Rationale Exponenten

Theorie

Allgemeine Wurzeln können auch als Potenzen mit rationalem Exponenten dargestellt werden.

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \qquad \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k = a^{\frac{k}{n}}$$

Dabei gelten die bekannten Potenzgesetze:

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q} \qquad a^p \cdot b^p = (a \cdot b)^p \qquad (a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} \qquad \frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$$

1. **Rationale Exponenten.** Vereinfachen Sie und stellen Sie als Potenz mit rationalem Exponenten dar:

Beispiel: $\sqrt[4]{144} = \sqrt[4]{12^2} = 12^{\frac{2}{4}} = 12^{\frac{1}{2}}$

(a) $\sqrt[6]{625}$ (d) $\sqrt[3]{27}$ (g) $\sqrt[3]{64}$

(b) $\sqrt[9]{125}$ (e) $\sqrt[4]{81}$ (h) $\sqrt[6]{4}$

(c) $\sqrt[10]{32}$ (f) $\sqrt[5]{32}$ (i) $\sqrt[4]{36}$

2. **Als Wurzel.** Vereinfachen Sie und stellen Sie die Zahl als Wurzel mit möglichst kleinem Wurzelexponenten dar.

Beispiel: $8^{\frac{1}{6}} = \left(2^3\right)^{\frac{1}{6}} = 2^{3 \cdot \frac{1}{6}} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

(a) $25^{\frac{1}{8}}$ (d) $16^{\frac{1}{12}}$ (g) $216^{\frac{1}{6}}$

(b) $125^{\frac{1}{6}}$ (e) $81^{\frac{1}{10}}$ (h) $32^{\frac{1}{15}}$

(c) $27^{\frac{1}{9}}$ (f) $81^{\frac{1}{20}}$ (i) $256^{\frac{1}{8}}$

3. **Berechnen** Sie ohne Taschenrechner.

(a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$

(b) $\sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[6]{96}$

(c) $\sqrt{10} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[12]{200}$

(d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2} - \sqrt[3]{4}$

(e) $\left(\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}\right) \cdot \sqrt[6]{16}$

(f) $\left(\sqrt[4]{512} - \sqrt[4]{32} - \sqrt[4]{2}\right) \cdot \sqrt[4]{8}$

4. Vereinfachen Sie und stellen Sie das Resultat sowohl in Potenz- als auch in Wurzelschreibweise dar.

(a) $3^{0.5} \cdot 9^{0.75}$

(b) $4^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{10}} : 8^{\frac{1}{4}}$

(c) $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[20]{27}$

(d) $\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{36}$

(e) $\sqrt[3]{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{25}$

(f) $\sqrt[5]{\frac{8}{9}} : \sqrt[5]{\frac{27}{128}}$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich und stellen Sie in Potenz- und Wurzelschreibweise dar.

Beispiel: $\left(\sqrt[4]{16}\right)^3 = 16^{\frac{3}{4}} = \left(2^4\right)^{\frac{3}{4}} = 2^{4\cdot\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$

(a) $\sqrt[4]{3^{16}}$

(b) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$

(c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$

(d) $\sqrt{\sqrt[3]{32}}$

(e) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{16}}}$

(f) $\sqrt{\sqrt{625}}$

(g) $\sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[4]{8}}$

(h) $\sqrt[5]{9 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{27}}}$

(i) $\sqrt[6]{6 \cdot \sqrt[4]{6 \cdot \sqrt[3]{6}}}$

6. Wurzelterme. Vereinfachen Sie.

(a) $a^2 \cdot \sqrt{a}$

(b) $c \cdot \sqrt[3]{c}$

(c) $\sqrt{k} \cdot \sqrt[3]{k}$

(d) $\sqrt[5]{s^3} \cdot \sqrt[5]{s^2}$

(e) $\frac{e}{\sqrt{e}}$

(f) $\frac{b^2}{\sqrt[4]{b}}$

(g) $\frac{\sqrt[3]{d}}{\sqrt[4]{d}}$

(h) $\frac{\sqrt[3]{y^2}}{y}$

(i) $\left(\sqrt[4]{a}\right)^2$

(j) $\left(\sqrt[3]{x}\right)^9$

(k) $\sqrt[3]{\sqrt{u}}$

(l) $\sqrt{\sqrt[5]{z^4}}$