

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

قوانین کیلر و قانون جاذبه جهانی نیوتن





فهرست مطالب

1	قوانین کیپر و قانون جاذبه جهانی نیوتن
1	قوانین کیپر:
2	قانون جاذبه نیوتن:
4	موارد استعمال قانون جاذبه نیوتن:
6	مأخذ

قوانین کپلر و قانون جاذبه جهانی نیوتن

اهدا کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

جواز/دارنده حق چاپ: دامنه عمومی / CC0

نویسنده: مدیحه احمدی

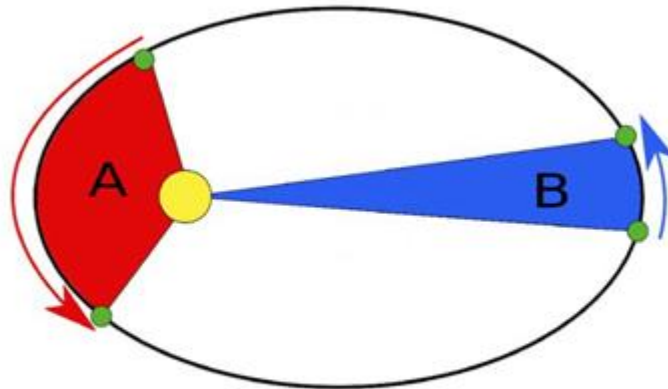
قوانین کپلر و قانون جاذبه جهانی نیوتن

قوانین کپلر:

در اواخر قرن شانزدهم و اوایل قرن هفدهم، یوهان کپلر ستاره‌شناس معروف آلمانی توانست با استفاده از تجربیات بیست ساله منجم دنمارکی، تیکوبراهه سه قانون زیر را به دست آورد. بعد ایزاک نیوتن به تصحیح و تکمیل این قوانین پرداخت. این قوانین از مهمترین و معروفترین قوانین نجوم هستند.

هر سیاره به حول آفتاب بالای مسیر بیضوی در حال حرکت دورانی می‌باشد. طوری که آفتاب در یکی از محراق‌های بیضوی مذکور قرار دارد.

1. خطی که سیاره را به آفتاب وصل می‌کند، در اوقات مساوی سطوح مساوی را جاروب می‌نماید قرار شکل 1



شکل 1 حرکت سیاره را به دور آفتاب نشان می‌دهد

2. نسبت مربعات زمان یک دور مکمل (زمان تناوب) دو سیاره کیفی مساوی یست به نسبت مکعب‌های نصف قطر اطول مسیرهای شان می‌باشد. هرگاه T_1 و T_2 زمان‌های تناوب دو سیاره و a_1 و a_2 نصف قطر اطول مسیرهای همین دو سیاره باشند. در آن صورت داریم:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

به صورت عموم تحریر نموده می‌توانیم:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} = \dots \dots \dots \frac{T_n^2}{a_n^3} = k$$

که k یک کمیت ثابت است.

قانون جاذبه نیوتن:

نیوتن قانون جاذبه خود را با استفاده از قوانین کپلر اشتقاق نمود. از قوانین کپلر چنین نتیجه‌گیری می‌شود که بالای هر سیاره باید یک قوه عمل نماید که به صورت مداوم جهت آن متوجه یک نقطه ثابت باشد که این نقطه ثابت آفتاب است. برای دریافت این قوه مسیرهای سیارات را به دور آفتاب دایروی در نظر می‌گیریم. در این حالت فاصله یک سیاره کیفی را از آفتاب به r کتله، آن را m و زمان تناوب آن را به دور آفتاب به T نشان می‌دهیم. پس قوه‌یی که باعث حرکت دورانی سیارات به حول آفتاب می‌شود، شکل قوه جذب به مرکز را دارد یعنی:

$$F_{cp} = m r \omega^2 \dots\dots\dots 1$$

چون در حرکت‌های دایروی $\omega = \frac{2\pi}{T}$ است، پس:

$$F_{cp} = m r \frac{4\pi^2}{T^2}$$

از طرف دیگر مسیر سیارات به صورت تقریبی دایروی فرض شده اند، پس قانون سوم کپلر را می‌توانیم چنین بنویسیم:

$$\frac{r^3}{T^2} = c$$

$$T^2 = \frac{r^3}{c}$$

قیمت T^2 را در رابطه 2 به جایش وضع می‌نماییم، رابطه 2 به شکل ذیل تبدیل می‌گردد:

$$F_{cp} = \frac{4\pi^2 m c}{r^2}$$

در این جا $4\pi^2 c$ ثابت است و آن را به C_1 نشان می‌دهیم، پس:

$$F_{cp} = C_1 \frac{m}{r^2} \dots\dots\dots 3$$

این قوه‌ای که از طرف آفتاب بالای سیاره که کتله آن m و فاصله آن از آفتاب r است عمل نموده و آفتاب در هر لحظه آن را با این قوه به طرف خود جذب می‌کند. نظر به قانون سوم نیوتن نه تنها آفتاب سیارات را به طرف خود جذب می‌کند، بلکه هر سیاره با قوه مساوی آفتاب را به طرف خود جذب می‌کند که این قوه‌ها از نقطه نظر مقدار باهم مساوی اند. اگر M کتله

آفتاب و r فاصله آفتاب از یک سیاره کیفی باشد، در آن صورت قوه‌یی که سیاره آفتاب را به طرف جذب می‌کند مستقیماً متناسب به کتله آفتاب M و معکوساً متناسب به مربع فاصله r آفتاب از سیاره است پس داریم:

$$F_{pl} = C_2 \frac{M}{r^2} \dots\dots\dots 4$$

در حالیکه C_2 ثابت تناسب بوده و برای سیارات مختلف قیمت‌های متفاوت را دارا می‌باشد. چون قوه‌یی که آفتاب سیاره را به طرف خود جذب می‌کند (F_{cp}) و قوه‌یی که سیاره آفتاب را به طرف خود جذب می‌کند (F_{pl}) از نگاه مقدار با هم مساوی است، یعنی: $F_{cp} = F_{pl}$ بنا بر آن از معادلات 3 و 4 می‌یابیم:

$$C_1 \frac{m}{r^2} = C_2 \frac{M}{r^2}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{C_1}{C_2} \dots\dots\dots 5$$

رابطه 5 زمانی صدق می‌نماید که C_1 متناسب به M و C_2 متناسب به m بوده و ثابت تناسب هر دو با هم مساوی باشد، یعنی:

$$C_1 = G \cdot M$$

$$C_2 = G \cdot m$$

طوری که G یک ثابت تناسب جدید است قوه‌یی که از طرف آفتاب بالای یک سیاره کیفی که کتله آن m است، وارد می‌شود و یا قوه‌یی که توسط آن سیاره آفتاب را به طرف خود جذب می‌کند با در نظر داشت معادلات 4 و 5 مساوی خواهد بود:

$$F_{cp} = F_{pl} = G \cdot m \frac{M}{r^2} \dots\dots\dots 6$$

رابطه 6 که از حرکت سیارات به حول آفتاب حاصل گردیده است، برای تمام اجسام قابل تطبیق می‌باشد و به نام قانون جاذبه نیوتن یاد می‌گردد و چنین بیان می‌دارد:

قوه جاذبه بین دو کتله m و M مستقیماً متناسب به کتله‌های m و M و معکوساً متناسب به مربع فاصله بین مراکز ثقل آن‌هاست، یعنی:

$$F_g = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

ثابت تناسب G که به نام ثابت جاذبه نیوتن یاد گردیده یک ثابت جهانی بوده و تابع کتله‌های اجسام و فواصل بین آنها نمی‌باشد. قیمت این ثابت تناسب برای بار اول در سال 1798 توسط کاوندیش به صورت تجربی در یافت گردید و مقدار آن عبارت

$$\text{است از: } G = 6.67 \times 10^{-8} \frac{\text{dyn cm}^2}{\text{g}^2}$$

وزن یک جسم عبارت از قوه جاذبه زمین است که توسط آن زمین جسم را به طرف خود جذب می‌کند. اگر r فاصله مرکز ثقل مهتاب از مرکز زمین، T زمان تناوب مهتاب به دور زمین باشد، پس نظر به رابطه $F_{cp} = m r \frac{4\pi^2}{T^2}$ مقدار تعجیل شعاعی مهتاب که جهت آن به طرف مرکز زمین است، عبارت می‌باشد از:

$$a_r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

چون فاصله وسطی مهتاب از مرکز زمین 383930km و زمان تناوب مهتاب به حول زمین 2360580sec است، پس:

$$a_r = 0.272 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

موارد استعمال قانون جاذبه نیوتن:

به کمک قانون جاذبه نیوتن می‌توان کتله‌های سیارات را محاسبه نمود. اگر M کتله زمین که آن را در مرکز زمین تصور نموده می‌توانیم، m کتله یک جسم کیفی و r فاصله مرکز ثقل جسم و مرکز زمین باشد؛ در صورتی که جسم بالای سطح زمین و یا در نزدیکی سطح زمین قرار داشته باشد، در آن حالت فاصله r تقریباً مساوی به شعاع زمین یعنی $r=R=6400\text{km}$ بوده پس قوه جاذبه که زمین جسم را به طرف خود جذب می‌کند عبارت است از:

$$F_g = G \frac{Mm}{r^2} = ma \dots\dots 1$$

از اینجا تعجیلی را که کتله m به خود اختیار می‌کند مساوی خواهد بود به:

$$a = \frac{G \cdot M}{r^2} \dots\dots 2$$

از معادله 2 دیده می‌شود که تعجیل a را که جسم با کتله m نظر به وزن خود و یا قوه جاذبه زمین در یک فاصله معین از مرکز زمین دارا می‌باشد ثابت بوده و مربوط کتله m و دیگر مشخصات آن نمی‌باشد، پس این تعجیل برای تمام اجسام یکسان است. در رابطه 2، a تعجیل جاذبه یعنی g می‌باشد. بنا بر آن قوه جاذبه مساوی به وزن w جسم است.

یعنی:

$$F_g = mg = W$$

$$a = \frac{GM}{R^2} = g$$

حال با استفاده از رابطه اخیر، کتله زمین را به آسانی می‌توان محاسبه نمود.

چون G, g, R معلوم اند، پس از معادله اخیر داریم:

$$G = 6.67 \times 10^{-8} \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}^2}{g_r^2}$$

$$g = 981 \text{ cm/sce}^2$$

$$R = 38393 \times 10^6 \text{ cm}$$

$$M_e = \frac{g \cdot r^2}{G} = \frac{981 \text{ cm/sce}^2 \cdot 38393 \times 10^6 \text{ cm}}{6.67 \times 10^{-8} \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}^2}{g_r^2}} = 5.98 \times 10^{27} g_r$$

در صورتی که زمین کروی فرض گردد، در آن صورت حجم و کثافت زمین مساوی است به :

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (383930 \times 10^6 \text{ cm})^3$$

$$V = 1.1 \times 10^{27} \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{5.98 \times 10^{27} g_r}{1.1 \times 10^{27} \text{ cm}^3} = 5.52 \frac{g_r}{\text{cm}^3}$$

کثافت وسطی مواد سطح زمین مساوی به $2.5 \frac{g_r}{\text{cm}^3}$ اندازه گردیده است، پس می‌توان گفت که باید کثافت مواد داخلی زمین

بزرگتر از $5.52 \frac{g_r}{\text{cm}^3}$ باشد، از اینجا نتیجه گرفته می‌شود که داخل کره زمین باید از عناصر سنگین مانند نکل، آهن و

غیره تشکیل شده باشد.

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

