

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حل تمرین عمومی ریاضی فصل اول (قسمت سوم) – پولینوم





فهرست مطالب

1	 (قسمت سوم)
1	 (Polynomial) پولینوم
1	 تمرین عمومی فصل اول صفحات (46 الی 50)
18	 مأخذ

فصل اول
قسمت سوم
پولینوم (Polynomial)

اهدا کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

جواز/دارنده حق چاپ: دامنه عمومی / CC0

نویسنده: استاد وحید الله

فصل اول

(قسمت سوم)

پولینوم (Polynomial)

تمرین عمومی فصل اول صفحات (46 الی 50)

1- قیمت k را دریابید در صورتی که :

a. اگر $(x+5)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^3 + kx + 125$ باشد.

b. اگر $(x-1)$ یک فکتور پولینوم $Q(x) = 2x^4 - 3x^3 - x - 2k$ باشد.

c. اگر پولینوم $p(x) = x^3 + 2x^2 - 3kx - 10$ بالای $(x+3)$ تقسیم گردد و عدد 8 باقی بماند.

حل:

a.

$$x+5=0 \Rightarrow x=-5$$

$$p(-5) = (-5)^3 + k(-5) + 125 = 0$$

$$\Rightarrow -125 - 5k + 125 = 0$$

$$\Rightarrow -5k = 0 \Rightarrow \boxed{k=0}$$

اگر $k=0$ شود در این حالت $(x+5)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^3 + kx + 125$ می باشد.

b.

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$Q(1) = 2(1)^4 - 3(1)^3 - (1) - 2k = 0$$

$$\Rightarrow 2 - 3 - 1 - 2k = 0$$

$$\Rightarrow -2k - 2 = 0 \Rightarrow -2k = 2 \Rightarrow \boxed{k=-1}$$

اگر $k=-1$ شود در این حالت $(x-1)$ یک فکتور پولینوم $Q(x) = 2x^4 - 3x^3 - x - 2k$ می باشد.

c.

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3$$

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 3kx - 10$$

$$p(-3) = (-3)^3 + 2(-3)^2 - 3k(-3) - 10 = 8$$

$$\Rightarrow -27 + 18 + 9k - 10 = 8$$

$$\Rightarrow 9k - 19 = 8 \Rightarrow 9k = 19 + 8 \Rightarrow 9k = 27 \Rightarrow \boxed{k=3}$$

بنابر آن اگر $k = 3$ باشد باقیمانده عدد 8 می‌باشد.

2- توسط تقسیم ترکیبی خارج قسمت‌ها (Quotients) و باقیمانده‌ها (Remainders) را دریابید.

$$(x^5 + 4x^4 + x^2 - 3x - 28) \div (x + 4) \quad (a)$$

$$(5x^4 - 6x^2 + 3x - 4) \div (x + 4) \quad (b)$$

$$(30x^3 - 20x^2 - 100x + 1000) \div (x - 10) \quad (c)$$

$$(10x^2 - 31x + 24) \div \left(x - \frac{3}{2}\right) \quad (d)$$

حل:

$$\left. \begin{array}{l} a) (x^5 + 4x^4 + x^2 - 3x - 28) \div (x + 4) \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ Q(x) = x^4 + x - 7 \\ R = 0 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 4 & 0 & 1 & -3 & -28 & -4 \\ & & -4 & 0 & 0 & -4 & 28 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 & -7 & 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) (5x^4 - 6x^2 + 3x - 4) \div (x + 4) \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ Q(x) = 5x^3 - 20x^2 + 74x - 293 \\ R = 1168 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 5 & 0 & -6 & 3 & -4 & -4 \\ & -20 & 80 & -296 & 1172 & \\ \hline & 5 & -20 & 74 & -293 & 1168 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} c) (30x^3 - 20x^2 - 100x + 1000) \div (x - 10) \\ x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \\ Q(x) = 30x^2 + 280x + 2700 \\ R = 28000 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 30 & -20 & -100 & 1000 & 10 \\ & 300 & 2800 & 27000 & \\ \hline & 30 & 280 & 2700 & 28000 \end{array}$$

$$d) \left(10x^2 - 31x + 24 \right) \div \left(x - \frac{3}{2} \right) \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ Q(x) = 10x - 16 \\ R = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r|rrr} 10 & -31 & 24 & 3/2 \\ & 15 & -24 & \\ \hline 10 & -16 & 0 & \end{array}$$

3- توسط قضیه‌ی فکتور نشان دهید که $(x-1)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 2$ می‌باشد.

حل:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 2$$

$$p(1) = 1^3 - 4(1)^2 + 1 + 2 = 1 - 4 + 3 = 4 - 4 = 0$$

چون $p(1) = 0$ است بنابراین $(x-1)$ یک فکتور پولینوم مذکور می‌باشد.

4- توسط قضیه‌ی فکتور نشان دهید که $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^3 - \frac{1}{8}$ می‌باشد.

حل:

$$x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$p(x) = x^3 - \frac{1}{8}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$$

چون $p\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ است در نتیجه $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ یک فکتور پولینوم مذکور می‌باشد.

5- اگر $x = -\frac{1}{2}$ باشد قیمت پولینوم $p(x) = 5x^2 + x - 9$ را توسط تقسیم ترکیبی دریابید.

حل:

$$\begin{array}{r|rrr} 5 & 1 & -9 & -1/2 \\ & -5/2 & 3/4 & \\ \hline 5 & -3/2 & -33/4 & \end{array}$$

در نتیجه برای $x = -\frac{1}{2}$ قیمت پولینوم $p(x) = 5x^2 + x - 9$ مساوی است به $-\frac{33}{4}$

6- اگر $x = 3$ باشد قیمت پولینوم $k(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 1$ را توسط تقسیم ترکیبی دریابید.

حل:

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & -3 & 4 & 1 & 3 \\ & 6 & 9 & 39 & \\ \hline 2 & 3 & 13 & 40 & \end{array}$$

اگر $x = 3$ باشد قیمت پولینوم $k(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 1$

مساوی است به عدد 40

7- توسط تقسیم ترکیبی نشان دهید که عدد 3 یک جذر معادله $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$ می باشد.

حل:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -3 & 1 & -3 & 3 \\ & 3 & 0 & 3 & \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & \end{array}$$

چون $R = 0$ است، پس عدد 3 یک جذر معادله فوق می باشد.

8- توسط قضیه فکتور نشان دهید که اعداد 1- و 2 جذرهای معادله $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ می باشند.

حل: اعداد را در معادله وضع می داریم اگر معادله را صدق نمود در این صورت جذور معادله می باشند. قرار ذیل:

$$\begin{aligned} (-1)^4 - 5(-1)^2 + 4 = 0 &\Rightarrow 1 - 5 + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{5 - 5 = 0} \\ (2)^4 - 5(2)^2 + 4 = 0 &\Rightarrow 16 - 20 + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{20 - 20} \end{aligned}$$

دیده می شود که اعداد 1- و 2 جذرهای معادله $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ می باشند.

9- قیمت k را توسط تقسیم ترکیبی دریابید در صورتی که $(x+3)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = 3x^3 + kx^2 - 22x + 24$ باشد.

حل:

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & k & -22 & 24 & -3 \\ & -9 & -3k+27 & 9k-15 & \\ \hline 3 & k-9 & -3k+5 & 9k+9 & \end{array}$$

پس اگر $k = -1$ باشد $(x+3)$ یک فکتور

$$9k+9=0, k=-1$$

پولینوم $p(x) = 3x^3 + kx^2 - 22x + 24$ می باشد.

10- توسط تقسیم ترکیبی خارج قسمت و باقی مانده را دریابید.

$$\begin{aligned} (4x^4 - 5x^2 + 2x - 3) \div (x - 2) & \quad (a) \\ (x^3 - x^2 - 14x + 11) \div (x - 4) & \quad (b) \\ (7x^4 + 41x^2 - 6) \div (x + 6) & \quad (c) \\ (5x^3 - 3x + 7) \div (x + 4) & \quad (d) \end{aligned}$$

حل:

$$a) \left. \begin{array}{l} (4x^4 - 5x^2 + 2x - 3) \div (x - 2) \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ Q(x) = 4x^3 + 8x^2 + 11x + 24 \\ R = 45 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 4 & 0 & -5 & 2 & -3 & \\ & 8 & 16 & 22 & 48 & \\ \hline & 4 & 8 & 11 & 24 & 45 \end{array}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} (x^3 - x^2 - 14x + 11) \div (x - 4) \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ Q(x) = x^2 + 3x - 2 \\ R = 3 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -1 & -14 & 11 & \\ & 4 & 12 & -8 & \\ \hline & 1 & 3 & -2 & 3 \end{array}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} (7x^4 + 41x^2 - 6) \div (x + 6) \\ x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \\ Q(x) = 7x^3 - 42x^2 + 293x - 1758 \\ R = 10542 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 7 & 0 & 41 & 0 & -6 & \\ & -42 & 252 & -1758 & 10548 & \\ \hline & 7 & -42 & 293 & -1758 & 10542 \end{array}$$

$$d) \left. \begin{array}{l} (5x^3 - 3x + 7) \div (x + 4) \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ Q(x) = 5x^2 - 20x + 77 \\ R = -301 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 0 & -3 & 7 & \\ & -20 & 80 & -308 & \\ \hline & 5 & -20 & 77 & -301 \end{array}$$

11- قیمت‌های b و c را در صورتی دریابید که: اگر پولینوم $p(x) = x^4 + 6x^3 - 20x^2 + bx + c$ بر $x^2 - 3x + 2$ تقسیم کنیم و باقی‌مانده صفر شود.

حل:

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 + 6x^3 - 20x^2 + bx + c & x^2 - 3x + 2 \\
 \underline{\pm x^4 \mp 3x^3 \pm 2x^2} & \\
 9x^3 - 22x^2 + bx & \\
 \underline{\pm 9x^3 \mp 27x^2 \pm 18x} & \\
 5x^2 + bx - 18x + c & \\
 \underline{\pm 5x^2 \mp 15x \pm 10} & \\
 bx - 3x - 10 + c &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 bx - 3x - 10 + c = 0 \\
 (b - 3)x - 10 + c = 0 \\
 \left. \begin{array}{l} b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \\ -10 + c = 0 \Rightarrow c = 10 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

در نتیجه $b = 3$ و $c = 10$ می‌باشد.

12- قیمت m را دریابید در صورتی که اگر پولینوم $k(x) = 2x^3 + 5x^2 - mx + 4$ بالای $(x^2 + 2x - 1)$ تقسیم شود باقی‌مانده صفر شود.

حل:

$$\begin{array}{r|l}
 2x^3 + 5x^2 - mx + 4 & x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{\pm 2x^3 \pm 4x^2 \mp 2x} & \\
 x^2 - mx + 2x + 4 & \\
 \underline{\pm x^2 \pm 2x \mp 1} & \\
 -mx + 5 & \\
 -mx + 5 = 0 \Rightarrow -mx = -5 \Rightarrow \boxed{m = \frac{5}{x}}
 \end{array}$$

در نتیجه باید $m = \frac{5}{x}$ باشد.

13- اگر $k = 3a(x-1)^2 - a(x-1) - 4$ و $L = 16 + b(x-1) - 3b(x-1)^2$ باشد، $Kb + La$ را دریابید.

حل:

$$\begin{aligned}
 K &= 3a(x-1)^2 - a(x-1) - 4 \Rightarrow Kb = 3ab(x-1)^2 - ab(x-1) - 4b \\
 L &= 16 + b(x-1) - 3b(x-1)^2 \Rightarrow La = -3ab(x-1)^2 + ab(x-1) + 16a
 \end{aligned}$$

$$\boxed{Kb + La = -4b + 16a = 16a - 4b}$$

14- قیمت $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ را دریابید، در صورتی که $x + y + z = 1$ و $xy + yz + zx = 20$ باشد.

حل:

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$1^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(20)$$

$$1 = x^2 + y^2 + z^2 + 40 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 1 - 40 = -39$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = (x + y + z)[x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)] \\ &= (1)[-39 - (20)] = -59 \end{aligned}$$

$$\therefore \boxed{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = -59}$$

15- اگر $x + y = 6$ و $xy = 8$ باشد قیمت $x^3 + y^3$ را دریابید.

حل:

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$(6)^2 = x^2 + y^2 + 2(8) \Rightarrow 36 = x^2 + y^2 + 16 \Rightarrow x^2 + y^2 = 36 - 16 = 20$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 + y^2 - xy) = 6(20 - 8) = 6 \cdot 12$$

$$\boxed{x^3 + y^3 = 72}$$

16- به کدام قیمت x پولینوم $p(x) = 12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5$ بالای $(3x^2 - 1)$ پوره قابل تقسیم می‌باشد؟

حل:

$$\begin{array}{r|l} 12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5 & 3x^2 - 1 \\ \pm 12x^4 & \mp 4x^2 \\ \hline & 3x^3 - 9x^2 + x \\ & \pm 3x^3 & \mp x \\ \hline & -9x^2 + 2x + 5 \\ & \mp 9x^2 & \pm 3 \\ \hline & 2x + 2 = 0 \\ & 2x = -2 \Rightarrow \boxed{x = -1} \end{array}$$

در نتیجه به قیمت $x = -1$ پولینوم $p(x) = 12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5$ بالای $(3x^2 - 1)$ پوره قابل تقسیم می‌باشد.

17- به کدام قیمت p پولینوم $K(x) = 3x^3 - 7x^2 - 9x + p$ بالای $(x - 13)$ پوره قابل تقسیم می‌باشد؟

حل:

$$K(x) = 3x^3 - 7x^2 - 9x + p$$

$$x - 13 = 0 \Rightarrow x = 13$$

$$K(13) = 3(13)^3 - 7(13)^2 - 9(13) + p$$

$$K(13) = 3 \cdot 2197 - 7 \cdot 169 - 117 + p = 0$$

$$K(13) = 6591 - 1183 - 117 + p = 0 \Rightarrow 5291 + p = 0 \Rightarrow \boxed{p = -5291}$$

18- اگر پولینوم $p(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 1$ بالای $(2x + 1)$ تقسیم گردد بدون انجام دادن عملیهی تقسیم می‌توانید بگویید که باقی‌مانده چند خواهد بود؟

$$\frac{7}{2} (d) \quad 3 (c) \quad -\frac{3}{2} (b) \quad -3 (a \checkmark)$$

19- قیمت m را در صورتی دریابید که: اگر پولینوم $p(x) = 5x^2 + 6x - 7$ بر $(x + m)$ تقسیم شود باقی‌مانده (1) باشد؟

$$2 (a) \quad -\frac{4}{5} (b) \quad -4 (c) \quad \sqrt{d} (d) \text{ و } b \text{ درست اند}$$

20- اگر پولینوم $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x - 8$ بالای $(x + 3)$ تقسیم گردد بدون انجام دادن عملیهی تقسیم بگویید که باقی‌مانده چند می‌باشد؟

$$7 (d \checkmark) \quad -23 (c) \quad 13 (b) \quad 0 (a)$$

21- اگر $x = 4$, $y = -3$ و $z = 2$ باشد، قیمت افاده‌های الجبری زیر را دریابید.

$$a : x^2yz + zxy^2 + 3xyz^2 \quad b : \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{4}z^2$$

حل: قیمت‌های داده شده را در افاده‌های الجبری فوق وضع نموده قیمت‌های افاده‌ها به دست می‌آید. قرار ذیل:

$$\begin{aligned} a : x^2yz + zxy^2 + 3xyz^2 &= (4)^2(-3)(2) + (2)(4)(-3)^2 + 3(4)(-3)(2)^2 \\ &= 16(-6) + 72 - 12(12) = -96 + 72 - 144 = \boxed{-168} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b : \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{4}z^2 &= \frac{1}{2}(4)^2 - \frac{1}{3}(-3)^2 + \frac{1}{4}(2)^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 16 - \frac{1}{3} \cdot 9 + \frac{1}{4} \cdot 4 = 8 - 3 + 1 = \boxed{6} \end{aligned}$$

22- توسط تقسیم ترکیبی قیمت‌های پولینوم‌های زیر را برای قیمت‌های داده شده x دریابید:

- a) $p(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5$, $x = 2$
 b) $p(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$, $x = -1$
 c) $p(x) = 2x^4 - 5x^3 + 4x - 1$, $x = 1$
 d) $p(x) = 4x^4 + 6x^3 + x^2 + x - 3$, $x = -2$

حل:

a)

2	3	-2	5	2
	4	14	24	
2	7	12	29	

$p(2) = 29$

b)

3	4	-5	6	-1
	-3	-1	6	
3	1	-6	12	

$p(-1) = 12$

c)

2	-5	0	4	-1	1
	2	-3	-3	1	
2	-3	-3	1	0	

$p(1) = 0$

d)

4	6	1	1	-3	-2
	-8	4	-10	18	
4	-2	5	-9	15	

$p(-2) = 15$

23- یک جذر معادلات زیر داده شده اند توسط تقسیم ترکیبی جذرهای دیگر این معادله‌ها را معلوم کنید.

الف) $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$ یک جذر آن (3) می‌باشد.

ب) $x^3 - 5x^2 + 7x + 13 = 0$ یک جذر آن (-1) می‌باشد.

ج) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ یک جذر آن (-1) می‌باشد.

د) $x^4 - x^3 - 9x^2 - 11x - 4 = 0$ یک جذر آن (-1) می‌باشد.

حل:

$$x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x^2 + 1) = 0$$

$$x_1 = 3$$

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 / \sqrt{-1} \Rightarrow x = \sqrt{-1}$$

1	-3	1	-3	3
	3	0	3	
1	0	1	0	

(الف)

فقط یک جذر حقیقی دارد که عدد 3 می‌باشد.

$$x^3 - 5x^2 + 7x + 13 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2 - 6x + 13) = 0$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$x^2 - 6x + 13 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13 = 36 - 52 = -16 < 0$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 7 & 13 & -1 \\ & -1 & 6 & -13 & \\ \hline 1 & -6 & 13 & 0 & \end{array} \quad \text{(ب)}$$

در نتیجه فقط یک جذر دارد که عدد (-1) می باشد.

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^3 - x^2 - 4x + 4)$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -5 & 0 & 4 & -1 \\ & -1 & 1 & 4 & -4 & \\ \hline 1 & -1 & -4 & 4 & 0 & \end{array} \quad \text{(ج)}$$

باز هم $(x^3 - x^2 - 4x + 4)$ را توسط تقسیم ترکیبی بالایی عدد 1 تقسیم می داریم :

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -4 & 4 & 1 \\ & 1 & 0 & -4 & \\ \hline 1 & 0 & -4 & 0 & \end{array}$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-1)(x^2 - 4) = (x+1)(x-1)(x-2)(x+2) = 0$$

$$x+1=0 \Rightarrow x_1 = -1, \quad x-1=0 \Rightarrow x_2 = 1, \quad x-2=0 \Rightarrow x_3 = 2, \quad x+2=0 \Rightarrow x_4 = -2$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -9 & -11 & -4 & -1 \\ & -1 & 2 & 7 & 4 & \\ \hline 1 & -2 & -7 & -4 & 0 & \end{array} \quad \text{(د)}$$

$$x^4 - x^3 - 9x^2 - 11x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^3 - 2x^2 - 7x - 4) = 0$$

باز هم از تقسیم ترکیبی استفاده می نماییم:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -7 & -4 & -1 \\ & -1 & 3 & 4 & \\ \hline 1 & -3 & -4 & 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 - 2x^2 - 7x - 4) = 0 \Rightarrow (x+1)(x+1)(x^2 - 3x - 4) = (x+1)(x+1)(x-4)(x+1) = 0$$

$$\boxed{x_1 = -1, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = 4, \quad x_4 = -1}$$

24- اگر $p(x) = 0$ باشد، درجه‌ی پولینوم $p(x)$ چند است؟

(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) تعریف نشده است

25- از مساحت مستطیلی که ابعاد آن $(x+5)$ و $(x+2)$ می‌باشد مساحت مستطیلی را تفریق کنید که ابعاد آن $(x+3)$ و $(x+1)$ باشند.

حل:

$$(x+5)(x+2) - (x+3)(x+1) = x^2 + 2x + 5x + 10 - (x^2 + x + 3x + 3) \\ = x^2 + 2x + 5x + 10 - x^2 - x - 3x - 3 = \boxed{3x+7}$$

26- اگر $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ و $a=13$ ، $b=5$ ، $c=12$ و $p = \frac{a+b+c}{2}$ باشد قیمت A را دریابید.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+5+12}{2} = \frac{30}{2} = 15 \\ A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \Rightarrow A = \sqrt{15(15-13)(15-5)(15-12)} \\ \Rightarrow A = \sqrt{15(2)(10)(3)} = \sqrt{900} = 30 \Rightarrow \boxed{A=30}$$

27- اگر $(x-1)^3$ و $x^3 + ax^2 + bx + c$ پولینوم‌های معادل باشند قیمت b مساوی است به:

(a) 1 (b) 3 (c) -3 (d) -1

28- حاصل افاده‌ی $\left(a - \frac{2}{a-1}\right) \left(a \div \frac{a+1}{a-1}\right)$ مساوی است به:

(a) $a(a+1)$ (b) $a(a-2)$ (c) $\frac{a-2}{a}$ (d) $\frac{a-1}{a}$

29- حاصل ضرب $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)$ مساوی است به:

(a) $x^2 - y^2$ (b) $x^2 + y^2$ (c) $2x^2 - y$ (d) $x - y$

30- پولینوم‌های زیر را به طور نزولی (Descending Order) ترتیب و نیز درجه‌های آن‌ها را معلوم کنید.

(a) $-5x^2 + 3x^5 + 9$ (b) $-x^2 + xy^2z^3 - x^5$ (c) 3

حل:

$$a) -5x^2 + 3x^5 + 9 \Rightarrow 3x^5 - 5x^2 + 9, n = 5$$

$$b) -x^2 + xy^2z^3 - x^5 \Rightarrow -x^5 - x^2 + xy^2z^3, n = 5$$

$$c) 3, n = 0$$

31- در پولینوم $Q(x) = x^2 + 3x - 5$ قیمت $Q(-1)$ مساوی است به:

$$-1 (d)$$

$$1 (c)$$

$$-7 (b \sqrt{ })$$

$$7 (a)$$

32- اگر $P(x) = x^2 - 2x + 3$ و $Q(x) = 2x^2 + 3x - 1$ باشد قیمت افاده‌های زیر را دریابید:

$$P(x) - Q(x)$$

$$P(0) + Q(0)$$

$$P(1) - Q(-1)$$

$$P(x) - P(x)$$

$$[P(x) + Q(x)] + P(x)$$

حل:

$$P(x) - Q(x) = x^2 - 2x + 3 - (2x^2 + 3x - 1) = x^2 - 2x + 3 - 2x^2 - 3x + 1 = \boxed{-x^2 - 5x + 4}$$

$$P(x) - P(x) = (x^2 - 2x + 3) - (x^2 - 2x + 3) = \boxed{0}$$

$$P(0) + Q(0) = 3 - 1 = \boxed{2}$$

$$[P(x) + Q(x)] + P(x) = [x^2 - 2x + 3 + 2x^2 + 3x - 1] + x^2 - 2x + 3 = \boxed{4x^2 - x + 5}$$

$$P(1) - Q(-1) = 1 - 2 + 3 - (2 - 3 - 1) = 2 + 2 = \boxed{4}$$

33- پولینوم‌های زیر را نظر به y به طور نزولی ترتیب نمایید.

$$4x^2y - 3xy^2 + x^3 + y^3$$

$$4xy^3 - 3x^3y + 2x^2y^2 + x^4 + y^4$$

حل:

$$4x^2y - 3xy^2 + x^3 + y^3 \Rightarrow y^3 - 3xy^2 + 4x^2y + x^3$$

$$4xy^3 - 3x^3y + 2x^2y^2 + x^4 + y^4 \Rightarrow y^4 + 4xy^3 + 2x^2y^2 - 3x^3y + x^4$$

34- در افاده‌های اجبری زیر، پولینوم‌ها، افاده‌های ناطق و غیر ناطق الجبری را نشان دهید.

$$a) 13$$

,

$$b) \sqrt{2}x$$

,

$$c) 0$$

$$d) \frac{3x^2}{2}$$

,

$$e) \sqrt{x} - \frac{1}{x}$$

,

$$f) y^2 - \frac{1}{y^2}$$

حل:

(a) 13 یک پولینوم ثابت می باشد.

(b) $\sqrt{2}x$ یک پولینوم است و در ضمن یک افاده‌ی الجبری ناطق نیز می باشد.

(c) 0 پولینوم صفری می باشد.

(d) $\frac{3x^2}{2}$ یک پولینوم است و در ضمن یک افاده‌ی الجبری ناطق نیز می باشد.(e) $\sqrt{x} - \frac{1}{x}$ یک افاده‌ی الجبری غیر ناطق می باشد.(f) $y^2 - \frac{1}{y^2}$ پولینوم نیست اما یک افاده‌ی الجبری ناطق می باشد.

-35

-36 حاصل افاده‌ی $(1 + 2x + 3x^2) + (3x - 5 - 2x^2) + (-x^2 - 5x + 4)$ مساوی است به:

$$1 \text{ (a)} \quad 0 \text{ (b)} \quad -1 \text{ (c)} \quad 2 \text{ (d)}$$

-37 حاصل ضرب دو افاده‌ی الجبری $(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$ می باشد. اگر یک افاده‌ی الجبری $(a + b + c)$ باشد افاده‌ی دیگری را معلوم کنید.

حل:

$$(a + b + c)(x) = (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) \Rightarrow x = \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c} = \boxed{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac}$$

در نتیجه افاده‌ی دیگر عبارت از $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$ می باشد.

-38 خارج قسمت ها را دریابید.

$$\begin{array}{ll} a) (12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5) \div (3x^2 - 1) & , \quad b) (a^3 + b^3) \div (a + b) \\ c) (4x^3 - 10x^2 + 12x + 6) \div (2x + 1) & , \quad d) (a^5 - b^5) \div (a - b) \\ e) \frac{x^{a-2}}{x} & , \quad f) \frac{-m^a}{m^b} \end{array}$$

حل:

$$a) (12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5) \div (3x^2 - 1)$$

$$\begin{array}{r}
 4x^2 + x - 3 \\
 3x^2 + 0x - 1 \overline{) 12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5} \\
 \underline{12x^4 + 0x^3 - 4x^2} \\
 3x^3 - 9x^2 + x + 5 \\
 \underline{3x^3 + 0x^2 - x} \\
 -9x^2 + 2x + 5 \\
 \underline{-9x^2 + 0x + 3} \\
 2x + 2
 \end{array}$$

در نتیجه خارج قسمت مساوی است به: $Q(x) = 4x^2 + x - 3$

b) $(a^3 + b^3) \div (a + b)$

$$\begin{array}{r}
 a^3 + b^3 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \pm a^3 \quad \pm a^2 b \\
 \hline
 -a^2 b + b^3 \\
 \mp a^2 b \quad \mp ab^2 \\
 \hline
 ab^2 + b^3 \\
 \pm ab^2 \pm b^3 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

در نتیجه خارج قسمت مساوی است به: $a^2 - ab + b^2$

c) $(4x^3 - 10x^2 + 12x + 6) \div (2x + 1)$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 6x + 9 \\
 2x + 1 \overline{) 4x^3 - 10x^2 + 12x + 6} \\
 \underline{4x^3 + 2x^2} \\
 -12x^2 + 12x + 6 \\
 \underline{-12x^2 - 6x} \\
 18x + 6 \\
 \underline{18x + 9} \\
 -3
 \end{array}$$

در نتیجه خارج قسمت مساوی است به: $Q(x) = 2x^2 - 6x + 9$

$$d) (a^5 - b^5) \div (a - b)$$

$$\begin{array}{r|l}
 a^5 - b^5 & a - b \\
 \hline
 \pm a^5 & a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4 \\
 \hline
 a^4b - b^5 & \\
 \pm a^4b & \mp a^3b^2 \\
 \hline
 a^3b^2 - b^5 & \\
 \pm a^3b^2 & \mp a^2b^3 \\
 \hline
 a^2b^3 - b^5 & \\
 \pm a^2b^3 & \mp ab^4 \\
 \hline
 ab^4 - b^5 & \\
 \pm ab^4 & \mp b^5 \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

خارج قسمت مساوی است به: $a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4$

$$e) \frac{x^{a-2}}{x} = x^{a-2-1} = \boxed{x^{a-3}} \quad , \quad f) \frac{-m^a}{m^b} = \boxed{-m^{a-b}}$$

39- ضرب کنید.

$$\begin{array}{ll}
 a) (a^{2x} - 2)(a^{2x} - 2) & , \quad b) \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) \\
 c) (e^x + 1)(e^x - 1) & , \quad d) (m^2 - 2n^2)(2m^2 - n^2) \quad -40 \\
 e) (0.1x^2)(0.1x^2)(0.1x^2) & , \quad f) \left(2\frac{1}{2}mn\right)\left(2\frac{1}{2}mn\right)\left(2\frac{1}{2}mn\right)
 \end{array}$$

حل:

$$a) (a^{2x} - 2)(a^{2x} - 2) = a^{4x} - 2a^{2x} - 2a^{2x} + 4 = \boxed{a^{4x} - 4a^{2x} + 4}$$

$$b) \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8} = \boxed{\frac{1}{8}x^2 + \frac{5}{16}x + \frac{1}{8}}$$

$$c) (e^x + 1)(e^x - 1) = e^{2x} - e^x + e^x - 1 = \boxed{e^{2x} - 1}$$

$$d) (m^2 - 2n^2)(2m^2 - n^2) = 2m^4 - m^2n^2 - 4m^2n^2 + 2n^4 = \boxed{2m^4 - 5m^2n^2 + 2n^4}$$

$$e) (0.1x^2)(0.1x^2)(0.1x^2) = \boxed{0.001x^6}$$

$$f) \left(2\frac{1}{2}mn\right)\left(2\frac{1}{2}mn\right)\left(2\frac{1}{2}mn\right) = \left(\frac{5}{2}mn\right)\left(\frac{5}{2}mn\right)\left(\frac{5}{2}mn\right) = \boxed{\left(\frac{125}{8}m^3n^3\right)}$$

41- افاده‌های زیر را ساده و جمع کنید.

$$a) (a-1)+1-(a-1)-3, \quad b) -(10mn-m)-(m^2+m)+m^2$$

$$c) (y^2-1)+(y^2-1), \quad d) [-4(a-b)-5]+[(2a+b)-(a-b)]$$

$$e) 10[-\{-(x^2-1)+5\}-x(x-2)], \quad f) 10(x+1)-(x+1)-3(x+2)$$

$$g) mn-4+mn-5$$

حل:

$$a) (a-1)+1-(a-1)-3 = a-1+1-a+1-3 = \boxed{-2}$$

$$b) -(10mn-m)-(m^2+m)+m^2 = -10mn+m-m^2-m+m^2 = \boxed{-10mn}$$

$$c) (y^2-1)+(y^2-1) = y^2-1+y^2-1 = \boxed{2y^2-2=2(y^2-1)}$$

$$d) [-4(a-b)-5]+[(2a+b)-(a-b)] = [-4a+4b-5]+[2a+b-a+b] \\ = -4a+4b-5+2a+b-a+b = \boxed{-3a+6b-5}$$

$$e) 10[-\{-(x^2-1)+5\}-x(x-2)] = 10[-\{-x^2+1+5\}-x^2+2x] \\ = 10[x^2-1-5-x^2+2x] = \boxed{10[2x-6]=20x-60}$$

$$f) 10(x+1)-(x+1)-3(x+2) = 10x+10-x-1-3x-6 = \boxed{6x+3}$$

$$g) mn-4+mn-5 = \boxed{2mn-9}$$

42- اگر $a + b = 9$ و $ab = 20$ باشد، قیمت $a - b$ را دریابید.

حل:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(9)^2 = a^2 + 2(20) + b^2$$

$$81 = a^2 + b^2 + 40$$

$$a^2 + b^2 = 81 - 40 = 41 \Rightarrow a^2 + b^2 = 41$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = \underbrace{a^2 + b^2}_{41} - \underbrace{2ab}_{20} = 41 - 2 \cdot 20 = 41 - 40 = 1$$

$$(a - b)^2 = 1 / \sqrt{} \Rightarrow \sqrt{(a - b)^2} = \sqrt{1} \Rightarrow \boxed{a - b = \pm 1}$$

43- اگر $a + b = 7$ و $a - b = 1$ باشد، قیمت‌های $a^2 + b^2$ ، $4ab$ و $8ab(a^2 + b^2)$ را دریابید.

حل:

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$(7)^2 - (1)^2 = 4ab$$

$$49 - 1 = 4ab \Rightarrow 4ab = 48 / \div 2 \Rightarrow 2ab = 24$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$49 = a^2 + b^2 + 24 \Rightarrow a^2 + b^2 = 49 - 24 = 25 \Rightarrow \boxed{a^2 + b^2 = 25}$$

$$2ab = 24 \Rightarrow ab = 12 / \cdot 8(a^2 + b^2)$$

$$8ab(a^2 + b^2) = 12 \cdot 8(a^2 + b^2)$$

$$8ab(a^2 + b^2) = 12 \cdot 8(25) = 12 \cdot 200 = 2400$$

$$\boxed{8ab(a^2 + b^2) = 2400}$$

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

