

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حل تمرینات ریاضی فصل سوم (قسمت دوم) – تابع





فهرست مطالب

فصل سوم (قسمت دوم)	1
تابع	1
تمرین صفحه‌ی (106)	1
تمرین صفحه‌ی (110)	4
تمرین صفحه‌ی (118)	7
تمرین صفحه‌ی (128)	11
تمرین صفحه‌ی (139)	14
مأخذ	19

فصل سوم
(قسمت دوم)
تابع

اهدا کننده: ابزار کانکور
منبع: کتابخانه درخت دانش
جواز/دارنده حق چاپ:

فصل سوم (قسمت دوم)

تابع

تمرین صفحه‌ی (106)

توابع زیر را در نظر بگیرید:

$$1- (f+g)(x), (f-g)(x), (f \cdot g)(x) \text{ و } \left(\frac{f}{g}\right)(x) \text{ را دریابید.}$$

2- ناحیه‌ی تعریف آن‌ها را تعیین کنید.

حل 1:

$$a: f(x) = 2x + 3 \quad g(x) = x - 1$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 2x + 3 + x - 1 = \boxed{3x + 2}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2x + 3 - (x - 1) = 2x + 3 - x + 1 = \boxed{x + 4}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (2x + 3)(x - 1) = 2x^2 - 2x + 3x - 3 = \boxed{2x^2 + x - 3}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\frac{2x + 3}{x - 1}}$$

$$b: f(x) = x - 5 \quad g(x) = 3x^2$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x - 5 + 3x^2 = \boxed{3x^2 + x - 5}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = x - 5 - (3x^2) = \boxed{-3x^2 + x - 5}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (x - 5)(3x^2) = \boxed{3x^3 - 15x^2}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\frac{x - 5}{3x^2}}$$

$$c: f(x) = 2x^2 - x - 3 \quad g(x) = x + 1$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = 2x^2 - x - 3 + x + 1 = \boxed{2x^2 - 2}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = 2x^2 - x - 3 - (x + 1) = 2x^2 - x - 3 - x - 1 = \boxed{2x^2 - 2x - 4}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (2x^2 - x - 3)(x + 1) = 2x^3 + 2x^2 - x^2 - x - 3x - 3 = \boxed{2x^3 + x^2 - 4x - 3}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x^2 - x - 3}{x + 1} = \frac{(2x - 3)(\cancel{x + 1})}{\cancel{x + 1}} = \boxed{2x - 3}$$

$$d: f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = x - 5$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \boxed{\sqrt{x} + x - 5}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \sqrt{x} - (x - 5) = \boxed{\sqrt{x} - x + 5}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (\sqrt{x})(x - 5) = \boxed{x\sqrt{x} - 5\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\frac{\sqrt{x}}{x - 5}}$$

$$e: f(x) = \sqrt{x + 4} \quad g(x) = \sqrt{x - 1}$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \boxed{\sqrt{x + 4} + \sqrt{x - 1}}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \boxed{\sqrt{x + 4} - \sqrt{x - 1}}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (\sqrt{x + 4})(\sqrt{x - 1}) = \sqrt{x^2 - x + 4x - 4} = \boxed{\sqrt{x^2 + 3x - 4}}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\frac{\sqrt{x + 4}}{\sqrt{x - 1}}}$$

$$f : f(x) = \sqrt{3x} \quad g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{3x} + \sqrt{x^2 - 1}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \sqrt{3x} - \sqrt{x^2 - 1}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (\sqrt{3x})(\sqrt{x^2 - 1}) = \sqrt{3x^3 - 3x}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

حل 2:

a :

$$\text{dom}(f + g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$\text{dom}(f - g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$\text{dom}(f \cdot g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R} - \{1\}$$

b :

$$\text{dom}(f + g)(x) = \text{dom}(f - g)(x) = \text{dom}(f \cdot g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$$

c :

$$\text{dom}(f + g)(x) = \text{dom}(f - g)(x) = \text{dom}(f \cdot g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \neq -1\}$$

d :

$$\text{dom}f = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\} \quad \text{dom}g = \mathbb{R}$$

$$\text{dom}(f + g)(x) = \text{dom}(f - g)(x) = \text{dom}(f \cdot g)(x) = [0, \infty) \cap \mathbb{R} = [0, \infty)$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0, x \neq 5\}$$

$e :$

$$\text{dom}f = \{x / x + 4 \geq 0, x \geq 4\} \cup [-4, \infty)$$

$$\text{dom}g = \{x / x - 1 \geq 0, x \geq 1\} \cup [1, \infty)$$

$$\text{dom}(f + g)(x) = \text{dom}(f - g)(x) = \text{dom}(f \cdot g)(x) = [-4, \infty) \cap [1, \infty) = [1, \infty)$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = (1, \infty)$$

$f :$

$$\text{dom}f = [0, \infty)$$

$$\text{dom}g = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -1 \vee x \geq 1\}$$

$$\text{dom}(f + g)(x) = \text{dom}(f - g)(x) = \text{dom}(f \cdot g)(x) = [0, \infty) \cap [1, \infty) \cap (-\infty, -1] = [1, \infty)$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = (1, \infty)$$

تمرین صفحه‌ی (110)

1- اگر $f(x) = -3x + 2$ و $g(x) = x^3$ باشد:

$$(f + g)(x), (f - g)(x), (g - f)(x), (f \cdot g)(x), \left(\frac{g}{f}\right)(x)$$

را دریابید و نیز ناحیه‌ی تعریف آن‌ها را تعیین کنید.

حل:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = -3x + 2 + x^3 = \boxed{x^3 - 3x + 2}$$

$$\text{dom} f = \mathbb{R} \quad , \quad \text{dom} g = \mathbb{R} \Rightarrow \text{dom}(f + g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \boxed{\mathbb{R}}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = -3x + 2 - x^3 = \boxed{-x^3 - 3x + 2}$$

$$\text{dom}(f - g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \boxed{\mathbb{R}}$$

$$(g - f)(x) = g(x) - f(x) = x^3 - (-3x + 2) = x^3 + 3x - 2 = \boxed{x^3 + 3x - 2}$$

$$\text{dom}(g - f)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \boxed{\mathbb{R}}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (-3x + 2)(x^3) = \boxed{-3x^4 + 2x^3}$$

$$\text{dom}(f \cdot g)(x) = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \boxed{\mathbb{R}}$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^3}{-3x + 2}$$

$$-3x + 2 \neq 0 \Rightarrow -3x \neq -2 \Rightarrow x \neq \frac{2}{3}$$

$$\text{dom}\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \left\{x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{2}{3}\right\}$$

2- اگر $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = \sqrt{x - 3}$ باشد $(f \cdot g)(x)$ ، $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ و $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ را معلوم کنید.

حل:

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \boxed{(x^2 - 3)(\sqrt{x - 3})}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{x - 3}}$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{\sqrt{x - 3}}{x^2 - 3}$$

3- اگر $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \frac{1}{x}$, $h(x) = \sqrt{4-x^2}$ و $k(x) = \sqrt{3x+4}$ باشد ناحیه‌های تعریف توابع

$(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$, $(h \cdot k)(x)$ و $\left(\frac{h}{k}\right)(x)$ را دریابید.

حل:

$$\text{dom}(f \cdot g)(x) = ?$$

$$\text{dom}f = \mathbb{R} \quad , \quad \text{dom}g = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{dom}(f \cdot g)(x) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = ?$$

$$\text{dom}f = \mathbb{R} \quad , \quad \text{dom}g = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{dom}(h \cdot k)(x) = ?$$

$$\text{dom}h = 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 = [-2, 2]$$

$$\text{dom}k = 3x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{4}{3} = \left[-\frac{4}{3}, \infty\right)$$

$$\text{dom}(h \cdot k)(x) = [-2, 2] \cap \left[-\frac{4}{3}, \infty\right) = \left[-\frac{4}{3}, 2\right]$$

$$\text{dom}\left(\frac{h}{k}\right)(x) = ?$$

$$\text{dom}(h \cdot k)(x) = [-2, 2] \cap \left[-\frac{4}{3}, \infty\right) - \{x / k(x) = 0\} = \left[-\frac{4}{3}, 2\right] - \left\{\frac{4}{3}\right\} = \left(-\frac{4}{3}, 2\right)$$

4- اگر $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = x^2$ باشد $(gof)(3)$ و $(fog)(1)$ را دریابید.

حل:

$$(gof)(x) = g(f(x)) = g(3x - 2) = (3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$(gof)(3) = 9(3)^2 - 12(3) + 4 = 81 - 36 + 4 = \boxed{49}$$

$$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = 3(x^2) - 2 = 3x^2 - 2$$

$$(fog)(1) = 3(1)^2 - 2 = 3 - 2 = \boxed{1}$$

5- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{2-x}$ باشد $f \circ g$ ، $g \circ f$ و $f \circ f$ را دریابید.

حل:

$$f \circ g = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{2-x}) = \sqrt{\sqrt{2-x}} = \sqrt[4]{2-x}$$

$$g \circ f = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = \sqrt{2-\sqrt{x}}$$

$$f \circ f = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(\sqrt{x}) = \sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$$

6- اگر $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ، $g(x) = x^{10}$ و $h(x) = x+3$ باشد $(f \circ g \circ h)(x)$ را دریابید.

حل:

$$(f \circ g \circ h)(x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x))) = (f \circ g)(x+3) = f(x+3)^{10} = \frac{(x+3)^{10}}{(x+3)^{10}+1}$$

$$(f \circ g) = \frac{x^{10}}{x^{10}+1} \Rightarrow (f \circ g \circ h)(x) = \frac{(x+3)^{10}}{(x+3)^{10}+1}$$

تمرین صفحه‌ی (118)

1- معکوس توابع زیر را دریابید و بگویید که معکوس کدام تابع نیز یک تابع می‌باشد؟

$$f = \{(-1,0), (-2,1), (4,3), (3,4)\} \quad , \quad h = \{(1,4), (2,3), (4,1)\}$$

$$g = \{(1,2), (2,3), (3,2), (4,1)\} \quad , \quad k = \{(3,0), (2,-1), (1,2), (0,1), (-1,2)\}$$

حل:

پس f^{-1} یک تابع است :

$$f = \{(-1,0), (-2,1), (4,3), (3,4)\} \Rightarrow f^{-1} = \{(0,-1), (1,-2), (3,4), (4,3)\}$$

$$h = \{(1,4), (2,3), (4,1)\} \Rightarrow h^{-1} = \{(4,1), (3,2), (4,1)\}$$
 پس h^{-1} یک تابع است :

$$g = \{(1,2), (2,3), (3,2), (4,1)\} \Rightarrow g^{-1} = \{(2,1), (3,2), (2,3), (1,4)\}$$

به وضاحت دیده می‌شود که g^{-1} یک تابع نیست زیرا برای عدد 2 دو تصویر موجود است.

$$k = \{(3,0), (2,-1), (1,2), (0,1), (-1,2)\} \Rightarrow k^{-1} = \{(0,3), (-1,2), (2,1), (1,0), (2,-1)\}$$

k^{-1} یک تابع نیست زیرا عدد 2 به دو عدد 1 و -1 رابطه دارد.

2- معکوس هریک از توابع ذیل را دریابید و صحت جواب خود را با $f(f^{-1}(x)) = x$ امتحان کنید.

$$a) f(x) = x + 3, \quad b) f(x) = 2x, \quad c) f(x) = 2x + 3$$

$$d) f(x) = x^3 + 2, \quad e) f(x) = (x+2)^3, \quad f) f(x) = \frac{1}{x}$$

حل:

$$a) f(x) = x + 3 \Rightarrow y = x + 3 \Rightarrow x = y - 3 \Rightarrow y = x - 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = x - 3$$

$$f(f^{-1}(x)) = f(x - 3) = x - 3 + 3 = x \Rightarrow \boxed{f(f^{-1}(x)) = x}$$

$$b) f(x) = 2x \Rightarrow y = 2x \Rightarrow x = \frac{y}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$$

$$f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \cdot \frac{x}{2} = x \Rightarrow \boxed{f(f^{-1}(x)) = x}$$

$$c) f(x) = 2x + 3 \Rightarrow y = 2x + 3 \Rightarrow x = \frac{y-3}{2} \Rightarrow y = \frac{x-3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$$

$$f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x-3}{2}\right) = 2\left(\frac{x-3}{2}\right) + 3 = x - 3 + 3 = x \Rightarrow \boxed{f(f^{-1}(x)) = x}$$

$$d) f(x) = x^3 + 2 \Rightarrow x = y^3 + 2 \Rightarrow y^3 = x - 2 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$$

$$f(f^{-1}(x)) = f(\sqrt[3]{x-2}) = (\sqrt[3]{x-2})^3 + 2 = x - 2 + 2 = x \Rightarrow \boxed{f(f^{-1}(x)) = x}$$

$$e) f(x) = (x+2)^3 \Rightarrow y = (x+2)^3 \Rightarrow x = (y+2)^3 \Rightarrow y+2 = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x} - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - 2$$

$$f(f^{-1}(x)) = f(\sqrt[3]{x} - 2) = (\sqrt[3]{x} - 2 + 2)^3 = x \Rightarrow \boxed{f(f^{-1}(x)) = x}$$

$$f) f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{y} \Rightarrow xy = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x \Rightarrow \boxed{f(f^{-1}(x)) = x}$$

3- گراف‌های توابع ذیل را رسم کنید و توسط خط موازی با محور x (محور افقی) نشان دهید که معکوس آن نیز یک تابع می‌باشد.

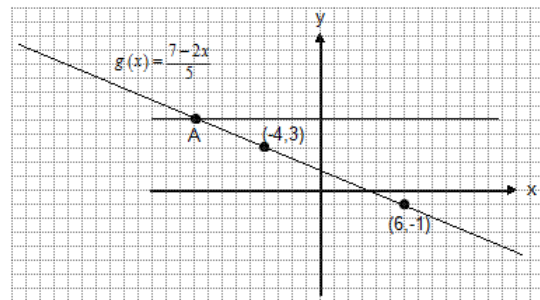
$$f(x) = 1 - x^2, \quad g(x) = \frac{7-2x}{5}$$

حل:

گراف تابع $g(x) = \frac{7-2x}{5}$ را قرار ترسیم می‌داریم:

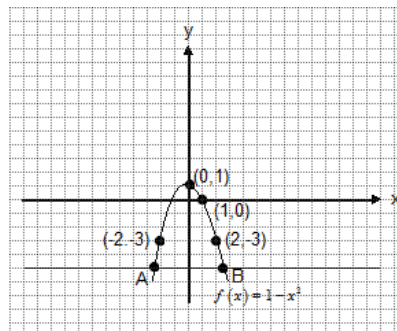
$$g(-4) = \frac{7-2(-4)}{5} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow (-4, 3)$$

$$g(6) = \frac{7-2(6)}{5} = \frac{-5}{5} = -1 \Rightarrow (6, -1)$$



از این که خط افقی گراف را در یک نقطه‌ی مانند A قطع می‌نماید، پس معکوس آن نیز یک تابع می‌باشد.

حالا گراف تابع $f(x) = 1 - x^2$ را قرار ترسیم می‌داریم:



x	0	1	2	-2
y	1	0	-3	-3

دیده می‌شود که خط افقی گراف را در دو نقطه‌ی مانند A و B قطع می‌دارد از این رو معکوس آن یک تابع نمی‌باشد.

4- کدام یک از توابع ذیل تابع یک به یک می باشد؟

$$a) y = 4x - 5, \quad b) y = 6 - x, \quad c) y = (x - 2)^2, \quad d) y = 9, \quad e) y = \frac{1}{x + 2}$$

حل:

a)

$$\left. \begin{array}{l} y = 4x - 5 \\ a = 1, b = -1 \\ f(1) = 4 \cdot 1 - 5 = -1 \\ f(-1) = 4(-1) - 5 = -9 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a \neq b \Rightarrow 1 \neq -1 \\ f(a) \neq f(b) \Rightarrow -1 \neq -9 \end{cases}$$

نتیجه : تابع یک به یک می باشد.

b)

$$\left. \begin{array}{l} y = 6 - x \\ a = 0, b = 1 \\ f(0) = 6 - 0 = 6 \\ f(1) = 6 - 1 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a \neq b \Rightarrow 0 \neq 1 \\ f(a) \neq f(b) \Rightarrow 6 \neq 5 \end{cases}$$

نتیجه : تابع یک به یک می باشد.

c)

$$\left. \begin{array}{l} y = (x - 2)^2 \\ a = 4, b = 0 \\ f(4) = (4 - 2)^2 = 4 \\ f(0) = (0 - 2)^2 = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a \neq b \Rightarrow 4 \neq 0 \\ f(a) = f(b) \Rightarrow 4 = 4 \end{cases}$$

نتیجه : تابع یک به یک نمی باشد.

d)

$$\left. \begin{array}{l} y = 9 \\ a = -2, b = 3 \\ f(-2) = 9 \\ f(3) = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \neq b \Rightarrow -2 \neq 3 \\ f(a) = f(b) \Rightarrow 9 = 9 \end{array} \right.$$

نتیجه: تابع یک به یک نمی‌باشد.

e)

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{x+2} \\ a = 1, b = -1 \\ f(1) = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} \\ f(-1) = \frac{1}{-1+2} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \neq b \Rightarrow 1 \neq -1 \\ f(a) \neq f(b) \Rightarrow \frac{1}{3} \neq 1 \end{array} \right.$$

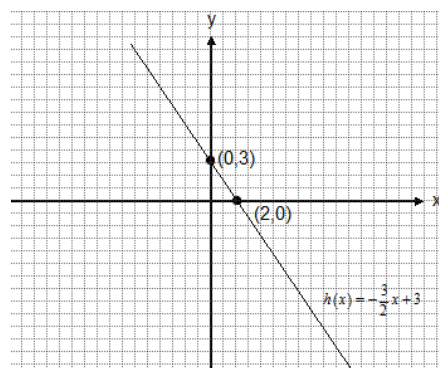
نتیجه: تابع یک به یک می‌باشد.

تمرین صفحه‌ی (128)

1- گراف $h(x) = -\frac{3}{2}x + 3$ را رسم کنید.

حل: گراف تابع مذکور خط مستقیم می‌باشد که برای رسم آن فقط به دو نقطه ضرورت داریم که قرار ذیل دریافت و ترسیم می‌داریم:

x	0	2
h(x)	3	0

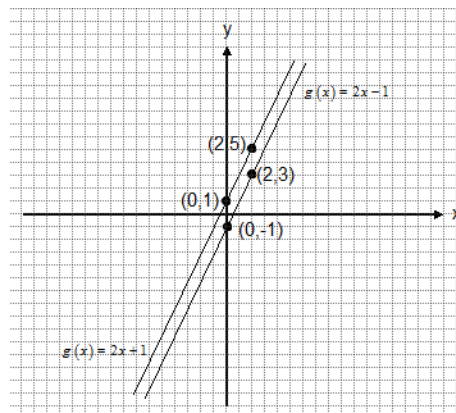


2- گراف‌های توابع $g(x) = 2x + 1$ و $g(x) = 2x - 1$ را در عین سیستم کمیات وضعیه رسم و باهم مقایسه کنید.

حل: چون میل‌های این دو خط باهم مساوی است بنابراین باهم موازی اند. قرار ذیل:

x	0	2
$g(x)=2x+1$	1	5

x	0	2
$g(x)=2x-1$	-1	3



3- گراف‌های توابع $f(x) = 2x^2$ ، $f(x) = 3x^2$ ، $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ و $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ را در عین سیستم کمیات وضعیه

رسم و با همدیگر مقایسه کنید.

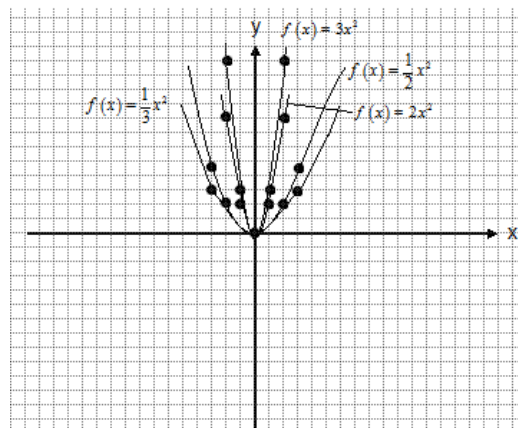
حل: به هرکدام تابع قیمت‌های جداگانه داده و آن‌ها را قرار ذیل ترسیم می‌داریم:

x	0	2	-2	3	-3
$f(x) = \frac{1}{2}x^2$	0	2	2	4.5	4.5

x	0	1	-1	2
$f(x) = 3x^2$	0	3	3	12

x	0	1	-1	2
$f(x) = 2x^2$	0	2	2	8

x	0	3	-3
$f(x) = \frac{1}{3}x^2$	0	3	3



4- معادله‌های محورهای تناظر گراف توابع زیر را دریابید.

$$a) f(x) = x^2 + 8x + 13, \quad b) f(x) = x^2 - 12x + 30, \quad c) f(x) = 3x^2 - 2x + 6$$

حل:

$$a) f(x) = x^2 + 8x + 13 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2} = -4 \Rightarrow \boxed{x = -4}$$

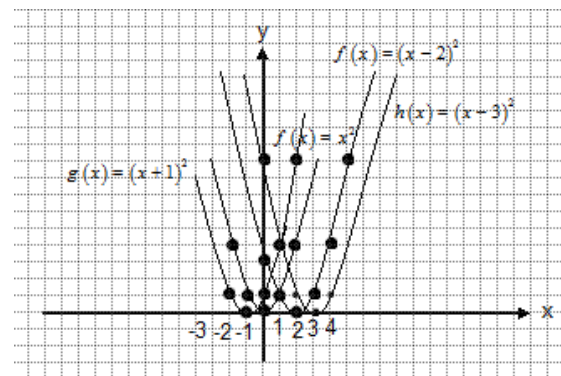
$$b) f(x) = x^2 - 12x + 30 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2} = 6 \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

$$c) f(x) = 3x^2 - 2x + 6 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}$$

5- گراف‌های توابع $f(x) = (x-2)^2$ ، $g(x) = (x+1)^2$ و $h(x) = (x-3)^2$ را رسم کنید و بگویید که با گراف $f(x) = x^2$ چه ارتباط دارند؟

حل: به هریک از توابع فوق قیمت‌های متعدد داده و آن‌ها را قرار ذیل ترسیم می‌داریم:

x	0	1	-1	2	-2
$f(x) = x^2$	0	1	1	4	4
x	0	1	-1	2	-2
$g(x) = (x+1)^2$	1	4	0	9	1
x	0	3	4	2	5
$f(x) = (x-2)^2$	4	1	4	0	9
x	0	1	3	2	4
$h(x) = (x-3)^2$	9	4	0	1	1



6- کمیات وضعیهی رأس گراف تابع $y = -x^2 - 1$ عبارت اند از:

$$(0,1) \quad (d) \quad (0,-1) \quad (c) \quad (1,-1) \quad (b) \quad (-1,1) \quad (a)$$

7- کمیات وضعیهی رأس تابع $y = (x-1)^2 - 2$ عبارت اند از:

$$(1,-2) \quad (d) \quad (-1,-2) \quad (c) \quad (-1,2) \quad (b) \quad (1,1) \quad (a)$$

تمرین صفحه‌ی (139)

1- مجانب‌های عمودی و افقی تابع $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$ را دریابید.

حل:

مجانب عمودی: مخرج تابع را مساوی به صفر قرار داده جذور مخرج عبارت از مجانب‌های عمودی تابع می‌باشد. قرار ذیل:

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2, x_2 = -2}$$

مجانب افقی: صورت و مخرج را تقسیم بزرگترین توان مجهول نموده مجانب افقی را قرار ذیل دریافت می‌نماییم:

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \frac{\frac{3x^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}} = \frac{3}{1 - 0} \Rightarrow \boxed{y = 3}$$

2- آیا تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 1}$ مجانب عمودی دارد؟ چرا؟

حل: مجانب عمودی ندارد زیرا مخرج به هیچ قیمت صفر شده نمی‌تواند یعنی:

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x = \sqrt{-1} = ?$$

3- ناحیه‌ی تعریف توابع داده شده‌ی ذیل را دریابید و نیز معادله‌های مجانب‌های عمودی آن‌ها را بنویسید.

$$a) f(x) = \frac{5x}{x-4}, \quad b) g(x) = \frac{3x^2}{(x-5)(x+4)}, \quad c) h(x) = \frac{x+7}{x^2-49}, \quad d) k(x) = \frac{x+7}{x^2+49}$$

حل:

$$a) f(x) = \frac{5x}{x-4} \Rightarrow \text{dom} f(x) = \{x / x \in \mathbb{R}, x \neq 4\}$$

معادله‌ی مجانب عمودی آن $x = 4$ می‌باشد.

$$b) g(x) = \frac{3x^2}{(x-5)(x+4)} \Rightarrow \text{dom} g(x) = \{x / x \in \mathbb{R}, x \neq -4, x \neq 5\}$$

معادله‌های مجانب‌های عمودی آن $x = 5$ و $x = -4$ می‌باشند.

$$c) h(x) = \frac{x+7}{x^2-49} \Rightarrow \text{dom}h(x) = \{x / x \in \mathbb{R}, x \neq -7, x \neq 7\}$$

معادله‌های مجانب‌های عمودی آن $x = 7$ و $x = -7$ می‌باشند.

$$d) k(x) = \frac{x+7}{x^2+49} \Rightarrow \text{dom}(x) = \mathbb{R}$$

چون مخرج به هیچ کدام قیمت صفر شده نمی‌تواند بنابراین مجانب عمودی ندارد:

$$x^2 + 49 = 0 \Rightarrow x^2 = -49 \Rightarrow x = \sqrt{-49} = ?$$

4- مجانب‌های عمودی توابع ذیل (اگر داشته باشد) را دریابید.

$$a) f(x) = \frac{x}{x+4}, \quad b) g(x) = \frac{x+3}{x(x+4)}, \quad c) h(x) = \frac{x}{x(x+4)}, \quad d) k(x) = \frac{x}{x^2+4}$$

حل:

$$a) f(x) = \frac{x}{x+4} \Rightarrow x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$$

$$b) g(x) = \frac{x+3}{x(x+4)} \Rightarrow \boxed{x=0}, \quad x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$$

$$c) h(x) = \frac{x}{x(x+4)} \Rightarrow \boxed{x=0}, \quad x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$$

$$d) k(x) = \frac{x}{x^2+4} \Rightarrow x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4 \Rightarrow x=\sqrt{-4}=?$$

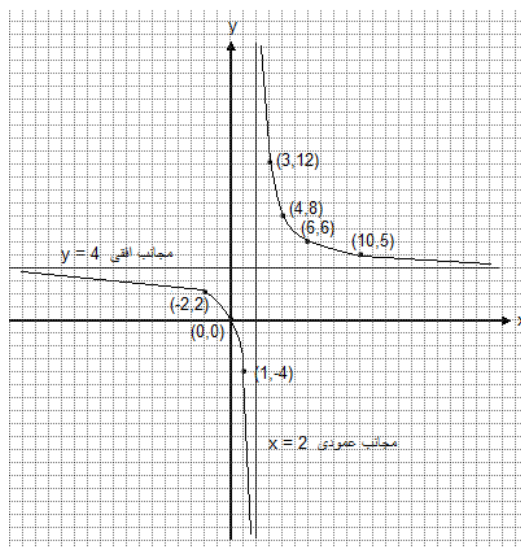
5- گراف توابع ناطق زیر را رسم کنید.

$$a) f(x) = \frac{4x}{x-2}, \quad b) g(x) = \frac{2x}{x-4}$$

حل: با وضع قیمت‌های مختلف و دریافت معادلات مجانب‌ها می‌توانیم گراف شان را قرار ذیل ترسیم نماییم:

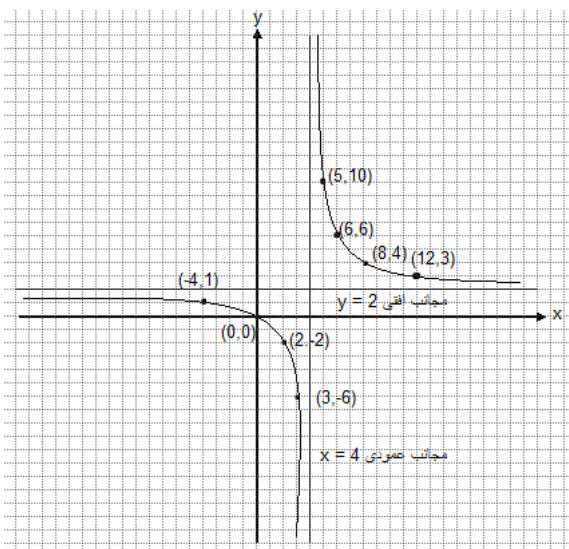
$$a) f(x) = \frac{4x}{x-2} \Rightarrow \boxed{x=2}, \quad \boxed{f(x)=y=4}$$

x	0	-2	6	4	10	1	3
f(x)=y	0	2	6	8	5	-4	12



$$b) g(x) = \frac{2x}{x-4} \Rightarrow \boxed{x=4}, \quad \boxed{f(x)=y=2}$$

x	0	2	6	-4	5	12	8	3
f(x)=y	0	-2	6	1	10	3	4	-6



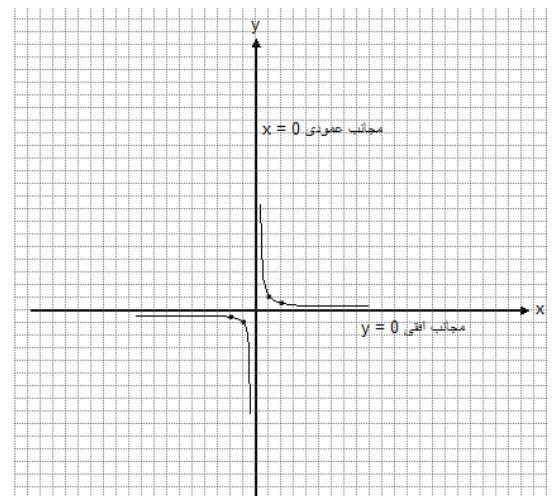
6- مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{3x+1}{x-3}$ عبارت است از:

$y = 2$ (a) $y = 3$ (b) ✓ $y = -2$ (c) $y = -3$ (d)

7- گراف توابع $f(x) = \frac{1}{x+2}$ و $f(x) = \frac{3}{x+2}$ را رسم کنید و با گراف تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ مقایسه کنید.

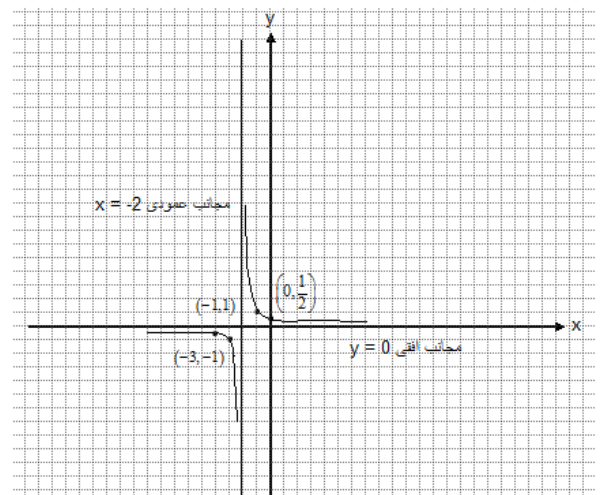
حل: مانند مثال بالا جدول قیمت‌ها را ترتیب و با دریافت مجانب‌ها قرار ذیل به ترسیم آن‌ها می‌پردازیم:

x	1	2	-1	-2
$f(x) = \frac{1}{x}$	1	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$



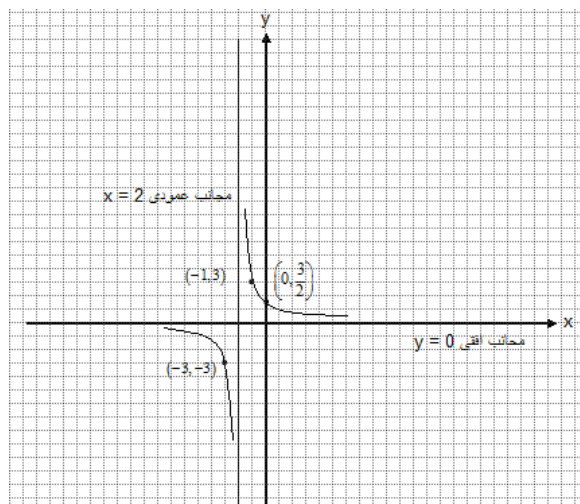
$$f(x) = \frac{1}{x+2} \Rightarrow \boxed{x = -2}, \quad \boxed{f(x) = y = 0}$$

x	0	-1	-3	-4
$f(x) = \frac{1}{x+2}$	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{2}$



$$f(x) = \frac{3}{x+2} \Rightarrow \boxed{x = -2}, \quad \boxed{f(x) = y = 0}$$

x	0	-1	-3
$f(x) = \frac{3}{x+2}$	$\frac{3}{2}$	3	-3



8- محانب مایل تابع $y = \frac{x^2}{x-1}$ را دریابید.

حل: مستقیم $y = x$ محانب مایل تابع مذکور می‌باشد.

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

