

Kankor Widget ابزار کانکور

جدیدترین تکنالوژی آموزشی در سطح کشور

انبساط سطحی و حجمی





فہرست مطالب

- 1 انبساط سطحی و حجمی
- 1 انبساط سطحی (area expansion)
- 3 انبساط حجمی (volume expansion)
- 7 تمرین
- 8 مأخذ

انبساط سطحی و حجمی

اهدای کننده: ابزار کانکور

منبع: کتابخانه درخت دانش

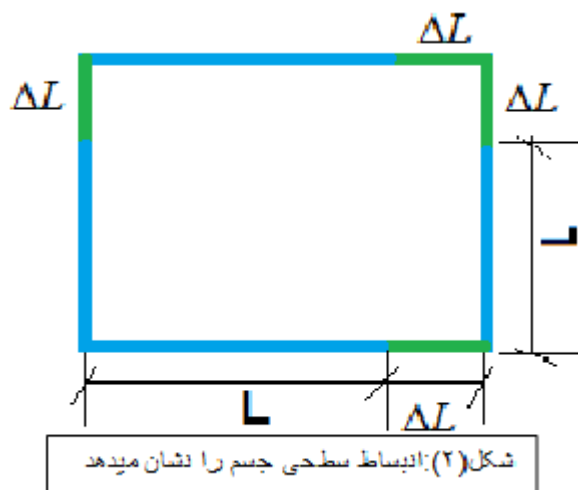
جواز/دارنده حق چاپ: دامنه عمومی / CC0

انبساط سطحی و حجمی

انبساط سطحی (area expansion)

زمانی که مساحت یک جسم با تغییرات حرارت تغییر کند، گفته می‌شود که جسم انبساط سطحی کرده است. برای وضاحت هر چی بیشتر فلز مربعی شکل، که طول هر ضلع آن (L) باشد، مشابه به شکل (۱)، را در نظر بگیرید. در این صورت مساحت اصلی مربع $A = L^2$ است. اگر حرارت این مربع به اندازه (ΔT) افزایش یابد، درین صورت هر ضلع این مربع به اندازه (ΔL) افزایش می‌یابد که در شکل (۲) نشان داده شده است و در نتیجه برای هر ضلع نوشته کرده می‌توانیم که:

$$L + \Delta L = L + \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$



پس مساحت نهایی مربع را این طور حساب کرده می‌توانیم:

$$\begin{aligned} A &= a \cdot b = (L + \Delta L)^2 = (L + \alpha \cdot L \cdot \Delta T)^2 \\ \Rightarrow A &= L^2 + 2 \cdot L \cdot \alpha \cdot L \cdot \Delta T + (\alpha \cdot L \cdot \Delta T)^2 \\ \Rightarrow A &= L^2 + 2 \cdot \alpha \cdot L^2 \cdot \Delta T + \alpha^2 \cdot L^2 \cdot \Delta T^2 \end{aligned}$$

اکنون اگر در نتیجه تغییرات اندازه $(\alpha \cdot \Delta T)$ بسیار کوچک باشد، پس در تغییرات کوچک $(\alpha^2 \cdot \Delta T^2)$ از آن بسیار کوچک‌تر بوده و با صرف نظر از آن در می‌یابیم که:

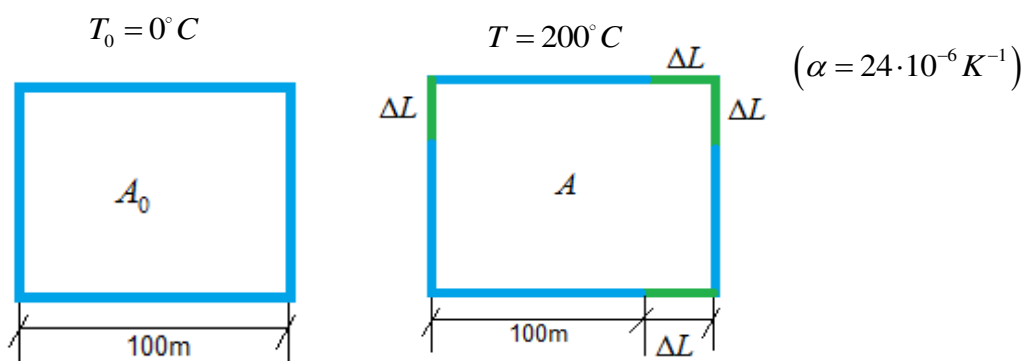
$$\Rightarrow A = L^2 + 2 \cdot \alpha \cdot L^2 \cdot \Delta T + \underbrace{\alpha^2 \cdot L^2 \cdot \Delta T^2}_{\alpha^2 \cdot L^2 \cdot \Delta T^2 \approx 0}$$

$$\Rightarrow A = A_0 + 2\alpha \cdot A_0 \cdot \Delta T + 0 \Rightarrow A - A_0 = 2\alpha \cdot A_0 \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta A = 2\alpha \cdot A_0 \cdot \Delta T \quad \text{.....(1)}$$

اگر توجه کنید دیده می شود که بین رابطه انبساط طولی و انبساط سطحی تشابه کامل وجود دارد، فقط در اینجا طول در فورمول به مساحت عوض شده و ضریب انبساط (α) هم دو چند گردیده است. این محاسبه به طور یک نمونه در یک مساحت مربع صورت گرفته است، درحالی که این رابطه بالای هر نوع سطح قابل تطبیق می باشد. به طور مثال: اگر مساحت یک دایره ($A = \pi \cdot r^2$) مورد نظر باشد، در این صورت نیز تزايد مساحت (ΔA) در اثر تزايد حرارت (ΔT) همان ($2\alpha \cdot A_0 \cdot \Delta T$) خواهد بود.

مثال ۱) در شکل ذیل مساحت جسم دوم (A) را دریابید؟



حل:

$$\Delta A = A - A_0 \Rightarrow A = \Delta A + A_0$$

$$A_0 = 100m \cdot 100m \Rightarrow A_0 = 10000m^2 = 10^4 m^2$$

$$\Delta T = T - T_0 = 200^\circ C - 0^\circ C \Rightarrow \Delta T = 200^\circ C = 200K$$

$$\Delta A = 2\alpha \cdot A_0 \cdot \Delta T = 2 \cdot 24 \cdot 10^{-6} K^{-1} \cdot 10^4 m^2 \cdot 200K$$

$$\Delta A = 2 \cdot 24 \cdot 200 m^2 \Rightarrow \Delta A = 96m^2$$

$$A = \Delta A + A_0 = 96m^2 + 10000m^2 \Rightarrow A = 10096m^2$$

انبساط حجمی (volume expansion)

وقتی که حجم یک جسم به خاطر حرارت دادن افزایش یابد، گفته می‌شود که جسم انبساط حجمی کرده است. یک جسم مکعب را در نظر می‌گیریم، مانند شکل (۱). با ازدیاد حرارت مکعب، در حجم بلاک هم افزایش به وجود می‌آید. برای محاسبه تغییرات در حجم مکعب به مانند انبساط سطحی ضروری است تا تغییرات در طول آن را بدانیم. اگر طول را (L) در نظر بگیریم، پس حجم آن ($V=L^3$) می‌باشد. افزایش درجه حرارت باعث افزایش حجم مکعب می‌گردد که این طور حساب کرده می‌توانیم.

$$V = (L + \Delta L)^3 = (L + \alpha \cdot L \cdot \Delta T)^3$$

$$V = L^3 + 3\alpha \cdot L^3 \cdot \Delta T + 3\alpha^2 \cdot L^3 \cdot \Delta T^2 + \alpha^3 \cdot L^3 \cdot \Delta T^3$$

با صرف نظراز قیمت‌های کوچک دو حد اخیرمعادله $(\alpha^3 \cdot L^3 \cdot \Delta T^3)$ $(3\alpha^2 \cdot L^3 \cdot \Delta T^2)$ خواهیم داشت:

$$V = L^3 + 3\alpha \cdot L^3 \cdot \Delta T \Rightarrow V = V_0 + 3\alpha \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow V - V_0 = 3\alpha \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta V = 3\alpha \cdot V_0 \cdot \Delta T \quad \dots\dots\dots(2)$$

رابطه اخیری (۲) برای هرنوع حجم دیگرقابل تطبیق است. پس به طور عموم انبساط طولی نیز مانند انبساط حجمی توضیح شده می‌تواند با تفاوت این که ضریب انبساط حجمی برابر به (3α) بوده و آن را به حرف (β) نشان می‌دهند که آن را چنین تعریف می‌کنیم:

$$\Delta V = 3\alpha \cdot V_0 \cdot \Delta T = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T \quad \dots\dots\dots(3)$$

واحد (β) مثل (α) یعنی $(K^{-1} = ^\circ C^{-1})$ است.

قیمت‌های (β) را برای یک تعداد مایعات مختلف در جدول (۱) ذیل دیده می‌توانید:

مواد	ضریب انبساط حجمی (α) به K^{-1}
ایتر	1.51×10^{-3}
کاربن تیترا کلوراید	1.18×10^{-3}
الکول	1.01×10^{-3}
بنزین	0.95×10^{-3}
تیل زیتون	0.68×10^{-3}
آب	0.21×10^{-3}
سیماب	0.18×10^{-3}

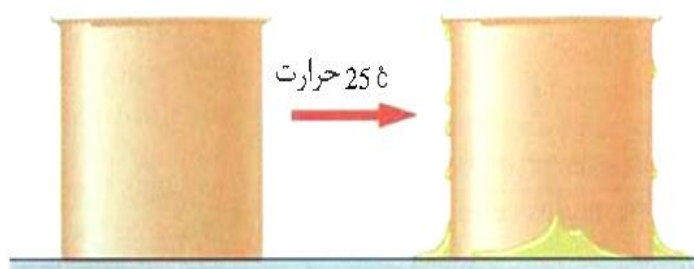
در جدول ۱، ضریب انبساط حجمی مایعات نشان داده شده است.

به یاد داشته باشید که چون تغییر حرارت $(1^\circ C)$ عین قیمت تغییر درجه حرارت $(1K)$ را دارد، پس در انبساط حرارتی اجسام تغییر درجه حرارت (ΔT) می تواند همزمان به سکیل درجه حرارت سلسیوس و یا کلوین ارایه می شود.

نوت: یک مایع دو نوع انبساط دارد، یکی آن ظاهر و دیگر آن حقیقی است. انبساط ظاهری تنها انبساط مایع است، ولی انبساط حقیقی مجموعه انبساط حجمی ظرف و مایع است.

مثال ۲) یک فلاسک مسی که $150cm^3$ حجم دارد تا لبه آن از تیل زیتون پر شده است. اگر درجه حرارت

سیستم از $6^\circ C$ به $31^\circ C$ تزايد نماید، به چی اندازه تیل از فلاسک بیرون خواهد ریخت؟



$$\left. \begin{array}{l} V_{oil} = 150cm^3 \\ V_{flask} = 150cm^3 \\ V_{2oil} = ? \\ V_{2flask} = ? \\ T_1 = 6^\circ C \\ T_2 = 31^\circ C \end{array} \right\} \Delta T = T_2 - T_1 = 31^\circ C - 6^\circ C = 25^\circ C = 25K$$

چون در سیستم هم به فلاسک وهم به تیل زیتون حرارت داده شده، پس نخست انبساط تیل و فلاسک را به طور جداگانه چنین محاسبه می کنیم:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 31^\circ C - 6^\circ C = 25^\circ C = 25K$$

$$\Delta V_{oil} = \beta \cdot V_{oil} \cdot \Delta T = 0.68 \cdot 10^{-3} K^{-1} \cdot 150cm^3 \cdot 25K$$

$$\Rightarrow \Delta V_{oil} = 2.55cm^3$$

$$V_{2oil} = V_{oil} + \Delta V_{oil} = 150cm^3 + 2.55cm^3$$

$$\Rightarrow V_{2oil} = 152.55cm^3$$

حال تغییر حجمی فلاسک و تیل را این طور حساب می‌کنیم:

$$\Delta V_{flask} = 3\alpha \cdot V_{1flask} \cdot \Delta T = 3 \cdot 17 \cdot 10^{-6} K^{-1} \cdot 150 cm^3 \cdot 25 K$$

$$\Rightarrow \Delta V_{flask} = 0.191 cm^3$$

$$V_{2flask} = V_{1flask} + \Delta V_{flask} = 150 cm^3 + 0.191 cm^3$$

$$\Rightarrow V_{2flask} = 150.191 cm^3$$

فرق در بین تغییر حجم‌های فلاسک و تیل به شکل ذیل است:

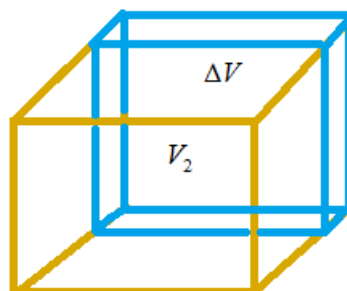
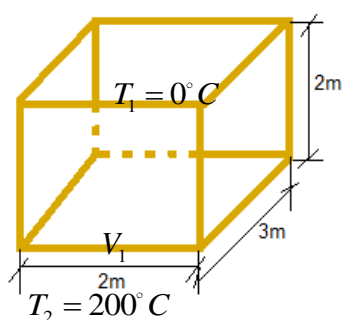
$$\Delta V = V_{2oil} - V_{2flask} = 152.55 cm^3 - 150.191 cm^3$$

$$\Rightarrow \Delta V = (2.359 cm^3)$$

این فرق $(2.359 cm^3)$ عبارت از حجم تیلی است که از فلاسک بیرون ریخته شده است.

اگر در مثال (۱)، سیستم عوض گرم شدن سرد می‌شد، در آن صورت حجم تیل نسبت به فلاسک بیشتر و به سرعت باخته می‌شود. در نتیجه آن سطح تیل زیتون در فلاسک پایین می‌آید.

مثال ۳) در شکل ذیل حجم جسم دوم (V_2) را دریابید؟



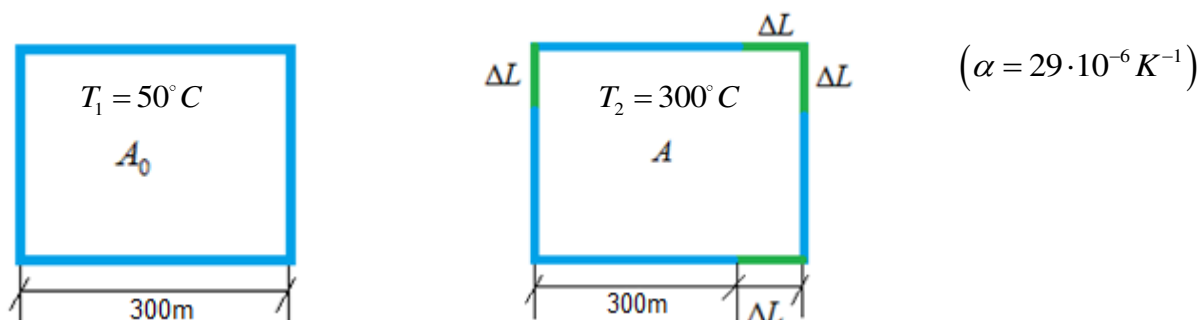
$$(\rho = 24 \cdot 10^{-6} K^{-1})$$

حل:

$$\left. \begin{aligned}
 V_1 &= 2m \cdot 3m \cdot 2m = 12m^3 \\
 T_1 &= 0^\circ C \\
 \Delta T &= T_2 - T_1 = 0^\circ C - 200^\circ C \\
 \Rightarrow \Delta T &= 200^\circ C = 200K \\
 T_2 &= 200^\circ C \\
 V_2 &= ?
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 \Delta V &= 3\alpha \cdot V_1 \cdot \Delta T = 3 \cdot 24 \cdot 10^{-6} K^{-1} \cdot 12m^3 \cdot 200K \\
 \Rightarrow \Delta V &= 0.1728m^3 \\
 V_2 &= \Delta V + V_1 = 0.1728m^3 + 12m^3 \Rightarrow V_2 = 12.1728m^3
 \end{aligned}$$

تمرین

(۱) در شکل ذیل مساحت جسم دوم (A) را دریابید؟



- (۴) $91.305m^2$ (۳) $913.05m^2$ (۲) $9130m^2$ (۱) $91305m^2$

(۲) ضرایب رابطه انبساط حجمی و طولی عبارت است از:

- (۴) $\alpha = 3\beta$ (۳) $\beta = 3\alpha$ (۲) $\beta = 2\alpha$ (۱) $\alpha = 2\beta$

(۳) اگر درجه حرارت از $(T_1 = 30^\circ C)$ به $(T_2 = 130^\circ C)$ بلند شود، کدام نوع جسم ذیل زیادتیر انبساط می‌کند؟

- (۱) الکل (۲) بنزین (۳) زیتون (۴) ایتر

(۴) واحد (β) عبارت است:

- (۱) $^\circ C^{-2}$ (۲) K^{-1} (۳) C^{-1} (۴) هیچکدام

(۵) یک فلاسک مسی که $150cm^3$ حجم دارد، تا لب آن از تیل زیتون پر شده است. اگر درجه حرارت سیستم $6^\circ C$ به $31^\circ C$ تزیاید نماید به چه اندازه تیل از فلاسک بیرون خواهد ریخت؟

- (۴) $50cm^3$ (۳) $1.50cm^3$ (۲) $4.9cm^3$ (۱) $3.4cm^3$

منابع

(۱) فصل چهارم، صنف دوازدهم

(۲) College Physics, ۹th edition, Fredrick J. Bueche, ۲۰۰۴

مأخذ:

این ممد درسی با همکاری کتابخانه درخت دانش به شما اهداء گردیده است.

wwwddl.af



Darakht-e Danesh Information



@AfghanOERs

