

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حل تمرینات عمومی صنف یازدهم فصل دوم (بخش اول) – مثلثات





فهرست مطالب

حل تمرينات عمومى.....	1
فصل دوم مثلثات صنف يازدهم.....	1
بخش اول.....	1
سوالات چهار جوابه.....	1
سوالات زير را حل نماييد:.....	3
مأخذ.....	11

حل تمرينات عمومي
فصل دوم مثلاثات صنف يازدهم
بخش اول

اهدا كننده: ابزار كانكور

منبع: كتابخانه درخت دانش

جواز/دارنده حق چاپ: دامنه عمومي / CC0

نويسنده : استاد مديحه احمدي

حل تمرینات عمومی

فصل دوم مثلثات صنف یازدهم

بخش اول

سوالات چهار جوابه

سوال های زیر را به دقت خوانده برای هر سوال چهار جواب داده شده است جواب درست را دریافت و دور آن حلقه بکشید.

1- $\hat{A} = 20^\circ$ زاویه بین ضلع $b=10\text{cm}$ و $c=7\text{cm}$ می باشد. اندازه ضلع a عبارت است از :

- (a) 16.4cm (b) 16cm (c) 15.9cm (d) 4.17

حل 1:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 10^2 + 7^2 - 2 \cdot 10 \cdot 7 \cos 20^\circ$$

$$a^2 = 100 + 49 - 140 \cdot 0.9397$$

$$a^2 = 17.45$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{17.45}$$

$$a = 4.17\text{cm}$$

2- اگر $a=8\text{ft}$ ، $b=5\text{ft}$ و $c=10\text{ft}$ باشند اندازه زاویه B عبارت است از:

- (a) $B = 28.5^\circ$ (b) $B = 29^\circ$ (c) $B = 29.4^\circ$ (d) $B = 28^\circ$

(a) $B = 28.5^\circ$ (b) $B = 29^\circ$ (c) $B = 29.4^\circ$ (d) $B = 28^\circ$

حل 2:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{8^2 + 10^2 - 5^2}{2 \cdot 8 \cdot 10} = \frac{64 + 100 - 25}{160} = \frac{139}{160}$$

$$\cos B = 0.8687$$

$$B = 29.4^\circ$$

3- اگر $A=48^\circ$ ، $B=22^\circ$ ، $a=5ft$ باشد. اندازه ضلع b عبارت است از :

(a) $8ft$ (b) $2.52ft$ (c) $9ft$ (d) $-9.5ft$

حل 3-

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{5 \cdot \sin 22^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{5 \cdot 0.3746}{0.7431} = \frac{1.873}{0.7431} = 2.52ft$$

4 - ناحیه قیمت های تابع $x = \arcsin y$ عبارت است از:

(a) IR^- (b) IR (c) $IR - \{0\}$ (d) IR^+

جواب 4 - جزء C درست است

5 - مطابقت مثلثاتی $\sec x(\sec x - \cos x)$ مساوی است به:

(a) $\tan x$ (b) $\frac{1}{\tan x}$ (c) $\cot x$ (d) $\tan^2 x$

حل 5 - مطابقت مثلثاتی $\sec x(\sec x - \cos x)$ عبارت است از:

(a) $\tan x$ (b) $\frac{1}{\tan x}$ (c) $\cot x$ (d) $\tan^2 x$

$$\sec x(\sec x - \cos x) = \sec^2 x - \sec x \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cancel{\cos x}} \cancel{\cos x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$$

جواب 5: جزء d درست است

سوالات زیر را حل نمایید:

1 – هرگاه اندازه $A=30^\circ$ بین ضلع $C=8ft$ و $b=5ft$ باشد اندازه ضلع a و $\sin C$ را دریافت کنید.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cos 30^\circ$$

$$a^2 = 25 + 64 - 80 \frac{\sqrt{3}}{2} = 89 - 40(1.73)$$

$$a^2 = 89 - 69.2 = 19.8$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{19.8} = 4.44 ft$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\sin C = \frac{c \sin A}{a} = \frac{8 \sin 30^\circ}{4.44} = \frac{8 \cdot \frac{1}{2}}{4.44} = \frac{4}{4.44} = 0.8944$$

$$C \approx 26^\circ 30'$$

2 – اگر در یک مثلث اندازه سه ضلع آن $a=8cm$ ، $b=5cm$ و $c=10cm$ داده شده باشد اندازه زاویه A و اندازه زاویه B که مقابل ضلع b قرار دارد چند است.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5^2 + 10^2 - 8^2}{2 \cdot 5 \cdot 10} = \frac{25 + 100 - 64}{100} = \frac{125 - 64}{100}$$

$$\frac{125 - 64}{100} = \frac{61}{100} = 0.61$$

$$\cos A = 0.61$$

$$A \approx 52^\circ 20'$$

3- در مثلث ABC اگر $\frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و اندازه‌ی زاویه $A = 30^\circ$ داده شده باشد، اندازه زاویه B و C را دریافت کنید.

$$\frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow c = \sqrt{3}, b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 2^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cos 30^\circ$$

$$a^2 = 4 + 3 - 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7 - 2 \cdot 3 = 7 - 6 = 1$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cos B$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1 + 3 - 4}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3}} = \frac{4 - 4}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{0}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0$$

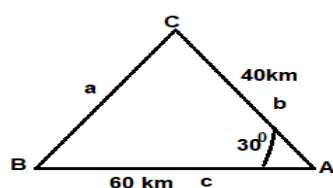
$$\cos B = 0 \Rightarrow b = 90^\circ$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\cos C = \frac{1^2 + 2^2 - \sqrt{3}^2}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{1 + 4 - 3}{4} = \frac{5 - 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$C = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow C = 60^\circ$$

4- دو کشتی از یک نقطه A به دو جهت مختلف طوری به حرکت افتاده اند که زاویه بین مسیر حرکت شان 30° است. اگر بعد از یک ساعت، کشتی اول 40km و کشتی دوم 60km مسافت را طی کرده باشد فاصله بین دو کشتی چند است؟



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cos A$$

$$a^2 = 40^2 + 60^2 - 2 \cdot 40 \cdot 60 \cos 30^\circ$$

$$a^2 = 1600 + 3600 - 4800 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = 5200 - 2400 \cdot 1.73 = 5200 - 4152 = 1048$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{1048}$$

$$a = 32.37 \text{ km}$$

5 - $\cot \beta$ را از جنس $\sin \beta$ و $\cos \beta$ افاده کنید.

$$\cot^2 \beta = \left(\frac{\cos \beta}{\sin \beta} \right)^2 = \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{1 - \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{1}{\sin^2 \beta} - 1$$

$$\cot^2 \beta = \left(\frac{\cos \beta}{\sin \beta} \right)^2 = \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{\cos^2 \beta}{1 - \cos^2 \beta}$$

6 - مطابقت های مثلثاتی زیر را ثابت کنید:

$$a) \frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$$

$$b) \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

$$c) \tan A + \cot A = 2 \csc 2A$$

$$d) \frac{1 - \cos 2A + \cos B - \cos(A + B)}{1 + \cos 2A - \cos B - \cos(A + B)} = \tan \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2}$$

$$e) \frac{\cos A}{1 - \sin A} = \tan\left(45^\circ + \frac{A}{2}\right)$$

$$f) \cos \alpha \cos(60^\circ - \alpha) \cos(60^\circ + \alpha) = \frac{1}{4} \cos 3\alpha$$

$$a) \frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$$

$$\frac{2 \sin A \cos A}{1 + \cos^2 A - \sin^2 A} = \frac{2 \sin A \cos A}{\cos^2 A + \cos^2 A} = \frac{2 \sin A \cos A}{2 \cos^2 A}$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$$

$$b) \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

$$\frac{1 - (\cos^2 A - \sin^2 A)}{1 + \cos^2 A - \sin^2 A} = \frac{1 - \cos^2 A + \sin^2 A}{\cos^2 A + \cos^2 A} = \frac{\sin^2 A + \sin^2 A}{\cos^2 A + \cos^2 A}$$

$$\frac{2\sin^2 A}{2\cos^2 A} = \tan^2 A$$

$$c) \tan A + \cot A = 2 \csc 2A$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos A \sin A} = \frac{1}{\cos A \sin A} \cdot \frac{2}{2}$$

$$\tan A + \cot A = \frac{2}{2 \sin A \cos A} = \frac{2}{\sin 2A} = 2 \frac{1}{\sin 2A}$$

$$\tan A + \cot A = 2 \csc 2A$$

$$d) \frac{1 - \cos A + \cos B - \cos(A+B)}{1 + \cos A - \cos B - \cos(A+B)} = \tan \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2}$$

$$1 - \cos A + \cos B - \cos(A+B)$$

$$\cos A = 2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1$$

$$\cos B = 2 \cos^2 \frac{B}{2} - 1$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$= 1 - \cos A + \cos B - \cos(A+B) = 1 - 2 \cos^2 \frac{A}{2} + 1 + 2 \cos^2 \frac{B}{2} - 1 - \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$= 1 - 2 \cos^2 \frac{A}{2} + 1 + 2 \cos^2 \frac{B}{2} - 1 - (2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1)(2 \cos^2 \frac{B}{2} - 1) + 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}$$

$$= 1 - 2 \cos^2 \frac{A}{2} + 1 + 2 \cos^2 \frac{B}{2} - 1 - 4 \cos^2 \frac{A}{2} \cdot \cos^2 \frac{B}{2} + 2 \cos^2 \frac{A}{2} + 2 \cos^2 \frac{B}{2} - 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}$$

$$= 4 \cos^2 \frac{B}{2} - 4 \cos^2 \frac{A}{2} \cdot \cos^2 \frac{B}{2} + 4 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}$$

$$= 4 \cos^2 \frac{B}{2} (1 - 4 \cos^2 \frac{A}{2}) + 4 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} = 4 \cos^2 \frac{B}{2} \sin^2 \frac{A}{2} + 4 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}$$

$$= 4 \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} + 4 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} = 4 \cos \frac{B}{2} \sin \frac{A}{2} (\cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} + \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2})$$

$$= 4 \cos \frac{B}{2} \sin \frac{A}{2} \sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})$$

حال به انکشاف مطابقت مخرج می‌پردازیم

$$\begin{aligned}
 & 1 + \cos A - \cos B - \cos(A + B) \\
 &= 1 + \cos A - \cos B - \cos(A + B) = 1 + 2\cos^2 \frac{A}{2} - 1 - 2\cos^2 \frac{B}{2} + 1 - \cos A \cos B + \sin A \sin B \\
 &= 2\cos^2 \frac{A}{2} - 2\cos^2 \frac{B}{2} + 1 - (2\cos^2 \frac{A}{2} - 1)(2\cos^2 \frac{B}{2} - 1) + 2\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot 2\sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \\
 &= 2\cos^2 \frac{A}{2} - 2\cos^2 \frac{B}{2} + 1 - (4\cos^2 \frac{A}{2} \cdot \cos^2 \frac{B}{2} + 2\cos^2 \frac{A}{2} - 2\cos^2 \frac{B}{2} + 1) + 4\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \\
 &= 2\cos^2 \frac{A}{2} - 2\cos^2 \frac{B}{2} + 1 - 4\cos^2 \frac{A}{2} \cdot \cos^2 \frac{B}{2} + 2\cos^2 \frac{A}{2} + 2\cos^2 \frac{B}{2} - 1 + 4\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \\
 &= 4\cos^2 \frac{A}{2} - 4\cos^2 \frac{A}{2} \cdot \cos^2 \frac{B}{2} + 4\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \\
 &= 4\cos^2 \frac{A}{2} (1 - \cos^2 \frac{B}{2}) + 4\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} = 4\cos^2 \frac{A}{2} \sin^2 \frac{B}{2} + 4\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \\
 &= 4\cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} + 4\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} = 4\cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} (\cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} + \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2}) \\
 &= 4\cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})
 \end{aligned}$$

حال قیمت های صورت و مخرج را در اصل مطابقت به جای شان قرار می‌دهیم.

$$\frac{1 - \cos A + \cos B - \cos(A + B)}{1 + \cos A - \cos B - \cos(A + B)} = \frac{4\cos \frac{B}{2} \sin \frac{A}{2} \sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})}{4\cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})} = \frac{\sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2}}{\cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2}} = \tan \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2}$$

$$e) \frac{\cos A}{1 - \sin A} = \tan(45^\circ + \frac{A}{2})$$

$$= \frac{\tan 45^\circ + \tan \frac{A}{2}}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan \frac{A}{2}} = \frac{1 + \tan \frac{A}{2}}{1 - 1 \cdot \tan \frac{A}{2}} = \frac{1 + \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}}}{1 - \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}}} = \frac{\frac{\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}}}{\frac{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}}} = \frac{\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}}$$

حال صورت ومخرج کسر را ضرب مزدوج صورت می‌کنیم.

$$\tan(45^\circ + \frac{A}{2}) = \frac{\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}} = \frac{(\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2})(\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2})}{(\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2})(\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2})} = \frac{\cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2} - 2 \cos \frac{A}{2} \sin \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{A}{2}}$$

$$\tan(45^\circ + \frac{A}{2}) = \frac{\cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}}{1 - 2 \cos \frac{A}{2} \sin \frac{A}{2}} = \frac{\cos A}{1 - \sin A}$$

$$f) \cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \frac{1}{4} \cos 3\alpha$$

$$\cos \alpha (\cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha) (\cos 60^\circ \cos \alpha - \sin 60^\circ \sin \alpha)$$

$$= \cos \alpha (\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha) (\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha) = \cos \alpha (\frac{1}{4} \cos^2 \alpha - \frac{3}{4} \sin^2 \alpha)$$

$$= \cos \alpha [\frac{1}{4} \cos^2 \alpha - \frac{3}{4} (1 - \cos^2 \alpha)] = \cos \alpha (\frac{1}{4} \cos^2 \alpha - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cos^2 \alpha)$$

$$= \frac{1}{4} \cos^3 \alpha - \frac{3}{4} \cos \alpha + \frac{3}{4} \cos^3 \alpha = \frac{1}{4} (\cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha + 3 \cos^3 \alpha) = \frac{1}{4} (4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha)$$

$$(4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha) = \cos 3\alpha$$

$$\cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \frac{1}{4} \cos 3\alpha$$

سوال 7: افاده های مثلثاتی زیر را ساده نمایید.

$$\begin{array}{ll} 1 - 2 \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha & (b) \quad \frac{2 \tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} \quad (a) \\ (\cos^2 x + 2 \sin x \cos x - \sin^2 x)^2 & (d) \quad \cos 4x + 2 \sin^2 2x \quad (c) \end{array}$$

حل جزء a

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(15^\circ + 15^\circ) = \frac{\tan 15^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 15^\circ \cdot \tan 15^\circ}$$

$$\begin{aligned} \frac{2 \tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} &= \frac{\tan 15^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 15^\circ \tan 15^\circ} = \tan(15^\circ + 15^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} \\ &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$b) 1 - 2 \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha = 2 \cos 2\alpha$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha = \cos 2\alpha + \cos 2\alpha = 2 \cos 2\alpha$$

$$c) \cos 4x + 2 \sin^2 2x$$

$$\cos 4x = \cos(2x + 2x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x = 1 - \sin^2 2x - \sin^2 2x = 1 - 2 \sin^2 2x$$

$$\cos 4x + 2 \sin^2 2x = 1 - 2 \sin^2 2x + 2 \sin^2 2x = 1$$

$$\begin{aligned}
 d) (\cos^2 x + 2 \sin x \cos x - \sin^2 x)^2 &= (\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos x)^2 \\
 (\cos 2x + \sin 2x)^2 &= \cos^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x + \sin^2 2x \\
 \cos^2 2x + \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x &= 1 + 2 \sin 2x \cos 2x \\
 1 + 2(2 \sin x \cos x)(\cos^2 x - \sin^2 x) &= 1 + 2\{\sin x \cos^3 x - 2 \sin^3 x \cos x\} \\
 = 1 + 4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x &= 1 + 4 \sin 4x
 \end{aligned}$$

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

