

Repetition Potenzen

Auftrag für die mündliche Note

Sie repetieren mit der Klasse ein bis zwei Potenzgesetze. Sie gehen dazu folgendermassen vor:

1. Sie stellen das/die Gesetze vor und leiten diese aus der Definition der Potenz her.
2. Sie bereiten pro Gesetz sechs Übungsaufgaben vor.
3. Sie lösen die ersten zwei Übungsaufgaben vor.
4. Sie lassen die Klasse während einigen Minuten die restlichen Übungsaufgaben lösen und zeigen anschliessend ihre Musterlösungen.

Pakete

Es stehen insgesamt fünf Pakete zu Verfügung, welche durch je eine Person vorgestellt werden können.

1. **Negative Basis.** Sie erklären, wie mit einer negativen Basis in einer Potenz umgegangen wird, also z.B. mit $(-a)^3$ oder $(-b)^4$.
2. **Multiplikation und Division mit gleicher Basis.** Sie die Gesetze zum Multiplizieren und Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis, also $a^5 \cdot a^{-3}$ und $\frac{a^4}{a^7}$.
3. **Multiplikation und Division mit gleichem Exponenten.** Sie die Gesetze zum Multiplizieren und Dividieren von Potenzen mit gleichem Exponenten, also $5^a \cdot 3^a$ und $\frac{15^b}{5^b}$.
4. **Potenzieren von Potenzen.** Sie erklären das Gesetz zum Potenzieren von Potenzen, also $(a^3)^2$.

Material

Zur Repetition der Theorie kann beispielsweise das Skript «Zahlen und Operationen» aus GYM1 verwendet werden. Übungen dürfen teilweise aus den Aufgabenblättern übernommen werden. Es sollten aber auch ein paar eigene Aufgaben kreiert werden.

Beispiel

Auf der nächsten Seite ist ein Beispiel, wie eine solche Vorstellung aussehen könnte. Der Text muss natürlich nicht so schriftlich vorbereitet werden. Es reicht, wenn die Gesetze und Aufgaben schriftlich vorliegen und alles andere mündlich erklärt wird.

Beispiel: Negativer Exponent

Um zu verstehen, was eine Potenz mit einem negativen Exponenten bedeutet, wird betrachtet, was passiert, wenn der Exponent immer um eins reduziert wird:

$$\begin{array}{lcl}
 5^3 = 1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 & | & : 5 \\
 5^2 = 1 \cdot 5 \cdot 5 = 25 & | & : 5 \\
 5^1 = 1 \cdot 5 = 5 & | & : 5 \\
 5^0 = 1 & &
 \end{array}$$

Wenn bei einer Potenz der Exponent um eins verringert wird, bedeutet dies, dass der Wert der Potenz durch ihre Basis dividiert wird. Das macht Sinn, ein um Eins kleinerer Exponent bedeutet ja, dass die Basis einmal weniger mit sich selbst multipliziert wird.

Wenn nun diese Regel bei der Potenz 5^0 weiter angewendet wird, dann entsteht die Potenz 5^{-1} . Deren Wert ist der Wert von 5^0 dividiert durch 5 also $\frac{1}{5}$. Wird dies so fortgesetzt, können die Werte für sämtliche Potenzen mit negativem Exponenten bestimmt werden:

$$\begin{array}{lcl}
 5^0 = 1 & | & : 5 \\
 5^{-1} = \frac{1}{5} & | & : 5 \\
 5^{-2} = \frac{1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25} & | & : 5 \\
 5^{-3} = \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{125} & &
 \end{array}$$

Diese Überlegungen werden in folgender Definition festgehalten:

Definition: Die Potenz einer Zahl a mit einem negativen Exponenten $-n$ ist der Kehrwert der Potenz mit der Gegenzahl n im Exponenten.

$$a^{-n} := \frac{1}{a^n} = \frac{1}{1 \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n\text{-mal}}}$$

Beispiele: $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$ $3^{-1} = \frac{1}{3}$ $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0.01$

Übungen: Schreiben Sie als vollständig gekürzten Bruch und als Dezimalzahl:

- | | | |
|--------------|--------------|---------------|
| (a) 2^{-1} | (c) 3^{-2} | (e) 10^{-4} |
| (b) 4^{-1} | (d) 2^{-3} | (f) 5^{-3} |