

# Logarithmen

## 1. Schreiben Sie als Logarithmus.

Beispiel  $2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2(32) = 5$

(a)  $5^3 = 125 \Leftrightarrow \log_5(125) = 3$

(b)  $2^6 = 64 \Leftrightarrow \log_2(64) = 6$

(c)  $2^{-3} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -3$

(d)  $10^{-4} = 0.0001 \Leftrightarrow \log_{10}(0.0001) = -4$

(e)  $3^4 = 81 \Leftrightarrow \log_3(81) = 4$

## 2. Schreiben Sie als Potenzgleichung.

Beispiel  $\log_4(16) = 2 \Leftrightarrow 4^2 = 16$

(a)  $\log_5(625) = 4 \Leftrightarrow 5^4 = 625$

(b)  $\log_2(32) = 5 \Leftrightarrow 2^5 = 32$

(c)  $\log_8(64) = 2 \Leftrightarrow 8^2 = 64$

(d)  $\log_2(64) = 6 \Leftrightarrow 2^6 = 64$

(e)  $\log_{10}(10000) = 4 \Leftrightarrow 10^4 = 10000$

## 3. Logarithmus bestimmen. Bestimmen Sie $x$ ohne Taschenrechner.

(a)  $\log_4(64) = x$

**Lösung:**

$$\log_4(64) = x \Rightarrow 4^x = 64 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \Rightarrow x = 3$$

(b)  $\log(100) = x$

**Lösung:**

$$\log(100) = \log_{10}(100) = x \quad \Rightarrow \quad 10^x = 100 = 10 \cdot 10 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

(c)  $\log(1) = x$

**Lösung:**

$$\log(1) = \log_{10}(1) = x \quad \Rightarrow \quad 10^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0$$

(d)  $\log_4(2) = x$

**Lösung:**

$$\log_4(2) = x \quad \Rightarrow \quad 4^x = 2 = \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad x = 0.5$$

(e)  $\log_3\left(\frac{1}{27}\right) = x$

**Lösung:**

$$\log_3\left(\frac{1}{27}\right) = x \quad \Rightarrow \quad 3^x = \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3} \quad \Rightarrow \quad x = -3$$

(f)  $\log(1000) = x$

**Lösung:**

$$\log(1000) = \log_{10}(1000) = x \quad \Rightarrow \quad 10^x = 1000 = 10^3 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

(g)  $\log(10) = x$

**Lösung:**

$$\log(10) = \log_{10}(10) = x \quad \Rightarrow \quad 10^x = 10 = 10^1 \quad \Rightarrow \quad x = 1$$

(h)  $\log_5(\sqrt{5}) = x$

**Lösung:**

$$\log_5(\sqrt{5}) = x \quad \Rightarrow \quad 5^x = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad x = 0.5$$

(i)  $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = x$

**Lösung:**

$$\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = x \quad \Rightarrow \quad 3^x = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2} \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

(j)  $\log_4(4^{127}) = x$

**Lösung:**

$$\log_4(4^{127}) = x \quad \Rightarrow \quad 4^x = 4^{127} \quad \Rightarrow \quad x = 127$$

**4. Numerus bestimmen.** Bestimmen Sie  $x$  ohne Taschenrechner.

(a)  $\log_8(x) = 2$

**Lösung:**

$$\log_8(x) = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 8^2 = 64$$

(b)  $\log_4(x) = 4$

**Lösung:**

$$\log_4(x) = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 4^4 = 256$$

(c)  $\log_2(x) = -3$

**Lösung:**

$$\log_2(x) = -3 \quad \Rightarrow \quad x = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

(d)  $\log_8(x) = \frac{2}{3}$

**Lösung:**

$$\log_8(x) = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad x = 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = 2^2 = 4$$

(e)  $\log(x) = 2$

**Lösung:**

$$\log_{10}(x) = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 10^2 = 100$$

(f)  $\log_4(x) = 0$

**Lösung:**

$$\log_4(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 4^0 = 1$$

(g)  $\log_4(x) = 0.5$

**Lösung:**

$$\log_4(x) = 0.5 \quad \Rightarrow \quad x = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

(h)  $\log_{16}(x) = \frac{1}{2}$

**Lösung:**

$$\log_{16}(x) = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$$

**5. Basis bestimmen.** Berechnen Sie  $x$  ohne Taschenrechner.

(a)  $\log_x(9) = 2$

**Lösung:**

$$\log_x(9) = 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

(b)  $\log_x(81) = 4$

**Lösung:**

$$\log_x(81) = 4 \quad \Rightarrow \quad x^4 = 81 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

(c)  $\log_x(81) = -2$

**Lösung:**

|                      |                |
|----------------------|----------------|
| $x^{-2} = 81$        | umschreiben    |
| $\frac{1}{x^2} = 81$ | $\sqrt{\quad}$ |
| $\frac{1}{x} = 9$    | $\cdot x : 9$  |
| $\frac{1}{9} = x$    |                |

(d)  $\log_x(\sqrt{27}) = \frac{3}{2}$

**Lösung:**

|                                     |                    |
|-------------------------------------|--------------------|
| $x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{27}$       | $27 = 3^3$         |
| $x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^3}$      | Potenzschreibweise |
| $x^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}$ | $\frac{2}{3}$      |
| $x = 3$                             |                    |

(e)  $\log_x(49) = 2$

**Lösung:**

$$\log_x(49) = 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 49 \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

(f)  $\log_x(7) = 1$

**Lösung:**

$$\log_x(7) = 1 \quad \Rightarrow \quad x^1 = 7 \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

(g)  $\log_x(3) = -1$

**Lösung:**

$$\log_x(3) = -1 \quad \Rightarrow \quad x^{-1} = \frac{1}{x} = 3 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{3}$$

(h)  $\log_x\left(\frac{1}{32}\right) = -5$

**Lösung:**

|                          |                                                    |
|--------------------------|----------------------------------------------------|
| $x^{-5} = \frac{1}{32}$  | $32 = 2^5$<br>Potenzschreibweise<br>$-\frac{1}{5}$ |
| $x^{-5} = \frac{1}{2^5}$ |                                                    |
| $x^{-5} = 2^{-5}$        |                                                    |
| $x = 2$                  |                                                    |

6. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.3, Aufgabe 4) Bestimmen Sie den Logarithmus.

(a)  $\log_a(a) = 1$

(b)  $\log_a(1) = 0$

(c)  $\log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$

(d)  $\log_a(a^n) = n$

(e)  $\log_a\left(\frac{1}{a^n}\right) = -n$

7. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.3, Aufgabe 6) Schreiben Sie als Summe oder Produkt einfacher Logarithmen. D.h. in den Klammern des Logarithmus soll nur eine Zahl oder eine Variable stehen, z.B.  $\log_{10}(a)$ .

$$(a) \lg(3x) = \log_{10}(3) + \log_{10}(x)$$

$$(b) \log_a(abc) = \log_a(a) + \log_a(b) + \log_a(c) = 1 + \log_a(b) + \log_a(c)$$

$$(c) \lg(u^2) = 2 \cdot \log_{10}(u)$$

$$(d) \log_a(2ab^2) = \log_a(2) + 1 + 2\log_a(b)$$

$$(e) \log_a\left(\frac{5e}{f}\right) = \log_a(5) + \log_a(e) - \log_a(f)$$

$$(f) \log_a\left(\frac{uv}{w}\right) = \log_a(u) + \log_a(v) - \log_a(w)$$

$$(g) \lg(\sqrt{x}) = \log_{10}\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} \log_{10}(x)$$

$$(h) \log_a\left(\sqrt[4]{b}\right) = \log_a\left(b^{\frac{1}{4}}\right) = \frac{1}{4} \log_a(b)$$

$$(i) \log_a\left(\frac{x^2y^3}{u^2v^3}\right) = 2\log_a(x) + 3\log_a(y) - 2\log_a(u) - 3\log_a(v)$$

$$(j) \log_a\left(\frac{1}{a^2b^4c^7}\right) = -2 - 4\log_a(b) - 7\log_a(c)$$

$$(k) \lg\left(\frac{r^2st^4}{u^3v}\right) = 2\log_2(r) + \log_2(s) + 4\log_2(t) - 3\log_2(u) - \log_2(v)$$

$$(l) \log_a\left(\sqrt{a^{11}b^3c^5}\right) = \log_a\left(a^{\frac{11}{2}}b^{\frac{3}{2}}c^{\frac{5}{2}}\right) = \frac{11}{2} + \frac{3}{2}\log_a(b) + \frac{5}{2}\log_a(c)$$