta_c^2 = 25 \theta_c^2$$

پهنای کاهش یافته θ_c^2 ، ۲۵ بار بزرگتر از پهنای متناظر با تابع موج (۳۴.۱۰) می‌شود. باید متذکر شد که این استدلال فقط هنگامی معتبر است که علامت تمام جمله‌های تابع موج یکسان باشد. در این صورت، استدلال فوق فقط برای گذارهای بین حالت‌های پایه هسته‌های زوج - زوج معتبر است. این همان چیزی است که اثر همدوسی نامیده می‌شود. برای گذار به حالت‌های دیگر، در عبارت θ_c^2 هم علامت مثبت و هم علامت منفی وارد می‌شود و مقدار زیادی از جملات حذف می‌شوند.

در مورد کلیتر که بعضی از مدارها در هر دو حالت ابتدایی و انتهایی به طور ناقص اشغال شده باشند، برای گذاری که در آن يك جفت نوکلئون از مدار j به صورت قسمتی از ذره آلفا گسیل شود، پهنای کاهش یافته متناسب با تعداد جفتهای مداری که در حالت ابتدایی پر شده‌اند $V_j^2(1+2j)$ و همچنین متناسب با تعداد این جفتهای مداری که در حالت انتهایی پر شده‌اند $V_{j_n}^2(1-2j_n)$ می‌شود. اگر فقط مداری با يك نوترون و يك پروتون به ترتیب با مشخصات j و j_n در واپاشی شرکت کنند، در این صورت انتظار داریم

$$\theta_c \propto [(2j_n+1)V_{j_n}(1-V_{j_n}^2)^{1/2}][[(2j+1)V_j(1-V_j^2)^{1/2}]$$

وقتی چندین j و j_n در واپاشی شرکت داشته باشند، θ حاصل جمع جمله‌هایی از این نوع می‌شود که در این صورت θ^2 به قرار زیر است

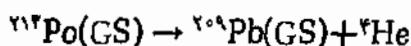
$$\theta^2 \propto \left\{ \left[\sum_{j_n} (2j_n+1)V_{j_n}(1-V_{j_n}^2)^{1/2} \right] \left[\sum_j (2j+1)V_j(1-V_j^2)^{1/2} \right] \right\}^2 \quad (37.10)$$

وقتی حاصلضرب این جمعها بسط داده می‌شود، تعداد زیادی جمله با علامت یکسان وجود دارد. و بدین ترتیب θ^2 مثل مورد (۳۶.۱۰) بزرگ می‌شود. این هم اثر همدوسی در گذار بین حالت‌های پایه هسته‌های زوج - زوج است.

مثال (۲۸.۱۰) از این که تابع موج برای هسته ابتدایی را می‌توان به صورت زیر نوشت، از موارد عادی ساده‌تر است

$$\psi[{}^{208}\text{Pb}(\text{GS})]\phi$$

که ϕ تابع موج برای چهار نوکلئون اضافی است. به عنوان مثال برای وضعیت کلیتر واپاشی آلفا را به صورت زیر در نظر می گیریم



تابع موج را می توان برای ^{212}Po به صورت زیر نوشت

$$\psi(^{212}\text{Po}) = e_0 \psi(^{208}\text{Pb} - \text{GS}) \phi_0 + e_1 \psi(^{208}\text{Pb} - 1) \phi_1 + e_2 \psi(^{208}\text{Pb} - 2) \phi_2 + \dots$$

که منظور از $(^{208}\text{Pb} - 1)$ اولین حالت برانگیخته ^{208}Pb است، و ϕ ها تابع موجها برای چهار نوکلئون باقیمانده اند. فقط در طول کسری از زمان ϕ که در آن تابع موج به صورت $\phi(^{208}\text{Pb} - \text{GS})$ است، این هسته می تواند به $^{208}\text{Pb}(\text{GS})$ و یک ذره آلفا واپاشیده شود. بنابراین θ_c با حاصل ضرب e_0 در عبارتی مشابه (35.10) برابر می شود. از طرف دیگر با این تابع موج $^{212}\text{Po}(\text{GS})$ نیز می تواند به $^{208}\text{Pb} - 1$ با θ_1 مساوی حاصل ضرب e_1 در عبارتی مشابه (35.10) واپاشیده شود، و به طور مشابه این هسته می تواند به حالت های برانگیخته بالاتر ^{208}Pb واپاشیده شود.

برای واپاشی ذرات آلفای هسته ها در حالت پایه مقدار θ_c در حدود 10^{-15} است. برای حالت های برانگیخته تابع موجها پیچیده تر هستند، بنابراین ضرایب جمله های منفرد کوچکتر می شوند و θ_c بیشتر کاهش می یابد. در هسته هایی که خیلی برانگیخته شده اند، θ_c برای گسیل ذره آلفا، وقتی مقدار انرژی یکسان باشد، تقریباً برابر پهنای کاهش یافته نوکلئونهاست.

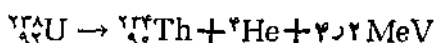
در مورد شکافت ملاحظات مشابهی اعمال می شود. برای مثال در فرایند (۸.۶الف)، θ_c میزان شباهت بین ^{238}U و دو هسته ^{119}Pd را، که در حالت های خصوصی نسبت به هم در حرکت اند، به دست می دهد. این یک عدد فوق العاده کوچکی است، اما از طرف دیگر شاید یک میلیون حالت مختلف باشد که در هر کدام از آنها از هسته ^{119}Pd می تواند قرار گیرد و همان طور که در ارتباط با (۸.۶ب) شرح داده شد، انواع شکافتها هم می تواند به یک صد شکافت مختلف بسالغ شود. وقتی λ رابطه (22.10) را برای تمام اینها، حتی با مقادیر بسیار کوچک θ_c ، با هم جمع می کنیم، آهنگ کل واپاشی صرف نظر از ϕ ، برای شکافت به همان بزرگی گسیل نوترون با انرژی چند MeV می شود.

حقیقتاً برهم کنشهایی که در شکافت صورت می گیرند به قدری پیچیده هستند که بررسی آنها با روشهایی که مورد بحث قرار گرفت غیر عملی است. روشهای سودمندتری در دسترس هستند که بر پایه مدل های مختلف از فرایند شکافت تکامل یافته اند.

۶.۱۰ نفوذ از سد و آهنگ واپاشی در گسیل ذره آلفا

مشاهده کردیم که نفوذ از سد کولنی نقش مهم و مؤثری در گسیل پروتونها از هسته ها ایفا

می‌کند، اما این موضوع اثر جالبتری در گسیل ذرات آلفا از حالت پایه هسته‌ها دارد. در بسیاری از این موارد هیچ راه دیگری برای واپاشی هسته موجود نیست، بنابراین هسته بدون احتساب اینکه چه مدتی طول می‌کشد یا گسیل ذره آلفا واپاشیده می‌شود. به عنوان مثال، واپاشی زیر را در نظر می‌گیریم

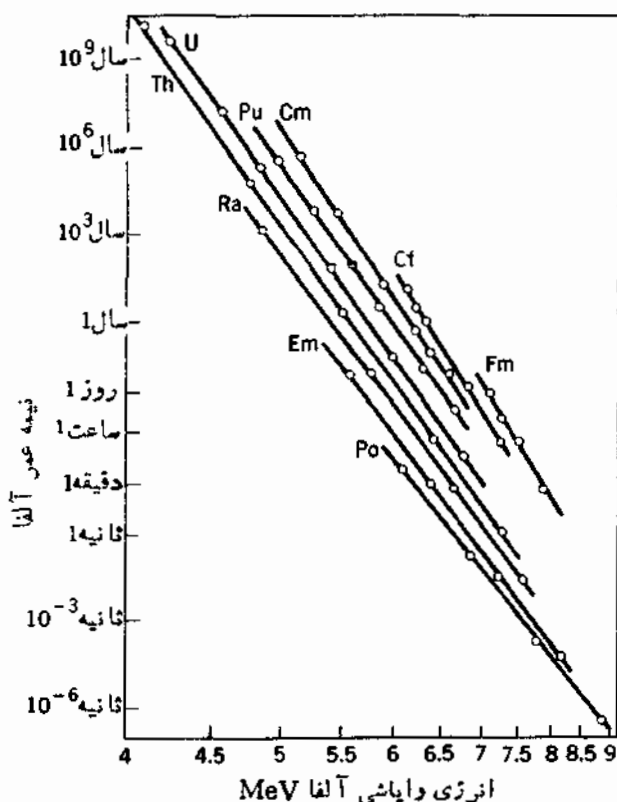


پتانسیل بیشینه $\mathcal{E}_0 = 2Ze^2 / 4\pi\epsilon_0 R_0$ با در نظر گرفتن R_0 از رابطه (25.10) برابر 28.7MeV می‌شود. سپس با به کار گرفتن فرمول‌هایی که به دنبال رابطه (27.10) آمده‌اند، خواهیم داشت $x = 0.146$ ، $f(x) = 0.825$ ، $\beta = 112$. با قرار دادن این مقادیر در رابطه (27.10) (الف) حاصل می‌شود $\mathcal{Q} = e^{-12}$ محاسبه دقیقتر، بدون استفاده از تقریب چاه مربعی، مقدار $\mathcal{Q}$ را چنین می‌دهد: $\mathcal{Q} \approx e^{-87} \approx 2 \times 10^{-38}$. ذره آلفا از هر 10^{38} بار تلاش برای بیرون آمدن از هسته فقط دو بار موفق می‌شود! با قرار دادن این مقدار $\mathcal{Q} \approx 0.1$ در رابطه (22.10) (از بخش 5.10) به دست می‌آید $\lambda = 5 \times 10^{-18} \text{s}^{-1}$. سپس به کمک رابطه (11.8) نیمه عمر آن حدود $\lambda^{-1} \approx 5 \times 10^9 \text{s} \approx 1.6 \times 10^8$ محاسبه می‌شود. این از مرتبه عمر همان عناصری است که منظومه شمسی را تشکیل می‌دهند. اگر نیمه عمر کوچکتر از این می‌بود هیچ اورانیومی روی زمین وجود نمی‌داشت.

مقدار بزرگ نما، نتایج (الف) را نسبت به مقادیر مختلف Z و E حساس می‌سازد. با تغییر نما به میزان ۱۰ درصد، $\mathcal{Q}$ و در این صورت طول عمر با ضریب ≈ 7000 تغییر می‌یابد. این حساسیت عالی در شکل 5.10 نمایش داده شده است که نیمه عمرها بر حسب E و Z برای هسته‌های مختلفی که با گسیل ذره آلفا واپاشیده می‌شوند رسم شده‌اند. در آنجا مشاهده می‌کنیم که با تغییر Z از ۹۰ به ۸۴ و E از ۴.۱ به ۸.۹ MeV، طول عمر از 10^9 سال به 10^{-6} s یعنی با ضریبی بیش از 10^{23} تغییر می‌کند.

۲.۱۰ نفوذ از سد و آهنگ واپاشی در شکافت

در مقایسه شکافت با واپاشی آلفا فوراً مشاهده می‌کنیم که بیشینه پتانسیل در شکافت خیلی بالاتر است زیرا ZZ خیلی بزرگتر است. به عنوان مثال مقدار ZZ برای ${}^{238}\text{U}$ در واپاشی آلفا برابر $180 = 2 \times 90$ و در واپاشی شکافت (۶.۸ الف) برابر $2116 = 46 \times 46$ می‌شود. در نتیجه این پتانسیل زیاد و قابلیت نفوذ کم ذرات سنگین که در بخش ۱۰.۱۰ یادآوری شد، واپاشی شکافت در ذرات سنگین هنگامی می‌تواند با احتمال قابل توجهی اتفاق افتد که x در رابطه (27.10) (الف) نزدیک به واحد باشد. وقتی که x نزدیک به واحد است E به پتانسیل بیشینه نزدیک می‌شود، و در این حالت مهم است که به شکل لبه پتانسیل، همان طور که در شکل 6.10 نمایش داده شد، با دقت توجه شود که این عمل یقیناً در تقریب چاه مربعی انجام نمی‌گیرد. تقریب بهتر آن است که لبه پتانسیل، همان طور که

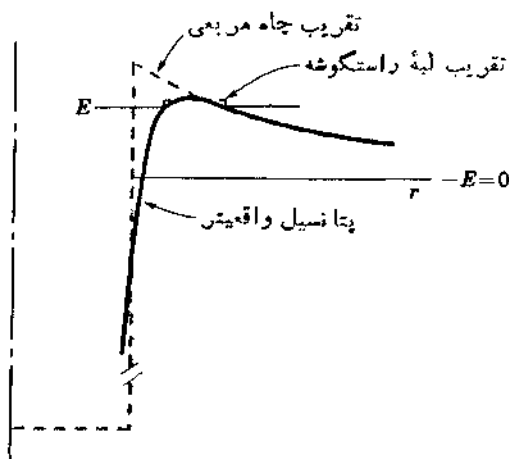


شکل ۵.۱۰ نیمه عمر بر حسب چند انرژی واپاشی برای واپاشیهای آلفای مختلف. مقیاس محور قائم لگاریتمی است. مواردی که عدد اتمی آنها معلوم است با خط بهم وصل شده و با نشانه‌های شیمیایی علامتگذاری شده است.

در شکل نشان داده شد، راستگوشه در نظر گرفته شود و از رابطه (۹.۱۰) استفاده شود. اگر پهنای این لهر را حدود 8f و انرژی E را حدود 6MeV پایتتر از لهر در نظر بگیریم، برای ^{238}U به جواب صحیحی خواهیم رسید. در این صورت برای واپاشی (۶.۸ الف) از رابطه (۹.۱۰) به دست می‌آید

$$\phi \approx e^{-102} \approx 10^{-44}$$

بنابراین آهنگ واپاشی شکافت برای ^{238}U حدود یک میلیون بار کندتر از آهنگ گسیل ذره آلفاست. لذا در هر یک میلیون واپاشی فقط یک واپاشی از نوع شکافت است. در بعضی از هسته‌های سنگین‌تر از ^{238}U شکافت سریعتر از واپاشی آلفا صورت می‌گیرد و همین فرایند است که تهیه مصنوعی عناصر جدید با عدد اتمی خیلی زیاد را محدود می‌کند.



شکل ۶-۱۰ پتانسیل بین دویاره شکافت بر حسب فاصله جدایی شان r در تقریب چاه مربعی و در تقریب واقعیت. وقتی که انرژی موجود E خیلی نزدیک به لبه سد در تقریب واقعیت باشد، سد را با لبه راستکوشه بهتر از چاه مربعی می توان نشان داد.

واپاشی شکافتی را که تا به حال مورد بحث قرار دادیم اغلب شکافت خود به خود می نامند که بدین ترتیب می توان آنها را از شکافت حاصل از واکنشهای هسته ای تمیز داد. حقیقتاً تفاوتی بین این دو فرایند غیر از نیمه عمرشان نیست. از مثال ^{238}U مشاهده می کنیم که اگر فقط 6 MeV ، انرژی برانگیختگی به آن هسته اضافه شود، مثلاً اگر در اثر برخورد هسته با پرتو گاما به انرژی 6 MeV ، مقدار E از بیشینه پتانسیل بیشتر می شود و در این صورت ϕ حدود واحد و نیمه عمر حدود 10^{-18} s می شود. این واکنش با اعلام گذاری بخش 7.8 يك واکنش (γ, f) است.

یکی از موارد بسیار مهم و جالب توجه حساسیت زیاد قابلیت نفوذ سد شکافت را نسبت به انرژی در شکافت نوترونی مشاهده می کنیم. با اضافه کردن يك نوترون به ^{235}U این هسته به يك هسته زوج - زوج ^{236}U تبدیل می شود، در حالی که با اضافه کردن يك نوترون به ^{238}U این هسته به يك هسته A فرد ^{239}U تبدیل می شود. به علت جمله تزیوپی (۱۷.۷) انرژی برانگیختگی در مورد اولی بالاتر از مورد دومی است، و این اختلاف کافی است تا هسته تولید شده ^{236}U ، از طریق شکافت واپاشیده شود و این در حالی است که ^{239}U با گزین پرتو گاما واپاشیده می شود. در نتیجه فقط ^{235}U (ایزوتوپی به فراوانی ۷ درصد) در اثر بمباران نوترونیهای کم انرژی از طریق شکافت واپاشیده می شود. اگر بیشینه پتانسیل برای شکافت ^{239}U که حدود 170 MeV ارتفاع دارد حتی 1 MeV پایینتر می بود، ایزوتوپ ^{238}U به فراوانی ۹۹.۳ درصد نیز می توانست با نوترونیهای کند قابل شکافت باشد. اگر چنین موردی وجود می داشت، ساختن بمبهای اتمی خیلی ساده

می‌شد و احتمالاً آلمانی‌ها اولین کسانی می‌شدند که در ابتدای جنگ جهانی دوم آن را به دست می‌آوردند.

پاره‌های شکافت خیلی پیچیده‌تر از ذرات ساده مثل نوکلئونها هستند، زیرا که آنها می‌توانند به شکلهای غیر کروی در آیند، نوسان کنند، و صورت‌های مختلف برانگیختگی را اختیار کنند. در نتیجه، شکل سد پیچیده‌تر از آن است که در شکل ۶.۱۰ دیده می‌شود. این طور نتیجه شده است که این سد بر حسب m دارای دو بیشینه و یک فسرورفتگی در میان آنهاست. در بعضی از موارد فاصله زمانی قابل توجهی (غالباً حدود 10^{-9} - 10^{-10} ثانیه) برای نفوذ از دوسد وجود دارد، بنا بر این نیمه عمر برای شکافت بعضی از هسته‌های حتی بسیار برانگیخته هم در همین حدود است. در بخش‌های ۲.۱۰ و ۳.۱۰ دیده‌ایم که هسته‌های خیلی برانگیخته به طور معمول از خود نوترون گسیل می‌کنند که نیمه عمر آنها از این مقدار هم خیلی کوچکتر است. بنا بر این انتظار داریم که ابتدا با گسیل نوترون در این موارد روبه‌رو شویم. اما، وقتی که اولین سد پشت سر گذاشته شد، مقدار قابل توجهی از انرژی برانگیختگی در انرژی پتانسیل بسیار تغییر شکل یافته باقی می‌ماند، و لذا گسیل نوترون دیگر نمی‌تواند امکان پذیر باشد. بنا بر این در بعضی از هسته‌ها دیده می‌شود که شکافت بسا نیمه عمرهای بین 10^{-3} تا 10^{-6} s صورت می‌گیرد. اینها را ایزومرهای شکافت می‌نامند. کلمه ایزومر به دو یا چند هسته با نیمه عمرهای قابل مشاهده اطلاق می‌شود که تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های آنها با هم برابر باشد. با نوع دیگری از این ایزومرها در بخش ۶.۱۲ آشنا خواهیم شد.

در تمام فرایندهای شکافت، وقتی که سد پشت سر گذاشته می‌شود، دوباره شکافت توسط نیروی کولنی به خارج شتاب داده می‌شوند، به طوری که انرژی جنبشی نهایی آنها نزدیک به ارتفاع سد می‌شود. در شکافت اورانیم این انرژی حدود 170 MeV می‌شود.

مسائل

۱۰.۱۰ اگر پتانسیل نشان داده شده در شکل ۱۰.۱۰ برابر $V_0 = 50 \text{ MeV}$ باشد، احتمال عبور و انعکاس را بر حسب E محاسبه و رسم کنید.

۲۰.۱۰ اگر سدی به صورت یک مثلث راست‌گوشه با بیشینه ارتفاع 10 MeV و پهنای پایه 10 f باشد، Q را برای E بین 0 و 9 MeV محاسبه و رسم کنید.

۳۰.۱۰ گذار $^{56}\text{Fe}(5/2)^+ \rightarrow ^{56}\text{Fe}(\text{GS}) + n(2d_{5/2})$ را در نظر بگیرید و فهرستی از دیگر پیکربندیهای مورد انتظار را در حالت ابتدایی پیدا کنید.

۴۰.۱۰ اگر نوترون گسیل شده در مسئله ۳۰.۱۰ با انرژی $(1/2) \text{ MeV}$ خارج شود و هرگاه $\theta_1^2 = 1/1000$ باشد، آهنگ گسیل را محاسبه کنید.

۵۰۱۰ فهرستی از راههای ممکن برای واپاشی يك حالت $-(9/2)$ بسیار برانگیخته ^{209}Pb را به يك حالت $5-$ هسته ^{208}Pb از طریق گسیل نوترون تهیه کنید.

۶۰۱۰ در مسئله ۵۰۱۰، در صورتی که نوترون با انرژی 3MeV گسیل شود، احتمال نفوذ از سد را در سه مورد محاسبه کنید.

۷۰۱۰ نفوذ از سد را برای گسیل پروتونهای با انرژی بین ۱ تا 10MeV از ^{208}Pb محاسبه کنید.

۸۰۱۰ رابطه (33.10) را برای گسیل نوترون $l=0$ به دست آورید.

۹۰۱۰ چرا واپاشی آلفا از يك هسته زوج - زوج در حالت پایه به حالتی برانگیخته هسته نهایی اثر مهمی نیست؟ از جدول نوکلیدها (بخش ۷۰۸) موادی را که شناخته شده است جستجو کنید.

۱۰۰۱۰ با به کار بردن تقریب چاه مربعی، سه نقطه کاملاً جدا از هم را در یکی از منحنیهای شکل ۵۰۱۰ محاسبه کنید و نتایج را با شکل مقایسه کنید.

۱۱۰۱۰ در تقریب سد لبه راست گوشه در شکل ۶۰۱۰، Q را بر حسب E وقتی که به اندازه 10MeV تا پایتتر از لبه سد باشد، محاسبه کنید.

منابع برای مطالعات بیشتر

به مراجع بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Ajzenberg-Selove, F.: *Nuclear Spectroscopy*, Academic, New York, 1960.

Hyde, E. K., I. Perlman, and G. T. Seaborg: *The Nuclear Properties of the Heavy Elements*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Nuclear Data, periodical published by Academic Press, New York.

Segre, E.: *Experimental Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1953.

Siegbahn, K.: *Alpha, Beta, and Gamma Ray Spectroscopy*, North-Holland, Amsterdam, 1965.

Wilets, L.: *Theories of Nuclear Fission*, Clarendon Press, Oxford 1964.

واپاشی بتا

در این فصل بررسی مفصلترمان را در مورد سه نوع واپاشی هسته‌ای بنا به بحث در واپاشی بتا ادامه می‌دهیم. دیدیم که این فرایند حاصل از یک برهم‌کنش اساسی در طبیعت است و از بخش ۹.۳ می‌دانیم که برهم‌کنشهای اساسی توسط نظریه کوانتومی میدان بررسی می‌شوند. در این مورد این میدان، میدان بتا - نوترینو، متشکل از انرژی منفی با چگالی بینهایت، الکترون‌ها و نوترینوهای غیر قابل مشاهده است که تمام فضا را فرامی‌گیرند. بنا بر این واپاشی β^- یک تبادل انرژی بین هسته و آن میدان است که در آن هسته با تبدیل نوترون به پروتون سهمی از انرژی را می‌دهد و این انرژی میدان را با تبدیل نوترینو به الکترون برانگیخته می‌سازد. نوترینوی ازدست رفته به طور فیزیکی مانند یک پادنوترینو رفتار می‌کند. برعکس در واپاشی β^+ هسته یک پروتون را به یک نوترون تبدیل می‌کند و انرژی داده شده به میدان یک الکترون را به یک نوترینو تبدیل می‌کند و الکترون از دست رفته مانند یک پوزیترون رفتار می‌کند. اغلب راحت‌تر است که در بحثها از تفاوت بین ذرات و پادذرات صرف‌نظر کنیم و فکر کنیم که یک الکترون و یک نوترینو در این فرایند به وجود می‌آیند.

در این فصل، انرژی و تکانه زاویه‌ای ذرات گسیل شده، اثر واپاشی β بر هسته و دیگر موضوعات مربوط به این مطلب را در نظری می‌گیریم. این بررسی بر پایه یکی از قضایای اصلی مکانیک کوانتومی خواهد بود که می‌گویید آهنگ گذار λ_{if} بین حالت ابتدایی (i) و حالت نهایی (f) با رابطه زیر داده می‌شود

$$\lambda_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \frac{dn_f}{dE} \quad (1.11)$$

که dn_f/dE تعداد حالت‌های نهایی در واحد انرژی و M عنصر ماتریسی برای این گذار است که می‌توان آن را چنین نوشت

$$M = \int \psi_f^* H \psi_i d\tau \quad (20.11)$$

که H برهم‌کنشی است که باعث این گذار می‌شود. عنصر ماتریسی بعداً در بخش ۲۰.۱۱ شرح داده می‌شود و مثال‌های مناسب به‌طور مفصل در آنجا بحث خواهد شد. قضیه (۱۰.۱۱) معمولاً در درس‌های مکانیک کوانتومی با به‌کار بردن نظریه اختلال وابسته به زمان به‌دست می‌آید. اما به‌طور کلی در زمینه‌های گوناگون فیزیک قابل استفاده است و به‌طور گسترده‌ای به‌کار می‌رود.

۱۰.۱۱ طیف انرژی الکترون‌های گسیل شده در واپاشی بتا

انرژی کل E_0 که در واپاشی β توسط هسته آزاد می‌شود باید بین الکترون و نوترینو تقسیم شود که در این صورت رابطه زیر بین آنها برقرار است

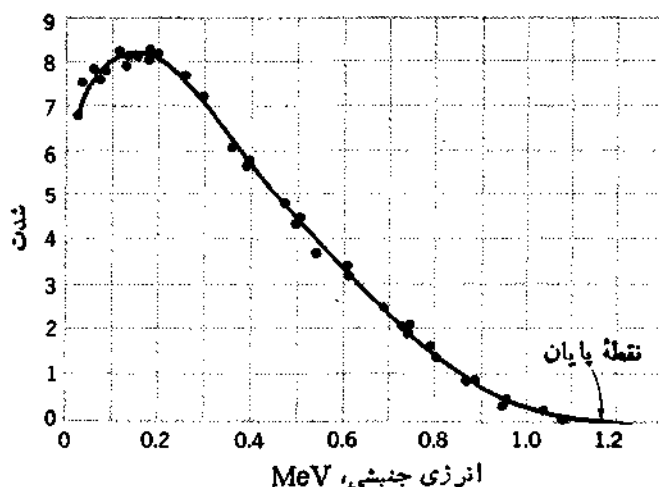
$$E_0 = E_e + E_\nu \quad (30.11)$$

چون انرژی معادل جرم الکترون در هر موردی باید تأمین شود، این انرژی را می‌توان از طرفین رابطه (۳۰.۱۱) کم کرد تا رابطه‌ای بین انرژی‌های جنبشی T به‌دست آید

$$T_0 = T_e + T_\nu = E_0 - 0.511 \text{ MeV} \quad (30.11 \text{ الف})$$

توجه کنید به علت اینکه نوترینو جرم ندارد $T_\nu = E_\nu$ است. به‌طور کلی فقط الکترون را می‌توان به‌طور تجربی مشاهده کرد. نمونه‌ای از طیف انرژی برای این الکترون‌ها در شکل ۱۰.۱۱ نشان داده شده است. طبق رابطه (۳۰.۱۱ الف) طیف انرژی برای نوترینوها باید قرینه همین منحنی نسبت به محور $T_0/2$ باشد. اولین تلاش ما فهمیدن این طیف است.

بر طبق رابطه (۱۰.۱۱) آهنگ واپاشی بتا متناسب با تعداد حالت‌های نهایی در واحد انرژی گذار یا dn_f/dE است. وقتی حالت‌های نهایی، حالت‌های مقید یک سیستم باشند، هیچ مسئله‌ای برای شمردن آنها وجود ندارد، اما وقتی حالت‌های نهایی به صورت ذراتی با بردار تکانه $\mathbf{p}$ گسیل شوند شمارش حالت‌ها چندان ساده نیست. دستورالعمل فیزیک آماری برای این وضعیت به‌قراردیر است. یک فضای تکانه با محورهای p_x ، p_y ، و p_z در نظر می‌گیریم. بردار تکانه هر ذره گسیل شده را می‌توان با نقطه‌ای در این فضا نمایش داد. بنابراین تعداد حالت‌ها، متناسب با حجم فضای اشغال شده توسط بردارهای $\mathbf{p}$ مورد نظر است. در این مورد، تمام بردارهای تکانه با طول بین p و $p+dp$ بدون در نظر گرفتن جهانشان برایمان جالب است. این بردارها حجم فضای تکانه بین دایره‌ای کروی به شعاع‌های p و $p+dp$ را پرمی‌کنند. این حجم برابر $4\pi p^2 dp$ است. بنابراین dn تعداد حالت‌های مربوط به بردارهای با مقادیر بین p و $p+dp$ چنین است



شکل ۱۰۱۱ طیف انرژی الکترونهاي گسیل شده در واپاشی بتا از ^{210}Bi .

$$dn \propto p^x dp$$

کل تعداد حالتهاي نهایی در واپاشی بتا، dn_f ، درست برابر حاصلضرب تعداد حالتهاي نهایی الکترون و تعداد حالتهاي نهایی نوترینو می شود

$$dn_f \propto (p_e^x dp_e)(p_\nu^y dp_\nu) \quad (4.11)$$

که p_e و p_ν به ترتیب تکانههای الکترون و نوترینو باشد.

چون نوترینو غیر قابل مشاهده است، می خواهیم متغیرهایمان را از p_e و p_ν به صورت p_e و E_0 تبدیل کنیم. چون جرم نوترینو صفر است رابطه نسبیتهی میان انرژی و تکانه به قرار زیر به دست می آید

$$E^2 = (M_0 c^2)^2 + (pc)^2 \quad (5.11)$$

و نتیجه می شود

$$p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = \frac{E_0 - E_e}{c} \quad (6.11)$$

که آخرین عبارت از رابطه (۳.۱۱) به دست آمده است. در تبدیل متغیرها، دستور تبدیل دیفرانسیلها بدین قرار است

$$dp_e dp_\nu = J dp_e dE_0 \quad (7.11)$$

که J ژاکوبی تبدیل است

$$J = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial p_e}{\partial p_e}\right)_{E_0} & \left(\frac{\partial p_e}{\partial E_0}\right)_{p_e} \\ \left(\frac{\partial p_e}{\partial p_e}\right)_{E_0} & \left(\frac{\partial p_e}{\partial E_0}\right)_{p_e} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial E_e}{\partial p_e} & \frac{1}{c} \end{vmatrix} = \frac{1}{c} \quad (۸.۱۱)$$

(شاخصهای خارج از پرانتز در دیفرانسیل گیری ثابت نگه داشته می شوند.)
 با وارد کردن روابط (۶.۱۱)، (۷.۱۱)، و (۸.۱۱) در رابطه (۴.۱۱) به دست می آوریم

$$dn_f \propto p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e dE_e$$

در این صورت بنا بر (۱.۱۱) احتمال در واحد زمان $d\lambda(p_e)$ برای گذارهایی که در آن تکانه الکترون بین p_e و $p_e + dp_e$ است بدین قرار می شود

$$d\lambda \propto \frac{dn_f}{dE_e} \propto p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \quad (۹.۱۱)$$

عامل دیگری که در اینجا باید در نظر گرفته شود اثر نیروهای کولنی روی الکترونهاست. يك چنین اثری باعث سرعت بخشیدن به الکترونهاي مثبت و کند شدن الکترونهاي منفي بعد از ترك هسته می شود. این امر موجب تغییر شکل رابطه (۹.۱۱) می شود که به صورت تابعی از p_e و E_e پس از در نظر گرفتن تأثیر نیروهای کولنی، مشخص می شود. این تصحیحات را می توان با ضرب کردن رابطه (۹.۱۱) در ضریب فرمی $F(Z, E_e)$ که جدولها و منحنیهای آن به طور گسترده ای موجود است^۱ به دست آورد. آشکارا این ضریب الکترونهاي مثبت کوچکتر از واحد است، چون آنها توسط نیروهای کولنی شتاب می گیرند و انرژیهایشان E_e بزرگتر از انرژی زمان ترك هسته می شود. این ضریب برای الکترونهاي منفي که توسط نیروهای کولنی شتابان کم می شود بزرگتر از واحد است. انحراف این ضریب از واحد با قدرت نیروی کولنی و در نتیجه با ازدیاد عدد اتمی Z افزایش می یابد. اما برای مقادیر E_e بیشتر از چند ده MeV، این انحراف حتی برای هسته های با Z بالا خیلی بیشتر از ۱۰ نیست.

با وارد کردن ضریب فرمی در رابطه (۹.۱۱) به دست می آوریم

$$d\lambda \propto p_e^2 (E_0 - E_e)^2 F(Z, E_e) dp_e \quad (۱۰.۱۱)$$

در اینجا $d\lambda$ آهنگ واپاشی بنایی است که در آن تکانه الکترونهاي گسیل شده بین p_e و $p_e + dp_e$ است. $d\lambda$ متناسب با شدت الکترونهاي گسیل شده در این گستره تکانه یعنی

1. H. A. Enge., *Introduction to Nuclear Physics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1966, p. 316.

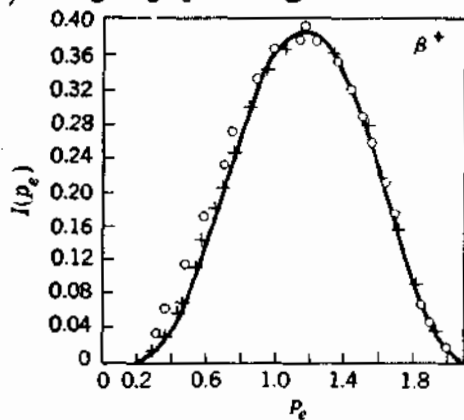
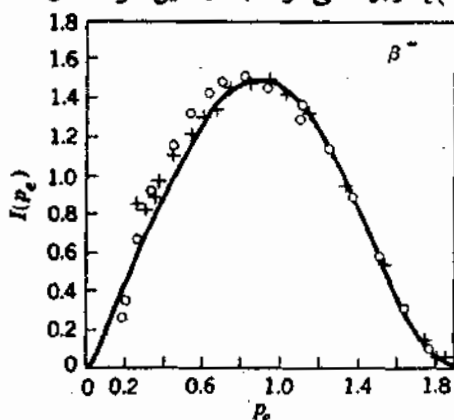
$I(p_e)dp_e$ می شود. با به کار بردن این مقدار برای $d\lambda$ در رابطه (۱۰.۱۱) داریم

$$I(p_e) \propto p_e^2 (E_0 - E_e)^2 F(Z, E_e) \quad (11.11)$$

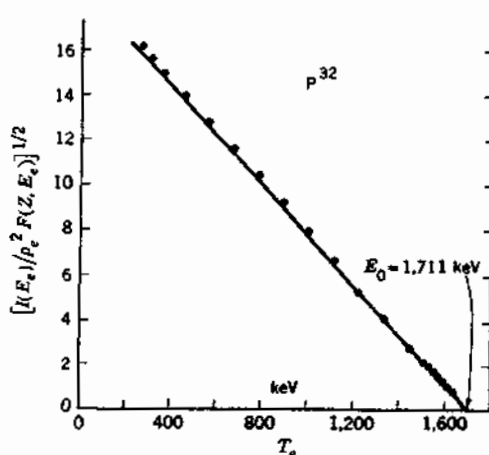
این رابطه طیف نکانه الکترونیهای گسیل شده در واپاشی بتا است که آن را می توان با ضرب در dE_e/dp_e تبدیل به عبارت طیف انرژی کرد [همان طور که از دیفرانسیل گیری رابطه (۵.۱۱) به دست می آید].

اثر ضریب فرمی $F(Z, E_e)$ در روی طیف نکانه در شکل ۲.۱۱ نمایش داده ایم. این شکل طیفهای حاصل از واپاشی β^- و β^+ را در Z یکسان و E_0 تقریباً یکسان نشان می دهد. در آنجایی که طیف β^+ به طرف انرژیهای بالاتر و طیف β^- به طرف انرژیهای پایینتر جابه جا شده است. این مطلب از این واقعیت نتیجه می شود که نیروی کولنی سبب سرعت بخشیدن به الکترون و کند شدن پوزیترون می شود.

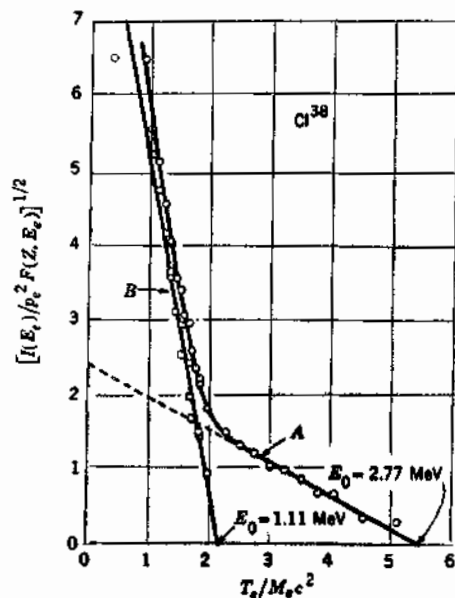
در حقیقت با اطلاعات موجود در شکل ۱.۱۱ و ۲.۱۱ بندرت برخورد می شود. معمولتر این است که $I(p_e)dp_e$ را که به طور تجربی به دست می آید بر $p_e^2 F(Z, E_e)dp_e$ تقسیم می کنند و جذر خارج قسمت را بر حسب E_e نشان می دهند. بنا بر رابطه (۱۱.۱۱) این باید همان خط مستقیمی را بدهد که برونیایی آن در $E_e = E_0$ به صفر می رسد. این منحنی را نمودار فرمی - کودی می نامند که در شکل ۳.۱۱ چند مثال از آن نشان داده شده است. آزمایای این روش این است که E_0 را به طور دقیق تعیین می کند و می توان مشخص کرد که طیف حاصل به گذاری منفرد [مثل شکل ۳.۱۱ (الف)] یا گذارهایی بایشت از یک حالت نهایی هسته ای [مثل شکل ۳.۱۱ (ب)] مربوط می شود. به علاوه این امر امتحان



شکل ۲.۱۱ طیف نکانه الکترونها و پوزیترونها گسیل شده در واپاشی بتای ^{64}Cu اطلاعات سمت چپ برای الکترونها حاصل از واپاشی β^- هسته و تبدیل آن به ^{64}Zn و اطلاعات سمت راست برای پوزیترونها حاصل از واپاشی β^+ و تبدیل هسته به ^{64}Ni است. چون انرژیهای گذار E_0 در دو واپاشی تقریباً برابر هستند، تفاوت اصولاً به علت ضریب فرمی در $F(Z, E_e)$ فرمول نظری (۱۱.۱۱) است.

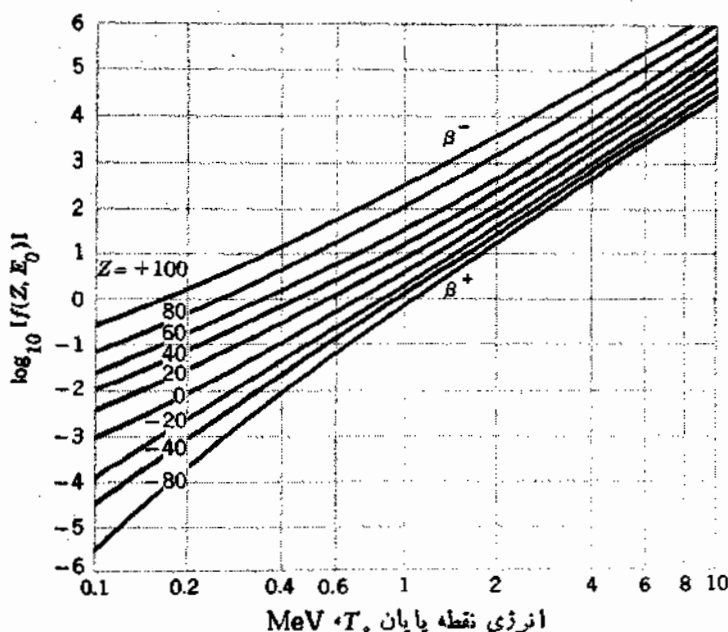


(الف)



(ب)

شکل ۳۰۱۱ مثالهایی از نمودارهای فرمی-کوری. (الف) واپاشی ^{32}P که گذاری منفرد است. (ب) واپاشی ^{38}Cl که شامل گذارهای واپاشی بتا در دو حالت مختلف ^{38}AT با انرژیهای 1.11 MeV و 2.77 MeV است. وقتی خط مستقیم A (که از اطلاعات انرژی بالانر به دست می‌آید) از اطلاعات مربوط به انرژی پایین کم شود نتیجه خط مستقیم B خواهد بود که الکترونهاي ناشی از گذار 1.11 MeV را نشان می‌دهد.



شکل ۴.۱۱ تابع $f(Z, E_0)$ که با رابطه (۱۲.۱۱) تعریف می‌شود.

حساسی برای اعتبار رابطه (۱۱.۱۱) فراهم می‌کند [در بخش بعد خواهیم دید که رابطه (۱۱.۱۱) را نمی‌توان همواره معتبر دانست].

آهنک واپاشی کل، λ ، متناسب است با انتگرال رابطه (۱۵.۱۱) با $f(Z, E_0)$ ، که به‌طور صریح می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود

$$\lambda \propto f(Z, E_0) = \int_0^{p_0} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 F(Z, E_e) dp_e \quad (۱۲.۱۱)$$

که p_0 با رابطه (۵.۱۱) به E_0 مربوط می‌شود. این یک تابع کاملاً قابل محاسبه است که منحنیهای از آن در شکل ۴.۱۱ نشان داده شده است.

۲.۱۱ بررسی تکانه زاویه‌ای

اکنون می‌خواهیم تکانه زاویه‌ای الکترونهای گسیل شده از هسته را در نظر بگیریم. به‌طور کلاسیک این تکانه برابر $\mathbf{r} \times \mathbf{p}_e$ است که نمی‌تواند از حدود $R_0 p_e$ بزرگتر باشد. برای الکترونی با انرژی جنبشی ۱ MeV بنا بر رابطه (۵.۱۱) داریم $p_e = ۱۵۲ \text{ MeV}/c$ و برای هسته‌ای با اندازه متوسط داریم $R_0 = ۶f$ در این صورت، مقدار $R_0 p_e$ برابر

$2.8 \times 10^{-23} \text{ MeV} \cdot \text{s}$ به دست می آید. اما کوچکترین تکانه مجاز غیر صفر در فیزیک کوانتومی از $\hbar \sqrt{l(l+1)}$ با قرار دادن $l=1$ به دست می آید که برابر $1.85 \times 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s}$ یا ۳۰ برابر مقدار قبلی است. این بدان معنی است که الکترون گسیل شده با انرژی ۱ MeV حتی با تکانه $l=1$ هم توسط سد تکانه زاویه ای بزرگی عقب زده می شود. چون الکترون و نوترینو به طور متوسط دارای تکانه های تقریباً منسای هستند، از گسیل نوترینویی با تکانه زاویه ای غیر صفر هم توسط سد جلوگیری می شود. در این صورت آهنگ گسیل، وقتی که تکانه زاویه ای مدار کل الکترون و نوترینو، L ، برابر صفر باشد، خیلی بیشتر می شود. واپاشیهای بتا با $L=0$ واپاشیهای مجاز نامیده می شوند در حالی که آنهايي که دارای $L > 0$ هستند واپاشی ممنوع نامیده می شوند. بخصوص آنهايي که دارای $L=1$ هستند اولین ممنوع و آنهايي که دارای $L=2$ هستند (برای این نوع واپاشی سد تکانه زاویه ای بزرگتر و غیر قابل نفوذتر است) دومین ممنوع و غیره نامیده می شوند. نفوذ پذیری در سد را می توان از رابطه (23.10) و با قرار دادن α از دومین عبارت (23.10) تخمین زد. در تمام حالت های مورد نظر $\alpha \gg R_0$ است که در این صورت رابطه (23.10) به صورت زیر در می آید

$$\mathcal{P} = \exp \left[-2\sqrt{l(l+1)} \left(\log \frac{2a}{R_0} - 1 \right) \right] \quad (13.11)$$

برای موردی که در بالا در نظر گرفته شد (الکترون با انرژی ۱ MeV و تکانه $l=1$) از این رابطه به دست می آید $\mathcal{P} = 1/80$ و برای $l=2$ داریم $\mathcal{P} = 1/8000$. به همین ترتیب برای الکترونی با انرژی ۰.۵ MeV برای $l=1$ به دست می آید $\mathcal{P} = 1/230$ و برای $l=2$ داریم $\mathcal{P} = 1/44000$. در مطالعات مفصلتر گذارهای ممنوع نفوذ پذیری (مثل اینجا) به طور صریح بحث نمی شود بلکه اثرات آن در تابع موجها مورد بررسی قرار می گیرد.

الکترون یا نوترینو (یا هر دو برای $L > 1$) با احتمالات ذاتی یکسان ممکن است که حامل تکانه زاویه ای مدار شوند. عوامل $\mathcal{P}_e$ و $\mathcal{P}_\nu$ را بساید به روابط (11.11) اضافه کرد که در این صورت طیف انرژی الکترون و (Z, E_0) برای واپاشیهای ممنوع و مجاز متفاوت خواهد شد. هنگامی که اندازه گیرها با دقت خوب انجام گیرد، انحراف از خط مستقیم نمودار فرمی - کوری برای گذارهای ممنوع قابل تشخیص است. اما مهمترین اثر $\mathcal{P}_e$ و $\mathcal{P}_\nu$ کاهش احتمال برای تمام انرژیها و در نتیجه کاهش آهنگ گذار است. اگر متوسط نفوذ پذیری $\mathcal{P}'$ باشد رابطه (12.11) به صورت زیر در می آید

$$\lambda \propto \mathcal{P}' f(Z, E_0) \quad (\text{الف } 12.11)$$

هم الکترون و هم نوترینو غیر از تکانه زاویه ای مسداریشان هسردو دارای اسپین $s=1/2$ هستند. بنابراین اسپین کل آنها می تواند $S=0$ یا $S=1$ باشد که تقریباً مربوط

به اسپینهای موازی یا غیرموازی است. مفهوم دقیقتر این مطلب در بخش (۴.۳) آورده شده است. در مورد اولی ($S=0$) با فرایندی به نام گذار فرمی روبه‌رو می‌شویم. در حالی که در مورد دوم ($S=1$) را گذار گاموف - تلمر می‌نامند. همان‌طور که خواهیم دید هر دوی این گذارها اتفاق می‌افتند که اثرات نسبتاً متفاوتی روی هسته دارند.

۳.۱۱ قواعد گزینش

گفتمیم که واپاشی بتا در اثر برهم‌کنش هسته با میدان بتا - نوترینو حاصل می‌شود. نتیجه اثر هسته روی این میدان ایجاد الکترون و نوترینو است که بعضی از خواص آنها را مورد بحث قرار داده‌ایم. در این بخش و بخش بعدی نتیجه عمل میدان را روی هسته در نظر می‌گیریم. از پایداری تکانه زاویه‌ای و پاریته، می‌توانیم فوراً نتیجه بگیریم که چطور I و π باید در هسته تغییر کنند. در گذار فرمی تنها تکانه زاویه‌ای که توسط الکترون و نوترینو حمل می‌شود تکانه زاویه‌ای مداری L است، بنابراین تکانه‌های زاویه‌ای I_i و I_f هسته ابتدایی و نهایی باید در جمع برداری زیر صدق کنند

$$I_f = I_i + L \quad (\text{گذار فرمی}) \quad (14.11 \text{ الف})$$

در گذار گاموف - تلمر، الکترون و نوترینو تکانه زاویه‌ای اسپین هم با خود حمل می‌کنند که مقدار آن يك واحد است. پس

$$I_f = I_i + L + 1 \quad (\text{گذار گاموف-تلمر}) \quad (14.11 \text{ ب})$$

بنابر پایداری پاریته، حاصلضرب پاریته‌های جمله‌های تابع موج نهایی (تابع موجهای الکترون، نوترینو، و هسته نهایی) باید همانند پاریته تابع موج ابتدایی باشد. چون پاریته تابع الکترون - نوترینو به صورت $(-1)^L$ است، از این رو خواهیم داشت

$$\pi_f = \pi_i (-1)^L \quad (14.11 \text{ ج})$$

اغلب خیلی مهم است که تعیین کنیم چه نوع گذار بتا بین دو حالت هسته‌ای اتفاق می‌افتد. از آنجا که آهنگ گذار سریعاً با کاهش L زیاد می‌شود، گذار بتا همواره در پایینترین مقدار L صورت خواهد گرفت که با روابط (۱۴.۱۱ الف) تا (۱۴.۱۱ ج) توافق دارد. چون پاریته با تغییر L به طور متوالی تغییر علامت می‌دهد، این همان پایینترین مقدار L یا مقدار ماقبل آن است که با گذارهای (۱۴.۱۱ الف) و (۱۴.۱۱ ب) تسوافتی دارد و در رابطه (۱۴.۱۱ ج) هم صدق می‌کند. این گذارها فقط توسط $\Delta I = |I_f - I_i|$ تعیین می‌شوند، البته استثنائاتی هم وجود دارند که بنابر آنها مقادیر L مربوط به I_f یا I_i صفر مجاز نیستند. پایینترین مقادیر L و مقادیر ماقبلشان را برای گذارهای فرمی و گاموف - تلمر و برای ΔI های مختلف در جدول ۱۰.۱۱ نشان داده‌ایم. استثنائاتی تذکر داده شده در بالا داخل پرانتز مشخص شده‌اند. نوع گذار برای هر ΔI معلوم را مقدار L مشخص شده

جدول ۱۰۱۱ مقادیر مربوط به پایستریزین مقدار L و مقدار ماقبل آن به ازای مقادیر مختلف ΔI . گذارهایی که I_i با I_f در آنها صفر باشد ممنوع اند و در پرانتز نموده شده اند.

ΔI	۰	۱	۲	۳	۴	۵
فرمی	۰, (۱)	۱, (۲)	۲, (۳)	۳, (۴)	۴, (۵)	۵, (۶)
گاموف-تلر	(۰), ۱	۰, ۱	۱, ۲	۲, ۳	۳, ۴	۴, ۵

در جدول ۱۰۱۱ با پاریته صحیح تعیین می کنند. روش متداولتر ارائه این اطلاعات را در جدول ۲۰۱۱ نشان داده ایم که در آن تمام موارد مربوط به L معین روی يك خط آورده می شود. محتوای این جدولها را قواعد گزینش یا قواعد انتخاب می گویند.

در این جدولها مشاهده می کنیم که واپاشی بتا بین دو حالت $I = 0$ با پاریته یکسان فقط می تواند از طریق گذار فرمی صورت گیرد. این مطلب برای بحث در بخش ۵.۱۱ مهم خواهد بود. همچنین در این جدولها مشاهده می شود که حالت های زیادی وجود دارد که در آنها واپاشیها تنها از طریق گذارهای گاموف-تلر به پایستریزین مرتبه می روند. این مطلب تمام موارد $L = 1$ را شامل می شود. چنین گذارهایی را یگانه می نامند. شکل طیف الکترون حاصل از گذارهای یگانه را می توان دقیقاً محاسبه کرد. این در حالی است که در مواردی که مغضوطی از گذارهای فرمی و گاموف-تلر وجود دارد، شکل طیف

جدول ۲۰۱۱ قواعد گزینش برای انواع مختلف گذار. گذارهایی که در آنها I_i با I_f صفر است ممنوع اند و در داخل پرانتز قرار دارند. کلمات آری یا نه در زیر $\Delta\pi$ نشان می دهد که پاریته بین حالت های ابتدایی و نهایی تغییر می کند یا نه.

انواع گذارها	L	فرمی		گاموف-تلر	
		ΔI	$\Delta\pi$	ΔI	$\Delta\pi$
مجاز	۰	۰	نه	(۰), ۱	نه
ممنوع اول	۱	(۰), ۱	بله	۰, ۱, ۲	بله
ممنوع دوم	۲	(۱), ۲	نه	۲, ۳	نه
ممنوع سوم	۳	(۲), ۳	بله	۳, ۴	بله
ممنوع چهارم	۴	(۳), ۴	نه	۴, ۵	نه

الکترون در گذارهای ممنوع بستگی به جزئیات این اختلاط دارد و بنابراین نمی توان آن را دقیقاً محاسبه کرد.

۲.۱۱ عناصر مائری در واپاشی بتا

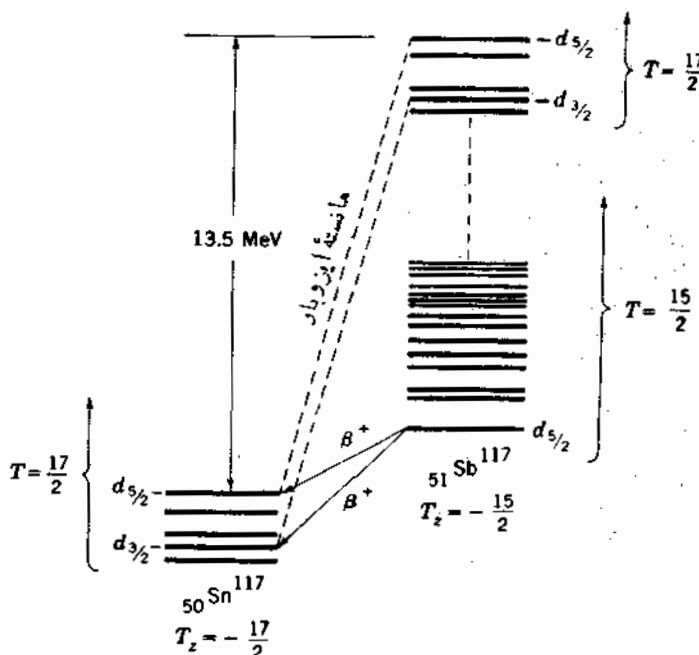
مفهوم رابطه (۲.۱۱) به صورت زیر قابل درک است. H عملگری است که روی تابع موج حالت ابتدایی ψ_i عمل می کند و آن را به $H\psi_i$ تبدیل می کند. پس عنصر مائری M معیاری از این است که $H\psi_i$ چقدر شبیه تابع موج حالت نهایی ψ_f است. همان طور که در بخش ۵.۱۰ شرح دادیم، جواب ریاضی به این سؤال که چه اندازه يك تابع موج شبیه تسابع موج دیگری است، به صورت انتگرال همپوشی (۳.۱۰) بیان می شود. این رابطه سپس منجر به رابطه (۲.۱۱) می شود. برای تعیین این انتگرال باید اساس برهم کنش H را بین نوترون که به پروتون تبدیل می شود (یا برعکس) و میدان بتا - نوترینو بدانیم. این برهم کنش را در ابتدا نمی شناختند، اما فرض شده بود که برهم کنشی وابسته به سرعت نیست که این مورد به طور تجربی تأیید شده است. برهم کنش بین ذرات و میدانها در محل ذره اتفاق می افتد و بنابراین تابعی از فاصله هم درکار نیست. پس تنها خاصیتی از نوکلئون که برهم کنش می تواند به آن وابسته باشد اسپین آن σ است. برای اینکه H را اسکالر کنیم، این برهم کنش فقط می تواند به صورت $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ باشد که σ اسپین نوترینو است که به الکترون (یا بالعکس) تبدیل می شود. اگر برهم کنش شامل این جمله باشد، H عملگر گاموف - تلر یا، H_{GT} است و اگر شامل جمله اسپین نباشد H عملگر فرمی یا H_F است. در مورد دوم هیچ اسپینی به میدان داده نمی شد، بنابراین الکترون همان اسپینی را دارد که نوترینو داشته است، و پاد نوترینو که نمایانگر نوترینوی ناپدید شده است اسپینی مخالف (اسپین ناپدید شده) (به بالا يك اسپین (به پایین است) دارد. در این صورت اسپین کل آنها $S = 0$ می شود. در برهم کنش گاموف - تلر عملگر σ اسپین نوترینو را ضمن تبدیل آن به الکترون تغییر می دهد. بنابراین الکترون و پاد نوترینو با اسپین $S = 1$ خارج می شوند.

در برهم کنش فرمی، اثر H_F روی نوکلئون فقط تبدیلی نوترون به پروتون (یا برعکس) است بدون اینکه اثر دیگری بر روی آن داشته باشد. بنابراین اثر عملگر که در رابطه (۲.۱۱) ظاهر می شود روی تابع موج هسته، تبدیل هر جمله در تابع موج به تعدادی جمله است که در هر کدام از آنها یکی از نوترونها به پروتون (یا برعکس) در همان مقدار تبدیل می شود. اما این درست همان عمل T_+ (یا T_-) است که در رابطه با شکل ۱۱.۶ شرح داده شد. همان طور که در بخش ۳.۶ یاد گرفتیم، این عملگرها مولد حالت های مانسته ایزوبار هستند بنابراین اثر اصلی برهم کنش فرمی ایجاد گذارهای سی بین حالت های مانسته ایزوبار است. دو مثال ساده که با آنها آشنایی داریم عبارت اند از واپاشی ^{14}O به اولین حالت برانگیخته ^{14}N (شکل ۱۲.۶ ب) و واپاشی ^6Be به ^6Li (شکل ۱۳.۶). در این موارد مقدار $|M_F|^2$ نزدیک به واحد است. در واقع، این مقدار از رابطه زیر به دست می آید

$$M_F^Y = [T(T+1) - (T_z)_i(T_z)_f] \quad (15.11)$$

که شاخصهای i و f به ترتیب مربوط به هسته‌های ابتدایی و نهایی اند. برای واپاشی ^{14}O مقدار این رابطه برابر $|M_F|^2 = 2$ و برای واپاشی ^{10}Be برابر $|M_F|^2 = 1$ می‌شود. مثالهای دیگری از واپاشی بین حالت‌های مانسته ایزو بار عبارت‌اند از $n \rightarrow {}^1\text{H}$ ، ${}^2\text{H} \rightarrow {}^2\text{He}$ ، ${}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N}$ ، ${}^{17}\text{F} \rightarrow {}^{17}\text{O}$ ، ${}^{39}\text{Ca} \rightarrow {}^{39}\text{K}$ و ${}^{41}\text{Sc} \rightarrow {}^{41}\text{Ca}$.

ولی در هسته‌های سنگین از بخش ۳.۶ می‌دانیم که حالت‌های مانسته ایزو بار حالت‌های خیلی برانگیخته هستند. برای مثال واپاشی ^{117}Sb به ^{117}Sn را که نمودار تراز انرژی آن در شکل ۵.۱۱ داده شده در نظر می‌گیریم. انرژی کولنی لازم برای تبدیل نوترون به پروتون در هسته ^{117}Sn به آسانی محاسبه می‌شود و برابر 13.5 MeV به دست می‌آید. در صورتی که انرژی حالت پایه ^{117}Sb فقط 1.8 MeV بالاتر از انرژی حالت پایه ^{117}Sn است. بنابراین حالت‌های مانسته ایزو بار (حالت‌های $T = 17/2$) با انرژی برانگیختگی 11.7 MeV شروع می‌شوند. همان طور که در بخش ۴.۸ تذکر دادیم، واپاشی بتا از حالت‌های برانگیخته بالا از نظر عملی جالب نیست زیرا واپاشی آنها بیشتر از طریق پرتوهای γ و گسیل نوکلئون صورت می‌گیرد. لذا در اینجا فقط واپاشی بتا از



شکل ۵.۱۱ ترازهای انرژی مورد نظر در واپاشی بتای (حالت پایه) ^{117}Sb به ^{117}Sn . ترازهای انرژی پایین ^{117}Sb در حالت‌های $T = 15/2$ هستند و حالت‌های $T = 17/2$ با انرژی برانگیختگی 11.7 MeV شروع می‌شوند.

حالت پایه ^{117}Sb برایمان جالب است. اما در حالت پایه ^{117}Sb داریم $T = 15/2$ ، بنابراین نتیجه بحثمان این خواهد شد که در حالت پایه ^{117}Sb واپاشی بتا نمی‌تواند از طریق برهم‌کنش فرمی صورت گیرد.

درحالی‌که این نتیجه‌گیری اصولاً صحیح است ولی همیشه چنین نیست. يك حالت مانسته ایزوبار فقط در صورتی يك حالت هسته‌ای واقعی است که تمام نیروهای بین نوکلئونها مستقل از بار باشند. اگر همه نیروها مستقل از بار نباشند، این حالت با تعدادی از حالت‌های هسته‌ای در همان ناحیه انرژی مخلوط می‌شود. پهنای ناحیه انرژی که این حالت با حالت‌های دیگر مخلوط شده است متناسب با میزان عدم استقلال از بار نیروهای هسته‌ای است. این مطلب را از طریق مشابهت آن با پتانسیل نظریه پوسته‌ای می‌توان فهمید. اگر پتانسیل نظریه پوسته‌ای به‌طور صحیح تمام نیروها را در هسته نمایش می‌داد، جمله‌ها نشانگر حالت‌های هسته‌ای می‌شدند. از آنجایی که پتانسیل نظریه پوسته‌ای چندان دقیق نیست، جمله‌ها در همان ناحیه انرژی در تعدادی از حالت‌ها مخلوط می‌شوند. پهنای این ناحیه انرژی ΔE بستگی به این دارد که تا چه حد پتانسیل نظریه پوسته‌ای در توضیح دقیق نیروها نارسایی نشان دهد. این قدرت برهم‌کنش بسا قیمانده است که فراوانی برخوردها را تعیین می‌کند، در نتیجه زمان بین برخوردها Δt و بنابراین ΔE را از طریق رابطه (۴.۵) مشخص می‌کند. البته می‌دانیم که بین پروتون‌ها و نوترون‌های کولنی وجود دارد. بنابراین نیروهای بین نوکلئونها کاملاً مستقل از بار نیستند. این باعث می‌شود تا انرژی حالت‌های مانسته ایزوبار کمی گسترده شود و هر کدام از حالت‌ها در ناحیه‌ای به پهنای 0.51 MeV با چندین حالت هسته‌ای مخلوط شود. حالت‌های انرژی پایین ^{117}Sb که خیلی دورتر از این ناحیه‌اند، فقط کسر کوچکی از حالت‌های مانسته ایزوبار را شامل می‌شوند که شاید به حدود يك قسمت در ۱۵۰ برسد. بنابراین این حالت‌ها، حالت‌های $T = 15/2$ خالص نیستند اما آنها يك قسمت از ۱۵۰ قسمت وقتشان را در حالت‌های $T = 17/2$ می‌گذرانند.

در طول این زمان، حالت $^{117}\text{Sb}(\text{GS})$ در صورتی می‌تواند به حالت $^{117}\text{Sb}(\text{GS})$ واپاشیده شود که تابع موج‌های هردو، غیر از مسئله تعویض پسر و نوتون به نوترون، یکسان باشند. برای سهولت فرض کنید که حالت پایه ^{117}Sb يك حالت SQP با پروتون $d_{5/2}$ و حالت‌های انرژی پایین ^{117}Sb حالت‌های SQP نوترونی باشند. از رابطه (۱.۶) نتیجه می‌شود که حالت پایه ^{117}Sb دارای تابع موجی است که از حالت پایه ^{116}Sn بعلاوه يك پروتون $d_{5/2}$ برای کسر زمانی $(1 - V_{5/2})$ تشکیل می‌شود، و حالت ^{117}Sb که در شکل ۵.۱۱ با $d_{5/2}$ علامت‌گذاری شده دارای تابع موجی است که شامل حالت پایه ^{116}Sn بعلاوه يك نوترون $d_{5/2}$ برای کسر زمانی $(1 - V_{5/2})$ می‌شود. (شاخص‌های π و ν به ترتیب به پروتون‌ها و نوترون‌ها مربوط می‌شوند). این دو تابع موج غیر از تعویض پروتون به نوترون، مثل هم هستند، بنابراین واپاشی بتا بین آنها می‌تواند صورت گیرد. با ترکیب این احتمالات با احتمال فوق که در آن حالت‌ها مقدار T یکسان

دارند، برای واپاشی بتا در اثر برهم کنش فرمی داریم

$$^{117}\text{Sb}(\text{GS}) \rightarrow ^{117}\text{Sn}(d_{5/2}): |M_F|^2 \approx 10^{-5} (1 - V_{5/2}^2)_\pi (1 - V_{5/2}^2)_\nu \quad (16.11)$$

حال به گذارهای گاموف-تلف باز می گردیم. عملگر H_{CT} همان عمل عملگرهای T_+ (یا T_-) را که در رابطه با شکل ۱۱.۶ شرح دادیم انجام می دهد (غیر از اینکه وقتی پروتونی به نوترون تبدیل می شود اسپین آن تغییر می کند). این تغییر هم ممکن است مقدار f را در یک مدار از $1/2 +$ به $1/2 -$ یا بالعکس عوض کند و یا نکند، مثل تغییر مدار $d_{5/2}$ به مدار $d_{7/2}$. اگر نیروی هسته ای فقط مستقل از بار نمی بود بلکه مستقل از اسپین نیز می بود، حالت های ایجاد شده در این عمل همان حالت های هسته ای واقعی با مقدار انرژی حالت های مانسته ایزو بار می شدند. ولی می دانیم که نیروهای هسته ای شدیداً وابسته به اسپین است. بنابراین، این حالت ها با حالت های هسته ای (در گستره وسیعی به مرکز همان انرژی) مخلوط می شوند. از آنجا که حالت پایه ^{117}Sb نسبتاً دور از این انرژی است، فقط قسمت نسبتاً کوچکی از آن که حدود یک درصد می شود شامل این انرژی است. بنابراین ضریب 10^{-5} در رابطه (۱۶.۱۱) در اینجا حدود 10^{-2} می شود. بعلاوه حالت پایه ^{117}Sb حالا می تواند نه فقط به حالت SQP $d_{5/2}$ واپاشیده شود بلکه به حالت SQP $d_{7/2}$ هسته ^{117}Sn نیز واپاشیده می شود. برای این گذارها، به طور مشابه با (۱۶.۱۱) می توان نوشت

$$^{117}\text{Sb}(\text{GS}) \rightarrow ^{117}\text{Sn}(d_{5/2}): |M_{CT}|^2 \approx 0.01 (1 - V_{5/2}^2)_\nu (1 - V_{5/2}^2)_\pi$$

$$^{117}\text{Sb}(\text{GS}) \rightarrow ^{117}\text{Sn}(d_{7/2}): |M_{CT}|^2 \approx 0.01 (1 - V_{7/2}^2)_\nu (1 - V_{7/2}^2)_\pi \quad (17.11)$$

اگر همان طور که از شکل ۶.۶ می بینیم، پایتترین حالت انرژی $(5/2)^+$ در هسته ^{117}Sn تنها شامل کسری از حالت SQP باشد، $|M|^2$ برای آن گذار به اندازه این کسر تقلیل می یابد و حالت های دیگر $(5/2)^+$ ممکن است به میزان $|M|^2$ متناسب با مقدار SQP موجود در آنها برانگیخته شوند.

در واپاشی های بین هسته های فرد-فرد و زوج-زوج یا در واپاشی های بین هسته های فرد که شامل نوکلئون های تزویج شده هستند، پیچیدگی های جدیدی وارد می شود و لازم است که اصلاحاتی در مورد V_f^2 در روابط (۱۶.۱۱) و (۱۷.۱۱) انجام شود. اما ضرایب 10^{-2} و 10^{-5} جلوی آنها برای گذارهای گاموف-تلف و گذارهای فرمی همچنان قابل استعمال اند. البته گذارهای گاموف-تلف بین حالت های مانسته ایزو بار هسته های سبک هم

۱. برای دانشجویان پیشرفته می توان H_{CT} را به صورت $(\sigma_+ + \sigma_- + \sigma_z)$ نوشت که علامت جمع روی تمام نوکلئون های موجود در هسته است. عملگر σ_+ نوترون را به پروتون و σ_- یا σ_z یکی اسپین آن را برمی گرداند در حالی که دیگری نتیجه صفر می دهد و σ_z اسپین را بر نمی گرداند. اما عملگر H_F همان $\Sigma \sigma_+$ است که برابر T_+ می شود.

اگر $I=0$ نباشد (جدول ۱۰.۱۱) ممکن است که وجود داشته باشند. در این موارد می توان نشان داد

$$|M_{GT}|^2 = \begin{cases} \frac{I}{I+1} & I=l-\frac{1}{2} \\ \frac{I+1}{I} & I=l+\frac{1}{2} \end{cases} \quad (18.11)$$

روابط فوق برای تمام موارد بعد از رابطه (۱۵.۱۱)، به استثنای واپاشی ^{14}O قابل استفاده اند. مثلا، برای واپاشی ^2H به ^2He داریم $I=1/2$ و $I=0$ (هسته ها در حالت های $1S_{1/2}$ هستند)، بنا بر این $|M_{GT}|^2=3$ می شود.

۵.۱۱ آهنگ واپاشی در واپاشی بتا

با استفاده از روابط (۱۰.۱۱) و (۱۲.۱۱ الف) می توانیم آهنگ واپاشی λ_β را به دست آوریم

$$\lambda_\beta = G' f(Z, E_0) |M|^2 \Phi' \quad (19.11)$$

ضریب G' ثابت تناسب است و $|M|^2$ عبارت است از

$$|M|^2 = (1-x) |M_F|^2 + x |M_{GT}|^2 \quad (20.11)$$

که $x/(1-x)$ نسبت قدرت برهم کنش های گاموف - تلو و فرمی است. اگر رابطه (۱۱.۸) را که بین λ و نیمه عمر برقرار است به کار ببریم، رابطه (۱۹.۱۱) را می توان به صورت آشناتر زیر نوشت

$$f T_{1/2} = \frac{1}{G |M|^2 \Phi'} \quad (21.11)$$

که در آن داریم $G = G' / (\ln 2)$. هیچ راهی برای تعیین x و G بیشتر از آنچه در مورد قدرت هریک از سه نیروی اساسی دیگر طبیعت مثل ثابت گرانشی، بار الکتریکی، یا g در رابطه (۲۸.۳) می توان گفت، وجود ندارد. یعنی، فقط می توانیم آنها را به طریق تجربی تعیین کنیم. این عمل با اندازه گیری E_0 [برای تعیین $f(Z, E_0)$] و $T_{1/2}$ برای واپاشیهایی که در آنها $|M_F|^2$ و $|M_{GT}|^2$ معلوم اند، یعنی همان واپاشیهای بعد از رابطه (۱۵.۱۱) که برای آنها $|M|^2$ را می توان توسط آن معادله و معادله (۱۸.۱۱) محاسبه کرد، امکان پذیر است. وقتی این اندازه گیری انجام شود نتیجه به قرار زیر خواهد شد

$$G = \frac{1}{2800} \quad x = 0.056$$

اگر این مقادیر در روابط (۲۰.۱۱) و (۲۱.۱۱) به کار برده شوند و همچنین $|M|^2$ از روابط (۱۶.۱۱) و (۱۷.۱۱)، و φ' از برآوردهای بخش ۲.۱۱ گرفته شوند، مقادیر $T_{1/2}$ به صورت زیر درمی آیند. برای گذارهای مجاز در هسته های سبک با انرژی $E_0 \approx 1 \text{ MeV}$ یعنی انرژی جنبشی $5 \text{ MeV} \approx T_0$ زمان $T_{1/2}$ حدود یک روز می شود. در هسته های سنگین به خاطر وابستگی $f(Z, E_0)$ با Z مقدار $T_{1/2}$ برای واپاشی β^+ ده مرتبه طولانیتر و برای واپاشی β^- ده مرتبه کمتر است. برای $5 \text{ MeV} \approx T_0$ مقدار $T_{1/2}$ حدود یک میلیون بار کوچکتر از این تخمین زده می شود (در هسته های سبک) و اگر $1 \text{ MeV} \approx T_0$ باشد $T_{1/2}$ حدود ۱۰۰۰ بار طولانیتر خواهد شد (در هسته های سبک معادل چند سال). T_0 هر چه کوچکتر می شود، $T_{1/2}$ به طولانی شدن بدون محدودیت خود ادامه می دهد. نیمه عمر واپاشیهای بتای اولین گذار ممنوع معمولاً ۱۰۰ بار طولانیتر می شود.

این نتایج را بسادگی می توان به صورت مقادیر $fT_{1/2}$ در رابطه (۲۱.۱۱) یا حتی به صورت راحت تر $\log fT_{1/2}$ ارائه کرد. همان طور که قبلاً تذکر داده شد، این کمیت را می توان به طور تجربی با اندازه گیری E_0 و نیمه عمر تعیین کرد. برای تعداد زیادی از واپاشیها که ΔI و $\Delta \pi$ در آنها مشخص است، اندازه گیری هایی انجام شده است. بنا بر این می توان آنها را با استفاده از جدول ۱.۱۱ طبقه بندی کرد. نتایج در جدول ۳.۱۱ نشان داده شده است که در آنجا واپاشی اولین گذار ممنوع خاص را وارد کرده ایم، زیرا نتایج این گذارها همیشه از واپاشی اولین ممنوع دیگر بیشتر است. همچنین طبقه بندی واپاشی فوق مجاز را نیز وارد جدول کرده ایم که اشاره به موازی است که مانند گذار بین حالت های مانسته ایزوبار، عنصر ماتریسی از مرتبه واحد است. در این موارد داریم

جدول ۳.۱۱ تعیین تجربی $\log fT_{1/2}$.

$\log fT_{1/2}$	انواع گذارها
~ 3.5	فوق مجاز
5.5 ± 1.3	مجاز
7.3 ± 1.3	ممنوع اول
8.5 ± 1.0	ممنوع اول خاص
~ 12	ممنوع دوم
~ 16	ممنوع سوم
~ 21	ممنوع چهارم

$$fT_{1/2} \simeq 1/G \simeq 2800$$

تغییراتی که با علامت $\pm$ در جدول ۳.۱۱ نشان داده ایم، مربوط به تغییرات $|M|$ در رابطه (۲۱.۱۱) از یک واپاشی به واپاشی دیگر است. مشاهده می کنیم که کل تغییرات با مضربی در حدود ۴۰۰ صورت می گیرد، البته مواردی هم وجود دارند که از محدوده گردآوری شده در جدول فراتر می روند. اختلافهای مقادیر متوسط $fT_{1/2}$ در جدول ۳.۱۱ ناشی از ضریب $\mathcal{P}'$ در رابطه (۲۱.۱۱) است که با بحث مذکور در بخش ۲.۱۱ توافق دارد. مقدار ۵۵ در گذارهای مجاز با توجه به $\log 2800 \simeq 3.5$ و ضریب ۵۰۰ در رابطه (۱۷.۱۱) قابل درک است.

۶.۱۱ عمل قواعد گزینش

واپاشی بتا همواره (یا حتی معمولاً) یک گذار از حالت پایه به حالت دیگر نیست. برای مثال، واپاشی بتای منتهی به یک هسته مرتفع زوج - زوج را در نظر می گیریم که نمودارهای تراز انرژی آن در شکل ۱۱.۵ نشان داده شده است. اگر هسته ابتدایی 3^+ باشد، این هسته می تواند با یک گذار مجاز به اولین حالت برانگیخته 2^+ واپاشیده شود، درحالی که واپاشی به حالت پایه بنا بر قواعد گزینش جدولهای ۱۰.۱۱ و ۲۰.۱۱ در ردیف دومین گذار ممنوع قرار می گیرد. بنابراین واپاشی به حالت 2^+ واپاشی غالب خواهد بود.

اگر حالت ابتدایی 4^+ یا 5^+ و انرژی موجود به اندازه کافی باشد، هسته می تواند گذار مجازی به حالت 4^+ داشته باشد ($\Delta I = 0, 1$; نه $\Delta\pi$) در صورتی که گذارهایی به حالت های 2^+ گذارهایی از نوع ممنوع دوم باشند، گذار مجازی قیناً غالب می شود. از طرف دیگر اگر حالت ابتدایی 4^- باشد، گذار به هر یک از حالت های 2^+ یا 4^+ اولین گذار ممنوع خواهد بود (2 یا 1 ; $\Delta I = 0$; بله $\Delta\pi$). بنابراین هر دو حالت ممکن است اتفاق بیفتند. در چنین وضعیتهایی، گذارهایی با انرژی بالاتر دارای مقادیر بزرگتر $f(Z, E_0)$ هستند و در نتیجه بیشتر اتفاق می افتند. در بیشتر موارد حالتی با انرژی پایین وجود دارد که گذار مجاز یا اولین گذار ممنوع به آن قابل تحقق است، در این صورت گذارهای ممنوع دوم یا بالاتر زیاد معمول نیستند.

در شرایطی که برای یک حالت I^π مجهول باشد، اطلاعات را می توان از مطالعه واپاشی بتا و اندازه گیری $fT_{1/2}$ به دست آورد. بدین ترتیب، درجه ممنوعیت و از آنجا $\Delta I \Delta\pi$ از طریق قواعد گزینش جدولهای ۱۰.۱۱ و ۲۰.۱۱ تعیین می شود. اگر I^π را برای حالت اولیه یا نهایی معلوم باشد، $\Delta\pi$ پاریته و ΔI چند مقدار ممکن I را برای حالت دیگر به دست می دهد. مثلاً فرض کنیم که یک هسته فرد - فرد به حالت پایانه یک هسته زوج - زوج (که باید 0^+ باشد) واپاشیده می شود و اندازه گیری انجام شده مقدار $\log fT_{1/2}$ را برابر ۸.۰ نشان می دهد. مطابق جدول ۳.۱۱ این مقدار متناظر با گذار ممنوع از نوع اول است، و از قواعد گزینش معلوم می شود که 2 یا 1 ; $\Delta I = 0$ است و پاریته هم تغییر می کند. بنابراین حالت ابتدایی باید 0^- یا 1^- باشد.

در بعضی از موارد I^{π} را می توان به طور یگانه تعیین کرد. مثلاً اگر واپاشی فوق به هر دو حالت 0^{+} و 2^{+} هسته زوج - زوج با $5 \approx \log f T_{1/2}$ صورت می گرفت، این امر نشان می داد که هر دو گذار مجاز هستند و حالت ابتدایی فقط می توانست 1^{+} باشد. در حالی که این روشها معمولاً قابل اعتماد هستند، در به کار بردن مقادیر $f T_{1/2}$ برای تعیین درجه ممنوعیت گذار خطر اشتباه هم وجود دارد. از جدول ۳۰۱۱ می بینیم که وقتی $\log f T_{1/2}$ در گستره ۶ تا ۸ قرار دارد، گذار به آسانی می تواند مجاز یا ممنوع اول باشد و گذارهای مجاز با $\log f T_{1/2}$ خیلی بالاتر از ۷ هم ناشناخته نیستند.

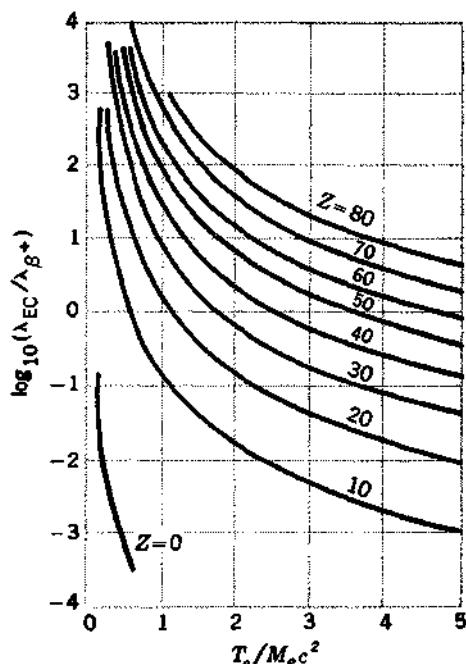
۷.۱۱ آهنگ واپاشی در گیراندازی الکترون

در بخش ۳.۸ تذکر دادیم که برهم کنش واپاشی بتا همچنین می تواند فرایند (۳.۸) را به وجود آورد که در آن الکترونهاى مداری گیراندازی می شوند. چون انرژی الکترون ثابت است، نوترینو باید تمام انرژی رها شده را با خود ببرد و در نتیجه، تمام نوترینوها با انرژی یکسان E_e منهای انرژی بستگی الکترون خارج می شوند. طبق برآورد بخش ۱۰.۱۱ احتمال گسیل آنها متناسب با p_e^2 است که اگر از انرژی بستگی الکترون صرف نظر شود، برابر E_e^2/c^2 می شود. آهنگ واپاشی همچنین متناسب با احتمال وجود يك الکترون اتمی در مکان پروتونی است که به نوترون تبدیل می شود. این احتمال به طور معکوس متناسب با حجم اشغال شده توسط الکترون و این خود متناسب با مکعب شعاع بور است، و شعاع بور به طور معکوس متناسب با Z است. بدین ترتیب، در نهایت، آهنگ واپاشی متناسب با Z^4 می شود. اثر میدان را بر روی هسته با همان H مورد بحث در بخش ۷.۱۱ می توان توضیح داد. بنابراین، $|M|^2$ همانند مورد گسیل الکترون خواهد شد. برای گذارهای ممنوع، نوترینوها با مقدار $I > 0$ بیرون می آیند و در این صورت باید در سد تکانه زاویه ای با نفوذ پذیری Φ نفوذ کنند. از جمع این جمله ها به دست می آوریم

$$\lambda_{EC} = G_{EC} Z^4 E_e^2 |M|^2 \Phi \quad (22.11)$$

که در آن G_{EC} ثابت تناسب است که می توان آن را در بررسی کاملتر بر حسب G محاسبه کرد.

در بیشتر موارد گیراندازی الکترون با گسیل الکترونهاى مثبت رقابت می کند و چون $|M|^2$ برای هر دو فرایند یکسان است (این فقط بستگی به حالت های هسته ای در گیر دارد)، نسبت $\lambda_{EC}/\lambda_{\beta}$ مستقل از $|M|^2$ و در نتیجه مستقل از ساختار هسته ای است و براحتی از روابط (۱۹.۱۱) و (۲۲.۱۱) قابل محاسبه است. نتایج برای گذارهای مجاز در شکل ۶.۱۱ نشان داده شده است. از رابطه (۲۲.۱۱) مشاهده می کنیم که λ_{EC} سریعاً با افزایش Z زیاد می شود. از سوی دیگر، چون يك الکترون مثبت باید در سد کولنی نفوذ کند، λ_{β} با افزایش Z کاهش می یابد. بدین ترتیب، فرایند غالب در هسته های سنگین گیراندازی



شکل ۶.۱۱ نسبت آهنگ گیراندازی الکترون به آهنگ گسیل پوزیترون برای گذارهای مجاز، به صورت تابعی از عدد اتمی Z و بیشینه انرژی جنبشی موجود در واپاشی $\beta^+(T_e)$.

الکترون است در صورتی که در هسته‌های سبک به طور کلی گسیل پوزیترون غلبه دارد. چون $f(Z, E_0)$ سریعتر از E_0^2 با انرژی زیاد می‌شود، گسیل پوزیترون به طور نسبی با ازدیاد E_0 محتملتر می‌شود. در انرژیهای کم برای پوزیترون، این حقیقت که انرژی گیراندازی الکترون ۱ MeV (این مقدار معادل $2 M_e c^2$ است) بیشتر از گسیل پوزیترون است و اینکه سد کولنی قویاً از گسیل پوزیترون ممانعت به عمل می‌آورد، سبب می‌شود که منحنیهای شکل ۶.۱۱ سریعاً به طرف بالا متمایل شوند.

مسائل

۱۰۱۱ با استفاده از جدول پ. ۳، E_0 و T_0 را برای واپاشی بتا در ^{56}Co و ^{56}Mn تعیین کنید.

۲۰۱۱ طیف الکترون حاصل از واپاشی بتای نوترون به پروتون ($F = 1.0$) را محاسبه کنید. منحنی $I(p_e)$ را بر حسب p_e و $I(E_e)$ را بر حسب E_e رسم کنید.

۳۰۱۱ اگر یک حالت $(5/2)^+$ از طریق گذار ممنوع اول واپاشیده شود، π های ممکن را در حالت نهایی پیدا کنید.

۴۰۱۱ درجه ممنوعیت در گذارهای زیر چیست؟

(الف) $(1/2)^+ \rightarrow (3/2)^+$ (ب) $(1/2)^+ \rightarrow (1/2)^-$

$$(ج) \quad (5/2)^+ \rightarrow (7/2)^- \quad (د) \quad (9/2)^- \rightarrow (3/2)^- \quad (۳/۲)^- \rightarrow (۹/۲)^-$$

$$(۵) \quad 2^+ \rightarrow 1^- \quad (۶) \quad 2^+ \rightarrow 5^+$$

۵.۱۱ حالت پایه ^{117}In يك حالت تك حفره‌ای 2^+ راجع است و این هسته می‌تواند به ^{117}Sn با انرژی کل ۱۲۵ MeV واپاشیده شود. گذار به کدام حالت ^{117}Sn منتهی خواهد شد (شکل ۶.۶) نتیجه را با جدول نوکلیدها مقایسه کنید (بخش ۷.۸).

۶.۱۱ ^{64}Zn اصولاً به حالت پایه ^{64}Cu با انرژی بیشینه ۲۳۵ MeV برای پوزیترون‌ها واپاشیده می‌شود. نیمه عمر آن ۳۸ min است. مقدار $T_{1/2}$ را محاسبه کنید و معین کنید که آیا این گذار مجاز است یا ممنوع. احتمال گیراندازی الکترون چقدر است؟

۷.۱۱ حالت 1^+ ایزوتوپی از Cu به حالت پایه 0^+ ایزوتوپ Zn با انرژی بیشینه ۲۶ MeV برای الکترون واپاشیده می‌شود. نیمه عمر را تخمین بزنید. اگر حالت ابتدایی 1^- بود، نیمه عمر چقدر می‌شد؟

۸.۱۱ در واپاشیهای پوزیترون با انرژی ۱ MeV چه کسری از واپاشیها از طریق گیراندازی الکترون صورت می‌گیرد؟ فرض می‌شود که واپاشی در Ca ، Sn ، و Hg باشد.

۹.۱۱ حالت 1^+ ایزوتوپ Tl به حالت 0^+ ایزوتوپ Hg با انرژی بیشینه ۱ MeV برای پوزیترون واپاشیده می‌شود. نیمه عمر را تخمین بزنید. از گیراندازی الکترون صرف‌نظر نکنید.

۱۰.۱۱ فرض کنید که حالتی از ایزوتوپ Bi از طریق واپاشی بتا فقط به حالت 2^+ از هسته زوج-زوج Pb که در آن سه نوا از پسا‌بینه‌ترین حالتها به ترتیب 0^+ ، 2^+ و 4^+ هستند واپاشیده می‌شود، و انرژی حالت 4^+ برابر ۱ MeV است. انرژی واپاشی برابر ۴ MeV و نیمه عمر برابر ۵ s است. I^{π} برای حالت ابتدایی چقدر است؟

منابعی برای مطالعات بیشتر

بمراجعه کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Allen, J. S.: *The Neutrino*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1958.

Ajzenberg-Selove, F.: *Nuclear Spectroscopy*, Academic, New York, 1960.

Hyde, E. K., I. Perlman, and G. T. Seaborg: *The Nuclear Properties of the Heavy Elements*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Kabir, P. K.: *The Development of Weak Interaction Theory*, Gordon and Breach, New York, 1963.

Mayer, M. G., and J. H. D. Jensen: *Elementary Theory of Nuclear Shell*

Structure, Wiley, New York, 1955.

Nuclear Data, periodical published by Academic Press, New York.

Segre, E.: *Experimental Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1953.

Siegbahn, K.: *Alpha, Beta, and Gamma Ray Spectroscopy* North-Holland, Amsterdam, 1965.

Wu, C. S., and S. A. Moszkowski: *Beta Decay*, Interscience, New-York, 1966.

گسیل پرتوهای گاما

سومین نوع واپاشی هسته‌ای یعنی گسیل پرتوهای گاما و دیگر فرایندهای الکترومغناطیسی، برخلاف گسیل نوکلئونی و واپاشی بتا، تنها مختص فیزیک هسته‌ای نیست. این فرایند به فیزیک اتمی و هسته‌ای تقریباً به یکسان وابسته است و از بعضی جهات ارتباطی نزدیک با مهندسی برق دارد.

همان گونه که در بخش ۱۰۸ گفته شد، پرتو گاما از نوع موج الکترومغناطیسی است و اساساً تفاوتی با امواج نوری یا رادیویی ندارد. موج الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی و مغناطیسی در حال نوسان است؛ میدان الکتریکی متغیر میدان مغناطیسی را ایجاد می‌کند و میدان مغناطیسی متغیر میدانی الکتریکی را به وجود می‌آورد. این موج می‌تواند توسط یک بار الکتریکی نوسان کننده که میدانی الکتریکی به وجود می‌آورد و یا توسط جریان الکتریکی نوسان کننده‌ای که میدان مغناطیسی تولید می‌کند ایجاد شود. در مورد اول یا تابش چند قطبی الکتریکی سروکار داریم که آن را با E_1 نشان می‌دهیم، و در مورد دوم با تابش چند قطبی مغناطیسی که آن را به صورت M_1 نمایش می‌دهیم. این فصل را با بحث مورد اول آغاز می‌کنیم.

۱۰۱۲ تابش چند قطبی الکتریکی در سیستمهای کوآنتومی

از نظریه کلاسیکی الکترومغناطیس می‌دانیم بارهای الکتریکی‌ای که با بسامد ω نوسان

می کنند تابشی الکترومغناطیسی با همان بسامد گسیل می کنند. همان گونه که در بخش ۶.۱ بحث شد، کلیترین توزیع بار را می توان به صورت بسط چند قطبی (۱۵.۱) نوشت. بنابراین نوسانات بار توزیع شده را می توان به صورت نوسانات هریک از جملات این بسط نوشت و تابش متوجه را حاصل تمام جملات دانست. در حالت خاصی که یک جمله از بسط بر جملات دیگر غلبه کند، این روش می تواند کار را بسیار ساده کند. مثلاً آنتنهایی که در ایستگاههای رادیویی و تلویزیونی به کار می روند، معمولاً برای تابش دوقطبی الکتریکی طراحی شده اند. تابش دوقطبی الکتریکی را به صورت E_1 نمایش می دهیم، تابش چهار قطبی الکتریکی مانند تابش حاصل از نوسانات متقارن توزیع باری که در شکل ۵.۱ نمایش داده شده است به صورت E_2 نشان داده می شود، و همین طور تا آخر.

در نظریه کلاسیکی تابش الکترومغناطیسی، توان تابش شده توسط یک آنتن E_l از

رابطه زیر به دست می آید

$$P(E_l) = \frac{2(l+1)c}{l[(2l+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2l+2} Q_l^2 \quad (1.12)$$

که در آن داریم $1 \leq l \leq \infty$ یا $1 \times (2l+1) \times (2l-1) \times (2l-3) \times \dots \times 2$ ، $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$ ، که λ طول موج تابش گسیل شده، و Q_l کمیتی است که ارتباطی نزدیک به مقدار بیشینه آنتگرال (۹.۱) (در مدت یک دوره نوسان) دارد. چون پروتونها حاملین بار در هسته هستند، اغلب برای سادگی این آنتگرالها را بر حسب مختصات مکانی پروتونها x, y, z بیان می کنند. اکنون از (۹.۱) چنین نتیجه می شود

$$Q_1 \sim Zez$$

$$Q_2 \sim Ze(2z^2 - r^2) = Ze(2z^2 - x^2 - y^2) \quad (2.12)$$

.....

خطوط روی حروف نمایانگر مقدار میانگین حاصل از مختصات پروتونهای تمام هسته در دورترین نقاط نوسان است. از رابطه (۲.۱۲) درمی یابیم که Q_1 کسری از ZeR^1 است. بنابراین بزرگی جملات مختلف در (۱.۱۲) تقریباً با $(\omega R/c)^{2l}$ یا با $(R/\lambda)^{2l}$ متناسب است.

در نظریه کوانتومی، تابش به صورت فوتونهای با انرژی کوانتیده $E = h\nu = \hbar\omega$ گسیل می شود و از این رو آهنگ گسیل فوتونها با استفاده از رابطه (۱.۱۲) چنین به دست می آید

$$\lambda(E-l) = \frac{P(E-l)}{\hbar\omega} = \frac{2(l+1)}{\hbar l[(2l+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2l+1} Q_l^2 \quad (3.12)$$

اگر بدانیم مقدار Q_l را چگونه تخمین بزنیم، می توانیم با استفاده از رابطه بالا نیمه عمر گسیل پروتوهای گاما را محاسبه کنیم.

قبل از بحث در مورد این مسئله، تکانه زاویدای منتقل شده در گسیل پرتو گاما را مورد بررسی قرار می دهیم. در نظریه کلاسیکی، تکانه زاویه ای L در میدان تابش الکترومغناطیسی با رابطه زیر به انرژی E تابش شده مربوط می شود

$$L = \frac{Vl(l+1)}{\omega} E$$

چون انرژی يك فوتون $E = h\omega$ است، تکانه زاویه ای L به صورت $h\sqrt{l(l+1)}$ در می آید که با عدد کوانتومی l مشخص می شود.

راه دیگر درك این نتیجه خاطر نشان ساختن این نکته است که چون انرژی بارهای نوسان کننده به صورت مقادیر گسسته گسیل می شود، انرژی نوسان باید به صورت مقادیر مساوی گسسته کاهش یابد. به زبان بخش ۹.۵ باید گفت از تعداد فونونهای نوسان کننده یکی کاهش می یابد. گسیل تابش در سیستمهای کلاسیک به صورت پیوسته است، در حالی که در يك سیستم کوانتومی فوتون فقط هنگام تغییر حالت نوسان گسیل می شود. آشکارا می بینیم که در نوسانی که در شکل ۱۰.۵ (ج) نمایش داده شده است برای Q_1 از رابطه (۲.۱۲) مقدار بزرگی به دست می آید در حالی که در شکل ۱۰.۵ (الف) داریم $Q_1 = 0$ اما مقدار Q_2 بزرگ است. بنابراین در گذارهایی که تعداد فونونهای نوسانات تغییر می کند، در مورد اول تابش E_1 و در مورد دوم تابش E_2 گسیل می شود. به طور کلی تابش E_l زمانی گسیل می شود که از هسته فونون مربوط به نوسان $l = \lambda$ گسیل شود. چون فونون حامل تکانه زاویه ای λ و پاریته $(-1)^\lambda$ است، اصل پاستنگی این کیمیاپ ایجاد می کند که فوتون تابش E_l تکانه زاویه ای l و پاریته $(-1)^l$ داشته باشد.

تکانه فونونی با انرژی E برابر E/c است که اندکسی کمتر از الکترونی با همان انرژی است، بنابراین همچنان که در بخش ۲.۱۱ بحث شد، فوتونی با انرژی چند MeV یا کمتر برای خروج از هسته باید از سد تکانه زاویه ای بزرگی نفوذ کند. نفوذ پذیری این سد را نمی توان از فرمول (۲۳.۱۰) به دست آورد بلکه باید آن را در رابطه (۳.۱۲) با توجه به تناسب آن با $(R/\lambda)_r$ که قبلاً ذکر شد به حساب آورد. طول موج فوتونی با انرژی ۱ MeV در حدود $10^{-12} \times 1.91$ است، و اگر R شعاع يك هسته با جرمی متوسط باشد، مقدار R/λ_r تقریباً برابر $1/200$ خواهد بود. چون دیگر عوامل وابسته به l با تغییر آن به کندی تغییر می کنند، به ازای هر يك از مقادیر متوالی l مقدار $\lambda(E_l)$ به اندازه چهار مرتبه بزرگی کاهش می یابد. در اینجا جالب است خاطر نشان کنیم که در گسیل نور توسط آنها داریم $R \approx 505 \text{ \AA}$ و $\lambda_r = 5000 \text{ \AA}$ که در نتیجه به ازای هر l متوالی آهنگ گسیل به اندازه هشت مرتبه از بزرگی اش کاهش می یابد و بدین ترتیب گسیل نور با $l > 1$ بسیار به ندرت صورت می گیرد.

۲.۱۲ گذارهای بین حالتیای هسته‌ای

اساساً تابش الکترومغناطیسی هنگام تغییر حالت نوسانی بارهای الکتریکی گسیل می‌شود، اما در بخش ۲.۸ گفتیم که تابش گاما هنگام جهش نوکلئون از مدار به مدار دیگر گسیل می‌شود. سازگاری این بیانات زمانی برقرار می‌شود که وابستگی زمانی تابع موجها در نظر گرفته شود یعنی همان موضوعی که در فصل ۲ مورد بحث قرار نگرفت ولی در بخش ۱.۱۵ به‌طور خلاصه به آن اشاره شد. این وابستگی زمانی که برخی آن را به‌عنوان جواب معادله وابسته به زمان شرویدنگر می‌شناسند، نوسانی با بسامد $E/\hbar = \omega$ است. هنگامی که يك پروتون تغییر مدار می‌دهد، انرژی و بنا بر این بسامد نوسان آن تغییر می‌کند و در نتیجه می‌توان گفت که حالت نوسانی بار الکتریکی تغییر می‌کند و این همان چیزی است که برای گسیل تابش الکترومغناطیسی لازم است.

نظریه کوانتومی تابش بر اساس (۱.۱۱) است، بنابراین عبارت Q_i به‌صورت (۲.۱۱) است، یعنی

$$Q_i = \int \psi_i^* H(E-l) \psi_i d\tau \quad (۲.۱۲)$$

که $H(E-l)$ گشتاورهای چند قطبی (۲.۱۲) را نشان می‌دهد. ممکن است برای مقاصد اولیه آن را به‌عنوان عملگری که بر ψ_i عمل می‌کند در نظر بگیریم که آن را به $Q_i^{SP}(H' \psi_i)$ تبدیل می‌کند. Q_i^{SP} ثابتی است که در زیر با رابطه (۶.۱۲) داده می‌شود و عملگر $H'(E-l)$ تابع ψ_i را به مجموعه‌ای از جملات تبدیل می‌کند که در هر يك از آنها مقدار l متعلق به مدار یکی از پروتونها به‌روش جمع برداری به اندازه l واحد تغییر می‌کند. مثلاً اگر اختلاف ψ_i و ψ_j در این باشد که پروتون در ψ_i در مدار $7/4$ و در ψ_j در مدار $7/2$ باشد، یکی از جملات $\psi_j H'(E-l) \psi_i$ باید با ψ_j یکسان باشد و بنابراین از رابطه (۲.۱۲) نتیجه می‌شود که $Q_i = Q_i^{SP}$ است. شاخص SP نشان می‌دهد که این مقدار متعلق به گذاری است که در آن يك ذره مفرد تغییر مدار داده است.

برای دانشجویانی که در استفاده از هماهنگیهای کروی $Y_{lm}(\theta, \phi)$ تجربه دارند، اینها همان $P_{lm}(\cos \theta) e^{im\phi}$ رابطه (۲.۵.۲) با ضرایب متفاوت هستند که آن را به تفصیل بررسی می‌کنیم، دانشجویان دیگر می‌توانند مطلب را بدون آنکه پیوستگی آن از میان برود از رابطه (۶.۱۲) دنبال کنند. براحتی می‌توان اثبات کرد که جملات بسط (۱.۵.۱) را می‌شود به‌صورت زیر نوشت

$$\sum_k e^{ik} Y_{lm}(\theta_k, \phi_k)$$

این جمع روی تمام پروتونهای هسته انجام می‌شود. اینها همان جملات $H(E-l)$ در رابطه (۲.۱۲) هستند، بنابراین خواهیم داشت

$$Q_i = \sum_k \int \psi_i^* e^{ik} Y_{lm} \psi_i d\tau \quad (۲.۱۲ الف)$$

از رابطه (۲۵.۲) نتیجه می گیریم که وابستگی r_ψ و ψ_k به θ و ϕ به ترتیب به صورت حاصلضربهای $Y_{l_k m_k}$ و $Y_{l_k f m_k}$ هستند و بنابراین رابطه (۲۰.۱۲) الف) شامل انتگرالهای زیر است

$$\int Y_{l_k f m_k}^* Y_{l_m} Y_{l_k m_k} d\theta_k d\phi_k$$

این انتگرالها جز در موارد زیر برابر صفرند

$$l_k f = l_k + 1$$

$$m_k f = m_k + m$$

یعنی فقط جملاتی باقی می ماند که در آنها l_k و $l_k f$ به روش جمع برداری به اندازه l واحد با هم اختلاف داشته باشند. به این ترتیب رفتاری که در پاراگراف قبلی بیان کردیم، توضیح داده می شود. اگرچه در توجیه کامل باید عدد کوانتومی m را نیز به حساب آورد اما در اینجا از آن چشمپوشی می کنیم.

اکنون موردی را در نظر می گیریم که به عنوان مثال ذکر کردیم و اختلاف ψ_k و r_ψ در این است که پروتون q در حالت ψ_k در مدار $f_{\psi k}$ ، و در حالت r_ψ در مدار $p_{\psi k}$ قرار دارد. تمام جملات حاصل جمع (۲۰.۱۲) الف)، بجز جمله ای که در آن $k=q$ است، از انتگرالهایی نظیر انتگرال زیر به دست می آیند

$$\int \psi_q^*(p_{\psi k}) \psi_q(f_{\psi k}) r_q^2 dr_q d\theta_q d\phi_q$$

مقدار این انتگرال صفر است، زیرا تابع موجها برای هر دو مقدار مختلف برهم عمود می شوند و بنابراین تمام جملات به ازای $k \neq q$ صفر خواهند شد. در جمله مربوط به $k=q$ ، مقدار انتگرالها روی مختصات ذرات غیر q برابر واحد می شود، زیرا این ذرات در حالات ψ_k و r_ψ در مدار یکسان قرار دارند. اختلاف انتگرال روی مختصات q با انتگرال بالادر يك عامل اضافی er_q^2 است، که در این صورت مقدار آن صفر نمی شود. پس می توان نوشت

$$|Q_k| = f_q \int u_k(r_q) er_q^2 u_q(r_q) dr_q$$

f_q حاصل انتگرال روی $d\theta_q d\phi_q$ و همچنین اثرات ناشی از عملیات جمع زنی و متوسط گیری را روی اعداد کوانتومی m_q نشان می دهد. $u_k(r_q)$ یا حاصلضرب r_q در بخش وابسته به f تابع موج (۲۵.۲) و شکل ۲.۲ برابر است. به جای Q_k از $|Q_k|$ استفاده می کنیم، زیرا تغییر علامتهایی که در اثر عملگرهای $H(E-l)$ حاصل می شوند مورد توجه ما نیستند.

پس به طور کلی، هنگامی که يك پروتون منفرد، با تغییر مدار خود به مداری که تکانه زاویه ای اش به اندازه l واحد با آن اختلاف دارد، گذاری انجام می دهد، داریم

$$|Q_k| = Q_k^{sp} = |f_q \int u_q er^2 u_k dr| \quad (5.12)$$

این کمیت را مقدار ذره منفرد، Q_i^{SP} می‌نامند و این مقدار تنها تابع I نیست، که نمونه آن اختلاف بین گذارهای $f_{5/2} \rightarrow p_{1/2}$ و $g_{9/2} \rightarrow d_{5/2}$ است، اگر چه برای هر دو $I=2$ است اما این اختلافات بزرگ نیستند و چنانکه وایسکوف نشان داده است تقریب مناسب برای همه حالات چنین است

$$Q_i^{SP} = \frac{3}{I+3} eR^2 \quad (6.12)$$

همان گونه که از (۲۰۱۲) برای حالت $Z=1$ انتظار می‌رود (چون تنها با یک پروتون منفرد مواجه‌ایم)، مقدار بالا کسری از eR^2 است که کمی از واحد کوچکتر است. با قراردادن (۶-۱۲) در (۳-۱۲) آهنگهای گذار ذره منفرد را که به عنوان آهنگهای وایسکوف نیز شناخته می‌شوند، به دست می‌آوریم. این آهنگها در شکل ۱۰۱۲ نمایش داده شده‌اند. از آنچه گفته شد ممکن است چنین نتیجه شود که چون تنها پروتونها دارای بار الکتریکی هستند، گذار $E=I$ پروتوهای گاما فقط زمانی رخ می‌دهد که پروتونها تغییر مدار می‌دهند. اما زمانی هم که نوترونها تغییر مدار می‌دهند، چنان اثرات ظریفی بر پروتونها می‌گذارند و باعث چنان تغییری در نوسان باری می‌شوند که نتیجه تقریبی آن در حد تغییر مدار پروتونهاست. بنابراین خطوط شکل ۱۰۱۲ علاوه بر تغییر مدار پروتونها به طور تقریبی برای نوترونها نیز معتبر است، به عنوان نمونه $\lambda(E-I)$ برای نوترونها نوعاً به اندازه عامل ۲ کوچکتر است.

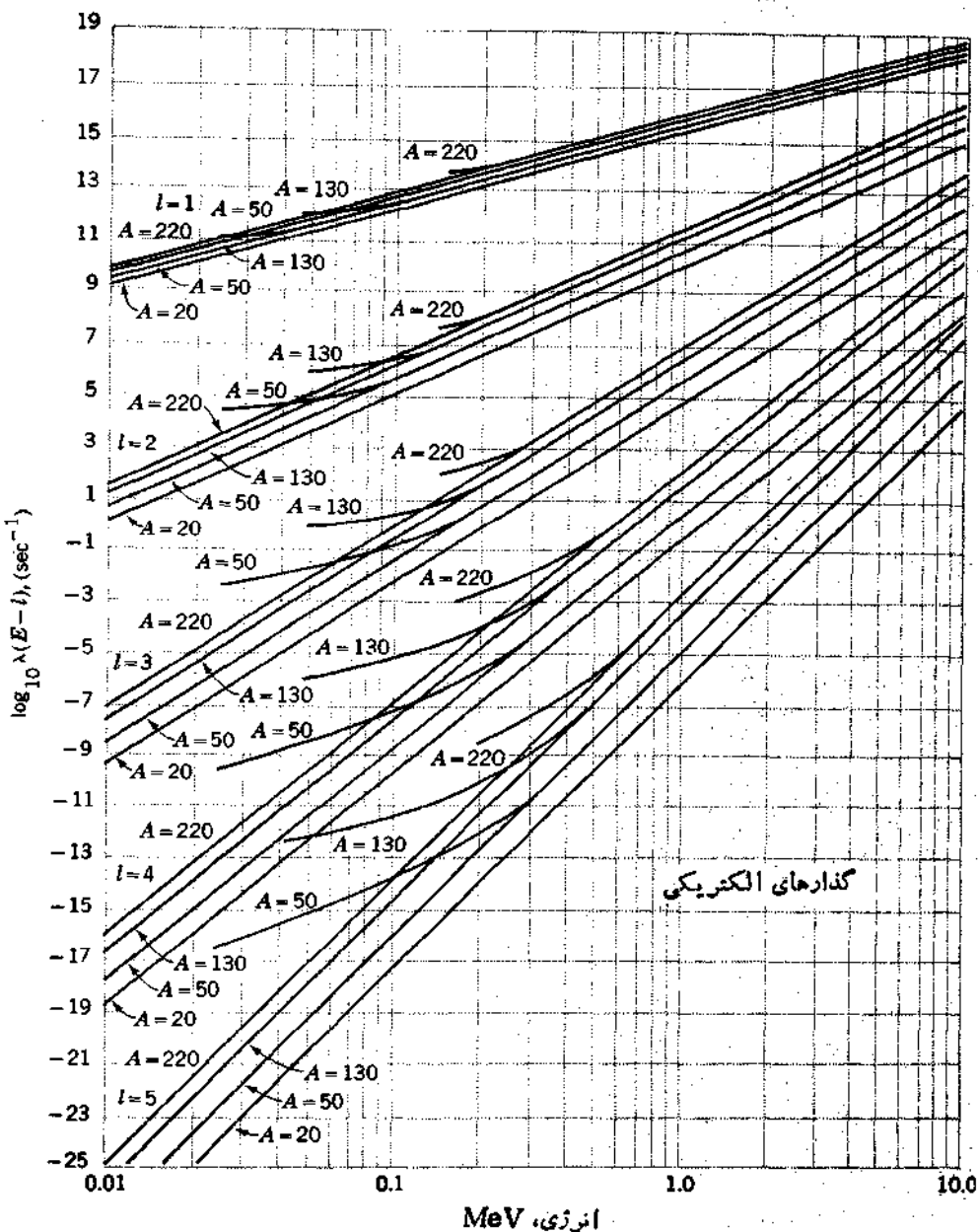
اگر ψ_1 و ψ_2 چندین جمله داشته باشند، آن جملاتی که اختلافشان در مقدار یک نوکلئون است می‌توانند باعث گذار شوند. مثلاً اگر داشته باشیم

$$\psi_1 = a_1(g_{7/2})^2_{1/2} + a_2(d_{7/2})^2_{5/2}$$

$$\psi_2 = b_1(d_{5/2})^2_{5/2} + b_2(d_{7/2})^2_{5/2}$$

در این صورت، با جهش یک نوکلئون از مدار $d_{5/2}$ به $g_{7/2}$ همراه با تابش E_2 ، یک گذار پروتوگاما از جمله دوم عبارت اول به جمله دوم عبارت دوم انجام می‌شود. پس مقدار Q_2 برای این گذار تقریباً برابر $a_2 b_2 Q_2^{SP}$ است.

نکته جالب توجه در شکل ۵۰۲ این است که در هیچ مورد، اختلاف I و Z متعلق به دومدار مربوط به یک پوسته به اندازه یک واحد نیست. اما از فصول ۵ و ۶ به یاد داریم که تمام حالت‌های کم انرژی هسته‌ها از یکپیکر بندیهای مختلف نوکلئونهای موجود در یک پوسته تشکیل می‌شوند. بنابراین گذارهای نوع E_1 بین این حالتها امکان پذیر نیست. از سوی دیگر، مواد بسیاری یافت می‌شوند که در آنها اختلاف I مربوط به دومدار از یک پوسته به اندازه ۲ واحد است. بنابراین، در میان حالت‌های کم انرژی هسته‌ها گذارهای E_2 خیلی متداول‌اند. در میان حالت‌هایی که انرژی برانگیختگی کافی برای برانگیختن نوکلئونها به پوسته بعدی را داشته باشند [بنا به رابطه (۱۹۰۴)] این انرژی در هسته‌های سنگین در حدود



انرژی، MeV

شکل ۱۰۱۲ آهنگهای واپاشی ذره منفرد برای تابش E_l . این مقادیر از معادلات (۳.۱۲) و (۶.۱۲) به ازای $R = 1.04 A^{1/3} f$ محاسبه شده‌اند. شاخه پایینی فقط برای گسیل پرتو کاماست، و شاخه بالایی تبدیل داخلی را هم شامل می‌شود.

۶ MeV و در هسته‌های سبک بیشتر از این مقدار است، گذارهای E_1 به حالت‌های انرژی پایین نسبتاً متداول‌اند.

چون تابع موجها برای بیشتر حالت‌ها واقعاً پیچیده‌اند، در هر گذار به‌طور کلی چندین جمله دو حالت دارند. پس باید علامت ضرایب این جملات را در تابع موجها و تغییر علامت ناشی از عملگرهای $H(E-I)$ را در نظر داشته باشیم. عموماً جملاتی که در Q سهم هستند با هر دو علامت مثبت و منفی ظاهر می‌شوند و بنابراین به مقدار زیاد اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند، که در این صورت آهنگهای گذار معمولاً بسیار کمتر از آهنگهای ذره منفرد در شکل ۱۰۱۲ هستند. از سوی دیگر مواردی هم هستند که تمام جملات مربوط به Q_1 با علامت یکسان ظاهر می‌شوند و جملات زیادی به‌طور مختلف در گذار سهم می‌شوند، در این صورت آهنگ گذار بزرگتر از واحد می‌شود. مثلاً نمونه زیر را در نظر بگیرید

$$\psi_i = a_1(g_{1/2} s_{1/2})_x + a_2(d_{5/2})_x \quad (۷.۱۲)$$

$$\psi_f = b_1(g_{1/2} d_{5/2})_x + b_2(d_{5/2} s_{1/2})_x$$

واضح است که بین هر جمله از ψ_i و هر جمله از ψ_f وقوع گذارهای E_2 امکان‌پذیر است. بنابراین Q_2 برابر با Q_2^{SP} می‌شود. در حالتی که $Q_2 = 2Q_2^{SP}$ باشد، مقادیر $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = \sqrt{1/2}$ با رابطه (۱۰.۵) سازگارند. اگر چندین جمله دیگر در ψ_i و ψ_f وجود می‌داشتند و همه آنها به همین طریق رفتار می‌کردند مقدار Q/Q^{SP} می‌توانست خیلی بزرگ شود.

اما باید توجه کرد که توضیح این آهنگهای گذار شدیداً تا حد زیادی به فرض هم علامت بودن تمام جملات Q_2 بستگی دارد. این وضعیت فقط زمانی اتفاق می‌افتد که دو حالتی که گذار بین آنها رخ می‌دهد رابطه خاصی باهم داشته باشند، مثل مورد حالت‌های ارتعاشی جمعی با اختلاف یک فونون و یا مورد حالت‌های مجاور در یک باند دورانی. از جمله مثال‌های مهم این مورد، گذارهای بین اولین حالت برانگیخته و حالت پایه در هسته‌های زوج - زوج را می‌توان ذکر کرد.

مقادیر بزرگ Q_2 برای گذارهای بین حالت‌های ارتعاشی را می‌توان مستقیماً از ارتعاشات توزیع بار آنها دریافت. Q_2 را می‌توان با استفاده از (۳۷.۷) بر حسب β به‌صورت زیر نوشت

$$Q_2 \sim \frac{3}{\sqrt{5\pi}} ZeR^2\beta$$

به دلیل عوامل متعددی که در اینجا صرف نظر شده‌اند، مقدار ضریب از $3/\sqrt{5\pi} \approx ۰.۷۵$ به ۰.۳۸ کاهش می‌یابد. بنابراین از رابطه (۶.۱۲) چنین حاصل می‌شود

$$\frac{Q_2}{Q_2^{SP}} = \frac{۰.۳۸}{3/5} \frac{ZeR^2\beta}{eR^2} \approx ۰.۶۳ Z\beta \quad (۸.۱۲)$$

در موارد نمونه $\beta \approx 0.2$ تا 0.3 است، بنابراین برای بیشتر هسته‌ها مقدار Q_2/Q_2^{SP} نوعاً بین 10^3 است؛ مقدار آهنگهای گذار، به دلیل تناسب با Q_2^2 ، بین 10^5 تا 10^6 برای آهنگ ذره منفرد خواهد شد.

حالت دورانی يك هسته كره‌وار بوضوح شامل يك نوسان بار الکتریکی با بسامدی دو برابر بسامد دوران است. زمانی که حالت دورانی تغییر می‌کند، سرعت دوران و در نتیجه بسامد دوران تغییر می‌کند، بنابراین در حالت نوسانی تغییری پدید می‌آید و گسیل تابش امکان‌پذیر می‌شود. چون شکل توزیع بار در يك دوران، وقتی که در امتداد محور دوران دیده می‌شود، بین اشکالی که برای ارتفاع $\lambda = 2$ در شکل ۱۰.۵ نشان داده شد نوسان می‌کند تابش باید از نوع E_2 باشد. چون تمام هسته درگیر حرکت است، به‌طور تقریبی توجیهی که منجر به رابطه (۸.۱۲) شد قابل استفاده است. بنابراین، ذراین مورد هم Q_2 بسیار بزرگتر از مقدار ذره منفرد است.

۳.۱۲ تابش چندقطبی مغناطیسی

در آغاز این فصل توجه کردیم که تابش الکترومغناطیسی نه تنها از نوسان بار الکتریکی که میدان الکتریکی نوسان‌کننده پدید می‌آورد ناشی می‌شود، بلکه به همان خوبی از نوسان جریان الکتریکی نیز حاصل می‌شود چرا که در اثر آن میدان مغناطیسی نوسان‌کننده‌ای به وجود می‌آید. در هسته‌ها به علت اسپین نوکلئون‌ها و حرکت دورانی پروتون‌ها، جریان الکتریکی مؤثری برقرار است، به‌طور کلی میدان مغناطیسی حاصل از توزیع جریان در ناحیه چشمه‌ای کوچک (کوچک از دید ناظری که در فاصله‌ای دور از آن قرار دارد) را می‌توان به صورت بسطی مشابه (۹.۱) بیان کرد که شامل جملات دوقطبی مغناطیسی (M_1)، چهارقطبی مغناطیسی (M_2) و غیره است. در این صورت تابشی که از نوسانات این جملات برمی‌خیزد براحتی قابل درک است. فرمول شبیه به رابطه (۳.۱۲) چنین است

$$\lambda(M-I) = \frac{2(I+1)}{hI[(2I+1)!!]} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2I+1} A_I^2 \quad (9.12)$$

A_I شدیداً به دامنه نوسانات گشتاور چندقطبی مغناطیسی که موجب تابش می‌شود وابسته است. عملگرهای مانسته $H(E-I)$ عملگرهای $H(M-I)$ هستند. عمل $H(M-I)$ ناحده‌ای پیچیده است، اما $H(M-I)\psi$ با دامنه‌هایی که چندان از يك کمتر نیستند، تمام جملاتی را که در آنها مدار يك نوکلئون به صورتی تغییر می‌کند که تکسانه زاویه‌ای کل به دوش جمع برداری به اندازه I واحد و تکسانه زاویه‌ای مداری آن به اندازه $1-I$ واحد تغییر

۱. بررسی نسبتاً کاملی از آن را می‌توان در کتاب زیر یافت

J. M. Blatt, V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1952.

می‌کند، به دست خواهد داد. که بدین ترتیب پاریته آن در $(-1)^l$ ضرب خواهد شد. مثلاً $H(M_1)$ می‌تواند مدار $d_{5/2}$ را با برگرداندن اسپین نوکلئون به مدار $d_{3/2}$ تبدیل کند، و یا با تغییر مقدار m مربوط به یکی از مدارها ستمگیری آن را تغییر دهد و یک جمله $(d_{5/2}d_{3/2})^2$ را به یک جمله $(d_{5/2}d_{3/2})^3$ تبدیل کند. همچنین $H(M_2)$ می‌تواند یک مدار $p_{1/2}$ را به یک مدار $d_{3/2}$ یا $d_{5/2}$ تبدیل کند، و $H(M_3)$ می‌تواند همان مدار را به مدار $f_{5/2}$ یا $f_{7/2}$ و غیره تغییر دهد. سازگاری این تغییرات را با قواعد وضع شده به آسانی می‌توان اثبات کرد.

مدار ذره منفرد A_1 برای یک گذار M_1 از همان مرتبه تغییر گشتاور مغناطیسی ناشی از برگشت اسپین و یا ستمگیری مجدد مدار در فضا است. با توجه به بخش ۶.۱، چنین تخمین می‌زنیم که این مقدار از مرتبه چند برابر $e\hbar/M_p$ است. در شکل ۲۰.۱۲ آهنگهای ذره منفرد برای گذارهای $M-l$ را که در نتیجه تخمینهایی از این قبیل (همراه با پاره‌ای اصلاحات) در (۹.۱۲) به دست آمده‌اند، نشان داده‌ایم. این آهنگها را آهنگهای گذار ماسکوفسکی می‌نامند. اصولاً باید بین آهنگهای ذره منفرد پروتونها و نوترونها اختلافی وجود داشته باشد، زیرا گشتاور مغناطیسی آنها متفاوت است و برای پروتونها حرکت مداری نیز تأثیر دارد. اما این اختلافات (ضریب اختلاف نوعاً در حدود ۱.۵ است) بخوبی در محدوده عدم قطعیت عمومی کل فرایند قرار دارند و بنابراین برای هر دومی توان منحنیهای یکسان به کار برد.

برای نسبت $\lambda(E_1)$ به $\lambda(M_1)$ وقتی که هر دو با آهنگ ذره منفرد در جریان باشند، با استفاده از (۳.۱۲) و (۹.۱۲) و برآوردهای تقریبی Q_1 و A_1 ، چنین به دست می‌آید

$$\frac{\lambda(E_1)}{\lambda(M_1)} \approx \frac{\sim (1/2)(eR)^2}{\sim \delta(e\hbar/M_p)^2/c^2} = \frac{1}{10} \left(\frac{M_p R c}{\hbar} \right)^2$$

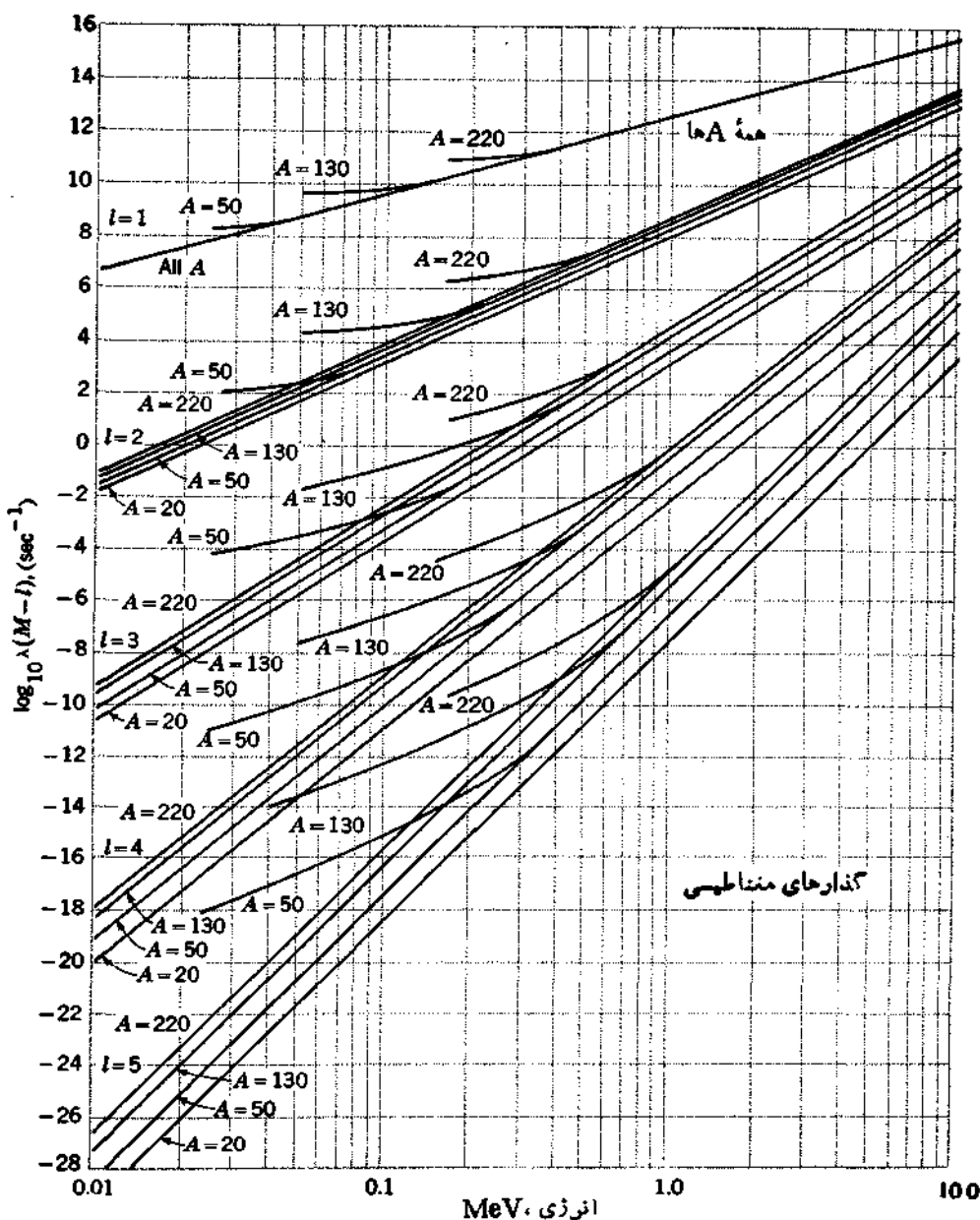
اگر R را شعاع هسته‌ای با جرم متوسط در نظر بگیریم، مقدار فوق تقریباً برابر ۱۰۰۰ می‌شود. از مقایسه بین شکل‌های ۱۰.۱۲ و ۲۰.۱۲ در می‌یابیم که با افزایش l ، نسبت $\lambda(E-l)/\lambda(M-l)$ از مقدار مذکور کمتر می‌شود.

۲.۱۲ قواعد انتخاب

چون پرتو گامای گسیل شده در گذار $E-l$ حامل تکانه زاویه‌ای l و پاریته $(-1)^l$ است، پاریته تکانه زاویه‌ای و پاریته ایجاب می‌کند که تکانه زاویه‌ای و پاریته حالت‌های هسته‌ای اولیه و نهایی به صورت زیر با هم ارتباط داشته باشند

$$I_i - I_f = 1 \quad \Delta\pi = (-1)^l \quad (الف \ ۱۰.۱۲)$$

بنابر خواصی که در بالا برای عملگرهای $H(M-l)$ شمرده شد، قواعد انتخاب برای تابش



شکل ۲-۱۲ آهنگهای واپاشی ذره منفرد برای تابش $M-l$ (شرح شکل قبل را ببینید).

جدول ۱۰۱۲ قواعد انتخاب برای گذارهای پرتو گاما. اگر I_i یا I_f صفر باشند، گذارهایی که در پرانتز نوشته شده‌اند غیر ممکن هستند.

$\Delta I = I_i - I_f $	۵	۴	۳	۲	۱	۰
تفسیر پاریته	E_5	M_4	E_3	M_2	(E_1)	(E_1)
بدون تغییر پاریته	M_5	E_4	M_3	E_2	$(E_2)M_1$	$(E_2)(M_1)$

$M-I$ چنین می‌شود

$$I_i - I_f = 1 \quad \Delta\pi = (-1)^{l-1} \quad (10.12 \text{ ب})$$

در جایی که قواعد انتخاب بیش از یک نوع گذار را مجاز بدانند معمولاً گذار دارای کمترین l به دلیل آهنگ بالاتر، بر دیگر گذارهای پیشی می‌گیرد. اما وقتی که آهنگ گذارهای E_2 بزرگتر از آهنگهای ذره منفرد در گذارهای بین حالت‌های جمعی باشد، همان گونه که در ارتباط با (۸.۱۲) نیز بحث شد در این صورت این گذارها بخوبی با گذارهای M_1 رقابت می‌کنند. مثلاً گذار $2^+ \rightarrow 2^+$ بین حالت‌های جمعی یک فونونی و دو فونونی شکل ۱۱.۵ یا به صورت M_1 و یا E_2 و یا ترکیبی از هر دو صورت می‌گیرد.

قواعد انتخاب (۱۰.۱۲) با در نظر گرفتن نکته اخیر به صورت فهرست در جدول ۱۰۱۲ داده شده‌اند. وقتی که I_i یا I_f صفر باشد، رابطه (۱۰.۱۲) ایجاب می‌کند که با دیگری مساوی شود که در این صورت بعضی از گذارهایی که در جدول ۱۰۱۲ آمده‌اند غیر ممکن هستند؛ این موارد با پرانتز مشخص شده‌اند. مثال مهمی از این نوع، موردی است که در آن $I_i = I_f = 0$ باشد. ممکن نیست که چنین گذارهایی از طریق گسیل پرتو گاما به وقوع پیوندند، گرچه این امر با تبدیل داخلی یا تولید زوج داخلی امکان پذیر است. به عنوان مثال‌های جالب از این نوع، می‌توان از اولین حالت‌های برانگیخته ^{40}Ca و ^{16}O نام برد که به هیچ طریق دیگری نمی‌توانند (به پایه 0^+) واپاشیده شوند.

در رابطه (۱۰.۱۲) و جدول ۱۰۱۲ به این شرط عملگر $H(M-I)$ که تکانه زاویه‌ای مدار نوکلئون نباید بیش از $l-1$ واحد تغییر کند، توجهی نشده است. برای نمونه، جدول ۱۰۱۲ نشان می‌دهد که اگر مثلاً مدار یک نوکلئون از $d_{3/2}$ به $s_{1/2}$ تغییر کند، گذار از نوع M_1 خواهد بود اما این با شرط لازم بالا وفق نمی‌دهد. در چنین موردی، گذار M_1 تنها از طریق جملات مرتبه بالاتر $H(M_1)$ یا با ترکیبات کوچک‌تری از پیکربندیها مانند $[(d_{3/2})^2 s_{1/2}]_{1/2}$ و $[(d_{3/2})^2 s_{1/2}]_{3/2}$ در تابع موجهای اولیه و نهایی، امکان پذیر می‌شود. در هر مورد دیگر، آهنگ گذار از یک گذار عادی M_1 به مقدار قابل ملاحظه‌ای کوچکتر خواهد بود اما باز هم M_1 بر هر گذار دیگر E_2 پیشی می‌گیرد.

وقتی که I^0 برای حالت‌های اولیه و نهایی معلوم باشد، از جدول ۱۰۱۲ برای تعیین

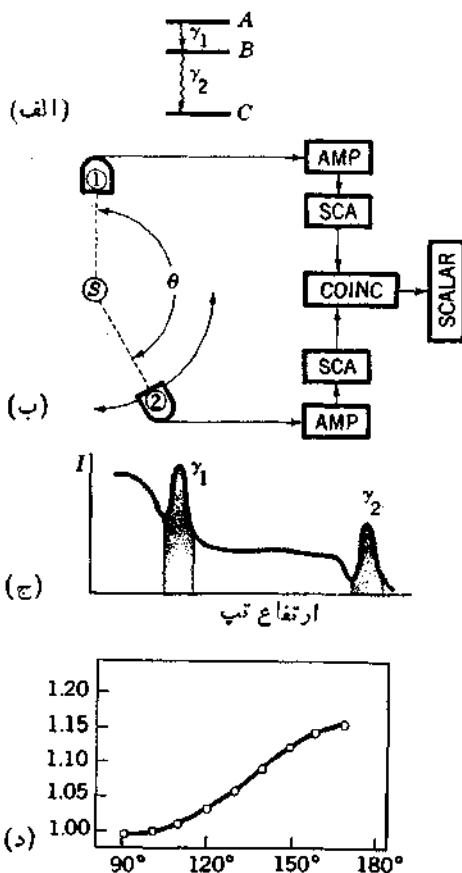
نوع گذار و در نتیجه از شکل ۱۰۱۲ یا ۲۰۱۲ برای برآورد نیمه عمر می توان استفاده کرد. مثلاً واضح است که گذار $0^+ \rightarrow 2^+$ با E_2 ، گذار $2^+ \rightarrow 3^-$ با E_1 ، گذار $(1/2)^- \rightarrow (1/2)^+$ با M_4 ، و گذار $(1/2)^+ \rightarrow (11/2)^-$ با E_5 به وقوع می پیوندند. مورد استفاده دیگر این جدول در جایی است که I^π یا برای حالت اولیه و یا حالت نهایی نامعلوم، ولی برای حالت دیگر معلوم باشد. مثلاً گذار E_2 به حالت 0^+ باید از يك حالت 2^+ ، گذارهای E_1 به حالت های 2^+ و 4^+ باید از يك حالت 3^- و گذارهای M_4 به حالت $(1/2)^-$ باید از يك حالت $(9/2)^+$ سرچشمه بگیرند و همین طور الی آخر.

به دلیل مفید بودن این روش، غالباً تعیین تجربی نوع $E-I$ یا $M-I$ يك گذار حائز اهمیت است. يك روش انجام این کار، اندازه گیری نیمه عمر است که اگر کوتاه باشد از طریق آزمایش همفرودی تأخیری (بخش ۷.۹) و اگر بلند باشد از طریق شمارش پرتوهای گاما در هر ثانیه به صورت تابعی از زمان، انجام می شود. گاهی اوقات از مقایسه نیمه عمر اندازه گیری شده با برآوردهای اشکال ۱۰۱۲ و ۲۰۱۲ می توان نوع گذار را نتیجه گیری کرد. اما این روش نسبتاً خطرناکی است، زیرا غالباً آهنگهای واپاشی به اندازه چند مرتبه از مقدار ذره منفرد انحراف پیدا می کنند. در بخش بعد روش مطمئنتری را برای این منظور شرح می دهیم.

۵.۱۲ مطالعات همبستگی زاویه ای

يك روش بسیار مفید برای تعیین چند قطبیتی گذارهای پرتو گاما، اندازه گیری همبستگی زاویه ای بین پرتوهای گامای گسیل شده متوالی است. این روش در شکل ۳۰۱۲ نمایش و توضیح داده شده است.

اصلی که این روش بر آن استوار شده را می توان بر راحتی از آنچه مهندسين بسرق نقش آفتمی می نامند دریافت. يك آنتن دوقطبی، که در ساده ترین شکل آن به صورت میله ای مستقیم شبیه به آنتنهای مورد استفاده رادیوی اتوموبیلها یا فرستنده های بی سیم کوچک است، توانی متناسب با $\sin^2\theta$ تابش و یا دریافت می کند که در آن θ زاویه نسبت به میله آنتن است. هیچ توانی در راستای موازی با میله آنتن تابش و یا دریافت نمی شود. این نتیجه، بر راحتی با استفاده از دودستگاه بی سیم کوچک قابل اثبات است. وقتی که در يك گذار هسته ای يك فوتون به وجود می آید و تکانه زاویه ای l با مؤلفه m را در راستای z با خود حمل می کند، می توان نشان داد که تعیین نقش آفتمی با (l, m) است. مثلاً در تابش دوقطبی، مشخصه های $l=1$ و $m=0$ مربوط به نقش آفتمی $\sin^2\theta$ و مشخصه های $l=1$ و $m=\pm 1$ و همچنین $l=1$ و $m=0$ مربوط به نقش آفتمی $(1/2)(1+\cos^2\theta)$ هستند. باید توجه کرد که وقتی هر سه حالت m به مقدار مساوی موجود باشند، مانند زمانی که تابش از گروه هسته هایی که به طور کثرتی گرفته اند گسیل می شود، حاصل جمع این سه نقش آفتمی همسانگرد است و هر يك از آنها به مقدار مساوی تابش می کند که نتیجه آن از لحاظ فیزیکی مشهود است. همچنین باید توجه کرد که در مسئله هسته ای می توانیم

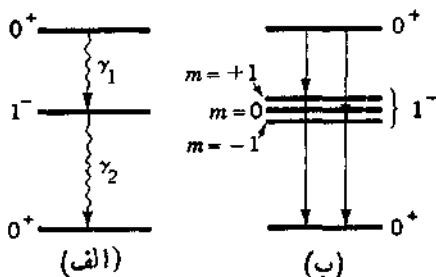


شکل ۳۰.۱۲ آزمایش نمونه از همبستگی زاویه‌ای γ_1 - γ_2 . (الف) دو گذار متوالی یر تو گاما بین حالت‌های هسته‌ای A, B, C و (ب) ترتیب آزمایشی، پرتوهای گاما از یک منبع گسیل می‌شوند و توسط آشکار ساز ثابت (۱) و آشکار ساز متحرک (۲) آشکار سازی می‌شوند. تپ‌هایی که از آشکار ساز (معمولاً از نوع سوسوزن) می‌آیند (در AMP) تقویت می‌شوند و سپس به آنالیزورهای تک کانال (SCA)، که تپ خروجی را تنها وقتی ایجاد می‌کند که ارتفاع تپ ورودی در محدوده از پیش تنظیم شده قرار داشته باشد، وارد می‌شوند. در شکل (ج) این حدود به صورت نواحی سایه‌دار در یک نمونه طیف ارتفاع تپ نمایش داده شده است. SCA بالایی برای آشکار سازی γ_1 و پایینی برای آشکار سازی γ_2 به کار می‌رود. خروجیهای هر دو SCA به یک آنالیزور همفرودی (COINC) وارد می‌شوند. زمانی که دو تپ به طور همزمان به این دستگاه برسند، یعنی وقتی که از یک واپاشی سرچشمه بگیرند، این دستگاه یک تپ خروجی ایجاد می‌کند. این تپ‌های خروجی در یک شمارگر شمرده می‌شوند؛ شمارشها تحت زوایای θ گوناگون بین دو آشکار ساز انجام می‌شوند. نمونه‌ای از نتیجه آزمایش در شکل (د) نشان داده شده است. می‌توان اثبات کرد که این همبستگیهای زاویه‌ای حول 90° متقارن هستند، بنابراین معمولاً جمع‌آوری اطلاعات تنها در محدوده زوایای 90° تا 180° صورت می‌گیرد.

آزادانه بنا به صلاح دید خود محور z را انتخاب کنیم.

حالت وضعیتی را که در شکل ۴.۱۲ (الف) نشان داده شده بررسی می کنیم. یک هسته از طریق گسیل پرتو گامای E_1 به طور متوالی از حالت 0^+ به 1^- به 0^+ گذار می کند. چون در انتخاب جهت محور z آزاد هستیم آن را در جهت گسیل اولین پرتوی گاما یعنی γ_1 انتخاب می کنیم. با این انتخاب، چون نقش آنتنی برای $m = 0$ ($\sin^2\theta$) شدنی در راستای z نشان نمی دهد، در تابش γ_1 مقدار $m = 0$ وجود ندارد. با توجه به پایداری تکانه زاویه ای این بدان معنی است که همان گونه که شکل ۴.۱۲ (ب) نیز نشان می دهد، در این گذار مؤلفه $m = 0$ از حالت 1^- شرکت ندارد. در گسیل پرتوی گامای دوم، پایداری تکانه زاویه ای ایجاب می کند که γ_2 دارای مؤلفه $m = 1$ یا $m = -1$ باشد. نقش آنتنی هر دوی اینها نسبت به محور z که در راستای γ_1 است به صورت $(1 + \cos^2\theta)$ ($1/2$) است. به طور خلاصه اگر گذارها به صورت $0^+ \rightarrow 1^- \rightarrow 0^+$ باشند، همبستگی زاویه ای γ_1 با γ_2 به صورت $(1 + \cos^2\theta)$ داده می شود. این همبستگیهای زاویه ای مختص تکه های زاویه ای سه حالت و چند قطبیتی گذارها هستند، بنابراین با اندازه گیریهای تجربی دقیق این همبستگیها می توان تکه های زاویه ای این سه حالت را تعیین کرد. در واقع زمانی که در تابش مخلوطی از M_1 و E_2 موجود باشد، همبستگی زاویه ای می تواند تعیین کند چه مقدار از هر یک حضور دارند.

این آزمایشها درحالی که چند قطبیتها را تعیین می کنند، قادر به مشخص کردن اینکه آیا گذارها از نوع الکتریکی یا مغناطیسی هستند نیستند، زیرا که نقش آنتنی برای هر دو یکسان است. این مطلب را در مورد آنتهای رادیویی می توان از طریق مقایسه میدانهای ایجاد شده توسط جریان جاری در یک میله (آنتن دوقطبی الکتریکی) و جریان جاری در حلقه ای که میله را احاطه کرده باشد (آنتن دوقطبی مغناطیسی) دریافت. میدانهای مغناطیسی و الکتریکی ناشی از این دو در همه جا بسایکدیگر متناسب و برهم عمودند، یعنی قطبیدگی



شکل ۴.۱۲ گذارهای متوالی پرتو گاما که در اینجا مورد به قرار گرفته اند. در نمودار سمت راست سه مؤلفه حالت 1^- اگر چه دارای انرژی یکسان هستند، به طور جداگانه نمایش داده شده اند. اگر محور z در جهت گسیل γ_1 اختیار شود، مؤلفه $m = 0$ در واپاشی شرکت ندارد.

متقابل دارند. بدین ترتیب، روش استاندارد اندازه گیری قطبیدگی و تعیین تمایز تابشهای الکتربیکی و مغناطیسی در آزمایشهای همبستگی زاویه ای به دست می آید. به یکی از پرتوهای گاما اجازه داده می شود که دستخوش پراکندگی کامپتون شود، سطح مقطع این فرایند نسبت به زاویه بین جهت پراکندگی و بردار قطبش حساس است، بنابراین پراختی قطبیدگی مشخص می شود و منشأ الکتربیکی یا مغناطیسی تابش معلوم می شود.

نظریه همبستگی زاویه ای بخوبی پیشرفت کرده است و از انواع گوناگون اندازه گیریهای همبستگی زاویه ای نتایج مفید حاصل شده است. همبستگیهای بین پرتوهای گاما و بتا با گسیل متوالی، بین ذرات آلفا و پرتوهای گاما با گسیل متوالی، بین اولین و دومین عضو يك توالی سه تایی پرتو گاما، و بین بردارهای تکانه زاویه ای هسته های هم خط و پرتوهای گامای گسیل شده از آنها، همگی کاربردهایی مهم دارند. در تمام این موارد، الکترونهاي تبدیل داخلی می توانند جایگزین پرتوهای گاما شوند. با استفاده از يك میدان مغناطیسی سمت گیری حالت میانی یعنی 1^- را در شکل ۲۰۱۲ می توان به حرکت تقدیمی وادار کرد که به دوران نقش همبستگی زاویه ای منجر می شود. با اندازه گیری این دوران به صورت تابعی از زمان تأخیر بین دو گسیل در يك آزمایش همفرودی تسخیری،^۱ می توان گشتاور مغناطیسی حالت میانی را تعیین کرد. وقتی که منبع در يك جسم جامد (و یا يك مایع چسبنده) قرار داشته باشد، میدان الکتربیکی غیر یکنواخت و میدان مغناطیسی درون بلور که بر گشتاور دوقطبی مغناطیسی و گشتاور چهار قطبی الکتربیکی حالت میانی اثر می کنند، حرکتی تقدیمی کتره ای ایجاد می کنند که در نتیجه اندازه تغییرات همبستگی زاویه ای کاهش می یابد. این اثر را می توان برای بررسی میدانهای بلور مورد استفاده قرار داد. این موضوع در حالی که برای فیزيك حالت جامد جالب توجه است، در آزمایشهای هسته ای در دسترزرگی به شمار می رود.

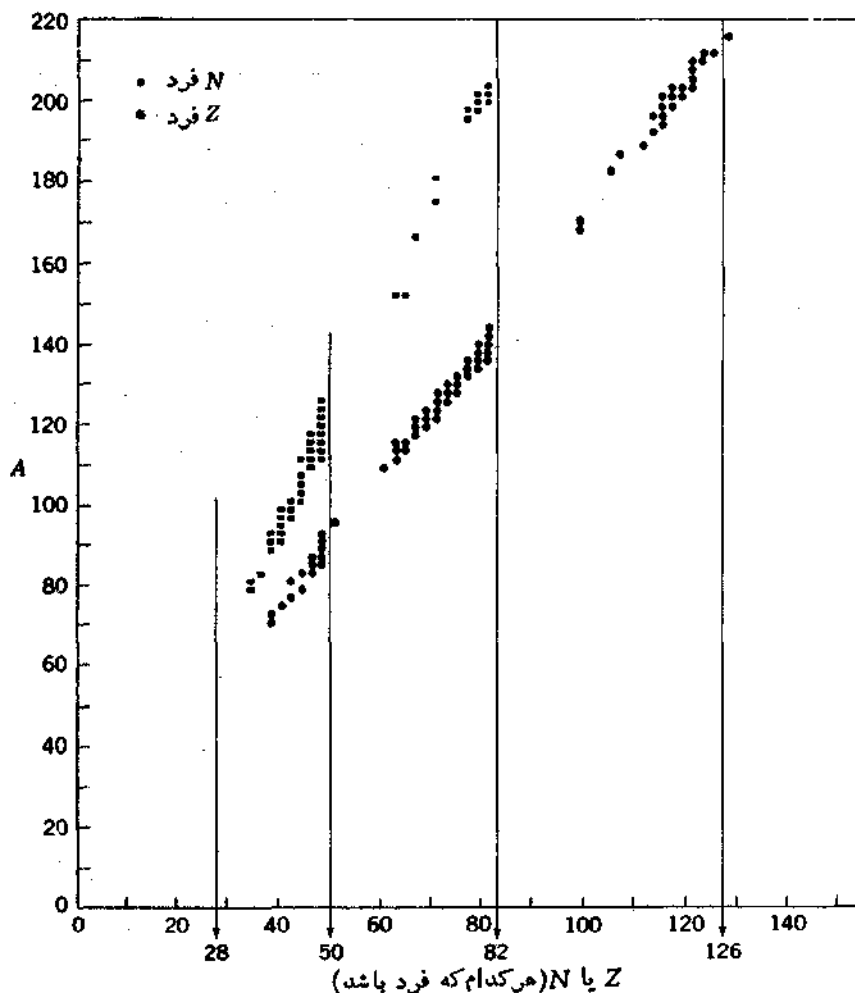
۶.۱۲ ایزومری

گذارهای پرتو گاما با نیمه عمرهایی که به سهولت قابل مشاهده اند را ایزومر می گویند. در حالی که این اصطلاح گاهی برای نیمه عمرهای به کوتاهی 10^{-8} - 10^{-10} به کار می رود، هنگامی با حالتی بسیار جالب رو به رومی شویم که نیمه عمر از مرتبه ثانیه، روز، و یا سال باشد. این ایزومرها به دلیل وضعیت ویژه داشتن دوهسته با عدد اتمی و وزن اتمی یکسان، در آغاز پیدایش فیزيك هسته ای، علاقه زیادی را برانگیختند. جنبه جالب دیگر این ایزومرهای طویل عمر این است که چون نیمه عمرهای آنها با نیمه عمرهای واپاشی بتا قابل مقایسه است، غالباً هسته های ایزومر می توانند از طریق گسیل بتا واپاشی کنند و گاهی واپاشی بتا مد عمده واپاشی در آنها است.

۱. این کار را می توان با وارد کردن کابل هایی به طولهای مختلف در خطی که از آشکارساز ۲ در شکل ۳۰۱۲ (ب) کشیده شده است انجام داد.

از اشکال ۱۰۱۲ و ۲۰۱۲ می‌توان دریافت که ایزومری فقط در گذارهای با $\Delta \geq 3$ دیده می‌شود. بنابراین، وقوع آن برای حالت‌های با برانگیختگی زیاد محتمل نیست زیرا در انرژی پایین حالت‌های متعددی با تکانه‌های زاویه‌ای مختلف فراهم هستند، و بنابراین وجود گذارهای $1 \rightarrow 2$ و $1 \rightarrow 1$ حتمی است. در هسته‌های زوج - زوج نیرو وقوع حالت ایزومر محتمل نیست زیرا ارتعاش یا دوران حالت‌های $0, 2, 4, 6, \dots$ را در انرژی نسبتاً پایین در حدی قرار می‌دهد که واپاشی‌های با $1 \rightarrow 1$ یا $2 \rightarrow 2$ تقریباً همواره میسرند. در هسته‌های فرد - فرد همان گونه که در بخش ۱.۶ گفتیم، حالت‌های با تکانه زاویه‌ای نسبتاً مختلف در انرژی پایین به صورتی قرار می‌گیرند که پیشگویی آن مشکل است. اگر تکانه‌های زاویه‌ای حالت پایه و اولین حالت برانگیخته اختلاف زیادی با هم داشته باشند، اولین حالت برانگیخته حالتی ایزومر خواهد بود. مثلاً در ^{116}Sb که در شکل ۶.۹ در باره آن بحث شد، حالت پایه 1^+ بیشتر به صورت $^{116}\text{Sb}(d_{5/2})_p(d_{7/2})_p$ و اولین حالت برانگیخته 8^- بیشتر به صورت $^{116}\text{Sb}(d_{5/2})_n(d_{5/2})_n$ است. گذار گاما بین این حالت‌ها $E\gamma$ است که نیمه عمری در حدود میلیاردها سال دارد. بنابراین هر دو حالت 1^+ و 8^- از طریق گسیل بتا واپاشیده می‌شوند، ولی به حالتی از ^{116}Sn با مقدار پایین I و دومی به حالتی با مقدار زیاد I .

مقدار و اثر قابل فهم‌ترین نوع ایزومری در هسته‌هایی با A فرد رخ می‌دهد. توزیع ایزومرها در این هسته‌ها به صورت تابعی از Z ، N و A در شکل ۵.۱۲ نشان داده شده است. برای فهم آن لازم است یادآور شویم حالت‌های انرژی پایین در هسته‌های A فرد اساساً حالت‌های SQP هستند. ابتدا حالت‌های SQP را در پوسته نوترونی $\mathcal{N} = 5$ که حالت‌های انرژی آن در شکل ۶.۴ نشان داده شد، در نظر می‌گیریم. در نزدیکی شروع پوسته، تمام حالت‌های بالایی می‌توانند با گذارهای $1 \rightarrow 1$ یا $2 \rightarrow 2$ به حالت‌های پایینتر واپاشیده شوند، بنابراین هیچ حالت ایزومری دیده نمی‌شود. ناحیه کوتاهی وجود دارد که در آنجا پایینترین حالت‌ها به صورت $5_{1/2}^+$ و $7_{1/2}^+$ هستند و بنابراین گذارهای مورد انتظار از نوع $M3$ است، ایسن همان وضعیتی است که در ^{113}Sn پیش می‌آید. اما وقتی که حالت SQP $h_{11/2}$ پایینتر از $7_{1/2}^+$ قرار می‌گیرد، ایزومری در هر هسته‌ای قابل انتظار است. در تمام موارد، واپاشی $h_{11/2}$ به حالت SQP $d_{7/2}$ یا برعکس، از طریق یک گذار $M4$ رخ می‌دهد. چند نمونه از این گونه را می‌توان در شکل ۶.۶ مشاهده کرد. با توجه به جدول نمودار هسته‌ها و شکل ۵.۱۲ آشکار است که عملاً برای هر هسته با Z زوج و N فرد که N بین ۸۱ و ۹۷ باشد، ایزومرهای شناخته شده‌ای وجود دارند. وقتی که پوسته $\mathcal{N} = 5$ با پروتون‌ها برمی‌شود، انرژی مدارها بیشتر شبیه به انرژی‌های متعلق به $207 = A$ در شکل ۱۴.۵ هستند. حالت‌های SQP $h_{11/2}$ و $d_{5/2}$ به یکدیگر نزدیک‌اند و بنابراین معمولاً برای حالت قبلی یک حالت $(5/2)^+$ وجود دارد که می‌توان بدان واپاشی کند. این یک گذار $E3$ است که نیمه عمر آن چنان کوتاه است که اگر به دقت جستجو نشود، ممکن است از قلم بیفتد. با وجود این، در این ناحیه چندین هسته Z فرد و N زوج وجود دارند که با واپاشیهای $h_{11/2} \rightarrow d_{5/2}$ (مثلاً در ^{197}Au) یا $h_{11/2} \rightarrow d_{7/2}$ (مثلاً در ^{207}Tl) حالت ایزومری دارند.



شکل ۵-۱۲ توزیع ایزومرهای طولیل عمر در هسته‌های A فرد.

با توجه به ساختار پوسته $\mathcal{N}=2$ در شکل ۵-۲ واضح است که اگر حالت SQP $g_{\mathcal{N}/2}$ پایتتراز $f_{\mathcal{N}/2}$ قرار گیرد، حالتی ایزومری رخ می‌دهد. در این صورت دوتا از پایتترین حالت‌های انرژی، $g_{\mathcal{N}/2}$ و $p_{\mathcal{N}/2}$ هستند که با گذارهای $M2$ به هم مربوط می‌شوند. بنابراین عملاً تمام هسته‌های Z زوج و N فرد که مقدار $\mathcal{N}$ آنها بین ۳۹ و ۲۹ باشد دارای ایزومرند، و تمام هسته‌های N زوج، Z فرد که مقدار Z آنها بین ۳۹ و ۲۹ باشد نیز دارای ایزومرند. ایزومری در پوسته $\mathcal{N}=6$ وقتی رخ می‌دهد که حالت SQP $f_{\mathcal{N}/2}$ پایتتراز $f_{\mathcal{N}/2}$ قرار گیرد. این نکته در مورد تمام هسته‌های Z زوج و N فرد که مقدار N در آنها بین ۱۱۵ و ۱۲۵ باشد صادق است. در مورد N‌های کمتر از ۱۱۵ به دلیل وجود

هسته‌های کروه‌وار، وضعیت پیچیده می‌شود و شکل ۵.۴ قابل استفاده نیست.

تمام ایزومرهای شناخته شده در هسته‌های A فرد در شکل ۵.۱۲ نمایش داده شده‌اند. قابل توجه است که به‌استثنای تعداد معدودی هسته‌های کروه‌وار که در اینجا در نظر گرفته نشده‌اند، اساساً همه ایزومرها به آسانی قابل درک و قابل پیش‌بینی‌اند.

۷.۱۲ تبدیل داخلی

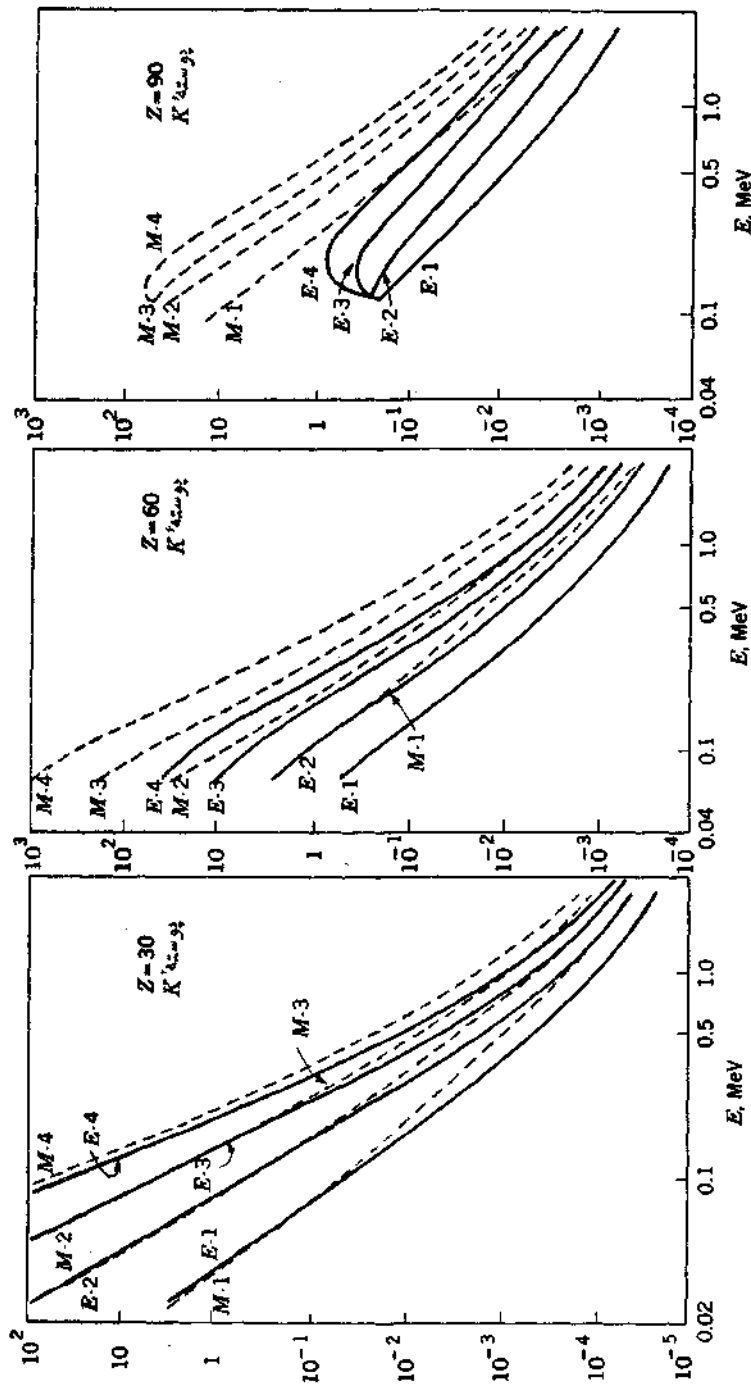
همان گونه که در بخش ۲.۸ اشاره شد، گذارهای بین دو حالت یک هسته نه تنها از طریق گسیل پرتو گاما بلکه از طریق برهم‌کنشهای الکتریکی و مغناطیسی با الکترونهای مداری اتم در طی فرایند تبدیل داخلی نیز ممکن است ایجاد شوند. در این صورت، اثرات روی هسته درست مثل مورد قبلی است، بنابراین دوباره در اینجا با عملگرهای $H(E-l)$ و $H(M-l)$ سروکار داریم. چون عملگرها و حالت‌های ابتدایی و نهایی همانها هستند، مقادیر Q_1^2 و A_1^2 برای گذارهای بین دو حالت از طریق گسیل پرتو گاما و تبدیل داخلی باید یکسان باشند. عوامل دیگر مشخص‌کننده آهنگهای گذار به همان روش (۳.۱۲) و (۹.۱۲) محاسبه می‌شوند، بنابراین نسبت آهنگ گسیل پرتو گاما به تبدیل داخلی یعنی $\lambda_{\beta}/\lambda_{\gamma}$ به دقت قابل محاسبه است. این نسبت را ضریب تبدیل داخلی می‌نامند و با α نمایش می‌دهند که می‌توان آن را برای گسیل هر الکترون مداری به‌طور جداگانه محاسبه کرد. بنابراین برای گسیل با نسبت‌های آهنگ گسیل پرتو گاما به آهنگ گسیل الکترونهای مداری α_{LIII} ، α_{LII} ، α_{LI} ، α_K برابر با نسبت‌های آهنگ گسیل پرتو گاما به آهنگ گسیل الکترونهای مداری $(1s_{1/2})$ ، $(2s_{1/2})$ ، L_I ، $L_{II}(2p_{1/2})$ ، $L_{III}(2p_{3/2})$ هستند و مجموع تمام این ضرایب برابر α خواهد شد.

به‌طور کلی یافتن عبارتی در بسته برای α غیر ممکن است، اما برای آنکه به‌طور تقریبی بینیم با چه چیزهایی در ارتباط است، عبارتی تقریبی از α_K ارائه می‌دهیم که اعتبار آن محدود است به حالت‌هایی که انرژی گذار، $\hbar\omega$ ، در مقایسه با انرژی در حال سکون الکترون (Mec^2) کوچک ولی در مقایسه با انرژی بستگی الکترون (یعنی B_e) بزرگ باشد

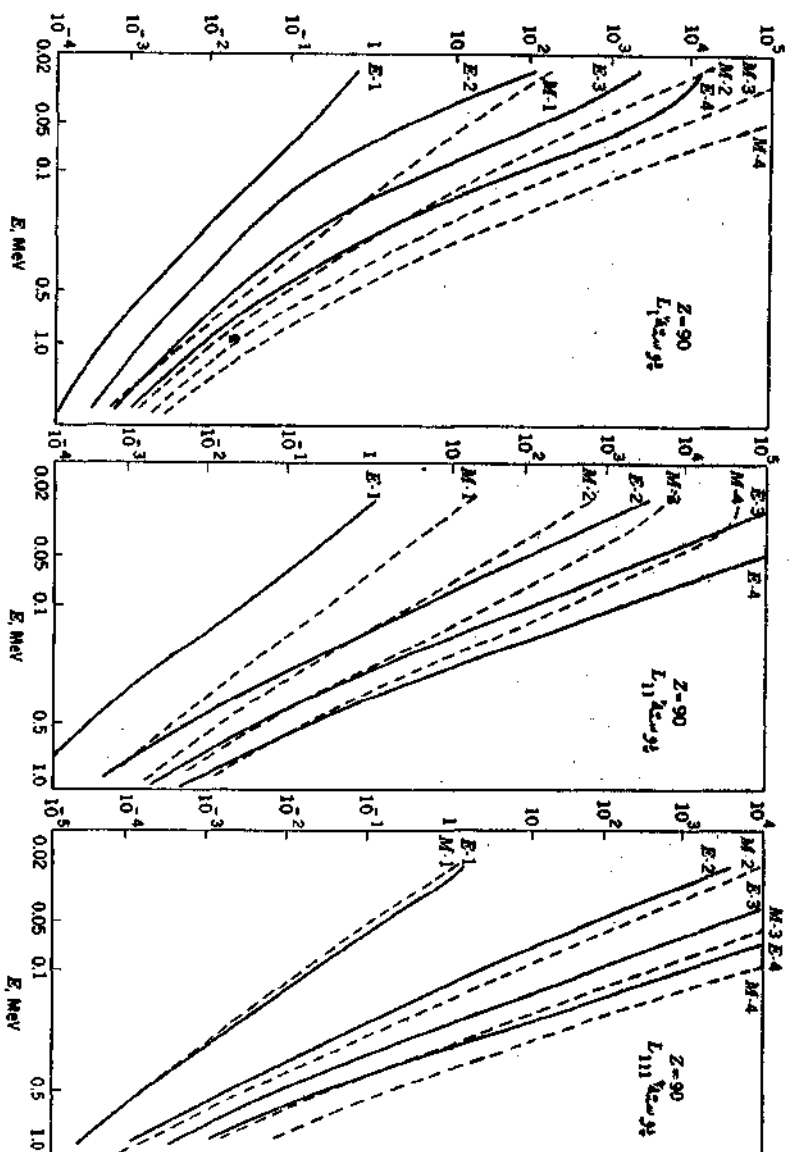
$$\alpha_K(E-I) \simeq \frac{1}{1+\gamma} Z^2 \left(\frac{1}{137} \right)^2 \left(\frac{2M_0 c^2}{\hbar\omega} \right)^{1+5/2} \quad B_e \ll \hbar\omega \ll M_0 c^2$$

وابستگی Z^2 به دلیل این حقیقت است که با افزایش Z شعاع مدار بور کاهش می‌یابد و الکترون K مدت زمان بیشتری را در نزدیکی هسته بسر می‌برد. افزایش α با کاهش $\hbar\omega$ به دلیل افزایش سریع λ_{γ} بر اثر افزایش $\hbar\omega$ است که از رابطه (۳.۱۲) نیز آشکار است. افزایش تابش در اثر افزایش بسامد حقیقتی آشناس؛ زیرا می‌دانیم جریان برق خانگی ۶۰ دور در ثانیه که به مقدار زیاد از سیمها عبور می‌کند باعث تابش نمی‌شود و حال آنکه در طراحی مدارهای میکروموج، مسئله تابش توان در هر چرخش سیم در درسر بزرگی برای طراحان است.

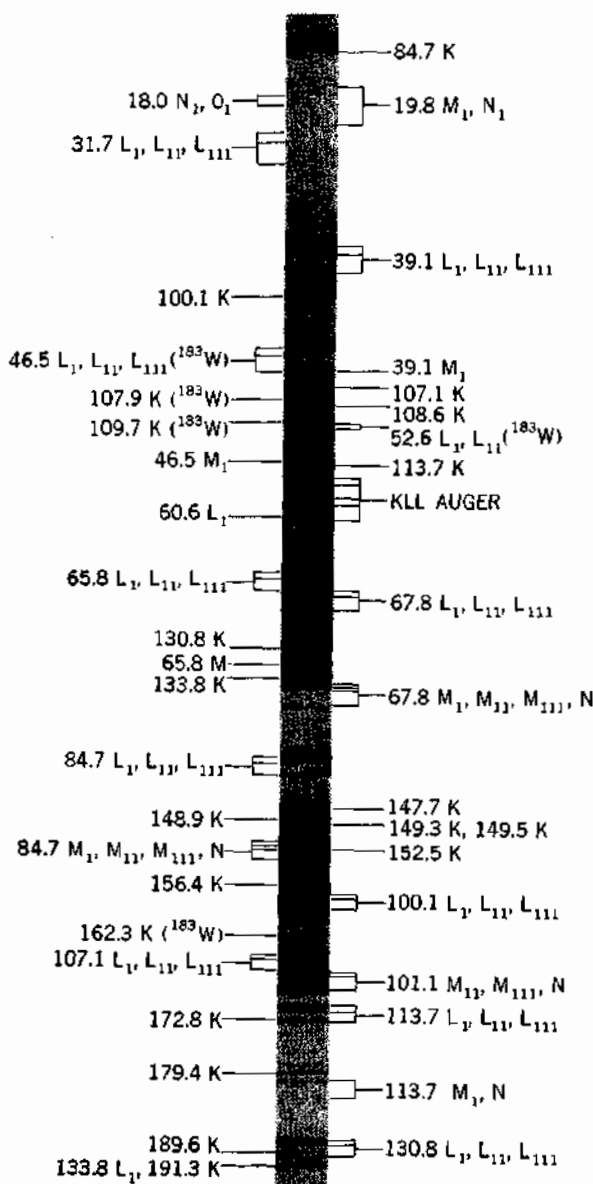
نتایج محاسبات دقیق نسبیتی α_K برای هسته‌های ۹۰، ۶۰، ۳۰ $Z=$ در شکل ۶.۱۲



شکل ۶۰۱۲ ضرایب تبدیل داخلی α_K برای الکترونهای K به ازای گذارهای کوفاکون E_{α} و M_{α} در هسته‌های با اعداد اتمی ۳۰، ۶۰، و ۹۰.



شکل ۷۰۱۲ ضرایب تبدیل داخلی برای الکترونهای L_{111}, L_{11}, L_{10} به گام $E-L$ و $M-L$ با مقیاس انرژی ۰.۹۰



شکل ۸۰۱۲ طیف الکترونیهای تبدیل داخلی حاصل از واپاشی ^{182}Re به ^{182}W که بزرگ صفحه عکاسی واقع در صفحه کانونی طیف نگار مغناطیسی 180° ثبت شده است.

نشان داده شده است. همانطور که دیده می شود، افزایش سریع α_K بر حسب افزایش Z ، کاهش انرژی گذار، و افزایش I در تمام انرژیها صادق است. علاوه در هسته های سنگین گراشی قوی وجود دارد که مقدار α برای تابشهای مغناطیسی خیلی بیشتر از مقدار آن برای تابشهای الکتریکی باشد. ضرایب تبدیل داخلی الکترونها ی پوسته L برای هسته های $Z=90$ ، در شکل ۷.۱۲ نشان داده شده اند. چنانکه دیده می شود در انرژیهای بالا $\alpha_K \ll \alpha_L$ است (و در هسته های سبکتر وضع بیشتر به این صورت است) اما افزایش α_L با کاهش انرژی شدیدتر می شود. در انرژیهای پایین، تبدیل L غالب می شود و با نزدیک شدن انرژی گذار به انرژی بستگی الکترون K ، تبدیل K حتی شروع به کاهش می کند.

شاخه های بالایی منحنیهای ۱.۱۲ و ۲.۱۲ آهنگ کلی واپاشی ذره منفرد را برای گسیل پرتو گاما علاوه تبدیل داخلی الکترونها نشان می دهند. ضرایب کلی تبدیل داخلی برابر است با نسبت بین مابه تفاوت دو شاخه و شاخه پایینی این منحنیها. این ضرایب هیچ ارتباط مستقیمی با آهنگهای ذره منفرد ندارند و در واقع برای هر گذاری قابل استفاده اند. انرژی الکترونها ی گسیل شده برابر است با انرژی گذار منهای انرژی بستگی الکترون. در هسته های سنگین اختلاف انرژی بستگی بین سه نوع الکترون L به حدی است که الکترونها ی تبدیلی به وسیله طیف نگارهای مغناطیسی قابل تفکیک اند، نمونه ای از این اطلاعات در شکل ۸.۱۲ نشان داده شده است.

به کمک شکلهای ۶.۱۲ و ۷.۱۲ می توان به توانایی هر یک از سه روش زیر در تشخیص گذار $E-I$ از گذار $M-I$ پی برد: (۱) اندازه گیری نسبت الکترونها ی تبدیلی به پرتوهای گاما، (۲) اندازه گیری نسبت الکترونها ی تبدیلی K ، به (الکترونها ی تبدیلی) L ، و (۳) اندازه گیری نسبت الکترونها ی تبدیلی $L_I/L_{II}/L_{III}$. انجام این اندازه گیریها مشکل نیست و غالباً همانند شکل ۸.۱۲ به طور همزمان می توان اطلاعات چندین گذار را جمع آوری کرد. معمولاً تعیین تجربی نوع گذار با استفاده از منحنیهای مثل شکلهای ۶.۱۲ و ۷.۱۲ امکان پذیر است. هر سه این روشها کاربرد وسیع دارند. حداقل در مورد هسته های سنگین، آزمایشهای تبدیل داخلی بیش از هر روش دیگر برای تعیین I^π مؤثر بوده اند.

مسائل

۱۰۱۲ آهنگ گذار برای واپاشی پرتو گاما از حالت $5/2^+$ (با انرژی برانگیختگی 9 MeV) به حالت پایه 0^+ را در ^{17}O تخمین بزنید. روش مورد استفاده را توجیه کنید.

۲۰۱۲ اولین حالت برانگیخته (حالت ارتعاشی یک فونونی 2^+) در ^{112}Cd انرژی برانگیختگی اش برابر 56 MeV است. آهنگ گذار بین این حالت و حالت پایه را تخمین بزنید.

۳۰۱۲ نسبت آهنگهای گذار ذره منفرد E_1 را به M_1 در گسیل نور توسط اتمها تخمین بزنید.

۴۰۱۲ اگر هسته‌های اولیه و نهایی به قرار زیر باشند چه نوع گذار پرتو گاما غالب خواهد بود؟

(الف) $3^+ \rightarrow 0^+$ (ب) $(7/2)^- \rightarrow (3/2)^-$

(ج) $(7/2)^- \rightarrow (3/2)^+$ (د) $(7/2)^- \rightarrow (1/2)^+$

(ه) $0^+ \rightarrow 0^+$ (و) $2^+ \rightarrow 2^+$

(ز) $1^+ \rightarrow 0^+$ (ح) $(1/2)^+ \rightarrow (1/2)^-$

۵۰۱۲ حالت‌های انرژی هسته ^{207}Pb در شکل ۲.۶ نمایش داده شده‌اند. مداساسی واپاشی هر حالت چیست؟ نیمه عمر آن را تخمین بزنید. در کدامیک از گذارها، تبدیل داخلی بیشترین اهمیت را خواهد داشت؟ آیا هیچ‌یک از این حالتها ایزومر هستند؟

۶۰۱۲ اگر هسته‌ها کره‌وار نمی‌شدند، هنگام اشغال پوسته $\mathcal{N}=7$ با نوترون، در هسته‌های N فرد چه نوع ایزومرهایی را می‌شد انتظار داشت؟

۷۰۱۲ حداقل سه هسته را ذکر کنید که احتمالا ایزومرهایی دارند که در نمودار هسته‌ها مشخص نشده‌اند. دشواریهای بررسی آنها را مورد بحث قرار دهید.

۸۰۱۲ هسته‌ای با $Z=90$ از طریق گسیل پرتو گامای 2MeV به حالت $(7/2)^-$ به حالت $(1/2)^+$ واپاشیده می‌شود. نسبت تبدیل داخلی به گسیل پرتو گاما چقدر است؟ نسبت K/L چقدر است؟ نسبت $L_I/L_{II}/L_{III}$ چقدر است؟ اگر حالت اولیه $(7/2)^+$ بود، این نسبتها چقدر می‌شدند؟

۹۰۱۲ ضریب تبدیل داخلی برای یک گذار $E5$ با انرژی 2MeV در هسته‌ای با $A=65$ چقدر است؟

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Ajzenberg-Selove, F.: *Nuclear Spectroscopy*, Academic, New York, 1960.

Hyde, E. K., I. Perlman, and G. T. Seaborg: *The Nuclear Properties of the Heavy Elements*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.; 1964.

Mayer, M. G., and J. H. D. Jensen: *Elementary Theory of Nuclear*

- Shell Structure*, Wiley, New York, 1955.
- Nuclear Data*, periodical published by Academic Press, New York.
- Segre, E.: *Experimental Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1953.
- Siegbahn, K.: *Alpha, Beta, and Gamma Ray Spectroscopy*, North-Holland Amsterdam, 1965.

واکنشهای هسته‌ای: واکنشهای هسته مرکب

تعداد واکنشهای هسته‌ای خیلی زیاد است ولی می‌توان کم و بیش آنها را به دو دسته واکنشهای هسته مرکب و واکنشهای مستقیم تقسیم کرد. در گروه اول، ذره فرودی گیراندازی می‌شود و هسته‌ای به نام هسته مرکب در حالتی شدیداً برانگیخته تشکیل می‌شود، سپس این هسته طبق فرایندهایی که در سه فصل اخیر توضیح دادیم، واپاشیده می‌شود. در واکنشهای مستقیم نوکلئون فرودی ضمن عبور از هسته، بدون آنکه حالت واسطه‌ای ایجاد کند، با آن برهم‌کنش می‌کند. شاید ساده‌ترین اختلاف کمی بین سازوکارهای این دو واکنش زمان برهم‌کنش باشد. در واکنشهای مستقیم، این زمان از مرتبه زمان گذار یک ذره فرودی از قطریک هسته است ($10^{-22} \times 3$)؛ باید توجه داشت که کوناثرترین زمان برای واپاشیهایی که در سه فصل اخیر با آنها مواجه شدیم، چند مرتبه از این زمان طولانیتر است. واکنشهای هسته مرکب موضوع این فصل است و واکنشهای مستقیم در فصل ۱۴ مورد بحث قرار می‌گیرد.

۱.۱۳ توصیف کیفی واکنشهای هسته مرکب - بررسی کلاسیک

بحث خود را با بررسی کاملاً کلاسیک واکنشهای هسته مرکب آغاز می‌کنیم و معرفی آثار کوانتومی را تا بخش ۲.۱۳ به تعویق می‌اندازیم. در اینجا هسته را به صورت مجموعه‌ای از ذرات در نظر می‌گیریم که نیروهای جاذبه آنها را در کنار هم نگه می‌دارد. این همان

مدل قطره مایع است که در بخش ۲.۷ معرفی شد. هنگامی که يك نوكلئون پر انرژی به این هسته نزدیک می‌شود، در اثر نیروهای جاذبه ناشی از تمام نوكلئونهای موجود در هسته شتاب می‌گیرد، و اندکی پس از ورود به هسته احتمالاً با یکی از آنها برخورد می‌کند. چنانکه هر بازیکن بیلیارد می‌داند چگونگی تقسیم انرژی در چنین برخوردی به‌زاویه برخورد بستگی دارد، اما به‌طور متوسط این انرژی بین نوكلئون هدف به‌نسبت مساوی تقسیم می‌شود. هر يك از این نوكلئونها بخوبی می‌توانند با نوكلئون دیگری برخورد کنند و انرژی اولیه بین چهار نوكلئون قسمت شود. هر يك از اینها برخوردهای بیشتری انجام می‌دهند و بنا بر این فرایند تا آنجا ادامه می‌یابد که انرژی بین تعداد زیادی نوكلئون قسمت می‌شود. در چنین وضعیتی، این هسته را هسته مرکب گویند. در اثر این برخوردها، جهت حرکت نوكلئونها تغییر می‌کند و زمانی که يك نوكلئون به‌کناره هسته نزدیک شود، به‌دلیل نیروی هسته‌ای ناشی از نوكلئونهای دیگر که همان پتانسیل نظریه پسته‌ای است، به‌درون هسته جلب می‌شود و در نتیجه جهت حرکت آن شدیداً تغییر می‌کند. در يك هسته مرکب، به‌دلیل اینکه جهت حرکت نوكلئونها چندین بار تغییر می‌کند، توزیع سرعت نوكلئونها همسانگرد است.

نوكلئون در هر چند برخورد، یکبار انرژی کافی برای خروج از هسته به‌دست می‌آورد. اگر يك نوكلئون با سرعت شعاعی کافی که بتواند بر نیروهای جاذبه دیگر نوكلئونها غلبه کند به‌سطح هسته برسد، از آن خارج خواهد شد. اغلب نوكلئونها با انرژی کمتری نسبت به انرژی نوكلئون فرودی وارد شده در هسته از آن خارج می‌شوند؛ و تقریباً ممکن است که در چنین فرایند برخورد پیچیده‌ای، تمامی انرژی موجود به يك نوكلئون اختصاص یابد. برای آنکه بیشتر به‌یختمان جنبه کمی بدهیم، بهتر است مسئله را از دیدگاه نظریه جنبشی توجیه کنیم. سرعت نوكلئونهای درون هسته دارای توزیع ماکسول است، بنا بر این تعداد نوكلئونهایی که انرژیهای جنبشی متغیر E_K دارند چنین به‌دست می‌آید

$$N(E_K) \propto \sqrt{E_K} e^{-E_K/kT}$$

k ثابت بولتزمن و T «دمای» سیستم است. نوكلئونها با انرژی زیاد خارج می‌شوند، به همین دلیل می‌توان از عامل تابع نمایی صرف‌نظر کرد. نوكلئونها به‌هنگام خروج از هسته به‌اندازه V (عمق پتانسیل نظریه پسته‌ای) انرژی ازدست می‌دهند، بنابراین انرژی E برابر $(E_K - V)$ می‌شود. اگر تمامی ذرات گسیل شده باشند، داریم

$$N(E) \propto e^{-(E+V)/kT}$$

$$\propto e^{-E/kT}$$

عبارت دوم از آنجا حاصل شده که V مقداری ثابت است. اما بعضی از ذرات، انرژی کافی یا بهتر بگوییم انرژی شعاعی کافی برای خروج ندارند، بنا بر این می‌نویسیم

$$N(E) = f(E) e^{-E/kT} \quad (1.13)$$

$f(E)$ وابستگی انرژی به عوامل مؤثر در احتمال گسیل را نشان می‌دهد. نوکلئونی با E زیاد، E_K زیادی نیز دارد و بنابراین احتمال کفایت مؤلفه r سرعت برای و بالا رفتن از دیوارهٔ چاه پتانسیل «بیشتر است». پس $f(E)$ با افزایش E_K افزایش می‌یابد و این افزایش تقریباً خطی صورت می‌گیرد (مسئلهٔ ۲۰۱۳ را ببینید)، و در نتیجه معادله (۲۰۱۳) به صورت زیر درمی‌آید

$$N(E) \propto E e^{-E/kT} \quad \text{نوترون‌ها} \quad (2013)$$

این توزیع تقریباً توزیعی ماکسولوی است.

این نتیجه تنها برای نوترون‌ها صحیح است. پروتون‌ها، پس از آنکه از هسته خارج شدند توسط نیروهای کولنی شتاب می‌گیرند و به مقدار B_c که قبلاً آن را ارتفاع بیشینه سد کولنی نامیدیم، انرژی اضافی کسب می‌کنند. در چنین وضعیتی کلاسیکی، توزیع انرژی از صفر تا $E = B_c$ ادامه دارد و $N(E)$ در (۲۰۱۳) به $N(E + B_c)$ تبدیل می‌شود. اما خواهیم دید که این نتیجه به علل کوانتومی به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر خواهد کرد. جنبه دیگری از مسئله که تغییر می‌کند، در مورد احتمال گسیل ذرهٔ آلفا یا هستهٔ مرکب دیگری است که در این تصویر به حساب نیامده است. وقوع چنین پدیده‌ای معادل آن است که از يك قطرهٔ آب، بلورهایی به صورت یخ که دارای آرایشی منظم است تبخیر شوند، و چنانکه می‌دانیم چنین واقعه‌ای غیر ممکن است.

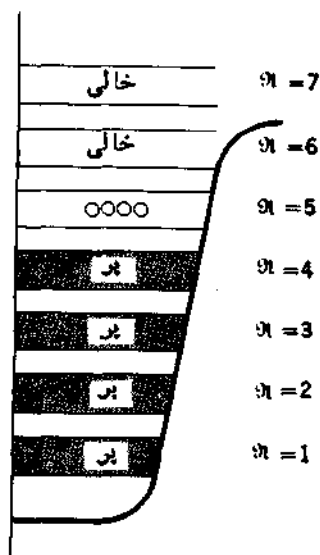
حال مسئلهٔ توزیع زاویه‌ای نوکلئونهای گسیل شده را در نظر می‌گیریم. چون گفتیم توزیع سرعت نوکلئون‌ها همسانگرد است، ممکن است عجولانه چنین نتیجه بگیریم که پس توزیع زاویه‌ای نوکلئون‌ها نیز همسانگرد است. این نتیجه گیری تقریباً اما نه کاملاً، درست است. از نقطه نظر کلاسیکی، وقتی که ذرهٔ فرودی وارد هسته می‌شود، تکانهٔ زاویه‌ای خود را ضمن دادن چرخشی کلی بدان انتقال می‌دهد. محور ایمن چرخش برای ذرات مختلف فرودی می‌تواند متفاوت باشد، اما در هر صورت بر جهت فرود عمود خواهد بود. زمانی که سیستمی در حال چرخش است، نیروی گریز از مرکز باعث می‌شود که ذرات به آسانی در جهت عمود بر محور چرخش جدا شوند، و بنا بر این تعداد کمتری از آنها در جهت محور چرخش جدا شوند و چون مسیر ذرات فرودی عمود بر محور چرخش است، ذرات کمتری در این راستاها خارج خواهند شد. بنا بر این توزیع زاویه‌ای ذرات خروجی، در راستای عمود بر پاریکهٔ فرودی دارای مقدار کمینه و در راستای جلو و عقب دارای مقدار بیشینه است. چون همواره محور چرخش بر پاریکهٔ فرودی عمود است، توزیع زاویه‌ای حول زاویهٔ قائمه تقارن خواهد داشت.

۲۰۱۳ توصیف کیفی واکنشهای هستهٔ مرکب - بررسی کوانتومی

چون هسته يك سیستم کلاسیک نیست، بسیاری از نکات بخش ۲۰۱۳ قابل قبول نیستند. حال

مجدداً مسئله را به صورتی آغاز می‌کنیم که هسته را سیستمی کوانتومی در نظر می‌گیریم. هنگامی که نوکلئونی پراثری به هسته نزدیک می‌شود، نسبت به دستگاهی که در مرکز هسته در نظر می‌گیریم، در حالتی از تکانه زاویه‌ای قرار دارد که با اعداد کوانتومی l ، m و مشخص می‌شود. اگرچه سرعت آن به طور محسوسی از طریق نیروهای جاذبه ناشی از دیگر نوکلئونها (پتانسیل نظریه پومته‌ای) افزایش می‌یابد، ولی به دلیل آنکه این نیروها تنها در راستای شعاعی عمل می‌کنند تکانه زاویه‌ای آن تغییر نمی‌کند.

هنگامی که نوکلئون وارد هسته می‌شود، به یکی از مدارهای مجاز که متناسب با انرژی آن و اعداد کوانتومی l ، m است می‌رود. برای نمونه، فرض می‌کنیم که حالت هسته به شکل ۱۰۱۳ باشد، به طوری که مدارهای $\mathcal{N} < 5$ اشغال شده، مدارهای $\mathcal{N} = 5$ تا حدودی پر، مدارهای $\mathcal{N} = 6$ خالی اما مقید ($E < 0$) و مدارهای $\mathcal{N} > 6$ خالی و غیر مقید ($E > 0$) باشند. اگر ذره ورودی به مدار $\mathcal{N} = 7$ برود، از نظر قواعدی که در بخش ۱-۵ گفته شد، تعداد زیادی برخورد های مجاز خواهد داشت. مثلاً نوکلئونی که در مدار $\mathcal{N} = 7$ جای دارد می‌تواند با یک نوکلئون مدار $\mathcal{N} = 5$ برخورد کند و پس از برخورد هر دو در مدار $\mathcal{N} = 6$ و یا در مدارهای دیگر $\mathcal{N} = 5$ و $\mathcal{N} = 7$ جای گیرند. این نوکلئون همچنین می‌تواند با نوکلئونی در مدار $\mathcal{N} = 4$ برخورد کند و آن را به ترتیب در مدارهای $\mathcal{N} = 5$ و $\mathcal{N} = 6$ جای دهد، یا با نوکلئون $\mathcal{N} = 3$ برخورد کند و هر دو به مدارهای $\mathcal{N} = 5$ بروند. نوکلئونها وقتی در مدارهای $\mathcal{N} = 6$ قرار می‌گیرند، ممکن است با نوکلئونهای موجود در



شکل ۱۰۱۳ وضعیت هسته هدف برای نمونه‌ای که در متن بررسی شده است.

$\mathcal{N} = 5$ بر خورد کنند و نوکلئونهای برخوردکننده به مدارهایی غیر از $\mathcal{N} = 6$ و $\mathcal{N} = 5$ بروند، یا اینکه این نوکلئونها با نوکلئونهای موجود در $\mathcal{N} = 4$ برخورد کنند و هر دودر مدارهای $\mathcal{N} = 5$ باقی بمانند. وقتی که در مدارهای $\mathcal{N} = 4$ حفره وجود داشته باشد، ممکن است بین نوکلئونهای $\mathcal{N} = 4$ و $\mathcal{N} = 5$ برخوردهایی صورت گیرد که به مدارهای $\mathcal{N} = 4$ و $\mathcal{N} = 5$ منتهی شود؛ و یا بین نوکلئونهای $\mathcal{N} = 3$ و $\mathcal{N} = 5$ برخوردهایی صورت گیرد و پس از آن هر دودر مدارهای $\mathcal{N} = 4$ قرار گیرند. در همه این برخوردها تکانه زاویه‌ای و پارینه باید پایسته بمانند، اما همواره در هر پسته مدارهایی هستند که بدون نقض این قواعد قابل دسترسی اند.

پنا بر این درحالی که توصیف کلاسیک تقسیم کامل انرژی بود را میان نوکلئونهای هسته مجاز می‌داند، فیزیک کوانتومی آن را غیرمحمول می‌داند. نوکلئونهای $\mathcal{N} = 1$ و $\mathcal{N} = 2$ برانگیخته نمی‌شوند و بیش از یک نوکلئون $\mathcal{N} = 3$ یا دو نوکلئون $\mathcal{N} = 4$ به طور همزمان نمی‌توانند برانگیخته شوند، انرژی برانگیختگی بین تعداد قابل ملاحظه‌ای نوکلئون تقسیم می‌شود و تعداد پیکربندیهای مداری ممکن در این مورد بسیار زیاد است. تابع موج نماینده حالت هسته مرکب برای هر یک از این پیکربندیها جمله‌ای در خود دارد، و در هر مورد I^{π} سیستم از جمع I^{π} هسته اصلی نوکلئون ورودی به دست می‌آید. تنها کسر کوچکی از این جملات حاکی از مجاز بودن خروج نوکلئون هستند، و در این صورت یک نوکلئون در مدار $\mathcal{N} = 7$ قرار خواهد گرفت. به این ترتیب معمولاً تنها پس از تعداد زیادی برخورد است که یک نوکلئون می‌تواند از هسته گسیل شود.

در این بحث به این واقعیت که پس از خروج نوکلئون، هسته باقی‌مانده باید در حالتی مشخص قرار گیرد توجهی نشده است. برای آنکه این مطلب روشن شود، می‌توان تابع موج حالت هسته مرکب را به صورت مجموعه جملاتی نوشت که هر یک از آنها حاصل ضرب تابع موج حالتی از هسته باقی (یعنی هسته پس از خروج نوکلئون) در تابع موج نوکلئون منفرد باشد. این کاملاً معادل روش فوق است که در آن حالت مذکور به صورت حاصل جمع جملاتی که هر یک معرف پیکربندی مداری پس از برخورد است نوشته می‌شد، چرا که حالات مختلف هسته باقی‌مانده خود مجموعه‌ای از جملاتی است که هر یک معرف این پیکربندیهای مداری پس از کم شدن یک نوکلئون هستند. روشی که هم‌اکنون برای نوشتن تسایع موج هسته مرکب به کار بردیم، همان است که در بخش ۲.۱۰ نیز به کار بردیم و در واقع کل فرایند واپاشی هسته مرکب با آنچه در فصل ۱۰ گفتیم مطابقت دارد. در بخشهای بعد، از این مطلب برای یافتن توزیع انرژی ذرات خروجی استفاده خواهیم کرد و خواهیم دید زمانی که انرژی کافی برای بررسی آماری موجود باشد، نتیجه (۲.۱۳) برای نوترونها تقریباً صحیح است.

اما برای پروتونها توصیف کلاسیک به سختی با شکست مواجه می‌شود، زیرا در اینجا نماد انرژی کامل نوترونها و پروتونها در طی برخوردهای درون هسته پذیرفته شده است و در نتیجه توزیع انرژی جنبشی نوترونها و پروتونها یکسان می‌شود. اما می‌دانیم که

درحالات پایه هسته‌های پایدار، انرژی جنبشی نوترون‌ها و پروتون‌ها با هم اختلاف دارند و این اختلاف ناشی از شرط پایداری در مقابل واپاشی بتاست. این امر به یکسان بودن انرژی کل نیز منجر می‌شود، در صورتی که در واقع پروتون‌ها به دلیل پتانسیل کولنی دارای انرژی پتانسیل بیشتری هستند (کمتر منفی‌اند). اختلاف بین انرژی جنبشی نوترون‌ها و پروتون‌ها در اثر برخورد تغییر نمی‌کند، زیرا بنا به اصل پاولی، نوترون‌ها قادر به ازدست دادن انرژی نیستند و کلیه مدارهای مربوط به نوترون‌های کم انرژی پُر اشغال شده‌اند. این وضعیت که انرژی جنبشی نوترون‌ها بیش از پروتون است، در هسته مرکب دامنه وسیعی دارد و از همین روست که پروتون‌ها شانس کمتری برای خروج دارند. این مسئله از رابطه (۲۲.۱۵) نیز مشهود است که اختلاف بین گسیل یک پروتون و یک نوترون هم انرژی را به علت لزوم قابلیت نفوذ پروتون از سد کولنی نشان می‌دهد.

مورد دیگر از شکست توجیه کلاسیک بخش قبل این نکته است که اساساً ذرات آلفا و دیگر هسته‌های مرکب هرگز نمی‌توانند از هسته خارج شوند. زیرا در حالت کلاسیک، تعداد درجات آزادی (یا تعداد نقشه‌های حرکت که شامل برادرهای مکان و سرعت برای تمام ذرات می‌شود) برای سیستم باقی‌مانده همزمان با افزایش تعداد ذرات سیستم سریعاً افزایش می‌یابد. به همین دلیل است که تعداد درجات آزادی قطره‌ای که چهار مولکول ازدست داده باشد بسیار کمتر از قطره‌ای است که یک مولکول ازدست داده است، پس احتمال وقوع حالت اخیر خیلی بیشتر است. اما در سیستم‌های کوانتومی، تعداد درجات آزادی همان تعداد حالات است و این تعداد هم با توجه به اصل طرد پاولی محدود است. مثلاً اگر سیستم آنقدر بزرگ باشد که بتواند پوستانه‌ای اضافی با تعدادی نوکلئون داشته باشد، منحصرأ بر خوردهایی صورت خواهند گرفت که در ابتدای این بخش توضیح داده شد و در این صورت $\frac{1}{2}$ مربوط به آنها می‌تواند به اندازه ۱ واحد افزایش یابد و در نتیجه تعداد پیکر بندیهای مداری ثابت خواهد ماند. پس اگر هسته‌ای یک نوکلئون کمتر از هسته مرکب داشته باشد لزومی ندارد که تعداد حالاتش نسبت به هسته‌ای که چهار نوکلئون از هسته مرکب کمتر دارد، بیشتر باشد. بنابراین تا زمانی که انرژیهای موجود در دو گسیل خیلی متفاوت نباشند، هیچ ارجحیتی برای خروج نوکلئون نسبت به خروج ذره آلفا (و یا هر هسته پیچیده دیگر) وجود ندارد. این بحث را می‌توان به عنوان بررسی فیزیک آماری تلقی کرد، و اختلاف بین سیستم‌های کلاسیکی و کوانتومی را می‌توان در اختلاف بین آماد ماکسول - بولتزمن و آماد فرمی - دیراک خلاصه کرد.

۳.۱۳ پراکندگی کشسان و سطح مقطع واکنش

حال که نسبت به آنچه در یک واکنش هسته‌ای رخ می‌دهد دیدی کلی پیدا کرده‌ایم، فرایند

۱. عملاً تعداد پیکر بندیها اندکی بیشتر خواهد شد، زیرا تعداد مدارهای هر پوستانه با افزایش $\frac{1}{2}$ افزایش می‌یابد.

را قدری دقیقتر مورد بررسی قرار می‌دهیم. هنگامی که يك نوكلئون به هسته‌ای نزدیک شود با تیرویی هسته‌ای مواجه می‌شود که آن را با پتانسیل نظریه پوستره‌ای نمایش می‌دهیم. برهم‌کنش چاه پتانسیل با باریکه‌ای از ذرات، مسئله‌ای است که می‌توان آن را با راحتی با استفاده از یکی از روشهای مکانیک کوانتومی به نام نظریه پراکندگی حل کرد. بنابراین می‌توان امیدوار بود که رفتار يك نوكلئون را در برهم‌کنش با يك هسته با استفاده از این نظریه بررسی کرد. اما برهم‌کنش چاه پتانسیل نمی‌تواند انرژی يك ذره را تغییر دهد و یا آن را از باریکه‌اش جدا کند، بلکه تنها می‌تواند آن را به صورتی که مثلاً در فرایندهای پراکندگی را در فرورد و نوكلئون - نوكلئون که در فصل ۳ توضیح داده شد منحرف سازد. اما در بحثهای کیفی به این نتیجه رسیدیم که نوكلئون فرودی برای ازدست دادن انرژی از طریق برخورد های درون هسته‌ای شانس زیادی دارد و در این حالت است که نوكلئون در مدت کوتاهی جذب می‌شود و بدین ترتیب از باریکه ذرات فرودی جدا می‌شود. این رفتار را با استفاده از پتانسیل مختلطی که به عنوان مدل اپتیکی شناخته می‌شود، می‌توان توضیح داد. برای فهم این مطلب کافی است که به تابع موجی که برای موجی متحرك در بخش ۱۰.۱۰ ارائه شد، نظری بیفکنیم

$$\psi = e^{ikz} \quad k = \left[\frac{2M}{\hbar^2} (E - V) \right]^{1/2}$$

اگر به جای V پتانسیل مختلط $(V + iW)$ را بگذاریم، k نیز مختلط خواهد شد و به صورت $k = k_R + ik_I$ درمی‌آید، پس

$$\psi = e^{ik_R z} e^{-k_I z} \quad (3.13)$$

این تابع موج مربوط به موجی متحرك است که ضمن پیشروی دامنه‌اش کم می‌شود، و بنا بر این جریانی از ذراتی که تعدادی از آنها جذب می‌شوند را جلوه‌گر می‌سازد. با استفاده از این پتانسیل مختلط می‌توان برهم‌کنش ذره‌ای فرودی را با يك هسته از طریق نظریه پراکندگی بررسی کرد. بحث درباره‌ی این نظریه از سطح این کتاب خارج است، اما اجازه دهید قدری به نتیجه‌ای که انتظار آن می‌رود بپردازیم. شاید فکر کنیم که سطح مقطع جذب نوكلئون که سطح مقطع واکنش σ_R نامیده می‌شود، برابر با سطحی است که در آن عمل جذب شدت صورت می‌گیرد و به اندازه πR^2 است. این تصور تقریباً صحیح است، اما برای نوترون‌ها از نظریه پراکندگی چنین به دست می‌آید

$$\sigma_R \ll \pi(R_0 + \lambda)^2 \quad (نوترون‌ها) \quad (4.13)$$

۱. يك بررسی ساده و جالب از نظریه پراکندگی در مکانیک کوانتومی در کتاب زیر آمده است، J.M. Blatt and V.F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1952.

اگر این حقیقت را در نظر بگیریم که نوکلئون يك نقطه نیست بلکه بنا به طبیعت مسوجی‌اش در فضایی به شعاع از مرتبه λ (یعنی طول موج تقسیم بر 2π) گسترده است، براحتی می‌توان مسئله بالا را دریافت. بنا بر این، اگر نوکلئون به فاصله $(R_0 + \lambda)$ از مرکز هسته برسد، احتمال برخورد زیاد است و به نتیجه (۲۰۱۲) منجر می‌شود.

اگر ذره فرودی يك پروتون و یا هر ذره باردار دیگر باشد، رابطه (۲۰۱۳) باید در احتمال مربوط به نفوذ از سد کوئنی هم ضرب شود. علاوه باید تصحیحی برای این واقعیت قائل شد که به علت نیروهای کوئنی موجود، ذره بارداری که به هسته نزدیک می‌شود منحرف خواهد شد و بنا بر این به فاصله $(R_0 + \lambda)$ از مرکز هسته نخواهد رسید مگر اینکه خط اصلی فرود آن اندکی نزدیکتر از این فاصله به مرکز هسته باشد.

از مطالعاتمان در مورد حرکت موجی به یاد داریم که هنگامی که جبهه موجی به يك مانع جاذب می‌رسد، پراش رخ می‌دهد. باریکه‌ای که با این جبهه موج نمایش داده می‌شود منحرف می‌شود و شدت نور آن به صورت تابعی از زاویه انحراف، بسته به جهانی که در آنها تداخل سازنده یا ویرانگر رخ می‌دهد، به ترتیب به مقادیر بیشینه و کمینه می‌رسد. فرمول آشنایی که برای مواضع بیشینه در پراش زوایای کوچک از شکافها وجود دارد، به آسانی به صورت زیر قابل تعمیم است

$$\theta \propto \frac{\lambda}{R} \quad (5.13)$$

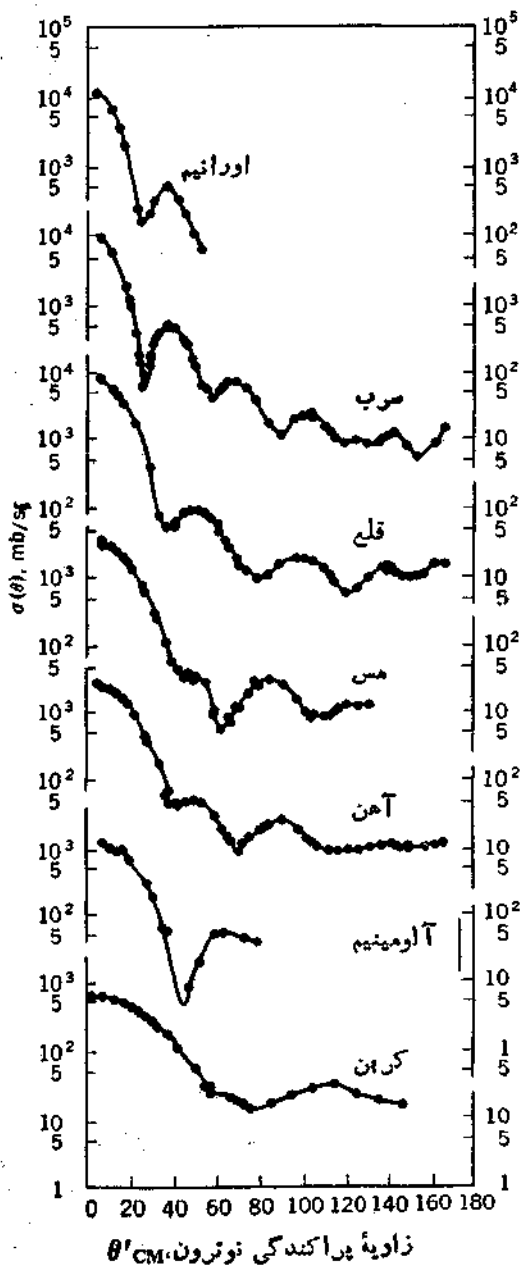
که در آن R شعاع مانع است. باریکه‌ای از نوکلئونها يك جبهه موج تشکیل می‌دهد و بنا بر این هنگامی که قسمتی از آن توسط هسته جذب می‌شود می‌توان انتظار داشت که بنا بر رابطه (۵۰۱۳) نقش پراشی از نوکلئونهای پراکنده در زوایای مختلف به دست آید که زوایای مربوط به نقاط بیشینه و کمینه از رابطه (۵۰۱۳) مشخص می‌شوند. این وضعیت در شکلهای ۲۰۱۳ و ۳۰۱۳ که نتیجه اندازه گیریهای مربوط به توزیع زاویه‌ای نوترونها و پروتونها را پس از برخورد های الاستیک نشان می‌دهد قابل مشاهده است. دقت کنید که به علت وابستگی رابطه (۵۰۱۳) به R ، زاویه‌ای که به مواضع يك مقدار بیشینه مربوط می‌شود به صورت تابعی از اندازه هسته افزایش می‌یابد.

در حالی که ساده‌ترین ویژگیهای منحنیهای ۲۰۱۳ و ۳۰۱۳ را به عنوان نقش پراش

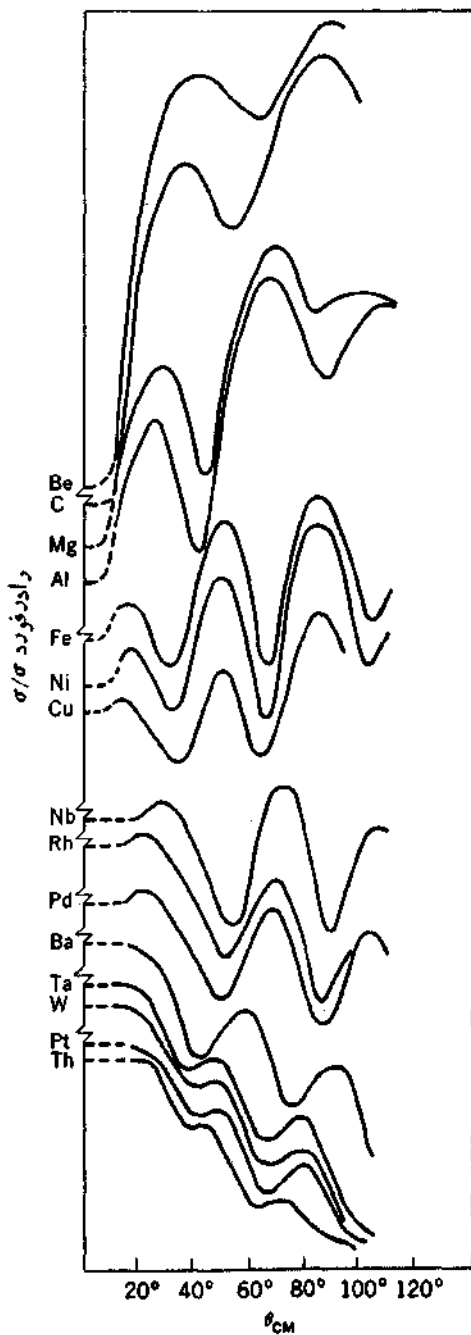
۱. باریکه‌ای از نوکلئونها به صورت موجی تخت عمل می‌کند، اما موج تخت از تداخل متقابل امواج کروی تشکیل می‌شود و بنا بر این جهت حرکت هر نوکلئون منفرد به اندازه کسری از رادیان نامعلوم است. پس عدم قطعیت در تکانه عرضی Δp از مرتبه تکانه p است. در این صورت از اصل عدم قطعیت چنین داریم:

$$\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p} \simeq \frac{\hbar}{p} = \lambda$$

این مقدار گسترده‌گی مکان نوکلئون به علت طبیعت موجی‌اش در جهت عمود بر انتشار باریکه است.



شکل ۲۰۱۳ توزیمهای زاویه‌ای نوترونهای ۱۴۵ MeV که به صورت کشان از هسته‌های مختلف پراکنده شده‌اند.



شکل ۳۰۹۳ توزیعهای زاویه‌ای پروتونهای ۲۲ MeV که به صورت کشان از هسته‌های گوناگون پراکنده شده‌اند. محور قائم نسبت سطح مقطع اندازه‌گیری شده را به سطح مقطع پراکندگی خالص رادفورد (فقط بر اثر نیروهای الکتریکی) نشان می‌دهد.

می‌توان توضیح داد، جزئیات بسیاری در آنها وجود دارد که ناشی از اندازه و شکل پتانسیل مسبب پراکندگی است. توزیعهای زاویه‌ای را در نظریه پراکندگی برای هر گونه پتانسیلی می‌توان محاسبه کرد، و بنا بر این از مقایسه آنها با توزیعهای زاویه‌ای تجربی می‌توان پتانسیل را مشخص کرد. از همین راه بوده که پارامترهای رابطه (۲.۴) شناخته شد و پتانسیل (۷.۴) به صورتی به دست آمده که ضریب مربوط به (۳.۴) را هم در برداشت. علاوه بر این راه می‌توان W را نیز مشخص کرد که بحث آن را به بخش آینده موکول می‌کنیم. ممکن است فهم اینکه چگونه چنین تعداد زیادی از پارامترها به طور همزمان از طریق تطبیق داده‌ها حاصل می‌شوند مشکل باشد، اما باید دانست که اندازه گیریهای دقیق در تعداد زیادی از زوایای مختلف و به ازای انرژیهای متفاوت بمباران هسته‌های هدف متفاوت، می‌تواند اطلاعات بسیار زیادی در اختیار ما بگذارد.

زمانی که پارامترهای مدل اپتیکی پتانسیل مشخص شدند، سطح مقطع واکنش σ_R را می‌توان محاسبه کرد. نتایج در انرژیهای بالاتر از ۱ یا ۲ MeV، به مقدار بیشینه (۴.۱۳) برای نوترون‌ها و به مقدار بحرانی ضربه آنها در نفوذ پذیری از سد کولنی برای ذرات باردار نزدیک است. بعضی از این نتایج برای پروتون‌ها و ذرات آلفا در شکل ۴.۱۳ نمایش داده شده است.

در نظریه پراکندگی، نوکلئونهای نزدیک شونده به هسته هدف را که l های متفاوت داشته باشند به طور جداگانه بررسی می‌کنند و سطح مقطع واکنش برای هر l را به صورت σ_{R-l} محاسبه می‌کنند. چون این مطلب برای بحثهای آینده مفیدند اجازه دهید مقدار آنها را تخمین بزنیم. اگر نوکلئون فرودی با تکانه‌ای به هسته نزدیک شود که کوتاهترین فاصله امتدادش با مرکز هسته هدف r باشد، تکانه زاویه‌ای کلاسیک آن برابر rp خواهد بود. در این صورت مقدار r که تکانه زاویه‌ای l را نتیجه دهد چنین است

$$r_l p = \sqrt{l(l+1)} \hbar \approx (l+1/2) \hbar \quad (۴.۱۳)$$

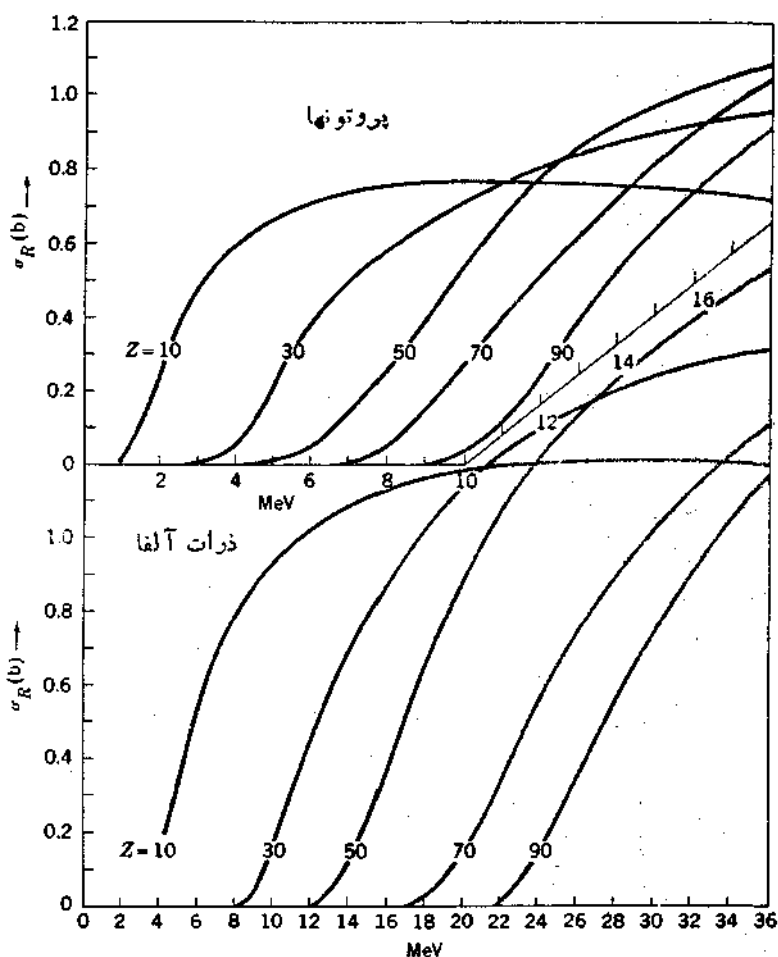
پس داریم

$$r_l \approx \left(l + \frac{1}{2}\right) \frac{\hbar}{p} = (l+1/2) \lambda \quad (۷.۱۳)$$

به این ترتیب نوکلئونی که r مربوط به آن بین λ و $(l+1)\lambda$ باشد، تکانه زاویه‌ای l دارد. در این صورت سطحی که بین این مقادیر r محصور می‌شود تقریبی از σ_{R-l} به دست می‌دهد

$$\sigma_{R-l} \leq \pi(l+1)^2 \lambda^2 - \pi l^2 \lambda^2 \\ \leq \pi(2l+1) \lambda^2$$

واضح است که رابطه مذکور نمی‌تواند برای تمام l ها معتبر باشد و گسسته سطح مقطع



شکل ۴.۱۳ سطح مقطع واکنش σ_R برای پروتونها (بالا) و ذرات آلفا (پایین) که با استفاده از پتانسیلهای مدل آیتیکی و پسارمتهایی که با دادههای برخوردی کشسان مطابقت دارند محاسب شده است.

نامحدود نخواهد شد. مخصوصاً ذراتی که l بزرگ دارند خیلی به هسته نزدیک نمی‌شوند و بنا بر این نمی‌توانند ایجاد واکنش کنند. این اثر را با در نظر گرفتن عامل $\mathcal{P}_l$ که نمایانگر نفوذ پذیری در سد تانگه زاویه‌ای است می‌توان به حساب آورد

$$\sigma_{R-l} \leq (2l+1)\pi\lambda^2\mathcal{P}_l \quad (A.13)$$

این همان رابطه‌ای است که در پی یافتن آن بودیم. هنگامی که این سطح مقطعها برای تمام

مقادیر l جمع زده می شود، سطح مقطع کسل واکنش یعنی σ_R با رابطه (۲.۱۳) تطبیق می کند.

۲.۱۳ پتانسیل موهومی W

در بخش ۳.۱۰ پتانسیل موهومی W را که در محاسبات سطح مقطع واکنش و پراکنندگی مورد استفاده است معرفی کردیم. پتانسیل موهومی کمیتی بسیار جالب توجه است که در باره اش بیشتر بحث می کنیم. در تمام حالاتی که در اینجا مورد توجه اند، W از پتانسیل حقیقی V بسیار کمتر است و بنابراین k را بنا به تعریفی که در ابتدای بخش ۳.۱۳ کردیم چنین می نویسیم

$$\begin{aligned} k &= \left[\frac{2M}{\hbar^2} (E - V - iW) \right]^{1/2} = \left[\frac{2M}{\hbar^2} (E - V) \right]^{1/2} \left(1 - i \frac{W}{E - V} \right)^{1/2} \\ &\approx \left(\frac{2M}{\hbar^2} (1/2) M v^2 \right)^{1/2} \left(1 - \frac{i}{2} \frac{W}{(1/2) M v^2} \right) \\ &= \frac{Mv}{\hbar} \left(1 - \frac{iW}{Mv^2} \right) = \frac{Mv}{\hbar} - \frac{iW}{\hbar v} \end{aligned}$$

از رابطه (۳.۱۳) نتیجه می شود که مسافت آزاد میانگین F برای آنکه ذره ای فرودی بتواند از باریکه اش جدا شود برابر $1/k_I$ است، بنابراین از عبارت بالا داریم

۱. برای درک این مسئله باید توجه کرد که Φ_l از مقدار نزدیک به واحد تا مقدار نزدیک به صفر برای مقادیر $R_0 = r_l$ یعنی بزرگترین شعاعی که در آن برهم کنش قوی اتفاق می افتد، تغییر می کند. از رابطه (۷.۱۳) مقدار l به صورت زیر به دست می آید

$$l_m = \frac{R_0}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad (9.13)$$

و سپس از رابطه (۸.۱۳) چنین داریم

$$\sigma_{R-1} = \sum_{l=0}^{l_m} \sigma_{R-1} \ll \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{l_m} (2l+1) = \pi \lambda^2 (l_m+1)^2$$

پس

$$\sigma_R \ll \pi \lambda^2 \left(\frac{R_0}{\lambda} + \frac{1}{2} \right)^2 = \pi [R_0 + (1/2)\lambda]^2$$

با توجه به خام بودن تقریبهای استفاده شده، چنین نتیجه ای با رابطه (۴.۱۳) سازگاری خواهد داشت.

$$F = \frac{1}{k_1} = \frac{h\nu}{W}$$

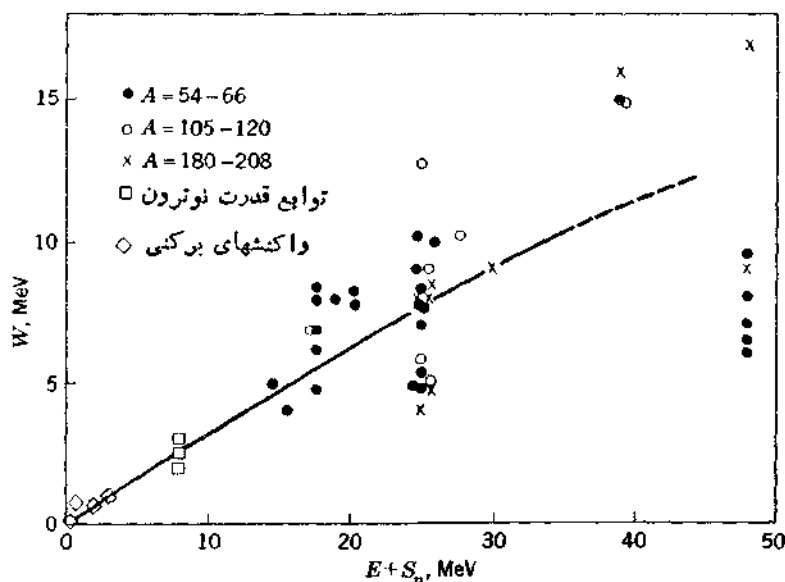
فقط از طریق برخورد با یکی از نوکلئونهای هسته است که ذره می‌تواند از باریکه ذرات فرودی جدا شود، در این صورت F مسافت آزاد میانگین بین برخوردهای یک نوکلئون پراثری در داخل هسته است. متوسط زمان بین برخوردها از تقسیم مسافت آزاد میانگین بر سرعت ذره به دست می‌آید

$$\Delta t_c = \frac{h}{W} \quad (10.13)$$

به این ترتیب معنایی فیزیکی برای W به دست می‌آید که بنا بر آن بزرگی W فراوانی برخوردها را نشان می‌دهد.

چنین تفسیری از لحاظ اینکه بستگی پتانسیل موهومی به r را نشان می‌دهد مفید است. ممکن است ابتدا تصور کنیم که W متناسب با چگالی نوکلئونی است و بنا بر این وابستگی آن به r از همان نوع وابستگی V به r در (۱۰.۴) است، اما در بخش ۲.۱۳ دیدیم که برخورد با نوکلئونهایی که در هسته کمتر مفید هستند آسانتر صورت می‌گیرد. در طی مثالی در آنجا دیدیم که بیشتر برخوردها با نوکلئونهای پوسته‌های $N=2$ و $N=5$ صورت می‌گرفت و تعداد کمتری با $N=3$ رخ می‌داد و با $N=1$ و $N=2$ هیچ برخوردی صورت نمی‌گرفت. اما بیشتر نوکلئونهای موجود در این پوسته‌ها تکانه زاویه‌ای مداری بالادارند طوری که از ۳۲ مدار مربوط به $N=5$ ، تعداد ۱۲ مدار دارای $l=5$ و ۸ مدار دارای $l=4$ هستند و در شکل ۲۰.۲ می‌بینیم که تابع موجهای مربوط به l های بزرگ در نزدیکی سطح هسته قرار دارند. علاوه بر آن به دلیل شیب دیواره چاه پتانسیل در r های بزرگ، طول موج نوکلئونهای مدارهای نزدیک به لبه چاه زیاد می‌شود. نوکلئونهای موجود در مدارهای با r زیاد و l کم، بیشتر وقت خود را در فواصل شعاعی بزرگ بسر می‌برند، اساساً به همین دلیل است که پوسته‌های مربوط به الکترونهای پراثریتر در آنها شعاع متوسطی بزرگتر از پوسته‌های مربوط به پراثری کمتر دارند. این دوائر باعث می‌شوند که نوکلئون پراثری تمایل بیشتری به برخورد در نزدیکی سطح هسته داشته باشد تا در مرکز هسته. تفسیر W در رابطه (۱۰.۱۳) نشان می‌دهد که پتانسیل موهومی در نزدیکی سطح هسته عمیقتر است و بنا بر این از لحاظ وابستگی به r با پتانسیل حقیقی V اختلاف دارد. اما در بررسی فلی ما از این پیچیدگی احترازی کنیم.

در شکل ۵.۱۳ پتانسیل موهومی W را که از تحلیل آزمایشهای برخورد کشان و با استفاده از نظریه پراکندگی به دست آمده‌اند، نشان داده‌ایم. با توجه به تفسیری که در رابطه (۱۰.۱۳) از W کردیم و تشابهی که بین آن معادله و رابطه (۴.۵) موجود است، ممکن است ابتدا انتظار داشته باشیم برای آنکه W با رابطه (۶.۵) وفق دهد مقدار آن باید در حدود ۱ MeV باشد. اما رابطه (۶.۵) به برخوردهای بین نوکلئونها در پایینترین پوسته پرتله‌شده مربوط می‌شود که در آنجا تعداد برخوردهای ممکن محدود است، در حالی



شکل ۵-۱۳ تعیین عمق پتانسیل موهومی W . محور افقی مقادیر $E + S_n$ یعنی انرژی نوکلئون فرودی به اضافه انرژی جدایی آن را نشان می‌دهد. این مقادیر از تجزیه‌های مختلف داده‌های مربوط به پراکندگی کشسان که در آن پتانسیل موهومی به همان شکل پتانسیل حقیقی است به دست آمده‌اند. نقاط متناظر با $E + S_n = 8 \text{ MeV}$ از تحلیل تابع قدرت نوترون به دست آمده‌اند و نقاط نزدیک به مبدأ نمونه‌هایی از نتایج مطالعات واکنشهای پرکنی هستند.

که از بحث بخش ۲-۱۳ به یاد داریم که در واکنشهای هسته‌ای با انرژی پراکنجستگی زیاد تعداد برخورد‌های مجاز به شدت افزایش می‌یابد، بنابراین منطقی است که چنانچه انرژی بالاتر از حالت پایه نوکلئونها یعنی $E + S_n \approx E + 8 \text{ MeV}$ باشد، به صورت تابعی زیاد شونده از انرژی در نظر گرفته شود. به همین دلیل در شکل ۵-۱۳، مقادیر $E + S_n$ را در محور افقی نشان داده‌ایم. در صورتی که مقدار انرژی نوکلئون فرودی صفر باشد، مقدار $E + S_n$ برابر 8 MeV است.

توجه به این نکته جالب است که همان گونه که در شکل ۱-۴ (الف) دیده می‌شود، رابطه (۶-۵) برای نوکلئون‌ها شرط پیمودن یک دور کامل در مدار در فاصله بین برخورد‌هاست. این حقیقت که W در انرژیهای پراکنجستگی بالا به مقدار قابل توجهی بیش از 1 MeV است، سبب می‌شود که نوکلئون در بین برخورد‌ها فقط کسر کوچکی از مدار خود را پیماید و بنا بر این وضعیت به آنچه در شکل ۱-۴ (ب) نمایش داده شد نزدیک می‌شود. چون $\hbar/W$ زمان متوسط بین برخورد‌هاست، با توجه به اصل عدم قطعیت ممکن است

حدس بزنیم که در این برخوردها W مقدار نقض اصل پایستگی انرژی است (به رابطه ۶.۵ و بحث مربوطه توجه کنید). بنابراین امکان دارد که یک حالت مشخص حاوی پیکر بندی‌هایی باشد که انرژی E_c آنها با انرژی آن حالت به مقدار W اختلاف داشته باشد. یا به عکس یک پیکر بندی مشخص را در محدوده‌ای به اندازه $2W$ ، یعنی در حالتی که انرژی آن از $E_c - W$ تا $E_c + W$ تغییر می‌کند، می‌توان یافت. مثلاً در بخش ۲.۱۰ پیکر بندی (۱۱.۱۵) را مورد بحث قرار دادیم و انرژی آن را برابر $E_c = 1 \text{ MeV}$ که مطابق با $E_c + S_p = 9 \text{ MeV}$ است تخمین زدیم، در این صورت از شکل ۵.۱۳ داریم، $W \approx 25 \text{ MeV}$. پس می‌توان انتظار داشت که این پیکر بندی با دامنه قابل ملاحظه‌ای در حالتی که انرژی آنها بین $15 \text{ MeV} - 35 \text{ MeV}$ است، یعنی در گستره‌ای به عرض 5 MeV ، یافت شود. نتایج این بحث را در بخش ۷.۱۳ بررسی خواهیم کرد.

۵.۱۳ تشدید در واکنشهای هسته‌ای

هنگامی که ذره‌ای فرودی برای تولید هسته‌ای مرکب به یک هسته وارد می‌شود، باید برای این سیستم حالتی کوانتومی به وجود آید. چون حالتها انرژی معین دارند، ممکن است تصور شود که تنها هنگامی هسته‌ای مرکب تشکیل می‌شود که ذره فرودی دقیقاً مقدار انرژی لازم برای یکی از آن حالتها را داشته باشد. اگر چنین باشد، مقدار سطح مقطع هر واکنش هسته‌ای مانند شکل ۶.۱۳ (الف) می‌شود. اما این دقیقاً صحیح نیست، زیرا حالتها انرژی هسته مرکب پنهانهای محدود دارند.

مفهوم ساده‌ای از این پنهانها را از اصل عدم قطعیت می‌توان به دست آورد

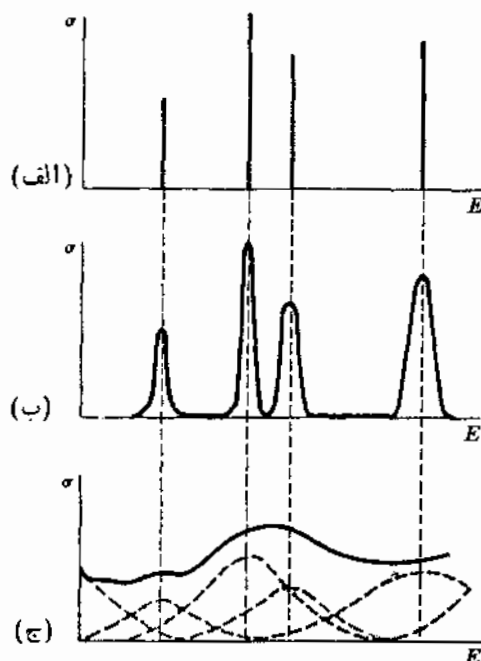
$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$

این اصل می‌گوید که اگر حالتی طول عمر Δt داشته باشد ممکن نیست بتوان انرژی آن را با دقتی بیش از $\Delta E \approx \hbar / \Delta t$ به دست آورد. پس حالتی با طول عمر محدود، پهنایی برابر با $\hbar / \Delta t$ خواهد داشت. چون طول عمر عکس احتمال و پاشی λ در واحد زمان است، پس داریم

$$\Gamma = \hbar \lambda \quad (11.13)$$

اگر پنهانها کمتر از اختلاف انرژی بین حالتها متوالی D باشند، سطح مقطع به عنوان تابعی از انرژی فرودی به صورت شکل ۶.۱۳ (ب) خواهد بود. اگر پنهانها بسیار بزرگتر از اختلاف انرژی بین ترازهای متوالی باشند یعنی $\Gamma \gg D$ باشد، منحنی مانند شکل ۶.۱۳ (ج) به صورت تابعی هموار از انرژی خواهد بود.

اگر هسته‌ای بتواند به طرق گوناگون واپاشیده شود، برای هر نوع واپاشی Γ پهنایی جزئی Γ_i به صورت زیر تعریف می‌شود



شکل ۱۳.۳ دفوع تشدیدها، (الف) حالت‌های انرژی تیز در هسته مرکب، و (ب) و (ج) اثرات طول عمر محدود در سطح مقطع تشدید؛ در حالت (ب) $\Gamma \ll D$ و در حالت (ج) $\Gamma \gg D$ است.

$$\Gamma_i = \hbar \lambda_i \quad (۱۱.۱۳ \text{ الف})$$

که λ_i در آن احتمال واپاشی i در هر ثانیه است. چون احتمال کل واپاشی در واحد زمان را برابر λ بگیریم، خواهیم داشت

$$\lambda = \sum_i \lambda_i$$

بنابراین

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i \quad (۱۲.۱۳)$$

چون آهنگ واپاشی طبق رابطه (۱۱.۱۳) به پهنای مربوط می‌شود، معمولاً آهنگ واپاشی را بر حسب پهنای بیان می‌کنند. مثلاً پهنای جزئی Γ_n برای گسیل نوترونهای $l=0$ ، با استفاده از روابط (۱۶.۱۵) و (۱۵.۱۵) چنین محاسبه می‌شود

$$\Gamma_n = \hbar [E(\text{MeV})]^{1/2} \left(\frac{A}{\Delta Y} \right)^{-1/2} \times 3 \times 10^{21} \times \theta^2$$

$$= 1.78 \text{ MeV} \times \theta^2 \times [E(\text{MeV})]^{1/2} \left(\frac{A}{\Delta Y} \right)^{-1/2} \quad (13.13)$$

اکنون از این رابطه استفاده می‌کنیم تا رابطه بین Γ و D را بررسی کنیم و ببینیم کدامیک از اشکال ۶.۱۳ (ب) و (ج) وضعیت صحیح را نمایش می‌دهد.

واکنشی را که نوترون با انرژی 1 MeV در هسته ^{56}Fe به وجود می‌آورد در نظر بگیرید. از رابطه (۸.۱۳) و محاسبات نفوذپذیری از سد تکانه زاویه‌ای در بخش 3.15 واضح است که نوترون با این انرژی همواره با $l=0$ به هسته وارد می‌شوند و بنابراین هسته مرکب در حالتی $^{56}\text{Fe}^+$ ($1/2$) تشکیل می‌شود. این انرژی کافی نیست که هسته مرکب بتواند جز از طریق گسیل نوترون با گسیل نوکلئون واپاشیده شود و به حالت پایه ^{56}Fe برگردد. بنابراین غالبترین صورت واپاشی همان گسیل نوترون است و بنابراین رابطه (۱۲.۱۳) $\Gamma \approx \Gamma_n$ خواهد شد. در این صورت می‌توان Γ را با استفاده از رابطه (۱۳.۱۳) محاسبه کرد. پهنای تبدیلی θ^2 در آن معادله برآوردی از میزان پیکربندی (۱۱.۱۵) یا $^{56}\text{Fe}(\text{GS}) + n(3s_{1/2})$ را در تابع موج حالت هسته مرکب به دست می‌دهد. در بخش ۴.۱۳ دریافتیم که این پیکربندی در حالات $^{56}\text{Fe}^+$ ($1/2$) در گستره انرژی 5 MeV شکل می‌گیرد. اگر فاصله متوسط انرژی بین این حالتها برابر $\bar{D}$ باشد، تعداد این حالتها برابر 5 MeV می‌شود. با در نظر گرفتن رابطه (۱۷.۱۵) مقدار متوسط θ^2 یعنی $\bar{\theta}^2$ عکس چنین عددی است

$$\bar{\theta}^2 \approx \frac{\bar{D}}{5 \text{ MeV}} \quad (14.13)$$

با جایگذاری این مقدار در رابطه (۱۳.۱۳)، مقادیر متوسط چنین به دست می‌آیند

$$\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}_n \approx 0.36 [E(\text{MeV})]^{1/2} \bar{D} \quad (15.13)$$

از رابطه فوق درمی‌یابیم که برای وضعیت مورد نظر 1 MeV $E \approx 0.36$ ، مقدار Γ برای نمونه برابر $D/10$ می‌شود، درحالی‌که نمودار تغییرات سطح مقطع برحسب انرژی ذره بمباران‌کننده به صورت شکل ۶.۱۳ (ب) است. این منحنی با تشدیدهایی که در انرژیهای نزدیک به آنها مقدار سطح مقطع شدیداً افزایش می‌یابد قابل تشخیص است. علاوه بر آن رابطه (۱۵.۱۳) نشان می‌دهد که در انرژیهای پایتترقله‌ها باریک‌تر و در انرژیهای بالاتر پهنتر می‌شوند. این رابطه همچنین نشان می‌دهد که تا زمانی که انرژی بمباران به چندین MeV برسد Γ کمتر از D خواهد بود؛ اما با بالا رفتن انرژی فرایندهای جدیدی هم ممکن می‌شوند؛ حالات $l > 0$ ممکن است برانگیخته شوند، گسیل نوترونی می‌تواند

به حالات برانگیخته برسد، گسیل پروتونها از طریق واکنشهای (n, p) میسر می‌شود و غیره. اولین فرایند، تعداد حالات برانگیخته را افزایش می‌دهد و بنابراین D را کم می‌کند و دوفرايند بعدی آهنگ واپاشی را افزایش می‌دهند که به دنبال آن Γ افزایش می‌یابد. بنا بر این در هسته‌های سنگین زمانی که انرژی بالاتر از 2MeV باشد، Γ از D بزرگتری شود و تغییرات منحنی σ بر حسب انرژی به شکل ۶.۱۳ (ج) درمی‌آید. این ناحیه انرژی را در در بخش ۹.۱۳ و ناحیه تشدید مربوط به انرژیهای پایتتر را که در آن $\bar{\Gamma} \ll D$ است، در بخش ۶.۱۳ بررسی خواهیم کرد.

قبل از اتمام این بخش باید توجه کنیم که رابطه (۱۳.۱۳) رابطه ساده‌ای بین θ^2 و Γ_n است. Γ_n از زمانهای پیش در طول تاریخ فیزیک هسته‌ای به کار می‌رفت و به دلایل مشهود پنهان نامیده می‌شد. زمانی که بعدها چنین پهنایی به طور نظری به صورت (۱۳.۱۳) بیان شد، آن گونه که از اطلاعات مربوط به ساختار هسته بر می‌آمد، θ^2 در بردارنده عواملی بود که بر پهنای انرژی گذاشت و به همین دلیل آن را پهنای تبدیلی نامیدند.^۱

۶.۱۳ واکنشهای هسته‌ای در منطقه تشدید

در منطقه تشدید معمولاً چند نوع واپاشی هسته مرکب دیده می‌شود. برای هر یک از این انواع، آهنگ واپاشی خاصی وجود دارد، و بنا بر این به هر یک از آنها یک پهنای جزئی با رابطه (۱۱.۱۳) وابسته است. مثلاً در واکنشهای ایجاد شده به وسیله نوترون، هسته مرکب ممکن است از طریق گسیل نوترون (بسا آهنگ واپاشی λ_n و پهنای جزئی $\Gamma_n = \hbar \lambda_n$) به حالت پایه برود و همچنین از طریق گسیل نوترون (λ_n, Γ_n)، گسیل پروتون (λ_p, Γ_p)، گسیل ذره آلفا ($\lambda_\alpha, \Gamma_\alpha$)، گسیل پرتو گاما ($\lambda_\gamma, \Gamma_\gamma$) و غیره^۲ به اولین حالت برانگیخته برود. اگر پهنای کل واکنشها را به صورت Γ_R نمایش دهیم و به صورت زیر تعریف کنیم

$$\Gamma_R = \Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\alpha + \Gamma_\gamma + \dots$$

از رابطه (۱۲.۱۳) پهنای کل چنین به دست می‌آید

۱. عملاً ساده‌تر این است که پهنای تبدیلی را به صورت $\theta^2 (R_0/2)$ تعریف کنیم. گاهی دو کمیت دیگر نیز پهنای تبدیلی نامیده می‌شوند، یکی از آنها γ^2 است که به صورت $\gamma^2 \approx (\hbar^2/2MR_0) \theta^2$ تعریف می‌شود و دیگری I_{R_0} که در رابطه (۲۵.۱۳) درباره‌اش توضیح می‌دهیم.

۲. مانند هر حالت برانگیخته دیگر هسته مرکب از طریق گسیل پرتو گاما می‌تواند واپاشی کند احتمال این واپاشی در واحد زمان برابر مجموع λ_γ هایی است که از روابط (۳.۱۲) و (۹.۱۲) برای گذار به کلیه حالت‌های برانگیخته با انرژی پایتتر به دست می‌آیند و از آنجا بنا به (۱۱.۱۳) مقدار Γ_γ حاصل می‌شود.

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_R \quad (۱۵.۱۳ \text{ الف})$$

اولین مسئله ما این است که سطح مقطع $\sigma(n, n)$ را برای برخورد های کشان و $\sigma(n, R)$ را برای واکنشها حساب کنیم. برای شروع به مثالی باز می گردیم که در آن نوترون $s_{1/2}$ به هسته ^{56}Fe وارد می شود و هسته مرکبی تشکیل می دهد. ابتدا زمانی که نوترون وارد می شود، پیکربندی باید به صورت $[^{56}\text{Fe}(\text{GS}) + n(s_{1/2})]$ باشد. بنا بر این در هسته مرکب تنها حالت هایی برانگیخته می شوند که پیکربندی تابع موجشان به این صورت باشد و احتمال آنکه یک حالت برانگیخته شود متناسب با زمان گذران آن حالت در این پیکربندی است. اما پهنای تبدیلی θ^2 طبق رابطه (۱۳.۱۳) با $\Gamma_n/E^{1/2}$ متناسب است و بنا بر این سطح مقطع برای شکل گیری هر حالت منفرد هسته مرکب با $\Gamma_n/E^{1/2}$ مربوط به آن حالت متناسب است، یعنی

$$\sigma(n, R) \propto \frac{\Gamma_n}{E^{1/2}}$$

از بحث بخش ۵.۱۳ درمی یابیم که همان گونه که شکل ۶.۱۳ (ب) نشان می دهد، ویژگی سطح مقطع با تشدید های به پهنای Γ مشخص می شود. شبیه به نظریه شکل خط در گسیل نور، شکل چنین تشدید هایی از رابطه زیر به دست می آید

$$\sigma(n, R) \propto [(E - E_r)^2 + (1/4)\Gamma^2]^{-1}$$

E_r انرژی در مرکز تشدید است. پس خواصی که انتظار داریم این است که عبارت بالادر $E = E_r$ دارای مقدار بیشینه باشد و در $E - E_r = \pm \Gamma/2$ مقدار آن به نصف تقلیل یابد.

از رابطه (۸.۱۳) نتیجه می گیریم که برای یک نوترون با $l = 0$ بیشینه سطح مقطع برای ایجاد واکنش برابر $\pi\lambda^2$ است، و بنابراین انتظار داریم

$$\sigma(n, R) \propto \pi\lambda^2$$

بعلاوه $\sigma(n, R)$ باید متناسب با احتمال واپاشی هسته مرکب از طریق گسیل محصول واکنش باشد تا از طریق پراکندگی، لذا

$$\sigma(n, R) \propto \frac{\lambda_R}{\lambda_R + \lambda_n} = \frac{\Gamma_R}{\Gamma_R + \Gamma_n} = \frac{\Gamma_R}{\Gamma}$$

با جمع کردن تمام این جملات و وارد کردن ضریب تناسب f چنین داریم

$$\sigma(n, R) = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_R}{(E - E_r)^2 + (1/4) \Gamma^2} \frac{f}{\Gamma E^{1/2}}$$

از این فرمول نتیجه می‌شود که بیشینه سطح مقطع ممکن در يك انرژی مشخص زمانی حاصل می‌شود که $E_r = E$ و $\Gamma_n = \Gamma_R = (1/2) \Gamma$ باشد که در این صورت داریم

$$\sigma(n, R) = \pi \lambda^2 \frac{f}{\Gamma E^{1/2}}$$

اما بنا به رابطه (۸.۱۳) می‌دانیم که مقدار بیشینه سطح مقطع برابر $\pi \lambda^2$ است، بنابراین f باید مساوی با $\Gamma E^{1/2}$ باشد. پس نتیجه می‌گیریم

$$\sigma(n, R) = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_R}{(E - E_r)^2 + (1/4) \Gamma^2} \quad (۱۶.۱۳)$$

اگر واکنشی صورت گیرد، احتمال آنکه حاوی گسیل ذره بخصوص x و بنا بر این به صورت واکنش (n, x) باشد، برابر Γ_x / Γ_R است. اگر این عامل را در (۱۶.۱۳) به کار ببریم، داریم

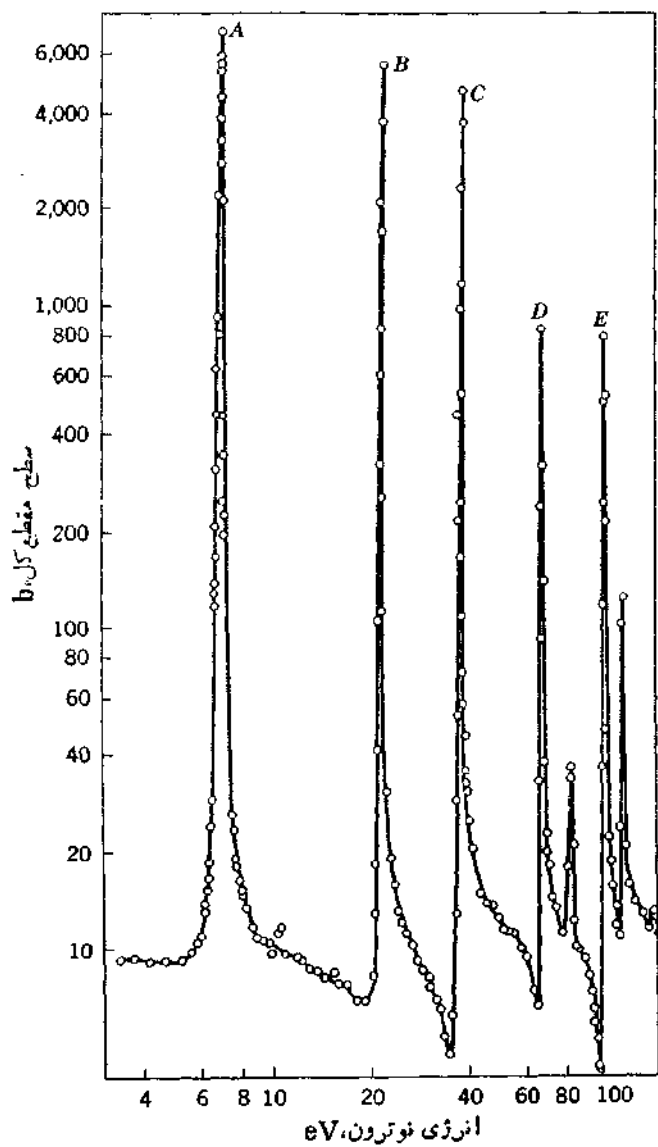
$$\sigma(n, x) = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_x}{(E - E_r)^2 + (1/4) \Gamma^2} \quad (۱۷.۱۳)$$

این فرمول که بنام فرمول برایت - ویگنر شناخته می‌شود و به صورت کاملتری نیز قابل حصول است، نقش همزایی در پیشرفت فیزیک هسته‌ای داشته است.

چون احتمال نسبی واپاشی هسته مرکب از طریق پراکندگی و واکنش برابر Γ_n / Γ_R است، با ضرب رابطه (۱۶.۱۳) در این عامل، سطح مقطع پراکندگی $\sigma(n, n)$ بدین صورت به دست می‌آید

$$\sigma(n, n) = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_r)^2 + (1/4) \Gamma^2} \quad (۱۸.۱۳)$$

عملاً رابطه فوق فقط پراکندگی تشدید می‌باشد یعنی پراکندگی از طریق تشکیل يك هسته مرکب را به دست می‌دهد. بنابراین نظریه پسته‌ای هم وقوع پراکندگی یعنی انحراف نوترون فرودی را در اثر نیروی هسته‌ای پیش بینی می‌کند که به این پراکندگی پراکندگی پتانسیلی می‌گویند. این فرایند در تمام انرژیها و بدون تشکیل يك هسته مرکب صورت می‌گیرد و بنا بر این سطح مقطع آن با تشدید مشخص نمی‌شود. این دو نوع پراکندگی بسادگی



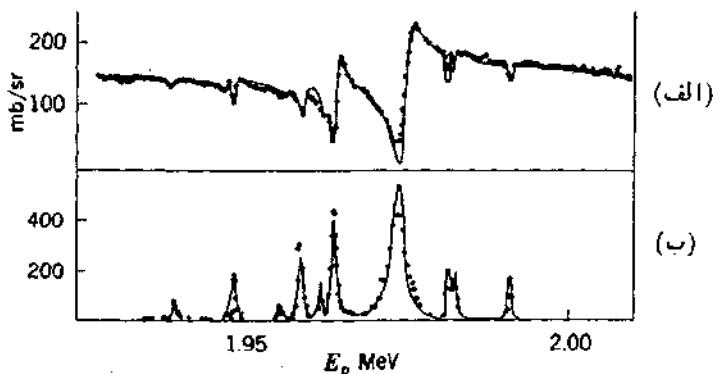
شکل ۷۰۱۳ سطح مقطع کل نوترون با ^{238}U بر حسب انرژی.

جمع‌پذیر نیستند اما مانند دیگر پدیده‌های موجی دارای اثرات تداخلی هستند. نقاط D ، E و C در شکل ۷.۱۳ نمونه‌هایی از این اثرات هستند؛ پراکندگیهای تشدید و پتانسیلی در انرژی پایینتر از تشدید به‌صورت ویرانگر تداخل می‌کنند در حالی که تداخل آنها در انرژی بالاتر از تشدید به‌صورت سازنده است، و این وضعیت مشخصه‌ای از تشدیدهای مربوط به $l=0$ است. شکل ۷.۱۳ نتیجه اندازه‌گیریهای سطح مقطع کل را در عمل ارائه می‌دهد

$$\sigma_T = \sigma(n, n) + \sigma(n, R)$$

همان‌گونه که برای رابطه (۷.۸) توضیح داده شد، مقدار کمیت فوق از طریق آزمایش تضعیف تقریباً بسادگی اندازه‌گیری می‌شود. قله‌های C ، D و E مربوط به حالتی از هستهٔ مرکب هستند که در آنها $\Gamma_R \gg \Gamma_n$ و بنابراین $\sigma_T \approx \sigma(n, n)$ است؛ قلهٔ A مربوط به حالتی است که $\Gamma_R \gg \Gamma_n$ و بنابراین $\sigma_T \approx \sigma(n, R)$ است که از رابطه (۷.۱۳) محاسبه می‌شود. فاصلهٔ بین تشدیدهای شکل ۷.۱۳ فقط اثرات پراکندگی پتانسیلی دیده می‌شود.

در انرژیهای بالاتر، هستهٔ مرکب از طریق گیراندازی نوترونهای با $l > 0$ تشکیل می‌شود که در این حالت بیشینهٔ سطح مقطع واکنش بنا بر رابطه (۷.۱۳) برابر $(2l+1)\pi\lambda^2$ است؛ بنابراین رابطه (۷.۱۳) شامل عامل اضافی $(2l+1)$ هم خواهد شد. اگر واکنش به کمک یک پروتون یا ذرهٔ آلفا به‌وجود آید، به‌جای Γ_n در رابطه (۷.۱۳) به‌ترتیب Γ_p یا Γ_α قرار می‌گیرد. توجه کنید که اثر سد کولنی در گیراندازی ذرات بسارداری مثل پروتون خود به‌خود به‌حساب آورده می‌شود، چرا که از رابطه (۷.۱۳ الف) چنین نتیجه



شکل ۷.۱۳ سطح مقطع واکنش پروتونها با ^{48}Ca برحسب انرژی پروتون فسرودی (الف) پراکندگی کشسان در زاویهٔ 165° ، و (ب) واکنش (p, n) که در آن هستهٔ نهایی ^{48}Sc در حالت پایه بر جای می‌ماند. به‌تداخل بین پراکندگی پتانسیلی و تشدیدی در حالت (الف) توجه کنید. سطح مقطع حالت (ب) اساساً از رابطه (۷.۱۳) قابل محاسبه است. منحنی خط پر با استفاده از محاسبه به‌دست آمده و روی اطلاعات تجربی سوار شده است.

می‌گیریم که $\Gamma_p = \hbar \lambda_p$ است و λ_p طبق رابطه (۲۲.۱۵) شامل احتمال نفوذ از سد است. نمونه‌ای از تشدید در واکنشهای (p, p) و (p, n) را در شکل ۸.۱۳ نمایش داده‌ایم. در فرایند (p, p) بین پراکنده‌گیهای پتانسیلی و تشدید می‌تداخل روی می‌دهد، اما فرایند (p, n) که شباهتش به یک واکنش پیش‌ازشبهات آن به یک پراکنده‌گی است، با یک منحنی ساده تشدید که از رابطه (۱۷.۱۳) به دست می‌آید مشخص می‌شود.

۲۰.۱۳ توابع قدرت

در به دست آوردن معادله (۱۵.۱۳) که ارتباط بین مقادیر متوسط Γ_p و D را ارائه می‌دهد، برآوردی از پیکر بندی (۱۱.۱۵) $[^{56}\text{Fe}(\text{GS}) + n(s_{1/2})]$ به عمل آمد که به حالت‌های هسته مرکبی که بانو ترونهای کم انرژی پراکنده می‌شوند، مربوط می‌شود. در این بخش به بررسی جزئیات این مسئله خواهیم پرداخت. در بخش ۲۰.۱۵ به این نکته اشاره شد که در صورت نبودن اختلاط پیکر بندی (یعنی عدم برخورد)، کل پیکر بندی در حالتی منفرد قرار دارد و انرژی پیکر بندی که در بخش ۳.۵ تعریف شد، با حالتی از هسته مرکب که توسط نو ترونهای ۱ MeV پراکنده شده است مطابقت دارد. (این حالت را حالت انرژی ۱ MeV می‌گوییم.) در این صورت چنین حالتی دارای $\theta^2 = 1$ است و در بقیه حالتها $\theta^2 = 0$ است. این پیکر بندی در نتیجه اختلاط پیکر بندی در گستره‌ای از انرژی که در بخش ۴.۱۳ در حدود $5 \text{ MeV} \approx W$ تخمین زده شد و مقدار متوسط آن ۱ MeV است، به چندین حالت تقسیم می‌شود. برای آنکه مشخصتر حرف بزنیم $\Sigma \theta^2$ را به عنوان مجموع مقادیر θ^2 برای تمام حالات $^{56}\text{Fe} + n$ در فواصلی از انرژی تعریف می‌کنیم که از ۵ MeV خیلی کوچکترند اما به قدری بزرگ‌اند که از افت و خیز θ^2 از حالتی به حالت دیگری می‌توان صرف نظر کرد. در این صورت انتظار داریم که $\Sigma \theta^2$ مانند شکل ۹.۱۳ (الف) رفتار کند. همان گونه که در رابطه با (۱۵.۵) توضیح داده شد، احتمال آنکه یک حالت، پیکر بندی مشخصی داشته باشد با افزایش فاصله آن از انرژی پیکر بندی کاهش می‌یابد زیرا رسیدن به این پیکر بندی مستلزم نقض مکرر قانون پایستگی انرژی است. چون D متناسب با عکس تعداد حالات مربوط به $\Sigma \theta^2$ است و $\bar{\theta}^2$ از تقسیم $\Sigma \theta^2$ بر این عدد حاصل می‌شود، $\Sigma \theta^2$ متناسب با $\bar{\theta}^2/D$ خواهد بود. پس شکل ۹.۱۳ (الف) نمایشی از تغییرات $\bar{\theta}^2/D$ است.

حال ببینیم که چگونه شکل این منحنی برای هسته‌های گوناگون تغییر می‌کند. بر طبق شکل ۵.۲ مدار $3s_{1/2}$ نو ترون در پوسته $5 = N$ قرار دارد و زمانی شروع به پر شدن می‌کند که هسته بیش از ۵ نو ترون داشته باشد. پس غیر منطقی نیست که در مورد هسته ۵۱ نو ترونی ^{91}Zr حدس بزنیم که مدار $3s_{1/2}$ آن با انرژی ۶ MeV مقید است و با انرژی پیکر بندی آن ۶ MeV است. مدار $4s_{1/2}$ در پوسته $7 = N$ است و بنا بر این مطابق رابطه (۱۹.۲) انرژی آن ۱۵ MeV بیشتر و بنا بر این برابر ۹ MeV است. در شکل ۹.۱۳ (ب) توزیع $\bar{\theta}^2/D$ برای این حالتها نمایش داده شده است. توجه کنید که پهنای این منحنیها بسته به

انرژی برانگیختگی مطابق شکل ۵.۱۳ تغییر می‌کند و برای حالتی با انرژی $E + S_n = 9 + 8 \text{ MeV} = 17 \text{ MeV}$ داریم $2W \approx 10 \text{ MeV}$.

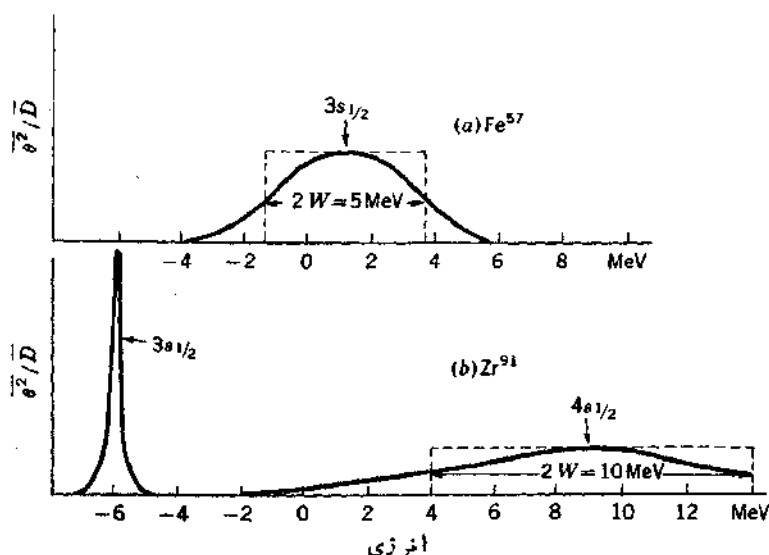
از شکل ۹.۱۳ آشکار است که مقادیر $\bar{\theta}^2/\bar{D}$ در ناحیه نزدیک به $E = 0$ برای ^{57}Fe و ^{91}Zr خیلی با هم متفاوت است. اگر تقریب مربعی شکل ۹.۱۳ (الف) را به کار ببریم، تعداد حالتها برابر $5 \text{ MeV}/\bar{D}$ خواهد شد، در حالی که از رابطه (۱۷.۱۰) داریم

$$\theta_{Zr}^2 \approx \frac{\bar{D}}{5 \text{ MeV}} \quad (الف \ ۹.۱۳)$$

برای Zr در $E \approx 9 \text{ MeV}$ با تقریبی مشابه داریم: $\theta_{Zr}^2 \approx D/10 \text{ MeV}$ ، اما منحنی شکل ۹.۱۳ (ب) در $E = 0$ به اندازه ۵ مرتبه از این مقدار کمتر است، یعنی در این ناحیه

$$\theta_{Fe}^2 \approx \frac{D}{50 \text{ MeV}} \quad (ب \ ۹.۱۳)$$

به طور کلی هرگاه انرژی یکی از حالتها $s_{1/2}$ در شکل ۵.۲ به نزدیکی $E = 0$ برسد، مقدار $\bar{\theta}^2/\bar{D}$ بزرگ خواهد بود. چنین وضعیتی برای مدار $3s_{1/2}$ در $E \approx 50$ و برای مدار $4s_{1/2}$ در $E \approx 155$ اتفاق می‌افتد. زمانی که A در فاصله میانی این دو مقدار باشد



شکل ۹.۱۳ نمایش تغییرات $\bar{\theta}^2/\bar{D}$ یا $\Sigma' \theta^2$ برای حالتها $+(1/2)$ در ^{57}Fe و ^{91}Zr خط چینها تقریب مربعی را که برای پیش‌بینی مقادیر محور قائم به کار می‌رود، نشان می‌دهند.

(مانند Zr) مقدار $\bar{\theta}^2/D$ مقداری کمینه است.

در چنین مواردی با معرفی کمیت جدید Γ_{n0} به نمادگذاری متداولتری می‌رسیم

$$\Gamma_{n0} = \Gamma_n [E(\text{eV})]^{-1/2} \quad (20.13)$$

که در آن E انرژی حالت است. سپس از (۱۲.۱۳) داریم

$$\theta^2 \approx \frac{1000 \Gamma_{n0}}{1.8 \text{ MeV}} \left(\frac{A}{57} \right)^{1/3} \quad (21.13)$$

تابع قدرت نوئون (SF) به صورت زیر تعریف می‌شود

$$SF = \frac{\bar{\Gamma}_{n0}}{D} \quad (22.13)$$

$$SF = 0.018 \text{ MeV} \frac{\bar{\theta}^2}{D} \left(\frac{A}{57} \right)^{-1/3}$$

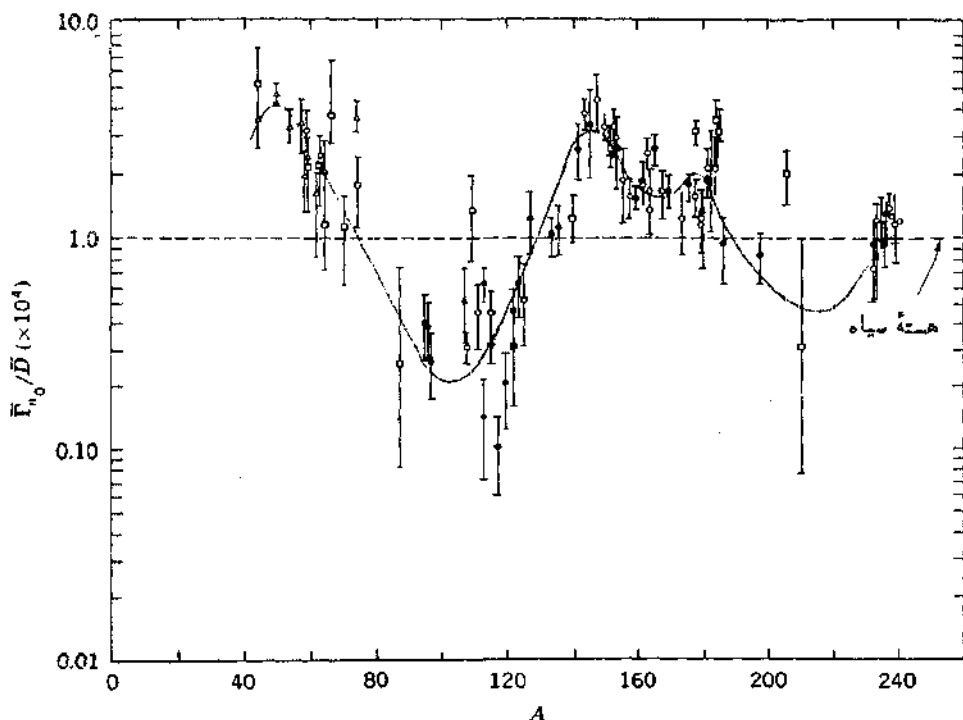
که در عبارت اخیر از رابطه (۲۱.۱۳) استفاده شده است. اگر (۱۹.۱۳) را در آن وارد کنیم، داریم

$$SF \approx \begin{cases} 3.6 \times 10^{-4} & \text{Fe برای} \\ 0.3 \times 10^{-4} & \text{Zr برای} \end{cases}$$

به دنبال بحثی که در بند آخر داشتیم، انتظار می‌رود که در نوسان تابع قدرت بر حسب افزایش A مقادیر بالا مقادیر بیشینه و کمینه باشند و بیشینه بعدی در نزدیکی $A=155$ مشاهده شود.

اندازه‌گیرهای تجربی تابع قدرت از طریق تحلیل اطلاعات تجربی از نوع شکل ۷.۱۳ با استفاده از فرمولهای نظری مبتنی بر روابط (۱۷.۱۳) و (۱۸.۱۳) پس از تصحیح پراکنندگی پتانسیلی صورت می‌گیرند و مقادیر Γ_n برای هر تشدید به دست می‌آیند. سپس Γ_{n0} از رابطه (۲۰.۱۳) محاسبه می‌شود. فاصله D بین تشدیدها به عنوان فاصله یک تشدید از نزدیکترین همسایه‌اش مستقیماً از داده‌ها به دست می‌آید. اگر برای چندین حالت تشدید این اندازه‌گیرهای تجربی انجام شوند، مقادیر متوسط Γ_{n0} و D به دست می‌آیند، و بنابراین می‌توان با استفاده از (۲۲.۱۳) تابع قدرت را محاسبه کرد. تعیین تجربی SF بدین طریق در شکل ۱۰.۱۳ نمایش داده شده است. وجود عدم قطعیت‌های آماری ناشی از کم بودن تعداد تشدیدها سبب بالا رفتن میزان خطا می‌شود. اما علیرغم این مسئله، رفتاری که مشهود است با آنچه پیش‌بینی می‌شد وفق می‌دهد. چون در ناحیه نزدیک به $A=155$ هسته غیر کروی است، قله مربوط به این ناحیه پهن می‌شود. جزئیات این رفتار بخوبی با محاسباتی که مسئله مذکور را در نظر می‌گیرند قابل توجیه است.

جالب است خاطر نشان کنیم که اطلاعات شکل ۱۰.۱۳ وابستگی زیادی به W دارند.

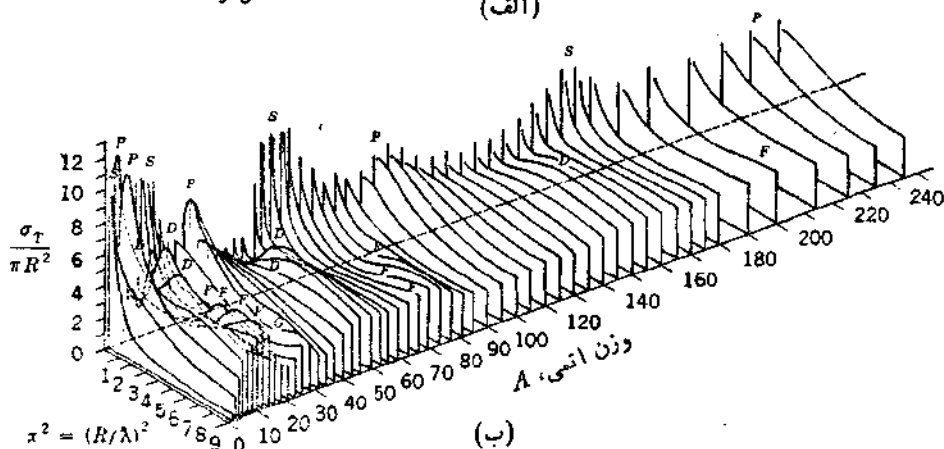
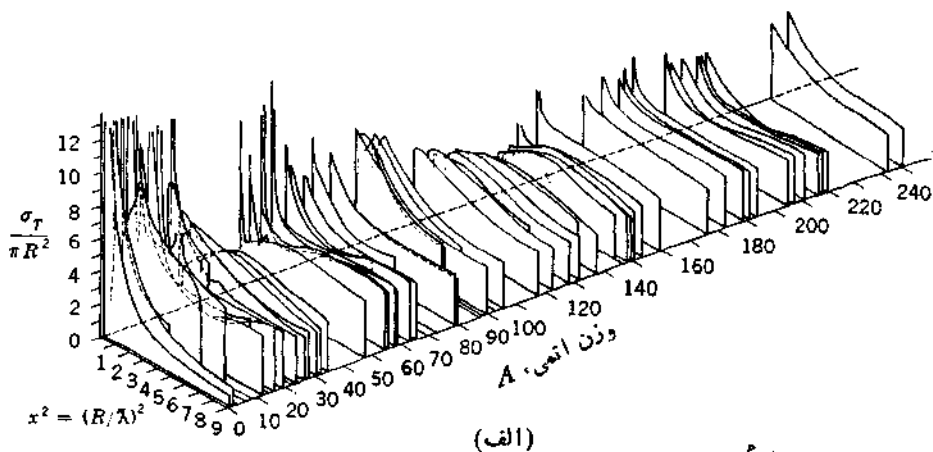


شکل ۱۰.۱۳ تابع قدرت برای نوترونهاي $l=0$ و کم انرژی در هسته های متفاوت.

مثلا اگر W خیلی بزرگ باشد، از شکل ۹.۱۳ چنین درمی یابیم که تمام تغییرات به انرژی وابسته است و به A بستگی ندارد (این تقریب معمولا تقریب هسته سیاه نامیده می شود). آنگاه تطبیق نظریه با داده های شکل ۱۰.۱۳ تشخیص مقدار W را میسر می سازد. در شکل ۱۰.۱۳ به ازای $E+S_n=AMEV$ یعنی به ازای $E=0$ چنین نکاتی نمایش داده شده است. نقاط مختلف از تحلیلهای نظری تا حدودی متفاوت به دست آمده اند.

از روابط (۱۷.۱۳) و (۱۸.۱۳) درمی یابیم که سطح مقطع متوسط برای حالت های برانگیخته با $\bar{\Gamma}_n$ که خود آن با $\bar{\Gamma}_n$ متناسب است ارتباط دارد. تعداد حالت ها متناسب با $1/D$ است و از آنجا سطح مقطع متوسط در گستره وسیعی از انرژی که تعداد زیادی از حالت ها را در بر می گیرد محاسبه می شود که مقدار آن متناسب با تابع قدرت خواهد بود. با توجه به شکل ۱۰.۱۳ انتظار می رود که سطح مقطع متوسط برای نوترونهاي کم انرژی به صورت تابعی از جرم هدف دارای مقادیر بیشینه و کمینه است. در شکل ۱۱.۱۳ (الف) که سطح مقطع کلی نوترون به صورت تابعی از A و E برای چندین تشدید متوسط گیری شده، چنین نکته ای قابل مشاهده است، قله های شکل در نزدیکی $E=0$ برای $A \approx 50$ و $A \approx 155$ توضوح نمایان است. از سوی دیگر سطح مقطع مربوط به انرژی کم برای $A \approx 90$ قله خاصی ندارد، زیرا گیراندازی نوترون $l=1$ در آن ناحیه دارای یک

مقدار بیشینه است (این همان جایی است که مدارهای $2p_{1/2}$ و $2p_{3/2}$ در نزدیکی انرژی صفر قرار دارند) و در بالای انرژی 1 MeV نفوذپذیری درسد تکانه زاویه‌ای به‌میزان قابل ملاحظه‌ای می‌رسد. تمام این اثرات که شامل اثرات ناشی از لایه‌های بالاتر نیز هستند در محاسبات شکل ۱۱-۱۳ (ب) منظور شده‌اند و می‌توان دید که رفتار کلی سطح مقطعهای اندازه‌گیری شده را توجیه می‌کنند. همان گونه که از شکل پیداست برای نوترونهای پسر انرژی، تغییرات سطح مقطع با E و A کند می‌شود. علت این است که چنانکه از مقایسه قسمتهای (الف) و (ب) شکل ۹-۱۳ و با افزایش W در افزایش انرژی در شکل ۵-۱۳



شکل ۱۱-۱۳ سطح مقطع کل نوترونها به‌صورت تابعی از انرژی نوترون و عدد جرمی هدف، (الف) داده‌های تجربی (ب) نتایج محاسبات. حروف D ، P ، S و غیره در بالای قله‌ها نشان می‌دهند که تشدید مربوط به کدامیک از نوترونهای 0 ، 1 ، 2 و غیره است.

دیده می‌شود، قله‌های توابع قدرت برای مقادیر متفاوت I در نواحی مختلف به وجود می‌آیند و پهن می‌شوند.

۸.۱۳ واکنشهای هسته‌ای در اترئونهای کم انرژی

در بخش ۹.۱۳ خواهیم دید که نوترونهای کم انرژی ذرات اصلی خروجی در واکنشهای هسته‌ای هستند و اگر این نوترونها واکنشهای بیشتری انجام دهند، محصولات اصلی نوترونهای دارای انرژی پایینتر خواهند بود. اگر انرژی برای وقوع چنین واکنشهایی کافی نباشد، فرایند غالب پراکندگی کشان است. زمانی که این نوترون هسته هدف را در حالت اولیه اش رها می‌کند، به دلیل اینکه هسته پس زده می‌شود و کسری از انرژی جنبشی را به خود اختصاص می‌دهد، حتی در برخورد های کشان هم تا زمانی که انرژی جنبشی نوترونها بیشتر از هسته هدف باشد، بخشی از انرژی آن ازدست می‌رود. پس از وقوع برخوردهایی از این نوع نهایتاً با محیط اطراف تعادل حرارتی برقرار می‌شود، بدین معنی که مقدار کسب انرژی و ازدست دادن انرژی در برخوردهای کشان یکسان می‌شود. در این حالت نوترونها، نوترونهای حرارتی گفته می‌شود. انرژی متوسط آنها kT است که T دمای محیط و k ثابت بولتزمن است. به ازای $T = 300\text{K}$ داریم $kT = 0.025\text{eV}$. بر طبق رابطه (۱۷.۱۳) سطح مقطع برای واکنشهای هسته‌ای با $\lambda^2 T$ متناسب است؛ λ^2 متناسب با $1/E$ و بر طبق رابطه (۱۳.۱۳) T با $E^{1/2}$ نسبت دارد و از آنجا نتیجه می‌شود که سطح مقطع متناسب با $E^{-1/2}$ است. بنابراین سطح مقطع انرژی ۱eV هزاران برابر بزرگتر از مقدار آن در ۱MeV است. چون نوترونها اغلب در انرژیهای پایین هستند و سطح مقطع واکنش هم در این انرژیها بیشترین مقدار را دارد، انتظار می‌رود که واکنشهای ایجاد شده توسط نوترونهای کم انرژی بسیار با اهمیت باشند. در واقع چنین است و به همین دلیل در این بخش به بحث در مورد آنها اختصاص می‌دهیم.

نوترونهای کم انرژی می‌توانند واکنشهای (n, γ) را تقریباً بر هر هسته‌ای تحمیل کنند. و نیز در هسته‌های معدودی که از لحاظ انرژی مناسب باشند واکنشهای (n, α) ، (n, p) و (n, f) ایجاد کنند. دسته اخیر شامل واکنشهایی به شرح زیر است که از دیدگاه علمی بسیار حائز اهمیت هستند:

۱. $^{14}\text{C}(n, p)^{14}\text{N}$. نوترونهای موجود در پرتوهای کیهانی ایجاد واکنشی می‌کنند که در آن نیتروژن جو زمین به ^{14}C تبدیل می‌شود و ایسن هسته نیز با نیمه عمر ۵۷۰۰ سال با گسیل ذره بتا واپاشیده می‌شود. ^{14}C با کربن معمولی ترکیب می‌شود و توسط گیاهان به صورت CO_2 جذب می‌شود و حیوانات نیز گیاهان را مورد تغذیه قرار می‌دهند. در هر حال وقتی که زندگی نباتی گیاه قطع می‌شود، دیگر کربنی جذب نمی‌شود و محتوای ^{14}C واپاشیده می‌شود. نسبت ^{14}C به کربن معمولی با آهنگ نیمه عمر ۵۷۰۰ سال کاهش

می‌یابد و بنابراین با اندازه‌گیری این نسبت می‌توان قدمت چوب، جرم، و دیگر چیزهایی را که از گیاه و حیوان به‌دست می‌آیند محاسبه کرد. این کار را عمرسنجی (رادیو کربنی) می‌نامند که در باستان‌شناسی و زمینه‌های مربوط بدان اهمیت بسیار دارد.

۲. ${}^3\text{H}(n, \alpha){}^4\text{Li}$: به کمک این واکنش ${}^2\text{H}$ که آن را تریتم می‌نامند، به‌ارزانی و به فراوانی تولید می‌شود. تریتم یکی از اجزای اصلی بمب هیدروژنی است و ممکن است زمانی در رآکتورهای گرما هسته‌ای برای تولید انرژی قابل کنترل به‌کار رود (بخش ۵.۱۵).

۳. ${}^6\text{Li}(n, \alpha){}^3\text{H}$: این واکنش اساس کار رایجترین آشکارسازهای نوترونی است (بخش ۶.۹). همچنین بور به دلیل ارزان بودن نسبی اش (به شکل یسوراکس) به‌عنوان حفاظ در مقابل نوترون‌ها به‌کار می‌رود.

۴. ${}^{235}\text{U}(n, f)$: این واکنش کلیدی برای تولید انرژیهای هسته‌ای است. این واکنش نه تنها واکنش اصلی در تقریباً تمام رآکتورهای هسته‌ای و در بسیاری از بمبهای اتمی است، بلکه در تولید تمام مواد شکاف‌پذیر دیگر که اساس چنین وسایلی را تشکیل می‌دهند، به‌کار می‌رود. با وجودی که چندین هسته تاکنون شناخته شده‌اند که واکنشهای (n, f) در آنها با نوترونهای کم انرژی صورت می‌گیرد، تنها هسته‌ای که با این خاصیت در طبیعت یافت می‌شود ${}^{235}\text{U}$ یعنی یکی از ایزوئوپهای اورانیوم معمولی با فراوانی ۷ در صد است.

بجز اینها، جالبترین واکنشهای قابل تولید توسط نوترونهای کم انرژی واکنشهای (n, γ) است که آن را گیراندازی نوترون می‌گویند. با توجه به بحث بخش ۴.۸ ممکن است رقابت گسیل پرتو گاما با گسیل نوترونی عجیب به نظر رسد، به‌همین دلیل در اینجا به بررسی این رقابت می‌پردازیم. انرژی برانگیختگی هسته مرکبی که از گیراندازی نوترون کم انرژی به وجود آمده حدوداً برابر با 8MeV یعنی برابر با انرژی جدایی نوترون است. آهنگ واپاشی تگ ذره برای گذار E_1 در این انرژی برابر 10^{-15}s است، اما در این انرژی واپاشیهای E_1 نوعاً 10^{-10} بار کندتر از واپاشی تگ ذره صورت می‌گیرد. از سوی دیگر تعداد زیادی از حالتها در انرژی پایین‌تر از انرژی برانگیختگی 8MeV هستند که با گسیل پرتو گاما قابل حصول‌اند. نتیجه این ملاحظات این است که آهنگ کل واپاشی برابر $10^{14}\text{s}^{-1} \times 3$ می‌شود و بنابراین رابطه (11.13) الف) خواهیم داشت

$$\Gamma_{\gamma} \approx 0.15\text{eV} \quad (23.13)$$

چون این مقدار مجموع آهنگهای واپاشی منفرد مربوط به تعداد زیادی حالت منفرد را نشان می‌دهد، تفاوت رابطه (23.13) برای حالات تشدیدی مختلف، اندک است. آهنگ گذار به حالت، ممکن است متفاوت باشد، اما هرگاه تعداد گذارها خیلی زیاد باشد، این تغییرات به‌صورت متوسط درمی‌آید. در واقع برای تمام هسته‌های با $A > 60$ مقدار Γ_{γ} به‌قدرت با ضریبی بیش از ۲ نسبت به رابطه (23.13) متفاوت می‌شود.

از رابطه (۲۰.۱۳) و شکل ۱۰.۱۳ پهنای متوسط گسیل نوترون تقریباً چنین بدست می‌آید

$$\bar{\Gamma}_n \approx 10^{-4} D [E(\text{eV})]^{1/2} \quad (22.13)$$

تخمینهای $\bar{D}$ را می‌توان با استفاده از رابطه (۳۷.۵) و یا اندازه‌گیری تجربی مانند شکل ۷.۱۳ بدست آورد. مثلاً در هسته‌های با Z فرد، مقدار $\bar{D}$ برای حالات مربوط به I^π مشخص که در انرژی برانگیختگی حاصل از گیراندازی نوترونهای کم انرژی قرار دارند به ترتیب برای هسته‌هایی با عدد جرمی ۶۰، ۱۱۰ و ۱۸۰ برابر با ۲۰۰۰، ۴۰ و ۱۵ الکترون ولت می‌شود. به منظور یافتن انرژی که به ازای آن $\bar{\Gamma}_n = \bar{\Gamma}_\gamma$ شود طرفهای راست روابط (۲۳.۱۳) و (۲۴.۱۳) را با هم مساوی قرار می‌دهیم و مقادیر $\bar{D}$ را به صورت گفته شده در نظر می‌گیریم. نتایج به ترتیب چنین خواهد بود: $E = 0.08 \text{ eV}$, 1.24 keV , 2.2 keV . برای انرژی نوترونی بیش از این یعنی $\bar{\Gamma}_n > \bar{\Gamma}_\gamma$ پراکندگی رخ می‌دهد اما در انرژی‌های پایینتر از آن پس از گیراندازی نوترون و تشکیل هسته مرکب غالباً با واکنشهای (n, γ) روبه‌رو می‌شویم. البته در تمام انرژی‌ها، پراکندگیهای کشسان از طریق سازوکار پراکندگی پتانسیلی صورت می‌گیرد (فاصله بین تشدیدها در شکل ۷.۱۳ نشانگر همین مطلب است)، بنابراین حتی در موادی که عناصر سنگین دارند نوترون‌ها می‌توانند حرارتی شوند.

از روابط (۲۳.۱۳) و (۲۴.۱۳) درمی‌یابیم که در هر ناحیه از انرژی $\bar{\Gamma}_\gamma / \bar{\Gamma}_n$ به نسبت عکس $\bar{D}$ تغییر می‌کند. بنابراین هسته‌های با $\bar{D}$ بزرگ سطح مقطع (n, γ) کوچکی دارند. از بحث فصل ۵ به یاد داریم که هسته‌های با پوسته پرحالت‌های انرژی کمتر در نتیجه نسبت به هسته همسایه‌شان $\bar{D}$ بزرگتر و سطح مقطع (n, γ) کوچکتری دارند. این واقعیت را نیز باید در نظر داشت که در این هسته‌ها فاصله نزدیکترین تشدید به هر انرژی انتخابی دلخواه به دلیل $\bar{D}$ بزرگتر بیشتر است. در شکل ۸.۱۵ مثالهایی از این مورد را با یکی از کاربردهای مهم آن خواهیم دید.

چون نوترون‌ها بیشتر طول عمر خود را در انرژی‌های حرارتی به سر می‌برند، سطح مقطع (n, γ) برای نوترونهای حرارتی یعنی σ_{th} خاصیت مهمی از یک ماده به‌شمار می‌رود که مقادیر آن را در جداول اطلاعات هسته‌ای درج می‌کنند. زمانی که (۲۰.۱۳) را در فرمول برایت - ویگنر یعنی رابطه (۱۷.۱۳) قرار دهیم، چنین حاصل می‌شود

$$\sigma = \pi \lambda^2 [E(\text{eV})]^{1/2} \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E - E_R)^2 + (1/4) \Gamma^2}$$

با وارد کردن مقادیر λ و E در انرژی حرارتی 0.025 eV ، رابطه به صورت زیر درمی‌آید

$$\sigma_{th} = 4 \times 10^6 \text{ b} \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E - E_R)^2 + (1/4) \Gamma_\gamma^2} \quad (25.13)$$

که E_R انرژی مربوط به نزدیکترین تشدید است. به منظور تخمین σ_{th} برای يك حالت نمونه با توجه به شکل ۱۵.۱۳ می‌توان قرارداد $\Gamma_{n0} \approx 10^{-4} \bar{D}$ و پایستترین انرژی تشدید را برابر $\bar{D}/2$ گرفت که از آنجا $E - E_R = \bar{D}/2$ خواهد شد. با قرارداد این مقادیر و محاسبه Γ_γ از رابطه (۲۳.۱۳) خواهیم داشت

$$\sigma_{th} \approx \frac{220 \text{ eV}}{\bar{D}} b \quad (\text{نمونه}) \quad (25.13 \text{ الف})$$

این تقریب فقط يك نمونه است و مقدار آن بسته به موقعیت پایستترین انرژی تشدید ممکن است که تغییر کند. اگر در 225 eV تشدید اتفاق افتد و $E - E_R = 0$ باشد، آنگاه رابطه (۲۵.۱۳) چنین به دست می‌دهد

$$\sigma_{th} = 10^4 \bar{D} b / \text{eV}$$

مثلاً اگر $A \approx 110$ و $\bar{D} = 40 \text{ eV}$ باشد، خواهیم داشت $\sigma_{th} = 4 \times 10^5 b$ در صورتی که مقدار نمونه آن بنا بر رابطه (۲۵.۱۳ الف) برابر 6 بارن است. این اختلاف فاحش با ضریبی نزدیک به 10^5 از آنجانب می‌شود که نراز انرژی هسته‌ای که انرژی پراکنجی آن برابر 8 MeV باشد، فقط به اندازه 20 eV یا اینکه فقط به مقدار 25 قسمت در هر 10^6 قسمت تغییر می‌کند! برای کلیه مقاصد عملی می‌توان گفت که وجود سطح مقطعهای بزرگ برای نوترونهای حرارتی در میان هسته‌های سنگین اساساً اتفاقی است. یقیناً امیدی به اینکه بتوانیم به انرژی حالت‌های هسته‌ای با این دقت پی ببریم وجود ندارد.

عادیترین ماده‌ای که سطح مقطع بزرگی برای گیراندازی نوترونهای حرارتی دارد، کادمیم است، زیرا سطح مقطع ایزوتوپ ^{113}Cd برابر $20000 b$ است. به همین دلیل از کادمیم برای جذب نوترونهای حرارتی در رآکتورها و در بسیاری موارد تجربی استفاده می‌شود. هسته‌های بسیاری با σ_{th} بزرگتر وجود دارند (مثلاً برای ^{135}Xe برابر $3 \times 10^6 b$ است) اما تهیه آنها کار آسانی نیست.

از رابطه (۲۵.۱۳ الف) درمی‌یابیم که سطح مقطع گیراندازی نوترونهای حرارتی به نسبت عکس $\bar{D}$ تغییر می‌کند و به همین دلیل در هسته‌های سبک σ_{th} کوچک است. اساساً علت این است که نزدیکترین تشدید در فاصله بسیار دور قرار می‌گیرد و در نتیجه مقدار $(E - E_R)^2$ در مخرج رابطه (۲۵.۱۳) بسیار بزرگ می‌شود. به عنوان مثالهایی از این مورد می‌توان گفت که σ_{th} برای ^1H ، ^9Be ، ^{12}C و ^{16}O به ترتیب برابر با 5×10^{-4} ، 9×10^{-3} ، 3×10^{-2} و 2×10^{-4} بارن است. بنابراین هرگاه که می‌خواهیم از گیراندازی نوترونی جلوگیری کنیم، می‌توانیم از بریلیم، کربن، و آب سنگین استفاده کنیم. یکی از کاربردهای این مورد را در بخش ۶.۱۵ مورد بحث قرار خواهیم داد.

۹.۱۳ واکنشهای هسته مرکب - ناحیه آماری

در بخش ۵.۱۳ دریافتیم که هنگامی که انرژی ذره فرودی چند MeV و یا بیشتر است، پهنای تشدید ازفاصله بین تشدیدها بیشتر می شود و بنابراین سطح مقطع به صورت تابعی آرام و هموار از انرژی مانند شکل ۶.۱۳ (ج) درمی آید. وقتی که تعداد تشدیدهای مربوط به سطح مقطع واکنش در هر انرژی، زیاد باشد، این سطح مقطع به نزدیکی مقدار بیشینه در شکل ۲.۱۳ یا در رابطه (۲.۱۳) می رسد. هسته مرکبی که تشکیل می شود می تواند به چندین طریق از قبیل گسیل نوترون و پروتون و غیره واپاشی کند که هر يك از آنها نه تنها هسته نهایی را در حالت پایه بلکه در حالت های برانگیخته باقی می گذارد، در واقع چون تعداد حالت های برانگیخته زیاد است، شانس هسته نهایی برای اینکه در حالت پایه بر جای بماند بسیار کم است. در این ناحیه بهترین روش ادراک، دریافت آماری است که موضوع این بخش نیز همین است.

بنابراین رابطه (۲.۱۵) آهنگ واپاشی يك هسته مرکب به حالت نهایی i چنین به دست می آید

$$\lambda_i = \lambda_0 \theta_i^2 \varphi_i$$

اگر واپاشی به چندین حالت امکان پذیر باشد، آهنگ کل آن از جمع بندی روی تمام مقادیر i به دست می آید. فرض کنید که هسته مرکب دارای حالتی برانگیخته باشد که اگر گسیل يك نوکلئون هسته را به حالت پایه برگرداند، انرژی نوکلئون گسیلی E_0 باشد. در این بخش فرض می کنیم که E_0 حدود چند MeV است. گسیل نوکلئون می تواند هسته باقیمانده را در حالت های برانگیخته بر جای گذارد و اگر انرژی برانگیختگی این حالت $E - E_0$ باشد، به نوکلئون انرژی E تلقی می گیرد. چون بررسی کنونی ما آماری است، می توان مفهوم چگالی حالتها را که در رابطه با (۳.۴.۵) تعریف شد به کاربرد. در وضعیت کنونی، $\omega(E_0 - E)$ تعداد حالتها در هر واحد انرژی در هسته ای است که انرژی برانگیختگی آن برابر $E - E_0$ است. همچنین $\bar{\theta}^2$ و $\bar{\varphi}$ به صورت متوسط پهنای تبدیل و نفوذ از سد برای گذار به چنین حالت هایی تعریف می شوند. برای واپاشیهای هسته مرکب که در آنها نوکلئونها با انرژی بین E و $E + dE$ خارج می شوند، احتمال در واحد زمان یعنی $\lambda'(E)dE$ با جمع بستن λ_i روی تمام حالت های موجود در گستره انرژی dE به دست می آید. تعداد این حالتها $\omega(E_0 - E)dE$ است و از آنجا داریم

$$\lambda'(E)dE = \lambda_0 \bar{\theta}^2 \bar{\varphi} \omega(E_0 - E) dE$$

از رابطه (۱۵.۱۵) نتیجه می شود که λ_0 متناسب با $E^{1/2}$ است. اگرچه ممکن است قدری سؤال برانگیز باشد اما معمولاً فرض می شود که $\bar{\theta}^2$ مستقل از E است. برای نوترون ها عامل $\bar{\varphi}$ نمایانگر نفوذ از سد تکانه زاویه ای است. با توجه به رابطه (۹.۱۳) بزرگترین مقدار l که به ازای آن φ نزدیک به واحد است تقریباً بر حسب $E^{1/2}$ افزایش می یابد و

مقدار $\bar{q}$ هم به دلایلی کاملاً وابسته به دلایل مذکور برحسب $E^{1/2}$ اضافه می‌شود. بنابراین برای نوترون‌ها (با شاخص n) داریم

$$\lambda'_n(E)dE \cong C' E \omega(E_{\alpha n} - E)dE \quad (\text{نوترون‌ها}) \quad (۲۶.۱۳ \text{ الف})$$

که در آن C' حاصلضرب تمام عوامل مستقل از انرژی است. برای پروتون‌ها $\bar{q}$ شامل یک عامل نفوذ از سد q_p است و از آنجا نتیجه می‌شود

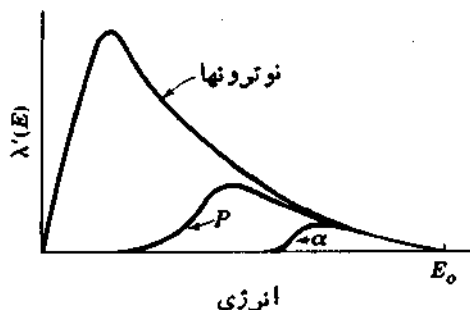
$$\lambda'_p(E)dE \cong C'' E q_p(E) \omega(E_{\alpha p} - E)dE \quad (\text{پروتون‌ها}) \quad (۲۶.۱۳ \text{ ب})$$

نوع دیگر واپاشی هسته‌ای که معمولاً از لحاظ پراثری بودن مورد توجه است، گسیل ذره آلفاست که λ' برای آن از رابطه (۲۶.۱۳ ب) با تبدیل p ها به α ها به دست می‌آید. با بررسی نظری دقیقتر (که در پایان همین بخش آمده است)، برای گسیل هر ذره x خواهیم داشت

$$\lambda'_x(E)dE = C m_x E \sigma_{R_x}(E) \omega(E_{\alpha x} - E)dE \quad (۲۶.۱۳)$$

که m_x جرم و σ_{R_x} سطح مقطع واکنش σ_R برای ذره x است و C یک عامل دیگر مستقل از انرژی است. از رابطه (۲۶.۱۳) درمی‌یابیم که برای نوترون‌ها وابستگی σ_R به انرژی کم است و قبلاً نشان داده شد که در این معادله مقدار σ_R برای ذرات باردار به اندازه نفوذپذیری در سد کولنی تفاوت دارد و بنابراین رابطه (۲۶.۱۳) اساساً با روابط (۲۶.۱۳ الف) و (۲۶.۱۳ ب) مشابه است.

از رابطه (۳۲.۵) چنین درمی‌یابیم که مقدار ω با افزایش انرژی برانگیختگی سریعاً اضافه می‌شود و بنابراین باعث می‌شود که مقدار $\lambda'(E)$ نیز با افزایش E به سرعت افزوده شود. اما بقیه جملات باعث می‌شوند که $\lambda'(E)$ در انرژیهای کم کاهش یابد و در $E=0$ برابر صفر شود. منحنیهای تغییرات $\lambda'(E)$ برحسب E در شکل ۱۲.۱۳ نشان داده



شکل ۱۲.۱۳ طیف انرژی نوترون‌ها، پروتون‌ها، و ذرات آلفای خروجی از هسته‌ای مرکب که انرژی برانگیختگی آن در ناحیه آماری است. این منحنیها با استفاده از رابطه (۲۶.۱۳) به ازای $E_{\alpha n} = E_{\alpha p} = E_{\alpha \alpha}$ به دست آمده است.

شده است. این منحنیها برای E_0 یکسان رسم شده است، درحالی که باید توجه داشت که برای واپاشی هر هسته مرکب مقدار E_0 مربوط به سه ذره خروجی مختلف با هم متفاوت است.

اگر با استفاده از رابطه (۳۵.۵) کمیت $\omega(E_0 - E)$ را بر حسب S بیان کنیم و S را حول مقدار آن در E_0 بسط دهیم، می توانیم منحنیهای مذکور را با نظرانی آشنا مرتبط سازیم

$$S(E_0 - E) = S(E_0) + \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{E_0} (-E) + \dots$$

اگر دومین رابطه (۳۵.۵) را به کار ببریم و نماهای دوطرف رابطه اول (۳۵.۵) را با هم مساوی قرار دهیم خواهیم داشت

$$\omega(E_0 - E) = \omega(E_0) e^{-E/kT(E_0)}$$

این مقدار را در رابطه (۲۶.۱۳) قراردادی دهیم و در این صورت داریم

$$\lambda'_n(E) dE = C'' \sigma_{R_n} E e^{-E/kT} dE \quad (۲۷.۱۳)$$

σ_R برای نوترونها تقریباً ثابت است و بنابراین رابطه (۲۷.۱۳) نتیجه توجیه کلاسیکی رابطه (۲۰.۱۳) است. توزیع انرژی مربوط به نوکلئونهای خروجی از توزیع ماکسول تبعیت می کند. برای پروتونها و ذرات آلفا توزیع ماکسول در انرژیهای پایین، به علت احتمال نفوذ از سد کولنی قطع می شود. این نکته به طور کیفی در شکل ۱۲.۱۳ نشان داده شد است.

حال که اندازه گیریهای از توزیع انرژی ذرات خروجی در واکنشهای هسته ای در دست داریم، می توانیم آنها را در رابطه (۲۶.۱۳) قراردادی و اطلاعاتی در مورد چگالی حالتها، ω ، به دست آوریم. به این ترتیب بود که مقادیری برای پارامترهای روابط (۳۴.۵) و (۳۴.۵ الف) به دست آمد.

آهنگ کل واپاشی برای گسیل نوترون، یعنی λ_n ، از انتگرال زیر منحنی شکل ۱۲.۱۳ حاصل می شود

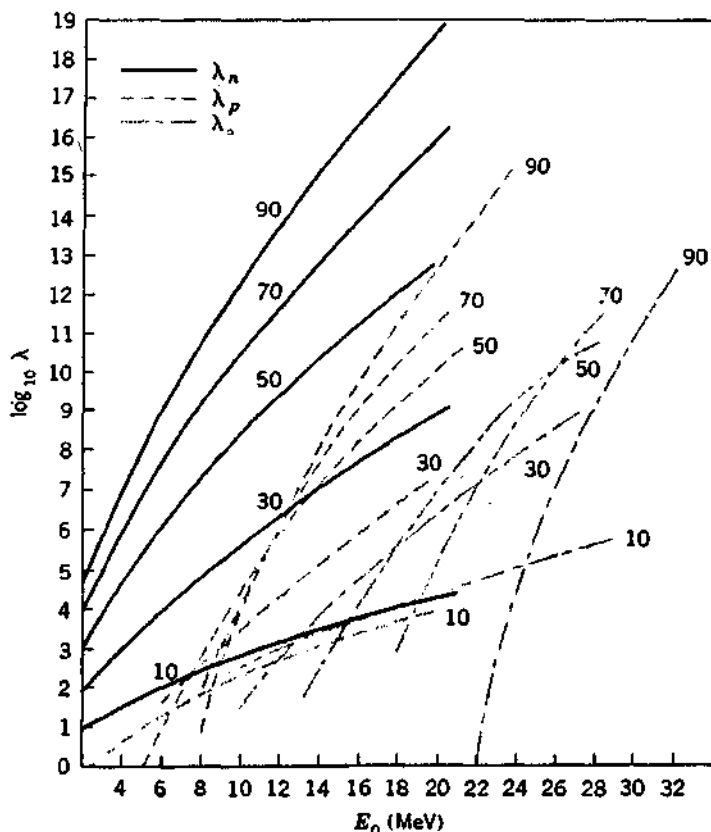
$$\lambda_n(E_0) = \int_0^{E_0} \lambda'_n(E) dE \quad (۲۸.۱۳)$$

برای پروتونها و ذرات α نیز عبارات مشابهی وجود دارند؛ منحنیهای $\lambda(E_0)$ در شکل ۱۳.۱۳ نمایش داده شده است.

آهنگ کل واپاشی یعنی λ_T چنین است

$$\lambda_T = \lambda_n + \lambda_p + \lambda_\alpha \quad (۲۹.۱۳)$$

و احتمال کل واپاشی هسته مرکب از راههای گسیل نوترون، پروتون، و ذره آلفا بدین ترتیب برابر λ_n/λ_T ، λ_p/λ_T ، λ_α/λ_T می‌شود. این مقادیر را می‌توان بسادگی از شکل ۱۳.۱۳ به دست آورد. اگر E_0 برای این سه ذره تفاوت چندانی با هم نداشته باشند این احتمالات با سطوح زیرمنحنیها در شکل ۱۳.۱۳ متناسب خواهند شد. در این شکل واضح است که گسیل نوترونی از صورت‌های دیگر پیشی می‌گیرد. با افزایش عدد اتمی، سد



شکل ۱۳.۱۳ منحنیهای $\lambda_i(E_0)$ برای هسته‌های گوناگون، که از معرف يك نوترون، پروتون، و یازده آلفاست. این منحنیها با استفاده از روابط (۲۸.۱۳) و (۲۶.۱۳) به دست آمده‌اند. برای استفاده از (۲۶.۱۳) مقدار از رابطه (۴.۱۳) و شکل ۴.۱۳ مقدار ω از رابطه (۳۴.۵ الف) و صورت اصلاح شده آن به دست آمده‌اند. اگر هسته نهایی زوج - زوج و A فرد باشد باید قبل از استفاده از این منحنیها E_0 را بر طبق (۳۴.۵ الف) به ترتیب به اندازه 2Δ و Δ کاهش داد. اعدادی که روی منحنیها دیده می‌شوند اعداد اتمی باقیمانده‌اند.

کولنی مانع افزایش سطح زیرمنحنیهای ذرات آلفا و پروتون می شود و به همین دلیل احتمال گسیل نوترونی بیشتر می شود.

سطح مقطع برای يك واکنش هسته ای از حاصل ضرب دو جزء تشکیل شده است، یکی سطح مقطع برای شکلگیری يك هسته مرکب به صورتی که از رابطه (۴.۱۳) و شکل ۴.۱۳ به دست می آید و دیگری احتمال واپاشی هسته مرکب از طریق گسیل ذره مورد نظر به صورتی که در پاراگراف قبل توضیح داده شد. مثلاً سطح مقطع واکنش (n, p) چنین است

$$\sigma(n, p) = \pi(R_0 + \lambda)^2 \frac{\lambda_p}{\lambda_T}$$

و سطح مقطع برای واکنش (p, α) بدین صورت است

$$\sigma(p, \alpha) = \sigma_{Rp} \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_T}$$

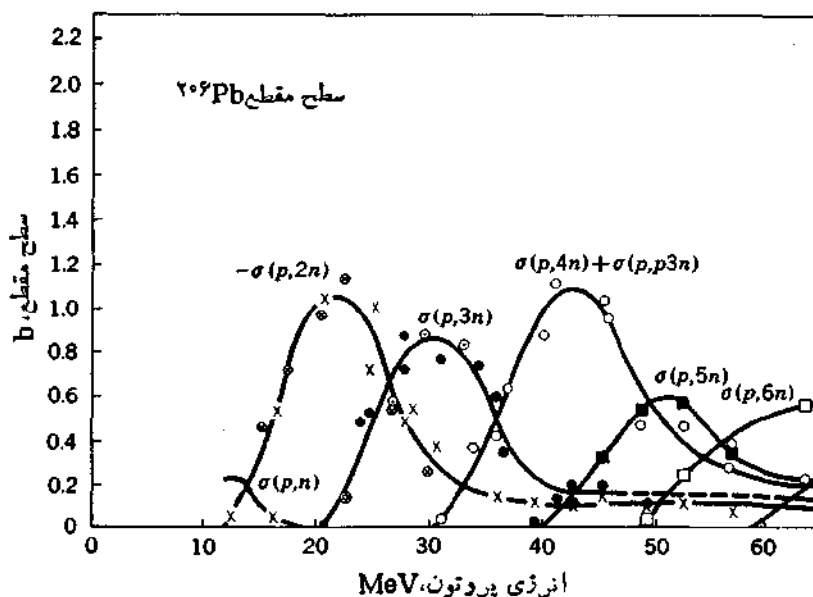
که σ_{Rp} از شکل ۴.۱۳ به دست می آید. برای واکنش (α, n) داریم

$$\sigma(\alpha, n) = \sigma_{R\alpha} \frac{\lambda_n}{\lambda_T} \simeq \sigma_{R\alpha}$$

آخرین مرحله رابطه بالا با این واقعیت که $\lambda_n \gg \lambda_p \gg \lambda_\alpha$ است توجیه می شود، بنابراین از (۴.۱۳) چنین نتیجه می گیریم که $\lambda_T \simeq \lambda_n$ است.

اگر انرژی ذره فرودی زیاد باشد، غالباً پس از خروج اولین ذره هنوز انرژی برانگیختگی به مقدار کافی برای گسیل تعداد بیشتری نوترون وجود دارد. پس از گسیل اولین ذره می توان هسته باقیمانده را به صورت هسته مرکب ثانویه ای فرض کرد و تمام ملاحظات بالا را برای واپاشی آن به کاربرد. بنابراین واکنشهایی چون $(n, \gamma n)$ ، $(p, \gamma n)$ ، $(\alpha, \gamma p)$ ، و غیره رخ خواهند داد. چون نوع واپاشی هسته مرکب ثانویه به انرژی برانگیختگی آن وابسته است و انرژی برانگیختگی به نوبه خود به انرژی نوترون خروجی بستگی دارد، محاسبه سطح مقطع چنین واکنشهایی نیاز به يك انتگرالگیری دو گانه دارد. هرگاه انرژی ذره فرودی به اندازه کافی بالا باشد، گسیل سه، چهار، و یا تعداد بیشتر نوترون از طریق چندین واپاشی متوالی هسته مرکب هم امکان پذیر است. در این صورت، با فرایند تلاشی که در بخش ۶.۸ معرفی شد روبه رو می شویم. به دلایلی که قبلاً گفته شد بیشتر ذرات گسیل شده، بویژه در مورد هسته های سنگین، از نوع نوترون هستند. مثلاً اگر ذره فرودی پروتون باشد، با افزایش انرژی آن، واکنش غالب از صورت (p, n) به صورت های $(p, \gamma n)$ ، $(p, \gamma p)$ ، $(p, \gamma \gamma n)$ ، و غیره تغییر می یابد. مثالی از این مورد در شکل ۴.۱۳ دیده می شود.

دنباله این بخش به تعیین رابطه (۴.۱۳) اختصاص دارد. این قسمت برای دانشجویان پیشرفته است و بدون آنکه خلدهای به پیوستگی مطلب وارد آید می تواند حذف شود. گذار زیر را در نظر می گیریم



شکل ۱۴.۱۳ سطح مقطع برای واکنشهای (p, xn) در هسته ^{208}Pb به صورت تاسیسی از انرژی پروتون.

$$C(E_0 + S_x) \rightarrow X(E_0 - E) + x + E \quad (۳۰.۱۳)$$

این گذار برای هسته مرکب C که انرژی برانگیختگی آن $E_0 + S_x$ است (که S_x انرژی جدایی ذره x است) صورت می‌گیرد که در نتیجه آن هسته نهایی X با انرژی برانگیختگی $E_0 - E$ و همچنین یک ذره x با انرژی خروجی E تولید می‌شود. از رابطه (۱۰.۱۱) می‌توان آهنگ این گذار را به دست راست، برای وقتی که انرژی x بین E و $E + dE$ واقع می‌شود، به صورت $E(dE)$ نمایش داد و چنین به دست آورد

$$\lambda_{-}(E) dE = \frac{\gamma \pi}{h} |M|^2 \omega_x(E_0 - E) \frac{dn_f}{dE} dE \quad (۳۱.۱۳)$$

اما (۳۰.۱۳) به طرف چپ نیز می‌تواند صورت گیرد و آهنگ این گذار که به صورت λ_{-} نمایش داده می‌شود، طبق (۱۰.۱۱) چنین به دست می‌آید

$$\lambda_{-} = \frac{\gamma \pi}{h} |M|^2 \omega_0(E_0 + S_x) \quad (۳۲.۱۳)$$

توجه به این نکته مهم است که اگر H در رابطه (۲.۱۱) عملگر هرمیتی باشد، همان‌طور که

در اغلب موارد فیزیکي چنین است، کمیت $|M|^2$ در روابط (۳۱.۱۳) و (۳۲.۱۳) یکسان خواهد شد. راه دیگر بیان آهنگ پيشروی واکنش (۳۵.۱۳) به سمت چپ بر حسب سطح مقطع σ_{Rx} چنین است

$$\lambda_{-} \propto v \sigma_{Rx}(E)$$

$$\propto \left(\frac{E}{m_x}\right)^{1/2} \sigma_{Rx}(E)$$

با برابر قرار دادن این رابطه با (۳۲.۱۳) و حفظ جملاتی که به E وابسته‌اند، داریم

$$|M|^2 \propto \left(\frac{E}{m_x}\right)^{1/2} \sigma_x(E)$$

از بحثی که به نتیجه (۲.۱۱) منجر می‌شود، خواهیم داشت

$$\frac{dn_f}{dE} dE \propto p^x dp \propto m_x^{3/2} E^{1/2} dE$$

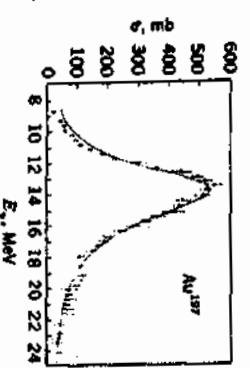
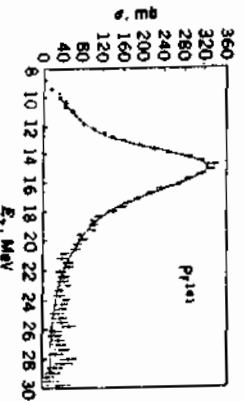
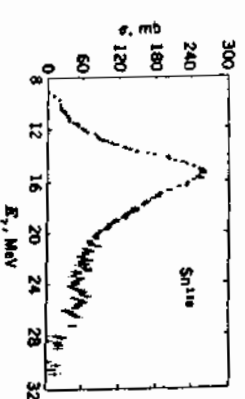
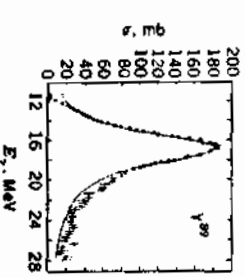
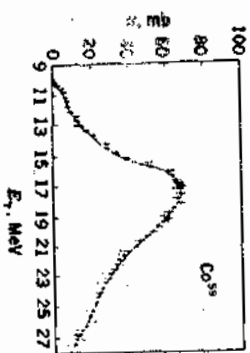
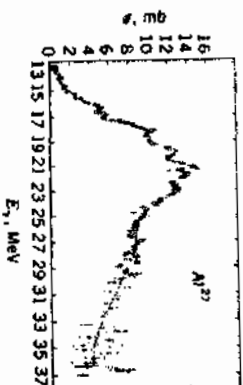
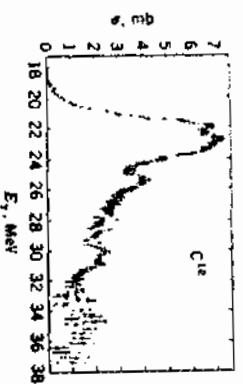
با وارد کردن اینها در رابطه (۳۱.۱۳) حاصل می‌شود

$$\lambda_{-}'(E) dE \propto m_x E \sigma_{Rx}(E) \omega_X(E_0 - E) dE$$

این نتیجه درست همانند رابطه (۲۶.۱۳) است با این تفاوت که E_0 در آنجا به صورت E_{0x} نمایش داده شده است.

۱۰.۱۳ واکنشهای هسته‌ای تولید شده با پرتو گاما

هرگاه هسته‌ای را تحت تابش پرتو گاما قرار دهیم، ممکن است گذارهایی در جهت عکس آنچه برای واپاشی گاما در فصل ۱۲ بیان شد صورت گیرند و سطح مقطع وقوع گذارین دوحالت، همان طور که گفته شد، متناسب با Q^2 و A^2 است. مثلاً اگر انرژی پرتو گاما درست برابر انرژی گذارین حالت پایه و اولین حالت برانگیخته يك هسته زوج-زوج باشد (دقیقاً به علاوه انرژی اضافی لازم برای آنکه به هسته انرژی جنبشی کافی برای جذب تکانه پرتو گاما داده شود)، چنین گذاری امکان پذیر خواهد بود. رابطه (۸.۱۲) نشان می‌دهد که Q^2 مربوط به این گذار بزرگ است و بنابراین سطح مقطع آن نسبتاً بزرگ خواهد بود. برای وقوع این واکنش باید انرژی پرتو گاما در محدوده عدم قطعیتی برابر با پهنای حالتی که برانگیخته می‌شود، دقیق باشد؛ اما از شکل ۱۰.۱۲ و رابطه (۱۱.۱۳) چنین برمی آید که مقدار این انرژی فقط کسری از ۱ eV است. بنابراین با وجود آنکه این واکنش کار بردهایی دارد (بخصوص در فلونودسافی تشدیدي که روشی برای اندازه گیری



شکل ۱۵-۱۳ سطح مقطع واکنشهایی که در اثر پرتو گاما ایجاد شده‌اند برحسب انرژی E_γ و برای هسته‌های متفاوت. عملاً این اطلاعات فقط شامل واکنشهایی است که در آنها نوترون خارج می‌شود مثل (γ, n) ، (γ, p) ، و غیره. اما در اغلب موارد این داده‌ها برای همه واکنشها معتبرند. توجه کنید که اثرات بارز تشدیدهای ناشی از ارتعاش E_1 مربوط به بیش‌کل $(\pi) 10.5$ در سطح مقطعها مشخص شده‌اند.

نیمه عمر گسیل پرتو گاما است و همچنین در اثر موسباوئر که تکنیکی مهم برای اندازه گیری ساختار فوق ریز است و به صورت گسترده در فیزیک حالت جامد به کار می رود، ولی تطبیق انرژی در آن چنان دشوار است که کمتر به چنین واکنشهایی بر می خوردیم.

در انرژیهای بالاتر یعنی وقتی که پهنای حالتیهای انرژی بزرگتر از فاصله بین آنها می شود (یعنی $I > D$)، پرتو گاما با هر انرژی قادر به برانگیزش هسته خواهد بود. به دلایلی که در بخش (۱۰۱۲) ارائه شد، سطح مقطع برای گذارهای E_1 بیشترین مقدار را دارد و بدین ترتیب می توان موجبات نوسانهای دسته جمعی شکل ۱۰۰۵ (ج) را فراهم ساخت. با بحثهایی مشابه آنچه برای به دست آوردن (۸۰۱۲) انجام شد، می توان نشان داد که مقدار Q_1 این گذار بسیار بالاست.

در ساده ترین وضعیت، که نوسان در حالت هسته ای منفرد 1^- انجام می شود، همان طور که گفته ایم انرژی برانگیختگی هسته های سنگین در حدود 14 MeV است اما تعداد حالتیهای 1^- در همان انرژی زیاد است و پیکر بندی شان با حالت نوسانی مخلوط می شود به طوری که تعداد زیادی از حالتیهای 1^- در این ناحیه انرژی شامل قسمتی از حالتیهای نوسانی خواهند بود. در این صورت، برانگیختگی این حالتها توسط پرتو گاما طوری است که سطح مقطع متناسب با بزرگی قسمت نوسانی می شود، یعنی متناسب با کسری از زمان که هسته در آن حالت و در نوسان جمعی است. پس سطح مقطع مربوط به پرتو گاما به صورت تابعی از انرژی آن مانند شکل ۱۵۰۱۳ عمل می کند و مشخصه کلی آن توسط نوسان جمعی تعیین می شود. باید توجه داشت که در شکل ۱۵۰۱۳ همراه با کاهش A انرژی حالت نوسانی 1^- به انرژی بالاتری ارتقا می یابد.

هرگاه هسته پس از برانگیختگی به یکی از این حالتها برود، مثل هر هسته مرکب با انرژی برانگیختگی 14 MeV عمل می کند. محتملترین واپاشی، بر طبق بخش ۹۰۱۳، واکنش (γ, n) است که از طریق گسیل نوترون صورت می گیرد. اگر انرژی هسته باقیمانده آنقدر باشد که یک واکنش دیگر (γ, n) با گسیل نوترون اتفاق افتد، واکنش به صورت $(\gamma, 2n)$ در می آید و غیره. البته واکنشهای (γ, p) ، (γ, α) ، (γ, f) ، و غیره نیز امکان پذیرند.

مسائل

۱۰۱۳ فرض کنید که در داخل یک هسته، نوترونی را با انرژی $E_i (= p_i^2/2M)$ و توزیع ϵ_i و همین طور مؤلفه های متعام e_j و e_k در نظر گرفته ایم (توجه کنید که این یک توزیع ماکسولی است). در خروج نوترون از هسته مؤلفه راستی x به اندازه واحد کاهش می یابد و بنابراین در زمان بیرون آمدن، انرژی آن به صورت $E = (\epsilon_i - 3) + e_j + e_k$ است. با استفاده از تابع توزیع فوق و نمونه برداری از تمام ترکیبات مقادیر صحیح ϵ_i ، e_j و e_k که احتمال وزنشان در نظر گرفته شده باشد، احتمال مقادیر مختلف E را حساب کنید و بعد با مقایسه با رابطه (۱۰۱۳)، $f(E)$ را مشخص کنید.

۲۰۱۳ اگر نوترون فرودی به مدار $X=8$ در شکل ۱۰۱۳ وارد شود، چه برخوردی می‌تواند برانگیخته شوند؟

۳۰۱۳ سطح مقطع واکنشهای (p, n) که توسط پروتونهای 8MeV در هسته Sn صورت می‌گیرند چقدر است؟

۴۰۱۳ نمودار تغییرات سطح مقطع واکنش بر حسب تغییرات انرژی را در گستره ۱ تا 20MeV برای هسته‌های Cu ، Sn ، Pb و Al رسم کنید.

۵۰۱۳ اگر نوترونهای 10MeV در ^{62}Cu واکنشهای هسته‌ای ایجاد کنند، بزرگترین مقدار که محتملترین ورود به هسته را نتیجه می‌دهد چقدر است؟

۶۰۱۳ مسافت آزاد میانگین در داخل هسته برای نوکلئونهای 10eV و 30MeV چقدر است؟ این اعداد را با شعاع یک هسته متوسط مقایسه کنید.

۷۰۱۳ در یک هسته، تشدید نوترونی در 80eV رخ می‌دهد و تشدید دیگری در نزدیکی آن به وقوع نمی‌پیوندد. برای تشدید 80eV داریم $\Gamma_\alpha = 5\text{eV}$ ، $\Gamma_\gamma = 1\text{eV}$ ، $\Gamma_e = 3\text{eV}$ و بقیه Γ ها قابل صرف نظر هستند. سطح مقطع برای واکنشهای (n, γ) و (n, α) در 85eV چقدر است؟

۸۰۱۳ نسبت ^{14}C به ^{12}C در یک شیء چوبی یک دهم مقداری است که چوب تازه بریده شده نشان می‌دهد. قدمت آن چقدر است؟

۹۰۱۳ ضخامت ورقه‌ای از جنس کادمیم طبیعی چقدر باشد تا شار نوترونهای گرمایی را به اندازه $1/100$ کاهش دهد؟

۱۰۰۱۳ اگر D از بخش ۱۱.۵ و انرژی برانگیختگی از جدول پ. ۳ به دست آید، برای نوترونهای فرودی بر ^{116}Sn مقدار $\Gamma_{n,0}$ را بیابید. پهنای یک حالت نمونه در 50eV چقدر است؟

۱۱۰۱۳ یک واکنش (n, p) که توسط نوترونهای 15MeV در Sn صورت می‌گیرد به اندازه 2MeV گرماگیر است. یعنی می‌دانیم $E_{n,0} = 15\text{MeV}$ و $E_{p,0} = 13\text{MeV}$ است. سطح مقطع این واکنش را تخمین بزنید.

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

Ajzenberg-Selove, F : *Nuclear Spectroscopy*, Academic, New York, 1960.

Endt, P. M., and M. Demeur: *Nuclear Reactions*, Interscience,

New York, 1959.

Hughes, D. J.: *Pile Neutron Research*, Addison-Wesley, Cambridge, Mass., 1953.

Nuclear Data, periodical published by Academic Press, New York.

Segre, E.: *Experimental Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1953.

Siegbahn, K.: *Alpha, Beta, and Gamma Ray Spectroscopy*, North-Holland, Amsterdam, 1965.

واکنشهای هسته‌ای: واکنشهای مستقیم

واکنش هسته مرکب که در فصل گذشته مورد بحث قرار گرفت فراوانترین نوع واکنشهای هسته‌ای است که توسط ذرات کم انرژی ایجاد می‌شود و بدین لحاظ در کار بردهای عملی بسیار مهم است. اما اطلاعاتی که از این واکنش راجع به خود هسته به دست می‌آید بسیار ناچیز است. در واقع این واکنش پیشرفت نظریه ساختار هسته را به مدت يك دهه به تعویق انداخت. زمانی که در اواسط دهه ۱۹۳۵ به وجود تشدید پی برده شد، چنین برداشت شد که قبل از آنکه نوکلئون کسر کوچکی از يك مدار را دور بزنند برخورد صورت می‌گیرد (بخش ۲.۱۳). فرض شد که این نتیجه به همین صورت در مورد هسته‌هایی که در حالت پایه قرار دارند صادق است و بنابراین وضعیت بیشتر شبیه به شکل ۱۰.۴ (ب) است تا به شکل ۱۰.۴ (الف). به همین دلیل در سال ۱۹۳۶ کلیه تلاشها برای به کار گیری نظریه پسته‌ای به اوج خود رسید و تا سال ۱۹۴۹ کاهشی در آن مشاهده نشد. بسادگی می‌توان تصور کرد که چه مشکلاتی در فصل ۵ می‌توانستیم داشته باشیم اگر سه حالت 0^+ در ^{18}O با هزاران حالت هسته‌ای که در گستره انرژی ۵ تا 10 MeV قرار می‌گیرند مخلوط می‌شدند و هیچ راهی برای تشخیص مدارها و تمایز انرژی آنها در دسترس نبود. خطا در عدم درک این نکته بود که گستره انرژی W که در آن درهم آمیختگی رخ می‌دهد با کاهش انرژی کم می‌شود، یعنی همان چیزی که در شکل ۵.۱۳ نمایان است. البته به این نکته هم باید توجه داشت که در آن زمان مفهومی از W در دسترس نبود.

ممکن است تصور شود که با افزایش انرژی، فایده واکنشهای هسته‌ای برای روشن ساختن ساختار هسته‌کاستی می‌پذیرد چرا که در این حالت W بزرگتر می‌شود. اما مشخصاً چنین نیست. با افزایش انرژی بمباران، اهمیت واکنشهای مستقیم بیشتر می‌شود و همان گونه که خواهیم دید این واکنشها در روشن ساختن ساختار هسته نقشی اساسی داشته‌اند. موضوع بحث این فصل نیز در این زمینه است.

۱.۱۴ سازوکارهای واکنشهای مستقیم

بگذارید بحث را با توضیح سازوکارهای اصلی در واکنشهای مستقیم آغاز کنیم. این سازوکارها را از طریق مثالهایی ساده به قرار زیر معرفی می‌کنیم:

۱. نوکلئون فرودی به هسته وارد می‌شود و پس از برخوردی که طی آن مقداری انرژی از دست می‌دهد از هسته خارج می‌شود.
۲. نوکلئون فرودی به هسته وارد می‌شود و برخوردی صورت می‌دهد که در نتیجه آن بیشتر انرژی به نوکلئونی که مورد اصابت قرار گرفته منتقل می‌شود و سپس همین نوکلئون از هسته خارج می‌شود.
۳. ذره فرودی تا آن حد نزدیک می‌شود که نیروهایی که بر نوکلئونهای هسته وارد می‌آورد هسته را به ارتعاش وامی‌دارد، و یا اینکه اگر هسته غیر کروی باشد آن را به دوران در می‌آورد. ذره فرودی در اثر برهم‌کنش منحرف می‌شود، ولی همچنان به راه خود ادامه می‌دهد.
۴. یک پروتون به هسته وارد می‌شود و از طریق مبادلهٔ مزون با خود در با یکی از نوترونهای هسته تعویض می‌کند و سپس به صورت یک نوترون خارج می‌شود.
۵. نوکلئون فرودی تا آن حد به هسته نزدیک می‌شود که یک نوکلئون از سطح هسته می‌گیرد و این دو به صورت یک دوترون خارج می‌شوند.
۶. دوترون فرودی به قدری به هسته نزدیک می‌شود که یکی از نوکلئونهای آن وارد هسته می‌شود، اما نوکلئون دیگر در حالی که قدری از مسیر منحرف شده است، به راهش ادامه می‌دهد.

این نکته در تمام این مثالها مشترک است که زمان برهم‌کنش از مرتبهٔ زمان لازم برای پیمودن قطر هسته توسط ذره فرودی است، این زمان به عنوان نمونه در حدود 3×10^{-22} s است. این واقعیت که این زمان بسیار کوتاهتر از زمان لازم برای واکنشهای هسته‌ای مرکب است، اساس اختلاف بین این دو فرایند است. خصوصیت مشترک دیگر در مثالهای فوق این است که هیچ سازوکاری که در طی آن جهت تکانهٔ ذره فرودی به مقدار زیاد تغییر نکند وجود ندارد. در هستهٔ مرکب، به علت برخورد های متوالی و از آن مهمتر به دلیل بازتابهای متوالی از سطح هسته به درون آن، جهت مزبور تغییر می‌کند و بنا بر این توزیع زاویه‌ای ذرات گسیل

شده اساساً یکنواخت است. در واکنشهای مستقیم، تعداد برخوردها کم است و انعکاسی صورت نمی‌گیرد، به همین دلیل مسیر اولیه ذره فرودی بیشترین تأثیر را بر مسیر ذرات خروجی دارد. به بیان معمولی باید گفت که توزیع زاویه‌ای ذرات خروجی در جهت رو به جلو دارای مقدار بیشینه است.

احتمال مثالهای ۱ و ۲ بسیار کمتر از آن است که کسی در نظر اول تصور کند. هرگاه یک نوکلئون با انرژی 20 MeV به هسته وارد شود انرژی جنبشی آن به 70 MeV افزایش می‌یابد ($E = 20\text{ MeV}$ و $V \approx -50\text{ MeV}$ ، بنا بر این $E - V = 70\text{ MeV}$ ؛ نوکلئون مزبور تحت تأثیر نیروی متوسطی که به پیش‌بینی پتانسیل نظریه پسته‌ای به وسیله نوکلئونهای هسته وارد می‌شود قرار می‌گیرد و شتاب می‌گیرد) غالباً نوکلئونهایی که با نوکلئون فرودی برخوردهایی نظیر آنچه در بخش ۲.۱۳ گفته شد صورت می‌دهند دارای انرژی بین ۳۰ تا 40 MeV هستند و بنا بر این به طور متوسط نوکلئون در هر برخورد حدود 17 MeV انرژی از دست می‌دهد و برای خودش و نوکلئون که به آن برخورد کرده فقط 3 MeV بیش از مقدار لازم برای رهایی‌شان باقی می‌گذارد. بنا به رابطه (۱۴.۱۰) برای نوکلئونهایی با این انرژی در صورتی که از نوع نوترون $l = 0$ باشند، زمانی در حدود $2 \times 10^{-22}\text{ s}$ لازم است تا بتوانند در اثر بازتابهایی که در سطح هسته رخ می‌دهد رهایی یابند. اگر همان گونه که غالباً اتفاق می‌افتد این نوکلئونها تکانه زاویه‌ای داشته باشند، (یعنی مؤلفه سرعت آنها در راستای θ مقداری قابل توجه باشد) و یا اگر پروتون باشند، چون نوکلئون باید از سدهایی هم نفوذ کند بنا بر این مدت بیشتری طول می‌کشد. اگر طبق شکل ۵.۱۳، $W \approx 3\text{ MeV}$ باشد، بنا به رابطه (۱۰.۱۳) متوسط زمان بین برخوردها برابر $2 \times 10^{-22}\text{ s}$ است و بنا بر این حتی برای نوترونهای $l = 0$ هم احتمال آنکه قبل از خروج برخوردهایی صورت گیرد زیاد است. اگر برخورد ثانویه‌ای اتفاق افتد معمولاً انرژی کافی برای رهایی نمی‌ماند و هسته‌ای مرکب تشکیل می‌شود. اگر در اولین برخورد برای یک نوکلئون بیش از 3 MeV انرژی باقی بماند، زمان لازم برای قرار بنا به رابطه (۱۴.۱۰) بایستی متناسب با $E^{-1/2}$ کاهش یابد. اما با افزایش انرژی بر مقدار W افزوده می‌شود و برخوردها محتمل‌تر می‌شوند. بنا بر این با افزایش انرژی شانس رهایی یک نوکلئون بدون اینکه برخوردی صورت دهد سریعاً اضافه نمی‌شود. البته در انرژیهای به حد کافی بالا می‌توان از بازتاب در سطح هسته چشمپوشی و در این صورت بسادگی در سدها نفوذ کرد. بنا بر این در انرژیهای بالاتر از 50 MeV واکنشهای مستقیمی همانند مثالهای ۱ و ۲ از تشکیل ساده هسته مرکب مهم‌تر می‌شوند. واکنشهای مستقیم در محدوده انرژی فرودی بین 10 MeV تا 30 MeV نیز نقش دارند، اما در این صورت نوکلئونهای خروجی تنها به ناحیه کم انرژی طیف انرژی ذرات خروجی تعلق خواهند داشت. در این ناحیه همان گونه که در شکل ۱۲.۱۳ نیز نمایان است واکنشهای هسته مرکب به شدت صورت می‌گیرند، بنا بر این اثرات واکنشهای مستقیم را فقط به طور مبهم می‌توان از روی توزیع زاویه‌ای که به سمت جلو دارای قله شده است تشخیص داد.

این وضعیت در تضاد کامل با وضعیتی است که در واکنشهای از نوع مثالهای ۳ تا ۶

که در ابتدای بخش ذکر شد، اتفاق می‌افتد. در آن حالات کمترین مزاحمت برای هسته ایجاد می‌شود و هسته‌ها تمایل زیادی به قرار گرفتن در حالتی برانگیخته بسا انرژی پایین دارند. چون شانس زیادی برای درک ساختار چنین حالتی وجود دارد، تلاش و توجه بسیاری به استفاده از این واکنشهای مستقیم در مطالعات کمی مربوط به ساختار هسته در انرژیهای پایین مبذول شده است. قسمت عمده بحث فصول ۴ تا ۶ درباره توسعه و تحکیم واقعیات تجربی مربوط به این مطالعات بوده است.

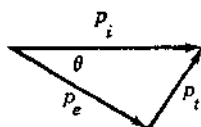
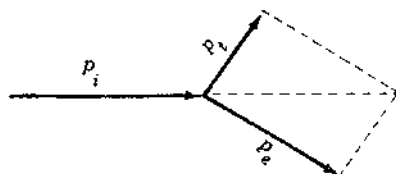
مثال ۳ که واکنشی مستقیم از نوع پراکندگی ناکشسان است، بوضوح روشی مناسب برای مطالعه حالتی نوسانی و دورانی هسته‌ها به دست می‌دهد و به طور گسترده‌ای برای این منظور به کار رفته است. مثال ۴ که پراکندگی هیادله باد نامیده می‌شود روشی برای مطالعه حالات قیاسی ایزو بار و پدیده‌های وابسته به آن فراهم می‌سازد. مثالهای ۵ و ۶ واکنشهای انتقالی نامیده می‌شوند چون زمانی که ذره فرودی از هسته عبور می‌کند نوکلئونها از یکی به دیگری منتقل می‌شوند. مثال ۵ به عنوان واکنش قاپ‌زنی شناخته می‌شود و واکنش ۶ به دلیل اینکه در نتیجه آن نوکلئونهای از ذره فرودی جدا می‌شوند، واکنش پرکنی نامیده می‌شود. واکنشهای قاپ‌زنی و پرکنی بسیار متنوعتر از مثالهای ۵ و ۶ هستند. در میان واکنشهای قاپ‌زنی يك نوکلئونی که تاکنون مطالعه شده نه تنها واکنشهای (d, p) و (d, n) که نظیر مثالهای ۵ و ۶ هستند وجود دارند بلکه واکنشهای از قبیل (t, d) ، $(^3\text{He}, d)$ ، $(\alpha, ^3\text{He})$ ، (α, t) ، $(^{13}\text{C}, ^{13}\text{C})$ ، و غیره نیز دیده می‌شوند. چندین آزمایش با واکنشهای قاپ‌زنی دو نوکلئونی صورت گرفته است که واکنشهای (t, p) ، (t, n) ، $(^3\text{He}, p)$ ، (α, d) ، $(^6\text{Li}, \alpha)$ ، $(^{16}\text{O}, ^{14}\text{N})$ از جمله آنهاست. واکنشهای قاپ‌زنی سه نوکلئونی نظیر (α, p) و چهار نوکلئونی نظیر $(^6\text{Li}, d)$ و $(^7\text{Li}, t)$ و پنج نوکلئونی نظیر $(^7\text{Li}, d)$ و غیره نیز مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. در تمام این حالات، واکنشهای معکوس قاپ‌زنی هم مورد مطالعه قرار گرفته است، در بخشهای آینده خواهیم دید که چگونه بعضی از این واکنشهای مستقیم را برای حصول اطلاعاتی در مورد ساختار هسته به کار می‌گیرند.

۲.۱۴ توزیع زاویه‌ای ذرات گسیل شده در واکنشهای مستقیم

یکی از ویژگیهای واکنشهای مستقیم رابطه بین تکانه زاویه‌ای انتقالی در واکنش و توزیع زاویه‌ای ذرات گسیل شده است. برای فهم این مطلب به شکل ۱.۱۴ توجه کنید. p_i یعنی تکانه ذره فرودی باید برابر مجموع برداری تکانه ذره گسیل شده یعنی p_e و p_f یعنی تکانه انتقالی به هسته هدف باشد. رابطه مثلثاتی برای p_f چنین است

$$p_f^2 = p_i^2 + p_e^2 - 2p_i p_e \cos \theta$$

اگر $p_i = p$ و $p_e = p - \delta$ باشد، رابطه بالا چنین می‌شود



شکل ۱۰۱۴ نمودار برداری تکانه که نمایانگر تکانه انتقالی p_e به عنوان اختلاف برداری بین تکانه‌های p_i ذره فرودی و p_e ذره خروجی است.

$$p_i^2 = 2p^2(1 - \cos\theta) \left(1 - \frac{\delta}{p}\right) + \delta^2$$

$$= p^2 \left[\theta^2 \left(1 - \frac{\delta}{p}\right) + \left(\frac{\delta}{p}\right)^2 \right]$$

در رابطه اخیر از بسط $\cos\theta$ به ازای زاویه کوچک θ استفاده شده و فقط اولین جمله بسط در نظر گرفته شده است. با حل کردن این معادله برای θ^2 خواهیم داشت

$$\theta^2 = \frac{(p_i/p)^2 - (\delta/p)^2}{1 - \delta/p} \quad (10.14)$$

مقدار تکانه زاویه‌ای مداری انتقالی یعنی $\hbar\sqrt{l_i(l_i+1)}$ از لحاظ کلاسیک برابر با $\mathbf{r} \times \mathbf{p}_i$ است و باید مساوی یا کمتر از $R'p_i$ شعاعی است که بیشتر واکنشها در آن رخ می‌دهند. بنابراین مقدار کمینه p_i چنین است

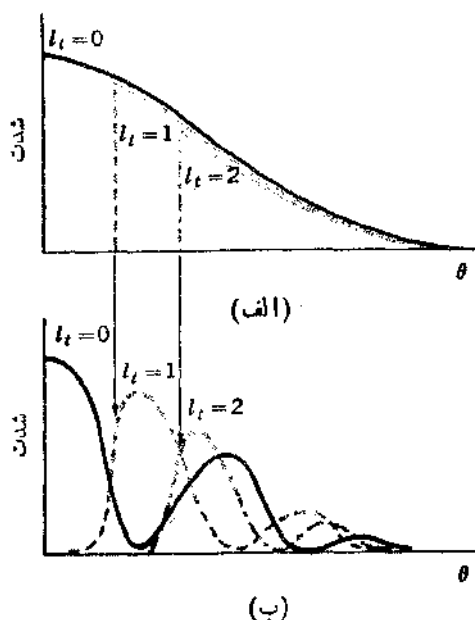
$$p_i \geq \frac{\hbar\sqrt{l_i(l_i+1)}}{R'} \quad (20.14)$$

با جاگذاری (20.14) در (10.14) خواهیم داشت

$$\theta^2 \geq \frac{(\hbar/R')^2 l_i(l_i+1) - (\delta/p)^2}{1 - \delta/p} \quad (30.14)$$

در فرمول اخیر از رابطه آشنای $\hbar = \hbar/p$ استفاده کرده‌ایم.

قبلاً متوجه شدیم که توزیع زاویه‌ای ذرات خروجی در واکنشهای مستقیم در جهت جلو متمرکز شده است و این نکته در شکل ۲۰۱۴ (الف) در منحنی مربوط به $l_i = 0$ نمایان



شکل ۲.۱۴ برآورد اولیه توزیعهای زاویه‌ای در واکنشهای مستقیم. در شکل بالاتر توزیع زاویه‌ای اصلی که با $l_t = 0$ نمایش داده شده است قله‌ای به سمت جلو دارد. برای $l_t = 1, 2, \dots$ قسمت‌های فزاینده‌ای از ناحیه زوایای کوچک به خاطر برقراری پیوستگی تکانه زاویه‌ای حذف می‌شوند. به دلیل اثرات موجی، توزیعهای زاویه‌ای شکل بالا به شکل پایین تبدیل می‌شوند.

است. اگر این منحنی توزیع زاویه‌ای برای حالت $l_t = 0$ باشد، از رابطه (۳.۱۴) نتیجه می‌گیریم که تفاوت توزیع زاویه‌ای حالت $l_t = 1$ با حالت $l_t = 0$ در این است که قسمت مربوط به زوایای کوچک برداشته شده است. بنا براین در تقریب اول توزیع زاویه‌ای شبیه به منحنی است که با $l_t = 1$ مشخص شده است. برای $l_t = 2$ از رابطه (۳.۱۴) نتیجه می‌شود که قسمت بیشتری از ناحیه مربوط به زوایای کوچک از میان می‌رود که این نکته در منحنی $l_t = 2$ نشان داده شده است، برای l_t های بزرگتر نیز وضع به همین صورت است. چون این توزیعهای زاویه‌ای از برهم‌نهی امواجی که از تمام قسمت‌های هسته می‌آیند نتیجه می‌شوند، انتظار داریم که اثرات تداخلی منجر به تشکیل نقشی شبیه به نقش پراش و به صورت تغییرات نور شوند. این تغییرات با توزیعهای زاویه‌ای اصلی شکل ۲.۱۴ (الف) ترکیب می‌شوند و نتایجی تا حدودی شبیه به شکل ۲.۱۴ (ب) حاصل می‌شوند. اولین پیشینه مربوط به توزیع زاویه‌ای رخ می‌دهد که قدری از آنچه رابطه (۳.۱۴) پیش‌بینی می‌کند بزرگتر است.

توزیعهای زاویه‌ای شکل ۲.۱۴ (ب) را می‌توان با استفاده از تقریب بورن برای موج تخت PWBA بر پایه‌ای نیمه کمی بنا نهاد. نشان خواهیم داد که این تقریب، توزیع زاویه‌ای $I(\theta)$ را به صورت زیر به دست می‌دهد

$$I(\theta) \propto [j_{l_i}(qR')]^2 \quad (۴.۱۴)$$

l_i تابع کروی بسل از مرتبه l_i است که مقادیر آن را می‌توان از جدول به دست آورد، همچنین $q = p_i/\hbar$ است که با استفاده از رابطه (۱.۱۴) به صورت تابعی از θ به دست می‌آید. مقادیر qR' مربوط به اولین بیشینه عبارت (۴.۱۴) به صورت C_l در جدول ۱۰.۱۴ نوشته شده‌اند. زاویه‌ای که به ازای آن مقادیر مذکور حاصل می‌شوند با برابر قرار دادن p در رابطه (۱.۱۴) با $q = \hbar C_l/R'$ ، به صورت زیر به دست می‌آید

$$\theta^2 = \frac{C_l^2 (\pi/R')^2 - (\delta/p)^2}{1 - \delta/p} \quad (۵.۱۴)$$

با مقایسه رابطه اخیر با رابطه (۳.۱۴) نتیجه می‌گیریم که اگر C_l «اندکسی بزرگتر» از $[l_i(l_i+1)]^{1/2}$ باشد، رابطه (۵.۱۴) با نتیجه‌ای که در بند قبلی گرفته شد سازگار خواهد بود. در جدول ۱۰.۱۴ این مقادیر با هم مقایسه شده‌اند؛ مشاهده می‌شود که زاویه مربوط به اولین بیشینه در حدود ۳۵ درصد از آنچه رابطه (۳.۱۴) پیش‌بینی می‌کند بزرگتر است و این بخوبی در همان محدوده‌ای است که انتظار می‌رود. در استفاده از رابطه (۴.۱۴) معمول است R' را طوری انتخاب می‌کنند که با داده‌ها تطبیق کند. تنها یک مقدار برای R' به صورتی انتخاب می‌شود که تفاوت زیادی با شعاع هسته نداشته باشد و برای تمام مقادیر l_i با داده‌ها مطابقت کند.

در حالی که روش محاسبه PWBA معمولاً به حدی دقیق است که می‌تواند مکان اولین و شاید دومین بیشینه را به دست دهد اما مطابقت دقیقی با توزیع زاویه‌ای ندارد و در

جدول ۱۰.۱۴ مقادیر qR' برای C_l با اولین بیشینه رابطه (۴.۱۴) که با مقادیر $[l_i(l_i+1)]^{1/2}$ مقایسه شده‌اند.

l_i	۰	۱	۲	۳	۴	۵
C_l	۰	۲.۱۱۰	۳.۲۳۵	۴.۲۵۰	۵.۱۶۵	۶.۰۲۵
$[l_i(l_i+1)]^{1/2}$	۰	۱.۴۱	۲.۲۴۵	۳.۲۴۶	۴.۲۴۷	۵.۲۴۸
نسبت		۱.۴۹	۱.۳۷	۱.۳۰	۱.۲۲۶	۱.۲۲۴

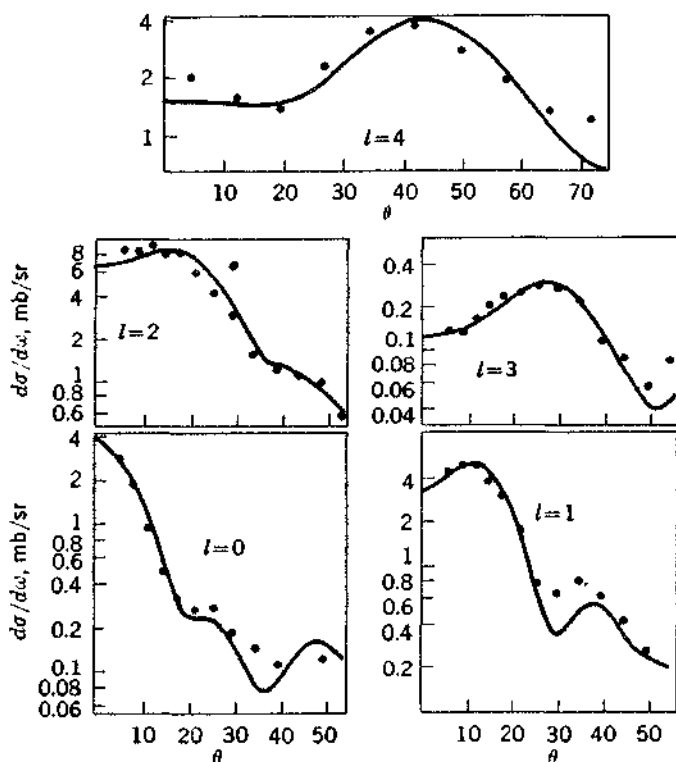
پیش‌بینی سطح مقطع مطلق کاملاً با شکست مواجه می‌شود. مشکل این است که در PWBA فرض می‌شود که تنها برهم‌کنش موجود همان است که واکنش را به وجود می‌آورد. بدین ترتیب از دیگر اثرات پتانسیلهای هسته‌ای و کوئلنی چشمپوشی می‌شود، در حالی که همان طور که در بخش ۳.۱۳ گفته شد پراکندگی یا جذب ذره زمانی ممکن می‌شود که ذره آنقدر به هسته نزدیک شود که قادر به واکنش باشد. اما در تقریب بورن برای موج تغییر شکل یافته DWBA این مشکل بدین صورت برطرف شده است که ذرات فرودی و خروجی همواره تحت تأثیر پتانسیل مدل اپتیک در نظر گرفته می‌شوند. تقریب DWBA مستلزم محاسبات گسترده‌ای است که تنها با کامپیوتر انجام شدنی است اما نتیجه محاسبه چنان است که بدون استفاده از پارامتر شعاعی دلخواه مانند R' در رابطه (۴.۱۴) می‌توان سطح مقطع را به صورت تابعی از زاویه دقیقاً پیشگویی کرد.

در شکل ۳.۱۴ نمونه‌ای از توزیعهای زاویه‌ای در واکنشهای مستقیم، توزیع زاویه‌ای پروتونهای مربوط به واکنشهای (d, p) که با استفاده از تابش دوترون ^{15}MeV بر ^{58}Ni صورت می‌گیرد و به حالت‌های مختلف ^{58}Ni می‌انجامد، نمایش داده شده است؛ انرژی پروتونهای خروجی در حدود 21MeV است ($\delta/p \approx 0.16$). با استفاده از رابطه (۵.۱۴) و با در نظر گرفتن اینکه $R' = 8.1\text{f}$ است، پیش‌بینی می‌شود که اولین بیشینه برای حالات $l_1 = 0, 1, 2, 3, 4$ به ترتیب در زوایای $5, 13, 19, 30, 45^\circ$ واقع شود. از شکل ۳.۱۴ درمی‌یابیم که این پیشگوییها دقیقاً با داده‌ها مطابقت دارند. خطوط شکل نتیجه محاسبات DWBA هستند. این خطوط حداقل در زوایای جلویی (کمتر) دقیقاً و بخوبی با داده‌ها وفق می‌دهند. از محاسبات DWBA چنین برمی‌آید که اگرچه واکنشها در دامنه وسیعی از مقادیر شعاعی امکان‌پذیرند، اما عملاً واکنشها در ناحیه کلی $R' = 8.1\text{f}$ رخ می‌دهند. محاسبات DWBA علاوه بر تعیین توزیع زاویه‌ای، سطح مقطع مطلق σ_{DWBA} را نیز با فرض اینکه مدل تغییر ساختار هسته به صورتی ساده باشد مشخص می‌سازند. مثلاً در واکنش (d, p) تغییر بدین صورت است که نوترون انتقالی بدون آنکه مزاحمت دیگری برای هسته ایجاد کند، به یکی از مدارهای شکل ۵.۴ می‌رود. در حالت کلی سطح مقطع به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\sigma = \sigma_{\text{DWBA}} S \quad (6.14)$$

که در آن S عاملی است که نشان می‌دهد مدلی که در محاسبات به کار گرفته شده تا چه حد با تغییر ساختار هسته مطابقت داشته است. این موضوع به تفصیل در بخشهای آینده مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۱. باید توجه داشت که این مقدار در خارج از چاه پتانسیل هسته‌ای واقع می‌شود اما تا بیعوجهای نوکلئونهایی که کم مقید هستند در خارج از چاه گسترش می‌یابند؛ مثالی از این مورد در شکل ۱.۳ نمایش داده شده است.



شکل ۳.۱۴ توزیع زاویه‌ای پروتونهای حاصل از واکنش (d, p) در واکنش دوترونهای ۱۵ MeV با هدف ^{59}Ni که به حالت‌های مختلف ^{59}Ni و انتقال‌های گوناگون تکانه زاویه‌ای مداری l منجر می‌شود. منحنیها نتایجی از محاسبات DWBA هستند. داده‌های حالت $l=4$ مربوط به واکنش ایجاد شده توسط دوترونهای ۱۲ MeV هستند.

دردناله این بخش، روشی برای به دست آوردن رابطه (۴.۱۴) با توزیع زاویه‌ای که به روش DWBA تعیین می‌شود و همچنین چند نکته در مورد محاسبات DWBA مطرح خواهند شد. این قسمت فقط برای دانشجویان پیشرفته قابل درک است و بدون هیچ خدشه‌ای به پیوستگی مطلب می‌توان آن را حذف کرد. اگر فرض کنیم ذرات فرودی (i) و ذرات خروجی (e) برهم کنش دیگری با هسته نداشته باشند، می‌توان آنها را چه بعد از واکنش و چه قبل از آن به کمک امواج تخت نمایش داد و از آنجا تابع موج جهانی کلی ابتدایی I و انتهای F را به صورت زیر به دست آورد

$$\Psi_I = \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i) \psi_I \quad (۷.۱۴)$$

$$\Psi_F = \exp(i\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r}_e) \psi_F$$

که در آن ψ_i و ψ_f تابع موجهای داخلی به ترتیب برای هسته ابتدایی (هدف به اضافه ذره فرویدی i) و هسته نهایی (هسته باقیمانده به اضافه ذره خروجی e) هستند. از رابطه (۱۰.۱۱) چنین نتیجه می‌شود که آهنگ انتقال با حاصلضرب مربع عنصر ماتریس یعنی T_{IF} ، در dn_f/dE متناسب است. در بخش ۱۰.۱۱ دیدیم

$$dn_f \propto p_e^2 dp_e \propto p_e dE$$

که در آن E انرژی ذره خروجی است. پس داریم $dn_f/dE \propto p_e$ و در نتیجه این نسبت تابعی از θ نیست. در این صورت توزیع زاویه‌ای از عنصر ماتریس زیر که از رابطه (۲۰.۱۱) نتیجه گرفته ایم به دست می‌آید

$$T_{IF} = \int \Psi_F^* V \Psi_I d\tau \quad (۸.۱۴)$$

V را به صورت پتانسیلی با برد صفر در نظر می‌گیریم، یعنی فقط زمانی تأثیر داشته باشد که i و e در یک نقطه باشند و برای ساده کردن محاسبات فرض می‌کنیم که فقط در یک شعاع منحصر به فرد R' عمل می‌کند؛ بنابراین

$$V = V_0 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_e) \delta(r_i - R') \quad (۹.۱۴)$$

با قراردادن (۷.۱۴) و (۹.۱۴) در (۸.۱۴) خواهیم داشت

$$T_{IF} \propto V_0 \int \exp[i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}')] \psi_F^* \psi_I d\tau \quad (۱۰.۱۴)$$

که در آن داریم

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_e = \frac{\mathbf{p}_i}{\hbar}$$

می‌توان از بسط ریاضی زیر استفاده کرد

$$\exp[i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}')] = \sum_l i^l \sqrt{\frac{2\pi}{l+1}} j_l(qR') Y_{l,0}(\alpha, \phi)$$

که در آن برای پیشگیری از اشتباه، α را برای نمایش متغیر زاویه‌ای هسته که معمولاً به صورت θ نمایش داده می‌شود به کار برده‌ایم. جملات مختلف در این بسط نمایانگر مؤلفه‌های تکانه زاویه‌ای l در موج تختی با تکانه خطی $\hbar q = p_e$ هستند؛ پس l های مزبور را باید به صورت l_e در نظر گرفت. اگر پاستگی تکانه زاویه‌ای فقط l_e را مجاز بشمارد، فقط آن جمله از بسط در فرایند گذار مؤثر است. وقتی آن را در رابطه (۱۰.۱۴) قرار دهیم و انتگرالگیری روی α و متغیرهای ψ_i و ψ_f صورت گیرد، نتیجه چنین خواهد بود

$$T_{F1} \propto j_{1/2}(qR')$$

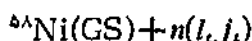
که به رابطه (۲۰۱۴) منتهی می‌شود.

در يك محاسبه DWBA تابع موجهای ذراتی که در پتانسیل مدل اپتیکی حرکت می‌کنند (بخش ۳۰۱۳) جایگزین امواج تحت رابطه (۲۰۱۴) می‌شوند و از عامل $\delta(r_i - R')$ در رابطه (۹۰۱۴) استفاده نمی‌شود. تغییر اخیر بدین معنی است که برهم‌کنش منحصر به $r = R'$ نیست و انتگرال‌گیری نهایی باید شامل انتگرال‌گیری روی r نیز باشد. پیچیدگی اخیر را می‌توان تحت شرایط ساده‌ای در روش PWBA نیز به‌کار گرفت.

در بعضی محاسبات DWBA، گستره محدودی از برهم‌کنش جایگزین $\delta(r_i - r_e)$ در رابطه (۹۰۱۴) می‌شود، اما معمولاً این کار نتایج را خیلی تغییر نمی‌دهد. در محاسبات گسترده‌تر، وابستگی برهم‌کنش V (که از وابستگی نیروی نوکلئون - نوکلئون به سرعت ناشی می‌شود) با سرعت در نظر گرفته می‌شود. معمولاً این کار را استفاده از برهم‌کنشهای غیرهوضعی می‌گویند که در بعضی موارد موجب پیدایش اختلافی فاحش در نتایج می‌شود. چون محاسبات DWBA مستلزم استفاده از پتانسیل مدل اپتیکی برای تمام ذرات در گیر و درواکنشهای هسته‌ای از قبیل دوترونها، ذرات آلفا، و غیره هستند، با اندازه‌گیری پراکندگی کشسان این ذرات از هسته و به‌کارگیری روشهای تطبیقی که در بخش ۳۰۱۳ مورد بحث قرار گرفت می‌توان پتانسیلهای مدل اپتیکی را بهتر مورد بررسی قرار داد. به طور خلاصه می‌توان گفت که استفاده از محاسبات DWBA در حد يك تکنولوژی بسیار دقیق و فراگیر پیشرفت کرده است.

۳.۱۴ مطالعه ساختار هسته‌ای با استفاده از واکنشهای انتقال تک نوکلئونی

واکنش (d, p) اساساً راهی فتنی برای وارد کردن يك نوترون در هسته است و بنابراین l_i درست با تکانه زاویه‌ای مداری نوترون هنگام ورود به هسته برابر می‌شود. تکانه کل آن h است که از جمع برداری l_i و اسپین به‌دست می‌آید. اگر نوترون به هسته ^{58}Ni وارد شود، پیکر بندی لحظه ورود بدین صورت است



مثلاً اگر $l = 1$ و $f = 3/2$ باشد (شاخص f را حذف کرده‌ایم) پیکر بندی چنین می‌شود



چون حالت پایه ^{58}Ni به صورت 0^+ است، در این پیکر بندی I^π برابر با $-(3/2)$ می‌شود. واضح است که در تابع موج این حالت می‌باید پیکر بندی (۱۰۰۱۴ الف) وجود داشته باشد، و در ضمن احتمال تشکیل هر حالت خاص $-(3/2)$ از ^{58}Ni در این واکنش متناسب با کسری از زمان است که هسته در پیکر بندی (۱۰۰۱۴ الف) قرار می‌گیرد. ساده‌تر بگوییم، اگر

تابع موج برای حالت $-(3/2)$ مربوط به i یعنی $\psi_{3/2}(i)$ به صورت زیر نوشته شود

$$\psi_{3/2}(i) = \theta_i \psi[{}^{58}\text{Ni}(\text{GS})] \psi(p_{3/2}) + \dots$$

سطح مقطع برانگیزش i باید متناسب با θ_i^2 باشد، بدین ترتیب بنا به رابطه (۶.۱۴) S باید با θ_i^2 متناسب شود. اگر $\theta_i^2 = 1$ باشد، همان گونه که قبل از رابطه (۶.۱۴) توضیح دادیم، دقیقاً مدلی را که در محاسبه σ_{DWBA} به کار بردیم به دست خواهیم آورد و بنابراین $S = 1$ خواهد شد. پس در حالت کلی باید i را محاسبه با θ_i^2 قرارداد. اگرچه می بینیم که S همان پهنای تبدیلی است، ولی در کاربردهای واکنش مستقیم آن را ضریب طیف نمودی می نامند. با قرارداد شاخص j ارتباط آن را با j مداری که به آن مربوط می شود نشان می دهیم. پس در موردی که راجع به آن بحث می کردیم، $\theta_i^2 = S_{3/2}(i)$ است و $S_j(i)$ را برای واکنشهای (d, p) که در هدف زوج - زوج صورت می گیرد به شکل زیر تعریف می کنیم^۱

$$\psi_d(i) = [S_j(i)]^{1/2} \psi_{d-1}(\text{GS}) \psi(j) + \dots \quad (d, p) \quad (11.14)$$

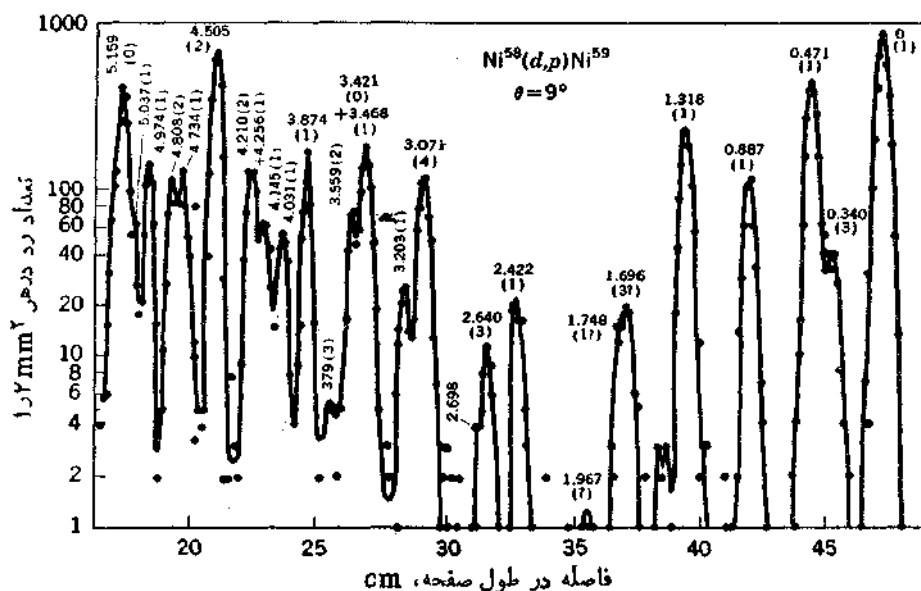
البته در صورتی که نوترون با I^π دیگری وارد شود، با هم تمام فرضیات بالا قابل قبول است. اگر نوترون با $I = 3/2$ و $j = 5/2$ به هسته وارد شود، پیکربندی به صورت زیر است

$${}^{58}\text{Ni}(\text{GS}) + n(f_{5/2}) \quad (10.14 \text{ ب})$$

و سطح مقطع برانگیزش حالت i و $-(5/2)$ در ${}^{58}\text{Ni}$ در این واکنش با قرارداد $S = S_{5/2}(i)$ در رابطه (۶.۱۴) به دست می آید که با مربع دامنه جمله (۱۰.۱۴ ب) در تابع موج حالت i برابر خواهد شد.

مطالعه تجربی واکنش (d, p) ، مانند آنچه در مثال ${}^{58}\text{Ni}$ نشان داده شد، به صورت زیر انجام می شود: یک هدف ${}^{58}\text{Ni}$ توسط دوترونهای تک انرژی بمباران می شود و توزیع انرژی پروتونهای خروجی در زوایای مختلف نسبت به باریکه فرودی اندازه گیری می شود. یک اندازه گیری نمونه در شکل ۴.۱۴ نمایش داده شده است. داده های مختلف متناظر با واکنشهای هستند که در آنها ${}^{58}\text{Ni}$ در حالت های مختلف قرار می گیرد؛ بلندترین قله انرژی پروتون متناظر با حالتی است که ${}^{58}\text{Ni}$ در حالت پایه اش بر جای می ماند و قله بلند بعدی انرژی متناظر با حالتی است که ${}^{58}\text{Ni}$ در اولین حالت برانگیخته اش قرار می گیرد و غیره. قله ها بر حسب انرژی برانگیختگی متناظر با حالت های مختلف ${}^{58}\text{Ni}$ ، بر حسب زده شده اند. از اندازه هر قله در زوایای مختلف، توزیعیابی زاویه ای مانند شکل ۳.۱۴ حاصل می شوند و سپس مقدار I مربوط به مداری که نوترون به آن وارد می شود تعیین می شود. اینها همان ارقامی هستند که در شکل ۴.۱۴ در داخل پراکنش نوشته شده اند. پس با استفاده از آن براحتی

۱. تعریف دقیق S ، مانند مورد θ^2 در بخش ۵.۱۵ انتگرال همپوشی است.



شکل ۴۰.۱۴ توزیع انرژی پروتونهای مربوط به واکنشهای $Ni^{58}(d,p)Ni^{59}$ که توسط دوتریون ایجاد شده‌اند در زاویه $\theta = 9^\circ$ به وسیله طیف نگار مغناطیسی و صفحه عکاسی آشکار سازی شده‌اند. اعداد چسبیده به قله‌ها انرژیهای پراکنجختگی حالت‌های Ni^{59} بر حسب MeV هستند و در پرانتزها مقادیر نکانه زاویه‌ای مداری l نوشته شده‌اند.

می‌توان حدس زد که کدامیک از مدارهای شکل ۵.۴ با آن تطبیق می‌کند. در Ni^{58} تعداد ۳۵ نوترون وجود دارد و بنابراین تمام مدارهای شکل ۵.۴ تا پسته $\mathcal{N} = 3A$ پرمی شوند و دوترون در مدارهای $\mathcal{N} = 4$ قرار می‌گیرند. بنابراین پستیترین حالت برانگیخته انرژی آنها هستند که در آنها نوترون به مدارهای $\mathcal{N} = 4$ می‌رود، در مواردی که $l = 3$ باشد مدار مورد نظر $g_{7/2}$ و برای $l = 4$ مدار $g_{9/2}$ و برای $l = 1$ مدار $p_{3/2}$ و یا مدار $p_{1/2}$ است. در انرژیهای برانگیختگی اندکی بالاتر، حالت‌هایی یافت می‌شوند که در آنها نوترون به مدارهای کم انرژی $\mathcal{N} = 5$ وارد می‌شود، در حالت $l = 2$ احتمالاً به مدار $d_{5/2}$ و در $l = 0$ به مدار $s_{1/2}$ می‌رود. تشخیص بین دمداری که دارای l یکسان هستند، مانند مورد اخیر $p_{3/2}$ و $p_{1/2}$ ، مشکل است اما راه‌های بسیاری برای این منظور وجود دارند. اساساً ساده‌ترین راه این است که از این واقعیت استفاده کنیم که محاسبه دقیق توزیع زاویه‌ای به روش DWBA شدیداً به جزئیات شکل پتانسیل هسته‌ای وابسته است، و همان گونه که از شکل ۲۰.۴ پیداست، این شکل برای نوترونهای $p_{3/2}(S||l)$ اندکی با شکل مربوط به نوترونهای $p_{1/2}(S||l)$ تفاوت دارد. در نتیجه، اختلافاتی بین توزیعهای زاویه‌ای مخصوص در زوایای منفرجه وجود خواهد داشت.



شکل ۵.۱۴ توزیع زاویه‌ای پروتونهای واکنشهای $^{54}\text{Fe}(d,p)$ که توسط دوترون 10MeV به وجود آمده‌اند. نتیجه این واکنشها تولید ^{55}Fe در حالت پایه (خط پر) و حالت برانگیخته 1MeV (خط چین) است. در هر دو گذارداریم $l=1$ اما حالت اولی به صورت $-(3/2)$ و حالت دوم به صورت $-(1/2)$ است. به اختلاف بین این دو در زاویه‌ای منفرد که ناشی از مقادیر متفاوت تکانه زاویه‌ای انتقالی کل l است، توجه کنید.

نمونه‌ای از این اختلافات را در شکل ۵.۱۴ نشان داده‌ایم. واضح است که نه تنها مقادیر l بلکه مقادیر l نیز از این توزیعهای زاویه‌ای به دست می‌آیند.

وقتی که مقدار l برای حالت ^{59}Ni مشخص شود و سطح مقطع لازم برای برانگیختگی آن با محاسبات DWBA مقایسه شود، می‌توان مقدار δ_j آن را از رابطه (۶.۱۴) به دست آورد. بینیم در بعضی حالات ساده چه مقداری برای δ_j پیش‌بینی می‌شود. اگر هدف زوج-زوج باشد و اگر حالت برانگیخته حالت SQP خالص باشد از روابط (۱.۶) و (۱۱.۱۴) نتیجه می‌گیریم

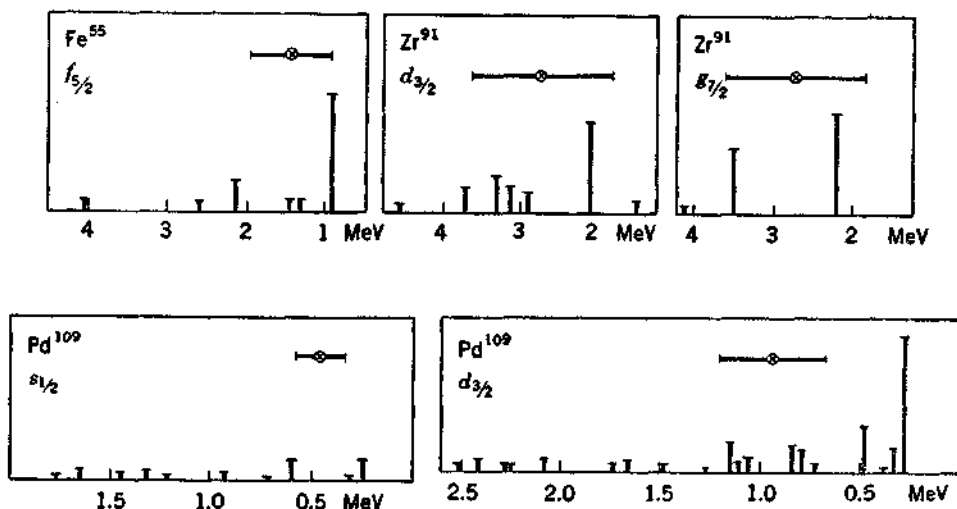
$$\delta_j(\text{SQP}) = 1 - V_j^2$$

مثلاً در بحث شکل ۵.۶ دریافتیم که سه تا از پسا‌بیتترین حالت‌های ^{112}Sn تقریباً حالت‌های خالص SQP هستند، بنابراین از واکنشهای $^{116}\text{Sn}(d,p)$ که به این حالت‌ها می‌انجامند مقادیری از δ_j مطابق با $(1 - V_{1/2}^2)$ ، $(1 - V_{3/2}^2)$ ، و $(1 - V_{5/2}^2)$ به دست خواهد آمد. اگر حالت SQP در بین چندین حالت هسته‌ای مخلوط شده باشد، مقدار δ_j مربوط به برانگیختگی هر حالت برابر با حاصلضرب عبارت $(1 - V_j^2)$ در کسری است که مقدار SQP را در حالت مزبور نشان می‌دهد. این همان وضعیتی است که در مورد Pd در شکل ۷.۶ نمایش داده شد و برای ^{59}Ni نیز که در اینجا مورد نظر است برقرار است. در چنین وضعیتی باید مجموع کسرهایی که مربوط به هر یک از حالت‌های هسته می‌شوند برابر واحد

شود و بنا بر این مجموع مقادیر δ_i برای این حالتها باید برابر $(1 - V_f^2)$ باشد و با

$$\sum_i \delta_i(i) = 1 - V_f^2 \quad \{ \text{واکنش } (d, p), \text{ هدف زوج - زوج} \} \quad (12.14)$$

قانون جمع (12.14) باید برای هر مدار نوترونی z به‌طور جداگانه برقرار باشد. این قانون روشی برای مشخص کردن V_f^2 به‌دست می‌دهد و می‌توان صحت منحنیهای چون شکل ۶.۵ را از لحاظ تجربی مورد بررسی قرار داد. نتایج به‌دست آمده برای ^{58}Ni نشان می‌دهند که مقدار $(1 - V_f^2)$ به ترتیب برای حالات $1g_{7/2}$ ، $2p_{1/2}$ ، $1f_{5/2}$ ، $2p_{3/2}$ برابر با ۰.۶۹، ۰.۹۱، ۰.۹۶، ۰.۹۹ می‌شود. چون هر حالت می‌تواند شامل $1 + 2z$ نوترون باشد پس حالت پایه ^{58}Ni به‌طور متوسط شامل حدود ۱.۲۲ نوترون $2p_{3/2}$ ، ۰.۵۸ نوترون $2p_{1/2}$ ، ۰.۵۸ نوترون $1f_{5/2}$ و ۰.۵۸ نوترون $1g_{7/2}$ خواهد بود. چون بنا بر بخش ۳.۵ می‌دانیم که در هر زمان دو نوترون در یک مدار هستند، پس نوترونها باید در مدارهای $2p_{3/2}$ ، $2p_{1/2}$ ، $1f_{5/2}$ ، $1g_{7/2}$ به ترتیب ۴، ۲، ۲، ۲ درصد از زمان خود را بگذرانند.



شکل ۶.۱۴ توزیعهای نمونه از حالتهای هسته‌ای که شامل قسمتهایی از یک حالت SQP مشخص هستند. علامتها حالت SQP و نوع هسته را نشان می‌دهند. دری محور افقی انرژی برانگیختگی حالتها نوشته شده است و ارتفاع خطوط مقادیر δ_i در واکنشهای (d, p) هستند. دایره‌های دارای علامت ضربدر در مرکز گراف، هستند که با توجه به مقدار δ_i مربوط به هر حالت به‌دست آمده‌اند، این نقاط مقدار E_f را مشخص می‌کنند. پاره خطهای افقی پهنای $2W$ را در منحنی ۵.۱۳ نشان می‌دهند. ظاهراً این پاره خطهای پهنای داده‌های Pd را کمتر از اندازه برآورده می‌کنند.

اگر اثر هر حالت از هسته را در جمع (۱۲.۱۴) به صورت يك كسر نمایش دهیم، كسری از آن حالت كد به صورت SQP است به دست می آید. از این روش برای به دست آوردن اعدادی كه در شكلهای ۶.۶ و ۷.۶ داده شده اند استفاده شده است. اگر این كسرها یا مقادیر δ_j مربوط به هر حالت كه با این كسرها متناسب اند بر حسب انرژی حالت های هسته مانند شكل ۶.۱۴ رسم شوند، توصیفی ترسیمی از توزیع حالت های منفرد SQP در میان حالت های هسته حاصل می شود. از بحث بخش ۴.۱۳ نتیجه می شود كه پهنای این توزیعها برابر $2W$ است، بنابراین مقدار W را می توان با داشتن این اطلاعات تعیین كرد و این در شكل ۵.۱۳ نمایش داده شده است.

«مرکز گرانی» توزیعها در شكل ۶.۱۴ انرژیهای حالت های SQP را كه در بخش ۱.۶ به صورت E_j نشان داده ایم به دست می دهد. نتایج تجربی را می توان برای تصحیح اشكال ۳.۶ و ۴.۶ به كار برد. از بحث مربوط به اشكال ۱.۶ و ۲.۶ می دانیم كه در هسته های تك ذره ای، E_j همان انرژی مدار شكل ۵.۴ است. به همین دلیل از این روش برای ترسیم شكل ۵.۴ به پایهای كمی استفاده شده است. مجدداً به طور مختصر به این موضوع خواهیم پرداخت. از واكنشهای قاپ زنی مانند (p, d) ، اطلاعاتی مشابه اما تكمیلی به دست می آید. مطالعه تجربی واكنش ${}^{60}\text{Ni}(p, d){}^{59}\text{Ni}$ به همان طریق كه برای واكنش (d, p) بیان شد انجام می شود بجز اینکه در این حالت، مقدار δ_j كسری از زمان را نشان می دهد كه هر حالت ${}^{59}\text{Ni}$ پیکربندی اش به صورت ${}^{60}\text{Ni}(\text{GS})$ به اضافه يك حفره است، مثلاً اگر حالت $-(3/2)$ را در نظر بگیریم، مقدار δ_j مربوط به آن كسری از زمان را نشان می دهد كه پیکربندی حالت به صورت زیر است

$${}^{60}\text{Ni}(\text{GS}) + n(p_{T/2})^{-1}$$

در يك واكنش (p, d) برای هدف زوج - زوج، تعریف قراردادی δ_j چنین است

$$\psi_d(i) = \frac{1}{\sqrt{2j+1}} [\delta_j(i)]^{1/2} \psi_{d+1}(\text{GS}) \psi(j)^{-1} + \dots \quad (p, d) \quad (13.14)$$

اگر حالت مورد نظر كاملاً SQP باشد، از (۱.۶) و تعریف (۳.۱۴) چنین نتیجه می شود

$$\delta_j(\text{SQP}) = (2j+1)V_j^2$$

اگر حالت SQP میان چند حالت هسته ای به صورت مخلوط وجود داشته باشد، مقدار δ_j هر حالت از حاصل ضرب V_j^2 (در كسر حالت SQP به دست می آید و از جمع زدن تمام این حالتها خواهیم داشت

$$\sum_j \delta_j(i) \neq (2j+1)V_j^2 \quad \{ (p, d) \text{ واكنش}, \text{ هدف زوج - زوج} \} \quad (14.14)$$

با اندازه گیری سطح مقطع در رابطه (۶.۱۴)، می توان مقادیر δ_j را برای هر حالت تعیین كرد و سپس V_j^2 را از رابطه (۱۴.۱۴) به دست آورد. به همین ترتیب، همه كاربردهای دیگر واكنشهای (d, p) از قبیل تعیین E_j و W كه در بالا ذكر شد، بخوبی در مورد واكنشهای

(p, d) هم صادق است. در واقع اگر V_j^2 از $1/2$ کوچکتر باشد، استفاده از واکنشهای قاپ‌زنی نتایج دقیق‌تری می‌دهد.

اگر يك حالت هسته‌ای حاوی کسر f از حالت SQP باشد، از بحثی که به روابط (12.14) و (14.14) انجامید میزان $\mathcal{S}$ آن حالت در واکنشهای (d, p) و (p, d) چنین به دست می‌آید

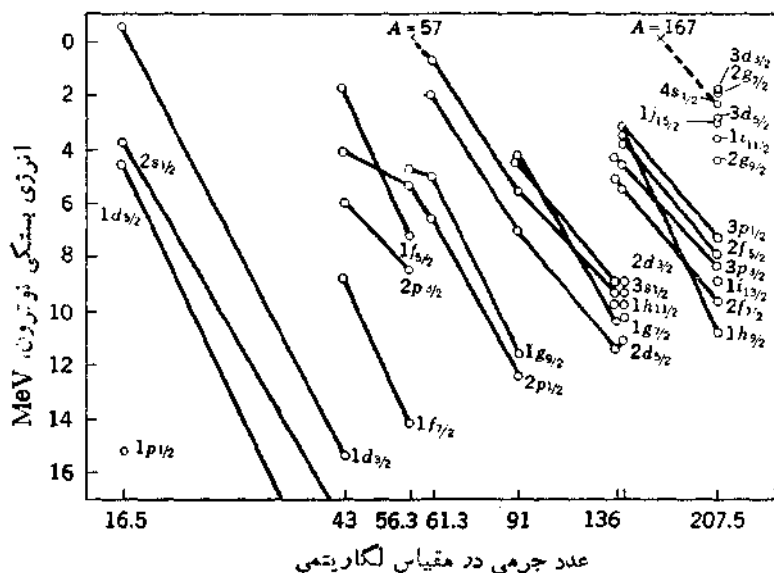
$$\frac{\mathcal{S}(d, p)}{\mathcal{S}(p, d)} = \frac{f(1 - V_j^2)}{f(2j + 1)V_j^2} = \frac{1 - V_j^2}{(2j + 1)V_j^2} \quad (15.14)$$

بر اساس رابطه فوق روشی برای تعیین مقادیر j حالتها به دست می‌آید. مثلاً اگر دو حالت برانگیخته $1 = l$ در ^{Ni} به صورت $p_{1/2}$ و $p_{3/2}$ در نظر بگیریم، اولی انرژی پایینی دارد و بنابراین پرتو است و نسبت $(1 - V_j^2)/V_j^2$ در آن مقداری خیلی کوچک است. در مطالعه (d, p) ، اندازه‌گیری (p, d) در يك زاویه مشخص و مناسب برای تعیین مقدار j از رابطه (15.14) کافی است، زیرا مقادیر l از واکنش (d, p) معلوم می‌شود. این روش از روشی که در شکل 5.14 برای تعیین مقادیر j به کار رفت بسیار ساده‌تر است.

از بحث بخش ۱.۶ به یاد داریم که در هسته‌های تك حفره، E_f انرژی مداری شکل 5.4 است، بنابراین اندازه‌گیری مقادیر E_f توسط واکنشهای قاپ‌زنی که در هسته‌های با پوسته بر صورت می‌گیرند می‌تواند راهی دیگر برای تعیین شکل 5.4 برپایه‌ای کمی باشد. مقایسه این نتایج با نتایج واکنشهای (d, p) اطلاعاتی راجع به تغییرات انرژی مداری بر حسب عدد جرمی A به دست می‌دهد. مثلاً انرژی مداری مربوط به $\mathcal{N} = 3$ در هسته $A = 17$ توسط واکنش (d, p) ^{16}O ، و در $A = 39$ توسط $^{40}Ca(p, d)$ مشخص می‌شود، و در نتیجه تغییرات این انرژیها در این ناحیه قابل تخمین هستند. این نتایج در شکل 7.14 برای تمام هسته‌های تك حفره و تك ذره نوترونی خلاصه شده است. توضیحی کوتاه در مورد رفتار انرژیهای مداری اندازه‌گیری شده در شرح شکل داده شده است.

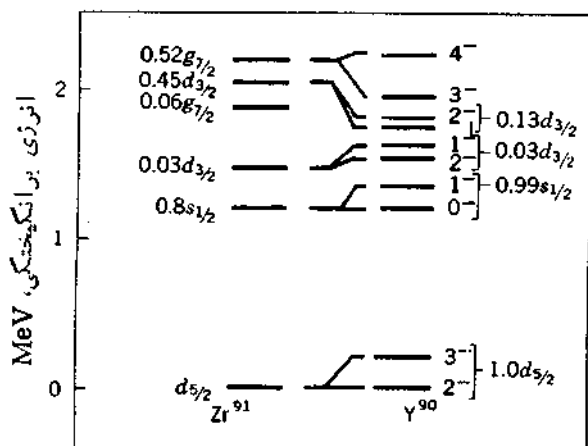
تا اینجا بحثهایی که شده است بر کاربرد واکنشهای برکنی و قاپ‌زنی که در آنها هسته هدف زوج - زوج است متمرکز بوده است. کاربرد این واکنشها در آزمایش با هدفهای با A فرد نیز اطلاعاتی در مورد هسته‌های زوج - زوج و فرد - فرد به دست می‌دهد. مثالی از مورد اخیر، واکنش (d, p) با هدف ^{106}Pd است که به حالت ارتعاشی 2^+ در ^{106}Pd منتهی می‌شود. توزیع زاویه‌ای پرتو نهارامی توان به صورت مجموعی از اجزای $l = 2, l = 0$ ، و $l = 4$ در نظر گرفت و مقادیر $\mathcal{S}$ را برای هر يك به دست آورد. اینها به ترتیب میزان پیکربندیها را در حالت ارتعاشی به صورتهای $d_{5/2}/2s_{1/2}$ ، $d_{5/2}$ ، $d_{5/2}/2p_{3/2}$ و $d_{5/2}/2g_{7/2}$ ارائه می‌کنند. توجه کنید که از تمام این پیکربندیها می‌توان جمله 2^+ را نتیجه گرفت.

در شکل 8.14 مثالی از نتایج واکنشهای برکنی در يك هسته فرد - پروتون نشان داده شده است. در اینجا واکنش مورد نظر $^{90}Y(d, p)^{90}Y$ است و با واکنش $^{91}Zr(d, p)^{91}Zr$



شکل ۷۰۱۴ انرژی مدارهای نوکلونی در هسته‌های گوناگون تک ذره و تک حفره برای تصحیح داده‌های خط پایداری بتا، تصحیحات کوچک انرژی مربوط به تقارن در نظر گرفته شده است. ظهور شبیه‌ها به دلیل این واقعیت است که شعاع هسته با افزایش A بزرگتر می‌شود و باعث بزرگ شدن طول موج یک مدار مشخص می‌شود و در نتیجه انرژی آن بنا به رابطه (۱۰۲) کاهش می‌یابد. از بررسی‌های اطلاعات مربوط به حالت‌های π تا انرژی صفر، مواضع بیشینه‌ها در توابع قدرت شکل ۱۰.۱۳ پیش‌بینی می‌شود. این نقاط را با (X) نشان داده‌ایم. توجه کنید همان گونه که در رابطه با شکل ۱۴.۵ بحث شد، انرژی‌های مربوط به مدارهای متناظر با تکانه زاویه‌ای بالاتر سریع‌تر کاهش می‌یابند. اختلاف انرژی بین پوسته‌های اصلی که از شکل فوق به دست می‌آید، تعیین M^* را که پس از رابطه (۱۸.۴) در موردش بحث شد ممکن می‌سازد.

مقایسه شده است. حالت پایه ^{89}Y با حالت پایه ^{90}Zr در یک حفره پروتونی $p_{1/2}$ متفاوت است بنابراین انتظار می‌رود که نتایج دواکنش مشابه باشند و فقط تفاوت در این باشد که برای هر حالت برانگیخته در ^{91}Zr باید دو حالت در ^{90}Y متناظر با دوجفت شدگی ممکن با حفره پروتونی $p_{1/2}$ موجود باشد. مثلاً حالت برانگیخته درواکنش $^{90}\text{Zr}(d, p)$ حالت تک ذره $d_{5/2}$ است. درواکنش $^{89}\text{Y}(d, p)$ از جفت شدگی $(d_{5/2})_{\pi}^{-1}(p_{1/2})_{\pi}^{-1}$ ممکن است حالت‌های π^{-} و π^{-} حاصل شود. سطح مقطع برانگیختگی این حالت‌ها متناسب با تعداد راه‌های شکل‌گیری آنهاست که به نوبه خود متناسب با $2I + 1$ یعنی تعداد مقادیر ممکن



شکل ۸۰۱۴ حالت‌های برانگیخته در ^{91}Zr و ^{90}Y در نتیجه واکنشهای (d, p) در ^{90}Zr و ^{89}Y . اشکال به هم چسبیده، کسری از حالت هسته را که به صورت SQP است نشان می‌دهد، مثلاً $8\frac{1}{2}+$ به بدین معنی است که ۸۵ درصد از حالت $8\frac{1}{2}+$ هسته به صورت SQP است. به ازای هر حالت برانگیخته مربوط به ^{91}Zr باید دو حالت در ^{90}Y متناظر با دو مقدار تکانه زاویه‌ای که از جفت شدن با حفره $p\frac{1}{2}$ به دست آمده‌اند، موجود باشند. برانگیختگی این دو حالت متناسب با $2I+1$ است و به این ترتیب می‌توان مقدار I را تعیین کرد.

M_I است. بنا بر این از طریق اندازه‌گیری سطح مقطع می‌توان این دو حالت را از یکدیگر متمایز کرد.

واکنشهای انتقال تک نوکلئونی دیگر نیز به همان مقصود واکنشهای (p, d) و (d, p) به کار می‌روند، و در موارد خاصی ارجحیت دارند، مثلاً واکنشهای (d, t) به لحاظ انرژی بر واکنشهای (p, d) که برای قاپ‌زنی نوترون به کار می‌روند ترجیح دارند. از رابطه (۵۰۱۴) درمی‌یابیم که برای حالت I بزرگ، بسا انتخاب واکنشی بسا δ بزرگ مثل $(\alpha, {}^3\text{He})$ ، می‌توان اولین بیشینه توزیع زاویه‌ای را به ناحیه زاویه‌ای کوچکی منتقل کرد. به این ترتیب می‌توان حالت‌های مربوط به I بالاتر را به نحوی ساده‌تر برانگیخت و مورد مطالعه قرار داد. همه مثالهایی که در اینجا بیان شد در مورد انتقال یک تک نوترون بود. اما آزمایشهای مشابهی هم برای انتقال پروتون با استفاده از واکنشهای برکنی (d, n) ، $({}^3\text{He}, d)$ ، (α, t) ، و همچنین عکس آنها به عنوان واکنشهای قاپ‌زنی صورت گرفته است.

۴.۱۴ مطالعات ساختار هسته با استفاده از حالت‌های مانسته ایزوبار

چون واکنش (d, p) اساساً راهی خیالی برای وارد کردن یک نوترون به هسته است ممکن

است سؤال کنیم که به چه دلیل از این واکنشها اطلاعات این چنین وسیعی در مورد ساختار هسته به دست می آید در حالی که از واکنشهای ایجاد شده توسط نوترون مقدار کمی عاید می شود. پهنای تبدیلی θ^2 مربوط به واکنشهای ایجاد شده توسط نوترون معادل عامل طیف نمودی در واکنش (d, p) است و مقدار d مربوط به ورود نوترون که از شکل تشدید در پراکنندگی کشان به دست می آید درست برابر مقداری است که توزیع زاویه ای مربوط به واکنشهای برکنی حاصل می شود (به شکل ۷.۱۳ توجه کنید، شکل قله های $D: C$ ، و E حاکی از ایجاد واکنشها توسط نوترونهای $l=0$ هستند). اختلاف اساسی مربوط به نواحی انرژی برانگیختگی در این دو واکنش است. واکنشهای نوترونی فقط حالتیابی با انرژی برانگیختگی بالاتر از 8 MeV می توانند برانگیزند و در این ناحیه هر حالت تک ذره با هزاران حالت هسته ای آمیخته شده است. در واقع بجز در دامنه باریکی از انرژی، قدرت تفکیک تجربی انرژی برای تفکیک بسیاری از حالتها کافی نیست. حتی در تفکیکهای تجربی نامحدود، گستره انرژی تحت محدودیت این واقعیت قرار دارد که پهنای تشدیدها از فاصله بین آنها بیشتر می شود ($T > D$) به طوری که در هسته های سنگین به بیش از 2 MeV می رسد (بخش ۵.۱۳). از سوی دیگر، واکنشهای برکنی را برای مطالعه ناحیه انرژی برانگیختگی پایین به کار می برند که در این ناحیه می توان ساختار هسته را به صورتی ساده تر و بهتر دریافت و گستره انرژی هم در این قسمت خیلی پهن است.

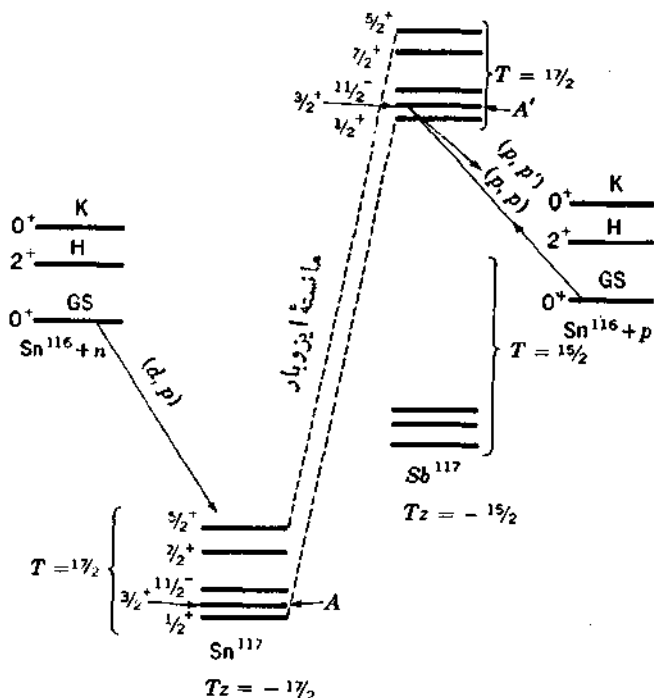
اما واکنشهای هسته ای مرکبی هم وجود دارند که در آنها مشکل گستره انرژی بخصوص در برانگیختگی حالتیابی مانسته ایزوبار مطرح نیست. برای درک این مطلب مثال هسته های $A=117$ را که در شکل ۹.۱۴ نمایش داده شد در نظر بگیرید. واکنش (d, p) در هسته ^{116}Sn گرمازا است؛ بدین معنی که نوترون همزمان با برانگیختگی حالت ^{117}Sn در $(3/2)^+$ که در شکل با علامت A مشخص شده است، با انرژی منفی به هسته وارد می شود (انرژی اضافی را پروتون می گیرد). اگر تابع موج برای این حالت به صورت زیر نوشته شود

$$\begin{aligned} \psi_A = & \theta_{AC} \psi[^{116}\text{Sn}(\text{GS})] \psi(d_{7/2})_v \\ & + \theta_{AH} \psi[^{116}\text{Sn}(H)] [C_1 \psi(s_{1/2}) + C_2 \psi(d_{7/2}) + C_3 \psi(d_{5/2}) + C_4 \psi(g_{7/2})]_v \\ & + \theta_{AK} \psi[^{116}\text{Sn}(K)] \psi(d_{7/2})_v + \dots \end{aligned} \quad (16.14)$$

که در آن GS ، H ، و K حالتیابی ^{116}Sn هستند که در شکل نشان داده شده اند، عامل طیف نمودی چنین خواهد بود

$$S_{7/2}(A) = \theta_{AC}^2$$

در یک واکنش نوترونی هسته مرکب در ^{116}Sn مانسته ایزوباری حالت A که با A' مشخص می شود حالتی برانگیخته است. با روشی که برای تولید حالتیابی مانسته ایزوبار در شکل ۱۱.۶ بیان شد در می یابیم که اولین جمله در رابطه (۱۶.۱۴) به $2T$ جمله در تابع موج



شکل ۹-۱۴ ترازهای انرژی در هسته‌های $A=117$.

مربوط به A' می‌انجامد که هر یک مربوط به مداری هستند که توسط یک پروتون (نه یک نوترون) اشغال شده است. یکی از اینها دقیقاً مانند جمله اول در رابطه (۱۶-۱۴) است با این تفاوت که در آن $(d_{7/2})_n$ به صورت $(d_{7/2})_p$ تغییر یافته است. بنابراین پهنای تبدیلی $\theta_{A'C}^{1/2}$ برای برانگیختگی حالت A' چنین است

$$\theta_{A'C}^{1/2} = \frac{1}{2T} \theta_{AC}^{1/2} = \frac{1}{2T_0 + 1} \theta_{AC}^{1/2} = \frac{1}{2T_0 + 1} S(A) \quad (17.14)$$

T_0 مقدار T برای هسته هدف است [در این حالت هدف $^{116}\text{Sn}(\text{GS})$ است] که برای حالت مربوط به (۱۶-۱۴) به اندازه نیم واحد کوچکتر است. البته رابطه (۱۷-۱۴) برای هر حالتی صادق است.

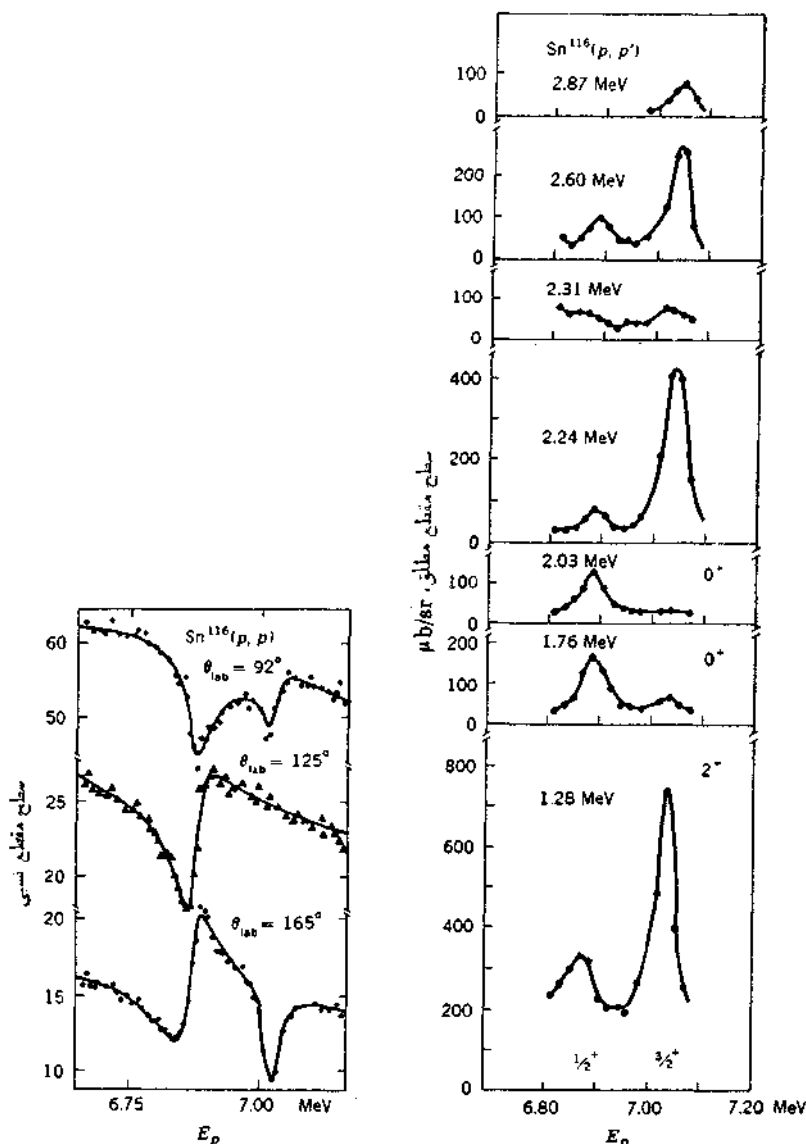
چون A حالتی برانگیخته با انرژی پایین است، انتظار می‌رود که کسر قابل توجهی از $d_{7/2}\text{SQP}$ را شامل باشد (از شکل ۶-۶ می‌بینیم که در این حالت عملاً تمام آن را شامل می‌شود). بنا بر این از رابطه (۱۲-۱۴) نتیجه می‌شود که $S(A)$ کسر قابل توجهی از $(1 - V^2)$ است و مقدار آن نوعاً بزرگتر یا مساوی ۲/۵ است. پس بنا به رابطه (۱۷-۱۴) مقدار $\theta_{A'C}^{1/2}$ لااقل از مرتبه ۵/۱۰ هاست. اگرچه ممکن است که این مقدار کوچک به نظر رسد اما همان گونه

که از بحث بخش ۵.۱۳ نتیجه شد، از مقدار θ^2 برای حالت‌های دیگر با همان انرژی، بسیار بزرگتر است. بنابراین تشدید حاصل از برانگیختگی حالت‌های مانسته ایزوبار براحتی در داده‌های تجربی قابل مشاهده است. مثالی از این مورد در شکل ۱۵.۱۴ نمایش داده شده است. همان گونه که در آن شکل دیده می‌شود، شکل تشدید در پراکندگی کشسان، بسته به زاویه تغییر می‌کند. و این به خاطر تغییر تداخل بین پراکندگی‌های تشدید و پتانسیلی است و شکل تشدیدهای حاصل برای هر تکانه زاویه‌ای مداری l متفاوت می‌شود. بنابراین مقادیر l همان گونه که از توزیع زاویه‌ای واکنشهای (d, p) به دست می‌آید، از بررسی این اشکال نیز حاصل می‌شود. پس به طور خلاصه اندازه‌گیری‌های پراکندگی کشسان پروتون از تشدیدهای حاصل از حالت‌های مانسته ایزوبار، اطلاعاتی مشابه با واکنشهای (d, p) به دست می‌دهند و برای همان مقاصد نیز می‌توانند به کار روند.

اما همان گونه که در شکل سمت راست ۱۵.۱۴ نمایش داده شده است، پراکندگی‌های ناکشسان از این تشدیدها نیز قابل اندازه‌گیری هستند. واکنش (p, p') که به دومین حالت برانگیخته از ^{116}Sn که در شکل ۹.۱۴ با برچسب K مشخص شده است، منتهی می‌شود مثالی از این مورد است. بنا به رابطه (۱۷.۱۳) سطح مقطع این واکنش متناسب با $\Gamma_p \Gamma_{p'}$ است که خود آن با θ_{AK}^2 متناسب است. چون θ_{AG}^2 از پراکندگی کشسان معین می‌شود، از این اندازه‌گیری‌ها مقدار θ_{AK}^2 مشخص می‌شود و از آنجا با روابطی شبیه به (۱۷.۱۴) مقدار θ_{AK}^2 به دست می‌آید. تنها راه استفاده از واکنشهای (d, p) در به دست آوردن چنین اطلاعاتی، بمباران هسته ^{116}Sn در حالت برانگیخته K است، اما انجام چنین آزمایشی غیر ممکن است.

این نوع مطالعات در مورد پراکندگی ناکشسان به دیگر حالات برانگیختگی ^{116}Sn نیز قابل تعمیم است. اگر حالت نهایی مانند اولین حالت برانگیختگی که در شکل ۹.۱۴ برچسب H دارد 0^+ نباشد، با استفاده از توزیع زاویه‌ای پروتون‌های پراکنده شده به طور ناکشسان می‌توان $C_p \theta_{AH}$ ، $C_p \theta_{AH} C_p \theta_{AH}$ ، $C_p \theta_{AH} C_p \theta_{AH}$ و $C_p \theta_{AH}$ در رابطه (۱۶.۱۴) را تعیین کرد. پس اصولاً می‌توان تابع موج کلی در (۱۶.۱۴) را از طریق تجربی تعیین کرد. اما عملاً توزیع زاویه‌ای برای l های گوناگون تفاوت چندانی ندارد و بنابراین معمولاً تعیین جملاتی چون خط دوم رابطه (۱۶.۱۴) مشکل است. این مشکل برای تمام حالت‌های غیر 0^+ وجود دارد، و بنابراین معمولاً اطلاعات به دست آمده با کیفی و پانیمه کمی هستند. اما دارندگی از موارد تابع موجهایی به صورت کمی و دقیق به دست آمده‌اند. مثلاً در مطالعه‌ای از این نوع با یک هدف ^{138}Ba ، برای دومین حالت برانگیخته ^{138}Ba که I^π در آن برابر $-(3/2)$ است، چنین تابع موجی به دست آمده است

$$\psi(3/2)^- = \sqrt{0.3} \psi[^{138}\text{Ba}(\text{GS})] \psi(p_{7/12}) + \sqrt{0.7} \psi[^{138}\text{Ba}(2^+)] \psi(f_{7/12}) + \sqrt{0.05} \psi[^{138}\text{Ba}(2^+)] \psi(p_{7/12}) + \sqrt{0.05} \psi[^{138}\text{Ba}(2^+)] \psi(p_{1/2})$$



شکل ۹.۱۴ سطح مقطع واکتشیهای ایجاد شده توسط پروتون در ^{116}Sn . حالت‌های ^{117}Sn و ^{118}Sn در 6.87 MeV و 7.03 MeV حالت‌های مانده از این و یار برای حالات زمینه و برانگیخته ^{117}Sn هستند (شکل ۹.۱۴ را ببینید). توجه کنید که شکل تشدید بسته به زاویه پراکندگی کشسان تغییر می‌کند؛ برای $l=2$ در زاویه 125° تشدید از بین می‌رود. برای (p, p') شکل تشدید از رابطه (۱۷.۱۳) به دست می‌آید. منحنیهای مختلف مربوط به گذار به حالت‌های گوناگون ^{116}Sn است که انرژی برانگیختگی و 1π آنها مشخص شده است. حالت‌های 1.28 MeV و 1.76 MeV همانهایی هستند که در شکل ۹.۱۴ با H و K برچسب خورده‌اند.

۵.۱۴ واکنشهای انتقال چند نوکلئونی

پس از آنکه گریزی به واکنشهای هسته مرکب زدیم، مجدداً به موضوع واکنشهای مستقیم بازمی گردیم و واکنشهای انتقال چند نوکلئونی را بررسی می کنیم. ساده ترین انواع این واکنشها آنهایی هستند که در آنها دو نوکلئون یکسان منتقل می شوند، مانند واکنشهای (t, p) ، (p, t) ، یا $(^3\text{He}, n)$. بررسی ساختار تریتون نشان می دهد که دوتوترون آن جفت شده اند و در ۹۰ درصد از زمان در آنها $S=0$ است. بنابراین زمانی که در يك واکنش (t, p) دوتوترون منتقل می شوند، در عمل يك ذره 0^+ منتقل می شود. اگر هسته هدف زوج-زوج باشد (و نتیجتاً 0^+ باشد)، I^π مربوط به حالت نهایی کاملاً با تکانه زاویه ای انتقالی I مشخص می شود. بنابراین بسادگی چنین خواهیم داشت

$$I = I \quad (t, p) \text{ زوج - زوج} \quad (18.14) \\ \pi = (-1)^I$$

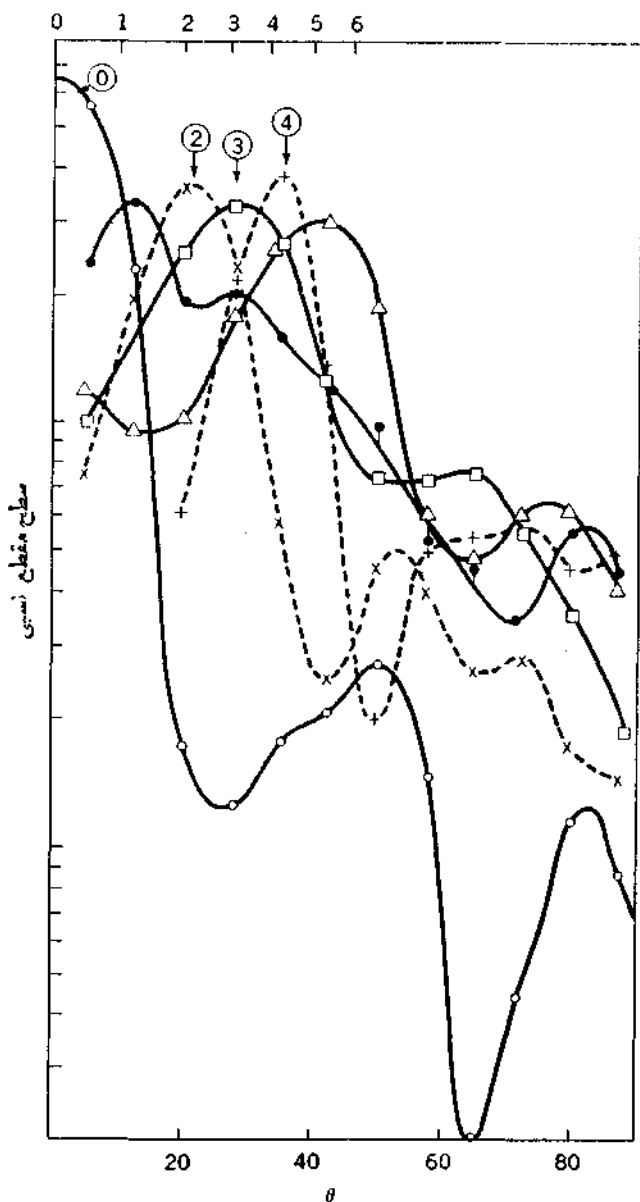
این وضعیت در مقایسه با انتقال تک نوکلئونی ساده تر است، زیرا در آن حالت به دلیل اسپین نوکلئون رابطه $I = I \pm 1/2$ برقرار است. پیدایش مشکل مربوط به تعیین $I (= I)$ که در بخش ۳.۱۴ مورد بحث قرار گرفت نیز به همین دلیل بود.

در شکل ۱۱.۱۴ توزیع زاویه ای حاصل از مطالعه نمونه ای از واکنشهای (t, p) ، نمایش داده شده است. در بالای شکل مواضع اولین بیشینه که از رابطه (۴.۱۴) پیش بینی شده است نمایش داده شده است و چنانکه دیده می شود این مقادیر بخوبی برای حالات $0, 2, 3, 4$ که در آنها مقدار I نیز از رابطه (۱۸.۱۴) با داشتن I^π مربوط به حالتی برانگیخته مشخص شده اند، سازگاری دارد، چون این سازگاریها به مقدار قابل توجه به تجربه ثابت شده است، موضع اولین بیشینه به صورتی گسترده برای تعیین I^π مربوط به حالتی هسته ای به کار می رود. مثلاً به دو حالت برانگیخته در گذارهایی که توزیع زاویه ای آنها در شکل ۱۱.۱۴ بدون برچسب مانده است، 1^- و 5^- (یا احتمالاً 6^+) نسبت داده شده است.

ساده ترین گذارها برای محاسبات عوامل طیف نمودی S آنهایی هستند که بین حالتی پایه هسته های زوج - زوج صورت می گیرند که به عنوان مثال می توان گذار $^{116}\text{Sn}(p, t)^{116}\text{Sn}(\text{GS})$ را نام برد. مسئله در اینجا بسیار شبیه به گسیل ذره آلفاست، بجز اینکه به جای يك جفت پروتون و نوترون فقط يك جفت نوترون منتقل می شود. بنابراین نتیجه ای که حاصل می شود با رابطه (۳۷.۱۵) مشابهت دارد و عبارت است از

$$S(p, t) \propto [\sum_j (j + 1/2) V_j (1 - V_j^2)]^{1/2} \quad \text{GS} \rightarrow \text{GS} \quad (19.14)$$

که I شامل تمام مدارهای نوترونی است. در اینجا دوباره با يك اثر همدوسی مواجه هستیم که باعث می شود گذارهای بین حالت های پایه بسیار قوی باشند، بسیار قویتر از حالتی که جفت نوترون فقط به يك مدار تک می توانست منتقل شود. همان گونه که در



شکل ۱۴-۱۱ توزیع زاویه‌ای پروتونهای ۱۳ MeV حاصل از واکنشهای (t, p) در هدفهای ^{56}Fe و ^{58}Fe به ترتیب به ^{56}Fe و تولید ^{58}Fe منجر می‌شود. اعداد داخل دایره‌ها مقادیر I را نشان می‌دهند. روی محور افقی در بالای شکل، مواضع اولین پیشینه در توزیع زاویه‌ای هر حالت را طبق پیش‌بینی (۴.۱۴) نشان داده‌ایم.

مورد رابطه (۳۶.۱۵) توضیح داده شد، اثر همدوسی تنها زمانی به وجود می آید که رابطه خاصی بین حالتها برقرار باشد، مانند گذار بین يك حالت پایه و حالت پایه دیگر، بین يك حالت پایه و حالت جمعی 2^+ یا 3^- ، و یا بین حالت پایه و حالت ادغامی تزیجی که اختلافش با حالت پایه در ترکیب خاصی از زوجهای برانگیخته است. تمام این حالتها در واکنشهای (t, p) و (p, t) به شدت برانگیخته می شوند، اما برانگیختگی حالتها دیگر نسبتاً ضعیف است زیرا عبارت مربوط به I در این گذارها حاوی جملاتی با علامات مثبت و منفی است که یکدیگر را خنثی می کنند.

معادله (۶۰.۱۴) که برای واکنشهای انتقال Tk نوکلئوسی صادق است مستلزم آن است که توزیع زاویه ای مستقل از اثرات ساختار هسته ای باشد. اما فرایندهای مربوط به انتقالهای دونوکلئونی آنچنان پیچیده اند که نمی توان از رابطه (۶۰.۱۴) برای ساده کردن استفاده کرد. صرف نظر از مکان اولین بیشینه، توزیع زاویه ای به مقدار قابل ملاحظه ای به جزئیات ساختار هسته ای وابسته است. اصولاً این مسئله می تواند مزیتی محسوب شود، چرا که در مقایسه با انتقال Tk نوکلئونی اطلاعات بیشتری راجع به ساختار هسته ای به دست می دهد. اما فرایند تحلیل داده ها برای حصول این اطلاعات بسیار مشکل است و به کندی پیش می رود، و تاکنون فقط تعداد کمی از گذارها بخوبی درک شده اند.

بنا بر رابطه (۱۸.۱۴) فقط حالتها 0^+ ، 1^- ، 2^+ ، 3^- ، و غیره (که حالتها با پایادته طبیعی نامیده می شوند) از طریق واکنشهای (t, p) و (p, t) قابل برانگیختن هستند. امادر مورد واکنشهای $(^2He, p)$ و $(p, ^2He)$ وضع چنین نیست، زیرا در این موارد اسپین کل نوترون و پروتون منتقل شده می تواند 0 یا 1 باشد. پس برای هسته های هدف زوج - زوج داریم

$$I = I, I \pm 1 \quad (He, p), \text{ زوج - زوج} \quad (20.14)$$

$$\pi = (-1)^I$$

بنابر این در این واکنش برای بیان I با عدم قطعیت روبه روی شویم. واکنشهای (α, d) یا (d, α) اندکی مطلوبتر هستند، زیرا نوترون و پروتون انتقالی باید در حالت $S = 1$ باشد تا $S = 1$ دوترون را خنثی کنند و حاصل جمع آنها برای ذره آلفا برابر $S = 0$ شود. پس برای يك هسته هدف زوج - زوج، کمیت I از جمع برداری I و 1 به دست می آید

$$I = I + 1 \quad (\alpha, d), \text{ زوج - زوج} \quad (21.14)$$

$$\pi = (-1)^I$$

فوراً متوجه می شویم که حالت 0^+ نمی تواند برانگیخته شود بنا بر این حالتی که با $I = 0$ در واکنش $(^2He, p)$ برانگیخته شود و در واکنش (α, d) برانگیخته نشود باید مطمئناً 0^+ باشد، اگر $I = 0$ در يك واکنش (α, d) وجود داشته باشد، حالت نهایی باید 1^+

باشد. اگر توزیع زاویه‌ای ترکیبی از انتقالهای $l=1$ و $l=3$ را نشان دهد؛ حالت برانگیخته باید 2^- باشد. اگر فقط $l=1$ مشاهده شود، حالت برانگیخته می‌تواند 1^- یا 2^- باشد، اما 1^- محتملتر است زیرا اگر 2^- باشد امکان وجود حالت مخلوط با $l=3$ هم محتمل می‌شود. وضعیتی مشابه برای توزیع زاویه‌ای $l=2$ خالص رخ می‌دهد. بنابه رابطه (۲۱.۱۴) حالت برانگیخته می‌تواند 1^+ ، 2^+ ، و 3^+ باشد، اما اگر 1^+ باشد امکان دارد ترکیبی با $l=0$ موجود باشد و اگر 3^+ باشد وجود ترکیبی با $l=4$ ممکن می‌شود، بنابراین حالت 2^+ بیشترین احتمال را دارد. وقتی حالت‌های مخلوط دیده شوند، البته می‌توان به‌طور مطمئن اظهار نظر کرد. مثلاً مخلوطی از $l=2$ و $l=4$ مشخصاً دلیل بر وجود حالت 3^+ است.

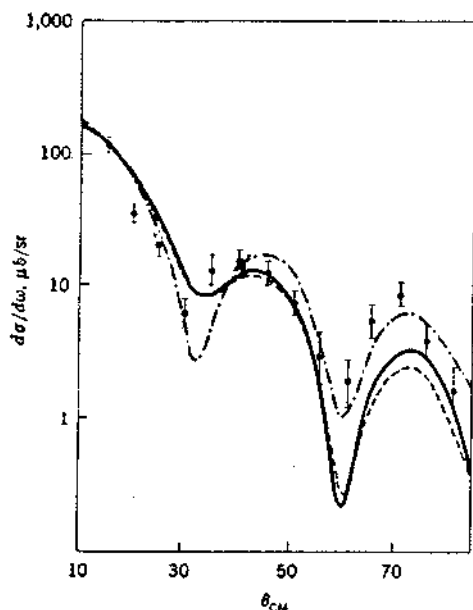
مثالهایی از واکنشهای انتقال سه و چهار نوکلئوسی در شکل‌های ۱۲.۱۴ و ۱۳.۱۴ نمایش داده شده‌اند. همچنانکه تعداد نوکلئونهای انتقالی افزایش می‌یابد توزیع زاویه‌ای به جزئیات ساختار هسته وابسته‌تر می‌شود، اما هنوز هم تعیین مقادیر l امکان‌پذیر است. در این موارد، پاریته و گستره مقادیر ممکن l برای حالت نهایی به دست می‌آید.

۶.۱۴ انواع دیگر واکنشهای مستقیم

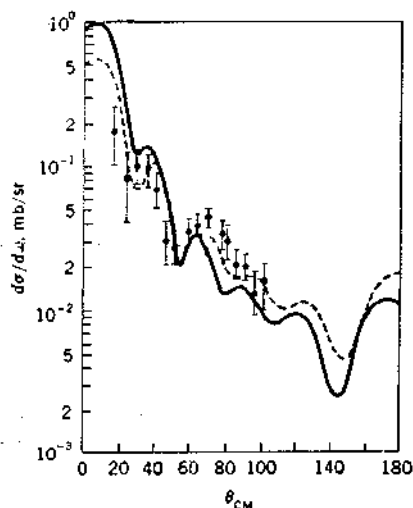
در همه مواردی که انتقال نوکلئون ممکن باشد، این انتقال فرایند غالب در واکنشهای مستقیم است. اما در واکنشهایی چون پراکندگی ناکشسان و (p,n) این نوع انتقال ممکن نیست. اینها مواردی هستند که در مثالهای ۳ و ۴ در اوایل بخش ۱۰.۱۴ بیان شدند. در پراکندگی ذرات آلفا یعنی (α, α') از یک هسته زوج - زوج، هر دو جزء واکنش در حالت 0^+ هستند، بنابراین پاریته نگاشته زاویه‌ای و پاریته مستلزم آن است که داشته باشیم

$$I=I \quad (22.14) \quad (\alpha, \alpha'), \text{ زوج - زوج} \\ \pi = (-1)^l$$

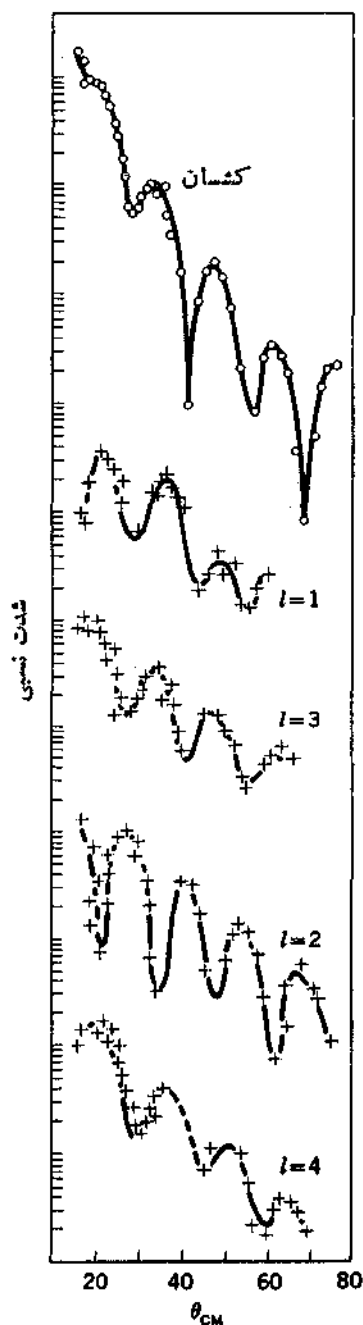
در این واکنشها با استفاده از این واقعیت که برهم‌کنشها تقریباً منحصرأ در رویه هسته صورت می‌گیرند، سادگی خاصی حاصل می‌شود، ذرات آلفا شانس کمی در حفظ هویت خود در داخل هسته دارند. بنابراین تقریبی که به نتیجه (۲۰.۱۴) می‌انجامد قابل قبول است، و مواضع بیشینه از بیشینه‌های $[j_l(qR')]^2$ مشخص می‌شوند. بعلاوه $\hbar/\sqrt{2ME}$ با $\hbar/\sqrt{2ME}$ مخصوص برای ذرات آلفا کوچک است، بنابراین در انرژیهای مثلاً از ۳ تا ۴۰ MeV که معمولاً این آزمایش‌ها در آن محدوده انجام می‌شوند، مقدار $\hbar/R'$ نوعاً حدود ۲۰-۴۰ MeV با استفاده از این نکته در رابطه (۵.۱۲) می‌بینیم که اولین بیشینه حتی برای l های بزرگ هم در زوایای کمتر از 20° رخ می‌دهد، و بنابراین در قسمت اعظم گستره زاویه‌ای می‌توان از تقریب qR' بزرگ برای $[j_l(qR')]^2$ استفاده کرد. در این صورت توزیع زاویه‌ای



شکل ۱۴-۱۲ توزیع زاویه‌ای ذرات در واکنش (p, α) که توسط پروتونهای ۲۲ MeV تولید می‌شوند و مقدار Q آن برابر ۱۰۸ MeV است. این منحنیها از طریق محاسبات مختلف DWBA برای انتقال تکانه زاویه‌ای $l=1$ و $j=1/2$ حاصل شده‌اند.



شکل ۱۴-۱۳ توزیع زاویه‌ای هسته‌های ${}^6\text{Li}$ حاصل از واکنش ${}^{19}\text{F}(d, {}^6\text{Li}){}^{15}\text{N}(\text{GS})$ که توسط دوترونهای ۱۵ MeV ایجاد می‌شود. این منحنیها را از محاسبات DWBA برای $l=1$ به دست آورده‌اند.



شکل ۱۴-۱ توزیع زاویه‌ای مربوط به پراکندگی کشان ذرات آلفا با انرژی ۳۱ MeV و واکنشهای (α, α') در هدف ^{40}Ca . دقت کنید که توزیعهای زاویه‌ای $l=1$ و $l=3$ همفاز هستند، در حالی که توزیعهای زاویه‌ای $l=2$ و $l=4$ با آنها اختلاف فاز 180° دارند.

چنین خواهد بود

$$I(\theta) \propto [j_1(qR')]^2 \simeq (qR')^{-2} \sin^2\left(qR' - \frac{l\pi}{2}\right) \quad (23.14)$$

می بینیم که نوسانات وابسته به زاویه برای تمام l های فرد همفاز هستند، و با نوسانات مربوط به l های زوج به اندازه 180° اختلاف فاز دارند. می توان نشان داد که نوسانات زاویه ای در پراکندگی کشسان برای آنها که مربوط به l های فرد هستند همفازند. مثالی از این رفتار ساده در شکل ۱۴.۱۲ نشان داده شده است. بنابراین واکنشهای (α, α') برای مشخص کردن پارامتر بسیار عالی هستند اما برای تعیین I چندان مورد استفاده نیستند.

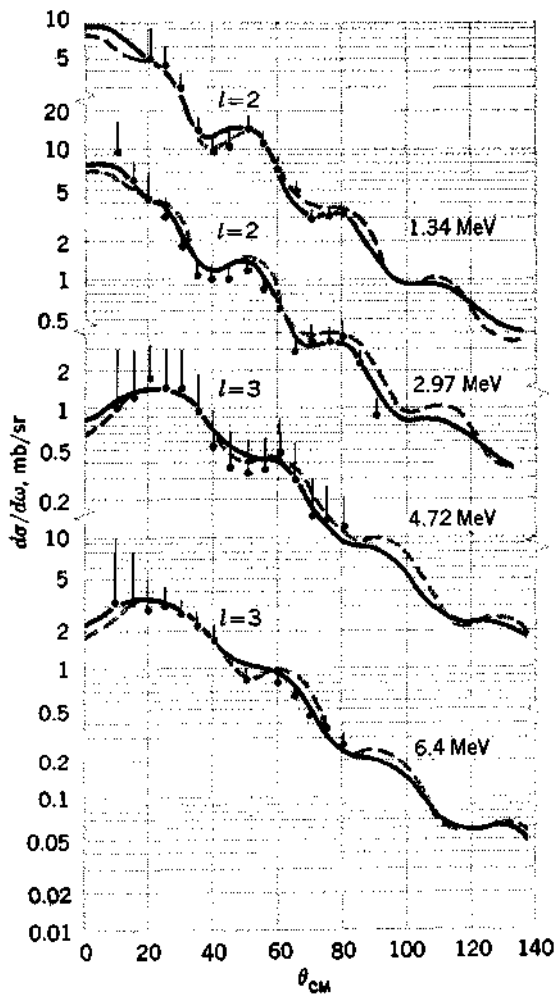
پراکندگی ناکشسان پروتون اندکی پیچیده تر است، چون واکنش به سطح هسته محدود نیست، توزیع زاویه ای مانند شکل ۱۴.۱۴ تغییرات سریع ندارد. در شکل ۱۵.۱۴ مثالهایی از تطبیق نتایج محاسبات DWBA با داده های (p, p') نشان داده شده است. اختلاف فاز 180° بین توزیعهای زاویه ای مربوط به l های فرد و زوج در این شکل هم قابل تشخیص است.

فرایند غالب در پراکندگیهای ناکشسان، برانگیزش ارتعاشات و دورانیهای جمعی است. در مورد اول یعنی ارتعاشات جمعی، رابطه (۲۲.۱۴) ایجاب می کند که $\lambda = l$ باشد که در آن همان مدل ارتعاشی است که در بخش ۹.۵ تعریف شده است. دو حالتی که تقریباً در هر واکنش، قویترین حالتها برانگیخته اند عبارت اند از ارتعاشات جمعی $\lambda = 2(2^+)$ و $\lambda = 3(3^-)$. اگر در محاسبات DWBA مدلی ارتعاشی مورد استفاده قرار گیرد، دامنه ارتعاش یعنی مقدار بیشینه β مربوط به بخش ۷.۶ را در طی ارتعاش می توان با اندازه گیری سطح مقطع به دست آورد. همان گونه که در بخش آینده خواهیم دید، راه ساده تری برای مطابقت ارتعاش $\lambda = 2$ وجود دارد. اما کشف ارتعاش $\lambda = 3$ ، مکان آن در هسته های مختلف و اندازه گیری دامنه آن، همه و همه توسط واکنشهای پراکندگی ناکشسان انجام شده است. در مطالعات حالت های دورانی متعلق به هسته های کره وار زوج - زوج از طریق پراکندگی ناکشسان می توان با تحلیل توزیع زاویه ای، شکل هسته را در حالت پایه مشخص کرد. بخصوص اگر شکل این هسته ها با تعیین فاصله مرکز تا سطح هسته به صورت زیر مشخص شود

$$r(\theta) = r_0 [1 + \beta_2 P_2(\theta) + \beta_4 P_4(\theta)]$$

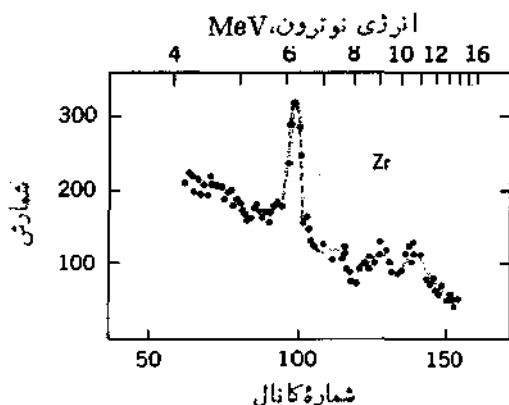
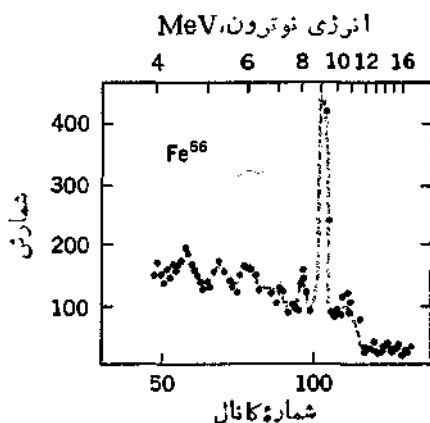
که در آن $P_{\lambda\mu}$ چند جمله ایهای وابسته لزاتر مندرج در جدول ۲.۲ هستند، مقادیر β_2 و β_4 را می توان تعیین کرد. توجه کنید که در توصیف $r(\theta)$ مقادیر فرد λ وجود ندارد. اگر مقدار آنها قابل توجه بود، تکانه زاویه ای متعلق به حالت های دورانی متوالی به صورت $0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-, 6^+, 7^-, 8^+, 9^-, 10^+$ درمی آمد نه مقادیر $0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+, 5^+, 6^+, 7^+, 8^+, 9^+, 10^+$ که در شکل ۱۷.۶ نشان داده شد.

برای مطالعه گذارهای بین حالت های تک ذره ای هم با استفاده از واکنشهای مستقیم



شکل ۱۴-۱۵ توزیع زاویه‌ای پروتون‌هایی که از ^{60}Ni به‌طور نا‌کشان پراکنده می‌شوند و به سطوحی که انرژی برانگیختگی آنها نشان داده شده است منتهی می‌شوند. منحنی‌ها برای انرژی مشخص به روش DWBA محاسبه و رسم شده‌اند. انرژی پروتون فرودی ۴۰ MeV بوده است.

پراکندگی نا‌کشان کوششهایی شده است، اما توزیع زاویه‌ای به‌دست آمده از محاسبات DWBA از روی این مدل با داده‌ها مطابقت ندارد و مقادیر δ به‌دست آمده بیش از حد بزرگ هستند. سازوکار این واکنشها آنچنان به‌حرکات جمعی وابسته است که حتی در گدازه‌ای در حالت‌های عمدتاً تک ذره‌ای هم مقادیر کوچک پیکربندی‌های جمعی در



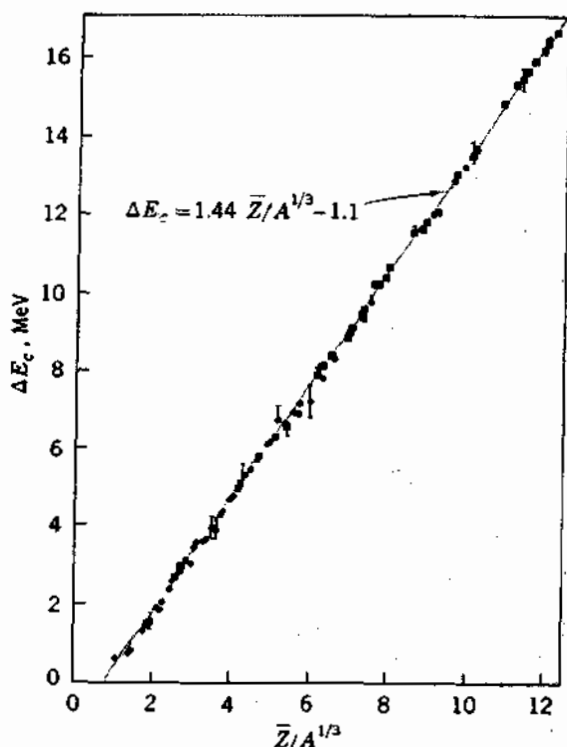
شکل ۱۶.۱۴ توزیع انرژی نوترونهای حاصل از واکنشهای (p, n) توسط پروتونهای ۱۸ MeV. قله‌ها در اثر برانگیختگی حالت‌های مانسته ایزوبار به وجود می‌آیند.

تابع موجها، اثرات مهمی دارند.

در واکنشهای (p, n) فرایند غالب، برانگیزش حالت‌های مانسته ایزوبار است. در شکل ۱۶.۱۴ مثالهایی از این واکنشها نمایش داده شده‌اند. توزیع زاویه‌ای با محاسبات DWBA مطابقت دارد. این گونه اندازه‌گیریها، انرژی حالت‌های مانسته ایزوبار را به دست می‌دهند و اینها نیز به نوبه خود مقدار انرژی کولنی را که موجب جابه‌جایی حالت‌های مانسته ایزوبار می‌شود مشخص می‌کنند. در شکل ۱۷.۱۴ نمونه‌ای از نتایج این مطالعات نمایش داده شده است.

۲.۱۴ برانگیزش کولنی

هرگاه ذره‌ای که بار الکتریکی دارد از نزدیک یک هسته و در مسیری که بررسی کلاسیک



شکل ۱۷.۱۴ اختلاف انرژی کولنی در حالت‌های مانسته ایززوبار. دایره‌ها از انواع داده‌های اشکال ۱۲.۶ ب و ۱۳.۶ هستند و مربعا هم متعلق به واکنشهای (p,n) از نوعی که در شکل ۱۶.۱۴ نمایش داده شده‌اند هستند. اطلاعاتی از این نوع را می‌توان از انرژیهای تشدید در شکل ۱۵.۱۴ و مطالعات مشابه نیز بدست آورد.

پراکندگی رادرفورد پیش‌بینی می‌کند عبور کند، هسته را همچون زمانی که پرتو گاما به آن برخورد می‌کند، تحت تأثیر میدان الکتریکی متغیری قرار می‌دهد. اما برخلاف مورد اخیر، تغییرات زمانی میدان الکتریکی کاملاً سینوسی نیست، بلکه باید آن را طبق آنالیز فوری به صورت حاصل جمع بسامدهای مختلفی که در گستره‌ای یکنواخت از بسامد صفر تا ω_c قرار دارند در نظر گرفت.

$$\omega_c = \frac{v_1}{a_c}$$

که در آن v_1 سرعت ذره فرودی و a_c مسافتی برابر با نصف نزدیکترین فاصله در پراکندگی

رادرفورد ۱۸۵۰ است

$$a_e = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{M v_i^2}$$

بنابرین يك حالت هسته‌ای كه انرژی $h\omega$ آن كمتر از $h\omega_e$ است، به گونه‌ای مشابه با برانگیزش آن توسط پرتو گاما با انرژی $h\omega$ كه در بخش ۱۰.۱۳ بحث شد، می‌تواند برانگیخته شود. این فرایند برانگیزش کولنی نامیده می‌شود. راه دیگر توصیف آن، استفاده از تصویری است كه در بخش ۹.۳ ارائه كردیم، همان گونه كه نیروهای هسته‌ای از تبادل مزونها ناشی می‌شوند نیروهای الكتريكی هم از مبادله يكترون‌هاست سرچشمه می‌گیرند. وقتی یکی از این فوتونها جذب شود و هسته را به حالت انرژی بالاتری ببرد، برانگیختگی کولنی صورت گرفته است.

چون برانگیزش در عمل واكشی است كه توسط پرتو گاما به وجود می‌آید، حالت $I=1$ و $\pi=(-1)^1$ باید به طور مؤثر توسط پرتو گامای $E-1$ برانگیخته شود كه سطح مقطع آن متناسب با Q_2^2 است. بنا به بحثی كه در مورد رابطه (۸.۱۲) كردیم، Q_2^2 برای گذار بین حالت‌های پایه و حالت‌های ارتعاشی يك فونونی متعلق به هسته كسروی، یا بین حالت‌های پایه و پایینترین حالت‌های دورانی ($I=2$) هسته‌های كره‌وار، بزرگترین مقدارش را خواهد داشت. در این صورت، برانگیختگی این حالت‌ها هم خیلی شدید است. در بعضی موارد كه برهم‌كش به طور عجیبی قوی باشد، مثل زمانی كه ذره فرودی بار الكتريكی زیادی داشته باشد، هسته می‌تواند بیش از يك بار برانگیخته شود و به طور پیاپی به حالت‌های ارتعاشی یا دورانی بالاتر برود. این مورد را برانگیزش کولنی چندگانه می‌گویند. از بحثی كه در ارتباط با (۸.۱۲) شد درمی‌یابیم كه مقدار Q_2^2 در گذارهای بین حالت‌های ارتعاشی و دورانی نوارهای مجاور خیلی زیاد است.

نظریه برانگیزش کولنی تقریباً پیچیده و تخصصی است، بنا بر این در مورد جزئیات آن بحث نخواهیم كرد. اما این واقعیت كه این فرایند ساده و بخوبی قابل درك است باعث شده است كه در گستره وسیعی از مطالعات حالت‌های جمعی، خیلی مورد استفاده قرار گیرد. این نظریه برای تعیین مواضع حالت‌های جمعی 2^+ در تقریباً تمام هسته‌ها، و مقدار Q_2 مربوط به گذارهای بین آنها و حالت‌های پایه مورد استفاده قرار گرفته است. این اطلاعات را می‌توان مستقیماً برای مشخص كردن نیمه عمر این حالت‌ها از طریق رابطه (۳.۱۲)، و به طور غیرمستقیم برای تعیین دامنه ارتعاشات به كار برد. حالت‌های انرژی بالای مربوط به نوار دورانی كه در شكل ۱۷.۶ نشان داده شده‌اند، از طریق آزمایش‌های برانگیزش کولنی چندگانه شناخته شده‌اند. اندازه گیری گشتاورهای چهار قطبی الكتريكی استاتیکی حالت‌های جمعی كه در انتهای بخش ۵.۷ ذكر شد، با استفاده از اختلاف انرژی مرتبه دوم در برانگیختگی کولنی دو نوع ذره صورت گرفته بود.

مسائل

۱۰۱۴ زوایای مربوط به بیشینه‌های اول را در توزیع زاویه‌ای /های گوناگون که از رابطه (۵.۱۲) با استفاده از پروتونهای ۴۰ MeV برای واکنشهای (p, p') در هسته هدف نیکل به دست می‌آیند تخمین بزنید. نتایج حاصل را با شکل ۱۵.۱۴ مقایسه کنید.

۲۰۱۴ محاسبات مسئله ۱۰۱۴ را برای واکنش (α, α') که توسط ذره آلفای ۴۰ MeV ایجاد می‌شود انجام دهید.

۳۰۱۴ با استفاده از رابطه (۴.۱۲)، زاویه مربوط به دومین بیشینه را در توزیع زاویه‌ای $l=1$ و $l=0$ در شکل ۳۰۱۴ محاسبه کنید.

۴۰۱۴ اگر حالت $d_{5/2}$ در ^{108}Pd نیمه پر باشد، با استفاده از شکل ۷.۶ مقدار S را برای واکنش $^{108}\text{Pd}(d, p)^{108}\text{Pd}(\text{GS})$ حساب کنید.

۵۰۱۴ اطلاعات مربوط به حالت $d_{5/2}$ را در ^{119}Sn با استفاده از شکل ۶.۶ و مانند شکل ۶.۱۲ رسم کنید. محل مرکز گرانی E_r را به دست آورید و مقداری برای W تخمین بزنید و آن را در شکل ۵.۱۳ قرار دهید. همچنین مقادیر W را برای $d_{3/2}$ ، $s_{1/2}$ و $h_{1/2}$ در شکل ۵.۱۳ قرار دهید.

۶۰۱۴ با تقریب پتانسیل چاه مربعی به شعاع R در رابطه (۲.۴) و فرض اینکه مقدار μ در $R = r$ برابر صفر باشد، شیب خطوط واصل بین حالت‌های $s_{1/2}$ در شکل ۷.۱۲ را حساب کنید. مقادیر به دست آمده را با شیب واقعی خطوط در شکل ۷.۱۴ مقایسه کنید.

۷۰۱۴ اگر در ^{116}Sn ، به ترتیب سه چهارم و یک چهارم از حالت‌های $d_{5/2}$ و $d_{3/2}$ پر باشد، رابطه (۱۵.۱۲) تا چه حد برای تمایز حالت‌های $(3/2)^+$ و $(5/2)^+$ از یکدیگر حساس است؟

۸۰۱۴ با استفاده از شکل ۱۵.۱۴ به طور کیفی راجع به تابع موج متعلق به پایستترین حالت ^{117}Sn در $(3/2)^+$ بحث کنید، و آن را با اطلاعات حاصل از واکنشهای (d, p) مقایسه کنید.

۹۰۱۴ مقدار l در واکنش $^{117}\text{Sn}(\text{GS})$ $^{117}\text{Sn}(t, p)$ چقدر است؟ در واکنش $^{117}\text{Sn}(\text{GS})$ $^{117}\text{Sn}(t, p)$ چطور؟ شکل ۶.۶ در اینجا می‌تواند مفید باشد.

۱۰۰۱۴ در یک واکنش (p, n) که توسط پروتونهای ۲۰ MeV ایجاد می‌شود، انرژی مربوط به قله توزیع انرژی نوترونهایی که از ^{117}Sn جدا شده‌اند چقدر است؟

۱۱۰۱۴ با استفاده از تشدید حالت پایه حالت مانسته ایزوبار در شکل ۱۵.۱۴ و جرمهای داده شده در جدول پیوست ۳، مقدار ΔE_e را برای ^{117}Sn محاسبه کنید. این نقطه را در شکل ۱۷.۱۴ قرار دهید.

۱۲-۱۴ مقدار کمیته انرژی مورد نیاز پروتون برای برانگیزش کولنی پایینترین حالت انرژی 2^+ در ^{114}Cd و ^{112}Pt (شکل ۱۱-۵) چقدر است؟ به ازای چه مقدار انرژی پروتون، واکنشهای هسته‌ای در این هسته‌ها حائز اهمیت می‌شوند؟ (شکل ۴-۱۳).

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بغدادیوست کتاب رجوع کنید.

Ajzenberg-Selove, F.: *Nuclear Spectroscopy*, Academic, New York; 1960.

Butler, S. T.: *Nuclear Stripping Reactions*, Wiley, New York, 1957.

Endt, P. M., and M. Demeur: *Nuclear Reactions*, Interscience, New-York, 1959.

Kikuchi, K., and M. Kawai: *Nuclear Matter and Nuclear Reactions*, North-Holland, Amsterdam, 1968.

Mayer, M. G., and J. H. D. Jensen: *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, Wiley, New York, 1955.

Nuclear Data, periodical published by Academic Press, New York.

Siegbahn, K.: *Alpha, Beta, and Gamma Ray Spectroscopy*, North-Holland, Amsterdam, 1965.

کاربردهای فیزیك هسته‌ای

اینکه هسته به چه طریقی در زندگی ما و دنیای اطرافمان اثر می‌گذارد موضوع بحث این فصل است. مهمترین نقش هسته اتم، اثر غیرمستقیم آن به عنوان مرکز اتم است. بار الکتریکی آن، تعداد الکترونهاي لازم برای تشکیل اتم را تعیین می‌کند و این به نوبه خود کلیه رفتارهای شیمیایی و خواص فیزیکی مواد را مشخص می‌کند. اما زمینه‌هایی وجود دارند که در آنها ساختمان هسته، خواص واپاشی آن، و واکنشهایی که انجام می‌دهد، اثرات مستقیم و تعیین‌کننده‌ای در جهان دارند. از جمله، تولید انرژی در ستارگان، تعیین منشأ مواد اولیه (ترکیب هسته‌ای)، تأمین منابع انرژی به منظور تغذیه تمدن صنعتی، و کاربردهای متعدد رادیواکتیویته را می‌توان نام برد. اینها موضوعاتی هستند که در این فصل مورد بحث قرار خواهند گرفت.

۱.۱۵ کاربردهای رادیواکتیویته

قدیمی‌ترین کاربردهای رادیواکتیویته، عمرسنجی با استفاده از قوانین واپاشی مذکور در بخش ۵.۸ بوده است. سن‌سنگها و در نتیجه سن زمین، با اندازه‌گیری نسبت اورانیوم به سرب (که عنصر نهایی در واپاشی اورانیوم است) در آنها تعیین می‌شود. تکنیک‌های عمرسنجی دیگری برای محدوده‌های سنی دیگر ابداع شده‌اند که از آن جمله است عمرسنجی

رادیو کربنی برای دوره‌هایی در حدود هزاران سال (بخش ۸-۱۳) و عمرسنجی تریتمی (با نیمه عمر حدود ۱۲ سال) برای تعیین سن منابع آب تا حدود چند سال.

در گروه وسیعی از کاربردها، از حساسیت بسیار خوب آشکار سازیهای رادیواکتیویته استفاده می‌شود. در این روش، آشکار سازی و پاشی حتی يك اتم را بسا استفاده از وسیله‌ای که در فاصله‌ای دور از دیواره ظرف قرار دارد، می‌توان مشخص کرد، در حالی که در دیگر روشها مثلاً در آشکار سازی شیمیایی، به حضور میلیاردها اتم نیاز هست و عموماً مستلزم ایجاد اختلال در ماده است. با استفاده از این حساسیت زیاد، بعضی از عناصر را می‌توان نشان داد کرد، به این طریق که ماده را با مقداری از ایزوتوپ رادیواکتیو آن عنصر مخلوط می‌کنیم و بعد فرایندهای شیمیایی، زیست شناختی و فیزیکی آن را دنبال می‌کنیم. این روش ددیابی به عنوان ابزار مهم تحقیقاتی در موارد گوناگون پزشکی، شیمی، مهندسی، کشاورزی، متالورژی، آب شناسی، اقیانوس شناسی، محیط زیست، جانور شناسی، و غیره به کار گرفته می‌شود. همچنین موارد استعمال زیادی در تشخیص انواع بیماریها، جرم شناسی، نشت یابی، انتقال سوخت و دیگر مسائل صنعتی دارد.

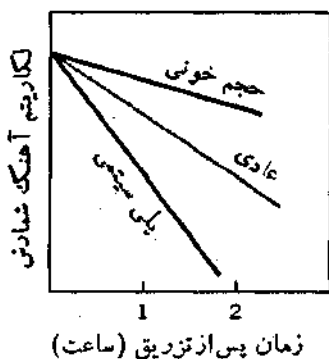
حال چند مثال از کاربرد رادیوایمان می‌کنیم. فرسودگی رینگهای پیستون را بر سرعت و دقیقاً می‌توان با اضافه کردن ایزوتوپهای رادیواکتیو آهن به آنها و سنجش تراکم رادیواکتیویته در روغن مخصوص روغنکاری، اندازه گیری کرد. این کار به صورت تابعی از سرعت اتومبیل و زمان گرم شدن موتور و روغنهای و مواد مختلف روغنکاری صورت می‌گیرد و اطلاعات بسیاری در مورد اینکه چه نوع روغن و موادی برای حالات مختلف مناسبتر است، به دست می‌آید. مطالعاتی مشابه در مورد فرسودگی لاستیکهای اتومبیل صورت گرفته است، به این ترتیب که مقداری ^{32}P به سطح خارجی لاستیک افزوده می‌شود و کاهش مقدار این ماده به کمک آشکار سازی که در زیر گالگنر نصب می‌شود اندازه گیری می‌شود. به این طریق مطالعاتی در مورد اثرات سرعت، بار، و نوع جاده بر فرسودگی لاستیک صورت می‌گیرد. با قراردادن رادیاب رادیواکتیو در روغن روغنکاری، میزان روغنی که در موتورهای دیزلی می‌سوزد، از طریق اندازه گیری رادیواکتیویته موجود در گازهای خروجی سنجیده می‌شود. انواع گوناگون صافیهای روغن به این طریق آزمایش می‌شوند که يك ترکیب آنتیموان ^{124}Sb را با روغن مخلوط می‌کنند و اکتیویته روغن را پس از عبور از اذضافی بررسی می‌کنند.

جیوه‌ای که در لامپهای فلوروسان به کار می‌رود، سلامت کارکنان مؤسسه سازنده آنها را به مخاطره می‌اندازد؛ مقدار کمی ^{199}Hg با این جیوه مخلوط می‌شود و با گذراندن نمونه‌های هوا از يك شمارگر گایگر مقدار بخار جیوه موجود در هوا همیشه تحت نظارت قرار می‌گیرد. برای نظارت بر دیگر آلودگیهای هوا مانند کربن (با استفاده از ^{36}Cl) و آمونیاک (با استفاده از ^3H) هم روشهای مشابهی به کار گرفته می‌شوند. کارایی ماشینهای رختشویی را بدین طریق اندازه گیری می‌کنند که پارچه‌هایی را در روغن آغشته به ^{32}P خیس می‌دهند و پس از شستشو میزان رادیواکتیویته آنها را تعیین می‌کنند. همین روش برای مقایسه

پودرهای مختلف پاك‌كننده به‌كاربرده می‌شود.

مسئله مهمی كه در كشاورزی مطرح است، سمپاشی برگهای درختان به منظور محافظت آنها از آفات نباتی است. با آغشته كردن سم به ^{25}S و اندازه‌گیری رادیواكتیویته درون برگها پس از مدتی، دیده شد كه بعضی از روشهای استفاده از سم به دیگر روشها ارجحیت دارند. مثلاً استفاده از سم به صورت روغن قابل حل بر كاربرد پودر محلول در آب برتری دارد، و دادن سم به ریشه‌ها باعث می‌شود كه سم در برگهای جوان تمرکز یابد؛ و اینکه نوردهی به گیاهان باعث افزایش سرعت جذب می‌شود. مطالعه پخش كودهایی كه به وسیله مواد رادیواكتیو نشاندار شده بودند در خاك نشان داد كه آهنگ جا به جایی كود خیلی بیشتر از حدی است كه تصور می‌شد. به همین دلیل بهتر است كه كود غلات را به طور یكنواخت پخش نكنند بلكه آنها را به صورت خطی بریزند كه به این ترتیب هزینه نیز تقریباً نصف می‌شود. عادت حشرات آفت هم به این طریق مطالعه شده است كه به آنها مواد رادیواكتیو خورانده‌اند و حرکات آنها را با آشكارسازی تابشی تحت نظر گرفته‌اند و به این ترتیب وسایل جدیدی برای نابود كردن آنها ابداع كرده‌اند.

شاید مهمترین كاربرد رادیوها، در تشخیص بیماریها باشد. یدی كه به بدن مسی‌رسد عمدتاً در غده تیروئید متمرکز می‌شود و تیروئیدی كه بیش از حد اکتیو شده باشد، ید را در زمانی بیش از يك تیروئید معمولی نگه می‌دارد. اگر مریضی يك لیوان آب حاوی ^{131}I (به صورت NaI) بپاشاند، میزان شمارش آشكارسازی كه ۲۴ ساعت بعد در نزدیکی گردن او نصب شود معلوم می‌كند كه تیروئید شخص بیمار عادی است و یا اینکه فعالیت بیش از اندازه یا كمتر از اندازه دارد. روشی مشابه برای تشخیص بیماری كم‌خونی به كار می‌رود، همان گونه كه در شكل ۱۰۱۵ نمایش داده شده است، يك بیمار كم‌خون آهن را به مدت طولانیتر از يك بیمار عادی در خون نگه می‌دارد، بنابراین با تزریق يك ایزوتوپ رادیواكتیو آهن و اندازه‌گیری میزان فعالیت خون پس از مدت زمانی معین، می‌توان كم‌خونی یا بیماری معكوس آن را كه پلی سیتمی است آشكارسازی كرد. با قراردادن يك آشكارساز



شكل ۱۰۱۵ میزان شمارش مربوط به نمونه‌های خون به صورت تابعی از زمان پس از تزریق يك ایزوتوپ رادیواكتیو آهن. سه منحنی مربوط به بیمارهای مبتلا به كم‌خونی، پلی سیتمی، و شخص عادی است.

در داخل حفاظتی ضخیم ازسرب، بهطوری که پرتوگاما به آسانی از شکافی طولانی و باریک بتواند وارد شود، جهت ورود پرتوهای گاما را مشخص می کنند. این وسیله به منظور روبش سطح بدن يك شخص بیمار، به جلو و عقب رانده می شود تا مکانی که از آن پرتوهای گاما گسیل می شوند، آشکارسازی شود. مثلاً به کمک این روش هنگامی که ^{131}I در غده تیروئید متمرکز شده است، می توان اندازه و شکل غده تیروئید را معلوم کرد. کاربرد مهمتر، آشکارسازی محل غده های مغزی است، آلبومین (ماده ای درخون)، ازسینک و دیگر مواد مشابه دارای خاصیت تجمع در غده های مغزی هستند، بنابراین با نشاندار کردن یکی از این مواد با ایزوتوپ رادیواکتیو، اندازه و محل يك غده مغزی به دقت مشخص می شود و در نتیجه می توان این غده را با دقت بسیار از طریق جراحی بیرون آورد. جریان خون يك مریض را از طریق تزریق ^{24}Na به عنوان ردیاب و آشکارسازی تابش های آن در قسمت های مختلف بدن می توان مطالعه کرد. این روش برای تعیین محل لخته گی و تشخیص بیماری هایی که منجر به کند شدن جریان خون می شوند، به کار می رود. کم خونی مہلک در اثر عدم توانایی بدن به جذب ویتامین B_{12} عارض می شود؛ اگر این ویتامین با ^{58}Co یا ^{60}Co نشاندار شود، با پیگیری مسیر آن در بدن از طریق آشکارسازی تابشی، می توان علت این عارضه را دریافت.

یکی دیگر از موارد کاربرد آشکارسازی با حساسیت زیاد اتمهای رادیواکتیو تحلیل هئالسازی است که امکان تشخیص مقدار يك عنصر ردیاب را در يك ماده فراهم می کند. ماده توسط ذراتی مانند نوترون که می تواند در عنصر مورد مطالعه داکنش هسته ای ایجاد کند بیمار آن می شود، و سپس محصولات رادیواکتیو این واکنشها از طریق آشکارسازی بررسی می شوند. در این کار معمولاً تفکیک رادیوشیمیایی برای از میان برداشتن اکتیویته موجود در اجزای اصلی ماده، مفید است. بدین طریق، می توان میزان تمرکزهایی در حد چند قسمت در میلیارد هر عنصر را به دقت اندازه گیری کرد.

در کاربردهای دیگر، از توانایی منابع رادیواکتیو و آشکارسازها برای مطالعه خواص موادی که با پرتوها برهم کنش می کنند، استفاده می شود. به عنوان مثال ضخامت های گوناگون از نازکترین ورقه های فلزی تا ضخیمترین رگه های زغال قابل اندازه گیری هستند، بدین طریق که کسری از پرتوهای گاما و یا الکترونها ی گسیل شده از يك چشمه پرتو β که از عبورشان جلوگیری می شود، و یا میزان کاسته شدن انرژی ذرات، اندازه گیری می شود. همچنین از این دسته کاربردها، اندازه گیری چگالی مواد به روشهایی مشابه را می توان نام برد. تعیین ترازماهی که در ظرف غیر شفاف قرار دارد و اکتشاف منابع نفت از طریق مطالعه پراکندگی نوترونها و پرتوهای گاما از ساختار خاک، نیز از این گروه اند. همچنین با توجه به تغییرات جذب پرتوهای گاما، می توان به نقایص درونی مواد پی برد. این عمل قبلاً منحصر از طریق پرتوهای γ صورت می گرفت، اما پرتو نگرانی گاما دارای امتیازاتی است که ارزانی، سادگی، و انجام عملیات با قابلیت تحرک بیشتر از جمله آنهاست.

حال بیایید مثالهایی ویژه از این کاربردها را در نظر بگیریم. وسایل اندازه گیری

ضخامت که کارشان بر اساس اندازه‌گیری تضعیف تابش هسته‌ای است، به‌طور روزمره در ساختن ورقه‌های فلزی، کاغذی، پلاستیکی، ولاستیک به‌کار برده می‌شود. در این وسایل اغلب روشهایی برای تصحیح اختلاف ضخامت در مقایسه با تنظیم ماشینهای غلنگی درپیش گرفته می‌شود. اگر آهنگ شمارش مربوط به ضخامت بالا رود، معلوم می‌شود که ورقه بسیار باریک شده است و در این صورت علامتی به غلنگها فرستاده می‌شود تا به‌طور خودکار فاصله بین آنها را افزایش دهد. در بعضی حالات، کل فرایند متشکل از چندین گذار از انواع غلنگها را به‌طور کامل و خودکار، با استفاده از وسایلی از این قبیل که بین هر مرحله از غلنگها قرار می‌گیرند، کنترل می‌کنند. با استفاده از ^{63}Ni ، ضخامت مرکب روی غلنگهای چاپ را بین ۳ تا $7\mu\text{m}$ حفظ می‌کنند. وقتی مرکب بیش از حد ضخیم شود، تابش به‌مقداری بیشتر جذب می‌شود و کاهش آهنگ شمارش باعث می‌شود که علامتی ارسال شود تا مقدار مرکب کاهش یابد و برعکس، افزایش آهنگ شمارش باعث زیاد شدن مقدار مرکب خواهد شد. سازنده‌های سس محصول خود را در خمیره‌های بزرگ ذخیره می‌کنند اما خاصیت سس چنان است که سطح تراز آن را در خمیره نمی‌توان بسادگی تعیین کرد. با قراردادن یک چشمه رادیواکتیو و یک آشکارساز هم تراز در داخل و خارج خمیره و حرکت دادن همزمان آنها به بالا و پایین، ارتفاع مایع را در خمیره تعیین می‌کنند. هنگامی که چشمه از تراز سس عبور می‌کند، تغییری شدید در میزان شمارش حاصل می‌شود، زیرا میزان جذب پرتو گاما در سس خیلی بیشتر از هواست. برای تعیین ارتفاع ظروف محتوی گندم و حبوبات نیز از روشی مشابه استفاده می‌شود.

تابش ناشی از هسته‌های رادیواکتیو، به‌طور مستقیم در چندین فرایند صنعتی به‌کار می‌رود. در این موارد، از توانایی تابش هسته‌ای برای خارج کردن الکترون‌ها از مواضعشان در اتمها، مولکولها، و بلورها و نتیجتاً ایجاد تغییرات شیمیایی، فیزیکی، و زیست‌شناختی استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال، پلیمری شدن بعضی از مواد شیمیایی، افزایش سختی با مقاومت بعضی مواد، تغییر رنگ الماس، تولید ازن، و پخش الکتروسیته ساکن از طریق یونیدگی هوا و ایجاد قابلیت هدایت در آن را می‌توان نام برد. وقتی پلی اتیلن تحت تابش پرتو گاما قرار می‌گیرد، دمای ذوب آن از 120°C به 200°C افزایش می‌یابد و استقامت کششی آن هم ۶۰ درصد اضافه می‌شود. افزایش دمای ذوب باعث می‌شود که پلی اتیلن بتواند مراحل استریل شدن لازم را در کاربردهای پزشکی طی کند. بسا تحت تابش قرار گرفتن لاستیکهای اتومبیل، مدت دوام آنها دو برابر می‌شود و درعین حال نرمتر رانده می‌شوند. اصطکاک هوا با بالهای هواپیما باعث جمع شدن باربر روی آنها می‌شود که گاهی به‌یخ زدن بالهای هواپیما کمک می‌کند، با نصب چشمه‌ای رادیواکتیو روی بال هواپیما می‌توان بر این مشکل غلبه کرد، ارتفاع میله‌های برق‌گیر هم با استفاده از منابع کوچک رادیواکتیو در نوک آنها به‌طور مؤثر افزایش پیدا می‌کند، به این طریق که بارهای ساکنی را که در اطراف میله جمع شده‌اند از آن دور می‌سازد. دقت ترازوهای بسیار دقیق هم تحت تأثیر بارهای الکتریکی که روی آنها جمع می‌شود، قرار می‌گیرد؛ و دستکم یکی از سازندگان

آن ترازوهای خود را به حلقه کوچکی از ماده رادیواکتیو مجهز می کند تا این نوع بارها را از ترازو دور کند.

تابش از طریق تغییر مولکولها، باعث جهشهای ژنتیکی می شود. با استفاده از این خاصیت، ژن شناسان انواع حشرات را در مدت زمانی بسیار کسوتها تراز آنچه در طی تغییرات عادی میسر است، پرورش داده اند. از طرف دیگر، زیاده شدن تعداد جهشها، تهدیدی برای بشر است. زیرا اکثر آنها باعث به وجود آمدن مشخصه های نامطلوب در نسلهای بعدی می شود. همین مسئله بود که منجر به توافق بین الملل در متوقف ساختن آزمایش بمبهای هسته ای شد. استفاده از تابش به مقدار زیاد، باعث نازایی می شود. به کمک همین روش تعداد زیادی از حشرات نر را عقیم می کنند، و به این ترتیب از جمعیت حشرات مضر به میزان زیاد می کاهند. این روش بخصوص در مورد نمونه هایی که ماده ها تنها یکبار جفت گیری می کنند بسیار مؤثر است.

اگر تعداد کافی از مولکولها تغییر یابند، یک سلول خواهد مرد و اگر تعداد کافی از سلولها از بین بروند، عضوی از بدن از کار خواهد افتاد و نهایتاً منجر به مرگ خواهد شد. بنابراین مقادیر زیاد تابش برای بشر می تواند مہلک باشد و استفاده از پناهگاههای پادان رادیواکتیو پس از حمله بمب اتمی، به همین دلیل است. از سوی دیگر، سلولهای سرطانی در اثر تابش، ساده تر از سلولهای سالم نابود می شوند. و بنابراین گاهی اوقات با استفاده صحیح از تابش می توان سرطان را کنترل و یا معالجه کرد.

همان گونه که قبلاً اشاره شد، چون ^{131}I پس از خوردن شدن توسط شخص بیمار در غده تیروئید جمع می شود، به کمک این روش می توان غده ای را که بزرگ شده است به اندازه عادی در آورد. پیش از این، این کار با عمل جراحی صورت می گرفت. استفاده از تابش برای کشتن جانداران میکروسکوپی، راهی برای نگهداری مواد غذایی به عوض منجمد ساختن آنهاست - سیب زمینیهای تابش دیده به مدت ۱۸ ماه بدون خراب شدن یا جوانه زدن نگهداری می شوند - باندها و دیگر وسایل جراحی به این وسیله استریل می شوند. مثلاً سوزنهای واکسیناسیون معمولاً با قرار گرفتن در معرض تابش منابع رادیواکتیو استریل می شوند.

انرژی که از رادیواکتیو به آزاد می شود، برای فراهم ساختن توان الکتریکی به کار رفته است. این عمل یا به طور مستقیم (به مقدار کم) با استفاده از بار الکتریکی خروجی و یا با جذب انرژی به صورت گرما و سپس تبدیل گرما به توان الکتریکی، صورت گرفته است. با استفاده از روش دوم، منابع قدرتی بیش از ۱۰۰ W به وجود آمده اند، اینها در مواردی از قبیل ایستگاههای هواشناسی قطب شمال که بدون وجود انسان کار می کنند و یا در موشکهای بدون سرنشین که در فضا دوران می کنند، به کار برده می شوند. انرژی رادیواکتیو به می تواند مستقیماً به نور تبدیل شود و این در صورتی است که مواد درخشان در مقابل آن قرار گیرند، همان گونه که در مورد صفحات ساعتی شب نما نیز دیده می شود. لامپهایی که نورشان تا فاصله یک چهارم مایل در تاریکی شب دیده می شود، از این نوع هستند.

خاصیت رادیواکتیویته، برای اکتشاف مواد معدنی نیز بسیار مفید است. این روش نه تنها برای اورانیم و توریم که تسابشهای آنها به آسانی قابل آشکارسازی است، بلکه برای بریلیم نیز که هسته آن پایینترین آستانه انرژی را برای واکنشهای (γ, n) دارد به همین دلیل تنها ماده‌ای است که در اثرباشش پرتوگاما از منابع رادیواکتیو به آن ایجاد نوترون می‌کند، قابل استفاده است.

مجموعاً باید گفت رادیواکتیویته در صنایع، نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند و تاکنون باعث صرفه‌جویی میلیاردها دلار در کشاورزی و صنعت، و نجات جان هزاران انسان شده است. و استفاده از آن با سرعت بسیار در حال پیشرفت است.

۲.۱۵ تولید انرژی و واکنشهای گرما هسته‌ای

از لحاظ تاریخی، تولید انرژی در روی زمین از طریق واکنشهای مولکولی که بیشتر به صورت واکنشهای شیمیایی از قبیل سوختن چوب، زغال، گاز، و محصولات نفتی و یا مصرف غذا در بدن حیوانات بوده است، صورت گرفته است. اما مدت‌هاست که می‌دانیم واکنشهای شیمیایی نمی‌توانند منشأ انرژی تأیید شده توسط ستاره‌هایی چون خورشید باشند. اگر خورشید کاملاً از زغال و اکسیژن ساخته شده بود، هیچ‌گاه قادر نبود که حتی به مدت هزار سال هم، چنین انرژی را تولید کند چه برسد به اینکه اکنون میلیاردها سال است که کار تابش را به‌طور مداوم انجام می‌دهد. تنها نوع فرایندهای واکنشی دیگر که تولید انرژی می‌کنند، واکنشهای هسته‌ای هستند. چون انرژیهای هسته‌ای نوعاً میلیونها برابر بزرگتر از انرژیهای اتمی‌اند، ظاهراً باید واکنشهای هسته‌ای را عامل تولید انرژی در ستارگان دانست. به‌منظور تولید مقادیر زیاد انرژی، لازم است که واکنشهای بین ماده، مسانند مخلوط هوا و سوخت، به‌صورت انبوه صورت گیرد. اما هسته‌های موجود در حجم بزرگی از ماده، به‌دلیل نیروی دافعه کولنی بینشان، از یکدیگر دور نگه‌داشته می‌شوند. این مسئله شبیه به نیروی دافعه الکتریکی بین مولکولها به‌هنگام نزدیک شدن آنها به یکدیگر در واکنشهای شیمیایی است. به‌منظور غلبه بر این دافعه، لازم است که ذرات برهم‌کنش‌کننده انرژیهای جنبشی‌ای از مرتبه بیشینه انرژی پتانسیل حاصل از دافعه که آن را ارتفاع سد می‌دانیم، داشته باشند. این مقدار در مورد مولکولها نوعاً در حدود چند الکترون ولت و یا کمتر است. تمام ذرات به‌دلیل حرکت گرمایی، مقداری انرژی جنبشی دارند و طبق توزیع ماکسول برای سرعتها، داریم

$$p(v) dv \propto v^2 \exp\left(\frac{-(1/2)Mv^2}{kT}\right) dv \quad (۱۰.۱۵)$$

که در آن $p(v)dv$ احتمال قرار گرفتن سرعت در فاصله v تا $v+dv$ و k ثابت بولتزمن است

$$k = \frac{1\text{eV}}{1.316 \times 10^4 \text{K}} \quad (2.15)$$

در دمای اتاق و در دماهای کوره‌ای مقدار kT به ترتیب در حدود 0.025 و 0.1 الکترون ولت است، و از آنجا منطقاً به دلیل نفوذی که از دیدگاه مکانیک کوانتومی درسد صورت می‌گیرد احتمال دارد که در ناحیه پراورزی توزیع ماکسول بین مولکولها واکنشی رخ دهد. بدین ترتیب، بخصوص در دماهای بالا واکنشهایی شیمیایی در حجم زیاد ماده امکان پذیر می‌شود. از سوی دیگر در واکنشهای هسته‌ای، مسئله جدیتر است. ارتفاع سد درموارد معمولی همان‌طور که در انتهای بخش 4.10 محاسبه شد، برابر 9.96 MeV و احتمال نفوذ از سد حتی برای یک پروتون 1 MeV برابر 10^{-13} است. البته این مقدار، مربوط به پروتون برهم‌کنش کننده با هسته‌ای به جرم متوسط است. اما برای دپروتون که به فاصله‌ای می‌رسند که نیروی جاذبه هسته‌ای با نیروی دافعه کولنی برابر می‌شود (فاصله‌ای در حدود 2.4)، ارتفاع سد کولنی برابر 2 MeV است و بنا به رابطه (27.10) نفوذ پذیری درسد در انرژی 1 MeV تقریباً برابر 10^{-3} و در 1 MeV (1000 eV) برابر 10^{-13} می‌شود. در دماهای زمینی، بوضوح هیچ واکنش هسته‌ای روی نمی‌دهد. از سوی دیگر، در نزدیکی مراکز ستاره‌ها و در انفجارهای بمبهای اتمی، دما به حدی بالاست که واکنشهای گرما هسته‌ای صورت می‌گیرد و امید می‌رود که به طریقی کنترل شده بتوان به چنین دماهایی در سطح زمین نیز دست یافت. قبل از بحث در مورد این مطالب، واکنشهای گرما هسته‌ای را قدری دقیقتر بررسی می‌کنیم.

مخلوطی همگن از دو گاز را در نظر بگیرید که تعداد ذرات آنها در واحد حجم برابر n_1 و n_2 باشد که به طور اتفاقی با سرعت v در حرکت‌اند، و سطح مقطع واکنش ذره 1 با ذره 2 را با σ نمایش می‌دهیم. از تعریف سطح مقطع چنین نتیجه می‌گیریم که احتمال واکنش ذره معینی از گاز 1 در واحد مسافت طی شده برابر $n_2 \sigma$ است. از آنجا که این ذره در هر واحد زمان مسافتی معادل v می‌پیماید، احتمال واکنش آن در واحد زمان برابر $n_2 \sigma v$ می‌شود. چون n_1 ذره شبیه به این ذره، در واحد حجم وجود دارد، آهنگ کل واکنش در واحد حجم، چنین است

$$R = n_1 n_2 \sigma v \quad (2.16)$$

طبق فرمول برایت - ویگنر (17.13) ، سطح مقطع برای یک واکنش (p, q) که در آن p و q هر دو ذره‌ای می‌توانند باشند، چنین است

$$\sigma = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_p \Gamma_q}{(E - E_r)^2 + (1/4) \Gamma^2} \quad (2.17)$$

اگر p ذره‌ای یاردار باشد، از (11.13) الف و (22.10) می‌بینیم که عبارت Γ_p شامل یک جمله نفوذ پذیری $\mathcal{P}$ درسد کولنی است. اگر آن گونه که در بخش 8.13 برای نوترونهای حرارتی فرض کردیم، کمترین انرژی تشدید بسیار بالاتر از ناحیه انرژی باشد

که ما در نظر می‌گیریم (در هسته‌های سبک، فاصله بین تشدیدها نوعاً دهها یا صدها keV است)، تغییرات انرژی (۲۰۱۵) در انرژیهای بسیار پایین را عمدتاً مقدار $\hbar^2$ (که خود متناسب با $1/E$ است) و مقدار $\mathcal{P}$ تعیین می‌کند

$$\sigma \simeq \frac{S_0 \mathcal{P}}{E} \quad (5.11)$$

S_0 که تمام عوامل دیگر را در (۲۰۱۵) شامل می‌شود، نسبتاً مستقل از انرژی است. در توصیف (۲۷.۱۵ الف) برای نفوذپذیری، مشاهده می‌کنیم که در انرژیهای کم $x \rightarrow 0$ و از آنجا $f(x) \rightarrow \pi/2$ ، بنابراین $\mathcal{P}$ چنین می‌شود

$$\mathcal{P} = \exp(-\alpha E^{-1/2}) \quad (6.15)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.63 \frac{\pi}{2} Z Z_p \left(\frac{M}{M_p} \right)^{1/2} (\text{MeV})^{1/2} \\ &= 31.3 Z_1 Z_2 \left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right)^{1/2} (\text{keV})^{1/2} \end{aligned}$$

در سطر دوم نمادگذاری را به صورت متقارن بین دو ذره در آورده‌ایم به طوری که M_1 و M_2 اجرام کاهش یافته ذرات ۱ و ۲ بر حسب جرم پروتون هستند و همان گونه که در مورد حالتی که هر دو ذره دارای اجرام مساوی هستند لازم است، جرم کاهش یافته را جانشین M کرده و واحدها را از MeV به keV تغییر داده‌ایم. اگر (۱۰۱۵) را بر حسب انرژی بیان کنیم، چنین می‌شود

$$p(E) dE \propto E^{1/2} dE \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (1.15 \text{ الف})$$

$\mathcal{R}(E)dE$ یا تعداد واکنشها در واحد زمان در فاصله انرژی E و $E+dE$ ، با ضرب کردن (۱۰۱۵ الف) در (۳۰۱۵) به دست می‌آید و پس از به کار بردن (۵۰۱۵) و (۶۰۱۵) چنین نتیجه می‌شود

$$\mathcal{R}(E) \propto S_0 \exp\left(-\alpha E^{-1/2} + \frac{E}{kT}\right) \quad (7.15)$$

جزئیات آهنگ و اکشن (۷.۱۵)، با کمک شکل ۲.۱۵ قابل فهم می‌شود. وابستگی انرژی آن به وسیله حاصلضرب دو عامل شدیداً وابسته به انرژی تعیین می‌شود که عبارت‌اند از ربع ماکسولی (۱۰۱۵ الف) که با افزایش E به طور نمایی کاهش می‌یابد، و نفوذپذیری

(۶.۱۵) در سد که با افزایش E سریعاً افزایش می‌یابد. همان گونه که در شکل ۲۰.۱۵ می‌بینیم حاصلضرب اینها در انرژی E_m مقداری بیشینه دارد و بیشتر واکنشها در همین ناحیه از انرژی صورت می‌گیرند. بنابراین E_m انرژی گرمایی مؤثر نامیده می‌شود. چون وابستگی انرژی $\mathcal{R}(E)$ تقریباً به‌طور کامل در نمای (۷.۱۵) وجود دارد، از صفر قرار دادن مقدار مشتق آن نما مقدار E_m به‌دست می‌آید

$$E_m = \left(\frac{1}{\alpha} kT \right)^{2/3} \quad (۸.۱۵)$$

که نوعاً چند برابر kT است. مثلاً برای پروتونهایی که با پروتون برخورد انجام می‌دهند، $\alpha = ۲۲(\text{keV})^{1/2}$ ، از آنجا برای $kT = ۱ \text{ keV}$ داریم $E_m = ۵ \text{ keV}$ و برای $kT = ۱۰ \text{ keV}$ داریم $E_m = ۲۳ \text{ keV}$. وابستگی دمایی $\mathcal{R}$ به‌طور تقریبی با قرار دادن E_m به جای E در نمای (۷.۱۵) تخمین زده می‌شود که بسادگی چنین می‌دهد

$$\mathcal{R} \propto \exp[-۲۲۰ \alpha^{2/3} (kT)^{-1/3}] \quad (۹.۱۵)$$

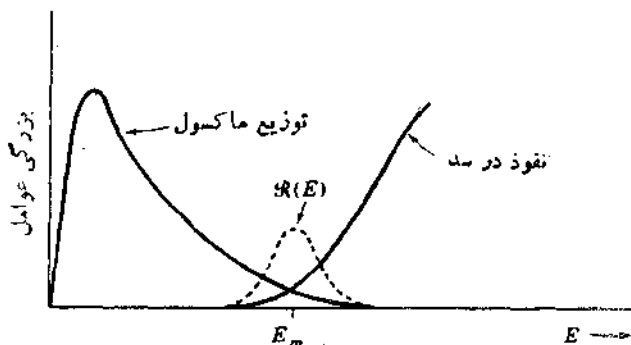
نتیجه دقیق‌تری که از انتگرالگیری (۷.۱۵) به‌دست می‌آید، در حالت کلی به‌صورت رابطه فوق‌است. این نتیجه با در نظر گرفتن عواملی که به‌حساب نیاورده بودیم، چنین است

$$\mathcal{R} = ۷۲۰ \times ۱۰^{-۱۹} n_1 n_2 \left(\frac{Z_1 Z_2 M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right)^{-1} S_0 \tau^2 e^{-\tau} \quad (۱۰.۱۵)$$

که در آن داریم

$$\tau = ۲۳۷ \alpha^{2/3} (kT)^{-1/3} \quad (۱۱.۱۵)$$

اگر n_1 و n_2 بر حسب تعداد ذرات در سانتی‌متر مکعب و S_0 بر حسب keV-b نوشته شود،



شکل ۲۰.۱۵ عوامل اصلی در معادله (۷.۱۵)، توزیع ماکسول، نفوذپذیری در سد، و حاصلضرب آنها، $\mathcal{R}(E)$ ، که فقط در ناحیه E_m (انرژی گرمایی مؤثر) مقدار آن قابل ملاحظه است.

$\mathcal{R}$ بر حسب تعداد واکنش در سانی متر مکعب در هر ثانیه به دست می‌آید. به طور قراردادی T_9 را به صورت دما بر حسب $10^9 K$ در نظر می‌گیرند، که در آن صورت نماد گذاری (۱۱.۱۵) و (۸.۱۵) چنین می‌شوند

$$\tau = 42748 \left(\frac{Z_1^2 Z_2^2 M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right)^{1/2} T_9^{-1/2} \quad (12.15)$$

$$E_m = 12220 \left(\frac{Z_1^2 Z_2^2 M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right)^{1/2} T_9^{1/2} \quad \text{keV}$$

عمر متوسط τ_1 مربوط به ذره ۱ در این واکنشها بوضوح چنین است

$$\tau_1 = \frac{n_1}{\mathcal{R} v_1} \quad (13.15)$$

که v_1 تعداد آنها در هر واکنش است.

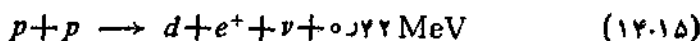
در این بررسی تمام اطلاعات فیزیک هسته‌ای در عامل S_0 که توسط (۴.۱۵) و (۵.۱۵) تعریف می‌شود گنجانیده شده است. S_0 به Γ_p یعنی بخشی از Γ_p که توسط نفوذ پذیری در سد (θ_p^0) مشخص نمی‌شود، و همچنین به پایینترین انرژی تشدید بستگی دارد. این امر شبیه به وضعیت نوترونهای گرمایی است که در (۲۵.۱۳) توضیح داده شده است، و نتیجه به طور کیفی همان است: S_0 برای واکنشهای مختلف، به صورتی کم و بیش اتفاقی، به اندازه قابل توجهی تغییر می‌کند. بنابراین در بیشتر حالات، تنها روش قابل قبول تعیین S_0 به طور تجربی از طریق اندازه گیری σ بر حسب E و کاربرد (۵.۱۵) است. چون q و بنابراین سطح مقطع در ناحیه نزدیک به E_m بی نهایت کوچک است، این آزمایشها به طور معمول در ناحیه انرژی پایین قابل انجام نیست. اما S_0 اساساً از انرژی مستقل است و بنابراین اغلب، تعیین S_0 از طریق اندازه گیری در انرژیهای بالا قابل اطمینان است. در واکنشهایی که تشدید در ناحیه انرژی حرارتی صورت می‌گیرد، مسلماً این روش فاقد ارزش است. بنابراین همان طور که در (۵.۱۵) تعریف شد، S_0 به سرعت با انرژی تغییر می‌کند و در صورت عدم اندازه گیری، مقدار آن تنها از شواهد غیر مستقیم به تقریب تخمین زده می‌شود. البته در تمام حالتها ما بلیم که اندازه گیری σ بر حسب E را تا پایینترین حد قابل اندازه گیری E گسترش دهیم، و متخصصین فیزیک هسته‌ای تلاش زیادی در همین راه مبذول داشته‌اند.

۳.۱۵ تولید انرژی در ستارگان

ستاره‌ها در اثر جمع شدن غبارهای بین ستاره‌ای که تحت تأثیر جاذبه ثقلی بین شان متراکم شده‌اند، تشکیل می‌شوند. هر چه مجموعه متمرکزتر شود، نیروها (بر طبق قانون $1/r^2$ نیروی جاذبه) افزایش می‌یابند، چگالی به سرعت به حدی می‌رسد که وقوع برخوردها امکان پذیر

می‌شود و بنابراین می‌توان از دما سخن گفت.^۱ درحالی که چگالی و دما به سرعت افزایش می‌یابند تا زمانی که به منطقه‌ای برسند که واکنشهای گرما هسته‌ای در ناحیه مرکزی ستاره بتواند صورت گیرد، فرایند ادامه می‌یابد. تا زمانی که فشار روبه‌بیرون انرژی تابشی بسا فشار روبه‌درون ثقلی برابر شود و ستاره به حالت تعادل درآید، بسا افزایش چگالی و دما طبق (۱۰.۱۵) انرژی تولید شده در این واکنشها اضافه می‌شود. محاسبات بر پایه نظریه انتقال انرژی حاکی از این هستند که در مرکز ستارگانی چون خورشید، چگالی در حدود 100 g/cm^3 و دما در حدود 12 میلیون درجه ($kT \approx 1 \text{ keV}$) است.

حدود 99.9% درصد از تمام هسته‌های موجود در جهان، از نوع هیدروژن یا هلیوم (به نسبت حدود 10 به 1) هستند، و به دلایلی که در بخش 4.15 توضیح داده شد، هلیوم در شرایط فرض شده قادر به شرکت در واکنش نیست. بنابراین ماده اصلی مورد توجه، هیدروژن یا پروتونهاست، چرا که در این دماها اتمها یونیده می‌شوند. در فصل 3 دریافتیم که هسته‌ای که شامل دو پروتون باشد، فاقد تراز مقید است و بنابراین وقتی که دو پروتون برهم کنش می‌کنند، مقید به یکدیگر نمی‌مانند و انرژی آزاد نمی‌شود. اما در مدت کوتاهی که این دو پروتون با هم هستند، می‌توان گفت هسته‌ای از ${}^2\text{He}$ خواهیم داشت و این هسته می‌تواند از طریق واپاشی بتا از دوترون ${}^2\text{H}$ تولید کند. این واکنش را می‌توان به صورت زیر نوشت



چون زمان مورد لزوم برای واپاشی بتا چندین مرتبه بزرگتر از مدت زمانی است که دو پروتون برهم کنش می‌کنند، تصوری رود انجام چنین واکنشی غیر محتمل است، اما هنوز این تنها واکنشی است که بین دو پروتون می‌تواند صورت گیرد. بیایید S_0 را برای این واکنش تخمین بزنیم.

طبق (5.15) در انرژیهای بالاتر از سد کولنی S_0 برابر σE است، و بنا بر این مقدار آن را در 5 MeV محاسبه می‌کنیم. از فصل 3 می‌دانیم که تشدید در این ناحیه وجود دارد که همان حالت $S=0$ مربوط به ${}^2\text{He}$ در شکل 10.6 است. چون زمان برهم کنش بسیار کوتاه است Γ_p خیلی بزرگ است، بنا بر این داریم $\Gamma_p \gg E - E_r$ و $\Gamma \approx \Gamma_p$ و از آنجا (2.15) به صورت زیر درمی‌آید

$$\sigma \approx \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_p}{\Gamma_p} \quad (15.15)$$

که در آن Γ_p پهنای جزئی برای واپاشی به محصولات طرف راست (14.15) است.

۱. رویدادی که اهمیت‌تر در تراکم غبار بین ستارگان برای تشکیل ستاره، شکل‌گیری سیاره‌هاست که ثابت می‌شود راحت‌ترین راه برای ازدست دادن نکتان زاویه‌ای است.

بنا به (۱۱.۱۳ الف)، Γ_p/Γ_p درست معکوس نسبت زمانهای لازم برای گسیل پروتون و واپاشی بتاست. اولی زمان برهم‌کنش دو پروتون است که برابر حاصل قسمت چند فرمی بر سرعت کاهش یافته توسط نیروی کولنی و یا حدود $10^{-22} \times 6$ است. واپاشی بتا (۱۴.۱۵) یک‌گذار فوق مجاز گاموف - تراس است چرا که علاوه بر تبدیل یک پروتون به یک نوترون، فقط به تلنگر اسپین نیاز داریم. بنا بر این مقدار $T_{1/2}$ حدود $10^4 \times 2$ می‌شود برای این اساس داریم 2.11 می‌دانیم $0.15 \approx f$ است، بنا بر این $T_{1/2}$ حدود $10^4 \times 2$ می‌شود برای این اساس داریم $\lambda^2 = 400/E \text{ keV-b}$ چون $\Gamma_p/\Gamma_p \approx (6 \times 10^{-22}) / (2 \times 10^4) \approx 3 \times 10^{-26}$ است، رابطه (۱۵.۱۵) برای S_0 چنین نتیجه می‌دهد

$$S_0 = \sigma E \approx 4\pi \times 400 \text{ keV-b} \times 3 \times 10^{-26}$$

$$\approx 1.5 \times 10^{-22} \text{ keV-b}$$

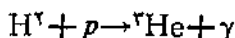
دقت کنید که این مقدار، تقریباً نسبت به تغییر انرژی فرض شده در محاسبات غیر حساس است. توجیه کونی ما بسیار تقریبی بود، اما توجیهی دقیق و پر زحمت نیز امکان پذیر است که نتیجه آن چنین است

$$S_0 \approx 3.0 \times 10^{-22} \text{ keV-b}$$

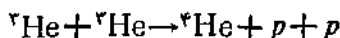
اگر این مقدار و مقادیر $n_1 (= n_2)$ را که متناظر با چگالی 100 g/cm^3 هستند در معادله (۱۵.۱۵) جایگزین کنیم و نتیجه آن را در (۱۳.۱۵) به کار ببریم، زمانی که لازم است تا هیدروژن در خورشید کاملاً به مصرف برسد چنین می‌شود

$$\tau_H \approx 10 \times 10^9 \text{ سال}$$

خوشبختانه سن خورشید هم اکنون 5×10^9 سال است و بنا بر این تخمین زده می‌شود که تا ۵ میلیارد سال دیگر باقی بماند. وقتی دوتریم در واکنش (۱۴.۱۵) تشکیل می‌شود، به سرعت تحت واکنشی دیگر قرار می‌گیرد



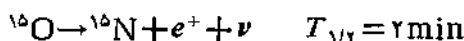
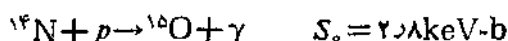
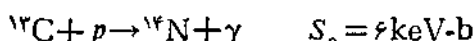
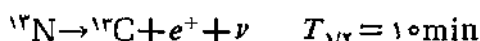
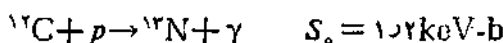
که برای $S_0 = 7.8 \times 10^{-5} \text{ keV-b}$ است؛ طول عمر متوسط دوتریم در خورشید به طوری که از (۱۳.۱۵) و (۱۵.۱۵) محاسبه می‌شود، در حدود ۲۸ است. محتملترین سن نوشت ${}^3\text{He}$ واکنش زیر است



که برای آن $S_0 \approx 5 \times 10^3$ می‌شود. در نتیجه این واکنشها، ۴ پروتون با آزادادن انرژی برابر با انرژی بستگی ${}^4\text{He}$ منهای دو برابر اختلاف جرم نوترون - پروتون که در حدود 26.7 MeV است به هسته ${}^4\text{He}$ تبدیل می‌شوند. این انرژی به صورت انرژی جنبشی ذرات خروجی در

واکنشها بر رومی کند و حدود چند دهه MeV که نوترینوها حامل آن هستند سرعت در برخورد ها تلف می شود و به صورت گرما ظاهر می شود.

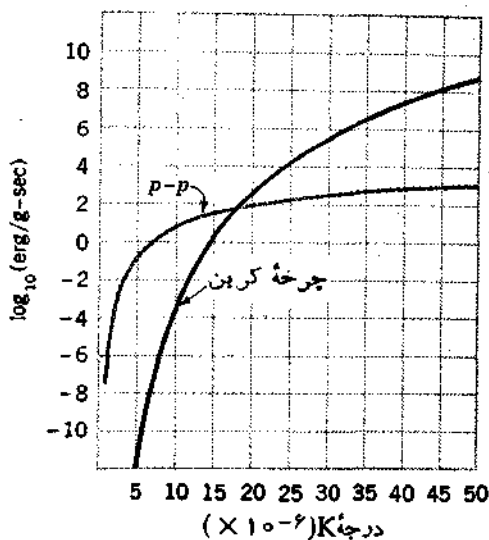
فرایندی که توصیف کردیم، چرخه $p-p$ یا پروتون-پروتون نامیده می شود. چون خورشید دارای عناصر دیگری بجز هیدروژن است، واکنشهای دیگری نیز به وقوع می پیوندد. مثلاً در «چرخه کربن»



چهار پروتون با آزاد کردن همان مقدار انرژی، به يك هسته ^4He تبدیل می شوند. می بینیم که هسته کربن تنها به صورت يك کاتالیزور عمل می کند زیرا هر هسته ای که در ابتدای زنجیره ازمیان می رود در پایان با يك هسته جدید جایگزین می شود. چگالیهای پروتون و ^{12}C در خورشید به ترتیب 100 g/cm^3 و 1 g/cm^3 هستند. در شکل ۳.۱۵ آهنگ تولید انرژی در دماهای گوناگون بر طبق (۱۰.۱۵) هنگامی که چگالی پروتونها 100 g/cm^3 و چگالی ^{12}C 1 g/cm^3 است، یعنی همان مقادیر چگالی در نزدیکی مرکز خورشید، نمایش داده شده است. توجه کنید که منحنی مربوط به چرخه کربن بسیار سریعتر از منحنی چرخه $p-p$ ، با تغییر دما افزایش می یابد. این موضوع از (۱۰.۱۵) و (۱۲.۱۵) که نشان می دهند آهنگ واکنشها برای دفرایند تقریباً به صورت زیر است، دریافت می شود

$$R = \begin{cases} \exp \frac{T^{1/2}}{33} & \text{برای } p+p \\ \exp \frac{T^{1/2}}{151} & \text{برای } p+^{14}\text{N} \end{cases}$$

[توجه کنید که طبق (۱۰.۱۵) و مقادیر S_0 در بالا، واکنش $p+^{14}\text{N}$ کندترین واکنش چرخه کربن است] اختلاف مورد مشاهده، به دلیل تفاوت زیاد در دماهای کولنی در دو حالت است. از شکل ۳.۱۵ می بینیم که در دماهای بالاتر از ۱۸ میلیون درجه، چرخه کربن تولید کننده عمده انرژی است. چنین دماهایی، در مرکز ستارگانی یافت می شوند که جرمشان دستکم حدود ۵۰ درصد از خورشید اضافه تر است



شکل ۳۰۱۵ آهنگ تولید انرژی مربوط به چرخه پروتون-پروتون و چرخه کربن به صورت تابعی از دما.

۲۰۱۵ منشأ هسته‌های مرکب

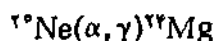
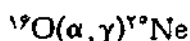
دراثر سوختن هیدروژن، ذره ${}^4\text{He}$ آلفا تولید می‌شود، بنابراین اکنون باید ببینیم که این هسته چه واکنشهایی می‌تواند ایجاد کند. برخورد میان یک پروتون و یک ذره ${}^4\text{He}$ آلفا به تولید ${}^7\text{Li}$ منجر می‌شود اما همان طور که در بخش ۳۰۸ دیدیم، ${}^7\text{Li}$ هیچ حالت مفیدی ندارد و در نتیجه این برهم‌کنش تنها باعث پراکندگی می‌شود. وقتی دو ذره ${}^4\text{He}$ آلفا به هم برخورد می‌کنند ${}^8\text{Be}$ به وجود می‌آید، اما همان طور که در بخش ۳۰۸ دیدیم ${}^8\text{Be}$ ناپایدار است و به دو ذره ${}^4\text{He}$ آلفا واپاشیده می‌شود. اما در این واپاشی یک حالت هسته مرکب تشکیل می‌شود، و وقتی ${}^8\text{Be}$ واپاشیده می‌شود باید عبور از یک سد انجام شود. چون مقدار انرژی آزاد شده کم است، نیمه عمر نسبتاً طولانی و حدود 3×10^{-16} s است. اگر در این مدت، ذره ${}^4\text{He}$ آلفای سومین به هسته ${}^8\text{Be}$ ضربه بزند، یک حالت برانگیخته ${}^{12}\text{C}$ (7.68 MeV) به وجود می‌آید، اما این حالت عموماً از طریق گسیل ${}^4\text{He}$ آلفا دوباره به صورت ${}^8\text{Be}$ درمی‌آید. اما در این مورد هم انرژی پایین است و بنابراین نیمه عمر نسبتاً طولانی و حدود 5×10^{-17} s می‌شود. ثابت می‌شود که این حالت 7.68 MeV ، یک حالت ارتعاشی دوفونونی است که از طریق گذار گامای $E2$ با آهنگی در حدود ده برابر آهنگ ذره منفرد به یک حالت ارتعاشی یک فونونی 4.44 MeV واپاشیده می‌شود. از شکل ۱۰۱۲ می‌بینیم که نیمه عمر این گذار برابر 5×10^{-14} s است و به همین دلیل از بخش ۴۰۸ درمی‌یابیم که نسبت گسیل ذره ${}^4\text{He}$ آلفا به پروتوگاما حدود 10000 می‌شود. اگر یک پروتوگاما گسیل شود، دیگر واپاشی آلفا از لحاظ

انرژی ممکن نخواهد بود، بنابراین از طریق گسیل دیگری از پرتو گاما واپاشی به حالت پایه ^{12}C صورت می‌گیرد. بنابراین برای تشکیل یک هسته ^{12}C می‌بایست واکنشی از سه ذره آلفا صورت گیرد. واکنشهای بین هسته‌های ^4He تنها از طریق چنین زنجیره‌ای از رویدادهای نامحتمل میسر است.

این زنجیره رویدادها آنقدر نامحتمل است که عملاً هرگز در شرایطی مانند شرایط خورشید اتفاق نمی‌افتد. بنابراین وقتی هیدروژن چنین ستاره‌ای تماماً می‌سوزد، واکنشهای هسته‌ای که ایجاد فشار تابشی دوبه‌خارج می‌کنند صورت نخواهند گرفت و در نتیجه یکبار دیگر انقباض ثقلی آغاز می‌شود و تا زمانی که چگالی و دمای ناحیه مرکزی به حدی برسد که هلیوم شروع به سوختن کند، یعنی ذرات آلفا با هم واکنش کنند، ادامه می‌یابد. این چگالی و دما به ترتیب حدود 10^5g/cm^3 (1 ton/in^3) و 10^8K است. در مدتی که ناحیه داخلی ستاره منقبض می‌شود، ستاره دستخوش تغییراتی می‌شود و سطح خارجی آن به مقدار زیادی گسترش می‌یابد و به صورتی درمی‌آید که آن را غول سرخ می‌گویند.

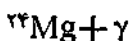
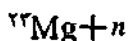
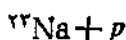
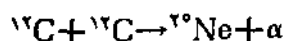
وقتی در ۵ میلیارد سال بعد چنین چیزی برای خورشید ما اتفاق افتد، در آن موقع دمای زمین به مقدار زیاد افزایش خواهد یافت و زندگی به صورتی که اکنون می‌شناسیم دیگر در روی زمین وجود نخواهد داشت.

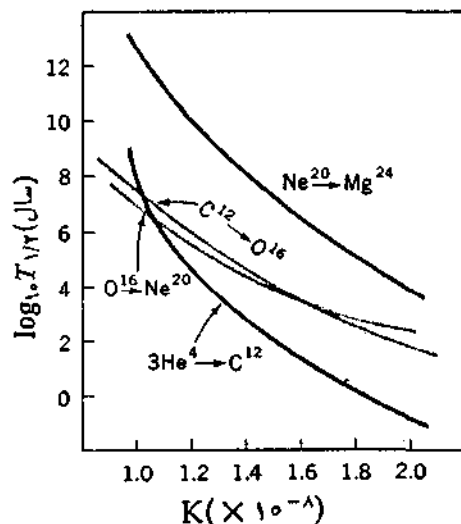
وقتی ^{12}C ایجاد می‌شود، وقوع واکنشهای دیگری هم امکان پذیر می‌شود، مانند



آهنگ وقوع این واکنشها که از روابط (۱۳-۱۵) و (۱۵-۱۵) محاسبه می‌شود، در شکل ۴-۱۵ به صورت تابعی از دما نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که این واکنشها تحت شرایطی که مورد نظر است قابل ملاحظه است و بنابراین در طی سوختن هلیوم، هسته‌های ^{16}O ، ^{20}Ne و مقداری ^{24}Mg و همچنین ^{12}C تولید می‌شوند.

پس از آنکه هلیوم ازمیان می‌رود، تا زمانی که واکنشهای بین هسته‌های ^{12}C (در $10^8 \times 7$) بین هسته‌های ^{16}O (در $10^8 \times 10$) و بین دیگر زوج هسته‌های C ، O ، Ne و Mg رخ دهند، انقباض ثقلی بیشتری رخ می‌دهد و در نتیجه گرمای زیادی تولید می‌شود. مثلاً واکنشهای اصلی بین دو هسته ^{12}C عبارت اند از





شکل ۴.۱۵ طول عمر (عکس آهنگ تخریب) هسته‌های مختلف در واکنشهای (α, γ) به صورت تابعی از دما در چگالی 10^5g/cm^3 هلیوم.

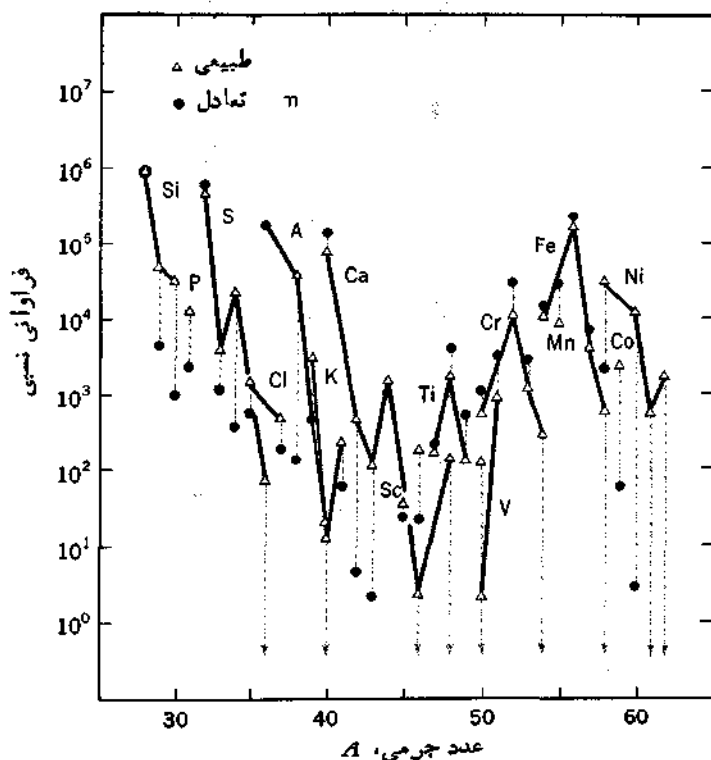
در تمام این واکنشها پرتو گاما آزاد می‌شود و این پرتوها به اتفاق نوترونها، پروتونها، و ذرات آلفای آزاد شده در واکنشهای دیگری که منجر به تولید و نابودی پیوسته هسته‌ها می‌شوند شرکت می‌کنند. هسته‌ای که احتمال نابودی آن از طریق واکنشهای پرتو گاما کمترین مقدار است، هسته ^{28}Si است، زیرا واکنشهای (γ, n) ، (γ, p) ، و (γ, α) در این هسته دارای بزرگترین مقدار Q منفی هستند. علاوه بر هسته‌ای به آن سنگینی، سطح مقطع برای تشکیل هسته‌ای سنگینتر، از طریق گیراندازی پروتون و ذره آلفا آنچنان بزرگ نیست. از این رو زمانی که دما به حدود $2 \times 10^9 \text{K}$ می‌رسد، کسر بزرگی از هسته‌ها به صورت ^{28}Si است و آهنگ واکنش هسته‌ای کند می‌شود.

آنچه بعد از این شرایط اتفاق می‌افتد قدری نامعین است، اما نظریه وسیعاً پذیرفته شده‌ای می‌گوید که این کندشدگی واکنش هسته‌ای منجر به انقباض ثقلی بیشتر و در نتیجه افزایش دما می‌شود تا اینکه در دمای حدود $4 \times 10^9 \text{K}$ ، پرتوهای گاما ناشی از تابش جسم سیاه به اندازه‌ای پراثری می‌شوند که می‌توانند با آهنگ نسبتاً کندی واکنش زیر را ایجاد کنند



ذرات آلفایی که در این واکنش آزاد می‌شوند با دیگر هسته‌های ^{28}Si ایجاد واکنشهایی می‌کنند که منجر به تشکیل هسته‌های سنگینتر و گسیل نوترونی و پروتونی می‌شوند. نوترونها،

پروتونها، و ذرات آلفا، واکنشهای بیشتری را سبب می‌شوند و هسته‌های سنگینتر و سنگینتر به وجود می‌آورند تا زمانی که بین هسته‌های به وجود آمده و ذرات، شبه تعادلی حاصل شود و آهنگ تشکیل آنها با آهنگ نابودی شان مساوی شود. در این حالت، نابودی ^{28}Si بر طبق رابطه (۱۶.۱۵) صورت می‌گیرد. گاهی ممکن است که در مورد هسته‌های پایدار موجود در این ناحیه جرمی، انرژی جدایی نوترونها به طور کلی بیشتر از انرژی جدایی پروتونها باشد و بنابراین در حالت شبه تعادلی تعداد پروتونها بیش از تعداد نوترونها می‌شود. پس اغلب واکنشها توسط پروتونها صورت می‌گیرند که منجر به تولید هسته‌های پرپروتون می‌شوند. فراوانترین هسته سنگین در حالت شبه تعادلی هسته ^{56}Ni است که هسته‌ای پرپروتون و بسیار مفید است، زیرا این هسته دارای پوسته‌های بسته (۲۸) پروتون و نوترون است. ^{56}Ni سرانجام از طریق واپاشیهای بتای متوالی به ^{56}Fe تبدیل می‌شود و بنا بر این ^{56}Fe فراوانترین هسته سنگین موجود در طبیعت است. نتیجه محاسبات دقیق در مورد فراوانی هسته‌های تولید

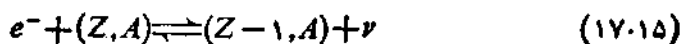


شکل ۵.۱۵ فراوانیهای محاسبه شده هسته‌های شبه پایدار گوناگون که در اثر سوختن ^{28}Si حاصل شده‌اند، در شرایطی که چگالی برابر 10^8 g/cm^3 و دما برابر $4 \times 10^9 \text{ K}$ است و ۶۵ درصد از ^{28}Si از میان رفته است. مثلثها فراوانیهای نسبی موجود در طبیعت هستند.

شده در اثر سوختن ^{28}Si در شکل ۵۰۱۵ نمایش داده شده است که در آن مقایسه‌ای با فراوانیهای طبیعی مربوط به منظومه شمسی صورت گرفته است. دیدمی شود که این محاسبات وجود فراوانترین هسته‌ها را بین سیلیسیم و آهن توضیح می‌دهند.

شرایطی که تحت آنها محاسبات نمایش داده شده در شکل ۵۰۱۵ نتایج صحیحی را به دست می‌دهند، عبارت اند از $T = 4.2 \times 10^9 \text{ K}$ و چگالی 10^8 g/cm^3 (10^5 ton/in^3). اگر برای نمونه چگالی کمتر باشد، ^{56}Fe از ^{54}Fe فراوانتر خواهد بود. تحت این شرایط، کل فرایند سوختن ^{28}Si در مدت کسری از ثانیه صورت می‌گیرد و بنا بر این قسمتی از انفجار یک ابرنواختر اتفاق می‌افتد.

بسیار معمول است که ستارگان به روشی که گفته شد و یا به روشی دیگر، به یک ابرنواختر تبدیل می‌شوند. در این انفجارات، دماها و فشارهایی بسیار بالا حاصل می‌شود که به واکنشهایی که تحت شرایطی غیر از این صورت نمی‌گیرد، اجازه وقوع می‌دهند. دونوع از این واکنشها را در انتهای این بخش توضیح خواهیم داد. در بعضی از ابرنواخترها، هنگامی که قسمتهای مرکزی در هم فرومی‌ریزد، تمام لایه‌های خارجی ستاره از بین می‌رود. در این هسته مرکزی که عمدتاً شامل هسته‌هایی در ناحیه آهن است، هیچ گونه واکنش گرما هسته‌ای دیگری صورت نمی‌گیرد. همچنان که در شکل ۱۰۷ می‌بینیم انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون در این هسته‌ها به مقدار بیشینه می‌رسد و در واقع اساساً به همین دلیل است که این هسته‌ها فراوانتر هستند. بنا بر این هیچ فشار تابشی رو به خارجی وجود نخواهد داشت. در این صورت انقباض ثقلی بدون هیچ گونه مانعی صورت نمی‌گیرد و منجر به چگالیها و فشارهای بالا و بالاتری می‌شود. دماها به حدی بالا هستند که علی‌رغم گرما گیر بودن فرایندهای گیراندازی الکترون، وقوع آنها به صورت زیر امکان پذیر می‌شود



و تعادلی بین دو طرف رابطه (۱۷.۱۵) برقرار می‌شود. وقتی چگالی به مقداری حدود 10^9 g/cm^3 می‌رسد، فشار حاصل از الکترونها آنقدر زیاد می‌شود که تعادل به نفع سمت راست رابطه (۱۷.۱۵) پیش می‌رود چرا که پیشروی به راست منجر به جذب الکترونها می‌شود. این پیشروی به مقدار زیاد به واسطه اثری که سوانتوم مکانیکی به نام واکنش شدت می‌یابد، به این نحو که اگر تمام ستاره را به صورت یک چاه پتانسیل منفرد برای الکترون درون آن فرض کنیم، همان گونه که در فصل ۲ بیان شد ایسن الکترونها فقط در مدارها و انرژیهای مجاز محدود می‌شوند و مطابق اصل طرد پاولی در مدار با پایستترین انرژی (صرف نظر از برانگیختگی) اشغال می‌شوند. از رابطه (۵.۲) درمی‌یابیم که انرژی μ امین مدار به نسبت عکس مجذور اندازه ستاره (L ، پهنای چاه) تغییر می‌کند. و بنا بر این وقتی ستاره خیلی کوچک شود، انرژی آن می‌تواند چندین MeV باشد. این بدین معنی است که تمام مدارهای الکترونی با انرژیهای کمتر از چندین MeV اشغال شده‌اند. بنابراین اگر انرژی الکترون خروجی تنها چند MeV باشد، غیر ممکن است که (۱۷.۱۵) به سمت چپ پیش

برود. پس تا زمانی که هسته‌های $(Z-1, A)$ جایگزین تمامی هسته‌های (Z, A) بشوند، فرایند (۱۷.۱۵) تنها به سمت راست پیش می‌رود.

به این ترتیب همان گونه که در بخش ۳.۸، گفته شد، تا زمانی که انرژی جذابی نوترون از صفر کمتر شود و در نتیجه نوترون‌ها قابل خروج شوند، هسته‌ها به مقدار بیشتری دارای نوترون می‌شوند. هسته‌های باقیمانده به صورت (۱۷.۱۵) به گیراندازی الکترون‌ها و بنابراین به گسیل نوترون‌ها ادامه می‌دهند تا اینکه چگالی به مقدار 10^{12}g/cm^3 برسد و در این حالت هسته ستاره تنها حاوی نوترون خواهد بود. به این ستاره، ستاره نوترونی می‌گویند. چنین ستاره‌ای به انقباض در اثر ثقل تا آنجا ادامه می‌دهد که چگالی‌اش بزرگتر یا مساوی چگالی هسته‌ای شود. نوعاً چگالی در حدود 10^{15}g/cm^3 حاصل می‌شود و از آنجا قطر کل ستاره به مقدار 10 km کاهش می‌یابد. در این فرایند انقباض جالب تکانه زاویه‌ای می‌بایست پایسته بماند، بدین معنی که سرعت زاویه‌ای به نسبت عکس مجذور قطر افزایش یابد. ستاره نهایتاً در هر کسری از ثانیه یکبار به دور خود می‌چرخد. این امر باعث تغییراتی بسا همین بسامد در نور گسیل شده از ستاره می‌شود که در عمل هم مشاهده شده‌اند. چنین ستارگانی تب‌اختر نامیده می‌شوند.

نوترون‌ها در مراحل گوناگونی از تکامل ستاره پدید می‌آیند و همان طور که در بخش ۸.۱۳ گفته شد، واکنشهای اصلی در این مراحل (n, γ) و پراکندگیهای کشسان و ناکشسان است. چون نتیجه پراکندگی دوباره همان هسته اولیه است، تنها واکنشهای (n, γ) به تولید عناصر جدید منتهی می‌شود. این واکنشها A را به اندازه یک واحد افزایش می‌دهند و به این ترتیب به آهستگی هسته‌های سنگین و سنگینتر تولید می‌کنند. تعداد هسته‌هایی که A نوکلئون دارند و با $n(A)$ نمایش داده می‌شوند، به واسطه واکنشهای (n, γ) در هسته‌های $(A-1)$ نوکلئونی با آهنگی متناسب با $n(A-1)$ و سطح مقطع $\sigma(A-1)$ افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، این تعداد از طریق واکنشهای (n, γ) که با آهنگی متناسب با $n(A)\sigma(A)$ هسته‌های $(A+1)$ نوکلئونی تولید می‌کنند، کاهش می‌یابد. به دلیل این دو پدیده داریم

$$\frac{dn(A)}{dt} \propto [n(A-1)\sigma(A-1) - n(A)\sigma(A)]$$

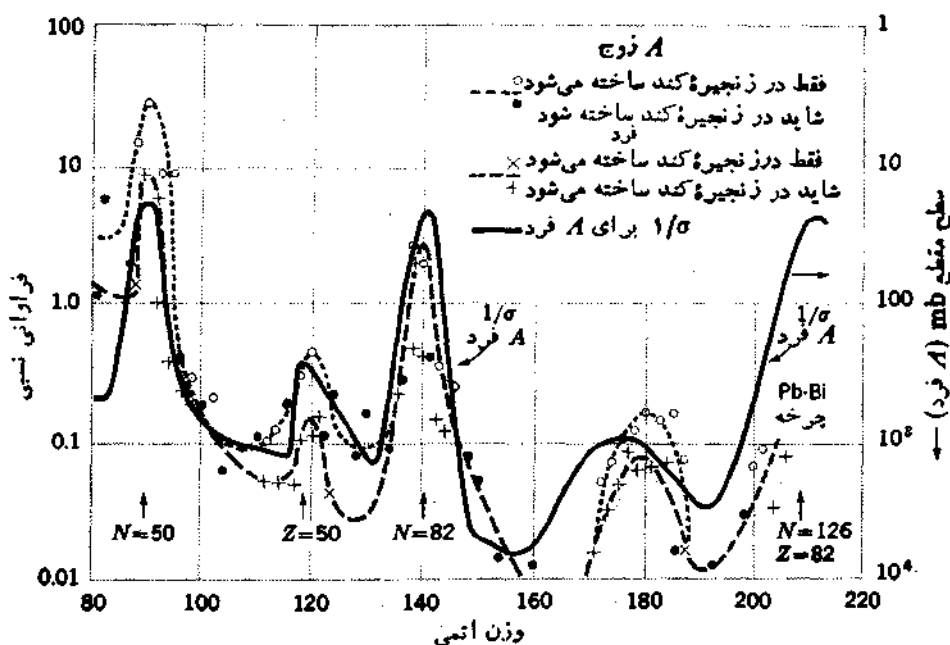
وقتی این فرایند به تعادل رسد $dn(A)/dt = 0$ می‌شود و بنابراین

$$n(A-1)\sigma(A-1) = n(A)\sigma(A)$$

چون معادله‌ای مشابه، A را با $(A+1)$ ، $(A+2)$ ، و غیره مربوط می‌کند، در طی زنجیره‌ای از گیراندازیهای نوترونی متوالی چنین رابطه‌ای برقرار است

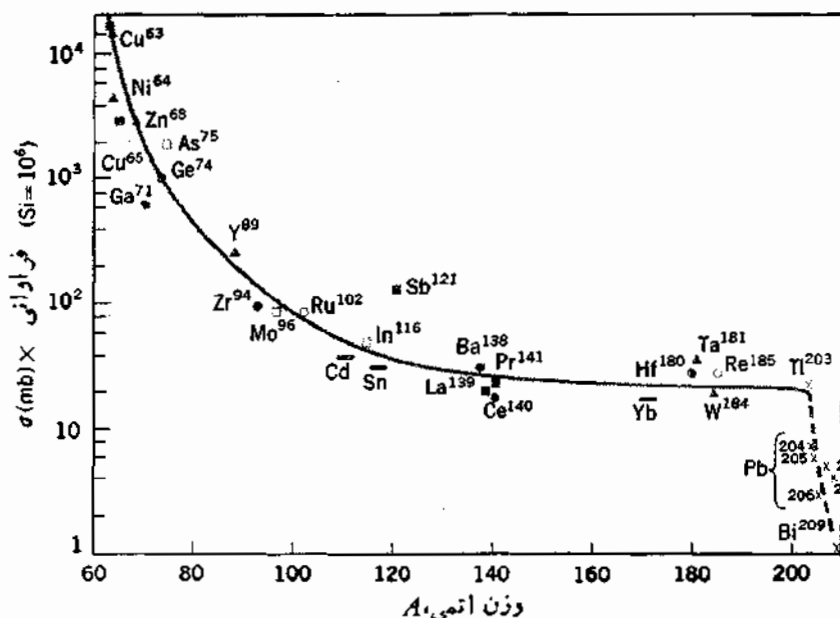
$$n(A)\sigma(A) = \text{const.} \quad (18.15)$$

زنجیره‌های گیراندازی نوترونی به دو گونه اند: (۱) نوع s (برای فرایندهای آهسته) که در آن زمان بین گیراندازی‌های متوالی به قدر کافی طولانی است که محصول هر مرحله در اثر واپاشی بتا به هسته‌ای پایدار تبدیل شود؛ (۲) نوع r (برای فرایندهای سریع) که در آن این زمان تنها برای واپاشی‌های بتای بسیار سریع کفایت می‌کند. فرایندهای در ستاره‌های غول پیکر سرخ روی می‌دهد، و فرایندها در انفجارات ابرنواختر صورت می‌گیرد. در فرایندهای هسته‌هایی که نوترون را گیراندازی می‌کنند پایدار هستند و بنابراین می‌توان سطح مقطع را اندازه‌گیری کرد و رابطه (۱۸.۱۵) را به طریق تجربی بررسی کرد. در شکل ۶.۱۵ و ۷.۱۵ دو نمونه از این بررسی نمایش داده شده است. در شکل ۶.۱۵ بین فراوانی عناصر در منظومه شمسی و عکس سطح مقطع واکنشهای (n, γ) مربوط به نوترونهای یسا انرژی



شکل ۶.۱۵ فراوانیهای طبیعی هسته‌های ایجاد شده در فرایند گیراندازی متوالی نوترونها از نوع s (زنجیره کاند). داده‌ها برای هسته‌های A فرد و A زوج جداگانه نشان داده شده است. منحنی توپر، نمایانگر $1/\sigma(n, \gamma)$ است که در آن سطح مقطع با نوترونهای شکافت ($\sim 1 \text{ MeV}$) اندازه‌گیری شده است. به تشابه بین منحنیها و قله‌های مربوط به هسته‌های با پوسته پسته، توجه کنید.

۱ MeV، (این مقدار متوسط انرژی نوترونهای خارج شده در اثر شکافت و بنا بر این منبعی پر قدرت و قابل دسترسی است) مقایسه‌ای انجام گرفته است. در این شکل، قله‌های منحنی $1/\sigma(n, \gamma)$ برای هسته‌های با پوسته بسته که در بخش ۸.۱۳ شرح دادیم، دیده می‌شود و اینها نمایانگر بالا بودن غیر عادی فراوانی این هسته‌هاست. مقدار ۱ MeV عملاً به مقدار قابل ملاحظه‌ای از انرژی نوترونها در ستاره‌های غول پیکر سرخ بساالاتراست و به همین دلیل اندازه گیریهایی با نوترونهای دارای انرژی متوسط ۲۵ keV صورت گرفته است که نتایج در شکل ۷۰۱۵ نمایش داده شده است. در شکل ۶۰۱۵ و ۷۰۱۵ می‌بینیم که در دامنه وسیعی از مقادیر A حاصلضرب $n(A)\sigma(A)$ ثابت است، اما برای همه هسته‌های تشکیل شده در فرایند s وضع چنین نیست. این بدان معنی است که در بسیاری از موارد، فرایند قبل از تشکیل هسته‌های سنگینتر قطع می‌شود. هسته‌های سنگینتر از ^{209}Bi از طریق فرایند s به وجود نمی‌آیند زیرا در آن ناحیه هسته‌ها β پایدار یا نیمه‌عمری کوتاه از طریق گسیل آلفا



شکل ۷۰۱۵ حاصلضرب فراوانی طبیعی در سطح مقطع (n, γ) که بساالاترونهای ۲۵ keV برای هسته‌های مختلف اندازه گیری شده است. خط تیره‌ای که روی علایم عناصر گذاشته شده حاکی از مقدار متوسط برای ترکیبی از ایزوتوپهای مختلف است. این واقعیت که تمام نقاط روی یک منحنی صاف که به‌طور یکنواخت با افزایش A کاهش می‌یابد قرار گیرند، دلیلی قوی بر تولید هسته‌ها از طریق فرایند گیراندازی نوترونی از نوع s است. این منحنی برای تمام مقادیر A ثابت نیست، و این نشان می‌دهد که فرایند اغلب قبل از اینکه هسته‌های سنگین تشکیل شوند قطع می‌شود.

و پاشیده می‌شوند (برای مثال، هسته‌های ${}^{211}\text{At}$ را ببینید). بنابراین توریم و اورانیم تنها از طریق فرایندهای α قابل تشکیل اند.

بعضی هسته‌های سنگین پرپروتون که در طبیعت یافت می‌شوند، از طریق گیراندازی متوالی نوترونی قابل ایجاد نیستند. مثلاً در نمودار هسته‌ها دیده می‌شود که گیراندازی نوترونی، نه از طریق فرایند s و نه از طریق فرایند r ، نمی‌تواند هیچ‌یک از ایزوتوپهای قلع را با A کمتر از ۱۱۶ ایجاد کند. این ایزوتوپها از طریق واکنشهای (p, γ) تولید می‌شوند؛ چون در این واکنشها سدکولنی بسیار مرتفع است، دمای لازم برای وقوع آنها می‌بایست مانند انفجارات ابرنواختر بسیار بالا باشد.

در این بحث تنها به مهم‌ترین نمودهای ترکیب هسته‌ای اشاره کردیم. علاوه بر اینها در خارج از ناحیه مرکزی ستارگان که دما کمتر است، و حتی در نزدیکی سطح آنها در محل انفجارات موضعی، واکنشهایی صورت می‌گیرند. در بعضی از حالات، مخلوط شدن گازها اهمیت دارد. روی هم رفته می‌توان گفت که درک نسبتاً خوبی از چگونگی تشکیل هسته‌ها و همچنین توضیحات مناسبی برای فراوانی آنها حاصل شده است.

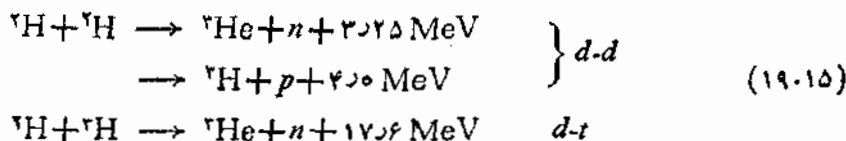
گاهی اوقات، ستارگان به دلایلی گوناگون، مقداری از موادشان را به فضای خارج می‌فرستند و غبارهای بین‌ستاره‌ای ایجاد می‌کنند. این اتفاق نا محدودی در ستاره‌های غول‌پیکر سرخ و بیشتر از آن در ابرنواخترها رخ می‌دهد. بعدها ممکن است که از جمع شدن این غبارهای بین ستاره‌ای، ستارگانی جدید پدید آیند. این واقیعت که منظومه شمسی ما تمام عناصر را شامل می‌شود حاکی از این است که مواد تشکیل‌دهنده آنها از ستاره‌ها بیرون آمده‌اند، و شواهدی در دست است که نشان می‌دهد چرخه «ستاره-غبار بین ستاره‌ای-ستاره» بیش از یکبار تکرار شده است.

۵.۱۵ واکنشهای گرمای هسته‌ای بر روی زمین

نمدن ما با آهنگ سرسام‌آور و فزاینده‌ای انرژی مصرف می‌کند، و واضح است که میزان سوخت قابل دسترس هم محدود است. تخمین زده شده است که سوختی که بین سالهای ۱۹۵۰ تا ۲۰۰۰ مصرف خواهد شد به اندازه مصرف تمام تاریخ قبل از آن است، و آنچه در اولین نیمه قرن بیست و یکم مصرف می‌شود چندین برابر این مقدار خواهد بود. بنابراین موجودی سوخت معمولی بیش از یک یا دو قرن دیگر دوام نخواهد یافت. تنها راه حل برای مشکلی که پدید خواهد آمد، گسترش روشهای استفاده از واکنشهای هسته‌ای برای تولید انرژی است. دو روش شناخته شده برای این منظور در این بخش و بخش آینده مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

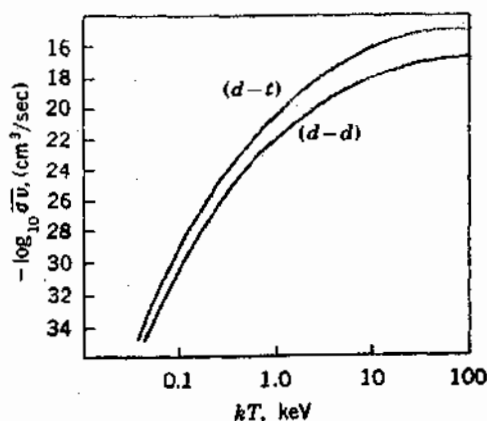
چون انرژی در ستارگان به مقدار زیاد تولید می‌شود. ممکن است امیدوار باشیم که بتوانیم در اینجا از همان روشها استفاده کنیم، اما واضح است که چنین امیدی بیهوده است. بر روی زمین هرگز به چگالی 100 g/cm^3 ، یا حتی نزدیک به آن دست نیافته‌ایم و رسیدن

به‌دماي ۱۵ میلیون درجه هیچ‌گاه ممکن نیست. حتی اگر منبع سوختی در دسترس باشد که مدت زمان سوختن آن ۱۵ میلیارد سال باشد، بازهم انرژی تولید شده به‌ازای واحد جرم آن اهمیت عملی نخواهد داشت، اما خوشبختانه واکنشهای وجود دارند که از واکنش (۱۴.۱۵) مطلوب‌ترند. بهترین آنها واکنشهای هستنده که بین دو دوترون یعنی (d-d) مابین يك دوترون و يك تریتون (d-t) رخ می‌دهند که به‌صورت زیر نوشته می‌شوند



مقادیر σv در دماهای گوناگون برای این واکنشها در شکل ۸.۱۵ نمایش داده شده‌اند. مقادیر نسبتاً بزرگ برای واکنشهای d-t به‌دلیل وجود تشدید است که در نزدیکی ۱۰۰ keV اتفاق می‌افتد. آهنگ واکنشها، با قراردادن این مقادیر در (۳.۱۵) محاسبه می‌شود.

برای ایجاد انرژی گرمایسته‌ای، باید مخلوطی از ${}^2\text{H}$ و ${}^3\text{H}$ را در دماهای گرمایسته‌ای ایجاد کرد. آنها در این دماها کاملاً یونیده می‌شوند و گاز حاصل به‌صورت پلاسمایی از الکترونها و نوکلئونها خواهد بود. اگر بنا باشد که دمای پلاسمای آزاد شدن انرژی واکنشها حفظ شود، آهنگ واکنش باید آنقدر بالا باشد تا بر انرژی گسیل شده در تابش ترمزی ناشی از برخورد الکترون-یون فائق آید. برای این منظور به‌دماهای حداقل 10^8 درجه ($kT \gtrsim 10 \text{ keV}$) نیاز است. برای آنکه تولید قدرت در این دما قابل ملاحظه



شکل ۸.۱۵ مقدار متوسط σv برای واکنشهای (d-d) و (d-t) به‌صورت تابعی از دما، که از حاصلضرب سطح مقطع مربوط به هر سرعت در مقدار متوسط سرعت در توزیع ماکسول محاسبه شده است. این مقادیر را می‌توان در رابطه (۳.۱۵) جایگذاری و آهنگ واکنشها را محاسبه کرد.

باشد. بنابراین باید حداقل از مرتبه $(10^{15}/\text{cm}^3)$ ذره باشد. تحت این شرایط طول عمر متوسط هسته آن گونه که از (13.15) محاسبه می‌شود، در حدود 10^{-8} s برای واکنشهای $d-d$ و $d-t$ خواهد بود.

اگر چنین سیستمی را بتوان ساخت، منابع سوختی مشکلی را ایجاد نخواهد کرد. دوتریم به مقدار ۱۵۰ قسمت در هر میلیون قسمت، در هیدروژن معمولی یافت می‌شود و البته هیدروژن هم عنصر اصلی سازنده آب است. در این صورت «دریاها را می‌سوزانیم». در واقع انرژی که به این طریق از سوختن آب دریا حاصل می‌شود، ۱۰ بار بیش از مقداری است که در اثر سوختن همان اندازه بنزین در واکنشهای شیمیایی معمولی به دست می‌آید. مشکل اساسی در چنین سیستمی، تهیه محفظه نگهداری پلاسماست. هیچ ظرفی قادر به تحمل چنین دمای نیست، و اگر هم باشد برخوردی که با ماده دیواره صورت می‌گیرد منجر به اتلاف شدید انرژی می‌شود. بنابراین راه حلی که به نظر می‌رسد نگهداری پلاسما به وسیله میدانهای مغناطیسی است. طرح میدانهای مغناطیسی که بتواند ذرات باردار را به مدت زیادی حفظ کنند مشکل نیست، اما وقتی چگالی پلاسما بالا می‌رود، پیدایش ناپایداری منجر به اتلاف ماده می‌شود. طولانیترین زمان نگهداری که تاکنون به دست آمده در حدود میلی ثانیه است، و حتی این مقدار تحت شرایط مطلوبی از دما و چگالی به دست نیامده است.

اگر زمانی مشکل نگهداری حل شود، مشکلات دیگری وجود دارند که به نظر می‌رسد هم اکنون قابل حل باشند. گرم کردن اولیه پلاسما، از طریق القای الکترومغناطیسی و یا بمباران توسط پاریک‌های شدید ذرات پرانرژی صورت می‌گیرد. به نظر می‌رسد که در زمینه وارد کردن سوخت و یا انتقال انرژی مشکل بزرگی وجود ندارد.

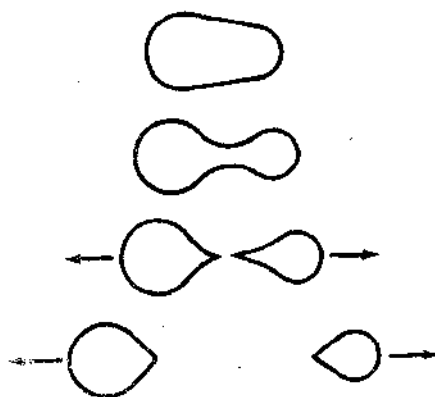
مشکلات مربوط به نگهداری در مورد بمبها وجود ندارند. دماهای گرما هسته‌ای بمبهای اتمی، در چگالیهای نزدیک به مقدار عادی در ماده $(10^{21}/\text{cm}^3)$ ذره 10^{11} و در حجمی محدود برای مدتی کوتاه حاصل می‌شوند. از روابط (13.15) و (10.15) چنین درمی‌یابیم که مدت زمان لازم به نسبت عکس چگالی تغییر می‌کند. بنابراین طول عمر 10^{-10} ثانیه‌ای که در بالا برای چگالی $(10^{21}/\text{cm}^3)$ ذره 10^{15} آمده است به حدود میکروثانیه کاهش می‌یابد. با توجه به واکنشهای (19.15) مشاهده می‌کنیم که انرژی تولید شده در واکنشهای $d-d$ معادل $(17.6 \text{ MeV}/5 \text{ amu})$ یا $(40 \times 10^9 \text{ kcal/lb})$ است. چون انرژی آزاد شده در انفجار TNT برابر (450 kcal/lb) است، از هر 1 lb مخلوط دوتریم-تریثیم که در واکنشهای $d-d$ می‌سوزد، همان مقدار انرژی آزاد می‌شود که از مصرف 40 کیلو تن (۹۰ میلیون پوند) TNT حاصل می‌شود.

۶.۱۵ شکافت به عنوان منبعی از انرژی

در بخش ۲.۱۵ گفتیم که واکنشهای هسته‌ای در دماهای زمینی اتفاق نمی‌افتند زیرا هسته‌ها

به دلیل دافعه الکتریکی متقابلی که بینشان موجود است، از هم فاصله می گیرند. اما برای این قاعده، استثناهایی هم بد چشم می خورد و آن واکنشهای ایجاد شده توسط نوترونها است. در واقع، همان گونه که در بخش ۸.۱۳ دیدیم، سطح مقطع واکنش نوترونها با کم شدن انرژی، بزرگتر می شود. اما، مشکل این است که نوترونها طبیعتاً در مقادیر زیاد وجود ندارند، بنابراین تنها در صورتی با واکنشهایی در حجم زیاد روبه رو خواهیم شد که نوترونهای ایجاد شده از مصرف شده بیشتر باشد. واکنشهای نظیر $(n, 2n)$ چنین خاصیتی را دارا هستند؛ اما شدیداً گرماگیرند. (به اندازه انرژی جدایی یک نوترون). تنها واکنش گرمادهی که تعداد نوترونهای تولید شده در آن از مصرف شده بیشتر است، شکافت است.

مراحل متوالی مربوط به فرایند شکافت در شکل ۹.۱۵ نمایش داده شده است. چنانکه می بینیم، وقتی دو پاره از هم جدا می شوند، شکل آنها بسیار غیر کروی است. بنابراین مساحت سطح آنها نسبت به یک سطح کروی به اندازه چند درصد بزرگتر است؛ و انرژی سطحی لازم برای این افزایش سطح بر طبق (۸.۷) و (۲۳.۷)، حدود 15 MeV است. وقتی هسته ها به واسطه کشش سطحی به شکل کروی درمی آیند، این انرژی به صورت انرژی برانگیختگی قابل دسترسی است و بنابراین هسته های مرکب با برانگیختگی حدود 15 MeV در اختیار خواهیم داشت. همان گونه که از بخش ۹.۱۳ می دانیم، محتملترین طریقه واپاشی این گونه هسته ها گسیل نوترونی است^۱ و اگر انرژی برانگیختگی کافی باشد، ممکن است بیش از یک نوترون از آنها خارج شوند. در شکافت ^{235}U که توسط نوترونهای حرارتی



شکل ۹.۱۵ مراحل مختلف فرایند شکافت که از بالا به پایین پیش می روند. این نشان می دهد که هسته های حاصل از شکافت، به دلیل تغییر شکل که بلافاصله پس از شکافت ایجاد می شود، دارای انرژی سطحی بالایی هستند. این انرژی نهایتاً به انرژی برانگیختگی هسته ها تبدیل می شود که در نتیجه آن گسیل نوترون از لحاظ انرژی امکان پذیر می شود.

۱. دقت کنید که نسبت نوترون به پروتون در شکافت پاره ها با همین نسبت در هسته اصلی، مثلاً اورانیم برابری است. با توجه به هسته های پایدار موجود در ناحیه جرمی، معلوم می شود که شکافت پاره ها از لحاظ تعداد نوترون غنی هستند. بنابراین انرژی جدایی نوترونها کمتر از پروتونهاست و در رابطه (۲۸.۱۳) E_p از E_n بزرگتر است. این موضوع ارجحیت معمول خروج نوترون را در هسته های سنگین تشدید می کند.

صورت می‌گیرد، به‌طور متوسط ۲۵ نوترون خارج می‌شود (مجموعاً از هردو پاره). برای تولید انرژی از طریق شکافت، تنها لازم است که توده‌ای از ^{235}U که به اندازه کافی بزرگ باشد انباشته کرد تا حداقل ۴۰ درصد از نوترون‌ها قبل از فرار و خروج از توده بتوانند واکنش شکافت ایجاد کنند. اندازه کمیته چنین توده‌ای را جرم بحرانی می‌نامند.

مشکلی که در اینجا پیش می‌آید و به‌طور کیفی در شکل ۲۰.۱۳ قابل مشاهده و یا از رابطه (۲۶.۱۳) به کمک (۲۴.۵ الف) قابل محاسبه است، این است که نوترون‌های خارج شده از واکنش‌های هسته‌ای دارای انرژی متوسط 1 MeV هستند درحالی‌که سطح مقطع شکافت در انرژی‌های پایین، بسیار مطلوب‌تر است. بنابراین با قرار دادن کندکننده‌هایی به منظور پایین آوردن انرژی نوترون، می‌توان جرم بحرانی را اساساً کاهش داد. یک نوترون به‌طور متوسط در برخورد کثشان با هسته‌های سبک بیش از برخورد با هسته‌های سنگین انرژی از دست می‌دهد. بنابراین کندکننده‌ها باید موادی با A کوچک باشند. اما این مسئله نیز مهم است که تمام موادی که در داکتورهای شکافت به کار می‌روند، دارای سطح مقطع کوچکی برای گیراندازی نوترون باشند چرا که در غیر این صورت نوترون‌ها را جذب خواهند کرد. همان گونه که در پایان بخش ۸.۱۳ بیان کردیم، کربن و آب سنگین این نیازها را به خوبی برآورده می‌سازند و بنابراین کندکننده‌های خوبی هستند.

نیاز به موادی که سطح مقطع گیراندازی نوترونی آنها کوچک باشد باید در انتخاب موادی که در ساختمان رآکتور به کار می‌روند به دقت در نظر گرفته شود. به همین دلیل، عناصر غیرمتداولی مانند زیرکونیم و برلییم، بسیار مورد استفاده‌اند. از سوی دیگر، کنترل یک رآکتور به کمک ماده‌ای مانند کادمیم که سطح مقطع گیراندازی نوترونی بزرگی دارد انجام می‌شود. وقتی آهنگ واکنش بسیار بالا رود، به منظور جذب نوترون‌ها میله کادمیم را به درون توده اورانیوم فرو می‌برند، و همین‌طور به عکس با بیرون کشیدن میله کادمیم آهنگ واکنش را افزایش می‌دهند.

حدود ۸۰ درصد از انرژی که در شکافت آزاد می‌شود، به صورت انرژی جنبشی شکافت - پاره‌ها در می‌آید و بقیه آن به صورت انرژی نوترون‌ها و پرتوهای گاما است که در پی آزادسازی انرژی برانگیختگی شکافت - پاره‌ها به دست می‌آید و نیز به صورت انرژی الکترون‌ها و پرتوهای گامایی است که در اثر واپاشی بتا گسیل می‌شوند. این انرژی به سرعت از میان می‌رود و در ماده محیط به گرما تبدیل می‌شود، این گرما به وسیله یک خنک کننده در حال گردش از رآکتور گرفته می‌شود. انرژی آزاد شده در حدود $190\text{ MeV}/^{235}\text{amu}$ و یا $8 \times 10^4 (\text{kcal/lb})$ است. این عدد را می‌توان با مقدار 3600 kcal/lb که مربوط به سوختن زغال است مقایسه کرد.

^{235}U یعنی سوختی که تا به حال مورد بحث بود تقریباً در طبیعت نادر است و تنها ۰۰۷ درصد از اورانیوم طبیعی را تشکیل می‌دهد. اما با استفاده از آن می‌توان دوماه قابل شکافت یعنی ^{239}Pu و ^{233}U را از طریق گیراندازی نوترون و واپاشی بتا در ^{232}Th و ^{238}U تولید

کرد. بنابراین در یک رآکتور ممکن است که مقدار تولید ماده قابل شکافت بیش از آهنگ مصرف آن باشد. چنین رآکتوری دآکتور دآیند، نامیده می شود. از ۲۵۵ نوترونی که در هر شکافت آزاد می شود، یکی باید جانشین نوترونی شود که شکافت را ایجاد کرده و دیگری می بایست جانشین هسته ای شود که دچار شکافت شده است. بنابراین در این نوع رآکتور، اتلاف کمتر از ۲۵ درصد از نوترون ها را از طریق گیراندازی در مواد دیگر و یا فرار از رآکتور می توان پذیرفت.

اورانیم به مقدار کم در گرانیب که از عمده ترین مواد سنگی است، یافت می شود. اگر همه ذخایر غنی اورانیم به مصرف برسد، از لحاظ اقتصادی بسادگی می توان آن را مجدداً از گرانیب به دست آورد. عملیات استخراج به همان وسعت عملیات استخراج زغال سنگ خواهد بود که برای میلیاردها سال انرژی کافی تولید خواهد کرد. در این صورت، بشر تمدن خود را با «سوزاندن صخره ها» ادامه خواهد داد. هنوز معلوم نیست که کدام روش، سوزاندن صخره ها یا سوزاندن دریاها به صورتی که در بخش پیش توضیح دادیم، ساده تر است اما مسلماً باید یکی از آنها را انتخاب کرد.

بجز تولید قدرت، استفاده های دیگری هم از رآکتورها می توان کرد. نوترونهایی که تولید می شوند، بطور گسترده در فعالیت های تحقیقاتی گوناگون و یا در ساختن ایزوتوپهای رادیواکتیو از طریق واکنشهای نوترونی، به کار برده می شوند. در واقع، رآکتورها عمده ترین منابع مواد رادیواکتیوی هستند که کاربرد آنها در بخش ۱۰۱۵ توضیح داده شد. بمب اتمی، اساساً رآکتوری شکافتی است که جرم آن بسیار بیشتر از جرم بحرانی است. در این مورد، به جای آنکه از میله های کنترل برای محدود کردن آهنگ واکنش استفاده شود، مراحل طی می شود که این عمل را تشدید می کند. با توجه به میزان انرژی آزاد شده، به آسانی می توان نتیجه گرفت که هر پوند از سوختی که مورد شکافت قرار می گیرد، انرژی حاصل از انفجار ۹ کیلو تن TNT تولید می کند.

مسائل

۱۰۱۵ چگونه می توان Pb حاصل از واپاشی اورانیم را از سرب طبیعی تشخیص داد؟

۲۰۱۵ در بسیاری از کاربردهای تشخیص پزشکی، برای اینکه پرتوگیری بیمار کمترین مقدار ممکن باشد، لازم است که از مواد رادیواکتیو با نیمه عمر کوتاه استفاده شود. برای این منظور یک ایزوتوپ مناسب کربن و راهی برای تهیه آن پیشنهاد کنید.

۳۰۱۵ در یک مسئله مهندسی شیمی، به ردیابی منگنز با نیمه عمری بین ۱ ساعت تا ۱ روز نیاز است. یک ایزوتوپ مناسب و راهی برای تهیه آن پیشنهاد کنید.

۴۰۱۵ برای تهیه ۱۰۰ W قدرت، چقدر ^{210}Po مورد نیاز است؟

۵۰۱۵ برای معالجه سرطانهای عمقی، استفاده از کدایمیک از مواد ^{137}Cs یا ^{60}Co مناسبتر است.

۶۰۱۵ آهنگ واکنش $p-p$ را در چگالی 100 g/cm^3 در هریک از حالت‌های $T = 3, 10, 30$ حساب کنید. در هر حالت طول عمر متوسط یک پروتون و نسبت E_m/kT را تعیین کنید.

۷۰۱۵ اگر نیروی هسته‌ای قدری شدیدتر بود و در نتیجه ^2He در مقابل گسیل نوترونی پایدار و سطح مقطع برای واکنش $p + p \rightarrow ^2\text{He} + \gamma$ برابر $1\pi\text{Å}^2$ می‌شد، طول عمر خورشید چگونه تغییر می‌کرد؟

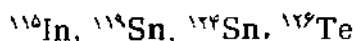
۸۰۱۵ اگر خورشید ۱۰ برابر میزان واقعی آن کربن می‌داشت، آهنگ تولید انرژی آن چگونه تغییر می‌کرد؟

۹۰۱۵ اگر ^5Li پایدار می‌بود به‌طور خلاصه توضیح دهید که تحول ستارگان دستخوش چه تغییری می‌شد. اگر ^8Be پایدار می‌بود، چه پاسخی می‌دادید؟

۱۰۰۱۵ اگر ستاره‌ای مثل خورشید ($2 \times 10^{30}\text{ kg}$ = جرم و 865000 mile = قطر) آنقدر فشرده می‌شد که قطر آن به حدود 10 km می‌رسید، انرژی پایتترین مدار اشغال شده الکترون‌ها چقدر می‌شد؟ اگر از تغییرات چگالی بسرحسب شعاع (که تقریبی ضعیف است) صرف‌نظر شود، دوره تناوب دوران آن چقدر می‌شود (دوره تناوب فعلی برابر ۲۵ روز است)؟

۱۱۰۱۵ اگر یک هسته ^{122}Sn دو گیراندازی نوترونی متوالی انجام دهد فاصله زمانی بین گیراندازی‌ها برابر ۱۰۸ باشد، محتملترین هسته‌ای که نهایتاً تشکیل می‌شود چه خواهد بود؟ اگر فاصله زمانی برابر ۱۰۰ سال باشد، چطور؟

۱۲۰۱۵ تعیین کنید که ایزوتوپ‌های زیر در کدایمیک از فرایندهای α یا β تشکیل می‌شوند؟



۱۳۰۱۵ از طریق چه فرایندی ^{106}Cd ساخته می‌شود؟

۱۴۰۱۵ برای دوتریم‌هایی که در ماده تشکیل دهنده ستارگان وجود دارد، چه پیش می‌آید؟

۱۵۰۱۵ کمینه وزن یک بمب هیدروژنی ۱۰۰ مگاتنی چقدر است؟

۱۶۰۱۵ یک رآکتور 100 MW ، در طی مدت ۳ سال نصف سوخت خود را مصرف می‌کند. محتوای ^{235}U آن را تعیین کنید.

منابعی برای مطالعات بیشتر

به مراجع کلی بعد از پیوست کتاب رجوع کنید.

- Allor, L. H.: *Astrophysics*, Ronald Press, New York, 1954.
- Annual Reviews of Nuclear Science*, Annual Reviews Inc., Stanford, Calif., issued annually.
- Arya, A. P.: *Fundamentals of Nuclear Physics*, Allyn and Bacon, Boston, 1966.
- Belcham, R. F. K.: *A Guide to Nuclear Energy*, Philosophical Library, New York, 1958.
- Bishop, A. S.: *Project Sherwood: The U.S. Program in Controlled Fusion*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1958.
- Cohen, B. L.: *The Heart of the Atom*, Doubleday, Garden City, N.J., 1967.
- Duncan, J. F., and G. B. Cook: *Isotopes in Chemistry*, Clarendon Press, Oxford, 1968.
- Enge, H. A.: *Introduction to Nuclear Physics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1966.
- Glasstone, S., and M. c. Edlund: *The Elements of Nuclear Reactor Theory*, Van Nostrand, New York, 1952.
- Goodman, C. D.: *The Science and Engineering of Nuclear Power*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1947.
- Kamen, M. D.: *Isotopic Tracers in Biology*, Academic, New York, 1957.
- Littler, D. J., and J. F. Raffe: *An Introduction to Reactor Physics*, McGraw-Hill, New York, 1955.
- Liverhant, S. E.: *Elementary Introduction to Reactor Physics*, Wiley, New York, 1960.
- Murray, R. L.: *Introduction to Nuclear Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1961.
- Parker, D.: *Isotopes in Action*, Macmillan New York, 1963.
- Piriaux, J.: *Radioisotopes and Their Industrial Applications*, Charles C Thomas, Springfield, Ill., 1964.
- Rose D. J., and M. Clark, Jr.: *Plasmas and Controlled Fusion*, Technology Press, Cambridge, Mass., 1961.

- Sacks, J.: *Isotopic Tracers in Biochemistry and Physiology*, McGraw-Hill, New York, 1953.
- Salmon, A.: *The Nuclear Reactor*, Wiley, New York, 1964.
- Simon, A. I.: *An Introduction to Thermonuclear Research*, Pergamon, New York, 1959.
- Smith, H. E.: *Isotopic Power Sources*, U. S. Atomic Energy Commission Report, Washington, 1961.
- Soodak, H., and E. C. Campbell: *Elementary Pile Theory*, Wiley, New York, 1950.
- U. S. Atomic Energy Commission: *Annual Report*, GPO, Washington.
- Weinberg, A. M., and E. P. Wigner: *The Physical Theory of Neutron Chain Reactors*, University of Chicago Press, Chicago, 1958.
- Wolf, G.: *Isotopes in Biology*, Academic, New York, 1964.

پیوست

جدول پ ۱۰ ثابتهای مفید

$c = 299792458 \times 10^8 \text{ m/s}$	سرعت نور در خلا
$e = 1.60210 \times 10^{-19} \text{ C}$	بار بنیادی
$N_A = 6.02252 \times 10^{23} \left(\frac{\text{مولکول}}{\text{کیلوگرم مول}} \right)$	عدد آووگادرو
$M_e = 9.1091 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $= 511.001 \text{ keV}$	جرم در حال سکون الکترون
$M_p = 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $= 938.27 \text{ MeV}$	جرم در حال سکون پروتون
$M_n = 1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $= 939.57 \text{ MeV}$	جرم در حال سکون نوترون
$h = 6.62607 \times 10^{-34} \text{ J-s}$	ثابت پلانک
$\hbar = 1.05457 \times 10^{-34} \text{ J-s}$ $= 6.5821 \times 10^{-22} \text{ MeV-s}$	
$eh/M_p = 5.0508 \times 10^{-27} \text{ J-m}^2/\text{Wb}$	مگنتون هسته‌ای
$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	ثابت بولتزمن
$eV = 1.6021 \times 10^{-19} \text{ J}$	الکترون ولت

جدول پ. ۲. تکانه زاویه‌ای کل I ، گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ (بر حسب مگنتون هسته‌ای (eh/M_p) ، و گشتاور چهارقطبی الکتریکی (بر حسب $10^{-24} \text{ cm}^2 \times e$) برای هسته‌های گوناگون. علامت [] نمایانگر آن است که اندازه‌گیری مستقیماً صورت نگرفته است. اختصارات بدین شرح‌اند: ثانیه = s، دقیقه = m، ساعت = h، روز = d، سال = y، $ky = 10^3$ (سال)، $My = 10^6$ (سال)، $Gy = 10^9$ (سال)، $Ty = 10^{12}$ (سال).

هسته	$T_{1/2}$ یا تراز (keV)	I	μ	Q	هسته	$T_{1/2}$ یا تراز (keV)	I	μ	Q
${}^1_0\text{H}$	12 m	$\frac{1}{2}$	-1.9131		${}^{12}_{13}\text{Al}^{27}_{11}$		$\frac{3}{2}$	+3.6414	+0.15
${}^1_1\text{H}^0$			-1.8		${}^{14}_{14}\text{Si}^{28}_{14}$		0		
${}^1_1\text{H}^1$		$\frac{1}{2}$	+2.79278		${}^{14}_{14}\text{Si}^{29}_{14}$		$\frac{1}{2}$	-0.5553	
${}^1_1\text{H}^2$		1	+0.85742	+0.0028	${}^{16}_{16}\text{S}^{32}_{16}$		0		
${}^2_1\text{H}^1$	12 y	$\frac{1}{2}$	+2.9789		${}^{31}_{15}\text{P}^{30}_{15}$	2.6 m	1		
${}^3_2\text{He}^1$		$\frac{1}{2}$	-2.1276		${}^{32}_{16}\text{P}^{31}_{16}$		$\frac{1}{2}$	+1.1317	
${}^3_2\text{He}^{2+1}$		$\frac{1}{2}$			${}^{16}_{16}\text{P}^{32}_{17}$	14 d	1	-0.2523	
${}^3_2\text{He}^2$		0			${}^{16}_{16}\text{S}^{32}_{16}$		0		
${}^3_2\text{He}^4$	0.8 s	0			${}^{16}_{16}\text{S}^{33}_{17}$		$\frac{1}{2}$	+0.6433	-0.055
${}^6_3\text{Li}^1$		1	+0.82202	-0.0008	${}^{16}_{16}\text{S}^{34}_{18}$		0		
${}^6_3\text{Li}^2$		$\frac{1}{2}$	+3.2564	-0.04	${}^{16}_{16}\text{S}^{35}_{19}$	87 d	$\frac{1}{2}$	+1.00 or -1.07	+0.04
${}^6_3\text{Li}^3$	0.8 s	[2]	+1.6532		${}^{16}_{16}\text{S}^{36}_{20}$		0		
${}^9_4\text{Be}^1$		$\frac{1}{2}$	-1.1776	+0.05	${}^{37}_{17}\text{Cl}^{35}_{16}$		$\frac{3}{2}$	+0.82183	-0.079
${}^9_4\text{Be}^2$		3	+1.8007	+0.08	${}^{37}_{17}\text{Cl}^{36}_{17}$	0.3 My	2	+1.285	-0.017
${}^9_4\text{Be}^{11}$		$\frac{1}{2}$	+2.6885	+0.04	${}^{37}_{17}\text{Cl}^{37}_{20}$		$\frac{3}{2}$	+0.68411	-0.062
${}^9_4\text{Be}^{17}$	0.020 s	[1]	+1.002		${}^{39}_{18}\text{Ar}^{37}_{17}$		$\frac{1}{2}$	+0.63	
${}^{12}_6\text{C}^{11}$	21 m	$\frac{1}{2}$	± 1.03	± 0.031	${}^{39}_{18}\text{Ar}^{38}_{18}$	1.8 s	[$\frac{3}{2}$]		
${}^{12}_6\text{C}^{13}$		0			${}^{39}_{18}\text{Ar}^{39}_{19}$	34 d	$\frac{1}{2}$	+0.95	
${}^{12}_6\text{C}^{13+}$		$\frac{1}{2}$	+0.7024		${}^{39}_{18}\text{Ar}^{40}_{20}$		0		
${}^{12}_6\text{C}^{14}$	5.6 ky	0			${}^{39}_{18}\text{Ar}^{40}_{21}$	265 y	$\frac{1}{2}$	-1.3	
${}^{12}_6\text{C}^{14+}$					${}^{39}_{18}\text{Ar}^{40}_{22}$		0		
${}^{14}_7\text{N}^{11}$	0.012 s	[1]	± 0.46		${}^{39}_{19}\text{K}^{37}_{18}$	1.2 s	$\frac{1}{2}$	+0.204	
${}^{14}_7\text{N}^{12}$	10 m	$\frac{1}{2}$	± 0.3221		${}^{39}_{19}\text{K}^{39}_{19}$	7.7 m	3	+1.374	
${}^{14}_7\text{N}^{14+}$		1	+0.4036	+0.01	${}^{39}_{19}\text{K}^{40}_{20}$		$\frac{1}{2}$	+0.3914	+0.055
${}^{14}_7\text{N}^{15}$		$\frac{1}{2}$	-0.2831		${}^{39}_{19}\text{K}^{40}_{21}$	1.3 Gy	4	-1.298	-0.07
${}^{16}_8\text{O}^{15+}$	2.1 m	$\frac{1}{2}$	± 0.7189		${}^{39}_{19}\text{K}^{41}_{22}$		$\frac{1}{2}$	+0.2149	+0.067
${}^{16}_8\text{O}^{16}$		0			${}^{39}_{19}\text{K}^{42}_{23}$	12 h	2	-1.141	
${}^{16}_8\text{O}^{17}$		$\frac{1}{2}$	-1.8937	-0.026	${}^{39}_{19}\text{K}^{43}_{24}$	22 h	$\frac{1}{2}$	± 0.163	
${}^{16}_8\text{O}^{18+}$		0			${}^{39}_{19}\text{K}^{43}_{25}$	20 m	$\frac{1}{2}$	± 0.173	
${}^{18}_9\text{F}^{17}$	66 s	[$\frac{5}{2}$]	± 4.722		${}^{40}_{20}\text{Ca}^{38}_{20}$		0		
${}^{18}_9\text{F}^{18+}$		$\frac{1}{2}$	+2.6288		${}^{40}_{20}\text{Ca}^{40}_{21}$	110 ky	$\frac{1}{2}$	-1.595	
${}^{18}_9\text{F}^{19+}$	11 s	[2]	+2.094		${}^{40}_{20}\text{Ca}^{42}_{22}$		$\frac{1}{2}$	-1.317	
${}^{20}_{10}\text{Ne}^{18+}$	18 s	$\frac{1}{2}$	-1.887		${}^{44}_{21}\text{Sc}^{42}_{21}$	3.9 h	$\frac{1}{2}$	+4.62	-0.26
${}^{20}_{10}\text{Ne}^{20+}$		0			${}^{44}_{21}\text{Sc}^{44}_{22}$	3.9 h	2	+2.56	+0.10
${}^{20}_{10}\text{Ne}^{21+}$		$\frac{1}{2}$	-0.6618	+0.09	${}^{44}_{21}\text{Sc}^{44}_{23}$	2.4 d	6	+3.88	-0.19
${}^{20}_{10}\text{Ne}^{22+}$		0			${}^{44}_{21}\text{Sc}^{46}_{24}$		$\frac{1}{2}$	+4.7564	-0.22
${}^{20}_{10}\text{Ne}^{23+}$	38 s	[$\frac{3}{2}$]	-1.08		${}^{44}_{21}\text{Sc}^{46}_{25}$	84 d	4	+3.03	+0.12
${}^{21}_{11}\text{Na}^{21+}$	23 s	$\frac{1}{2}$	+2.386		${}^{44}_{21}\text{Sc}^{46}_{26}$	3.4 d	$\frac{1}{2}$	+5.34	-0.22
${}^{21}_{11}\text{Na}^{23+}$	2.6 y	3	+1.746		${}^{46}_{22}\text{Ti}^{44}_{22}$	1.8 d	6		
${}^{21}_{11}\text{Na}^{24+}$		$\frac{1}{2}$	+2.2175	+0.14	${}^{46}_{22}\text{Ti}^{46}_{23}$	3.1 h	$\frac{1}{2}$	± 0.095	$\approx \pm 0.02$
${}^{21}_{11}\text{Na}^{25+}$	15 h	4	+1.690		${}^{46}_{22}\text{Ti}^{47}_{24}$		$\frac{1}{2}$	-0.7883	+0.29
${}^{24}_{12}\text{Mg}^{22+}$		0			${}^{46}_{22}\text{Ti}^{48}_{25}$		$\frac{1}{2}$	-1.1039	+0.24
${}^{24}_{12}\text{Mg}^{24+}$		$\frac{1}{2}$	-0.8551	+0.22	${}^{47}_{23}\text{V}^{45}_{23}$	31 m	$\frac{1}{2}$		
${}^{24}_{12}\text{Mg}^{26+}$		0							

نمونه	$T_{1/2}$ t توان (keV)	I	μ	Q	نمونه	$T_{1/2}$ t توان (keV)	I	μ	Q
$^{23}\text{V}^{48}_{26}$	16 d	4			$^{72}\text{Ge}^{78}_{32}$	0			
$^{23}\text{V}^{49}_{26}$	330 d	$\frac{3}{2}$	± 4.5		$^{72}\text{Ge}^{79}_{32}$	11 d	$\frac{1}{2}$	+0.546	
$^{23}\text{V}^{50}_{26}$	10 ¹⁵ y	6	+3.3470	± 0.06	$^{72}\text{Ge}^{74}_{32}$	0			
$^{23}\text{V}^{51}_{26}$		$\frac{3}{2}$	+5.149	-0.05	$^{72}\text{Ge}^{75}_{32}$	$\frac{3}{2}$	-0.8792	-0.28	
					$^{72}\text{Ge}^{76}_{32}$	0			
$^{24}\text{Cr}^{52}_{24}$	42 m	$\frac{5}{2}$	± 0.48		$^{72}\text{Ge}^{77}_{32}$	82 m	$\frac{3}{2}$	± 0.51	
$^{24}\text{Cr}^{53}_{24}$	28 d	$\frac{3}{2}$	± 0.94		$^{72}\text{Ge}^{78}_{32}$	0			
$^{24}\text{Cr}^{54}_{24}$		$\frac{3}{2}$	-0.4744	± 0.03					
					$^{73}\text{As}^{76}_{33}$	52 m	4		
$^{25}\text{Mn}^{55}_{25}$	45 m	$\frac{5}{2}$	± 3.57		$^{73}\text{As}^{77}_{33}$	26 h	2		
$^{25}\text{Mn}^{56}_{25}$	5.7 d	6	± 3.05		$^{73}\text{As}^{78}_{33}$	$\frac{3}{2}$	+1.439	+0.29	
$^{25}\text{Mn}^{57}_{25}$	21 m	2	± 0.0076		$^{73}\text{As}^{79}_{33}$	26 h	2	-0.905	± 7.6
$^{25}\text{Mn}^{58}_{25}$	2 My	$\frac{3}{2}$	± 5.01						
$^{25}\text{Mn}^{59}_{25}$	290 d	3	± 3.28		$^{74}\text{Se}^{74}_{34}$	0			
$^{25}\text{Mn}^{60}_{25}$		$\frac{3}{2}$	+3.444	+0.4	$^{74}\text{Se}^{75}_{34}$	120 d	$\frac{3}{2}$		+1.0
$^{25}\text{Mn}^{61}_{25}$	2.6 h	3	+3.218		$^{74}\text{Se}^{76}_{34}$	0			
					$^{74}\text{Se}^{77}_{34}$	$\frac{1}{2}$	+0.534		
$^{26}\text{Fe}^{57}_{26}$		$\frac{3}{2}$	+0.0902		$^{74}\text{Se}^{78}_{34}$	0			
$^{26}\text{Fe}^{58}_{26}$	14.4	[$\frac{5}{2}$]	-0.1547	+0.2	$^{74}\text{Se}^{79}_{34}$	60 ky	$\frac{3}{2}$	-1.02	+0.8
$^{26}\text{Fe}^{59}_{26}$	136	[$\frac{5}{2}$]	± 1.0		$^{74}\text{Se}^{80}_{34}$	0			
$^{26}\text{Fe}^{60}_{26}$	367	[$\frac{5}{2}$]	<0.5		$^{74}\text{Se}^{81}_{34}$	0			
$^{26}\text{Fe}^{61}_{26}$	45 d	$\frac{3}{2}$							
					$^{75}\text{Br}^{76}_{35}$	17 h	1	± 0.548	± 0.25
$^{27}\text{Co}^{58}_{27}$	77 d	4	± 3.83		$^{75}\text{Br}^{77}_{35}$	58 h	$\frac{3}{2}$		
$^{27}\text{Co}^{59}_{27}$	270 d	$\frac{7}{2}$	± 4.62		$^{75}\text{Br}^{78}_{35}$	$\frac{3}{2}$	+2.106	+0.31	
$^{27}\text{Co}^{60}_{27}$	71 d	1, 2	+4.03		$^{75}\text{Br}^{79}_{35}$	18 m	1	± 0.514	± 0.18
$^{27}\text{Co}^{61}_{27}$		$\frac{3}{2}$	+4.62	+0.4	$^{75}\text{Br}^{80}_{35}$	4.5 h	5	+1.317	+0.71
$^{27}\text{Co}^{62}_{27}$		$\frac{3}{2}$	+4.62		$^{75}\text{Br}^{81}_{35}$	$\frac{3}{2}$	+2.270	+0.26	
$^{27}\text{Co}^{63}_{27}$	5.3 y	5	+3.78		$^{75}\text{Br}^{82}_{35}$	36 h	5	± 1.626	± 0.70
$^{27}\text{Co}^{64}_{27}$	10.5 m	2							
					$^{82}\text{Kr}^{82}_{36}$	0			
$^{28}\text{Ni}^{61}_{28}$		$\frac{3}{2}$	-0.7487	+0.16	$^{82}\text{Kr}^{83}_{36}$	$\frac{3}{2}$	-0.970	+0.26	
$^{28}\text{Ni}^{62}_{28}$	68	[$\frac{5}{2}$]	+0.42		$^{82}\text{Kr}^{84}_{36}$	9.3	[$\frac{7}{2}$]	+0.44	
					$^{82}\text{Kr}^{85}_{36}$	0			
$^{29}\text{Cu}^{60}_{29}$	24 m	2	+1.22		$^{82}\text{Kr}^{86}_{36}$	11 y	$\frac{3}{2}$	± 1.005	+0.43
$^{29}\text{Cu}^{61}_{29}$	3.3 h	$\frac{3}{2}$	+2.13		$^{82}\text{Kr}^{87}_{36}$	0			
$^{29}\text{Cu}^{62}_{29}$	9.9 m	1	-0.38						
$^{29}\text{Cu}^{63}_{29}$		$\frac{3}{2}$	+2.223	-0.180	$^{83}\text{Rb}^{81}_{37}$	4.7 h	$\frac{3}{2}$	+2.05	
$^{29}\text{Cu}^{64}_{29}$	13 h	1	-0.216		$^{83}\text{Rb}^{82}_{37}$	32 m	$\frac{3}{2}$		
$^{29}\text{Cu}^{65}_{29}$		$\frac{3}{2}$	+2.382	-0.195	$^{83}\text{Rb}^{83}_{37}$	6.3 h	5	+1.643	
$^{29}\text{Cu}^{66}_{29}$	5.2 m	1	± 0.283		$^{83}\text{Rb}^{84}_{37}$	83 d	$\frac{3}{2}$	+1.4	
					$^{83}\text{Rb}^{85}_{37}$	33 d	2	-1.32	
$^{30}\text{Zn}^{62}_{30}$	38 m	$\frac{3}{2}$	-0.282	+0.31	$^{83}\text{Rb}^{86}_{37}$	$\frac{3}{2}$	+1.3524	+0.26	
$^{30}\text{Zn}^{63}_{30}$	0				$^{83}\text{Rb}^{87}_{37}$	19 d	2	-1.691	
$^{30}\text{Zn}^{64}_{30}$	245 d	$\frac{3}{2}$	+0.769	-0.026	$^{83}\text{Rb}^{88}_{37}$	47 Gy	$\frac{3}{2}$	+2.7500	+0.12
$^{30}\text{Zn}^{65}_{30}$	0				$^{83}\text{Rb}^{89}_{37}$	18 m	2	± 0.51	
$^{30}\text{Zn}^{66}_{30}$		$\frac{3}{2}$	+0.8754	+0.17					
$^{30}\text{Zn}^{67}_{30}$	0				$^{86}\text{Sr}^{86}_{38}$	0			
$^{30}\text{Zn}^{68}_{30}$		0			$^{86}\text{Sr}^{87}_{38}$	$\frac{3}{2}$	-1.093	+0.3	
					$^{86}\text{Sr}^{88}_{38}$	0			
$^{31}\text{Ga}^{66}_{31}$	9.5 h	0							
$^{31}\text{Ga}^{67}_{31}$	78 h	$\frac{3}{2}$	+1.850	+0.22	$^{89}\text{Y}^{89}_{39}$	$\frac{1}{2}$	-0.1373		
$^{31}\text{Ga}^{68}_{31}$	68 m	1	± 0.0117	± 0.03	$^{89}\text{Y}^{90}_{39}$	64 h	2	-1.63	-0.15
$^{31}\text{Ga}^{69}_{31}$		$\frac{3}{2}$	+2.016	+0.19	$^{89}\text{Y}^{91}_{39}$	58 d	$\frac{3}{2}$	± 0.164	
$^{31}\text{Ga}^{70}_{31}$	21 m	1							
$^{31}\text{Ga}^{71}_{31}$		$\frac{3}{2}$	+2.562	+0.12					
$^{31}\text{Ga}^{72}_{31}$	14 h	3	-0.1322	+0.59	$^{90}\text{Zr}^{91}_{40}$	$\frac{3}{2}$	-1.303		

عنصر	$T_{1/2}$ ت (keV)	I	μ	Q	عنصر	$T_{1/2}$ ت (keV)	I	μ	Q
$^{41}\text{Nb}^{92}_{41}$		$\frac{9}{2}$	+6.167	-0.22	$^{49}\text{In}^{110m}_{49}$	4.9 h	7	+10.4 or -10.7	-0.21 +0.22
$^{42}\text{Mo}^{92}_{42}$	0				$^{49}\text{In}^{112}_{49}$	2.8 d	$\frac{9}{2}$	+5.53	+0.85
$^{42}\text{Mo}^{94}_{42}$	0				$^{49}\text{In}^{112}_{49}$	14 m	1	+2.81	+0.089
$^{42}\text{Mo}^{96}_{42}$	$\frac{3}{2}$	-0.9133	± 0.12		$^{49}\text{In}^{112m}_{49}$	21 m	4		
$^{42}\text{Mo}^{98}_{42}$	0				$^{49}\text{In}^{114}_{49}$		$\frac{9}{2}$	+5.523	+0.82
$^{42}\text{Mo}^{100}_{42}$	$\frac{3}{2}$	-0.9325	± 1.1		$^{49}\text{In}^{114m}_{49}$	1.7 h	$\frac{3}{2}$	-0.210	
$^{42}\text{Mo}^{102}_{42}$	0				$^{49}\text{In}^{114m}_{49}$	50 d	5	+4.7	
$^{42}\text{Mo}^{104}_{42}$	0				$^{49}\text{In}^{116}_{49}$	600 Ty	$\frac{9}{2}$	+5.534	+0.83
$^{42}\text{Mo}^{106}_{42}$	0				$^{49}\text{In}^{116m}_{49}$	4.5 h	$\frac{3}{2}$	-0.244	
$^{42}\text{Mo}^{108}_{42}$	0				$^{49}\text{In}^{116m}_{49}$	54 m	5	+4.3	
$^{44}\text{Te}^{98}_{44}$	210 ky	$\frac{9}{2}$	+5.68	+0.3	$^{49}\text{In}^{117}_{49}$	45 m	$\frac{9}{2}$		
$^{44}\text{Ru}^{98}_{44}$		$\frac{5}{2}$	-0.63	$ \frac{99m}{99} \geq 3$	$^{49}\text{In}^{117m}_{49}$	1.9 h	$\frac{3}{2}$	-0.2515	
$^{44}\text{Ru}^{100}_{44}$	90	$\frac{3}{2}$	-0.29	≥ 0.1	$^{50}\text{Sn}^{114}_{50}$	118 d	$\frac{3}{2}$	± 0.88	
$^{44}\text{Ru}^{102}_{44}$		$\frac{5}{2}$	-0.69		$^{50}\text{Sn}^{116}_{50}$		$\frac{3}{2}$	-0.918	
$^{44}\text{Rh}^{100}_{44}$		$\frac{3}{2}$	-0.0883		$^{50}\text{Sn}^{116}_{50}$		0		
$^{46}\text{Pd}^{100}_{46}$		$\frac{5}{2}$	-0.642	+0.8	$^{50}\text{Sn}^{117}_{50}$		$\frac{3}{2}$	-1.000	
$^{47}\text{Ag}^{102}_{47}$	15 m	5			$^{50}\text{Sn}^{118}_{50}$		0		
$^{47}\text{Ag}^{102m}_{47}$	7 m	2	+4		$^{50}\text{Sn}^{118m}_{50}$		$\frac{3}{2}$	-1.046	
$^{47}\text{Ag}^{104}_{47}$	59 m	$\frac{3}{2}$	+4.4		$^{50}\text{Sn}^{118m}_{50}$	24	[$\frac{3}{2}$]	+0.68	-0.08
$^{47}\text{Ag}^{106}_{47}$	1.2 h	5	+4.0		$^{50}\text{Sn}^{119}_{50}$		0		
$^{47}\text{Ag}^{106m}_{47}$	27 m	2	+3.7		$^{50}\text{Sn}^{119m}_{50}$		0		
$^{47}\text{Ag}^{108}_{47}$	40 d	$\frac{3}{2}$	± 0.101		$^{50}\text{Sn}^{120}_{50}$	27 h	$\frac{3}{2}$	± 0.70	± 0.08
$^{47}\text{Ag}^{108}_{47}$	24 m	1	+2.9		$^{51}\text{Sb}^{115}_{51}$	31 m	$\frac{5}{2}$	+3.46	-0.27
$^{47}\text{Ag}^{108m}_{47}$	8.3 d	6			$^{51}\text{Sb}^{116}_{51}$	15 m	3		
$^{47}\text{Ag}^{107}_{47}$		$\frac{3}{2}$	-0.1135		$^{51}\text{Sb}^{117}_{51}$	2.8 h	$\frac{5}{2}$	+2.67	-0.4
$^{47}\text{Ag}^{109}_{47}$	2.4 m	1	+2.80		$^{51}\text{Sb}^{118m}_{51}$	3.5 m	1	± 2.5	
$^{47}\text{Ag}^{109}_{47}$		$\frac{3}{2}$	-0.1305		$^{51}\text{Sb}^{118}_{51}$	38 h	$\frac{5}{2}$	+3.45	-0.30
$^{47}\text{Ag}^{109m}_{47}$	40 s	$\frac{3}{2}$	± 4.3		$^{51}\text{Sb}^{120}_{51}$	16 m	1	± 2.3	
$^{47}\text{Ag}^{110}_{47}$	24 s	1	+2.85		$^{51}\text{Sb}^{120}_{51}$		$\frac{5}{2}$	+3.359	-0.29
$^{47}\text{Ag}^{110m}_{47}$	253 d	6	+3.604		$^{51}\text{Sb}^{121}_{51}$	37	[$\frac{3}{2}$]	+2.51	-0.4
$^{47}\text{Ag}^{111}_{47}$	7.5 d	$\frac{3}{2}$	-0.145		$^{51}\text{Sb}^{122}_{51}$	2.8 d	2	-1.90	+0.69
$^{47}\text{Ag}^{112}_{47}$	3.2 h	2	± 0.054		$^{51}\text{Sb}^{122}_{51}$		$\frac{5}{2}$	+2.547	-0.37
$^{47}\text{Ag}^{112}_{47}$	5.3 h	$\frac{3}{2}$	± 0.159		$^{51}\text{Sb}^{124}_{51}$	60 d	3		
					$^{51}\text{Sb}^{124}_{51}$	2.7 y	[$\frac{3}{2}$]	± 2.6	
$^{48}\text{Cd}^{104}_{48}$	55 m	$\frac{5}{2}$	-0.74	+0.5	$^{52}\text{Te}^{116}_{52}$	2.5 h	0		
$^{48}\text{Cd}^{107}_{48}$	6.7 h	$\frac{5}{2}$	-0.6144	+0.8	$^{52}\text{Te}^{117}_{52}$	61 m	$\frac{3}{2}$		
$^{48}\text{Cd}^{109}_{48}$	470 d	$\frac{5}{2}$	-0.8270	+0.8	$^{52}\text{Te}^{119}_{52}$	16 h	$\frac{3}{2}$	± 0.25	
$^{48}\text{Cd}^{110}_{48}$	0				$^{52}\text{Te}^{119m}_{52}$	4.5 d	$\frac{1}{2}$		
$^{48}\text{Cd}^{113}_{48}$		$\frac{3}{2}$	-0.5943		$^{52}\text{Te}^{121}_{52}$	>50 Ty	$\frac{3}{2}$	-0.7359	
$^{48}\text{Cd}^{113m}_{48}$	49 m	$\frac{1}{2}$	-1.11	-1.0	$^{52}\text{Te}^{121}_{52}$		$\frac{3}{2}$	-0.8871	
$^{48}\text{Cd}^{115}_{48}$	0				$^{52}\text{Te}^{123m}_{52}$	35.5	$\frac{3}{2}$	+0.60	-0.2
$^{48}\text{Cd}^{115}_{48}$		$\frac{3}{2}$	-0.6217		$^{52}\text{Te}^{123}_{52}$		0		
$^{48}\text{Cd}^{115m}_{48}$	>10 ¹⁰ y	$\frac{1}{2}$	-1.087	-0.8	$^{52}\text{Te}^{124}_{52}$		0		
$^{48}\text{Cd}^{116}_{48}$	14 y	$\frac{1}{2}$			$^{52}\text{Te}^{126}_{52}$		0		
$^{48}\text{Cd}^{116}_{48}$		0			$^{53}\text{I}^{127}_{53}$	13 h	$\frac{5}{2}$		
$^{48}\text{Cd}^{116m}_{48}$	2.3 d	$\frac{3}{2}$	-0.6477		$^{53}\text{I}^{127}_{53}$	4.0 d	2		
$^{48}\text{Cd}^{116m}_{48}$	43 d	$\frac{1}{2}$	-1.040	-0.6	$^{53}\text{I}^{127}_{53}$	60 d	$\frac{5}{2}$	+3.0	-0.89
$^{48}\text{Cd}^{116}_{48}$		0			$^{53}\text{I}^{129}_{53}$	13 d	2		
$^{49}\text{In}^{109}_{49}$	4.3 h	$\frac{9}{2}$	+5.53	+0.86	$^{53}\text{I}^{127}_{53}$		$\frac{5}{2}$	+2.808	-0.79
$^{49}\text{In}^{110}_{49}$	66 m	2	+4.36	+0.96	$^{53}\text{I}^{127m}_{53}$	59	[$\frac{3}{2}$]		-0.71

عنصر	$T_{1/2}$ t نیم (hr V)	I	μ	Q	عنصر	$T_{1/2}$ t نیم (hr V)	I	μ	Q
$^{128}_{51}\text{I}$	25 m	1			$^{147}_{61}\text{Pm}$	2.6 y	$\frac{3}{2}$	+2.7	+0.7
$^{129}_{51}\text{I}$	16 My	$\frac{3}{2}$	+2.617	-0.55	$^{148}_{61}\text{Pm}$	5.4 d	1	+2.0	+0.2
$^{130m}_{51}\text{I}$	27	[$\frac{5}{2}$]	+2.8	-0.68	$^{149}_{61}\text{Pm}$	5.4 h	$\frac{3}{2}$		
$^{130}_{51}\text{I}$	12 h	5			$^{150}_{61}\text{Pm}$	28 h	$\frac{3}{2}$	± 1.6	± 1.9
$^{131}_{51}\text{I}$	8.1 d	$\frac{3}{2}$	+2.74	-0.40	$^{147}_{62}\text{Sm}$	0.1 Ty	$\frac{3}{2}$	-0.813	-0.20
$^{132}_{51}\text{I}$	2.3 h	4	± 3.08	± 0.08	$^{149}_{62}\text{Sm}$		$\frac{3}{2}$	-0.670	+0.058
$^{133}_{51}\text{I}$	21 h	$\frac{3}{2}$	+2.84	-0.26	$^{150m}_{62}\text{Sm}$	22	[$\frac{5}{2}$]	-0.62	+0.4
$^{134}_{51}\text{I}$	6.7 h	$\frac{3}{2}$			$^{152}_{62}\text{Sm}$	122	[2]	+0.84	
$^{136}_{54}\text{Xe}$		$\frac{3}{2}$	-0.7768		$^{153}_{62}\text{Sm}$	47 h	$\frac{3}{2}$	-0.022	+1.0
$^{138m}_{54}\text{Xe}$	40	[$\frac{5}{2}$]		± 0.41	$^{154}_{62}\text{Sm}$	24 m	$\frac{3}{2}$		± 0.9
$^{138}_{54}\text{Xe}$		$\frac{3}{2}$	+0.6908	-0.12	$^{151}_{63}\text{Eu}$		$\frac{3}{2}$	+3.464	+1.1
$^{139}_{54}\text{Xe}$		0			$^{151m}_{63}\text{Eu}$	21.7	$\frac{3}{2}$	+2.57	+1.6
$^{140}_{54}\text{Xe}$		0			$^{152}_{63}\text{Eu}$	13 y	3	± 1.924	± 3.0
$^{142}_{54}\text{Xe}$		0			$^{152m}_{63}\text{Eu}$	9.3 h	0		
$^{144}_{58}\text{Ce}$	45 m	$\frac{3}{2}$	+1.41		$^{153}_{63}\text{Eu}$		$\frac{3}{2}$	+1.530	+2.8
$^{146}_{58}\text{Ce}$	6.2 h	$\frac{3}{2}$	+1.46		$^{154}_{63}\text{Eu}$	97	[$\frac{5}{2}$]	+3.2 or -0.5	
$^{148}_{58}\text{Ce}$	31 h	$\frac{3}{2}$	+31.479		$^{154m}_{63}\text{Eu}$	103	[$\frac{5}{2}$]	+2.0	
$^{150}_{58}\text{Ce}$	30 m	1	+1.37 or -1.45		$^{155}_{63}\text{Eu}$	16 y	3	± 2.000	
$^{152}_{58}\text{Ce}$	10 d	$\frac{3}{2}$	+3.54	-0.57	$^{157}_{64}\text{Gd}$	242 d	$\frac{3}{2}$		
$^{154}_{58}\text{Ce}$	6.2 d	2	+2.22	+0.46	$^{157m}_{64}\text{Gd}$		$\frac{3}{2}$	-0.254	+2.3
$^{156}_{58}\text{Ce}$		$\frac{3}{2}$	+2.578	-0.003	$^{158}_{64}\text{Gd}$	86	$\frac{3}{2}$	+0.9 or -0.5	± 0.2
$^{158m}_{58}\text{Ce}$	81	[$\frac{5}{2}$]	+3.44		$^{159}_{64}\text{Gd}$	105	$\frac{3}{2}$	+0.1 or -0.4	± 1
$^{158}_{58}\text{Ce}$	2.2 y	4	+2.990	+0.36	$^{160}_{64}\text{Gd}$	89	[2]	± 0.79	± 1
$^{160}_{58}\text{Ce}$	3.1 h	8	+1.096		$^{161}_{64}\text{Gd}$		$\frac{3}{2}$	-0.339	+1.7
$^{162}_{58}\text{Ce}$	2 My	$\frac{3}{2}$	+2.729	+0.044	$^{162}_{64}\text{Gd}$	64	[$\frac{5}{2}$]	± 2.9	
$^{164}_{58}\text{Ce}$	13 d	5	+3.70		$^{163}_{64}\text{Gd}$	79	[2]	± 0.86	± 1.1
$^{166}_{58}\text{Ce}$	30 y	$\frac{3}{2}$	+2.838	+0.045	$^{164}_{64}\text{Gd}$	18 h	$\frac{3}{2}$		
$^{168}_{58}\text{Ce}$	32 m	3	± 0.5		$^{165}_{64}\text{Gd}$	75	[2]		± 1.1
$^{134}_{56}\text{Ba}$		0			$^{167}_{69}\text{Tb}$	>30 y	[$\frac{5}{2}$]	± 2.0	
$^{136}_{56}\text{Ba}$		$\frac{3}{2}$	+0.8365	+0.18	$^{167m}_{69}\text{Tb}$	150 y	3	± 1.74	+2.7
$^{138}_{56}\text{Ba}$		0			$^{168}_{69}\text{Tb}$		$\frac{3}{2}$	± 1.99	+1.3
$^{140}_{56}\text{Ba}$		$\frac{3}{2}$	+0.9357	+0.28	$^{169}_{69}\text{Tb}$	58	[$\frac{5}{2}$]	± 2	
$^{142}_{56}\text{Ba}$		0			$^{170}_{69}\text{Tb}$	73 d	3	± 1.68	+3.0
$^{144}_{57}\text{La}$	0.1 Ty	5	+3.707	± 0.8	$^{171}_{69}\text{Tb}$	6.9 d	$\frac{3}{2}$		
$^{146}_{57}\text{La}$		$\frac{3}{2}$	+2.778	+0.22	$^{172}_{69}\text{Tb}$		$\frac{3}{2}$		
$^{148}_{57}\text{La}$	40 h	3			$^{174}_{69}\text{Tb}$	144 d	$\frac{3}{2}$		
$^{150}_{59}\text{Ce}$	38 d	$\frac{3}{2}$	± 0.9		$^{176}_{69}\text{Tb}$	87	[2]	± 0.74	negative
$^{152}_{59}\text{Ce}$	33 h	$\frac{3}{2}$			$^{177}_{69}\text{Tb}$		$\frac{3}{2}$	-0.46	+2.3
$^{142}_{59}\text{Pr}$		$\frac{3}{2}$	+4.3	-0.07	$^{178}_{69}\text{Tb}$	26	$\frac{3}{2}$	+0.53	+2.3
$^{144}_{59}\text{Pr}$	19 h	2	± 0.25	± 0.03	$^{179}_{69}\text{Tb}$	74	[$\frac{5}{2}$]	-0.39	+1.4
$^{146}_{59}\text{Pr}$	14 d	$\frac{3}{2}$			$^{180}_{69}\text{Tb}$	81	[2]	+0.74	
$^{148}_{60}\text{Nd}$	2.4 h	$\frac{3}{2}$			$^{181}_{69}\text{Tb}$		$\frac{3}{2}$	+0.64	+2.5
$^{150}_{60}\text{Nd}$		$\frac{3}{2}$	-1.08	-0.48	$^{182}_{69}\text{Tb}$	73	[2]	+0.66	-1.9
$^{152}_{60}\text{Nd}$		$\frac{3}{2}$	-0.66	-0.25	$^{184}_{69}\text{Tb}$	2.3 h	$\frac{3}{2}$	± 0.50	
$^{154}_{60}\text{Nd}$	11 d	$\frac{3}{2}$	± 0.59		$^{186}_{69}\text{Tb}$	82 h	0		
$^{156}_{60}\text{Nd}$	1.9 h	$\frac{3}{2}$			$^{188}_{71}\text{Ho}$	2.5 h	$\frac{3}{2}$		

ردیف	نیمه عمر (keV)	I	μ	Q	ردیف	نیمه عمر (keV)	I	μ	Q
$^{67}\text{Ho}^{166}_{95}$		$\frac{3}{2}$	+4.12	+3.0	$^{74}\text{W}^{182m}_{109}$	99	[$\frac{3}{2}$]	± 0.7	
$^{67}\text{Ho}^{166}_{95}$	27 h	0			$^{74}\text{W}^{184}_{110}$		0		
$^{68}\text{Er}^{168}_{62}$	29 h	0			$^{74}\text{W}^{186m}_{110}$	111	[2]	± 0.55	
$^{68}\text{Er}^{168}_{62}$	75 m	$\frac{3}{2}$	+1.1	+3.9	$^{74}\text{W}^{186}_{111}$	74 d	$\frac{3}{2}$		
$^{68}\text{Er}^{168m}_{65}$	92	[2]	± 0.71		$^{74}\text{W}^{186}_{112}$		0		
$^{68}\text{Er}^{168}_{67}$	10 h	$\frac{3}{2}$	± 0.65	± 2.2	$^{74}\text{W}^{186m}_{113}$	122	[2]	± 0.65	
$^{68}\text{Er}^{168m}_{68}$	81	[2]	± 0.63	-2.0	$^{74}\text{W}^{187}_{113}$	24 h	$\frac{3}{2}$		
$^{69}\text{Er}^{167}_{69}$		$\frac{3}{2}$	-0.564	+2.8	$^{76}\text{Re}^{186}_{110}$		$\frac{3}{2}$	+3.172	+2.7
$^{69}\text{Er}^{168m}_{100}$	80	[2]	± 0.67		$^{76}\text{Re}^{186}_{111}$	90 h	1	± 1.73	$\sim \pm 0.4$
$^{69}\text{Er}^{168}_{101}$	9.4 d	$\frac{3}{2}$	+0.513		$^{76}\text{Re}^{187}_{112}$	60 Gy	$\frac{3}{2}$	+3.204	+2.6
$^{69}\text{Er}^{170m}_{102}$	79	[2]	± 0.63	± 2.1	$^{76}\text{Re}^{188}_{113}$	17 h	1	± 1.78	$\sim \pm 0.4$
$^{69}\text{Er}^{171}_{105}$	7.5 h	$\frac{3}{2}$	± 0.70	± 2.3	$^{78}\text{Os}^{188m}_{110}$	137	[2]	± 0.64	
$^{69}\text{Tm}^{169}_{64}$	1.8 h	$\frac{3}{2}$	± 0.08		$^{78}\text{Os}^{187}_{111}$		$\frac{3}{2}$	± 0.0643	
$^{69}\text{Tm}^{169}_{68}$	29 h	$\frac{3}{2}$			$^{78}\text{Os}^{188m}_{112}$	155	[2]	± 0.62	
$^{69}\text{Tm}^{169}_{67}$	7.7 h	2	± 0.047	± 4.5	$^{78}\text{Os}^{188}_{113}$		$\frac{3}{2}$	+0.6566	+0.8
$^{69}\text{Tm}^{167}_{68}$	9.6 d	$\frac{3}{2}$			$^{77}\text{Ir}^{191}_{114}$		$\frac{3}{2}$	+0.145	+1.3
$^{69}\text{Tm}^{169}_{100}$		$\frac{3}{2}$	-0.323		$^{77}\text{Ir}^{191m}_{114}$	82	[$\frac{3}{2}$]	+0.546	
$^{69}\text{Tm}^{169m}_{100}$	8.4	[$\frac{3}{2}$]	+0.52	-1.3	$^{77}\text{Ir}^{192}_{115}$	74 d	4		
$^{69}\text{Tm}^{170}_{101}$	127 d	1	± 0.246	± 0.59	$^{77}\text{Ir}^{192}_{116}$		$\frac{3}{2}$	+0.158	+1.2
$^{69}\text{Tm}^{171}_{103}$	1.9 y	$\frac{3}{2}$	± 0.229		$^{77}\text{Ir}^{192m}_{116}$	73	$\frac{3}{2}$		+0.468
$^{70}\text{Yb}^{170m}_{100}$	84	[2]	± 0.67	negative	$^{77}\text{Ir}^{194}_{117}$	19 h	1		
$^{70}\text{Yb}^{171}_{101}$		$\frac{3}{2}$	+0.4919		$^{78}\text{Pt}^{194}_{110}$		0		
$^{70}\text{Yb}^{171m}_{101}$	67	[$\frac{3}{2}$]	± 0.35		$^{78}\text{Pt}^{192}_{117}$		$\frac{3}{2}$	+0.6060	
$^{70}\text{Yb}^{171m}_{101}$	76	[$\frac{3}{2}$]	+1.01		$^{78}\text{Pt}^{196m}_{117}$	99	[$\frac{3}{2}$]	-0.60	
$^{70}\text{Yb}^{172m}_{102}$	79	[2]	± 0.66		$^{78}\text{Pt}^{198}_{118}$		0		
$^{70}\text{Yb}^{172}_{102}$		$\frac{3}{2}$	-0.6776	+3.0	$^{78}\text{Pt}^{197}_{119}$	20 h	$\frac{3}{2}$		
$^{70}\text{Yb}^{174m}_{104}$	76	[2]	± 0.67		$^{79}\text{Au}^{198}_{111}$	40 m	1	± 0.066	
$^{70}\text{Yb}^{176m}_{106}$	82	[2]	± 0.76		$^{79}\text{Au}^{191}_{112}$	3.0 h	$\frac{3}{2}$	± 0.137	
$^{71}\text{Lu}^{175}_{66}$	1.5 d	$\frac{3}{2}$			$^{79}\text{Au}^{192}_{112}$	4.1 h	1	± 0.00785	
$^{71}\text{Lu}^{176}_{66}$	2.0 d	0			$^{79}\text{Au}^{194}_{112}$	18 h	$\frac{3}{2}$	± 0.139	
$^{71}\text{Lu}^{171}_{100}$	8.3 d	$\frac{3}{2}$	+2.23	+5.6	$^{79}\text{Au}^{194}_{115}$	39 h	1	± 0.074	
$^{71}\text{Lu}^{171}_{104}$		$\frac{3}{2}$	+3.18	+8.0	$^{79}\text{Au}^{195}_{116}$	192 d	$\frac{3}{2}$	± 0.147	
$^{71}\text{Lu}^{176}_{105}$	20 Gy	7	+0.318	-2.3	$^{79}\text{Au}^{196}_{117}$	6.2 d	2	+0.58 or -0.62	
$^{71}\text{Lu}^{176m}_{108}$	3.7 h	1	+0.318	-2.3	$^{79}\text{Au}^{196m}_{117}$	9.7 h	12		
$^{71}\text{Lu}^{177}_{106}$	6.8 d	$\frac{3}{2}$	+2.24	+5.4	$^{79}\text{Au}^{197}_{118}$		$\frac{3}{2}$	+0.14486	+0.58
$^{72}\text{Hf}^{177}_{68}$		$\frac{3}{2}$	+0.61	+3	$^{79}\text{Au}^{197m}_{118}$	77	[$\frac{3}{2}$]	+0.42	
$^{72}\text{Hf}^{176}_{105}$		0			$^{79}\text{Au}^{198}_{119}$	2.7 d	2	+0.590	
$^{72}\text{Hf}^{176m}_{106}$	93	[2]			$^{79}\text{Au}^{199}_{120}$	3.2 d	$\frac{3}{2}$	+0.270	
$^{72}\text{Hf}^{179}_{107}$		$\frac{3}{2}$	-0.47	+3	$^{80}\text{Hg}^{197}_{118}$	6 h	$\frac{3}{2}$	-0.62	-2
$^{72}\text{Hf}^{180}_{108}$		0			$^{80}\text{Hg}^{199}_{119}$	11 h	$\frac{3}{2}$	-1.063	-1.2
$^{72}\text{Ta}^{181}_{69}$		$\frac{3}{2}$	+2.36	+4.2	$^{80}\text{Hg}^{196}_{116}$	9.5 h	$\frac{3}{2}$	+0.538	
$^{72}\text{Ta}^{181m}_{108}$	6.2	[$\frac{3}{2}$]	+5.1	+3	$^{80}\text{Hg}^{195m}_{115}$	40 h	$\frac{3}{2}$	-1.049	+1.3
$^{72}\text{Ta}^{182}_{110}$	5.0 d	$\frac{3}{2}$			$^{80}\text{Hg}^{197}_{117}$	65 h	$\frac{3}{2}$	+0.524	
$^{74}\text{W}^{187}_{108}$		0			$^{80}\text{Hg}^{197m}_{117}$	24 h	$\frac{3}{2}$	-1.032	+1.5
$^{74}\text{W}^{182m}_{108}$	100	[2]	± 0.50		$^{80}\text{Hg}^{198}_{118}$		0		
$^{74}\text{W}^{182}_{109}$		$\frac{3}{2}$	+0.117		$^{80}\text{Hg}^{199}_{119}$		$\frac{3}{2}$	+0.5027	
$^{74}\text{W}^{184m}_{109}$	46	[$\frac{3}{2}$]	-0.1						

هسته	$T_{1/2}$ یا نیمه عمر (keV)	I	μ	Q	هسته	$T_{1/2}$ یا نیمه عمر (keV)	I	μ	Q	
$^{200}_{80}\text{Hg}$	120	0			$^{205}_{84}\text{Po}$	51 m	0			
$^{201}_{80}\text{Hg}$	121	$\frac{3}{2}$	-0.5567	+0.45	$^{206}_{84}\text{Po}$	42 m	$\frac{3}{2}$			
$^{202}_{80}\text{Hg}$	122	0			$^{206}_{84}\text{Po}$	3.5 h	0			
$^{203}_{80}\text{Hg}$	122	47 d	$\frac{3}{2}$	+0.84	$\pm \leq 13$	$^{206}_{84}\text{Po}$	1.8 h	$\frac{3}{2}$	$\approx +0.26$	+0.17
$^{204}_{80}\text{Hg}$	124	0			$^{206}_{84}\text{Po}$	8.8 d	0			
$^{205}_{81}\text{Ti}$	116	1.2 h	$\frac{3}{2}$		$^{207}_{84}\text{Po}$	6.0 h	$\frac{3}{2}$	$\approx +0.27$	+0.28	
$^{206}_{81}\text{Ti}$	116	2.7 h	$\frac{3}{2}$	+1.55	$^{209}_{84}\text{Po}$	103 y	$\frac{3}{2}$	+0.76		
$^{207}_{81}\text{Ti}$	117	5.3 h	2	$\pm < 0.002$	$^{210}_{84}\text{Po}$	138 d	0			
$^{208}_{81}\text{Ti}$	117	1.8 h	7		$^{211}_{85}\text{At}$	7.2 h	$\frac{3}{2}$			
$^{209}_{81}\text{Ti}$	118	7.4 h	$\frac{3}{2}$	+1.59	$^{227}_{89}\text{Ac}$	22 y	$\frac{3}{2}$	+1.1	+1.7	
$^{210}_{81}\text{Ti}$	119	26 h	2	$\pm \leq 0.15$	$^{229}_{90}\text{Th}$	7.3 ky.	$\frac{3}{2}$	+0.38	≈ 4.6	
$^{211}_{81}\text{Ti}$	120	72 h	$\frac{3}{2}$	+1.60	$^{241}_{91}\text{Pa}$	34 ky	$\frac{3}{2}$	± 1.98		
$^{212}_{81}\text{Ti}$	121	12 d	2	$\pm \leq 0.15$	$^{242}_{91}\text{Pa}$	27 d	$\frac{3}{2}$	+3.4	-3.0	
$^{213}_{81}\text{Ti}$	122		$\frac{3}{2}$	+1.6115	$^{233}_{92}\text{U}$	0.2 My	$\frac{3}{2}$	+0.54	+3.5	
$^{214}_{81}\text{Ti}$	123	3.9 y	2	± 0.089	$^{235}_{92}\text{U}$	0.7 Gy	$\frac{7}{2}$	-0.35	+4.1	
$^{215}_{81}\text{Ti}$	124		$\frac{3}{2}$	+1.6274	$^{237}_{93}\text{Np}$	2.2 My	$\frac{3}{2}$	+3.3	Negative	
$^{216}_{81}\text{Ti}$	126	4.2 m	0		$^{237}_{93}\text{Np}$	60	[54]	+1.8		
$^{217}_{82}\text{Ph}$	121	0			$^{238}_{93}\text{Np}$	2.1 d	2			
$^{218}_{82}\text{Ph}$	126	$\frac{3}{2}$	+0.5895		$^{239}_{93}\text{Np}$	2.3 d	$\frac{3}{2}$			
$^{219}_{82}\text{Ph}$	128	0			$^{239}_{94}\text{Pu}$	24 ky	$\frac{3}{2}$	+0.200		
$^{220}_{82}\text{Bi}$	116	25 m	$\frac{3}{2}$		$^{241}_{94}\text{Pu}$	13 y	$\frac{3}{2}$	-0.73	+5.6	
$^{221}_{82}\text{Bi}$	117	35 m	7		$^{241}_{95}\text{Am}$	460 y	$\frac{3}{2}$	+1.59	+4.9	
$^{222}_{82}\text{Bi}$	118	1.8 h	$\frac{3}{2}$		$^{242}_{95}\text{Am}$	16 h	1	± 0.382	± 2.8	
$^{223}_{82}\text{Bi}$	119	1.6 h	5		$^{243}_{95}\text{Am}$	8 ky	$\frac{3}{2}$	+1.4	+4.9	
$^{224}_{82}\text{Bi}$	120	12 h	$\frac{3}{2}$	+4.59	-0.64	$^{244}_{96}\text{Cm}$	160 d	0		
$^{225}_{82}\text{Bi}$	121	12 h	6	+4.25	-0.41	$^{249}_{97}\text{Bk}$	314 d	$\frac{3}{2}$		
$^{226}_{82}\text{Bi}$	122	15 d	$\frac{3}{2}$	+5.5		$^{253}_{99}\text{Es}$	20 d	$\geq \frac{7}{2}$		
$^{227}_{82}\text{Bi}$	123	6.3 d	6	+4.56	-0.19					
$^{228}_{82}\text{Bi}$	126	>10 ¹⁸ y	$\frac{3}{2}$	+4.080	-0.35					
$^{229}_{82}\text{Bi}$	127	5 d	1	± 0.0442	± 0.13					
$^{230}_{84}\text{Po}$	117	18 m	$\frac{3}{2}$							

جدول پ. ۳. جرم هسته‌های گوناگون

عنصر A	فرونی جرم (KEV)	عنصر A	فرونی جرم (KEV)	عنصر A	فرونی جرم (KEV)			
1 H	8071.53 7289.04	0.07 0.05	18 N	13274 F -782.50 O 872.8 MF 5319	30 0.27 0.9 5	32 SI	-24090 P -24303.3 S -26013.2 CL -13262	7 0.8 0.7 12
2 H	13135.9	0.1	19 O	3332.2 F -1486.2 NE 1752.0 NA 12970	2.5 0.7 1.1 70	33 P	-26336.1 S -26585.1 CL -21001.8	2.4 1.4 3.5
3 H	14950.00 14931.35	0.17 0.17	20 F	3799 F -15.9 NE -7041.5 NA 6840	8 0.8 0.4 40	34 P	-24830 S -29928.5 CL -24437.7 AR -18394	200 1.5 1.9 12
4 H	25920 2424.92 25130	500 0.25 300	21 F	-46 NE -5729.9 NA -2183 MG 10620	7 1.2 9 120	35 S	-28845.1 CL -29012.52 AR -23048.9	0.4 0.36 1.7
5 H	33790 11390 11680	800 50 50	22 F	2828 NE -8025.0 NF -5189.0 MG -372	30 0.5 0.7 15	37 S	-26906 CL -31760.5 AP -30946.6 K -24797.4 CA -13230	30 0.3 0.7 1.8 50
6 HE	17596.8 LI 14087.0 BE 18374	3.9 0.7 5	23 NE	-5150.0 NA -9528.4 MG -5471.9 AL 6770	2.8 1.5 2.7 80	38 S	-26863 CL -29799 AR -34714 K -29790 CA -22022	30 4 1 8 16
7 HE	26110 LI 14907.8 BE 15769.5 B 27940	30 0.8 0.8 100	24 NE	-5948 NA -8416.2 MG -13930 AL -48	10 1.5 1 7	39 CL	-29801 AR -33239 K -33803 CA -27280	18 5 1 7
8 HE	31650 LI 20946.6 BE 4941.7 B 22921.6	120 1.1 0.5 1.2	25 NA	-9356 MG -13190.8 AL -8911.9	9 1.2 1.4	40 CL	-27540 AR -35038.3 K -33533 CA -34844 SC -20520	500 0.6 1 1 7
9 LI	24966 BE 11348.1 R 12415.4 C 28911	5 0.6 0.9 6	26 NA	-7510 MG -16212 AL -12208.0 SI -7146	300 1 1.1 8	41 AR	-33066.6 K -35599.2 CA -35134.7 SC -28639	1.4 1.3 1.3 5
10 BE	12607.7 B 12051.98 C 15702.4	0.7 0.39 1.8	27 NA	-6580 MG -14584.1 AL -17194.3 SI -12384.7	700 1.4 0.9 1.9	42 AP	-34420 K -35020.8 CA -39537.1 SC -32106.0 TI -29119	40 1.6 2.2 3.2 6
11 BE	20179 B 8667.70 C 10650.2	15 0.28 1.2	28 MG	-15016.4 AL -16848.2 SI -21490.4 P -7153	2.3 1.1 0.8 8	43 K	-36581 CA -38358.2 SC -36177.3 TI -29319	10 2.2 2.8 10
12 B	13370.0 C 0.0 N 17343	1.3 0.0 5	29 AL	-18212 SI -21892 P -16949	5 1 8	44 K	-35780 CA -41462.5 SC -37813 TI -37544	40 2.4 6 7
13 B	16562 C 3125.14 N 5345.6 O 23110	4 0.22 0.9 70	30 AL	-15890 SI -24430.5 P -20209.2 S -14064	40 1.1 2.8 10	45 K	-36613 CA -40805.3 SC -41061.9 TI -38598.7	11 2.4 2.1 3.8
14 C	3019.89 N 2863.74 C 8007.4	0.23 0.13 0.4	31 SI	-22946.4 P -24438.7 S -18997	1.3 0.8 11			
15 C	9873.3 N 101.6 O 2860	0.9 0.4 1						
16 C	13693 N 5483.4 O -4736.58 F 10693	16 2.4 0.19 14						
17 N	7671 C -807.4 F 1951.7 NE 16470	15 0.9 0.5 190						

۱. در این جدول، جرمهای اتمی در مقیاس $^{12}\text{C} = 12$ با روش پرازش کمترین مربعات برای اطلاعات تجربی موجود محاسبه شده‌اند. کمیت‌های فرونی جرم با استفاده از رابطه $X_\alpha (A - \text{جرم})$ جدول‌بندی شده است که در آن $\pm 5 \text{ keV}$ $X_\alpha = 931481$ است، و به دنبال آن خطای استاندارد فرونی جرم بر حسب keV نشان داده شده است.

جدول پ. ۳ (ادامه)

نردنی جرم			نردنی جرم			نردنی جرم		
عنصر	(KEV)		عنصر	(KEV)		عنصر	(KEV)	
46 K	-35425	16	61 Fe	-59030	70	77 Ge	-71160	40
CA	-43140	5	CO	-62919	18	AS	-73916	9
SC	-41751.3	2.2	NI	-64225	3	SE	-74599.8	2.1
TI	-44124.3	1.7	CU	-61980.3	3.8	BR	-73235.3	3.5
V	-37070.0	2.8	ZN	-56580	200	KP	-70235	30
47 K	-35703	0	62 CO	-61530	40	78 Ge	-71780	100
GA	-23340	4	NI	-66750.9	3.1	AS	-72760	100
SC	-46327.5	2.4	CU	-62804	5	SF	-77025	7
TI	-44927.8	1.6	ZN	-61114	10	RP	-73452	4
V	-42011	4				KP	-74145	5
48 CA	-44221	4	63 CO	-61859	19	79 Ge	-69390	210
SC	-44494	6	NI	-65516.9	3.2	AS	-73690	50
TI	-46484.1	1.5	CU	-65582.8	3.2	SE	-75931	6
V	-44468.6	3.1	ZN	-62217	4	BR	-76072.3	3.3
CR	-42615	18				KR	-74441	9
49 CA	-41291	6	64 CO	-60110	500	RR	-70920	50
SC	-46530	5	NI	-67105.0	3.7			
TI	-48555.9	1.5	CU	-65427.5	3.2	80 AS	-71760	200
V	-47954.7	1.8	ZM	-66022.7	3.3	SF	-77755.4	2.4
CR	-45386	10	GA	-58931	30	BR	-75883	3
50 CA	-39576	9	65 NI	-65130	6	KR	-77894	6
SC	-44543	16	CU	-67261.4	3.5	81 AS	-72590	200
TI	-51434.9	2.9	ZN	-65910.7	3.4	SF	-76385	5
V	-49215.5	2.9	GA	-62652	15	BR	-77972	5
CR	-50253	2				KR	-77680	100
MN	-42622.7	3.3	64 NI	-66058	30	AP	-75420	100
51 SC	-43225	21	CU	-66257.7	3.4			
TI	-49741	6	ZN	-68093.2	3.5	82 SF	-77585	6
V	-52195.4	1.6	GA	-63718	5	BR	-77502	7
CB	-51444.1	1.9	BF	-61616	14	KR	-80590	5
MN	-48238	5				RR	-76420	30
52 TI	-49472	10	67 NI	-63200	300			
V	-51435.1	1.9	CU	-67301	8	83 SE	-75438	32
CR	-55413.6	2.2	ZN	-67875.4	3.5	BR	-79016	7
MN	-50704	4	GA	-66674.9	3.9	KR	-79985	4
FE	-48932	13	GE	-62450	50	RR	-78947	32
53 V	-51859	25	68 CU	-85420	60	SF	-76697	30
CP	-55282.5	2.2	ZN	-70003.1	3.4	84 SE	-75920	70
MN	-56684.8	2.6	GA	-67084	5	BR	-77730	50
FE	-50942	15				KR	-82433.9	3.2
54 CR	-56931.1	2.2	69 CU	-65930	70	RR	-79754	4
MN	-55556	4	ZN	-68413	5	SR	-80638.3	3.5
FE	-56251.5	2.8	GA	-69321.4	2.8	Y	-73688	30
CO	-48002	5	GE	-67045.9	3.7			
55 CP	-55120	6	AS	-63200	300	85 BR	-78690	100
MN	-57710.2	2.7				KP	-81488	6
FE	-57478.5	2.7	70 ZN	-69558.3	3.1	RP	-82164.9	3.4
CO	-54012.5	3.4	GA	-68904.5	2.9	SR	-81095	6
56 CR	-55265	30	GF	-70558.4	1.6	Y	-77835	12
MN	-56909.9	2.8	AS	-64336	20			
FE	-60060.4	2.5	71 ZN	-67231	15	86 BR	-75960	400
CO	-56038	3	GA	-70137.1	2.5	KP	-83259.5	3.8
NI	-53908	11	GE	-69902.0	2.9	RR	-82744.3	3.4
57 MN	-57620	50	AS	-67893	7	SF	-84505.4	2.3
FE	-60181.1	2.5				Y	-79232	10
SC	-59344.3	3.2	72 ZN	-68130	7	87 KR	-80699	9
NI	-56101	8	GA	-68586.7	2.7	RR	-84589.3	2.5
58 MN	-56050	110	FE	-72580.4	1.7	SR	-84862.4	2.2
FE	-62152.7	2.7	AS	-68229	7	Y	-82980	7
CO	-59846	5				ZP	-79480	21
NI	-60233.0	3.1	73 CR	-69740	40			
CU	-51666	4	GI	-71299.2	1.8	88 KR	-79700	100
59 FE	-60668.1	3.7	AS	-70954	15	RR	-82600	15
CO	-62233.9	2.3	SF	-69214	18	SP	-87904.2	2.3
NI	-61160	3	RF	-63510	500	Y	-84256	5
CU	-56361	11				ZP	-83620	200
60 FE	-61433	30	74 CR	-67920	50			
CO	-61654.1	2.9	AT	-73422.7	1.6	89 KP	-76560	33
NI	-64477	3	CT	-70858.9	3.3	RR	-81710	13
CU	-58351	5	SI	-72212	5	SR	-86155.6	3.8
ZN	-54191	18				Y	-87697.0	2.9
			75 GA	-69540	200	ZP	-84853	4
			GF	-71841	12	AP	-80980	100
			AS	-73028.0	2.3	MD	-75010	320
			SE	-72163.3	2.4			
			RR	-69153	20	90 KR	-74740	90
						RR	-79300	90
			76 CR	-73212.3	2.3	SR	-85010.1	3.4
			AS	-72284.7	2.3	Y	-86476	3
			SF	-74252.0	2.1	ZP	-88768.7	2.6
						NP	-82638	6
						MC	-80171	7

جدول نمبر ۳ (ادامہ)

نقوی جرم (KEV)	نقوی جرم (KEV)	نقوی جرم (KEV)	نقوی جرم (KEV)
91 PB -78000 150 SR -83677 11 Y -86342 6 ZR -87887.0 2.6 NP -86625 7 MC -82182 29	104 RU -88092 5 PH -86941 4 PD -86411 10 AG -85311 32	118 CD -86702 20 IN -87450 300 SN -91646 2 SE -87951 4	119 CD -84210 300 IN -87712 38 SN -90099 2 SB -89481 20 TF -87187 20 I -83990 400 XF -79000 420
92 SR -82920 70 Y -84631 20 ZR -86454.0 2.5 NB -86450 8 MC -86805.5 2.8 TC -78860 140	105 TC -82530 200 RU -85932 6 PH -87850 4 PD -86415.0 3.5 AG -87081 20 CD -84280 100	120 IN -85440 600 SN -91092.4 2.1 SE -86412 7 TF -89400 13 I -84320 100	121 IN -85820 40 SN -89200 3 SB -89587.9 2.1
93 SF -79950 70 Y -84250 20 ZR -87139.8 3.5 NB -87203 3 MC -86806.6 3.9 TC -83621 14	106 RU -86326 11 RM -86365 11 PD -89908.4 3.4 AG -86931 11 CD -87128.3 3.8 IN -80388 30	122 IN -83230 800 SN -89933.6 3.1 SR -88323.7 2.3 TE -90302.2 3.2 I -86160 40	123 IN -83410 50 SN -87807 6 SB -89217.0 3.4 TE -89159.9 2.8
94 SP -78740 230 Y -82260 200 ZP -87262.6 2.6 NB -86360 3 MC -86406.4 2.2 TC -84146 6 RU -82750 300	107 RU -83710 300 RM -86860 40 PD -88367.5 3.4 AG -88402.7 3.3 CD -86986 5 IN -83500 150	124 SN -88227.5 3.9 SB -87612.3 2.6 TE -90512.2 2.6 I -87342 20 XF -87450 140	125 SN -85888 6 SB -88260 4 TE -89025.1 2.8 I -88877 3
95 Y -81226 20 ZP -85656.4 2.7 NB -86783.7 1.8 MC -87708.7 1.7 TC -86008 11 RU -83448 11	108 RU -83700 610 PH -85020 600 PD -89822.8 3.7 AG -87600.2 3.5 CD -89245.5 3.6 IN -84100 80	126 SN -86012 15 SR -86330 150 TE -90063.0 2.8 I -87912 6 XF -89163 7	127 SB -86706 7 TE -88287 4 I -88979.4 3.4 XF -88315 5 CS -86225 21
96 ZR -85425 4 NA -85604 4 MC -88791.4 1.7 TC -85850 50 RU -86071 5	109 PD -87601.5 3.6 AG -88717.4 3.2 CD -88535 4 IN -86516 8	128 SN -86700 210 SB -84700 150 TF -88966.9 3.1 I -87733.3 3.6 XF -89858.0 1.6 CS -85951 25	129 SF -84589 30 TF -87002 8 I -88502 6 XF -88692 4
97 ZR -82931 16 NB -85603 16 MC -87538.4 1.7 TC -87193 4 RU -86040 100 RM -82550 100	110 RM -82840 500 PD -88338 13 AG -87452.7 3.2 CD -90342.2 1.9 IN -86410 50	130 TF -87343.4 3.6 I -86087 10 XF -89878.6 1.6 CS -86853 10 PA -87294 10	131 TF -85190 6 I -87444.2 3.7 XF -86415.0 3.7 CS -88060 7 BA -86716 18 LA -83760 40
98 ZR -81272 20 NB -83510 100 MC -88109.1 1.7 TC -86520 200 RU -88221 4 RM -83250 400	111 PD -86020 50 AG -88222.2 3.5 CD -89250.2 1.9 IN -85425 29 SN -85917 17	132 TF -85185 30 TF -87002 8 I -88502 6 XF -88692 4	133 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50
99 MD -85953.6 1.9 TC -87325.9 3.2 RU -87619.1 2.8 RM -85566 20 PD -82161 28 AG -76120 100	112 PD -86270 50 AG -86570 50 CD -90573 2 IN -87949 9 SN -88647 8 SB -81830 50	134 CD -90012.4 1.8 IN -88581 7 SN -90562 7 SB -84870 50	135 TF -85185 30 TF -87002 8 I -88502 6 XF -88692 4
100 MD -86185.2 2.9 TC -85850 60 RU -89220.1 2.8 PH -85590 20	113 AG -87033 20 CD -89045.1 1.8 IN -89340 9 SN -84312 13 SB -84450 40	136 CD -88713.0 2.1 IN -88249 12 SN -91520.1 3.2 TF -87020 40 SB -85460 110	136 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50
101 MC -83503 19 TC -86323 25 RU -87953.8 7.4 RM -87399 19 PD -85409 23 AG -80740 80 CD -75210 150	114 CD -90012.4 1.8 IN -88581 7 SN -90562 7 SB -84870 50	137 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50	137 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50
102 RU -89098.4 2.8 RM -86776 7 PD -87925 9 AG -82364 22	115 AG -84910 100 CD -88088 10 IN -89538 8 SN -90025 6 SB -86995 21 TE -82450 200	138 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50	138 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50
103 MC -84910 100 PU -87258 6 PH -88013 4 PD -87463 27 AG -84780 60	116 CD -88713.0 2.1 IN -88249 12 SN -91520.1 3.2 TF -87020 40 SB -85460 110	139 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50	139 TF -85187 22 I -85692 16 XF -89272 4 CS -87173 23 BA -88447 9 LA -83740 50

جدول پ. ۳ (ادامه)

عنصر	تذوی جرم (KEV)	عنصر	تذوی جرم (KEV)	عنصر	تذوی جرم (KEV)			
133 TE	-82900	110	146 CE	-75730	120	159 EU	-65920	50
I	-85860	50	PR	-76910	100	GD	-68554	13
XE	-87656	8	ND	-80894	11	TR	-69505	13
CS	-88083	8	PM	-79418	26	OY	-69139	13
BA	-87568	8	SM	-89944	21			
			FU	-77072	23			
134 I	-83970	60				160 GD	-67935	13
XF	-88121	4	147 PR	-75430	200	TR	-67815	13
CS	-86902	7	ND	-78126	11	OY	-69649	13
PA	-88961	9	PM	-79020	11	HO	-66729	33
LA	-85251	26	SM	-79245	11			
			FU	-77492	15	161 GD	-65496	16
135 I	-83778	30	GD	-75154	29	TR	-67446	15
XE	-88498	11				OY	-68029	13
CS	-87755	9	148 ND	-77378	12	HO	-67210	40
BA	-87864	7	PM	-76849	15	ER	-65162	20
LA	-86820	120	SM	-79314	11	TH	-61640	100
			FU	-76214	32			
136 I	-79420	100	GD	-76267	16	162 GD	-64290	120
XE	-86421	5	TR	-70550	300	TP	-65690	70
CS	-86354	8				OY	-68152	14
PA	-88901	7	149 PR	-71370	200	HO	-66002	33
LA	-86030	70	ND	-74374	15	ER	-66300	18
CE	-86450	31	PM	-76043	12	TH	-61400	100
PR	-81384	36	SM	-77115	11			
HO	-78920	60	GD	-75072	14	163 TR	-64670	50
			TR	-71372	20	OY	-66352	14
						HO	-66343	14
137 XE	-82211	21	150 ND	-73659	12	FR	-65135	15
CS	-86561	8	PM	-73530	80	TH	-62718	25
BA	-87734	7	SM	-77030	11			
			FU	-74716	22	164 TR	-62600	100
138 BA	-88274	7	GD	-75725	21	OY	-65935	14
LA	-86493	17	TR	-71057	23	HO	-64954	16
CE	-87524	15				ER	-65919	15
PR	-83087	16	151 ND	-70896	13	TH	-61957	25
			PM	-73362	15			
139 XE	-75980	220	SM	-74550	12	165 OY	-63579	14
CS	-80780	100	FU	-74626	12	HO	-64874	14
BA	-84926	7	GD	-74183	16	ER	-64503	14
LA	-87133	12	TR	-71553	15	TH	-62938	33
CE	-86908	19	OY	-68548	29	YB	-60166	39
PR	-84796	28						
			152 ND	-70123	32	166 OY	-62565	15
140 CS	-77540	100	PM	-71250	500	HO	-63046	14
BA	-83238	16	SM	-74748	12	FR	-64905	14
LA	-84273	12	FU	-72890	12	TH	-61870	18
CE	-88038	11	GD	-74711	13	YB	-61610	27
PR	-84650	13	TR	-70891	33			
			OY	-70058	16	167 HO	-62300	24
141 BA	-79970	110	HO	-63670	300	ER	-63270	14
LA	-82965	32				TH	-62516	30
CE	-85395	11	153 PM	-70740	100	YB	-60561	22
PR	-85976	11	SM	-72543	12	LU	-57490	70
ND	-84171	19	FU	-73345	12			
PM	-80460	40	GD	-73104	12	168 HO	-60200	100
			OY	-69090	16	FR	-62970	14
142 BA	-77770	100	MC	-64829	20	TH	-61260	60
LA	-79966	13				YB	-61544	18
CE	-84483	12	154 SM	-72450	12	LU	-56740	400
PR	-83748	11	FU	-71718	14			
ND	-85912	11	GD	-72696	13	169 HO	-58750	100
PM	-81090	100	OY	-70353	29	ER	-60902	14
SM	-79040	120	HO	-64595	23	TH	-61246	14
						YB	-60340	18
143 LA	-78210	40	155 SM	-70193	12	LU	-58070	35
CE	-81589	13	FU	-71820	12			
PR	-83034	11	GD	-72066	12	170 HO	-56390	300
ND	-83966	11	TR	-71221	21	ER	-60092	14
PM	-82991	17	OY	-69122	20	TH	-59769	14
SM	-79422	32				YB	-60737	14
FU	-74420	200	156 SM	-69360	18	LU	-57297	24
			FU	-70074	15			
144 CE	-80399	12	GD	-72526	12	171 FR	-57697	14
PR	-80715	12	OY	-70492	18	TH	-59186	14
ND	-83712	11				YB	-59283	14
PM	-81340	40	157 FU	-69462	19			
SM	-81900	12	GD	-70822	12	172 FR	-56476	19
FU	-75573	32	TR	-70758	13	TH	-57345	17
			OY	-69395	16	YB	-59235	14
145 CE	-77110	100						
PR	-79595	15	158 FU	-67250	120	173 FR	-53410	300
ND	-81400	11	GD	-70681	12	TH	-56212	33
PM	-91230	13	TR	-69441	15	YB	-57532	14
SM	-80592	12	OY	-70385	14	LU	-54842	33
FU	-77872	19	HO	-66438	14			

جدول پ. ۳ (ادامه)

نردنی جرم			نردنی جرم			نردنی جرم					
A			A			A					
(KEV)			(KEV)			(KEV)					
174	TM	-53873	40	191	OS	-365362	16	208	TL	-16750	7
	YR	-56929	14		IR	-26672	16		PR	-21743	6
	LU	-55558	16		OS	-35849	16		RI	-18875	13
	HF	-55756	23		IR	-34799	16		PO	-17462	6
					PT	-36256	17	209	TL	-13629	16
175	TM	-52280	50		AU	-32742	26		PR	-17609	8
	YR	-54678	14						PI	-18297	7
	LU	-55146	16	193	OS	-33412	17		PD	-16367	7
	HF	-54539	16		IP	-34544	16		AT	-12082	10
					PT	-34483	16				
176	TM	-49340	70					210	TL	-9225	14
	YR	-53481	15		OS	-32442	16		PR	-14721	6
	LU	-53367	15		IR	-32539	16		BI	-14786	6
	HF	-54596	15		PT	-34780	13		PO	-15945	6
	TA	-51460	200		AU	-32271	20		AT	-12068	26
					HG	-32221	28		RN	-9724	37
177	YR	-50972	17					211	PR	-10464	10
	LU	-52368	15	195	OS	-29780	510		BI	-11840	8
	HF	-52865	15		IR	-31780	100		PO	-12430	6
	TA	-51707	15		PT	-32700	13		AT	-11637	10
					AU	-32551	13		PN	-8742	13
178	LU	-50170	50						FR	-4210	50
	HF	-52420	15	196	IR	-29460	60	212	PR	-7545	8
	TA	-50510	100		PT	-32630	13		RI	-8118	7
	M	-50420	100		AU	-31149	12		PO	-10364	6
	RE	-45760	110		HG	-31333	12		AT	-8624	15
179	LU	-49100	40						RN	-8647	8
	HF	-50448	15	197	IR	-28410	200				
	TA	-50329	21		PT	-30411	11	213	BI	-5223	13
					AU	-31148	6		PO	-6646	9
180	LU	-46460	100		HG	-30743	21		AT	-6450	200
	HF	-49763	15	198	IR	-25500	300		RN	-5587	11
	TA	-48838	27		PT	-29903	21		FR	-3554	11
	M	-49650	200		AU	-29599	6				
	RE	-45850	200		HG	-30972	6	214	PR	-150	11
					TL	-27510	80		BI	-1185	14
181	HF	-47386	15						PO	-6461	6
	TA	-48410	15	199	PT	-27403	26		AT	-3410	21
	W	-48223	18		AU	-28097	6		FR	-1055	27
					HG	-29550	6		PA	-27	37
182	HF	-45900	200					215	BI	1720	90
	TA	-46402	15	200	AU	-27310	100		PO	-515	10
	W	-48206	15		HG	-29507	6		AT	-1255	22
	RF	-45346	25		TL	-27053	7		RN	-1171	21
183	HF	-43218	31	201	PT	-23500	110		PR	377	32
	TA	-45258	18		AU	-26160	100		RA	2546	14
	M	-46326	15		HG	-27564	6		AC	5970	50
	RE	-45770	17		TL	-27250	60	216	PO	1785	9
184	TA	-42635	34						AT	2299	10
	W	-45665	15	202	AU	-23650	200		RN	261	12
	OS	-44156	23		HG	-27347	6		PA	3258	31
	IR	-39440	190		TL	-26110	21	217	AT	4401	13
					PR	-26060	36		RN	3668	10
185	TA	-41380	100						FR	4630	280
	W	-43344	16	203	HG	-25267	6		RA	5884	23
	RE	-43773	15		TL	-25758	6	218	PO	8367	11
	OS	-42758	15		PR	-24776	13		RN	8115	14
					RI	-21590	30		AT	5231	11
186	TA	-38570	40						FR	7012	23
	W	-42474	16	204	AU	-20190	300	219	AT	10540	80
	FF	-41880	14		HG	-24687	6		RN	8894	10
	OS	-42957	16		TL	-24343	4		FR	8613	29
	IR	-39126	25		PR	-29106	6		RA	9303	29
187	W	-39868	16	205	HG	-22180	100	220	RN	10614	9
	RF	-41180	16		TL	-23812	6		FR	11482	12
	OS	-41182	16		PR	-23769	6		PA	10278	15
					RI	-21085	10				
188	W	-38633	16					221	PR	13292	13
	RE	-38982	16	206	HG	-20937	21		RA	12374	11
	OS	-41100	16		TL	-22244	7		AC	14800	350
	IR	-36267	14		PR	-21777	6		TH	16940	30
	PT	-37727	21		BI	-20127	26	222	PR	16348	10
					PC	-18309	37		RA	14333	12
189	W	-35440	200						AC	16568	25
	RF	-37941	25	207	TL	-21014	8				
	OS	-38951	14		PR	-22448	5				
					RI	-20041	10				
190	RF	-35490	200		PC	-17132	12				
	OS	-38673	14		AT	-13290	40				
	IR	-38620	150								
	PT	-37292	23								

جدول پ. ۳ (ادامه)

نمودی جرم			نمودی جرم			نمودی جرم		
عنصر	(KEV)		عنصر	(KEV)		عنصر	(KEV)	
223 FR	18404	10	234 TH	40640	12	245 PU	63176	32
RA	17255	10	PA	40377	12	AM	61916	11
AC	17818	30	U	38164	10	CM	61015	11
TH	19281	35	NP	39972	14	8K	61834	12
			PU	40359	13	CF	63357	12
224 RA	18826	9	235 PA	42330	100	246 PU	65310	50
AC	20222	14	U	40930	10	AM	64940	50
TH	20007	18	NP	41053	10	CM	62636	11
			PU	42180	60	CF	64114	14
225 RA	22032	11	236 PA	45540	200	247 CM	65550	13
AC	21641	13	U	42456	10	BK	65495	12
TH	22319	12	NP	43434	12	FS	68573	38
PA	24410	350	PU	42897	9			
226 PA	23690	10	237 PA	47700	50	248 CM	67412	14
AC	24323	11	O	45403	10	CF	67257	32
TH	23209	11	NP	44885	10	FM	71695	22
PA	25978	27	PU	45109	11			
227 RA	27199	22	238 PA	51290	300	249 CM	70770	15
AC	25868	10	U	47330	11	BK	69860	11
TH	25824	10	NP	47476	12	CF	69735	11
PA	26824	30	PU	46182	10	ES	71140	13
			CM	49415	33			
228 RA	28959	11	239 U	50599	11	250 BK	72963	14
AC	28904	12	NP	49321	10	CF	71188	11
TH	26768	9	PU	48598	10	FM	74087	33
PA	28874	15	AM	49402	22			
U	29234	21				251 CF	74146	13
						ES	74511	13
229 TH	29600	10	240 U	52737	14	252 CF	76051	14
PA	29901	14	NP	52230	60	FM	76835	37
U	31215	13	PU	50136	10	NO	82866	27
NP	33850	350	CM	51717	9			
						253 CF	79331	16
230 TH	30882	10	241 NP	54330	100	ES	79030	12
PA	32186	10	PU	52846	10	FM	79365	11
U	31625	12	AM	52946	10			
NP	35201	34	CM	53717	11	254 ES	82813	14
						FM	80926	12
231 AC	35930	100	242 PU	54737	11	NQ	84747	37
TH	33825	10	AM	55489	12			
PA	33440	10	CM	54820	10	255 FM	93813	14
U	33600	50						
NP	35650	60	243 PU	57772	12	256 FM	85510	15
			AM	57184	10	NO	87810	40
232 TH	35463	11	CM	57190	10			
PA	35951	22	BK	58698	23	257 FM	86622	16
U	34606	9						
PU	38360	50	244 PU	59825	14			
			AM	59891	10			
233 TH	38747	11	CM	58662	10			
PA	37503	10	CF	61470	9			
U	36933	10						
PU	40056	24						

مراجع کلی

کتابهای همگانی

این کتابها بعضی از مطالب این کتاب را در سطحی دربر می گیرند که برای هر دانشجوی تازه کاری براحتی قابل درک است.

Adler, I.: *Inside the Nucleus*, John Day, New York, 1963.

Cohen, B. L.: *The Heart of the Atom*, Doubleday, 1967.

Cook, C. S.: *Structure of Atomic Nuclei*, Van Nostrand, Princeton, N. J., 1964.

Gamow, G.: *The Atom and Its Nucleus*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Goldwasser, E. L.: *Optics, Waves, Atoms, and Nuclei*, Benjamin, New York, 1965.

Romer, A.: *The Restless Atom*, Garden City, New York, 1960.

Stearns, R. L.: *Basic Concepts of Nuclear Physics*, Reinhold, New York, 1968.

کتابهای درسی پایه

این کتابها اساساً همان محتوای این کتاب را به استثنای فصول ۲ و ۱۵، در سطحی مشابه دربر دارند.

Arya, A. P.: *Fundamentals of Nuclear Physics*, Allyn and Bacon, Boston, 1966.

Burcham, W. E.: *Nuclear Physics: An Introduction*, McGraw-Hill, New-York, 1963.

Cork, J. M.: *Radioactivity and Nuclear Physics*, Van Nostrand, Princeton,

N. J., 1957.

Enge, H. A.: *Introduction to Nuclear Physics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1966.

Evans, R. D.: *The Atomic Nucleus*, McGraw-Hill, New York, 1955.

Halliday, D.: *Introductory Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1955.

Howard, R. A.: *Nuclear Physics*, Wadsworth, Belmont, Calif., 1963.

Kaplan, I.: *Nuclear Physics*, Addison-Wesley, Cambridge, Mass., 1955.

Meyerhof, W.: *Elements of Nuclear Physics*, McGraw-Hill, New York, 1967.

کتابهای درسی متوسط

این کتابها همان محتوای این کتاب، بجز فصول ۲، ۹، و ۱۵، را به طور کلی دربرمی گیرند و اغلب فرض می شود که دانشجو دوره کاملی از مکانیک کوانتومی را گذرانده است.

Bethe, H. A., and P. Morrison: *Elementary Nuclear Theory*, Wiley, New York, 1956.

Elton, L. R. B.: *Introductory Nuclear Theory*, Saunders, Philadelphia, 1966.

Green, A. E. S.: *Nuclear Physics*, McGraw-Hill, New York, 1955.

Orear, J., A. H. Rosenfeld, and R. A. Schluter: *Nuclear Physics: A Course Given by E. Fermi*, The University of Chicago Press, Chicago, 1950.

Roy R. R., and B. P. Nigam: *Nuclear Physics: Theory and Experiment*, Wiley, New York, 1967.

Segre, E.: *Nuclei and Particles*, Benjamin, New York, 1965.

کتابهای درسی پیشرفته

این کتابها توضیحات نظری کاملتری را ارائه می کنند و عموماً موضوعات فصول ۲، ۹، و ۱۵، را مورد بحث قرار نمی دهند و تسلط کامل بر مکانیک کوانتومی را می طلبند.

Blatt, J. M., and V. F. Weisskopf: *Theoretical Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1952.

Bohr, A., and B. R. Mottelson: *Nuclear Structure*, Benjamin,

New York, 1969.

deBenedetti, S.: *Nuclear Interactions*, Wiley, New York, 1964.

McCarthy, I. E.: *Introduction to Nuclear Theory*, J. Wiley, New York, 1968.

Preston, M. A.: *Physics of the Nucleus*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1962.

Sachs, R. G.: *Nuclear Theory*, Addison-Wesley, Cambridge, Mass.; 1953.

نشریات مروری

این نشریات اساساً در سطح تحقیقاتی هستند، و ممکن است از هر موضوع مورد بحث در این کتاب مطالبی ارائه دهند.

Annual Reviews of Nuclear Science, Annual Reviews Inc., Stanford, Calif., annually.

Progress in Nuclear Physics, Pergamon, New York, annually *Reviews of Modern Physics*, American Institute of Physics, New York, quarterly.

Reports on Progress in Physics, The Institute of Physics and the Physical Society, London, annually.

مراجع دایرة المعارفی

Condon, E. U., and H. Odishaw: *Handbook of Physics*, 2d ed., McGraw-Hill, New York, 1967.

Flugge: S.: *Handbuch der Physik*, Springer-Verlag, Berlin, 1958 (largely in English in spite of the title).

فهرست راهنما

- آشکار ساز ۲۳۴ تا ۲۴۳
 ~ اتافک ایر ۲۳۷
 ~ اتافک جرقه ۲۳۵
 ~ اتافک حباب ۲۳۵
 ~ امولسیون عکاسی ۲۳۵
 ~ بار جمع کن ۲۳۸ تا ۲۴۳
 ~ پرتوگاما ۲۵۶ تا ۲۵۸
 ~ سوسوزن ۲۳۵ تا ۲۳۸
 ~ زمان صعود ~ ۲۳۷
 ~ شمارگر تناسبی ۲۴۱
 ~ شمارگر گایگر ۲۴۲
 کارایی ~ ۲۵۵
 ~ نوترونی ۲۵۵ تا ۲۷۲، ۲۵۶
 ~ نیم رسانا ۲۴۲ تا ۲۴۳، ۲۵۶ تا ۲۵۸
 زمان صعود ~ ۲۴۳
 ~ سیلیم ۲۴۳
 ~ $Co(Li)$ ۲۴۲ تا ۲۴۳
 آنالیز ارتفاع تب ۲۴۵
 آهنگ
 ~ ماسکوفسکی ۳۲۹
 ~ واپاشی ۲۱۹ تا ۲۲۲
 ~ بتا ۳۱۳، ۳۳۵
 ~ بیجیده ۲۲۰ تا ۲۲۱
 ~ تبدیل داخلی ۳۴۲
 ~ گسیل پرتوگاما ۳۲۹
 ~ ذره منفرد ۲۳۲ تا ۳۲۶،
 ۳۲۸ تا ۳۳۰
 ~ گسیل نوکلئون ۲۸۰، ۲۸۳،
 ۲۸۵، ۲۸۸، ۳۷۹
 ~ گیر اندازی الکترون ۳۱۶ تا
 ۳۱۷
 ~ واپسکوف ۳۲۵ تا ۳۲۶
 ایرنواختر ۴۴۲، ۴۴۶
 اتافک
 ~ ایر ۲۳۲، ۲۴۸
 ~ جرقه ۲۳۵ تا ۲۳۶
 ~ حباب ۲۳۲، ۲۴۸
 ~ یونش ۲۳۸ تا ۲۴۱
 اثر زیست شناختی تابش ۴۲۸، ۴۳۰
 اثر کولنی
 ~ در پتانسیل نظریه پسته ای ۷۵ تا ۷۶
 ~ در حالت های مانسته ایزو بار ۱۵۵
 ~ در واپاشی بتا ۳۰۲ تا ۳۰۳
 ~ نفوذ در سد ۲۸۸ تا ۲۸۹

اثر همدوسی

~ در تزیویج ۱۰۷ تا ۱۰۹

~ در حالت‌های ارتعاشی ۱۲۰، ۱۲۳

~ در گسیل پرتو گاما ۳۲۵

~ در واپاشی آلفا ۲۹۲

~ در واکنشهای (p, γ) ۴۱۱

ارتعاشات بتا ۱۶۸ تا ۱۷۳

ارتعاشات گاما ۱۶۸ تا ۱۷۳

ارزش انتظاری ۳۵

از دست دادن انرژی ذرات باردار ۲۲۹ تا

۲۳۴

اسپین ۳۲

~ ایزوبار ۱۵۲، ۵۳ تا ۱۶۰

~ در واپاشی بتا ۳۰۹ تا ۳۱۳

عملگر ~ (T, T_{-}) ۱۵۳ تا ۱۵۴

۱۵۸ تا ۱۶۰

بستگی ~ در پتانسیل نظریه پسته‌ای ۷۶

تابع موج ~ در سیستم دونوکلئون ۴۵

~ در پراکندگی دوگانه نوکلئون-

نوکلئون ۶۳

~ در واپاشی بتا ۳۰۶

~ دوترون ۴۲

قطبیدگی ~ ۶۱ تا ۶۳

اصل طرد پاولی

توضیح ~ ۴۳ تا ۴۶

~ در اسپین ایزوبار ۱۵۹

~ در سیستم دوجسمی ۴۶

~ در عمق پتانسیل نظریه پسته‌ای ۷۵

~ در هسته مرکب ۳۵۰

اصل عدم قطعیت

برد نیروی هسته‌ای بنا بر ~ ۵۶

پهنای تشدید در اثر ~ ۳۶۰

~ در زمان برخورد ها ۹۶

گسترده‌گی پیکر بندی ناشی از ~ ۳۵۹

تا ۳۶۰

نفوذ درسد به کمک ~ ۲۷۹ تا ۲۸۰

امولسیون عکاسی ۲۳۵، ۲۴۷

انتگرال حاصلضرب ۲۹۰، ۳۰۹

اندازه هسته ۷، ۴، ۱۹۳

اندازه گیری انرژی ۲۴۳ تا ۲۴۸

~ از ارتفاع تب ۲۴۳ تا ۲۴۴

~ با آشکارسازهای سوسوزن ۲۳۷

~ با اتاقک یونش ۲۴۱

~ با روش مغناطیسی ۲۴۷

~ با شمارگر تناسبی ۲۴۱

~ پرتو گاما ۲۵۶ تا ۲۵۷

~ نوترون ۲۵۵ تا ۲۶۱، ۲۵۸

اندازه گیری زمانی ۲۵۸ تا ۲۶۴

اندازه گیری همفردی ۲۵۸ تا ۲۶۱

~ تأخیری ۲۶۰ تا ۲۶۱

انرژی بستگی

اثرهای کوئنی در ~ ۱۸۱، ۱۸۴ تا

۱۸۵

~ دوترون ۳۹ تا ۴۲

محاسبه ~ هسته از نظریه پسته‌ای ۱۹۱

محاسبه ~ هسته از نیروی نوکلئون-

نوکلئون ۱۹۱ تا ۱۹۴

~ هر نوکلئون ۱۷۸ تا ۱۸۱

~ هسته ۱۷۸ تا ۱۹۱

انرژی تقارن

اثر ~ روی انرژی بستگی ۱۸۵ تا

۱۸۷

~ در پتانسیل نظریه پسته‌ای ۷۵، ۷۸

تا ۹۸

سهم انرژی پتانسیل در اثر ~ در انرژی

بستگی ۱۸۷ تا ۱۸۸

بمب

~ انمی (شکافت) ۳۷۴، ۴۵۱

~ هیدروژنی ۳۷۴، ۴۴۸

بوزونها ۵۹

پادنوترینو ۲۰۹ تا ۲۱۰

پارینه ۳۲ تا ۳۴، ۵۰

پایستگی ~ در برخورد ها ۹۶

تعیین ~ از طریق تبدیل داخلی ۳۲۲

تعیین ~ از طریق واپاشی بتا ۳۱۵ تا ۳۱۶

تعیین ~ از طریق واپاشی گاما ۳۳۱ تا ۳۳۲

تعیین ~ از مطالعات حالت های مانسته

ایزوبار ۴۰۷ تا ۴۰۹

تعیین ~ با استفاده از قطبیدگی واپاشی

گاما ۳۳۵ تا ۳۳۶

تعیین ~ در واکنش های مستقیم ۳۹۹

~ حالت های ارتعاشی ۱۲۵، ۱۷۰

پتانسیل

~ تبادلی تك بوزونی (OBEP) ۶۴

~ تبادلی تك پیونی (OPEP) ۵۸

~ راید ۶۸ تا ۶۹

~ نوسان کننده ۸۲ تا ۸۵، ۸۹

~ همدا-جاستون ۶۵ تا ۶۸

~ یوکاوا ۵۷ تا ۵۸

~ یونش ۲۳۱ تا ۲۳۲

پتانسیل موهومی (W) ۳۵۷ تا ۳۶۰

بستگی ~ به ۳۵۸

~ ناشی از پراکندگی کشان ۳۵۵

~ و فراوانی برخورد ۳۵۸

~ و مسافت آزاد میانگین ۳۵۷

پتانسیل نظریه پسته ای ۷۳ تا ۹۳

اثر نیروهای وابسته به سرعت در ~

۷۷ تا ۸۱

سهم انرژی جنبشی در اثر ~ در انرژی

بستگی ۱۸۵ تا ۱۸۶

انرژی جدایی نوکلئون ها ۸۶ تا ۸۹

انرژی سطحی ۱۸۲ تا ۱۸۳

انرژی گرمایسته ای ۴۴۶ تا ۴۴۸

انرژی گرمایی مؤثر ۴۳۲ تا ۴۳۳

انعکاس امواج ۲۷۵ تا ۲۷۸

ایزومر

پرتوهای گاما در هسته های ~ ۳۳۵ تا ۳۳۸

پرتوهای گاما در هسته های ~ فرد-فرد ۳۳۶

پرتوهای گاما در هسته های ~ A فرد ۳۳۶ تا ۳۳۸

~ شکافت ۲۹۷

برانگیزش کولنی ۱۶۶، ۴۱۹ تا ۴۲۲

برخورد ۷۳ تا ۷۴، ۹۵ تا ۱۰۱، ۱۰۲ تا ۱۲۱، ۱۲۵، ۱۳۵، ۱۴۸، ۳۴۶ تا ۳۶۰

۳۵۸، ۳۶۹ تا ۳۶۰

قواعد در هسته ها ۹۵ تا ۹۶

برذرات ۲۳۲ تا ۲۳۳

برد مؤثر ۶۰

بررسی آماری ترازها ۱۳۱ تا ۱۳۳

برهم کنش اسپین-مدار

~ در پتانسیل نظریه پسته ای ۷۷ تا ۸۰، ۸۲، ۸۳، ۸۴

~ در نیروی نوکلئون- نوکلئون ۵۵، ۶۱ تا ۶۳

شکافتگی تراز در ~ ۸۲

برهم کنش باقیمانده ۹۵، ۱۱۰، ۱۴۸، ۱۵۲

برهم کنش ضعیف ۲۱۸

برهم کنش قوی ۲۱۸

- انرژی تقارنی ~ ۷۵
 بستگی اسپین در ~ ۷۶
 شعاع ~ ۷۵
 شکل ~ ۷۵
 ضخامت سطح در ~ ۷۵
 عمق ~ ۷۵، ۱۹۲
 نیروی اسپین-مدار در ~ ۷۷ تا ۸۰
 پراکندگی
 ~ الکترون ۵ تا ۶، ۷
 ~ پتانسیلی ۳۶۷ تا ۳۶۵
 ~ تشدید ۳۶۷ تا ۳۶۵
 ~ دوگانه نوکلئون-نوکلئون ۶۰ تا ۶۳
 ~ رادرفورد ۵
 طول ~ ۶۰
 ~ کشتان ۳۵۰ تا ۳۶۵، ۳۶۴، ۳۵۷
 ۳۷۳ تا ۳۷۵، ۳۹۸، ۴۱۴، ۴۱۶
 ~ مبادله بار ۳۹۸، ۳۹۱، ۴۲۱
 ~ ناکشتان ۴۱۴، ۴۲۲ تا ۴۱۹
 ~ نوکلئون-نوکلئون ۳۹، ۵۹ تا ۶۳
 پروتوگاما ۲۰۷ تا ۲۰۸
 واکنشهای تولید شده با ~ ۲۸۳ تا ۳۸۵
 پوسته‌ها ۸۲
 پهنای تبدیلی (کاهش یافته)
 ~ برای گسیل ذرات آلفا ۲۸۹ تا ۲۹۳
 ~ تابع قدرت ۳۶۹ تا ۳۷۰
 تعاریف دیگر ~ ۳۶۸، ۳۶۳ تا ۳۷۰
 ~ درانتگرال حاصلضرب ۲۹۰
 ~ درگسیل نوکلئون ۲۸۳، ۲۸۴
 رابطه ~ با پهنای تشدید ۳۶۲، ۳۶۹ تا ۳۷۰
 ~ شکافت ۲۹۳
 پهنای تشدید ۳۶۰ تا ۳۶۸
 ~ جزئی ۳۶۰ تا ۳۶۱
 رابطه ~ با پهنای تبدیلی (کاهش یافته)
 ۳۶۲، ۳۶۹ تا ۳۷۰
 پیکربندی ۱۰۳ تا ۱۰۶، ۱۲۰، ۱۵۰ تا ۱۵۱، ۳۲۹
 تابش
 ~ چندقطبی مغناطیسی ۳۲۸ تا ۳۳۰
 ~ چهارقطبی الکتریکی ۳۲۸
 ~ دوقطبی الکتریکی ۳۲۱ تا ۳۲۲
 تابع قدرت ۳۶۹ تا ۳۷۳
 اندازه‌گیری تجربی ~ ۳۷۰
 نظریه ~ ۳۶۸ تا ۳۷۱
 وابستگی ~ به W ۳۷۰
 ~ و سطح مقطع ۳۷۰ تا ۳۷۳
 تابع موج
 بهنجارش ~ ۲۱
 باد تقارن ~ ۴۵ تا ۴۶
 پاریته ~ ۳۲ تا ۳۴
 تعادل ~ ۱۰۴، ۱۰۷
 ~ حالت پایه 1^0 ۱۰۱ تا ۱۰۴
 ~ حالت پایه 1^0 ۱۵۰
 ~ حالت پایه 2^0 ۱۱۱
 ~ حالت پایه 2^0 Pb ۱۱۰
 ~ حالت پایه 4^0 Ru ۱۱۲ تا ۱۱۳
 ~ حالت 2^+ در 1^0 ۱۲۰
 ~ دوترون ۴۰ تا ۴۲
 ~ ذره درچاه پتانسیل ۱۹، ۲۰، ۲۵ تا ۲۹، ۲۷
 تبادل اسپینی ۵۱ تا ۵۲
 تبادل فضایی ۵۱، ۶۷
 تبدیل داخلی ۲۰۸ تا ۲۰۹، ۳۳۱، ۳۳۵، ۳۳۸ تا ۳۴۳

- تپ اختر ۴۴۳
تحرک ۲۲۲
تحلیل فعالسازی ۴۲۷
ترازهای انرژی
پرسیدن ~ در پتانسیل نظریه پسته‌ای
۸۵ تا ۸۶
~ در ایزوتوپ Pd ۱۴۹ تا ۱۵۰
~ در ایزوتوپ Sn ۱۴۷ تا ۱۵۰
~ در پتانسیل نظریه پسته‌ای ۸۴ تا
۱۳۲، ۸۵
~ در چاه پتانسیل با شکل پیچیده ۲۲ تا
۲۳
~ در چاه پتانسیل سه بعدی ۲۳ تا ۲۷
~ در چاه پتانسیل مربعی ۱۷ تا ۱۹
~ سیستم دونوکلونی ۳۹ تا ۴۱، ۴۰
~ ^{177}Hf ۱۷۴
~ ^{231}U ۱۷۵
تربتون
انرژی بستگی ~ ۷۵
~ درواکشیهای هسته‌ای ۴۱۱، ۴۰۴ تا
۴۱۳
تزیج ۹۹ تا ۱۰۶، ۱۱۱، ۱۱۳، ۱۵۶،
۱۶۲
~ بین نوترون و پروتون ۱۱۳ تا ۱۱۴
~ و انرژی بستگی ۱۸۷ تا ۱۸۹
تشدید ۳۶۰ تا ۳۷۳
تغییر فاز ۶۰
تفکیک انرژی
~ آشکارسازها ۲۴۵
~ در آشکارساز نیمرسانا ۲۴۷
~ در اندازه‌گیری انرژی ۲۴۵ تا
۲۴۷
~ در روش مغناطیسی ۲۴۷
~ در سوسوزن ۲۴۷
- ~ شمارگر گازی ۲۴۶ تا ۲۴۷
تفکیک زمانی ۲۶۲ تا ۲۶۴
~ آشکارسازهای سوسوزن ۲۶۹ تا
۲۶۳
~ آشکارسازهای نیمرسانا ۲۶۳ تا
۲۶۹
تقارن بارنیروی هسته‌ای ۱۷۶
تقریب بورن برای موج تخت ۳۹۲ تا
۳۹۸
تقریب بسوزن برای موج تغییر شکل یافته
(DWBA) ۳۹۵ تا ۳۹۹
~ در برهم‌کنشهای غیرموضعی ۳۹۸
~ در گستره محدود ۳۹۸
~ درواکشیهای برکنی ۳۹۵ تا ۳۹۶
واکشیهای مبادله بار در ~ ۴۱۹
تقریب هسته سیاه ۳۷۱
تکانه زاویه‌ای
پایستگی ~ در برخوردها ۹۶
جفت‌شدگی ~ ۱۳۵ تا ۱۳۷
جمع ~ ۳۱ تا ۳۲
~ درواکشیهای مستقیم ۳۹۱ تا ۳۹۲،
۳۹۷، ۴۰۶، ۴۱۱، ۴۱۳ تا ۴۱۷
~ ذره در چاه پتانسیل ۲۳ تا ۲۴
~ کل ۸۲
مؤلفه z ~ ۸۲
~ مداری ۲۳ تا ۲۴
مؤلفه z ~ ۲۸
تکانه زاویه‌ای حالت‌های هسته‌ای
~ در تبدیل داخلی ۳۲۲
~ در مطالعات حالت مانسته ایزوبار
۴۰۷ تا ۴۰۹
~ در واپاشی بتا ۳۱۶ تا ۳۱۷
~ در واپاشی گاما ۳۳۱ تا ۳۳۲
~ درواکشیهای هسته‌ای مستقیم ۳۰۹

~ سی حرارتی ۳۷۶

جرم

~ بحرانی ۴۵۰

~ مؤثر ۷۹ تا ۸۱

~ هسته‌ها ۱۷۸،۳ تا ۴۶۲ تا

۴۶۸

چرخه پروتون-پروتون ۲۳۴ تا ۲۳۷

چرخه کربن ۴۳۶ تا ۴۳۷

چشمه یونی ۲۵۶

چگالی حالتها ۱۳۲، ۳۷۷ تا ۳۸۳

چگالی حالتهای ذرات گسیل شده ۲۹۹ تا

۳۰۱

چندجمله‌ایهای وابسته لواندر ۳۰، ۱۲۱

تا ۱۲۲، ۱۶۵

چندقطبی الکتریکی ۳۲۰ تا ۳۲۸

حالت(های) ۱۰۳ تا ۱۰۶، ۱۴۸

~ با پاریته طبیعی ۲۱۳

~ چهارشبه‌ذره (۲QP) ۱۲۵

~ دسته‌جمعی ۱۲۳

~ دوشبه‌ذره‌ای (۲QP) ۱۲۴، ۱۲۵

۱۵۱ تا ۱۵۲

حالتهای ارتعاشی ۱۲۱ تا ۱۳۰، ۳۹۱

۴۱۳، ۴۱۷

انرژی ~ ۱۲۷ تا ۱۳۰

تابع موجهای ~ ۴۰۴

~ چهارقطبی: یک فوتونی ۱۲۳،

۱۷۲

~ دوفوتونی ۱۲۰ تا ۱۲۱

~ دوقطبی ۳۸۵

~ گشتاورهای چهارقطبی ۲۰۲

~ ناشی از برانگیزش کولنی ۲۲۰

~ هسته‌های زوج-زوج ۱۶۹ تا ۱۷۰

تا ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۱۱ تا ۴۱۳

~ و همبستگی زاویه‌ای ۳۳۳ تا ۳۳۷

تکثیرکننده فوتونی ۲۳۵ تا ۲۳۶

تلاشی ۲۲۲، ۳۸۱

تمایزشکل تب ۲۶۱ تا ۲۶۲

توزیع انرژی

~ الکترون‌ها در واباشی بتا ۳۰۰ تا

۳۰۵

~ الکترون‌های تبدیل داخلی ۳۴۲

~ ذرات در واکنشهای مستقیم ۳۹۹

~ ذرات گسیل شده از هسته مرکب

۳۴۶ تا ۳۴۷، ۳۴۹ تا ۳۵۰، ۳۷۷

تا ۳۸۰، ۳۸۱ تا ۳۸۲

توزیع زاویه‌ای

~ حاصل از واکنشهای مستقیم ۳۹۱ تا

۴۰۲، ۴۱۱ تا ۴۱۴

~ و هسته مرکب ۳۴۷

توزیع چگالی نوکلئونها ۷

توقف

~ ذرات باردار ۲۲۸ تا ۲۳۴

~ گاما ۲۵۵ تا ۲۵۸

~ نوترون ۲۲۵ تا ۲۵۸

تولید انرژی

~ با چشمه رادیواکتیو ۴۲۸ تا ۴۲۹

~ در ستارگان ۳۳۴ تا ۴۳۸

~ در واکنشهای شکافت ۴۵۰ تا ۴۵۱

~ در واکنشهای گرمای هسته‌ای ۴۳۰ تا

۴۳۸، ۴۴۶ تا ۴۴۸

تولید زوج الکترون‌ها ۲۰۸، ۳۳۱

جدول نوکلیدها ۲۲۴

جذب

~ پرتوهای گاما ۲۵۸

~ نوترون‌ها ۲۵۸

- خواص موجی نوکلئونها ۱۶، ۹
- دستگاه طیف نگار باقطاع مغناطیسی ۲۲۹ تا ۲۵۳
- میدان یکنواخت ~ ۲۲۹ تا ۲۵۱
- ~ $n = 1/2$ ۲۲۹ تا ۲۵۳
- دستگاه مغناطیسی ۲۴۸ تا ۲۵۵
- ایبراهیهایی ~ ۲۴۹ تا ۲۵۱
- ~ در مقایسه با دستگاههای الکتریکی ۲۴۸
- ~ سیکلوترون ۲۶۵ تا ۲۶۸
- علسیهایی چهارقطبی ~ ۲۵۳ تا ۲۵۵
- کانونی کردن ~ ۲۵۱ تا ۲۵۵، ۲۵۳
- دمای هسته ای ۱۳۱
- دوترون ۳۹ تا ۴۲
- اندازه ~ ۴۰
- انرژی بستگی ~ ۳۹ تا ۴۲
- تکانه زاویه ای ~ ۴۲
- گشتاور چهارقطبی الکتریکی ~ ۷
- گشتاور مغناطیسی ~ ۴۷
- دوره میدان ۵۶
- رآکتور هسته ای زاینده ۴۵۱
- رآکتور هسته ای شکافت ۳۷۲
- رادیواکتیو به ۲۱۸ تا ۲۱۹
- تولید ~ ۲۲۱
- خصوصیات واپاشی ~ ۲۱۹
- ~ در تشخیص پزشکی ۴۲۵ تا ۴۲۷
- ~ در فرایندهای صنعتی ۴۲۸
- ~ در کشاورزی ۴۲۵
- شناسایی با استفاده از ~ ۲۷۰
- کاربرد ~ ۴۲۴ تا ۴۲۹
- رادیوشیمی ۲۷۰ تا ۲۹۹
- ~ هسته های کره وار ۱۶۸ تا ۱۷۳
- ~ $4+$ يك فونونی ۱۲۲ تا ۱۲۵
- حالت های چرخشی ۱۶۴ تا ۱۶۸
- ~ در هسته های A فرد ۱۷۲ تا ۱۷۵
- گشتاور مغناطیسی ~ ۱۹۹ تا ۲۰۰
- حالت های دورانی
- برانگیزش ~ ۴۲۱
- ~ در واکنش های مستقیم ۴۱۷
- گذارهای پرتو گاما بین ~ ۳۲۸
- حالت های شبه ذره ای منفرد (SQP) ۱۲۱ تا ۱۵۱
- انرژی ~ ۱۲۱ تا ۱۲۳
- تابع موج ~ ۱۴۵
- ~ در واکنش های (d, p) ۴۰۱ تا ۴۰۴
- ~ در هسته های کره وار ۱۷۳
- گشتاور مغناطیسی ~ ۱۹۴ تا ۱۹۵،
- ۱۹۷ تا ۱۹۹
- حالت های مانسته ایزو بار ۱۵۲ تا ۱۶۰
- اختلاف انرژی کولنی ~ ۱۵۵، ۲۲۰
- ~ در واپاشی بتا ۳۱۰، ۳۱۲
- ~ در واکنش های (p, n) ۴۱۹
- ~ در $A=7$ ۱۵۶
- ~ در $A=14$ ۱۵۵ تا ۱۵۷
- ~ در $N=Z$ ۱۵۶
- ~ در $Pb=Bi$ ۱۵۶ تا ۱۵۷
- مطالعات ساختار هسته با استفاده از ~
- ۴۰۶ تا ۴۱۱
- ~ و پراکندگی کشان ۴۰۷ تا ۴۰۹،
- ۴۱۰
- ~ و پراکندگی ناکشان ۴۰۹، ۴۱۱
- خط پایداری بتا ۲۱۳ تا ۲۲۴
- خط گسیل ۲۱۴ تا ۲۱۵
- خطوط اشعیت ۱۹۶ تا ۱۹۹

- ردیابها ۴۲۵ تا ۴۲۷
- روش
- ~ پیستونی ۲۶۲
- ~ تجربی ۲۷۳ تا ۲۷۴
- ~ تضعیف جابه‌جایی دوبار ۲۶۳ تا ۲۶۴
- زمان پرواز ۲۵۶ تا ۲۵۸
- زمان صعود تب
- ~ آشکارسازهای بارجمع کن ۲۴۰
- ~ آشکارسازهای سوسوزن ۲۳۷
- ~ آشکارسازهای نیم‌رسانا ۲۴۳
- زوجهای شکسته ۱۱۴ تا ۱۱۵
- ستاره غول‌سرخ ۴۳۹، ۴۴۰
- ستاره نوترونی ۴۴۳
- سرعت سوق ۲۳۸
- سطح مقطع
- ~ برای واکنشهای هسته‌ای خاص ۳۸۱ تا ۳۸۰، ۳۷۰، ۳۶۷ تا ۳۶۵
- تعریف ~ ۲۲۲
- ~ کل ۲۲۵، ۳۶۶ تا ۳۶۷
- ~ واکنش ۳۵۰ تا ۳۵۷
- ~ در ناحیه آماری ۳۷۸
- ~ در ناحیه تشدید ۳۶۴ تا ۳۶۵
- سوختن سیلیسیم ۴۴۱ تا ۴۴۲
- سوختن هلیوم ۴۳۹ تا ۴۴۰
- سوسوزن
- ~ آلی ۲۳۷، ۲۵۵
- ~ با بلور NaI(Tl) ۲۳۸
- ~ پلاستیک آمیخته با ~ ۲۳۸
- ~ معدنی ۲۳۸
- سیکلوترون ۲۶۵ تا ۲۶۸
- ~ لبه مارپیچی ۲۶۷ تا ۲۶۸
- شتاب‌دهنده ۲۶۴ تا ۲۶۹
- ~ سیکلوترون ۲۶۶ تا ۲۶۸
- ~ واندوگراف ۲۶۵، ۲۶۸ تا ۲۶۹
- ~ دومرحله‌ای ۲۶۵
- شعاع هسته ۷، ۷۵، ۲۸۵
- شکافت ۲۱۷، ۲۷۰
- ~ خود به‌خود ۲۹۶
- شکل هسته ۹۱ تا ۹۳، ۱۷۱ تا ۱۷۳
- شمارگرتناسبی ۲۴۱
- شمارگر گایگر ۲۴۱
- شناسایی ذره ۲۴۷ تا ۲۴۸، ۲۶۱
- ضخامت سطحی
- ~ پتانسیل نظریه پسته‌ای ۷۵
- ~ هسته ۷
- ضریب طیف نمودی (S)
- ~ در انتقال تک‌نوکلئونی ۳۹۵، ۳۹۹ تا ۴۰۳
- ~ در انتقال دونوکلئونی ۴۱۱
- ~ ضریب فرمی ۳۰۲ تا ۳۰۵
- طیف نگار مغناطیسی تبدیل داخلی ۳۳۸ تا ۳۴۲
- طیف‌نمایی جرم ۱۷۹
- عامل تغییر شکل بتا ۱۷۱ تا ۱۷۲
- عامل تغییر شکل گاما ۱۷۱ تا ۱۷۲
- عدد اشغال ۱۱۵
- تعریف ~ ۱۱۵
- ~ در واپاشی آلفا ۲۹۲
- ~ در واپاشی بتا ۳۱۱ تا ۳۱۳
- ~ در واکنشهای (d, p) ۴۰۰ تا ۴۰۲
- ~ در واکنشهای (p, d) ۴۰۴

فاصله انرژی

~ میان پوسته‌ها ۸۹ تا ۱۳۳، ۹۷، ۹۹ تا ۱۳۵

~ میان حالتها (D) ۳۶۲ تا ۳۶۳، ۳۶۸ تا ۳۷۱

فرایندهای واپاشی الکترومغناطیسی ۲۰۶ تا ۲۰۸

فرمول برای ت. ویگنر ۳۶۵، ۳۷۵

فرمول کامل نیمه تجربی جرم ۱۹۰ تا ۱۹۱
فرمول نیمه تجربی جرم

جمله نزویج در ~ ۱۸۷ تا ۱۸۹

جمله تقارن ~ ۱۸۵ تا ۱۸۸

جمله حجمی ~ ۱۸۱ تا ۱۹۳، ۱۸۲ تا ۱۹۴

جمله سطحی ~ ۱۸۱ تا ۱۸۲

جمله کوئنی ~ ۱۸۲ تا ۱۸۵

واپاشی بتا از ~ ۲۱۰

فونونها ۱۲۲ تا ۱۳۶، ۱۳۷ تا ۳۲۲

قانون جمع

~ برای ضریب طیف نمودی در

واکنشهای (p, d) ۴۰۳ تا ۴۰۴

~ برای ضریب طیف نمودی در

واکنشهای (d, p) ۴۰۲

~ پهنای کاهش یافته (تبدیلی) ۲۸۳

قطره مایع

انرژی ارتعاشی ~ ۱۲۷ تا ۱۳۰

انرژی بستگی ~ ۱۸۱ تا ۱۸۲

مدل ~ هسته مرکب ۳۴۵ تا ۳۴۷

نوسانهای ~ ۱۲۱ تا ۱۲۲

قواعد انتخاب (گزینش) در پرتوگاما ۳۲۹ تا ۳۳۲

قواعد انتخاب (گزینش) واپاشی بتا ۳۰۷ تا ۳۱۶، ۳۱۵، ۳۰۸

~ در واکنشهای (p, t) ۴۱۱

~ در هسته A فرد ۱۲۳ تا ۱۲۷

~ در هسته‌های زوج-زوج ۱۱۵ تا ۱۱۹

عدد خوب کوانتومی در حالت‌های مختلف ۱۶۰

عدد شبه ذره‌ای ۱۱۲ تا ۱۱۵

عدد کوانتومی

~ اسپین ایزوبار ۱۵۴ تا ۱۵۷

~ تکانه زاویه‌ای کل (j) ۸۲

~ تکانه زاویه‌ای مداری (l) ۲۹، ۲۲

~ مؤلفه z تکانه زاویه‌ای کل (m) ۸۲

~ مؤلفه z تکانه زاویه‌ای مداری (m_l) ۲۸

~ n ۲۵، ۲۷، ۱۸

~ K ۱۶۹

~ Ω ۱۶۱ تا ۱۶۴

عدسیهای چهار قطبی ۲۵۳ تا ۲۵۵

عمرسنجی رادیو اکتیو ۲۷۰ عناصر

~ تولید شده از سوختن سیلیسیم ۴۴۲ تا ۴۴۳

~ تولید شده از سوختن هلیوم ۴۳۹ تا ۴۴۰

~ تولید شده از فرایندهای دیگر ۴۴۵

~ تولید شده از گیر اندازی نوترون ۴۴۶ تا ۴۴۳

منشأ ~ ۴۳۸ تا ۴۴۰

عنصر مائریسی

~ برانگیزش کوئنی ۴۱۹ تا ۴۲۰

~ پرتوگاما ۳۲۳ تا ۳۲۵

تعریف ~ ۳۰۰

~ در واکنشهای هسته‌ای ۳۸۲ تا ۳۸۳

گذار ~ در واپاشی بتا ۳۰۹ تا ۳۱۳

قوانین واپاشی ۲۱۸ تا ۲۲۲

~ گسیل نوترون $0 = 1$ تا ۲۸۵ تا ۲۸۴

گشتاور چهار قطبی الکتریکی ۱۹۹، ۱۳

تعریف ~ ۱۳ تا ۱۴

جدول ~ ۴۵۶ تا ۴۶۲

~ حالت‌های ارتعاشی ۱۹۳، ۲۰۴

~ حالت‌های تک‌حفره‌ای ۲۰۰

~ حالت‌های تک‌ذره‌ای ۲۰۰

~ دوترون ۴۷

نظریه ~ ۱۹۹ تا ۲۰۴

~ هسته‌های کره‌وار ۲۰۲ تا ۲۰۳

گشتاور دو قطبی الکتریکی ۱۹۹، ۱۳

گشتاور لغتی ۱۶۴، ۱۶۶ تا ۱۶۸

گشتاور مغناطیسی

اثر ~ در همبستگی زاویه‌ای ۳۳۵

اندازه‌گیری ~ ۱۲

~ پروتون ۱۱

جدول ~ ۴۵۶ تا ۴۶۲

~ حالت شبه‌ذره منفرد ۱۹۲ تا ۱۹۷

~ حالت‌های چرخشی در هسته‌های زوج-

زوج ۱۹۹ تا ۲۰۰

~ حالت‌های شبه‌ذره نامنفرد ۱۹۸ تا

۱۹۹

~ دوترون ۴۷

~ کل ۱۱

~ نوترون ۱۱

~ هسته کره‌وار منفرد ۱۹۹

گیراندازی الکترون ۲۱، ۳۱۶ تا ۳۱۷

~ پروتونی عناصر ۴۴۶

~ در تشکیل ستاره‌های نوترونی ۴۴۰ تا

۴۴۲

گیراندازی نوترون ۳۷۴ تا ۳۷۶

نسبت ~ به پراکندگی ۳۷۵

~ نوترون‌های حرارتی ۳۷۶

~ هسته‌های با پوسته پر ۳۷۵

کره‌وار پخت ۹۳، ۱۷۱ تا ۱۷۲

کره‌وار کشیده ۹۳، ۱۷۱ تا ۱۷۲

کشش سطحی هسته ۱۲۲، ۱۹۰ تا ۱۹۱

کشیدگی ناشی از گریز از مرکز ۱۶۷ تا

۱۶۸

کند کننده ۴۵۰

کوری ۲۲۲

گاز فرمی ۱۳۱

گاف انرژی ۱۰۶ تا ۱۱۰، ۱۱۸، ۱۲۹

۱۸۷ تا ۱۸۹

تعیین ~ ۱۸۷ تا ۱۸۹

گذار

~ خاص ۳۰۸، ۳۱۳ تا ۳۱۴

~ فرمی ۳۰۷ تا ۳۱۳

~ فوق مجاز ۳۱۴ تا ۳۱۵

~ گاموف-تِلر ۳۰۷ تا ۳۱۳

~ مجاز ۳۰۶، ۳۱۵ تا ۳۱۶

~ متنوع ۳۰۶، ۳۱۵ تا ۳۱۶

گسیل آلفا در سوختن هلیوم ۴۳۹

گسیل ذره آلفا ۲۱۶، ۲۸۹ تا ۲۹۴

~ از هسته مرکب ۳۴۷، ۳۴۹ تا ۳۵۰

انرژی ~ ۲۱۶

پهنای تبدیلی (کاهش یافته) برای ~

۲۹۸ تا ۲۹۳

~ در حالت‌های برانگیخته ۲۹۳

نفوذ در سد در ~ ۲۹۳ تا ۲۹۴

گسیل گروهی نوکلئونها ۲۱۶ تا ۲۱۸

گسیل نوکلئون ۲۱۵ تا ۲۱۷، ۲۸۰ تا ۲۸۸

انرژی لازم برای ~ ۲۱۵

سد کولبی در ~ ۲۸۸ تا ۲۸۹

سدهای تکان‌ناپذیر زاویه‌ای در ~ ۲۸۴ تا ۲۸۷

هسته‌های بسا سطح مقطع کم برای ~
۳۷۶

ماده هسته‌ای ۱۹۱

~ بینهایت ۱۹۳ تا ۱۹۴

~ نیمه بینهایت ۱۹۳

مبدل زمان به ارتفاع تب (TPHC) ۲۶۱ تا ۲۶۲

مبدل قیاسی به رقمی (ADC) ۲۲۳

محاسبات هارتری-فوک ۱۹۱ تا ۱۹۴

مد عادی ۱۲۱

مدل اپتیکی ۳۵۱ تا ۳۶۰، ۳۹۵، ۳۹۸

مدل مداری ۳۰

مزون

ابر ~ حول نوکلئونها ۱۲

اثر ~ در استقلال بار ۶۹

پتانسیل تبادل تک پیونی ~ (OPEP)

۵۸

تولید ~ ۶۳

نظریه ~ نیروهای هسته‌ای ۵۵ تا ۵۹

~ ω, ρ, η ۵۹

معادله شرودینگر ۲۹، ۵۱، ۱۰۳

مقدار Q ۱۷۹، ۲۲۳ تا ۲۲۴

میدان

~ الکترون-نوترینو ۲۹۹

~ تابش الکترومغناطیسی ۲۰۷

~ مزونی ۵۶ تا ۵۸

ناوردایی وارونی زمان ۵۰

نسبت ژیرومغناطیسی (g) ۱۱ تا ۱۲، ۱۹۴

نظریه اختلال ۱۰۶ تا ۱۰۸

نظریه ترویج ۱۱۸، ۱۲۶

نفوذ درسد

~ تکانه زاویه‌ای ۲۸۴ تا ۲۸۷

~ در سوختن هلیوم ۲۳۹

~ در فرایند شکافت ۲۹۴ تا ۲۹۷

~ در گسیل پرتو گاما ۲۲۳

~ در گسیل پروتون از هسته مرکب

۳۴۹، ۳۷۸، ۳۷۹، ۲۸۸ تا ۲۸۹

~ در گیراندازی الکترون ۳۱۶ تا ۳۱۷

~ در واپاشی بتا ۳۰۲ تا ۳۰۵، ۳۰۶

~ در واپاشی ذره آلفا ۲۹۳ تا ۲۹۴

~ در واکنشهای القاشده نوترون

۳۵۷

~ در واکنشهای تشدیددی ۳۶۷ تا ۳۶۸

۳۶۸

~ در واکنشهای شیمیایی ۴۳۱

~ کوئلی ۲۸۸ تا ۲۸۹

نظریه ~ ۲۷۷ تا ۲۸۸

نقش آنتنی ۳۳۲

نمادهای طیف نمودی ۲۲، ۹۸

نمودار فرمی-کوری ۳۰۲ تا ۳۰۵

~ کوری ۳۰۳ تا ۳۰۵

~ نیلسون ۱۶۲ تا ۱۶۴

نوترونها (ی) ۲۰۸ تا ۲۰۹، ۲۱۳، ۲۹۹ تا ۳۰۷، ۳۱۶

~ حرارتی ۴۷۳، ۳۷۶

نیروی

~ بارلک ۵۱ تا ۵۴

~ تانسوری ۲۸ تا ۴۹، ۵۹، ۶۷

~ تبادل ۴۹ تا ۵۲، ۶۷

~ مازورانا ۵۱

~ مرکزی ۴۸

~ هایزنبرگ ۵۱ تا ۵۴

~ وابسته به سرعت در نیروی نوکلئون

نوکلئون ۵۵، ۵۴ تا ۵۵

ویگنر ۵۳، ۵۴

نیروی هسته‌ای ۱۰، ۳۸ تا ۷۰

~ استاتیکی ۲۹ تا ۵۴

استقلال بار ~ ۶۹

الزامات تقارنی ~ ۲۹ تا ۵۰

برد ~ ۵۹، ۵۷، ۱۰

~ پتانسیل تبادلای تک بوزونی

(OBEP) ۶۴

~ پتانسیل تبادلای تک پیونی (OPEP)

۵۸

~ پتانسیل رابند ۶۸ تا ۶۹

~ پتانسیل همدا-جانستون ۶۵ تا ۶۹

~ پتانسیل ییل ۶۷

جمله اسپین-مدار ~ ۵۵، ۶۱ تا ۶۳

~ چندجسمی ۶۹

~ در پتانسیل با مغزی نرم ۶۸ تا ۶۹

~ سه جسمی ۷۰

عبارت کامل برای ~ وابسته بدسرعت

۵۴، ۵۰

~ مستقل از بار ۶۹، ۱۵۲ تا ۱۶۰

مغزی دافعه ~ ۶۵

وابستگی اسپینی ~ ۴۳

~ وابسته به سرعت ۵۴، ۵۰ تا ۵۵

نیمه عمر ۲۱۹ تا ۲۲۵، ۲۲۸ تا ۲۲۹

استفاده از ~ در شناسایی ایزوتوپها

۲۴۳

اندازه گیری ~ ۲۶۳

~ جزئی ۲۲۰

~ شکافت ۲۹۶

~ گسیل نوکلئون ۲۸۱

~ واپاشی آلفا ۲۹۶

~ واپاشی بتا ۳۱۲

~ هسته‌های ایزومر ۳۳۵ تا ۳۳۸

واپاشی بتا ۲۰۸ تا ۲۱۳، ۲۹۹ تا ۳۱۸

پایداری و ~ ۲۱۳ تا ۲۱۴

~ دوگانه ۲۱۳ تا ۲۱۴

روابط جرمی برای ~ ۲۱۰ تا ۲۱۱

طیف انرژی ~ ۳۰۱ تا ۳۰۵

کاربرد ~ ۲۲۱

محصول ~ ۲۲۵

نیمه عمر ~ ۲۲۵ تا ۲۲۶

واپاشی هسته ۲۰۶ تا ۲۲۲، ۲۲۸ تا ۲۲۹

انرژی آزاد شده در ~ ۱۷۹

واکنش (های)

~ اخراجی ۳۸۹ تا ۳۹۰

~ انتقالی ۳۹۱

~ تک نوکلئونی ۳۹۵، ۳۹۸ تا ۴۰۶

~ چند نوکلئونی ۴۱۳ تا ۴۱۴

~ دو نوکلئونی ۴۱۱ تا ۴۱۴

~ برکتی و قاپ زنی ۳۹۰ تا ۳۹۱

اعداد اشغال در ~ ۴۰۰ تا ۴۰۱،

۴۰۴

انرژی حالت‌های تک ذره در ~ ۴۰۳ تا

۴۰۵

انرژیهای SQP در ~ ۴۰۲ تا

۴۰۳

تابع موجهای حالت‌های ارتعاشی در

~ ۴۰۴

تعیین W از ~ ۴۰۲ تا ۴۰۳

~ وساختار حالتها در هسته‌های فرد

فرد ۴۰۴ تا ۴۰۵

I^π حالتها در ~ ۳۹۹ تا ۴۰۱،

۴۰۴

~ فوتو هسته‌ای ۲۸۳ تا ۲۸۴

~ گرم هسته‌ای ۳۷۲، ۴۳۰ تا ۴۴۸

~ مستقیم ۳۴۵، ۴۸۸

~ انتقال تک نوکلئونی ۳۹۵، ۳۹۸

تا ۴۰۶

گیراندازی نوترون در ~ ۳۷۵

۴۴۴

~ تک حفزه ۹۸، ۹۹، ۱۲۳

انرژیهای مداری ~ ۴۰۳ تا ۴۰۵

گشتاور مغناطیسی ~ ۱۹۴

~ تک ذره ۸۶، ۹۸، ۹۹، ۱۲۳

انرژیهای مداری ~ ۴۰۳، ۴۰۵

گشتاور مغناطیسی ~ ۱۹۴ تا ۱۹۶

~ غیر کروی ۹۱ تا ۹۳

~ کره وار ۹۲ تا ۹۳، ۱۶۰ تا ۱۷۵

پتانسیل نظریه پوخته‌ای در ~ ۱۶۰

تا ۱۶۴

~ پخت ۱۶۳ تا ۱۶۴

~ زوج-زوج ۱۶۴ تا ۱۷۳

حالت‌های ارتعاشی ~ ۱۶۸ تا ۱۷۳

حالت‌های غیر جمعی در ~ ۱۷۰ تا

نوار چرخشی حالت پایه در ~

۱۶۴ تا ۱۶۸

۱۷۱

~ A فرد ۱۷۳ تا ۱۷۴

~ کشیده ۱۶۳ تا ۱۶۴

گشتاور چهار قطبی ~ ۲۰۲ تا ۲۰۳

~ A فرد ۱۲۸ تا ۱۵۱

هسته‌های زوج-زوج

حالت‌های برانگیخته ~ ۱۱۹ تا ۱۳۳

حالت‌های برانگیخته ارتعاشی ~ ۱۲۱ تا

۱۳۰

حالت‌های برانگیخته غیر دسته‌جمعی ~

۱۳۰ تا ۱۳۳

حالت‌های پایه ~ ۱۱۰ تا ۱۱۲

همبستگی زاویه‌ای ۲۳۲ تا ۲۳۵

m بیکر بندی ۱۳۶ تا ۱۳۷

$fT_{1/2}$ ۳۱۳ تا ۳۱۵

انتقال چند نوکلئونی در ~ ۴۱۳

تا ۴۱۴

~ انتقال دو نوکلئونی ۴۱۱ تا

۴۱۴

~ برانگیزش کولنی در ~ ۴۱۹

تا ۴۲۲

براکندگی ناکشان در ~ ۴۱۴ تا

۴۱۹

توزیع زاویه‌ای در ~ ۳۹۱ تا ۳۹۷

سازوکارهای ~ ۳۸۹ تا ۳۹۱

مبادله بار در ~ ۳۸۹، ۳۹۱، ۴۲۱

~ هسته‌ای ۳۴۵

سطح مقطع ~ ۲۲۴

محصول ~ ۲۲۵

مقدار Q در ~ ۱۷۹، ۲۲۳ تا

۲۲۴

~ هسته مرکب ۳۴۵ تا ۳۸۵

بورسی کلاسیک ~ ۳۴۵ تا ۳۴۷

بورسی کیفی کوانتومی ~ ۳۴۷ تا

۳۵۰

تابع قدرت در ~ ۳۶۸ تا ۳۷۳

تشدید در ~ ۳۶۰ تا ۳۶۸

~ در اثر پرتو گاما ۳۸۳ تا ۳۸۵

~ در اثر نوترون‌های کم انرژی

۳۷۳ تا ۳۷۶

ناحیه آماری ~ ۳۷۷ تا ۳۸۳

~ $d-d$ و $d-1$ ۴۴۷ تا ۴۴۸

وسایل اندازه‌گیری ضخامت ۴۲۷

هسته(های)

~ با پوخته پر ۸۶، ۹۸، ۹۹

اولین حالت برانگیخته ~ ۱۲۷

تا ۲۲۹