UNIVERSIDADE BRAZ CUBAS

PÓS-GRADUAÇÃO NO CURSO DE METODOLOGIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

PROPOSTAS PARA TORNAR O APRENDIZADO DE MATEMÁTICA MAIS INTERESSANTE E AGRADÁVEL

Antonio Marcos Murillo

São Paulo-SP
2017

FOLHA DE APROVAÇÃO

Antonio Marcos Murillo

PROPOSTAS PARA TORNAR O APRENDIZADO DE MATEMÁTICA MAIS INTERESSANTE E AGRADÁVEL

Artigo apresentado à Pós-graduação no Curso de Metodologia do Ensino de Matemática e Física, da Universidade Braz Cubas, como requisito para a obtenção de especialização "Latu Sensu"

____

Vladimir Ferreira Gama – Orientador

____

Cristiane Oliveira – Coordenação

Mogi das Cruzes, 01 de março de 2017

Dedico este trabalho a todas as pessoas que, assim como eu, admiram profundamente a Matemática, que são sabedoras de sua grandiosa magia e importância em toda a nossa vida, como também àqueles que, além de tudo, trabalham incansavelmente, todos os dias, na busca para tornar o seu aprendizado mais interessante, prazeroso e agradável.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeira e principalmente a Deus, que me proporcionou a vida, e me concedeu um grande e importante dom: a admiração pela maior ciência dentre todas as existentes: a Matemática.

Agradeço, também, a todos aqueles que, de uma certa forma me incentivaram nessa batalha e todos os seus percalços naturalmente encontrados durante essa caminhada.

"A Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo." (Galileu Galilei)

RESUMO

O presente trabalho tem objetivo final apresentar propostas para tornar a aprendizagem da Matemática mais interessante e agradável aos alunos, independentemente do grau escolar em que se encontrarem. Utilizando um método bibliográfico de pesquisa, traz metodologias e conceitos desenvolvidos por diversos autores e estudiosos que colaboraram com o desenvolvimento e com o entendimento do conceito de aprendizagem. Como uma das diversas formas para se atingir esse objetivo, além de despertar o interesse e o prazer em aprender a Matemática, este artigo foca na apresentação e na resolução de problemas e situações-problema, que os professores podem utilizar na sala- de- aula, diariamente, a fim de despertar, individual e coletivamente, o prazer de aprender, além de estimular o raciocínio, respeitando-se as suas origens, as diferenças culturais e diferentes graus de compreensão . Traz exemplos de alguns problemas e situações-problema, com as devidas soluções. Todas essas ferramentas mostram-se como extremamente úteis no ensino- aprendizagem da Matemática, evitando-se, dessa forma, que a transmissão de conhecimento importante disciplina seja realizado, apenas, de forma técnica e metódica, como tem-se visto ao longo dos anos, provocando a paixão de poucos e sendo considerado um “bicho-de-sete-cabeças” para a grande maioria. Conclui-se, assim, no contexto apresentado, que a figura do professor é de extrema importância no processo de ensino-aprendizagem da disciplina, não apenas na transmissão de conhecimentos, como também na qualidade de agente disseminador e de ligação, entre essas metodologias e seus alunos.

Palavras-chave: Propostas; Aprendizagem; Metodologias; Problemas; Situações-Problema.

ABSTRACT

The present work has the final objective to present proposals to make the learning of Mathematics more interesting and enjoyable to the students, regardless of the school degree in which they are. Using a bibliographic method of research, it brings methodologies and concepts developed by several authors and scholars who collaborated with the development and understanding of the concept of learning. As one of several ways to achieve this goal, besides sparing interest and pleasure in learning Mathematics, this article focuses on presenting and solving problems and problem situations that teachers can use in the classroom, Daily, in order to awaken, individually and collectively, the pleasure of learning, in addition to stimulating reasoning, respecting their origins, cultural differences and different degrees of understanding. It gives examples of some problems and problem situations, with the right solutions. All these tools prove to be extremely useful in the teaching-learning of Mathematics, thus avoiding that the transmission of important discipline knowledge is performed only in a technical and methodical way, as has been seen over the years , Provoking the passion of the few and being considered a "rocket science" for the great majority. It is concluded, therefore, in the presented context, that the figure of the teacher is of extreme importance in the teaching-learning process of the subject, not only in the transmission of knowledge, but also in the quality of disseminating agent and of connection between these methodologies and your students.

Key words: Proposals; Learning; Methodologies; Problems; Problem Situations.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

É notório que a Matemática, ao longo dos anos, foi e ainda é concebida com muita resistência e temor, por grande parte dos alunos, nos mais diferentes graus de ensino, ou seja, desde o início do ensino fundamental, até mesmo ao ensino superior.

O ensino-aprendizagem dessa importante disciplina vem sendo muito questionado, ultimamente, sendo demasiado urgente que se adotem práticas e metodologias que possam modificar essa realidade, transformando o ensino e o aprendizado dessa disciplina, tornando-a, assim, mais aceitável, compreensível e agradável aos alunos.

Nesse sentido, afirma D'ambrósio (1989):

> Sabe-se que a típica aula de Matemática, a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus, ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. Os alunos acreditam que a aprendizagem se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos, nada podendo gerar e criar, tornando o papel da disciplina passivo e desinteressante. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15)

O ensino da Matemática até o início do século XX dava-se por meio da repetição, memorização e treinamento e somente em meados desse mesmo século é que se deu por compreensão.

Todos os professores de Matemática, sem exceção, deveriam, primeiramente compreender e colocar em prática, junto aos seus alunos, conceitos de aprendizagem desenvolvidos por Piaget (1975). Segundo essa teoria, o processo cognitivo inteligente é composto por duas palavras: aprendizagem e desenvolvimento.

Segundo Macedo (1994, apud PIAGET,1975), a aprendizagem refere-se à aquisição de uma resposta particular, aprendida em função da experiência, obtida de forma sistemática ou não. Enquanto que o desenvolvimento seria uma aprendizagem de fato, sendo este o responsável pela formação dos conhecimentos.

Piaget (1975), quando postula sua teoria sobre o desenvolvimento da criança, descreve-a, basicamente, em 4 estados, que ele próprio chama de fases de transição. Essas quatro fases são:

- Sensório-motor (0 - 2 anos);
- Pré-operatório (2 - 7- 8 anos);
- Operatório-concreto (8 - 11 anos);
- Operatório-formal (8 - 14 anos).

Segundo Gardner (2000), cada pessoa é um sujeito ímpar com forças cognitivas diferentes. Cada indivíduo aprende de forma e estilos diferentes do outro, mesmo que sejam ambos oriundos de uma mesma sociedade ou meio cultural. Ele afirma que as inteligências não mudam com a idade humana, mas sim com a experiência como sendo um atributo ou faculdade do indivíduo. Segundo ele, as inteligências não nascem prontas nos indivíduos, ainda que uns possam apresentar níveis mais elevados do que outros nesta ou naquela inteligência.

Em seu conceito a inteligência lógico-matemática nada mais é do que a habilidade para explorar relações, categorias e padrões, através da manipulação de objetos ou símbolos, e para experimentar de forma controlada; é a habilidade para lidar com séries de raciocínios, para reconhecer problemas e resolvê-los. Assim, o indivíduo que apresenta especial aptidão nesta inteligência demonstra facilidade para contar e fazer cálculos matemáticos e para criar notações práticas de seu raciocínio.

Ao longo dos anos, os alunos são avaliados de várias formas e nota-se, claramente, uma perda constante, no rendimento, entendimento e fixação dos conceitos matemáticos.

Pode-se verificar, abaixo, no quadro a seguir, as pontuações referentes às proficiências[1] médias em Matemática, relativas aos quinto e nono anos, do ensino

[1] Domínios, habilidades num determinado campo

fundamental e 3º ano do ensino médio, verificadas na Prova Brasil, realizadas nos anos de 2011, 2013 e 2015, respectivamente:

Quadro 1 - Proficiências Médias em Matemática- Prova Brasil

5º Ano (2011, 2013 e 2015)	**9º Ano (2011, 2013 e 2015)**	**Ensino-Médio (2011, 2013 e 2015)**
210	253	275
211	252	270
219	256	267

Fonte: Sistema de Avaliação da Educação Básica- SAEB- DAEB/INEP

De acordo com os PCNS/98, as finalidades do ensino da Matemática, no ensino fundamental, visando à construção da cidadania, indicam como principais objetivos levar o aluno a:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas,

fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;

- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Já em relação ao ensino-médio, os PCNS/2000, em relação às competências e habilidades em Matemática, descrevem, quanto à representação e comunicação, que os alunos deverão:

- Ler e interpretar textos de Matemática;
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc);
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa;
- Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta;
- Produzir textos matemáticos adequados;
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação;
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Já, quanto à investigação e compreensão, deverão:

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc);
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

E por fim, em relação à contextualização sócio-cultural deverão:

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento;
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade;
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

O professor deve ser orientador, mediador e organizador no processo de ensino-aprendizagem, respeitando as diferenças existentes entre os alunos e mostrando-lhes que para cada problema poderá haver mais de uma forma de solução.

Ao agir dessa forma, despertará muito mais o interesse no aprendizado da Matemática e cada vez mais, a cada desafio, poderá verificar que a forma trivial de ensino dessa disciplina ficou num lugar do passado, trazendo para dentro da sala-de-aula uma nova metodologia, mais prazerosa, interessante e agradável a todo o grupo.

É dessa forma que este trabalho procura explicar e demonstrar conceitos e/ou teorias, além de exemplos de problemas e situações-problema, que poderão ser apresentados aos alunos, individualmente ou em grupos, rompendo, dessa forma, a maneira tradicional e metódica de ensino da Matemática.

Diversas outras formas e atividades que possam revolucionar o ensino dessa disciplina, podem e devem ser repensadas no dia a dia da sala-de aula, entre professores e os alunos, porém, este trabalho limitar-se-á, apenas, a mostrar uma delas, ou seja, focará na utilização de situações-problema e problemas, de forma conceitual e através de exemplos práticos, também.

Este artigo utiliza um método bibliográfico de pesquisa, e está dividido, após essa introdução, e o método abaixo, em seis partes, a saber:

- Conceitos de problemas, situações-problema e suas resoluções, no processo de ensino-aprendizagem da Matemática;
- Resolução de situações-problema;
- A resolução de problemas como metodologia de ensino da Matemática
- A formação de conceitos e a resolução de problemas;
- Exemplos de problemas matemáticos que poderão ser utilizados na sala-de-aula;
- Considerações finais.

2 MÉTODO

Segundo Marconi e Lakatos (1992), a pesquisa bibliográfica é o levantamento de toda a bibliografia já publicada, em formas de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita. Pode-se, aí, incluir, também, a pesquisa realizada por meios eletrônicos, como, por exemplo, a internet. A sua finalidade é fazer com que o pesquisador entre em contato com contado direto com todo o material escrito sobre um determinado assunto, auxiliando-o na análise de suas pesquisas ou na manipulação de suas informações. Ela pode ser considerada como o primeiro passo de toda a pesquisa científica.

A metodologia utilizada no presente artigo foi estritamente realizada através e pesquisa bibliográfica, onde procurou-se demonstrar teorias e conceitos desenvolvidos por alguns dos mais importantes autores, que muito colaboraram, através dos anos, com ideias, estudos e trabalhos dos mais variados, e que apresentam mecanismos de poder de transformação do ensino metódico da matemática, levando-o a ser algo mais agradável e interessante.

Recorreu-se a Lupinacci e Botin (2004), onde utilizaram-se ideias e conceitos sobre o método de resolução de problemas, como motivação para o estudo e o aprendizado da Matemática.

Utilizaram-se, também, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), com suas diretrizes concernentes à resolução de problemas e de situações-problema.

Abordou-se, também, o conceito de situações-problema, segundo Dante (2003), como também o conceito de problemas e suas soluções, de acordo com Krulik e Rudnik (1993) e Polya (1957).

A Formação dos Conceitos e a Resolução de problemas foi descrito, também, com Vygotsky (1999), bem como por Onuchic (1999), que conceitua a aprendizagem da Matemática como mais importante do que verdadeiramente a solução de problemas.

Complementou, também, este trabalho, pesquisas por meios eletrônicos (internet e artigos) e que serviram de apoio ao desenvolvimento ao presente trabalho.

Alguns dos problemas e situações-problema, aqui apresentados, tiveram como inspiração e fonte o Livro “O Homem que Calculava” (Malba Tahan, 2001), como também do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem-2018).

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 CONCEITOS DE PROBLEMAS, SITUAÇÕES-PROBLEMA E SUAS RESOLUÇÕES NO PRCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. Segundo Lupinacci e Botin (2004), o processo ensino e aprendizagem dessa disciplina pode ser desenvolvido através de desafios e da aplicação de problemas interessantes, que possam ser explorados e não apenas resolvidos.

Se a real pretensão é tornar a Matemática útil e prazerosa, acredita-se que a resolução de problemas, uma das tendências da educação matemática, seja um excelente caminho para que esse objetivo seja alcançado.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), consideram que a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser fundamentada nos seguintes princípios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema;
- Num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Segundo Dante (2003):

> Situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos. Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse. (DANTE, 2003, p. 20)

Para Krulik e Rudnik (1993):

> Problema é uma situação, quantitativa ou outra, com a qual se confronta um indivíduo ou grupo, na procura de uma solução, para a qual não tem prontamente resposta. Estes autores distinguem ainda entre questão (uma situação que apela à capacidade de memória), exercício (uma situação em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos) e problema (onde é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido). De fato, uma mesma situação poderá representar um exercício para uns e um problema para outros. Da mesma forma, o que poderá ser um problema para um indivíduo numa fase de aprendizagem, poderá passar a um exercício numa fase posterior. (KRULIK; RUDNIK, 1993)

Polya (1957) foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística[2] de resolução de problemas específica para a matemática. Por isso, ele é considerado uma referência no assunto, uma vez que suas ideias representam uma grande inovação em relação às ideias de resolução de problemas existentes até então.

Em seu livro intitulado "How To Solve It", Polya estabeleceu um método sistemático de resolução de problemas em quatro passos:

- Compreender o problema;
- Estabelecer um plano de resolução;
- Executar o plano;
- Analisar a solução obtida e elaborar a resposta.

Pretende-se que os alunos aprendam a valorizar a Matemática, sentindo-se seguros em fazer Matemática e em resolver problemas de todas as categorias.

[2] Processo criado com o objetivo de encontrar soluções para um problema.

A resolução de problemas é a razão principal de se aprender e ensinar Matemática. É por meio dessa prática que se inicia o aluno no exercício de pensar matematicamente. Resolver problemas é o processo de reorganizar conceitos e habilidades, aplicando-os a uma nova situação, atendendo a um objetivo. Ao resolver problemas, o aluno desenvolve determinadas estratégias que, em geral, aplicam-se a um grande número de situações.

Ensinar a resolver problemas requer que o professor coloque os alunos frente a diferentes situações. Ele deve encorajá-los a pensar por si mesmos, a levantarem suas próprias hipóteses, e as testá-las, a discutirem com seus colegas como e por que determinada estratégia pode ou não resolver o problema.

É importante, também, que o professor considere dois fatores que desempenham papel fundamental na resolução de problemas: os conceitos e as habilidades do aluno para encontrar a solução. Esses fatores são construídos de acordo com o repertório de problemas previamente resolvidos, daí a importância dos alunos resolverem uma variedade de problemas.

Ao propor essas questões, o professor deve estar atento aos problemas matemáticos que não têm como objetivo encontrar uma resposta numérica, mesmo que se encontre essa resposta, é apenas um ponto intermediário nesse processo. Assim, é essencial uma interpretação ou uma análise da questão a ser resolvida.

Às vezes, um problema requer simplesmente que o aluno desenvolva um sistema de organização de dados, de uma forma adequada ou que se traduza uma situação matemática em uma linguagem mecânica eficiente. Ou, então, o problema exige que se crie uma unidade de medida ou um instrumento de maior precisão do que os fornecidos pelos modelos usuais de medida.

Feito esse entendimento, adiante serão demonstrados alguns exemplos de situações-problema, que poderão ser propostos em sala-de-aula, a fim de enriquecer os conceitos vistos, proporcionando aos alunos um aprendizado mais prazeroso e interessante da Matemática, lançando a eles desafios, porém, é claro, tendo o professor, sempre, como o mediador nesse processo de ensino-aprendizagem.

3.2 RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

A seguir, dar-se-ão alguns exemplos de situações-problema, com as devidas resoluções, passo a passo.

Situação-Problema nº 1:

Há dois baldes: um com capacidade para comportar 5 litros, e outro que comporta 3 litros. É sabido que os baldes não possuem marcações de volume.

A) Necessita-se retirar exatamente sete litros de água de uma bica, com esses baldes. Como fazer isto?

B) Com os mesmos baldes, como deve se fazer para retirar exatamente 4 litros de água da mesma bica?

Soluções:

A): Uma solução possível seria:

- Encher o balde de 5 litros e despejar a água, até onde for possível, no limite máximo do balde de 3 litros;
- Feito isso, restaram, então, 2 litros no balde de 5 litros;
- Joga-se fora a água do balde de 3 litros e colocam-se nele os 2 litros que estavam no balde de 5 litros;
- Agora, deve-se encher o balde de 5 litros novamente.

Aí está a solução! No balde de 3 litros estão, agora, 2 litros de água, enquanto o balde de 5 litros está cheio, totalizando 7 litros, como proposto inicialmente.

B), uma solução possível seria:

- Encher o balde de 3 litros até o fim e despejar a água no balde de 5 litros;

- Encher o balde de 3 litros novamente e despejar toda a água que puder no balde de 5 litros. Agora, há 1 litro de água no balde de 3 litros;
- Jogar fora a água que está no balde de 5 litros e colocar nele a água que está no balde de 3 litros;
- Encher novamente o balde de 3 litros.

Pronto! No balde de 5 litros há 1 litro de água, enquanto o balde de 3 litros está cheio, totalizando 4 litros de água.

Diante dos exemplos dessas duas situações-problema, pode-se perceber, claramente que foi seguida uma metodologia lógica, em cada um deles, de maneira a se chegar a uma solução adequada e que resolva o enigma incial proposto.

Cabe, também, ressaltar que possivelmente não existam somente essas soluções para cada situação-problema proposto.

Poderá haver mais do que uma solução, uma outra forma de se chegar a contento numa solução e que satisfaça igualmente ao que se busca no enunciado.

Cabe ao professor, aceitar de seus alunos propostas lógicas e caminhos que possam servir como mecanismos para que se chegue à reposta correta de cada situação-problema.

Situação-Problema nº 2:

O exemplo a seguir, de situação-problema, muito interessante, foi retirado de uma passagem do livro "O Homem que Calculava", de Malba Tahan, e narra um fato ocorrido com Beremiz e seu amigo, numa de suas "andanças", em Bagdá, montados num camelo, é é conhecido como "O Problema dos 35 Camelos.

A habilidade matemática de Beremiz (o homem que calculava) serviu para solucionar o impasse entre três irmãos, causado pela dificuldade que estavam encontrando para partilharem, entre si, 35 camelos recebidos de uma herança.

Abaixo, segue a história e a solução lógica encontrada por Beremiz, que resolveu o problema de forma genial:

Beremiz e seu amigo encontraram próximo de um antigo caravançará,[3] meio abandonado, três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos.

Por entre pragas e impropérios gritavam possessos, furiosos:

- Não pode ser!

- Isto é um roubo!

- Não aceito!

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.

- Somos irmãos - esclareceu o mais velho - e recebemos, como herança, esses 35 camelos. Segundo a vontade expressa de meu pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed Namir uma terça parte e ao Harim, o mais moço, deve tocar apenas a nona parte. Não sabemos, porém, como dividir dessa forma 35 camelos e a cada partilha proposta segue-se a recusa dos outros dois, pois a metade de 35 é 17 e meio. Como fazer a partilha se a terça parte e a nona parte de 35 também não são exatas?

- É muito simples - atalhou Beremiz- o Homem que Calculava.

- Encarrego-me de fazer, com justiça, essa divisão, se permitirem que eu junte aos 35 camelos da herança este belo animal que, em boa hora, aqui nos trouxe!

O amigo de Beremiz interviu na questão:

- Não posso consentir em semelhante loucura! Como poderíamos concluir a viagem, se ficássemos sem o camelo?

- Não te preocupes com o resultado! - replicou em voz baixa Beremiz.

- Sei muito bem o que estou fazendo. Cede-me o teu camelo e verás no fim a que conclusão quero chegar.

Tal foi o tom de segurança com que ele falou, que seu amigo não teve dúvida em entregar-lhe o belo jamal, [4]que, imediatamente, foi reunido aos 35 ali presentes, para serem repartidos pelos três herdeiros.

- Vou, meus amigos - disse ele, dirigindo-se aos três irmãos -, fazer a divisão justa e exata dos camelos que são agora, como podem ver, em número de 36.

E, voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:

---

[3] Refúgio construído, à beira do caminho, para servir de abrigo aos peregrinos
[4] Uma das denominações que os árabes dão a camelo

- Deverias receber, meu amigo, a metade de 35, isto é, 17 e meio. Receberás a metade de 36 e, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão!

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:

- E tu, Hamed Namir, deverias receber um terço de 35, isto é, 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, isto é, 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.

E disse, por fim, ao mais moço:

- E tu, jovem Harim Namir, segundo a vontade de teu pai, deverias receber uma nona parte de 35, isto é, 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, isto é, 4. O teu lucro foi igualmente notável. Só tens a agradecer-me pelo resultado!

E concluiu com a maior segurança e serenidade:

- Pela vantajosa divisão feita entre os irmãos Namir - partilha em que todos três saíram lucrando - couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo e 4 ao terceiro, o que dá um resultado (18+12+4) totalizando, então, 34 camelos. Dos 36 camelos, sobram, portanto, dois. Um pertence,

como sabem, ao, meu amigo e companheiro, outro toca por direito a mim, por ter resolvido, a contento de todos, o complicado problema da herança!

- Sois inteligente, ó Estrangeiro! - exclamou o mais velho dos três irmãos. - Aceitamos a vossa partilha na certeza de que foi feita com justiça e equidade!

E o astucioso Beremiz - o Homem que Calculava - tomou logo posse de um dos mais belos “jamales” do grupo e disse- ao seu amigo:

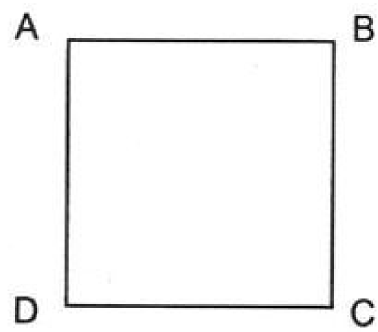
- Poderás agora, meu amigo, continuar a viagem no teu camelo manso e seguro! Tenho um outro, especialmente para mim!

Como se pode notar, então, nesse exemplo, a habilidade matemática de Beremiz, através dessa situação-problema, teve um importante papel para se chegar a uma solução justa e perfeita, quanto à divisão dos camelos entre os três irmãos, proposta no início.

Situação-Problema nº 3:

Um clube dispõe de uma piscina de forma quadrada, como demonstrado na figura abaixo, tendo em cada vértice A, B, C, e D um poste de iluminação.

Figura 1 - Situação inicial



Fonte: do autor.

A diretoria do clube resolveu aumentar a piscina, tornando-a duas vezes maior e sem alterar a sua forma, isto é, conservando a forma de um quadrado.

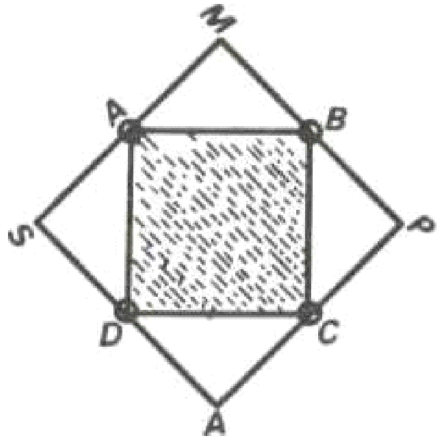
O aumento deve ser feito sem alterar a posição dos postes que devem continuar junto à borda da piscina.

De que forma isso poderá ser feito?

Solução

Seguindo as instruções contidas nessa situação-problema, uma solução que corresponda ao que foi solicitado pode ser vista na figura 2.

Figura 2 - piscina duplicada



Fonte: do autor.

É dessa forma, portanto, que o professor deverá, na sala de aula, determinar aos seus alunos que encontrem soluções para cada situação-problema proposto, interagindo sempre que for necessário, até que se chegue à resposta adequada.

Ao fazer isso, o processo ensino-aprendizagem será mais prazeroso, por parte de todos e cada vez mais criará estímulo para a resolução de outrosproblemas que surgirem.

3.2.1 A Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino da Matemática

Para muitos educadores matemáticos, a resolução de problemas consiste em permitir que os alunos utilizem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor. Dessa forma, os alunos adquirem a oportunidade de ampliar seu conhecimento, desenvolver seu raciocínio lógico, enfrentar novas situações e conhecer as aplicações da matemática. O mesmo sucede para o professor, pois trabalhar com a resolução de problemas permite atingir os objetivos de aprendizagem definidos, além de tornar a aula mais interessante e motivadora. No entanto, ensinar matemática por meio da resolução de problemas é uma forma de ensino que ainda enfrenta muitas dificuldades que precisam ser superadas. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998):

> A prática mais frequente na Resolução de Problemas consiste em ensinar um conceito, um procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a

> maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar algo que aprendam nas aulas. Desse modo o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, técnicas e demonstrações. (BRASIL, 2016, p. 40).

Segundo Onuchic (1999), o foco central do ensino da matemática não deveria estar em se encontrar a solução dos problemas propostos. O papel da resolução de problemas no currículo de matemática seria um caminho de aquisição para novos conhecimentos, ou seja, compreender deveria ser o principal objetivo do ensino, para adquirir um novo conhecimento ou um processo no qual pode ser aplicado tudo aquilo que previamente havia sido construído.

3.2.2 A Formação dos Conceitos e a Resolução de Problemas

De acordo com Vygotsky (1999):

> A formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa em que todas as funções intelectuais básicas tomam parte. No entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes. Todas são indispensáveis, porém insuficientes sem o uso do signo, ou a palavra, como meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução de um problema. (VYGOTSKY, 1999, p. 72-73)

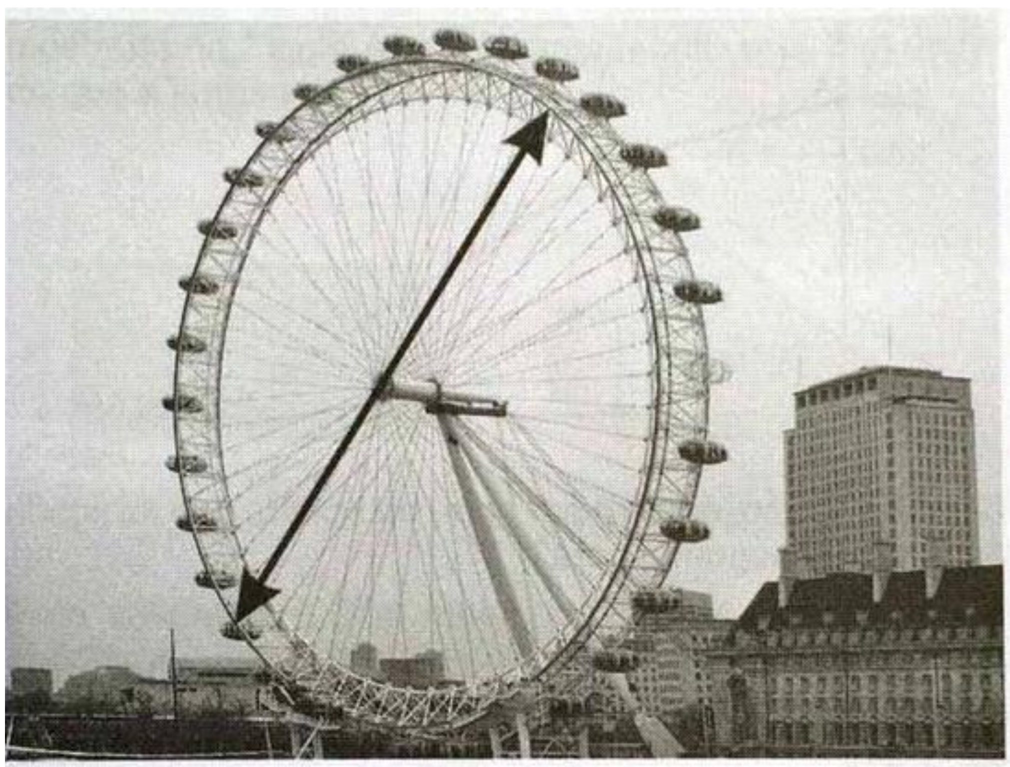
A solução de um problema não é destacada por Vygotsky como uma categoria conceitual, mas é utilizada em vários métodos de investigação sobre a formação de conceitos e parece desempenhar um papel importante no desenvolvimento do processo de como se estabelece um conceito.

Ainda, segundo ele, o ensino da matemática, por meio de resolução de problemas, também procura desenvolver no aluno esses processos internos de mudança no seu pensamento. Provavelmente, além de encontrar a solução do problema, atingirá com êxito o processo de mudança do seu pensamento pseudoconceitual para o conceitual, uma vez que o pensamento conceitual se forma “mediante uma operação intelectual (dirigida pelo uso das palavras) em que todas as funções mentais elementares participam de uma combinação específica".

3.3 EXEMPLOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS QUE PODERÃO SER UTILIZADOS NA SALA-DE-AULA

A seguir, seguem alguns exemplos de problemas matemáticos, com as suas devidas soluções.

Figura 3 - London Eye



Fonte: do autor.

Problema nº 01:

A London Eye é uma enorme roda-gigante, e fica localizada na capital inglesa, Londres.

Por ser um dos monumentos construídos para celebrar a entrada do terceiro milênio, ela também é conhecida como Roda do Milênio.

Um turista brasileiro, em visita à Inglaterra, perguntou a um londrino o diâmetro (destacado na imagem) da Roda do Milênio e ele respondeu que ele tem 443 pés.

Não habituado com a unidade pé, e querendo satisfazer sua curiosidade, esse turista consultou um manual de unidades de medidas e constatou que 1 pé equivale a 12 polegadas, e que 1 polegada equivale a 2,54 cm.

Após alguns cálculos de conversão, o turista ficou surpreendido com o resultado obtido em metros.

Qual a medida que mais se aproxima do diâmetro da Roda do Milênio, em metros?(Questão apresentada no Exame Nacional de Ensino Médio- Enem- em 2016).

Antes que sejam efetuados os cálculos para a solução desse problema, cabe ressaltar que esse problema traz assuntos referentes a medidas de comprimento não usuais em nosso país, como o "pé" e a "polegada".

Ao professor, incumbe o dever de explicar aos seus alunos essas diferenças, para que eles não cometam enganos durante os cálculos.

Após explicadas essas diferenças, o professor poderá solicitar que o trabalho, para se chegar à resposta correta, seja dado, ou individualmente ,ou em pequenos grupos de alunos.

Naturalmente, a solução lógica é aquela que passa pela multiplicação de todas as medidas informadas, ou seja, (443x1x12x2,54).

Todos os alunos, sem exceção, devem ser capazes de chegarem a essa conclusão, sem que fiquem com qualqer dúvida que seja.

Efetuando os cálculos, chega-se ao resultado, em centímetros, igual a 13.502,64.

Convertendo-se o resultado para metros, ficará 135,0264, o que, aproximadamente equivale a 135 metros, que é a resposta correta para esse problema.

Chegando-se a esse resultado, os alunos poderão concluir, por unanimidade, que trata-se de uma roda-gigante muito grande, pois, o seu diâmetro, equivalente a aproximadamente 135 metros, foge muito do padrão da maioria dos brinquedos semelhantes a esse, espalhados pelo mundo.

É um problema muito importante e interessante, pois, além de aguçar a curiosidade para que seja encontrado o resultado final, desafia as habilidades dos alunos no que tange à multiplicação envolvendo mais de dois fatores, utilizando números decimais, além de conhecimento básico quanto à conversão de medidas.

Esse problema poderá ser apresentado aos alunos entre o 3º e 5º anos do ensino fundamental, uma vez que, a essa época, acredita-se que já devem possuir conhecimentos mínimos para poder resolvê-lo, sem erro, e chegar à resposta adequada.

Problema nº 02:

Duzentas e quarenta figurinhas devem ser repartidas por um grupo de meninos, porém no momento de reparti-las 5 meninos não compareceram para receber as suas figurinhas. Por essa razão, cada menino recebeu 8 figurinhas a mais. Quantos meninos receberam figurinhas?

Deve-se, a princípio, fazer a interpretação do problema proposto e traduzi-lo para uma linguagem matemática mais apropriada, de forma a poder, dessa forma, chegar à solução.

Assim, se o número de alunos, que é o que se quer descobrir, for chamado de "x", então a tradução matemática dar-se-á a seguinte expressão:

$(240/x) + 8 = (240/x-5)$.

Manipulando-se algebricamente essa expressão, chega-se à forma: $8x^2 - 40x - 1200 = 0$, que simplificada resulta em: $x^2-5x-150=0$.

Após estes passos, o aluno poderá utilizar algum procedimento padronizado para a resolução, como por exemplo, a aplicação da fórmula de Bhaskara.

Feito isso, chega-se ao valor de x igual a 15, o que representa o número total de meninos do grupo.

Porém, como 5 deles não compareceram para receberem as figurinhas, então 15-5=10 alunos foram o que realmente receberam as figurinhas que foram repartidas.

Como trata-se de problema envolvendo resolução de equação do 2º grau, sugere-se que seja ministrado a alunos do 7° e 8° anos do ensino fundamental, que já devem possuir conhecimento o suficiente para interpretá-lo e resolvê-lo corretamente.

Problema n° 03:

O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro. Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos. Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

A solução deste problema, passa, primeiramente, pelo entendimento de que trata-se de uma questão a ser resolvida empregando-se os métodos de análise combinatória, mais precisamente o conceito de combinação, propriamente dito, os quais são ministrados, geralmente, no ensino médio.

O número de possibilidades de escolher dois tenistas, com a condição de que ambos não possam ser canhotos, é dado pelo total de maneiras de se escolher dois jogadores dentre os dez possíveis, ou seja, pela expressão cominatória C10,2 subtraídos do total de maneiras de se escolher dois jogadores dentre os quatro canhotos, ou seja, pela expressão combinatória C4,2.

Assim, traduzindo-se para a linguagem matemática o problema proposto, ficará: (C10,2)-(C4,2), o que, exprimindo-se em ! (fatorial), será:

10!/(2!x8!)- 4!/2!x2!.

Salienta-se que não será extremamente necessário, ao aluno, resolver essa expressão e chegar ao valor numérico, pois, em primeira análise, está realmente a proposta a qual o problema em questão deve se ater.

É claro, que a ideia principal é o entendimento lógico e matemático da questão e que se chegar a um resultado numérico final é mera consequência do trabalho desenvolvido.

Problema n° 04:

Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito Aedes aegypti, transmissor da dengue. A tabela, a seguir, apresenta, hipoteticamente, o número atual de casos confirmados, por região, da cidade:

Tabela 1 - Dados hipotéticos

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

Fonte: do autor.

A Prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados:

- 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados;
- 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados.

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação?

Trata-se de uma questão onde o aluno deverá analisar a tabela oferecida, como também possuir o devido conhecimento do conceito de média, saber calculá-la corretamente e chegar à resposta correta solicitada.

Sendo assim, a média de casos confirmados é dada por M = (237 + 262 + 158 + 159 + 160 + 278 + 300 + 278) /8 = 229.

Das oito regiões da cidade, cinco delas (oeste, centro, leste, centro-oeste e centro-sul) estão acima da média, isto é, cada uma delas receberá 10 funcionários; três regiões estão abaixo da média (norte, sul e noroeste) e cada uma delas receberá 7 funcionários. Portanto, a prefeitura deverá contratar (5x10)+(3x7)= 71 funcionários

Problema nº 05:

Um projétil de canhão é atirado por um tanque de guerra e descreve uma trajetória em forma de parábola, cuja equação é: $y=-3x^2+60x$.

Sabendo-se que a altura e a distância percorrida por esse projétil são dadas em metros, então:

a) qual a altura máxima atingida pelo projétil?

b) qual é o alcance do disparo ?

A solução desse problema é dada pelo estudo da função quadrática associada à trajetória parabólica do projétil lançado.

Primeiramente, deve-se calcular o valor de delta (Δ), que é dado por $\Delta= b^2-4.a.c$.

Na função dada, o valor de "a" é igual a -3, o valor de "b" é igual a = +60 e o valor de "c" é igual a 0.

Assim, $\Delta=(+60)^2-4.(-3).0= 3600-0=3600$

Fazendo-se isso, então, a altura máxima atingida pelo projétil é dada por $-\Delta/4.a$, ou seja, $(-3600)/(4.(-3))= -(3600)/(-12)= 300$ metros, que é a resposta da letra "a";

Já, o alcance do disparo é dado pela maior raiz da equação asociada a essa função, ou seja, $-3x^2+60x=0$

Dividindo-se ambos os membros por -3, ficará: $x^2-20x=0$

Resolvendo-se essa equação, a maior raiz é 20, e assim, 20 metros correspondem, então, ao maior alcance do disparo, que é a resposta da letra "b".

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa realizada no decorrer de todo este trabalho foi meramente bibliográfica e procurou demonstrar o quanto é urgente e importante que seja alterada a forma com a qual a Matemática é ministrada nos mais diversos graus do ensino, causando simpatia de poucos e receio e antipatia pela grande maioria dos educandos.

É muito importante que os professores desenvolvam, no cotidiano, metodologias inovadoras de ensino, que fujam do ensino tradicional e metódico dessa disciplina e façam com que os seus alunos utilizem o raciocínio, aprendam a pensar matematicamente, e que sejam capazes de poder resolver quaisquer tipos de problemas, sobre quaisquer assuntos e compreendam o porquê de cada solução apresentada.

A utilização de problemas e situações-problema é uma das várias ferramentas disponíveis, muito úteis e capazes de realizar uma grande transformação no ensino-aprendizagem da Matemática, pois são eles que fazem os educandos utilizarem não somente o conhecimento aprendido, como também absorver mais conhecimentos e serem muito mais críticos em todos os desafios que surgirem em seus caminhos.

Desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas e a resolução de problemas como ponto de partida fundamental da atividade Matemática são finalidades dos Parâmetros Curriculares Nacionais, cujo principal objetivo é a construção de referências nacionais comuns ao processo educativo para que eles possam ter acesso ao conjunto de conhecimentos necessários ao exercício da cidadania.

Deixa-se claro que um problema pode ter mais de uma forma de solução e, por conseguinte, deve o professor mostrar as mais variadas maneiras de poder se chegar à mesma resposta, utilizando caminhos diversos.

A Matemática não pode continuar a ser considerada a vilã pela imensa maioria dos alunos e, por essa razão é que este trabalho buscou colaborar, em todos os sentidos, no que for possível, para que isso seja mudado , ainda que de forma lenta e gradual, mas que possa atingir uma imensa maioria, num curto espaço de tempo, tendo como foco, sempre, o interesse , o prazer a a alegria do aprendizado.

É claro que as ideias aqui contidas não são as únicas existentes, como também deve-se enfatizar que esse trabalho não esgota todas as possibilidades por si só.

Juntos, professores, alunos e profissionais ligados à educação no geral, especificamente à educação matemática, devem unir seus esforços para descobrir elementos novos, capazes de trazer à tona a grande transformação que há muito se espera no ensino e aprendizado da Matemática.

Se a resolução de problemas e situações-problema é fator preponderantemente importante nesse processo, outros meios há de ser criados e colocados em prática, para que, assim, surja a tão sonhada e esperada transformação.

Deve o professor, incansavelmente, mostrar aos seus alunos , na teoria e na prática, que a Matemática é de suma importância para as suas vidas, e mesmo que eles não a percebam e não a compreendam inicialmente, devem saber que ela está presente em todo o redor, de todas as formas e aspectos, colaborando direta e indiretamente para a formação de tudo o que se vê e não se vê, como também está nas ciências como a Física, a Química, a Biologia, dentre outras, no céu, no mar, no ar, enfim, em todos os lugares imagináveis e inimagináveis da vida e de todo o imenso Universo.

REFERÊNCIAS

A arte de resolver problemas. Disponível em: <http://matem-agil.blogspot.com.br/2013/02/as-etapas-da-resolucao-de-problemas.html>. Acesso em: 9 nov. 2016.

BOTIN, Vera Lúcia Martins; LUPINACCI, Mara Lúcia Muller. Resolução de Problemas no Ensino de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. VIII., 2004, Recife. SBEM. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC18361331034.pdf>. Acesso em: 4 nov. 2016.

BRASIL. Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.**Diário Oficial da República federativa do Brasil. Brasília, DF, v.12, n.5. p.14.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais, de 21 de novembro de 2016. **Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática.,** Distrito Federal, 21 nov. 2016, v.n. 2, p. 40-40.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Resolução n.2, de 07 de abril de 1998. **Diretrizes Curriculares Nacionais,** Brasília, 7 abr. 1998, v.n. 02, p. 20.

CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de; PIRES, Magna Natália; GOMES, Marilda Trecenti. **Fundamentos Teóricos do Pensamento Matemático**. Curitiba: IESDE, 2010.

CUNHA, Pedro. **Forum PiR2- Física e Matemática-Função Quadrática**. Disponível em: <http://pir2.forumeiros.com/t60668-funcao-quadratica>. Acesso em: 29 nov. 2016.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S.. Temas e debates. In: D'AMBRÓSIO, Beatriz. **Como ensinar Matemática hoje**. 1989 ed. Brasília: SBEM, 1989. p. 15-19.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de problemas de Matemática- 2003**. Disponível em: <https://www.editorainterciencia.com.br>. Acesso em: 8 nov. 2016.

Didática da Resolução de Problemas de Matemática. In: DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2003. p. 20-20.

GARDNER, Howard. **Inteligências Múltiplas: a teoria na prática 1. ed. Porto Alegre: 2000. 1** ed. Porto Alegre : Artmed, 2000.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais-**INEP-resultados da prova Brasil 2015**.
Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/educacao/2016/09/inep-apresenta-resultados-da-prova-brasil-2015>. Acesso em: 2 nov. 2016.

MACEDO, Lino. **Ensaios Construtivistas.** 3 ed. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

ONUCHIC, L.R.. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas.** São Paulo: Editora da Unesp, 1999.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

POFFO, Elaine Maria. **A resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise a partir das contribuições de Vygotsky** . Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/artigo_resolucao_problemas.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2016.

POLYA, George. **A Arte de resolver problemas (1957)**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PROVAS, Resumov Resumos e. **Questão 138- Matemática-Enem 2016**. Disponível em: <www.resumov.com.br › Provas resolvidas › ENEM 2016-http://www.resumov.com.br/provas/enem-2016/q138-a-london-eye-e-uma-enorme-roda-gigante-na-capital-inglesa/>. Acesso em: 22 nov. 2016.

SCHNEIDER, Clarice Lúcia. **Matemática: O Processo de Ensino-Aprendizagem**. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/artigos/a32/p3.php>. Acesso em: 21 nov. 2016.

SILVEIRA, J.F.P. da. **O que é Matemática**. Disponível em: <www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1337.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2016.

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A Resolução de Problemas Como Estratégia Dática Para o Ensino da Matemática**. 2001. 12 f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Matemática)-Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2001. Disponível em: <https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ArianaBezerradeSousa.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2016.

SOUZA, Júlio César de Mello e. **Matemática Divertida e Curiosa (Malba Tahan)**. 15ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2001.

STEPHEN, Krulik; RUDNICK, Jesse A. **Reasoning and Problem Solving – A Handbook for Elementary School Teachers. Massachussets, 1993.** Disponível em<www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/.../Problemas_texto_Coord.pdf >. Acesso em: 9 nov. 2016.

TAFNER, Malcon Anderson. **A Construção do conhecimento segundo Piaget**. Disponível em: <http://www.cerebromente.org.br/n08/mente/construtivismo/construtivismo.htm>. Acesso em: 9 nov. 2016.

TAHAN, Malba. **O Homem que Calculava**. 83 ed. Rio de Janeiro: Record, 2013.

VYGOTSKY, Lev Semyonovich. **A formação social da mente**. 5 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

SOBRE O AUTOR

Antonio Marcos Murillo, Licenciado em Matemática, Técnico Judiciário no Tribunal de Justiça de São Paulo, e-mail: marcos_murillo70@yahoo.com