

Kankor Widget

ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حرکت دورانی





فهرست مطالب

1	حرکت دورانی
1	جسم سخت
3	حرکت انتقالی
3	حرکت دورانی
3	سرعت زاویوی و تعجیل زاویوی در حرکت دورانی جسم
6	حرکت دورانی با تعجیل زاویوی ثابت
8	رابطه بین سرعت و تعجیل زاویوی و خطی
12	مأخذ

حرکت دورانی

اهدا کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

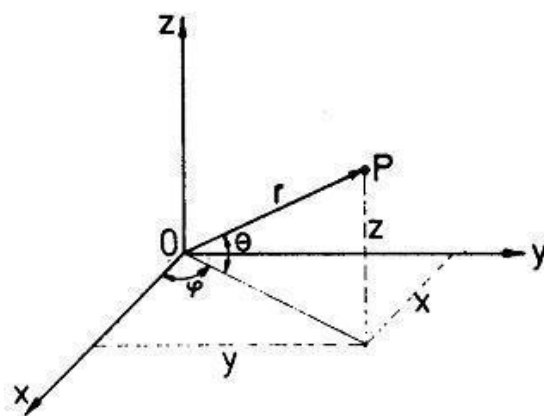
جواز / دارنده حق چاپ: دامنه عمومی / CC.0

حرکت دورانی

جسم سخت

درفزیک عمومی حرکت خطی اجسام را مورد مطالعه قرار دادیم و توسط مشاهدات تجربوی قوانین نیوتن را حاصل نمودیم، درین جا اثر قوه را بالای جسم مورد مطالعه قرار میدهم. یکی از تاثیرات قوه بالای یک جسم حرکت انتقالی آن است، یعنی جسم به امتداد مسیر حرکت خویش بدون در نظر گرفتن حرکت دورانی حرکت میکند. انرژی حرکتی جسم در حرکت انتقالی به مراتب بزرگتر از انرژی است که جسم در حالت دوران دارد. تاثیرات اساسی دیگری قوه را بالای جسم هنوز مورد مطالعه قرار نداده ایم. این تاثیرات قوه بالای جسم عبارت اند از اینکه قوه جسم را به حرکت دورانی وامیدارد و هم چنان جسم را حرکت اهتزازی میدهد، علاوه بر آن قوه باعث تغییر شکل جسم میگردد، که این تاثیرات قوه را در این بخش فزیک مورد بررسی قرار میدهم. در حرکت خطی اجسام را مانند نقطه مادی در نظر گرفته بودیم، اما در حرکت دورانی نمی توانیم جسم را بحیث نقطه مادی در نظر بگیریم.

توسط کمیات وضعیه x, y, z محل یک نقطه مادی P در یک سیستم مختصات قائم کاملاً مشخص شده می تواند. به همین ترتیب محل یک نقطه مادی می تواند توسط سیستم کمیات وضعیه r, θ, ϕ تعیین گردد یعنی محل نقطه مادی می تواند توسط فاصله آن از مبدا O یعنی r و دو زاویه θ و ϕ مشخص گردد. شکل (۱) موقعیتی جسمی را روی سیستم کمیات در سه بُعد نشان می دهد.

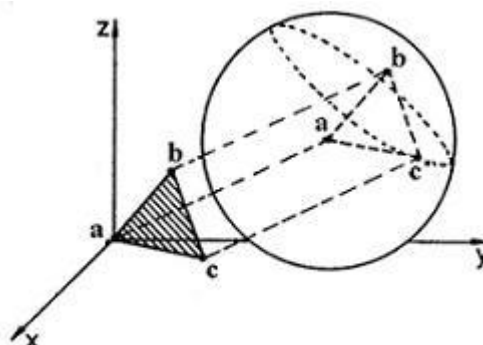


شکل (۱) موقعیت یک جسم را روی کمیات وضعیه نشان می دهد.

دیده میشود که در هر حالت برای تعیین محل نقطه مادی ذگرسه کمیت x, y, z و یا r, θ, φ ضرورت است. اکنون تنها سیستم مختصات قائم xyz را در نظر میگیریم.

در این سیستم مختصات میتوانیم نقطه مادی p را موازی به محور x تغییر مکان بدهیم، بدون آنکه مختصات y و z آن تغییر نماید. عین تغییر مکان نقطه p را میتوانیم موازی به محور y و یا محور z انجام بدهیم، بدون آنکه مختصات دیگر نقطه مذکور تغییر کنند. در نتیجه یک نقطه مادی میتواند در فضای سه بعده سه تغییر مکان مستقل را انجام دهد. بنابراین یک نقطه مادی بصورت عموم دارای سه درجه آزادی است. از اینجا نتیجه میشود که یک سیستم متشکل از n نقطه مادی آزاد بصورت عموم دارای $3n$ درجه آزادی می باشد.

سیستم نقاط مادی و یا کتله های نقطوی بخصوص که فاصله هر جفت آن ثابت و بدون تغییر باقی بماند، بنام سیستم سخت یاد می گردد. جسمی که از این نوع سیستم نقاط مادی تشکیل گردیده باشد بنام جسم سخت یاد می شود. هرگاه در یک جسم سخت سه نقطه انرا که بالای عین خط مستقیم قرار نداشته باشد، در نظر بگیریم، در آن صورت جسم سخت هیچگاه حرکت کرده نمی تواند. هرگاه این سه نقطه مادی آزاد می بودند، در آن حالت هر یک از نقاط مذکور سه درجه آزادی می داشت و مجموعاً هر سه نقطه دارای 9 درجه آزادی می گردید. ولی می بینیم که این سه نقطه در یک جسم سخت کاملاً آزاد نیستند. قرار **Error! Reference source not found.** (۲) در یک جسم سخت نقطه a انرا در نظر میگیریم، این نقطه در فضا م میتواند از ادانه حرکت کند. بنابراین نقطه a جسم مذکور دارای سه درجه آزادی است. نقطه دومی b جسم سخت مذکور از باعث ثابت بودن فاصله آن نظریه a می تواند تنها بالای سطح یک کره حرکت نماید. لذا به سه درجه آزادی جسم سخت دو درجه آزادی از طرف نقطه b علاوه میشود، که مجموعاً پنج درجه آزادی گردد، بالاخره نقطه سومی c جسم سخت میتواند بحول محوری که از نقاط a و b جسم مذکور میگذرد روی مسیر دایروی حرکت نماید. در نتیجه نقطه c دارای یک امکان حرکت یا یک درجه آزادی است که به پنج درجه آزادی جسم علاوه می گردد. در نتیجه یک جسم سخت دارای شش درجه آزادی می باشد. بصورت عموم جسم سخت دارای دو نوع حرکت است:



شکل (2) در جسم جامد سخت سه نقطه مادی

حرکت انتقالی

جسم سخت میتواند در فضا چنان حرکت را انجام بدهد که هر نقطه آن از نقطه نظر مقدار و جهت فواصل مساوی را بی پیماید. این نوع حرکت جسم سخت را حرکت انتقالی یاد میکنند. حرکت انتقالی توسط یک وکتور که بنام وکتور انتقالی یاد می‌گردد مشخص شده میتواند. وکتور مذکور را میتوانیم از یک نقطه کیفی جسم سخت به جهت حرکت آن رسم نماییم، طول این وکتور مقدار تغییر مکان و جهت آن به جهت تغییر مکان جسم سخت منطبق میباشد. در صورتیکه جسم سخت حرکت انتقالی را اجرا نماید در آن حالت تمام نقاط آن دارای عین سرعت میباشند. این سرعت را سرعت انتقالی جسم سخت مینامند. وکتور انتقال (یا سرعت انتقال) در حالت های خاص میتواند موازی به جهت محورهای x, y, z باشد. در نتیجه در صورت حرکت انتقالی جسم دارای سه درجه آزادی است.

حرکت دورانی

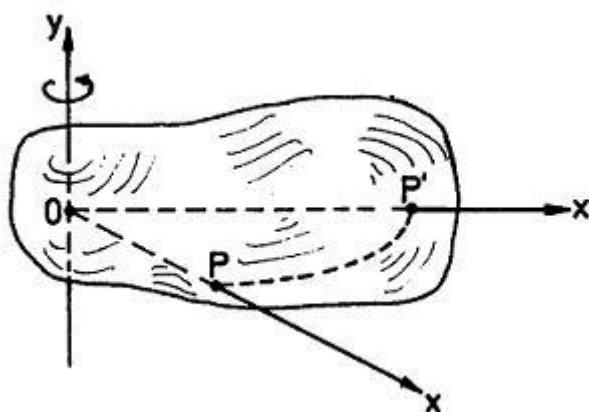
هرگاه دو نقطه جسم سخت به حالت سکون نگهداشته شوند، در آن حالت تمام نقاط دیگر جسم که بالای خط مستقیم که از این دو نقطه ثابت می‌گذرد قرار نداشته باشند، میتوانند بحول خط مذکور بحیث محور دوران دایری را طی کنند. زاویه که بقدر آن جسم سخت بحول محور دوران حرکت می‌کند بنام زاویه دوران یاد می‌گردد. هرگاه جسم سخت در زمان dt بقدر زاویه $d\theta$ بحول یک محور دوران حرکت نماید در آن حالت:

$$\omega = \frac{\partial \theta}{\partial t} \dots\dots\dots (1)$$

را بنام سرعت دورانی و یا سرعت زاویوی یاد میکنند. زاویه دوران و سرعت زاویوی خاصیت وکتوری دارند، زیرا بر علاوه مقدار دوران و مقدار سرعت زاویوی باید جهت آنها نیز در نظر گرفته شوند تا این کمیت فیزیکی کاملاً مشخص شده بتواند. جهت مثبت وکتور دوران و وکتور سرعت دورانی را بطور ذیل تعیین می‌نماییم. هرگاه دوران از جهت مثبت محور x به جهت مثبت محور y صورت بگیرد در آن حالت جهت مثبت وکتور دوران و سرعت زاویوی به جهت مثبت محور z خواهد بود. اجسام سخت دارای یک امکان دیگر حرکت نیز میباشند. مثلاً میتوان یک نقطه جسم سخت را ثابت نگهداشته، در آن حالت تمام نقاط دیگر جسم مذکور بالای کره های هم مرکز حرکت نموده میتوانند. این نقطه را مرکز نقطه دوران یاد میکنند این نوع دوران را میتوان بحیث یک دوران بحول محوری ملاحظه نمود که از این نقطه ثابت بگذرد، ولی این محور دوران در فضا موقعیت خود را متمادیاً تغییر میدهد. از این سبب این نوع محور دوران را محور لحظوی در آن نیز یاد میکنند.

سرعت زاویوی و تعجیل زاویوی در حرکت دورانی جسم

جسم کیفی را قرار شکل (3) در نظر گرفته که بحول محوری که از نقطه O جسم سخت عبور مینماید دوران کند. هرگاه نقطه کیفی P این جسم سخت بحول این محور دوران نماید، در آن حالت تمام نقاط که روی خط OP قرار دارند در عین وقت بقدر عین زاویه دوران میکنند. فرضاً در زمان $t=0$ نقطه p



شکل (3) جسم کیفی بحول محوری که از یک نقطه جسم سخت عبور می نماید دوران میکند .

بالای خط ox منطبق بوده و بعد از گذشت زمان موقعیت p' را بگیرد که در این حالت خط $0p'$ با موقعیت اولی خود

$$\text{زاویه } \theta \text{ را تشکیل میدهد. زاویه } \theta \text{ به رادیان اندازه میگردد } 1 \text{ rad} = \frac{360}{2\pi} = 57.3^\circ$$

حرکت دورانی میتواند از جنس تغییر زاویه θ تشریح گردد. حال فرض می نمائیم که در زمان t_1 خط op جسم سخت

با زاویه θ_1 و در زمان t_2 با ox زاویه θ_2 را تشکیل دهد قرار شکل (4) سرعت زاویوی متوسط $\bar{\omega}$ یا ω_{ave} دروقفه

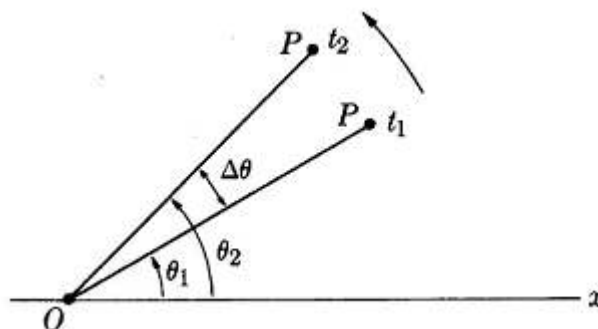
زمان $\Delta t = t_2 - t_1$ عبارت از نسبت تغییر زاویوی $\theta_2 - \theta_1 = \Delta\theta$ است یعنی:

$$\omega_{ave} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \dots\dots\dots(2)$$

سرعت زاویوی لحظوی را میتوانیم از لیمت سرعت زاویوی متوسطه بدست آوریم هنگامیکه Δt بطرف صفر تقرب نماید

یعنی

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\partial\theta}{\partial t} \dots\dots\dots(3)$$



شکل (4) دریافت سرعت زاویوی متوسط

واحد سرعت زاویوی $\frac{Rad}{sec}$ است. واحدهای دیگران $\frac{rev}{min}$ و $\frac{rev}{sec}$ است که:

$$1 \frac{rev}{s} = 2\pi \frac{rad}{s}$$

$$1rpm = 1 \frac{rev}{min} = \left(\frac{2\pi}{60}\right) \frac{rad}{s} \dots\dots\dots(4)$$

هنگامیکه سرعت زاویوی جسم تغییر نماید، در آن حالت جسم دارای تعجیل زاویوی است. اگر ω_1 سرعت زاویوی جسم

در زمان t_1 و ω_2 سرعت زاویوی جسم در زمان t_2 باشد، در آن حالت تعجیل زاویوی متوسط آن عبارت است از:

$$\alpha = \alpha_{ave} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \dots\dots\dots(5)$$

تعجیل زاویوی لحظوی از لیمیت تعجیل متوسط هنگامیکه Δt بطرف صفر تقرب نماید بدست میاید یعنی:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\partial\omega}{\partial t} \dots\dots\dots(6)$$

واحد تعجیل زاویوی $\frac{Rad}{sec^2}$ می باشد. سرعت زاویوی و تعجیل زاویوی مشابه به سرعت و تعجیل خطی اند. در هر حالت

سرعت مشتق فاصله نظر به زمان و تعجیل مشتق سرعت نظر به زمان می باشد. یعنی $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$$\alpha = \frac{\partial\omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial\theta}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} \dots\dots\dots(7)$$

بخاطر باید داشت که حروف لاتین را برای کمیت های زاویه استعمال مینمائیم، یعنی θ را برای موقعیت زاویوی، ω را برای سرعت زاویوی و α را برای تعجیل زاویوی، که اینها مشابهت تام با موقعیت (x) ، سرعت (v) و تعجیل (a) حرکت مستقیم الخط دارند.

حرکت دورانی با تعجیل زاویوی ثابت

هنگامیکه جسم سخت با تعجیل زاویوی ثابت حرکت نماید به اسانی می توان معادلات موقعیت دورانی و سرعت زاویوی آنرا به تابع وقت دریافت نمود. می دانیم که تعجیل زاویوی جسم سخت عبارت است از:

$$\alpha = \frac{\partial \omega}{\partial t} \dots\dots\dots(8)$$

$$\partial \omega = \alpha \cdot \partial t \dots\dots\dots(9) \quad \text{ازینجا:}$$

$$\int d\omega = \int \alpha dt \quad \text{از این رابطه انتگرال گرفته می یابیم که:}$$

$$\omega = \alpha \cdot t + c_1 \dots\dots\dots(10)$$

درحالیکه c_1 ثابت انتگرال بوده که می توانیم قرارذیل آنرا دریافت نمایم. اگر در زمان $t=0$ سرعت زاویوی (ω_0) باشد در آن حالت $c_1 = \omega_0$ می گردد و معادله فوق به شکل ذیل تبدیل می شود:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \dots\dots\dots(11)$$

به همین ترتیب درایم که:

$$\omega = \frac{\partial \theta}{\partial t} \dots\dots\dots(12)$$

ازاینجا

$$\partial \theta = \omega \cdot \partial t \dots\dots\dots(13)$$

ازاین رابطه انتگرال گرفته می یابیم:

$$\int d\theta = \int \omega \cdot dt = \int (\omega_0 + \alpha \cdot t) dt \dots\dots\dots(14)$$

$$\theta = \int \omega_0 \cdot dt + \int \alpha t \cdot dt \dots\dots\dots(15)$$

$$\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 + c_2 \dots\dots\dots(16)$$

C_2 ثابت انتگرال بوده و قیمت آن مساوی به θ_0 است. زمانیکه $t=0$ باشد، در آن حالت $C_2 = \theta_0$ بوده در نتیجه معادله فوق به شکل زیر تبدیل می گردد:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \dots\dots\dots(17)$$

اگر قیمت t را از معادله (11) دریافت نموده و در معادله (17) وضع نمائیم معادله ذیل را می آوریم:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \dots\dots\dots(18)$$

مثال ۱) سرعت جسم در زمان $t=0$ مساوی به $4 \frac{Rad}{sec}$ می باشد. اگر تعجیل آن ثابت و $2 \frac{Rad}{sec^2}$ باشد، در زمان $t=0$ ، جسم از محور افقی شروع به حرکت نموده باشد، در این صورت:

در زمان $t=3sec$ سرعت زاویوی جسم را محاسبه کنید.

در زمان $t=3sec$ خط op با افق کدام زاویه را تشکیل میدهد.

حل: (a) میدانیم که

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \omega = 4 \frac{rad}{s} + \left(2 \frac{rad}{s^2} \right) \cdot (3s) \Rightarrow \omega = 10 \frac{rad}{s}$$

(b) چون $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ است لذا:

$$\theta = 0 + \left(4 \frac{Rad}{sec} \right) \cdot 3sec + \frac{1}{2} \left(2 \frac{Rad}{sec^2} \right) (3sec)^2 \rightarrow \theta = 21Rad = \frac{21}{2\pi} rev = 3.34 rev$$

$$3.34 \text{ rev} \left(2\pi \frac{\text{rad}}{\text{rev}} \right) = 2.15 \text{ Rad} = 123^\circ$$

در نتیجه جسم از سه دور مکمل به اندازه 0.34 rev پیش می‌رود.

بنابر آن به اندازه 123 درجه دوران نموده و با افق زاویه 57° را میسازد.

رابطه بین سرعت و تعجیل زاویوی و خطی

هنگامیکه جسم سخت بحول محور ثابت دوران می‌نماید، در آن حالت هر ذره جسم در بالای دایره حرکت می‌کند که در مستوی عمود به این محور واقع است، طوریکه مرکز دایره بالای این محور قرار دارد.

سرعت یک ذره جسم سخت مستقیماً متناسب به سرعت زاویوی جسم مذکور است، در شکل (5) نقطه P از محور دوران فاصله r را داشته و روی دایره به شعاع r حرکت می‌نماید. هنگامیکه زاویه θ به اندازه $\Delta\theta$ در وقفه زمان Δt تزیاید نماید، در آن حالت ذره قوس $\Delta s = r\Delta\theta$ را می‌پیماید. اگر زاویه $\Delta\theta$ بسیار کوچک باشد، در آن صورت قوس Δs تقریباً شکل خطه مستقیم را داشته و سرعت متوسط ذره قرار ذیل تحریر می‌گردد.

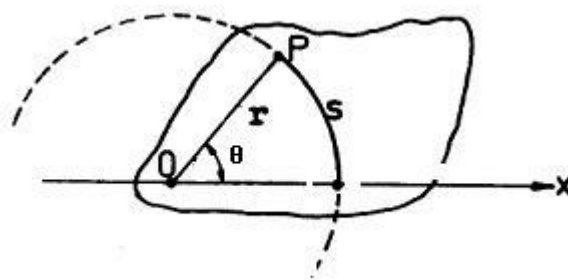
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots(19)$$

از اینجا سرعت لحظوی مساوی است به:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots(20)$$

از اینجا :

$$v = r \cdot \omega \quad \dots\dots\dots(21)$$



شکل (5) نقطه مادی p از محور دوران به فاصله r روی دایره به شعاع r در حرکت است .

جهت سرعت v ذره در هر نقطه مسیر دایروی مماس به مسیر حرکت می‌باشد. در صورتیکه سرعت زاویوی به اندازه $\Delta\omega$ تغییر نماید، دران حالت تغییر سرعت خطی ذره به شکل ذیل داده شده است:

$$\Delta v = r \cdot \Delta\omega \quad \text{.....(22)}$$

اگر این تغییر در زمان Δt صورت بگیرد دران حالت داریم:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{.....(23)}$$

از این رابطه لیمت گرفته زمانیکه Δt بطرف صفر تقرب نماید می یابیم که:

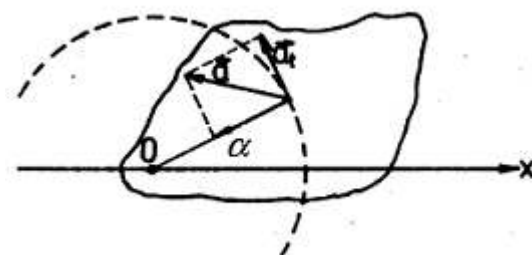
$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{.....(24)}$$

و یا $a_t = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$ که α مرکبه شعاعی تعجیل و یا تعجیل زاویوی بوده که قیمت ان توسط رابطه ذیل دریافت می‌گردد:

$$a_n = r \cdot \omega^2 = \frac{v^2}{r} \quad \text{.....(25)}$$

و a_t را بنام مرکبه مماسی تعجیل یاد می نمایند و a را بنام تعجیل محصله یاد میکنند که قیمت ان مطابق شکل (6) عبارت است از:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \quad \text{.....(26)}$$



شکل (6) مرکب های مماسی و زاویوی تعجیل

سوالات

۱) جسم سخت میتواند در فضا چنان حرکت را انجام بدهد که هر نقطه ان از نقطه نظر مقدار و جهت فواصل مساوی را بی پیماید. این نوع حرکت جسم سخت را یاد میکنند.

۱) حرکت دورانی ۲) حرکت انتقالی ۳) حرکت خطی ۴) حرکت موجی

۲) یک جسم سخت عموماً دارای چند نوع حرکت است؟

۱) دو نوع ۲) سه نوع ۳) چهار نوع ۴) یک نوع

۳) کدام یک از روابط ذیل قورمول سرعت زاویوی متوسط می باشد؟

۱) $\omega_{ave} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$ ۲) $\omega_{ave} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ۳) $\omega_{ave} = \Delta\theta \cdot \Delta t$ ۴) ۱ و ۲ درست است

۴) یک جسم سخت با معادله $(\omega = 4 + 0.65 \cdot t)$ حرکت دورانی را انجام می دهد شتاب زاویوی این حرکت مساوی است به:

۱) 4 rad/s ۲) 16 rad/s ۳) 0.65 rad/s ۴) 2.6 rad/s

۵) یک متحرک با معادله $\left(\theta = \frac{\pi}{4} + 5t + 2t^2\right)$ حرکت دورانی را انجام می دهد، این جسم تحت کدام زاویه شروع به حرکت نموده است؟

۱) 60° ۲) 45° ۳) 90° ۴) 0°

۶) کدام یک از روابط ذیل رابطه بین سرعت خطی و زاویوی را نشان می‌دهد؟

$$\omega = r \cdot v^2 \quad (۴)$$

$$v = \frac{r}{\omega} \quad (۳)$$

$$v = r \cdot \omega^2 \quad (۲)$$

$$v = r \cdot \omega \quad (۱)$$

۷) جسمی با معادله $(\theta = 4t + 5t^2)$ حرکت دورانی را روی مسیر دایره‌ای با شعاع 4m انجام می‌دهد، شتاب خطی این حرکت را در لحظه چهارم حرکت دریابید؟

$$6584.438 \text{ m/s} \quad (۴)$$

$$7864.34 \text{ m/s} \quad (۳)$$

$$7744.1 \text{ m/s} \quad (۲)$$

$$9748 \text{ m/s} \quad (۱)$$

منابع

(۱) Fundamental of physic, 8th edition, Halliday, David, 2008, Chapter 10

(۲) College physic, 9th edition, Frederick J, 2004, Chapter 10

(۳) لکچر نوت صنف سیزدهم، چپتر حرکت های دورانی، وزارت معارف افغانستان.

(۴) www.cp7e.com

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

