

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

پر تاب مایل

Inclined Projectile





فهرست مطالب

1	پرتاب مایل.....
1	Inclined projectile.....
4	مناقشه.....
5	سوالات.....
6	منابع.....
7	مأخذ.....

پرتاب مایل

Inclined projectile

اهداء کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

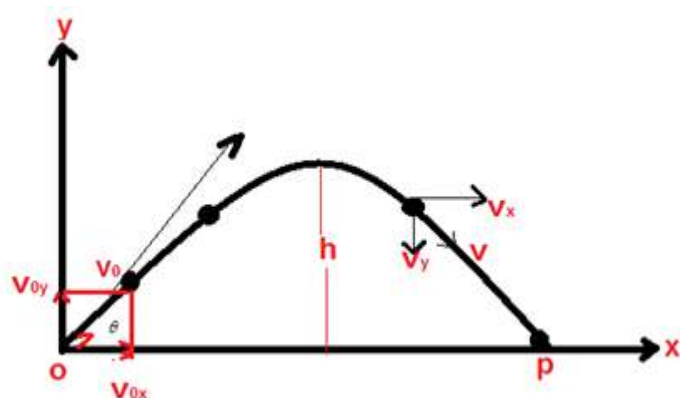
جواز / دارنده حق چاپ: دامنه عمومی / CC.0

پرتاب مایل

Inclined projectile

جسمی را با سرعت اولیه v_0 مطابق به تصویر (۱) مایلاً پرتاب می‌نماییم، طوریکه نقطه پرتاب مبدأ سیستم مختصات (X, Y) باشد. در این حالت دیده می‌شود که جسم مذکور به حرکت مستقیم الخط منظم خود ادامه داده نمی‌تواند، زیرا جسم مذکور هر لحظه تحت تاثیر قوه جاذبه زمین قرار داشته و به طرف زمین کشانیده می‌شود. بنابر آن می‌توان حرکت جسم پرتاب شده را ترکیبی از دو حرکت مستقیم الخط منظم به جهت محور X و دیگری حرکت متغییر

تاخیری به جهت محور Y دانست، یعنی می‌توان وکتور سرعت v_0 را به دو مرکب v_{0x} و v_{0y} تجزیه نمود که در این صورت داریم که:



$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta \quad \text{.....(1)}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta \quad \text{.....(2)}$$

در حالیکه θ زاویه‌ای است که مسیر

پرتاب با محور X می‌سازد، چون سرعت

جسم پرتاب شده به جهت محور X ثابت است و حرکت در امتداد محور (X) یک حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت می‌باشد. پس معادلات حرکت و سرعت جسم پرتاب شده به جهت محور (X) عبارت اند از:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta \quad \text{.....(3)}$$

$$x = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t \quad \text{.....(4)}$$

چون جسم مذکور در جهت محور Y تحت تاثیر شتاب جاذبه زمین قرار می‌گیرد بنأ در امتداد محور (Y) جسم حرکت متغییر تاخیری دارد. بنابراین معادلات حرکت و سرعت آن به این جهت عبارت اند از:

$$v_y = v_0 \cdot \sin \theta - g \cdot t \quad \text{.....(5)}$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{.....(6)}$$

$$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{.....(7)}$$

اگر قیمت t را از رابطه (۴) در یافت نموده و در رابطه (۷) وضع نمائیم پس داریم که:

$$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \theta} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \dots\dots\dots(8)$$

و یا

$$y = x \cdot \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x^2 \dots\dots\dots(9)$$

رابطه ۹ معادله مسیر حرکت پرتاب شده را نشان می‌دهد، از رابطه مذکور دیده می‌شود که مسیر حرکت جسم پرتاب شده در پرتاب مایل عبارت از پارابولا است. برای در یافت فاصله به جهت محور x در نقاط 0 و P قیمت y صفر می‌گردد، پس رابطه ۹ را مساوی به صفر قرار داده و قیمت x را از آن در یافت می‌کنیم.

$$x \cdot \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x^2 = 0 \Rightarrow x \cdot \left(\tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x \right) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x = 0 \Rightarrow \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$x = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta}{g} \Rightarrow x = \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

$$x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g} \dots\dots\dots(10)$$

رابطه ۱۰ فاصله‌ی طی شده به جهت محور x را نشان می‌دهد. حال می‌خواهیم بدانیم که تحت کدام زاویه باید جسم پرتاب گردد تا نقطه اصابت جسم پرتاب شده به جهت محور x از مبدا پرتاب زیاد ترین قیمت را به خود اختیار کند. برای این منظور از رابطه ۱۰ نظر به متحول θ مشتق گرفته و بعداً آن را مساوی به صفر قرار می‌دهیم یعنی:

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \right) = 0$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{v_0^2 2 \cos 2\theta}{g} = 0$$

رابطه اخیر زمانی صدق می‌کند که $\cos 2\theta = 0$ باشد پس می‌توان نوشت که:

$$\cos 2\theta = 0 \Rightarrow 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = \frac{90^\circ}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

در نتیجه اگر جسم تحت زاویه 45° مایلاً به طرف بالا پرتاب گردد، جسم مذکور فاصله اعظمی را به جهت محور X می‌پیماید که این فاصله عبارت است از:

$$x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2(45^\circ)}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 90^\circ}{g} = \frac{v_0^2}{g} \dots\dots\dots(11)$$

برای دریافت ارتفاع بلند رفته جسم باید سرعت جسم پرتاب شده در ارتفاع مذکور صفر قرار داده شود یعنی:

$$v_y = v_0 \cdot \sin \theta - g \cdot t = 0 \Rightarrow v_0 \cdot \sin \theta - g \cdot t = 0 \Rightarrow v_0 \sin \theta = gt$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_0 \sin \theta}{g} \dots\dots\dots(12)$$

با وضع نمودن این قیمت t در رابطه ۷ می‌یابیم که:

$$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \theta}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{g^2}$$

$$y = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{g} - \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2 \cdot g} \Rightarrow y = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \theta - v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2 \cdot g}$$

$$\Rightarrow y = h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2 \cdot g} \dots\dots\dots(13)$$

رابطه ۱۳ ارتفاع بالا رفته جسم را نشان می‌دهد. حال می‌خواهیم زاویه را در یافت کنیم که اگر تحت آن زاویه جسم پرتاب گردد، به بلند ترین نقطه برسد. برای این منظور رابطه ۱۳ را نظر به متحول θ مشتق گرفته و بعداً آن را مساوی به صفر قرار می‌دهیم یعنی:

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2 \cdot g} \Rightarrow \frac{dh}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2 \cdot g} \right) = 0$$

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{v_0^2}{2g} 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = 0 \Rightarrow \frac{v_0^2}{2g} \cdot \sin 2\theta = 0$$

این رابطه زمانی صدق می‌کند که:

$$\sin 2\theta = 0 \Rightarrow 2\theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

باشد از این جا نتیجه می‌شود که اگر زاویه پرتاب 90° باشد جسم پرتاب شده ارتفاع اعظمی را به جهت محور Y خواهد داشت.

مناقشه

(۱) اگر $\theta = 90^\circ$ گردد، در آن حالت از معادلات ۱، ۲، ۳ و ۴ می‌یابیم که:

$$x = 0, \quad v_x = 0$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y = v_0 - g t$$

روابط اخیر عبارت از معادلات حرکت و سرعت پرتاب عمودی به طرف بالا می‌باشد.

(۲) اگر $\theta = 0$ شود، در آن صورت از معادلات ۱، ۲، ۳ و ۴ می‌یابیم که:

$$x = v_0 \cos \theta \cdot t$$

$$x = v_0 \cos 0 \cdot t, \quad \cos 0 = 1, \quad x = v_0 \cdot t$$

$$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$y = v_0 \sin 0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2, \quad \sin 0 = 0, \quad y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos \theta \Rightarrow v_x = v_0 \cdot \cos 0 \Rightarrow v_x = v_0$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \theta - g \cdot t \Rightarrow v_y = v_0 \cdot \sin 0 - g \cdot t \Rightarrow v_y = -g \cdot t$$

این روابط عبارت از معادلات حرکت و سرعت جسم پرتاب شده به افق می‌باشد.

مثال (۱) جسم با سرعت اولیه 40 m/sec تحت زاویه 50° مایلماً پرتاب می‌گردد.

A. بعد از چه مدت به زمین برخورد خواهد نمود.

B. به کدام فاصله به جهت افق به زمین برخورد می‌نماید.

(a) در اثنای برخورد به زمین $y=0$ است، بنابر آن معادله حرکت به جهت محور y را مساوی به صفر قرار داده و t را دریافت می‌نماییم:

$$v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0 \Rightarrow t(v_0 \cdot \sin \theta - \frac{1}{2} g \cdot t) = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$v_0 \cdot \sin \theta - \frac{1}{2} g \cdot t = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t = v_0 \cdot \sin \theta$$

$$t = \frac{2v_0 \cdot \sin \theta}{g} = \frac{2 \cdot 40m/s \cdot \sin 50^\circ}{9.8m/s^2} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot 40m/s \cdot 0.766}{9.8m/s^2} = 6.25s$$

(B)

$$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow x = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t \Rightarrow x = 40m/s \cdot \cos 50^\circ \cdot 6.25s$$

$$\Rightarrow x = 40m/s \cdot 0.766 \cdot 6.25s \Rightarrow x = 160m$$

مثال ۲) جسم تحت زاویه 30° با سرعت اولیه $128m/sec$ مایلاً پرتاب می‌گردد.

- A. جسم بعد از چندی مدت به زمین می‌رسد.
 B. فاصله را که جسم به جهت افق می‌پیماید دریافت کنید.
 C. جسم به کدام ارتفاع بلند می‌رود.

$$t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g} = \frac{2 \cdot 128m/s \cdot \sin 30^\circ}{9.8m/s^2} = \frac{2 \cdot 128 \cdot 1/2}{9.8} = 13.06s \quad (a)$$

$$x = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t \Rightarrow x = 128m/s \cdot \cos 30^\circ \cdot 13.06s \quad (b)$$

$$x = 128m/s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 13.06s \Rightarrow x = 835.84 \cdot \sqrt{3}s \Rightarrow x = 1446.0032m \quad (c)$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \Rightarrow h = \frac{(128m/s)^2 \sin^2 30^\circ}{2 \cdot 9.8m/s^2} = \frac{16384m^2/s^2 \cdot (\frac{1}{2})^2}{19.6m/s^2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{16384 \cdot \frac{1}{4}}{19.6} = 208.98m$$

سوالات

۱) حرکتی که در آن یک جسم نظر به افق تحت یک زاویه پرتاب می‌گردد عبارت است از:

- ۱) پرتاب افقی ۲) پرتاب مایل ۳) سقوط آزاد ۴) پرتاب عمودی

(۲) در پرتاب مایل جسم پرتاب شده نظر به محور (X) کدام نوع حرکت را انجام می‌دهد؟

(۱) حرکت مستقیم الخط یکنواخت (۲) حرکت تعجیلی (۳) حرکت تاخیری (۴) هر سه درست است

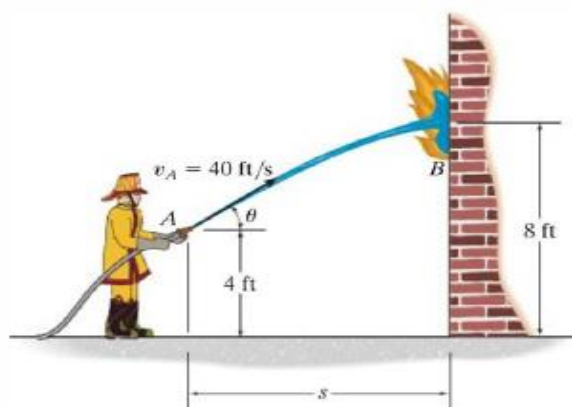
(۳) در پتاب مایل در نقطه اوج سرعت جسم مساوی است به:

(۱) نصف سرعت اول (۲) مساوی به سرعت پرتاب (۳) صفر است (۴) دو برابر سرعت اول

(۴) جسمی تحت زاویه 30° نظر به افق با سرعت 10 m/s پرتاب می‌گردد، چي مدت بعد جسم دوباره به زمین می‌رسد؟

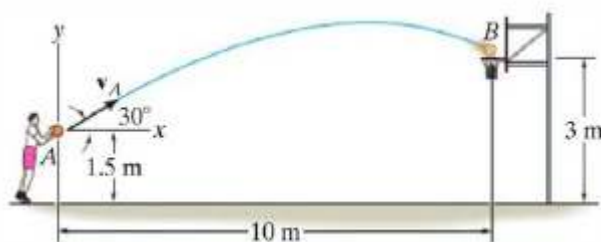
(۱) 1 s (۲) 2 s (۳) 3 s (۴) 4 s

(۵) در صورتیکه آب در شکل ذیل تحت زاویه 30° پرتاب شده باشد، اندازه فاصله افقی (S) را محاسبه کنید؟



(۱) $20\sqrt{3} \text{ ft}$ (۲) $40\sqrt{3} \text{ ft}$
(۳) $60\sqrt{3} \text{ ft}$ (۴) $80\sqrt{3} \text{ ft}$

(۶) مطابق به تصویر باید بازیکن توپ را به کدام سرعت پرتاب کند تا توپ به داخل جال بیفتد؟



(۱) 20 m/s (۲) 12 m/s
(۳) 18 m/s (۴) 30 m/s

منابع

(۱) فصل سوم، صنف یازدهم، نصاب جدید وزارت معارف افغانستان.

(۲) Fundamental of physics, Halliday, David, ۸th edition, session ۴th, ۲۰۰۸

(۳) College physics, ۹th edition, Frederick J, Bueche, Eugene Hecht, ۲th session, ۲۰۰۴

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

