

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حل تمرینات ریاضی فصل اول (قسمت دوم) – پولینوم





فهرست مطالب

فصل اول (قسمت دوم).....	1
پولینوم (Polynomial).....	1
تمرین صفحه‌ی (32).....	1
تمرین صفحه‌ی (36).....	4
تمرین صفحه‌ی (40).....	7
تمرین صفحه‌ی (43).....	9
مأخذ.....	12

فصل اول
(قسمت دوم)
پولینوم (Polynomial)

اهدا کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

جواز/دارنده حق چاپ:

فصل اول (قسمت دوم)

پولینوم (Polynomial)

تمرین صفحه‌ی (32)

1- به کمک قضیه‌ی (Remainder theorem) باقیمانده را دریابید.

$$(6p^3 + 2p^2 - p + 20) \div \left(p - \frac{1}{2}\right) \quad (b) \quad (5x^3 - x^2 + 4x + 1) \div (x - 3) \quad (a)$$

$$(4y^2 - y - 6) \div (y - 1.6) \quad (d) \quad (6x^2 + 15) \div (4x + 9) \quad (c)$$

حل:

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} (5x^3 - x^2 + 4x + 1) \div (x - 3) \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} p(3) = 5 \cdot (3)^3 - (3)^2 + 4(3) + 1 \\ p(3) = 5 \cdot 27 - 9 + 12 + 1 \\ p(3) = 135 + 4 \\ \therefore \boxed{p(3) = 139} \end{cases}$$

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} (6p^3 + 2p^2 - p + 20) \div \left(p - \frac{1}{2}\right) \\ p - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} p\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 20 \\ p\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 20 \\ p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 20 \\ p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3+80}{4} = \frac{83}{4} \\ \therefore \boxed{p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{83}{4}} \end{cases}$$

$$c) \quad \left. \begin{array}{l} (6x^2 + 15) \div (4x + 9) \\ 4x + 9 = 0 \Rightarrow 4x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p\left(-\frac{9}{4}\right) = 6 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^2 + 15 \\ p\left(-\frac{9}{4}\right) = 6 \cdot \left(\frac{81}{16}\right) + 15 \\ p\left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{3 \cdot 81}{8} + 15 \\ p\left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{243}{8} + 15 = \frac{243 + 120}{8} = \frac{363}{8} \\ \therefore \boxed{p\left(-\frac{9}{4}\right) = 45.375} \end{array} \right.$$

$$d) \quad \left. \begin{array}{l} (4y^2 - y - 6) \div (y - 1.6) \\ y - 1.6 = 0 \Rightarrow y = 1.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p(1.6) = 4(1.6)^2 - (1.6) - 6 \\ p(1.6) = 4 \cdot (2.56) - 1.6 - 6 \\ p(1.6) = 10.24 - 7.6 \\ \therefore \boxed{p(1.6) = 2.64} \end{array} \right.$$

2- اگر پولینوم $5x^3 - k^2x^2 + 3kx - 6$ بر $x + 2$ تقسیم شود به کمک قضیه‌ی باقی‌مانده بگویید که به کدام قیمت k باقی‌مانده 44- خواهد شد؟

حل:

$$\left. \begin{array}{l} 5x^3 - k^2x^2 + 3kx - 6 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p(-2) = 5(-2)^3 - k^2(-2)^2 + 3k(-2) - 6 \\ p(-2) = 5(-8) - 4k^2 - 6k - 6 = -40 - 4k^2 - 6k - 6 \\ p(-2) = -4k^2 - 6k - 46 \\ p(-2) = -44 \\ -44 = -4k^2 - 6k - 46 \Rightarrow -4k^2 - 6k - 46 + 44 = 0 \\ -4k^2 - 6k - 2 = 0 \div (-2) \Rightarrow 2k^2 + 3k + 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ k = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4} \\ \boxed{k_1 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}, \quad k_2 = \frac{-4}{4} = -1} \end{array} \right.$$

بنابر آن به قیمت‌های $k_1 = -\frac{1}{2}$ و $k_2 = -1$ باقی‌مانده 44- می‌شود.

3- اگر پولینوم $2k^2y^4 - ky^2 + 1$ بالای $y - \frac{1}{2}$ تقسیم شود به کدام قیمت k عدد 2 باقی می‌ماند.

حل: مانند سوال دوم حل می‌گردد، باید $k_1 = 4$ یا $k_2 = -2$ باشد.

4- اگر پولینوم $m^2x^4 - 10x^2 + 2$ بالای $x - 1$ تقسیم شود به کدام قیمت m باقی‌مانده‌ی آن 17 می‌شود؟
حل: همچنان مانند سوال دوم حل می‌گردد که در نتیجه باید $m = \pm 5$ باشد.

تمرین صفحه‌ی (36)

1- به کدام قیمت k ، $(x-2)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = 2x^4 - x^3 + kx^2 + kx - 12$ می‌باشد؟

حل:

$$p(x) = 2x^4 - x^3 + kx^2 + kx - 12 \quad \left\{ \begin{array}{l} p(2) = 2(2)^4 - (2)^3 + k(2)^2 + k(2) - 12 \\ p(2) = 2 \cdot 16 - 8 + 4k + 2k - 12 \\ p(2) = 32 - 8 + 4k + 2k - 12 = 6k - 20 \\ p(2) = 6k + 12 \\ p(2) = 0 \Rightarrow 6k + 12 = 0 \\ 6k = -12 \Rightarrow \boxed{k = -2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p(2) = 2(2)^4 - (2)^3 + k(2)^2 + k(2) - 12 \\ p(2) = 2 \cdot 16 - 8 + 4k + 2k - 12 \\ p(2) = 32 - 8 + 4k + 2k - 12 = 6k - 20 \\ p(2) = 6k + 12 \\ p(2) = 0 \Rightarrow 6k + 12 = 0 \\ 6k = -12 \Rightarrow \boxed{k = -2} \end{array} \right.$$

در نتیجه به قیمت $k = -2$ ، $(x-2)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = 2x^4 - x^3 + kx^2 + kx - 12$ می‌باشد.

2- آیا $(x+3)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^5 - x^3 + 27x^2 - 27$ می‌باشد؟

حل:

از اینکه $p(-3) = R = (-3)^5 - (-3)^3 + 27(-3)^2 - 27 = -243 + 27 + 243 - 27 = 0$ می‌شود پس واضح است که $(x+3)$ یک فکتور پولینوم فوق می‌باشد.

3- توسط قضیه‌ی فکتور نشان دهید که $(x+7)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^3 + 8x^2 + 8x + 7$ می‌باشد.

حل: از اینکه $p(-7) = R = (-7)^3 + 8(-7)^2 + 8(-7) + 7 = -343 + 392 - 56 + 7 = 0$ می‌باشد پس $(x+7)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = x^3 + 8x^2 + 8x + 7$ می‌باشد.

4- بدون انجام دادن عملیه‌ی تقسیم نشان دهید که آیا $(y-7)$ یک فکتور پولینوم

$$p(y) = y^4 + 2y^3 - 6y^2 - 14y - 7$$

حل: $p(7) = R = 7^4 + 2(7)^3 - 6(7)^2 - 14(7) - 7 = 2401 + 686 - 294 - 98 - 7 = 2688 \neq 0$

از اینکه $p(7) = R = 2688 \neq 0$ است بنابراین $(y-7)$ فکتور پولینوم فوق نمی‌باشد.

5- نشان دهید که آیا $\left(m + \frac{1}{2}\right)$ یک فکتور پولینوم $p(x) = 2m^2 + 4m - 2$ می باشد.

حل:
$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = R = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = 2 \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - 4 \neq 0$$

در نتیجه $\left(m + \frac{1}{2}\right)$ یک فکتور پولینوم مذکور نمی باشد.

6- به کمک قضیهی فکتور پولینوم $x^3 + x^2 - 10x + 8$ را تجزیه کنید.

حل: به طریقهی قیمت گذاری آن را تجزیه می داریم: $p(1) = R = 1^3 + 1^2 - 10 \cdot 1 + 8 = 10 - 10 = 0$

چون به قیمت عدد 1 باقیمانده صفر شد بنابراین یک فکتور پولینوم فوق عبارت از $(x - 1)$ می باشد، حالا پولینوم متذکره

را بالای این باینوم تقسیم نموده نتیجهی تجزیه را دریافت می داریم:

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 8 \\ x - 1 \overline{) x^3 + x^2 - 10x + 8} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ 2x^2 - 10x + 8 \\ \underline{2x^2 - 2x} \\ -8x + 8 \\ \underline{-8x + 8} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 - 10x + 8 = (x - 1)(x^2 + 2x - 8) = \boxed{(x - 1)(x + 4)(x - 2)}$$

7- اگر $(x - 1)$ و $(x + 1)$ فکتورهای پولینوم $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ باشند، قیمت های a و b را دریابید.

حل:

$$\left. \begin{array}{l} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p(1)=1^3+a \cdot 1^2+b \cdot 1+2=a+b+3 \Rightarrow a+b=-3 \\ p(-1)=(-1)^3+a(-1)^2+b(-1)+2=-1+a-b+2 \Rightarrow a-b=-1 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} a+b=-3 \dots I \\ a-b=-1 \dots II \end{array} \right. \\ \hline I+II \Rightarrow 2a=-4 \Rightarrow \boxed{a=-2} \\ a+b=-3 \Rightarrow -2+b=-3 \Rightarrow \boxed{b=-1}$$

8- به کدام قیمت k ، $(x-5)$ یک فکتور پولینوم $Q(x) = x^3 - 5x^2 - 16x + k$ می باشد؟

حل:

$$\left. \begin{array}{l} x-5=0 \\ \Rightarrow x=5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q(x) = x^3 - 5x^2 - 16x + k \\ Q(5) = 5^3 - 5(5)^2 - 16(5) + k \\ Q(5) = 125 - 125 - 80 + k = k - 80 \\ Q(5) = 0 \Rightarrow k - 80 = 0 \Rightarrow \boxed{k=80} \end{array} \right.$$

9- به کدام قیمت k ، عدد (-1) یک جذر معادله $x^3 - 9x^2 + 14x + k = 0$ می باشد؟

حل:

$$\begin{aligned} (-1)^3 - 9(-1)^2 + 14(-1) + k &= 0 \\ -1 - 9 - 14 + k &= 0 \\ -24 + k &= 0 \Rightarrow \boxed{k=24} \end{aligned}$$

تمرین صفحه‌ی (40)

1- توسط تقسیم ترکیبی خارج قسمت و باقیمانده را دریابید.

$$a) (10x^2 + 2x + 1) \div (x + 1)$$

$$b) (5x^3 - 3x + 7) \div (x + 4)$$

$$c) (6p^3 + 2p^2 - p + 20) \div \left(p - \frac{1}{2}\right)$$

$$d) (2x^3 - 7x^2 - 2x + 12) \div (2x - 3)$$

$$e) (6x^2 + 15) \div (4x + 9)$$

حل:

$$a) (10x^2 + 2x + 1) \div (x + 1)$$

10	2	1	-1
	-10	8	
10	-8	9	

↑
ضرایب خارج قسمت
↑
باقیمانده

باقیمانده مساوی است به: $R = 9$ و خارج قسمت مساوی است به: $Q(x) = 10x - 8$

یعنی عدد اخیر طرف راست باقیمانده و اعداد طرف چپ آن ضرایب خارج قسمت را تشکیل می‌دهد.

مانند حل سوال فوق سوالات متباقی را قرار ذیل حل می‌نماییم:

$$b) (5x^3 - 3x + 7) \div (x + 4)$$

$$R = -301$$

$$Q(x) = 5x^2 - 20x + 77$$

5	0	-3	7	-4
	-20	80	-308	
5	-20	77	301	

$$c) (6p^3 + 2p^2 - p + 20) \div \left(p - \frac{1}{2}\right)$$

$$R = \frac{83}{4}$$

$$Q(x) = 6x^2 + 5x + \frac{3}{2}$$

6	2	-1	20	$\frac{1}{2}$
	3	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{4}$	
6	5	$\frac{3}{2}$	$\frac{83}{4}$	

$$d) (2x^3 - 7x^2 - 2x + 12) \div (2x - 3)$$

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$R = 0$$

$$Q(x) = \frac{2x^2 - 4x - 8}{2} = x^2 - 2x - 4$$

$$\begin{array}{rrrr|l} 2 & -7 & -2 & 12 & 3/2 \\ & 3 & -6 & -12 & \\ \hline 2 & -4 & -8 & 0 & \end{array}$$

$$e) (6x^2 + 15) \div (4x + 9)$$

$$4x + 9 = 0 \Rightarrow 4x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{4}$$

$$R = \frac{363}{8}$$

$$Q(x) = \frac{6x - \frac{27}{2}}{4} = \frac{3}{2}x - \frac{27}{8}$$

$$\begin{array}{rrrr|l} 6 & 0 & 15 & & -9/4 \\ & -54/4 & 243/8 & & \\ \hline 6 & -54/4 & 363/8 & & \end{array}$$

2- توسط تقسیم ترکیبی باقیمانده و خارج قسمت ها را دریابید.

$$a) (y^5 - 17y^3 - 9) \div (y - 3)$$

$$b) (4x^3 - 2x^2 + 5) \div (x - 5)$$

$$c) (x^3 + 8x^2 + 8x + 7) \div (x + 7)$$

حل:

$$a) (y^5 - 17y^3 - 9) \div (y - 3)$$

$$y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$$

$$R = -225$$

$$Q(x) = y^4 + 3y^3 - 8y^2 - 24y - 72$$

$$\begin{array}{rrrrrr|l} 1 & 0 & -17 & 0 & 0 & -9 & 3 \\ & 3 & 9 & -24 & -72 & -216 & \\ \hline 1 & 3 & -8 & -24 & -72 & -225 & \end{array}$$

$$b) (4x^3 - 2x^2 + 5) \div (x - 5)$$

$$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$R = 455$$

$$Q(x) = 4x^2 + 18x + 90$$

4	-2	0	5	5
	20	90	450	
4	18	90	455	

$$c) (x^3 + 8x^2 + 8x + 7) \div (x + 7)$$

$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

$$R = 0$$

$$Q(x) = x^2 + x + 1$$

1	8	8	7	-7
	-7	-7	-7	
1	1	1	0	

تمرین صفحه‌ی (43)

1- توسط تقسیم ترکیبی نشان دهید که $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ یک فکتور پولینوم $20x^3 + 7x + 6$ و $(x + 1)$ یک فکتور پولینوم

$$x^4 - 2x^2 + x + 2 \text{ می‌باشد.}$$

حل: اگر باقیمانده صفر (0) باشد پولینوم مقسوم علیه یک فکتور پولینوم مقسوم می‌باشد.

$$x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$R = 0$$

20	0	7	6	-1/2
	-10	5	-6	
20	-10	12	0	

چون $R = 0$ است در نتیجه $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ یک فکتور پولینوم $20x^3 + 7x + 6$ می‌باشد.

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$R = 0$$

1	0	-2	1	2	-1
	-1	1	1	-2	
1	-1	-1	2	0	

چون $R = 0$ است در نتیجه $(x+1)$ یک فکتور پولینوم $x^4 - 2x^2 + x + 2$ می‌باشد.

2- آیا $(x - 0.1)$ یک فکتور پولینوم $10x^3 - 11x^2 + 1$ می‌باشد؟ چرا؟

حل: مانند مثال بالا عمل می‌کنیم:

$$x - 0.1 = 0 \Rightarrow x = 0.1$$

$$R = 0.9 \neq 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 10 & -11 & 0 & 1 & 0.1 \\ & 1 & -1 & -0.1 & \\ \hline 10 & -10 & -1 & 0.9 & \end{array}$$

چون $R = 0.9 \neq 0$ است در نتیجه $(x - 0.1)$ یک فکتور پولینوم $10x^3 - 11x^2 + 1$ نمی‌باشد.

3- توسط تقسیم ترکیبی قیمت پولینوم $y^3 - 6y^2 + y - 6$ را برای $y = 6$ دریابید.

حل:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -6 & -1 & 6 & 6 \\ & 6 & 0 & -6 & \\ \hline 1 & 0 & -1 & 0 & \end{array}$$

در نتیجه برای $y = 6$ قیمت پولینوم $y^3 - 6y^2 + y - 6$ مساوی به صفر می‌باشد.

4- اگر عدد (1) یک جذر معادله‌ی $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$ باشد جنور دیگر این معادله را توسط تقسیم ترکیبی دریابید.

حل:

$$R = 0$$

$$Q(x) = x^2 + 2x - 8$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$x+4=0 \Rightarrow \boxed{x_1 = -4}$$

$$x-2=0 \Rightarrow \boxed{x_2 = 2}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -10 & 8 & 1 \\ & 1 & 2 & -8 & \\ \hline 1 & 2 & -8 & 0 & \end{array}$$

5- اگر عدد (-2) یک جذر معادله‌ی $x^3 + 4x^2 + kx + 8 = 0$ باشد به کمک تقسیم ترکیبی قیمت k را دریابید.

حل:

$$R = 0 \Rightarrow -2k + 16 = 0$$

$$-2k = -16 / \div (-2)$$

$$\frac{-2k}{-2} = \frac{-16}{-2} \Rightarrow \boxed{k = 8}$$

1	4	k	8	-2
	-2	-4	-2k+8	
1	2	k-4	<u>-2k+16</u>	
			R	

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

