

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

حرکت های هارمونیکی





فهرست مطالب

1.....	حرکت های هارمونیک
1.....	حرکت اهتزازی
2.....	معادله حرکت ساده هارمونیک
3.....	مشخصات حرکت اهتزازی
5.....	اهتزاز مکمل و رقااصه ساده
7.....	قوه تجدیدی یا برگرداننده
11.....	انرژی یک سیستم اهتزازی هارمونیک
13.....	سوالات
14.....	منابع
15.....	مأخذ

حرکت های هارمونیکی

اهدای کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

جواز/دارنده حق چاپ: دامنه عمومی / CC.0

حرکت های هارمونیکی

مقدمه

در طبیعت و تکنالوژی، تعداد زیادی پدیده های متناوب وجود دارند که بر اساس انواع مختلف اهتزازات و امواج شکل می گیرند، مانند پدیده صوت، میکانیزم عملیه ساعت، جریان متناوب برق در دوره های اهتزازات الکترومقناطیسی و غیره.

اصطلاحات مترادف حرکت هارمونیکی (هماهنگ)، اهتزاز، لرزه، نوسان، ارتعاش، تپش و جنبش معادل کلمه oscillation و یا بعضاً Vibration می باشند. در این مبحث ما اصطلاح اهتزاز را به کار می بریم.

حرکت اهتزازی

عبارت از حرکت متناوب (دوره پی) است که در امتداد یک خط مستقیم به دو طرف نقطه تعادل آن به صورت رفت و برگشت اجرا می گردد، یا حرکت تکرار شونده پی در پی را به دو طرف نقطه تعادل، حرکت اهتزازی می گویند. حرکات اهتزازی در زمان های مساوی تکرار گردیده و در این نوع حرکات جهت تعجیل همیشه متوجه نقطه تعادل می باشد. مثلاً: گلوله ی که توسط تار مطابق به تصویر (۱) آویزان شده است، هرگاه از حالت تعادل خویش بی جا گردد، حرکت اهتزازی را انجام می دهد. و یا نل U مانند را که در آن یک نوع مایع وجود داشته باشد مانند تصویر (۱)، در نظر می گیریم هرگاه مایع طوری در نل قرار گیرد که ستون هایش باهم مساوی نباشند، مایع میتواند حرکت اهتزازی انجام دهد. هم چنان یک فنری را که به انجام آن یک گلوله نصب شده و حالت افقی را دارا باشد مطابق به تصویر، در نظر بگیریم، هرگاه گلوله به یک سمت معین (بالا یا پایین) کش شود، بعد از رها شدن آن حرکت اهتزازی را انجام می دهد.

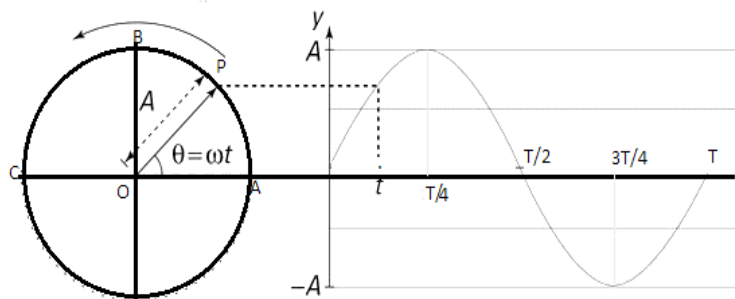


تصویر (۱) سه شکلی از حرکت های اهتزازی را نشان می دهد.

معادله حرکت ساده هارمونیک

هرگاه یک نقطه مادی بالای محیط دایره با یک سرعت زاویوی ثابت حرکت نماید، مرتسم های آن بالای محورهای X و Y حرکت های اهتزازی را اجرا می کنند. وقتی که نقطه مادی از نقطه A به نقطه B، و از B به C از C به D به D بلاخره از D به A بالای محیط یک دایره حرکت نماید. مرتسم های آن بالای محور Y قطر BD را به ترتیب ذیل می پیماید از O به B از B به O، از O به D و سرانجام از D به O و مرتسم دیگر آن بالای محور X قطر AC را از A به C و از C دوباره به A از طریق AO می پیماید، قرار شکل (۲) اگر گراف (x,y) را به تابع زمان در یک سیستم مختصات قایم نسیم نمائیم در آن حالت این دو تابع منحنی های Sine و cosine را ترسیم می کنند.

اگر نقطه مادی در زمان t به موقعیت p قرار داشته باشد در آن صورت داریم:



$$\cos \omega t = \frac{x}{r} \quad \dots\dots\dots(1)$$

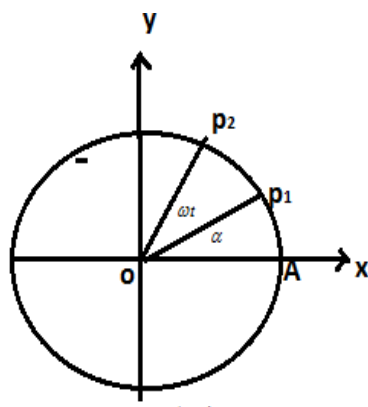
$$\sin \omega t = \frac{y}{r} \quad \dots\dots\dots(2)$$

از اینجا داریم که:

$$x = r \cos \omega t \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$y = r \sin \omega t \quad \dots\dots\dots(4)$$

معادلات 3 و 4 را به نام معادلات حرکت اهتزازی یاد می کنند، که در اینجا $\omega = \frac{\alpha}{t}$ بوده و α زاویه فاز، r امپلیتود،



x و y بعد های حرکت اهتزازی نامیده می شوند. این نوع اهتزازات را به نام اهتزازات هارمونیک یاد می کنند. اگر نقطه مادی ابتدا از نقطه A شروع به حرکت نه نموده، بلکه از نقطه P1 شروع به حرکت نماید و بعد از زمان t به نقطه P2 همانند شکل (۳) برسد، در آن صورت معادلات 1 و 2 به شکل های ذیل تبدیل می گردند.

$$x = r \cos(\omega t + \alpha) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$y = r \sin(\omega t + \alpha) \quad \dots\dots\dots(6)$$

تصویر (۳) در حرکت هارمونیک حالتی را نشان می دهد که متحرک از مبدا نه بلکه از یک نقطه P1 حرکت نموده باشد.

در حالیکه α را فاز اولیه و ωt را فاز لحظوی می نامند.

مشخصات حرکت اهتزازي

- (1) **بعد** بعد اهتزاز عبارت از فاصله جسم در یک لحظه کیفی از وضع تعادل آن می‌باشد.
- (2) **امپلیتود یا دامنه اهتزاز** بعد اعظمی در یک حرکت اهتزازي هارمونیک امپلیتود نامیده می‌شود، یا به عبارت دیگر فاصله بین موقعیت تعادل و نقطه‌یی که جسم جهت حرکت خویش را تغییر می‌دهد به نام امپلیتود حرکت اهتزاز هارمونیک یاد می‌شود.
- (3) **زمان تناوب یا پریود** فاصله زمانی بین دو حالت مشابه و متعاقب حرکت جسم را زمان تناوب یا پریود حرکت می‌نامند. زمان تناوب که مدت یک اهتزاز مکمل را ارایه می‌دارد اکثراً به T نشان داده می‌شود.
- (4) **فریکوئنسی** تعداد اهتزازات در یک ثانیه و یا معکوس زمان تناوب را به نام فریکوئنسی حرکت اهتزازي یاد می‌کنند و آن را به f نشان می‌دهند. پس:

$$f = \frac{1}{T} \dots\dots\dots(7)$$

- (5) **فاز** حالت اهتزاز جسم در یک لحظه مشخص به نام فاز جسم یاد می‌گردد. برای اینکه معادلات سرعت v و تعجیل a را در یک حرکت اهتزاز هارمونیک دریافت نماییم، از معادله (۳) دو مرتبه مشتق می‌گیریم که مشتق اول معادله سرعت و مشتق دوم آن معادله تعجیل را به استقامت محور x ارایه میدارند، یعنی:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -r \cdot \omega \cdot \sin \omega t \dots\dots\dots(7)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -r \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t = -\omega^2 \cdot x \dots\dots\dots(8)$$

- به همین ترتیب از معادله (۴) دو مرتبه مشتق می‌گیریم که مشتق اول معادله سرعت و مشتق دوم معادله تعجیل را به استقامت محور y ارایه می‌دارند. یعنی:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = r \cdot \omega \cdot \cos \omega t \dots\dots\dots(9)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -r \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t = -\omega^2 \cdot y \dots\dots\dots(10)$$

این تعجیل توام با قوه می‌باشد.

$$F = -m \cdot \omega^2 y \dots\dots\dots(11)$$

چون کتله m و سرعت زاویوی ω ثابت اند. پس $m \cdot \omega^2$ را مساوی به k وضع می‌نماییم، بنابراین قوه F مساویست به:

$$F = -k \cdot y \dots\dots\dots(12)$$

$$F = -k \cdot x \dots\dots\dots(13) \quad \text{و یا}$$

از رابطه $m\omega^2 = k$ داریم که $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ است از جانب دیگر می‌دانیم که:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \dots\dots\dots(14)$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \dots\dots\dots(15) \quad \text{است بنابراین}$$

معادله اخیر پریود یا زمان تناوب را در یک حرکت اهتزازی هارمونیکی ارایه می‌دارد چون فریکونسی معکوس پریود است بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \dots\dots\dots(16)$$

مثال ۱) معادله حرکت اهتزازی به شکل $x = 0.2 \sin(3t)$ داده شده است معادلات سرعت و تعجیل را دریافت کنید، در صورتی که جسم مهتزاز به فاصله 5cm از حالت تعادل خویش قرار داشته باشد مقدار سرعت و تعجیل را در این حالت دریافت نمایید هم چنان مقدار سرعت و تعجیل را در $x=0$ در یافت کنید؟

$$x = 0.2 \sin(3t)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0.2 \times 3 \cos(3t) \Rightarrow v = 0.6 \cos(3t)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0.6 \times 3 \sin(3t) \Rightarrow a = -1.8 \sin(3t)$$

در صورتی که $x=5\text{cm}=0.05\text{m}$ باشد

$$\sin(3t) = \frac{x}{0.2} = \frac{0.05}{0.2} = 0.25 \Rightarrow 3t = 14.5^\circ$$

$$v = 0.6 \cos(14.5^\circ) \Rightarrow v = 0.58 \text{ m/s}$$

$$a = -0.45 \text{ m/s}^2$$

در حالت $x=0$ داریم:

$$0 = 0.2 \sin(3t) \Rightarrow 3t = 0$$

$$v = 0.6 \cos 0^\circ \Rightarrow v = 0.6 \text{ m/s}$$

$$a = -1.8 \sin(0^\circ) \Rightarrow a = 0$$

اهتزاز مکمل و رقااصه ساده

اگر جسم نقطوی با کتله m به یک تار بدون وزن یعنی از وزن تار صرف نظر شده است آویزان شده باشد آن را رقااصه ساده یا رقااصه بسیط می‌نامند، قرار شکل (۴) هرگاه کتله m از موقعیت تعادل آن یعنی نقطه A به نقطه B به ارتفاع h بلند برده شود در آن حالت جسم دارای انرژی پوتنشیل بیشتر نظر به حالت اولی بوده و مایل است دوباره به حالت قبلی خود بر گردد. در نقاط B و C انرژی جسم انرژی پوتنشیلی بوده و هرگاه رها شود این انرژی در نقطه A به انرژی حرکتی تبدیل می‌شود حال می‌خواهیم قوه‌یی که سبب برگشت جسم از نقطه B به نقطه A می‌شود را در یافت نماییم. برای این منظور در نقطه B وزن جسم را به دو مرکبه یکی مماس به مسیر حرکت یعنی F و دیگری به امتداد تار رقااصه یعنی N تجزیه می‌نماییم. در این‌جا مرکبه N توسط قوه کشش T تار در موازنه گرفته می‌شود، بنابراین قوه عامل که با

عث برگرداندن کتله m از نقطه B به نقطه تعادل A می‌گردد (در صورتی که جهت از نقطه A به طرف نقطه B مثبت قبول نمائیم) عبارت است از:

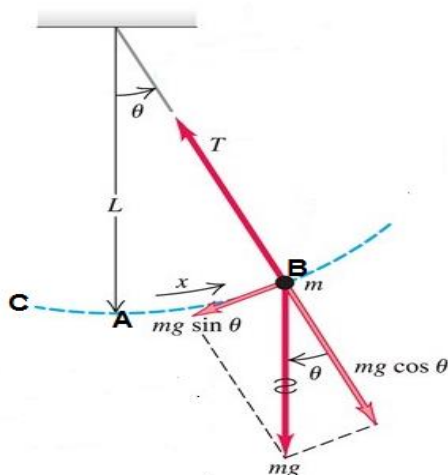
$$F = mg \cdot \sin \theta \dots\dots\dots(17)$$

مرکبه وزن مماس به مسیر حرکت می‌باشد. اگر زاویه φ بسیار کوچک باشد، در آن صورت

$$\sin \varphi = \varphi$$

$$F = -mg\varphi \dots\dots\dots(18)$$

تصویر (۴) رقااصه بسیط را با تمام قوه‌ها مربوطه نشان می‌دهد.



از شکل ذیل دیده می‌شود که $\varphi = \frac{x}{L}$ است بنابراین داریم که:

$$F = -m \cdot g \frac{X}{L} \dots\dots\dots(19)$$

از رابطه اخیر دیده می‌شود، قوه که باعث برگرداندن کتله m به حالت تعادل می‌گردد تابع خطی قوس X است. چون قوه F برای کتله m یک حرکت تعجیلی را می‌دهد، پس قرار قانون دوم نیوتن داریم:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} \dots\dots\dots(20)$$

از مقایسه روابط ۱۹ و ۲۰ می‌یابیم:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \frac{x}{L}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + g \frac{x}{L} = 0 \dots\dots\dots(21)$$

و یا از معادله $x = r \cos \omega t$ داریم:

$$\frac{dx}{dt} = -r\omega \sin \omega t$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -r\omega^2 \cos \omega t$$

اگر قیمت های x و $\frac{d^2 x}{dt^2}$ را در معادله ۲۱ وضع نماییم حاصل می‌داریم:

$$-r\omega^2 \cos \omega t + \frac{g}{L} r \cos \omega t = 0 \Rightarrow (-\omega^2 + \frac{g}{L}) r \cos \omega t = 0$$

از اینجا داریم:

$$(-\omega^2 + \frac{g}{L}) = 0 \Rightarrow -\omega^2 = -\frac{g}{L} \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{L}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{2\pi}{T} \dots\dots\dots(22)$$

پس زمان تناوب T رقااصه ساده عبارت است از:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \dots\dots\dots(23)$$

از رابطه فوق دیده می شود که T مربوط به طول L تار رقااصه بوده و تابع کتله m جسم نمی باشد، با استفاده از این رابطه می توانیم تعجیل جاذبه را دریافت نمائیم با در نظر داشت زمان تناوب رقااصه می توانیم فر یکونسی آن را از رابطه ذیل بدست آوریم:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \dots\dots\dots(24)$$

مثال ۲) طول تار رقااصه ساده را دریافت نمایید در صورتی که پریود آن 2.4sec باشد؟

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2.4s)^2 \cdot 9.8m/s^2}{4(3.14)^2}$$

$$\Rightarrow L = 1.43m$$

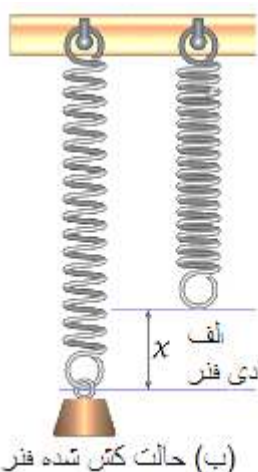
قوه تجدیدی یا برگرداننده

هرگاه جسمی با کتله m را به انجام یک فنر محکم نموده و انجام دیگر فنر را به یک نقطه تعلیق نماییم، رقااصه فنری تشکیل می گردد، حرکت این جسم می تواند تمام مسایل مربوط به حرکت اهتزازی را تشریح و توضیح نماید.

در ابتدا جسم را از موقعیت تعادل ان یعنی از موقعیت A تا به موقعیت B کش می نماییم، اگر جسم را از این موقعیت دوباره رها نمائیم، دیده می شود که جسم به طرف بالا حرکت تعجیلی را به خود اختیار می کند و از موقعیت تعادل A عبور نموده تا به موقعیت C می رسد. سپس فنر دو باره کش شده و جسم دوباره مسیر A.C و B را می پیماید در اینجا قوه های عامل بالای این جسم عبارت اند از وزن جسم یعنی $w = mg$ و قوه ارتجاعی فنر یعنی F که این قوه نظر به قانون هوک از رابطه $F = -kx$ بدست می آید در این معادله x تغییر مکان فنر از وضع تعادل آن یا انبساط فنر و k ثابت فنر

می‌باشد در صورتی که قوه و تغییر مکان به حیث کمیات وکتوری در نظر گرفته شوند در آن حالت باید جهت آن ها را تعیین نماییم.

هرگاه جهت مثبت به طرف پایین باشد، بنابر آن w و x جهت مثبت را دارا اند در شکل (۵، الف) فنر در حالت عادی خود قرار دارد هنگامی که جسمی باکته m به انجام فنر آویزان شود. در اثر عمل وزن جسم فنر انبساط می‌نماید و تا زمانی کش می‌شود که تعادل برقرار گردد مطابق شکل (۵، ب) در این حالت مقدار قوه ارتجاعی فنر یعنی $F = kx_0$ مساوی به مقدار وزن جسم یعنی $w = mg$ می‌گردد پس:



$$m \cdot g = F = k \cdot x_0 \quad \text{.....(25)}$$

موقعیت جسم را در این حالت به A نشان می‌دهیم، اکنون اگر فنر را از این حالت توسط قوه دیگری مثلاً قوه عضلاتی تا موقعیت B انبساط دهیم و دوباره رها نماییم در آن حالت قوه ارتجاعی فنر نسبت به وزن جسم زیاد گردیده و این قوه عبارت است

$$F = -k(x + x_0) \quad \text{.....(26)} \quad \text{از:}$$

تصویر (۵) حرکت اهتزاز یک فنر را نشان می‌دهد.

که جهت آن به طرف بالا است. چون وزن جسم $w = mg$ قرار معادله (۲۵) مساوی به قوه $F = kx_0$ می‌باشد و به جهت پائین بالای کتله m جسم عمل می‌کند، بنابر آن محصله این دو قوه عبارت از قوه F_R است طوریکه:

$$\begin{aligned} F_R &= kx_0 - k(x - x_0) = kx_0 - kx - kx_0 \\ \Rightarrow F_R &= -kx \quad \text{.....(27)} \end{aligned}$$

جهت قوه F_R در اینجا صعودی بوده و جسم را به جهت A معجل می‌سازد یعنی در این حالت قوه F_R مایل است که جسم را به طرف وضع تعادل آن تعجیل بدهد. به آسانی می‌توانیم نشان دهیم که جسم در نقطه C بلندتر از وضع تعادل A خود نیز حقیقت فوق را صدق می‌کند بنابر آن گفته می‌توانیم که تعجیل جسم در موقعیت های B و C دارای قیمت اعظمی بوده و در محل A تعجیل صفر می‌گردد. در نتیجه هنگامی که جسم به وضع تعادل A خود برسد قوه F_R صفر می‌شود،

اما جسم از اثر عطالت خویش به حرکت خود ادامه می‌دهد. از اثر فشار جسم بالای فنر دیده می‌شود که فنر فشرده می‌گردد و این فشرده شدن باعث تولید قوه ارتجاعی از طرف فنر بالای جسم می‌گردد در این حالت قوه محصله F_R به جهت پایین عمل میکند و سبب تأخیر حرکت می‌شود تا اینکه در موقعیت C سرعت جسم صفر گردد. قوه ارتجاعی فنر که به جهت تعادل جسم یعنی موقعیت A عمل می‌کند بار دیگر جسم را به طرف پائین معجل می‌سازد. باز هم در موقعیت A قوه محصله F_R صفر می‌شود و عطالت جسم باعث می‌گردد که جسم دوباره به نقطه B برسد. در هر حالت دیده می‌شود که قوه عامل بالای جسم تابع خطی فاصله جسم از محل تعادل آن است. بنابراین در حرکت های که قوه عامل بالای جسم تابع خطی فاصله باشد، حرکت اهتزازی هارمونیک نامیده می‌شود. قرار قانون دوم نیوتن می‌دانیم که:

$$F_R = ma = m \frac{d^2 x}{dt^2} \dots\dots\dots(28)$$

از مقایسه روابط ۲۷ و ۲۸ می‌یابیم:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= -kx \\ m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx &= 0 \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

از معادله $x = r \cos \omega t$ دو بار مشتق می‌گیریم:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \omega t \\ \frac{dx}{dt} &= -r\omega \sin \omega t \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= -r\omega^2 \cos \omega t \end{aligned}$$

اگر قیمت های x و $\frac{d^2 x}{dt^2}$ را در معادله 5 وضع نماییم حاصل می‌داریم:

$$\begin{aligned} -m \cdot r \cdot \omega^2 \cos \omega t + r \cdot k \cdot \cos \omega t &= 0 \\ \left(-\omega^2 + \frac{k}{m} \right) \cos \omega t &= 0 \end{aligned}$$

از اینجا می‌یابیم:

$$\left(-\omega^2 + \frac{k}{m}\right) = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \dots\dots\dots(30)$$

پس پریود رقاصه فنری عبارت است از:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \dots\dots\dots(31)$$

و فریکوئنسی آن مساوی می‌شود به:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \dots\dots\dots(32)$$

می‌دانیم که مالیکول های اجسام جامد توسط قوه کشش بین مالیکول ها با هم ارتباط دارند، اگر جسم جامد گرم گردد، در آن حالت مالیکول های آن حرکت های اهتزازی را به حول حالت تعادل اجرا می‌نمایند. که مشابه به حرکت اهتزازی رقاصه فنری می‌باشد.

مثال ۳) کتله 50gr به انجام فنر وصل گردیده است. اگر کتله 20gr دیگری را به آن علاوه نمائیم به اندازه 7cm انبساط می‌کند.

(a) ثابت فنر را دریابید.

(b) اگر کتله 20gr کم گردد، پریود حرکت را در یافت کنید.

$$F = kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{0.02kg \times 9.8m/s^2}{0.07m} = 2.8 \frac{N}{m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \times 3.14 \sqrt{\frac{0.05kg}{2.8 \frac{N}{m}}} = 0.84 \text{ sec}$$

انرژی یک سیستم اهتزازي هارمونیکی

انرژی مجموعی برای یک بعد $x(t)$ توسط رابطه ذیل داده شده است:

$$E_{Tot} = E_p + E_{ten} + E_K \quad \dots\dots\dots(32)$$

در حالیکه E_{Tot} انرژی مجموعی، E_p انرژی پوتنشیل، E_{ten} انرژی کشش فنر و E_K انرژی حرکی

جسم اهتزاز کننده می باشد. هرگاه r امپلیتود اهتزاز باشد پس انرژی پوتنشیل جسم اهتزاز کننده عبارت

است از:

$$E_p = m \cdot g(r - x) \quad \dots\dots\dots(33)$$

چون قرار معادله $mg = kx_0$ است بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$E_p = kx_0(r - x) \quad \dots\dots\dots(34)$$

انرژی کشش فنر را می توان قرار ذیل نوشت:

$$E_{ten} = \frac{1}{2} k(x + x_0)^2 \quad \dots\dots\dots(35)$$

چون در فاصله x کتله m دارای سرعت $v = r\omega \sin \omega t$ است پس انرژی حرکی شکل ذیل را دارا است:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2 \omega t \quad \dots\dots\dots(36)$$

در نتیجه با در نظر گرفتن $k = m \cdot \omega^2$ رابطه فوق شکل ذیل را به خود می گیرد:

$$E_K = \frac{1}{2} k \cdot r^2 \cdot \sin^2 \omega t \quad \dots\dots\dots(37)$$

در نتیجه با گذاشتن قیمت های انرژی پوتنسیل، انرژی کشش فنر و انرژی حرکتی در رابطه (۳۲) می توانیم بنویسیم:

$$E_{tot} = kx_0(r - x) + \frac{1}{2}kx^2 + kxx_0 + \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}kr^2 \sin \omega t$$

چون $x = r \cos \omega t$ است پس رابطه فوق به شکل ذیل تبدیل می شود:

$$E_{tot} = kx_0(r - r \cos \omega t) + \frac{1}{2}kr^2 \cos^2 \omega t + kr \cos \omega t x_0 + \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}kr^2 \sin^2 \omega t$$

$$E_{tot} = rkx_0 + \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}kr^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}k(r + x_0) \dots\dots\dots(38)$$

این انرژی عین همان انرژی است که فنر در حالت ابتدای حرکت خود یعنی، در فاصله $x+x_0$ با خود داشت. از اینجا نتیجه می شود که انرژی در هر نقطه از اهتزاز ثابت بوده و مساوی به انرژی است که جسم در هنگام حرکت در خود ذخیره می داشته باشد. بنابر آن گفته می توانیم که در یک اهتزاز هارمونیک، انرژی مجموعی سیستم اهتزاز کننده ثابت بوده و متماداً از یک شکل به شکل دیگری تبدیل می گردد.

مثال ۴) یک سیستم کتله فنر در حال اهتزاز است موقعیت کتله در هر لحظه ی زمان عبارت از تابع

$$x = 0.04 \cos \frac{83t}{F_r} \text{ می باشد. دریافت کنید.}$$

امپلیتود را.

پریود را.

موقعیت کتله را در زمان $t=0.1s$.

$$r = 0.04m \Rightarrow \omega = 83 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{83} = 0.076s$$

$$x = r \cos(\omega t + \pi) \Rightarrow x = 0.04 \cos(83 \times 0.1 + 3.14)$$

$$x = 0.04 \times \cos(11.44) = 0.04 \times 0.9803 \Rightarrow x = 0.039212m$$

سوال ۵) جسم به انجام فنر وصل گردیده و اهتزازات هارمونیک را اجرا می نماید. تعجیل و سرعت اعظمی جسم به

ترتیب عبارت از $18m/s^2$ و $3m/s$ امپلیتود و فریکونسی اهتزاز را دریابید؟

$$v = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \Rightarrow a = r\omega^2 = r \frac{v^2}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{9m^2/s^2}{18m/s} = 0.5m \Rightarrow \omega = \frac{3m/s}{0.5m} = 6$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6}{2 \times 3.14} = \frac{6}{6.28} = 0.95Hz$$

سوال ۶) جسم با کتله 0.5kg اهتزازات هارمونیک با فریکونسی 2Hz و امپلیتود 8m را اجرا می‌نماید. سرعت اعظمی، تعجیل اعظمی و قوه ارتجاعی اعظمی که بالای جسم از طرف فنر عمل میکند دریابید؟

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 2 = 12.56$$

$$v = r\omega = 8 \times 10^{-3}m \times 12.56 = 0.10048m/s$$

$$a = r\omega^2 = 0.008m(12.56)^2 = 1.262m/s^2$$

$$F = m.a = 0.5kg \times 1.262m/s^2 = 0.63N$$

سوالات

(۱) فنر در 40 ثانیه به تعداد 12 اهتزاز را اجرا می‌نماید، پریود آن مساوی است به؟

- 3.3s (۱) 3s (۲) 4.5s (۳) 4s (۴)

(۲) هرگاه فریکونسی یک رشته‌ی اهتزاز کننده 100Hz باشد، پریود آن را دریابید؟

- 0.1s (۱) 0.02s (۲) 0.01s (۳) 0.2s (۴)

(۳) جسمی به کتله 2kg به تار به طول 80cm به شکل یک رقاصه بسیط آویزان شده است، هرگاه $g=10m/s^2$ در نظر گرفته شود، پریود اهتزاز رقاصه مذکور را محاسبه نمایید؟

- 7s (۱) 1.77s (۲) 2s (۳) 2.77s (۴)

(۴) حرکتی که به شکل تکراری در اطراف یک خط مستقیم صورت می‌گیرد عبارت است از؟

- (۱) حرکت اهتزازي (۲) حرکت پریودی (۳) حرکت ارتعاشی (۴) هر سه درست است

(۵) مدت زمانی که در آن یک جسم یک دور کامل را تکمیل می‌کند عبارت است از:

(۱) پریود (۲) فریکوئنسی (۳) امپلیتюд (۴) هیچ کدام

(۶) رابطه بین سرعت و پریود عبارت است از:

(۱) $\omega = \frac{\pi}{T}$ (۲) $\omega = 2\pi T$ (۳) $\omega = \frac{T}{2\pi}$ (۴) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

(۷) پریود حرکت یک فنر مساوی است به:

(۱) $T = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ (۲) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ (۳) $T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$ (۴) $T = 2\pi \sqrt{m \cdot k}$

منابع

(۱) فصل اول، فزیک صنف دوازدهم، نصاب جدید وزارت معارف افغانستان.

(۲) Fundamental of physic, 8th edition, Halliday, David, 2008, Chapter 11

(۳) College Physic, 9th edition, Frederick J, 2004, chapter 22

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

www.ddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

