

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حل تمرینات ریاضی فصل سوم (قسمت اول) – تابع





فهرست مطالب

1	فصل سوم (قسمت اول)
1	تابع
1	تمرین صفحه‌ی (72)
2	تمرین صفحه‌ی (76)
4	تمرین صفحه‌ی (82)
6	تمرین صفحه‌ی (86)
8	تمرین صفحه‌ی (92)
9	تمرین صفحه‌ی (96)
11	تمرین صفحه‌ی (102)
13	مأخذ

فصل سوم

(قسمت اول)

تابع

اهدا کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

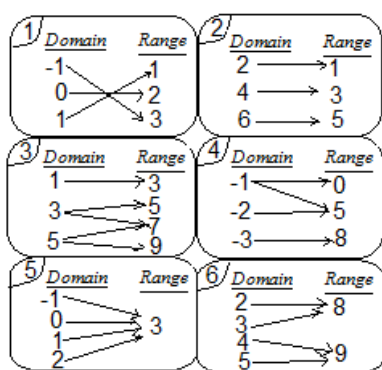
جواز/دارنده حق چاپ: دامنه عمومی / CC0

نویسنده: انجنیر ستار بهادری

فصل سوم (قسمت اول)

تابع

تمرین صفحه‌ی (72)



1- کدام یک از جدول‌های مقابل یک تابع را نشان می‌دهد.

حل: جدول‌های 1، 2، 5 و 6 تابع اند اما جدول‌های 3 و 4 تابع نیستند.

2- کدام یک از ست‌های جورهای مرتب زیر یک تابع را نشان می‌دهد؟ ناحیه‌ی تعریف (Domain) و ناحیه‌ی قیمت‌های (Range) آن‌ها را تعیین کنید.

$$1 - \{(2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\}$$

$$2 - \{(-1, 4), (0, 3), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$3 - \{(10, -10), (5, -5), (0, 0), (5, 5), (10, 10)\}$$

$$4 - \{(-10, 10), (-5, 5), (0, 0), (5, 5), (10, 10)\}$$

$$5 - \{(0, 11), (1, 1), (2, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2)\}$$

$$6 - \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$$

حل:

$$1 - \{(2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\} \Rightarrow \underline{\text{Domain}} = \{2, 3, 4, 5\} \quad , \quad \underline{\text{Range}} = \{4, 6, 8, 10\}$$

$$2 - \{(-1, 4), (0, 3), (1, 2), (2, 1)\} \Rightarrow \underline{\text{Domain}} = \{-1, 0, 1, 2\} \quad , \quad \underline{\text{Range}} = \{4, 3, 2, 1\}$$

$$3 - \{(10, -10), (5, -5), (0, 0), (5, 5), (10, 10)\} \Rightarrow \underline{\text{Domain}} = \{10, 5, 0\} \quad , \quad \underline{\text{Range}} = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$$

$$4 - \{(-10, 10), (-5, 5), (0, 0), (5, 5), (10, 10)\} \Rightarrow \underline{\text{Domain}} = \{-10, -5, 0, 5, 10\} \quad , \quad \underline{\text{Range}} = \{10, 5, 0\}$$

$$5 - \{(0, 11), (1, 1), (2, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2)\} \Rightarrow \underline{\text{Domain}} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad , \quad \underline{\text{Range}} = \{11, 1, 2\}$$

$$6 - \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 2)\} \Rightarrow \underline{\text{Domain}} = \{1, 2, 3\} \quad , \quad \underline{\text{Range}} = \{1, 2\}$$

تمرین صفحه‌ی (76)

1- اگر $g(x) = x^2 + x - 2$ و $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ باشد، $g(-2)$ ، $f(-3)$ ، $g(2) - g(-3)$ و $\frac{f(0) \cdot g(-2)}{f(-3)}$

را معلوم کنید.

حل:

$$g(-2) = (-2)^2 + (-2) - 2 = 4 - 2 - 2 = 0$$

$$f(-3) = 2(-3)^2 + 3(-3) - 1 = 18 - 9 - 1 = 8$$

$$g(2) = (2)^2 + (2) - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$$

$$g(-3) = (-3)^2 + (-3) - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$$

$$g(2) - g(-3) = 4 - 4 = 0$$

$$f(0) = 2(0)^2 + 3(0) - 1 = 0 + 0 - 1 = -1$$

$$\frac{f(0) \cdot g(-2)}{f(-3)} = \frac{(-1)(0)}{8} = \frac{0}{8} = 0$$

2- اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ باشد، $f(-2)$ ، $g(0)$ و $f(x-1)$ را دریابید.

حل:

$$f(-2) = (-2)^2 - (-2) = 4 + 2 = 6$$

$$g(0) = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$$

$$f(x-1) = (x-1)^2 - (x-1) = x^2 - 2x + 1 - x + 1 = x^2 - 3x + 2$$

3- اگر $g(x) = 3\sqrt{x}$ و $h(x) = 1 + 4x$ باشد، $h(16)$ ، $h(-3)$ و $g(-4)$ را دریابید.

حل:

$$h(16) = 1 + 4(16) = 1 + 64 = 65$$

$$h(-3) = 1 + 4(-3) = 1 - 12 = -11$$

عدد منفی تحت جذری که مرتبه‌ی آن جفت باشد موجود شده نمی‌تواند: $g(-4) = 3\sqrt{-4} = ?$

$$f(x) = \frac{15}{x-3} - 4 \text{ , } g(x) = 16 + 3x - x^2 \text{ و } h(x) = \sqrt{25 - x^2} \text{ باشد، } f(6) \text{ , } g(-7) \text{ و}$$

$$f(0) + g(4) - h(-3) \text{ را دریابید.}$$

حل:

$$f(x) = \frac{15}{x-3}$$

$$f(6) = \frac{15}{6-3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$g(x) = 16 + 3x - x^2$$

$$g(-7) = 16 + 3(-7) - (-7)^2 = 16 - 21 - 49 = 16 - 70 = -54$$

$$g(4) = 16 + 3(4) - (4)^2 = 16 + 12 - 16 = 28 - 16 = 12$$

$$f(0) = \frac{15}{0-3} = \frac{15}{-3} = -5$$

$$h(-3) = \sqrt{25 - (-3)^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

$$f(0) + g(4) - h(-3) = -5 + 12 - 4 = 12 - 9 = 3$$

$$g(x) = \sqrt{x+40} - 2 \text{ باشد } g(12) \text{ , } g(5) \text{ , } g(4) \text{ , } g(0) \text{ و } g(-2) \text{ را دریابید.}$$

حل:

$$g(x) = \sqrt{x+40} - 2$$

$$g(12) = \sqrt{12+40} - 2 = \sqrt{52} - 2$$

$$g(5) = \sqrt{5+40} - 2 = \sqrt{45} - 2$$

$$g(4) = \sqrt{4+40} - 2 = \sqrt{44} - 2$$

$$g(0) = \sqrt{0+40} - 2 = \sqrt{40} - 2$$

$$g(-2) = \sqrt{(-2)+40} - 2 = \sqrt{38} - 2$$

$$6- \text{ آیا معادله } x^2 + xy = 1 \text{ یک تابع را نشان می‌دهد؟}$$

حل: معادله را برای y حل می‌کنیم:

$$x^2 + xy = 1$$

$$xy = 1 - x^2 \Rightarrow y = \frac{1 - x^2}{x} = \frac{1}{x} - x \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{x} - x}$$

چون برای هر قیمت x یک قیمت برای y دریافت شده می‌تواند از این لحاظ معادله‌ی $x^2 + xy = 1$ یک تابع می‌باشد.

تمرین صفحه‌ی (82)

1- ناحیه‌های تعریف (Domain) توابع ذیل را دریابید.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9} \quad , \quad g(x) = 2x - 5 \quad , \quad h(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} \quad , \quad g(x) = |x-3| \quad , \quad h(x) = \frac{3}{x-4}$$

$$f(x) = \frac{7x}{x^2 - 16} \quad , \quad g(x) = \frac{2}{(x+3)(x-7)} \quad , \quad h(x) = \frac{4}{x^2 + 11x + 24}$$

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 4}$$

حل:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9} \Rightarrow x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq \pm 3 \Rightarrow \boxed{Dom_{f(x)} = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)}$$

$$g(x) = 2x - 5 \Rightarrow \boxed{Dom_{g(x)} = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)}$$

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 4} \Rightarrow x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq \pm 2 \Rightarrow \boxed{Dom_{h(x)} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow \boxed{Dom_{f(x)} = [-1, +\infty)}$$

$$g(x) = |x-3| \Rightarrow \boxed{Dom_{g(x)} = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)}$$

$$h(x) = \frac{3}{x-4} \Rightarrow \boxed{Dom_{h(x)} = \mathbb{R} - \{4\}}$$

$$f(x) = \frac{7x}{x^2 - 16} = \frac{7x}{(x-4)(x+4)} \Rightarrow \boxed{Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-4, 4\}}$$

$$g(x) = \frac{2}{(x+3)(x-7)} \Rightarrow \boxed{Dom_{g(x)} = \mathbb{R} - \{-3, 7\}}$$

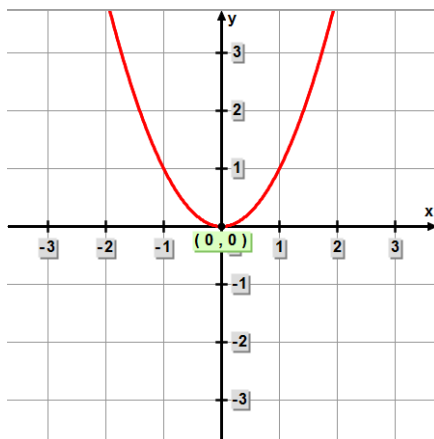
$$h(x) = \frac{4}{x^2 + 11x + 24} = \frac{4}{(x+3)(x+8)} \Rightarrow \boxed{Dom_{h(x)} = \mathbb{R} - \{-3, -8\}}$$

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 4} \Rightarrow \boxed{Dom_{f(x)} = \mathbb{R} = \{-\infty, +\infty\}}$$

2- گراف‌های توابع $f(x) = x^2$ و $f(x) = -x^2$ را رسم کنید.

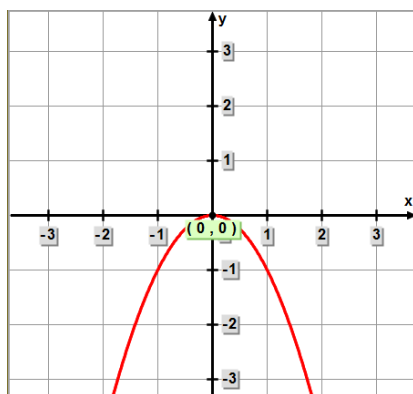
حل:

$$f(x) = x^2$$



x	0	1	-1	2	-2
f(x)	0	1	1	4	4

$$f(x) = -x^2$$

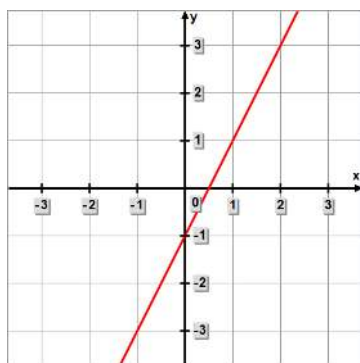


x	0	1	-1	2	-2
f(x)	0	-1	-1	-4	-4

3- گراف تابع $g(x) = 2x - 1$ را رسم کنید، اگر $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ باشد.

حل:

$$g(x) = 2x - 1$$



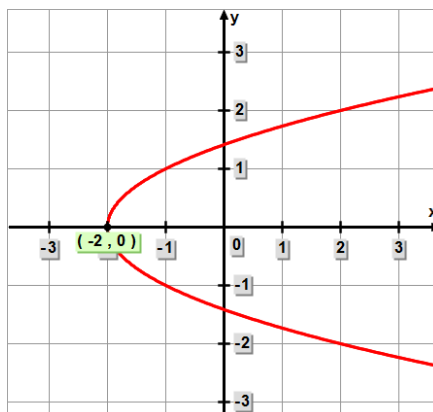
x	0	1	2	3	-1	-2	-3
g(x)	0	1	3	5	-3	-5	-7

4- گراف $x = y^2 - 2$ را رسم کنید آیا این گراف، گراف یک تابع می‌باشد؟ چرا؟

حل:

$$x = y^2 - 2 \Rightarrow y^2 = x + 2 \Rightarrow y = \sqrt{x + 2}$$

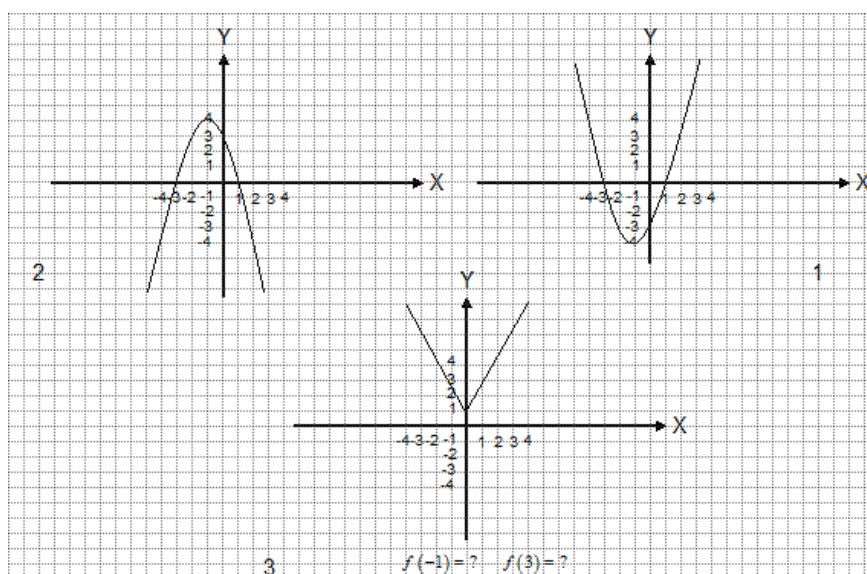
$$\left. \begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow y = \pm\sqrt{2} \\ x = 1 &\Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \\ x = 2 &\Rightarrow y = \pm 2 \\ x = 7 &\Rightarrow y = \pm 3 \end{aligned} \right\}$$



این یک تابع نمی‌باشد زیرا برای یک قیمت x دو قیمت از y دریافت می‌گردد.

تمرین صفحه‌ی (86)

در اشکال داده شده:



- ناحیه‌ی تعریف تابع
- ناحیه‌ی قیمت‌های تابع
- نقاط تقاطع با محور X
- نقاط تقاطع گراف با محور Y و در شکل سوم قیمت‌های خواسته شده‌ی تابع را دریابید.

حل:

در شکل (1):

- (a) ناحیه‌ی تعریف تابع تمام اعداد حقیقی یا $(-\infty, +\infty)$ می‌باشد.
- (b) ناحیه‌ی قیمت‌های تابع مساوی است به: $[-4, +\infty)$.
- (c) نقاط تقاطع با محور X عبارت است از: $(1, 0)$ و $(-3, 0)$.
- (d) نقطه‌ی تقاطع گراف با محور Y عبارت است از: $(0, -3)$

در شکل (2):

- (a) ناحیه‌ی تعریف تابع تمام اعداد حقیقی یا $(-\infty, +\infty)$ می‌باشد.
- (b) ناحیه‌ی قیمت‌های تابع مساوی است به: $(-\infty, +4]$.
- (c) نقاط تقاطع با محور X عبارت است از: $(1, 0)$ و $(-3, 0)$.
- (d) نقطه‌ی تقاطع گراف با محور Y عبارت است از: $(0, 3)$.

در شکل (3):

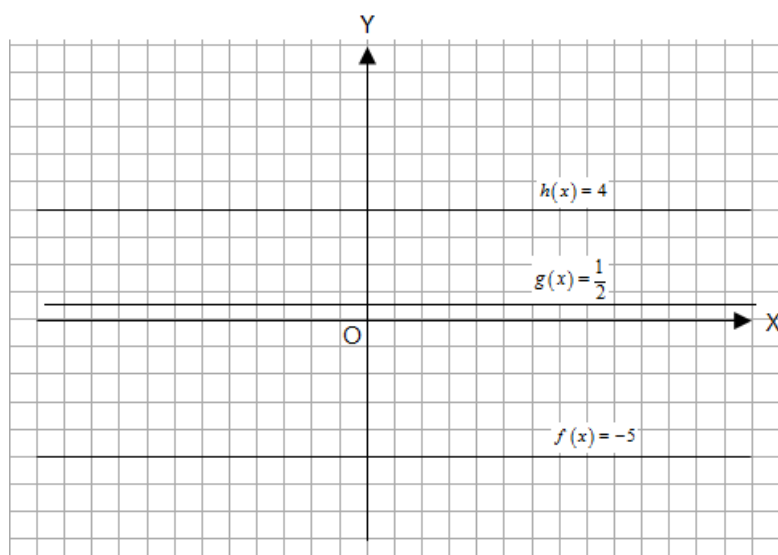
- (a) ناحیه‌ی تعریف تابع تمام اعداد حقیقی یا $(-\infty, +\infty)$ می‌باشد.
- (b) ناحیه‌ی قیمت‌های تابع مساوی است به: $[1, +\infty)$.
- (c) محور X را قطع نمی‌کند.
- (d) نقطه‌ی تقاطع گراف با محور Y عبارت است از: $(0, 3)$.

$$f(-1) = 2 \text{ و } f(3) = 4$$

تمرین صفحه‌ی (92)

1- گراف‌های توابع $f(x) = -5$ ، $g(x) = \frac{1}{2}$ و $h(x) = 4$ را رسم کنید.

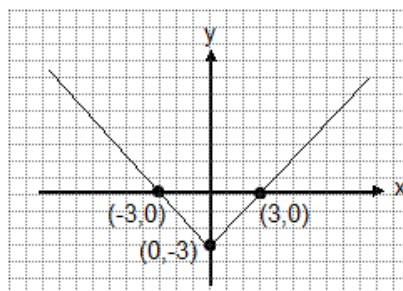
حل:



2- گراف تابع $f(x) = |x| - 3$ را رسم کنید.

حل:

x	0	3	-3
y = f(x)	-3	0	0



3- اگر $f(x) = \begin{cases} -x & : x < 0 \\ x & : x \geq 0 \end{cases}$ باشد، $f(0)$ ، $f(-2.3)$ و $f(16)$ را دریابید.

حل: $f(0) = 0$ ، $f(-2.3) = -(-2.3) = (2.3)$ ، $f(16) = 16$

4- اگر $h(x) = \begin{cases} x+1 & : -1 \leq x < 0 \\ -x+1 & : 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ باشد، ساحه‌ی تعریف $h(x)$ را تعیین کنید.

حل: $\text{Domain } h(x) = [-1, 1]$

تمرین صفحه‌ی (96)

1- کدام یک از توابع زیر متزايد، متناقص و نه متزايد و نه متناقص می‌باشد؟

$$f(x) = x^3 + x, \quad f(x) = x^2 + x, \quad f(x) = x^2 - x^4$$

حل:

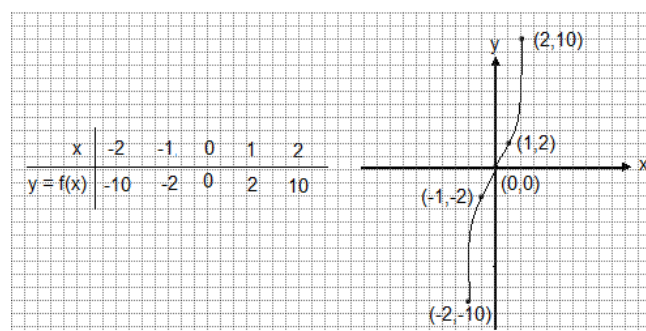
$$f(x) = x^3 + x$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3$$

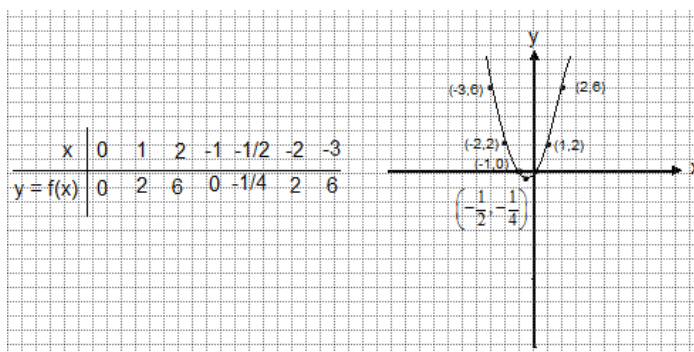
$$f(2) = 2^3 + 2 = 10, \quad f(3) = 3^3 + 3 = 27 + 3 = 30$$

$$f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow 10 < 30$$

در نتیجه تابع فوق یک تابع متزايد می‌باشد. قرار شکل ذیل:

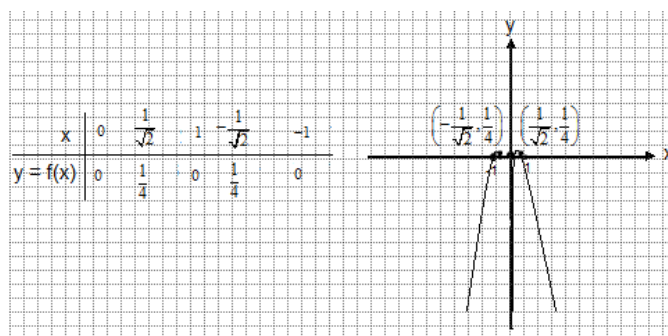


$$f(x) = x^2 + x$$



تابع فوق در انتروال $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ متناقص و در انتروال $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$ متزايد می‌باشد.

$$f(x) = x^2 - x^4$$



تابع فوق در انتروال $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ متزايد و در انتروال $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ متناقص همچنان در انتروال $(0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ متزايد و در انتروال $(\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$ متناقص می‌باشد.

2- کدام یک از توابع زیر داده شده جفت و کدام یک طاق می‌باشد؟

$$f(x) = x, \quad f(x) = |x|, \quad f(x) = x^4, \quad f(x) = x^5$$

حل:

$$f(x) = x \Rightarrow f(-x) = -x \Rightarrow \boxed{f(-x) = -f(x)}: \text{تابع } f(x) = x \text{ یک تابع طاق می‌باشد زیرا:}$$

$$f(x) = |x| \Rightarrow f(-x) = |-x| = x = |x| \Rightarrow \boxed{f(-x) = f(x)}: \text{تابع } f(x) = |x| \text{ یک تابع جفت است زیرا:}$$

$$f(x) = x^4 \Rightarrow f(-x) = (-x)^4 = x^4 \Rightarrow \boxed{f(-x) = f(x)}: \text{تابع } f(x) = x^4 \text{ یک تابع جفت است زیرا:}$$

$$f(x) = x^5 \Rightarrow f(-x) = (-x)^5 = -x^5 \Rightarrow \boxed{f(-x) = -f(x)}: \text{تابع } f(x) = x^5 \text{ یک تابع طاق است زیرا:}$$

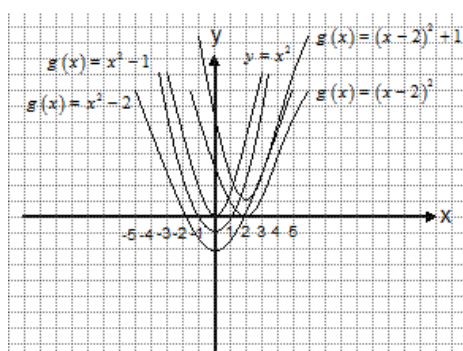
تمرین صفحه‌ی (102)

1- از انتقال گراف تابع $y = x^2$ گراف‌های توابع زیر را رسم کنید:

$$g(x) = x^2 - 2, \quad g(x) = (x-2)^2, \quad g(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = (x-2)^2 + 1$$

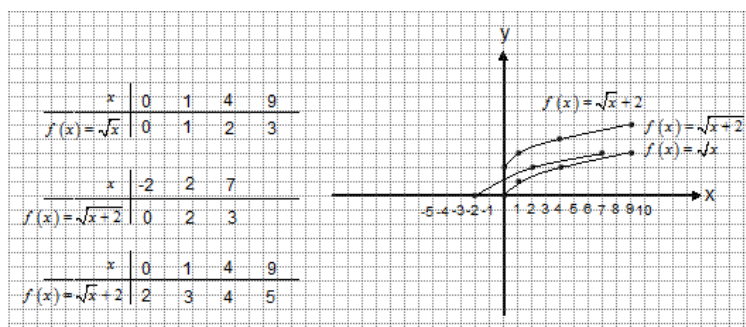
حل: برای وضاحت قیمت‌ها جدول زیر را ترتیب داده و گراف هرکدام را ترسیم می‌داریم. قرار ذیل:

x	$y = x^2$	$g(x) = x^2 - 2$	$g(x) = (x-2)^2$	$g(x) = x^2 - 1$	$g(x) = (x-2)^2 + 1$
0	0	-2	4	-1	5
1	1	-1	1	0	2
-1	1	-1	9	0	10
2	4	2	0	3	1
-2	4	2	16	3	17
3	9	7	1	8	2
4	16	14	4	15	5



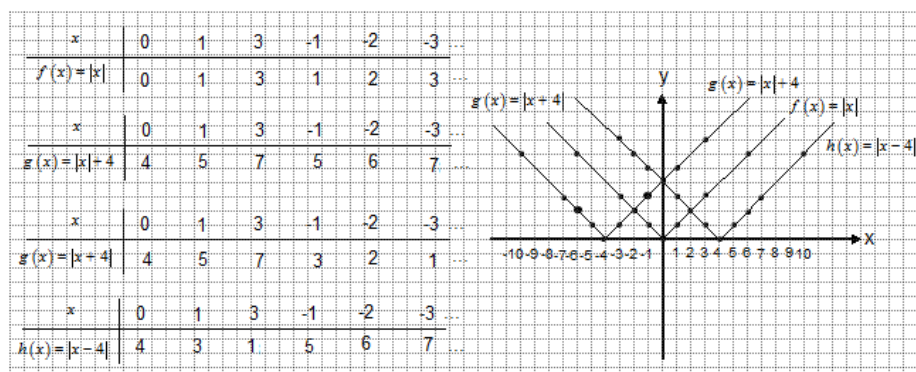
2- گراف تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم کنید و از انتقال آن گراف‌های توابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $f(x) = \sqrt{x} + 2$ را رسم کنید.

حل: برای هریک تابع قیمت‌های مورد نظر را داده و گراف آن‌ها را قرار ذیل ترسیم می‌داریم:



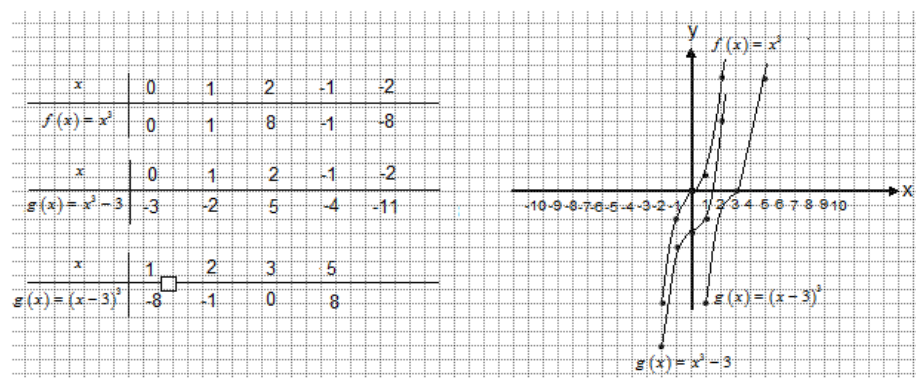
3- گراف تابع $f(x) = |x|$ را رسم کنید. و از انتقال این گراف، گراف‌های توابع $g(x) = |x| + 4$ ، $g(x) = |x+4|$ و $h(x) = |x-4|$ را رسم کنید.

حل: مانند مثال بالا به هریک از توابع قیمت‌های لازم را داده و گراف‌های هریک را قرار ذیل ترسیم می‌داریم:



4- از انتقال گراف تابع $f(x) = x^3$ ، گراف‌های توابع $g(x) = x^3 - 3$ و $g(x) = (x-3)^3$ را رسم کنید.

حل: مانند مثال بالا به هریک از توابع قیمت‌های لازم را داده و گراف‌های هریک را قرار ذیل ترسیم می‌داریم:



مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

