

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حل تمرینات عمومی صنف یازدهم بخش دوم – مثلثات





فهرست مطالب

1.....	حل تمرينات عمومى
1.....	مثلاثات صنف يازدهم
1.....	بخش دوم
8.....	مأخذ

حل تمرينات عمومي مثالثات صنف يازدهم

اهدا كننده: ابزار كانكور

منبع: كتابخانه درخت دانش

جواز/دارنده حق چاپ: دامنه عمومي / CC0

نويسنده: استاد مديحه احمدي

حل تمرینات عمومی

مثلثات صنف یازدهم

بخش دوم

سوال 8: آیا مساوات $2\sin^2 x - \cos x = 2\cos 2x + \sin x$ یک مطابقت مثلثاتی است یا یک معادله، مثلثاتی؟ بادلایل واضح سازید.

جواب سوال 8: برای اینکه ثبوت نماییم رابطه بالا یک مطابقت است یا معادله، یکعده قیمت های زوایا در آن وضع می‌کنیم، هرگاه تمام قیمت های وضع شده در رابطه صدق کند، در آن صورت رابطه یک مطابقت است، در غیر آن یک معادله می‌باشد.

حل:

$$x = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, \dots, 360^\circ$$

$$x = 30^\circ \Rightarrow 2(\sin 30^\circ)^2 - \cos(30^\circ) = 2\cos(2 \cdot 30^\circ) + \sin 30^\circ = 2\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1 - \sqrt{3}}{2} = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \neq \frac{3}{2}$$

$$x = 45^\circ \Rightarrow 2(\sin^2 45^\circ) - \cos(45^\circ) = 2\cos(2 \cdot 45^\circ) + \sin 45^\circ$$

$$2\frac{2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 60^\circ \Rightarrow 2(\sin^2 60^\circ) - \cos(60^\circ) = 2\cos(2 \cdot 60^\circ) + \sin 60^\circ$$

$$2\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = 2(-\frac{1}{2}) + \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$$

$$\frac{3 - 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} \neq \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \Rightarrow 1 \neq \frac{\sqrt{3} - 2}{2}$$

طوریکه معلوم شد با گذاشتن چندین قیمت x مساوات صدق نمی‌کند بنابراین آن رابطه فوق مطابقت نبوده بلکه یک معادله می‌باشد.

سوال 9: معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$a) \cos^2 x + \cos^4 x = 0$$

$$b) \tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0$$

$$c) 4 \cos \beta - 2 = 0$$

$$d) \cos x - \sqrt{3} \sin x = 1$$

$$e) \cos^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x = 1$$

$$a) \cos^2 x + \cos^4 x = 0$$

$$\cos^2 x (1 + \cos^2 x) = 0 \Rightarrow \cos^2 x = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \arccos 0^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos^2 x + 1 = 0 \Rightarrow \cos^2 x = -1 / \sqrt{} \Rightarrow \cos x = \sqrt{-1}$$

ممکن نیست
ست حله عبارت است از

$$A_1 = \{x / x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 2\pi, \frac{\pi}{2} + 4\pi, \dots, \}$$

$$A_2 = \{x / x = 2\pi - \frac{\pi}{2}, 4\pi - \frac{\pi}{2}, \dots, \}$$

$$A = A_1 \cup A_2 = \{x / x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}\}$$

حل جزء b:

$$b) \tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0$$

$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$(y - 3)(y - 1) = 0$$

$$y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$$

$$y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$\tan x = 1 \Rightarrow x_1 = \tan^{-1} 1 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan x = 3 \Rightarrow x_2 = \tan^{-1} 3 = 71.56^\circ$$

حل جزء C:

$$c) 4 \cos \beta - 2 = 0$$

$$4 \cos \beta = 2 / \div 4$$

$$\cos \beta = \frac{2}{4}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = \arccos \frac{1}{2}, \beta = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$A_1 = \left\{ \beta \mid \beta = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} + 2\pi, \frac{\pi}{3} + 4\pi, \dots \right\}$$

$$A_2 = \left\{ \beta \mid \beta = 2\pi - \frac{\pi}{3}, 4\pi - \frac{\pi}{3}, \dots \right\}$$

$$A_1 \cup A_2 = \left\{ \beta \mid \beta = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \right\}$$

حل جزء d:

$$d) \cos x - \sqrt{3} \sin x = 1$$

$$\cos x - \sqrt{3}(\sqrt{1 - \cos^2 x}) = 1$$

$$-\sqrt{3}(\sqrt{1 - \cos^2 x}) = 1 - \cos x / \cdot (-1)$$

$$\sqrt{3}(\sqrt{1 - \cos^2 x}) = \cos x - 1$$

اطراف معادله را مربع می‌سازیم:

$$3(1 - \cos^2 x) = \cos^2 x - 2\cos x + 1$$

$$3 - 3\cos^2 x - \cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0$$

$$-4\cos^2 x + 2\cos x + 2 = 0 / \cdot (-1)$$

$$4\cos^2 x - 2\cos x - 2 = 0$$

$\cos x = y$ را وضع می‌کنیم:

$$4y^2 - 2y - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 4 + 32 = 36$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm \sqrt{36}$$

$$\sqrt{\Delta} = 6$$

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+2 + 6}{2 \cdot 4} = \frac{8}{8} = 1$$

$$y_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 6}{2 \cdot 4} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = y_1 = 1 \Rightarrow x = \cos^{-1} x \Rightarrow x = 0^\circ$$

$$\cos x = y_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 120^\circ$$

حل جزء e:

$$e) \cos^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x = -1$$

$$\cos^2 x + 3 \cos x \sqrt{1 - \cos^2 x} + 1 = 0$$

$$\cos^2 x + 1 = -3 \cos x \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

اطراف معادله را مربع می‌سازیم

$$\cos^4 x + 2 \cos^2 x + 1 = 9 \cos^2 x \cdot (1 - \cos^2 x)$$

$$\cos^4 x + 2 \cos^2 x + 1 - 9 \cos^2 x + 9 \cos^4 x = 0$$

$$10 \cos^4 x - 7 \cos^2 x + 1 = 0$$

$$\cos^2 x = y \Rightarrow 10y^2 - 7y + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4 \cdot 10 \cdot 1 = 49 - 40 = 9$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9}, \sqrt{\Delta} = \pm 3$$

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + 3}{2 \cdot 10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad y_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - 3}{2 \cdot 10} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}, x = \arccos(\pm \sqrt{\frac{1}{2}}) = \arccos(\pm \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\cos x^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos x = \sqrt{\frac{1}{5}}, x = \arccos(\pm \sqrt{\frac{1}{5}}) = \arccos(\pm \frac{1}{\sqrt{5}})$$

$$x_1 = \arccos(\frac{1}{\sqrt{2}}) \Rightarrow x_1 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$x_2 = \arccos(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = \arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow x_2 = 135^\circ$$

$$x_3 = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = 63^\circ$$

$$x_4 = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = 116^\circ$$

سوال 10: سیستم معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$b) \begin{cases} \sin(x+y) = \cos(x-y) \\ \tan x - \tan y = 1 \end{cases}$$

$$\tan x - \tan y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y - \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} = 1$$

$$\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} = 1$$

$$\sin(x-y) = \cos x \cos y \cdots 1$$

$$a) \begin{cases} \tan x + \tan y = 1 \\ \cos x \cos y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \sin(x+y) = \cos(x-y) \\ \tan x - \tan y = 1 \end{cases}$$

$$a) \tan x + \tan y = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y + \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = 1$$

$$= \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y} = 1 \Rightarrow \sin(x+y) = \cos x \cos y$$

چون در خود سوال $\cos x \cos y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است پس :

$$\sin(x+y) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x+y = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

از مثلثات داریم :

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} \{ \cos(x+y) + \cos(x-y) \}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \cos \frac{\pi}{4} + \cos(x-y) \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos(x-y) \right\} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \cos(x-y)$$

چون $\cos x \cos y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است، پس:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cos(x-y) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cos(x-y) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2} \cos(x-y) = \frac{\sqrt{2}(2-1)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot 2$$

$$\cos(x-y) = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot 2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x + y = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$x + y = \frac{\pi}{4} \dots (1)$$

$$x - y = \frac{\pi}{4} \dots (2)$$

رابطه 1 و 2 را طرف به طرف جمع می‌کنیم

$$2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{4}$$

$$y = \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow y = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow y = 0^\circ$$

حل b:

$$b) \begin{cases} \sin(x+y) = \cos(x-y) \\ \tan x - \tan y = 1 \end{cases}$$

$$\tan x - \tan y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y - \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} = 1$$

$$\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} = 1$$

$$\sin(x-y) = \cos x \cos y \dots 1$$

از خود سوال داریم: $\sin(x+y) = \cos(x-y)$

اطراف معادله را انکشاف می‌دهیم:

$$\sin(x+y) = \cos(x-y)$$

$$\sin x \cos y + \sin y \cos x = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

قیمت $\cos x \cos y$ را از رابطه 1 به جایش می‌گذاریم:

$$\sin x \cos y + \sin y \cos x = \sin(x - y) + \sin x \sin y$$

$$\sin x \cos y + \sin y \cos x = \sin x \cos y - \sin y \cos x + \sin x \sin y$$

$$2 \sin y \cos x = \sin x \sin y$$

اطراف را تقسیم $\sin x \sin y$ می‌کنیم

$$2 \sin y \cos x = \sin x \sin y$$

$$2 \frac{\sin y \cos x}{\sin x \sin y} = \frac{\sin x \sin y}{\sin x \sin y} = 1$$

$$2 \frac{\cos x}{\sin x} = 1 \Rightarrow 2 \cot x = 1 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{2}$$

$$\tan x = 2 \Rightarrow x = 63.45^\circ \text{ است، پس: } \frac{1}{\tan x} = \cot x = \frac{1}{2} \text{ چون}$$

از سوال داریم:

$$\tan y = \tan x - 1 \Rightarrow \tan y = 2 - 1 \Rightarrow \tan y = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

