Exponentialgleichungen

1. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 1) Lösen Sie die Exponentialgleichungen. Geben Sie die Lösung auf drei Dezimalstellen genau an.

Beispiel.

$$\begin{array}{lcl}
 & 1.2^{4x-7} = 9 & \\
 \Leftrightarrow & \log(1.2^{4x-7}) = \log(9) & \text{log} \\
 \Leftrightarrow & (4x-7) \cdot \log(1.2) = \log(9) & \text{Logarithmusgesetz} \\
 & & : \log(1.2) \\
 \Leftrightarrow & 4x-7 = \frac{\log(9)}{\log(1.2)} & \text{lineare Gleichung lösen} \\
 \Leftrightarrow & x \approx 4.763 &
 \end{array}$$

(a) $4^x = 12$	(e) $3.7^{2x} = 5$	(i) $2 \cdot 3^x = 1.4$
(b) $2.4^x = 3.9$	(f) $1.46^{3x} = 0.8$	(j) $6 \cdot 1.5^y = 2.3$
(c) $1.14^y = 0.7$	(g) $8.2^{-x} = 4.9$	(k) $1.3 \cdot 5^{-x} = 2.8$
(d) $0.45^z = 1.9$	(h) $5.6^{-2x} = 1.4$	(l) $0.9 \cdot 1.4^t = 3.2$

2. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 2) Lösen Sie die Exponentialgleichungen. Geben Sie die Lösung auf drei Dezimalstellen genau an.

(a) $10^{x-1} = 6$	(d) $10^{5x+1} = 2$	(g) $5 \cdot 2^{-3x+4} = 1$
(b) $6^{x+1} = 108$	(e) $3 \cdot 8^{-x-2} = 25$	(h) $3 \cdot 4^{5-x} = 1$
(c) $5^{1-2x} = 17$	(f) $(7^{2x-1})^2 = 36$	

3. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 3) Lösen Sie die Exponentialgleichungen durch Vergleichen der Exponenten.

(a) $5^{2x-3} = 5$	(d) $3^{2x+1} = 3^{x+2}$	(f) $25^{x+1} = \frac{1}{5}$
(b) $6^{4x-5} = 216$	(e) $3^x = \frac{1}{81}$	(g) $7^{x-2} = \sqrt{7}$
(c) $4^{2x-1} = 64$		(h) $3^{5x} = \sqrt[3]{3^2}$

4. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 4) Eine Braunalge verdoppelt jede Woche ihre Höhe. Zu Beginn der Beobachtung ist sie 1.20 m hoch. Das Wasser ist an dieser Stelle 30 m tief. Wie viele Wochen dauert es, bis die Braunalge an die Wasseroberfläche gelangt?

5. **Alkohol.** Ein Fass enthält 100 Liter Alkohol. Täglich wird dem Fass ein Liter entnommen und durch Wasser ersetzt. Nach wie vielen Tagen fällt die Alkoholkonzentration erstmals unter 55 %?

6. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 6) Bei der Geburt von Lea hat ihre Grossmutter auf einem Sparbuch 100 Franken zu 2.8 % angelegt.
- Wie viel Geld ist an Leas 18. Geburtstag auf dem Sparbuch vorhanden?
 - An ihrem 18. Geburtstag beschliesst Lea, das Guthaben so lange auf dem Sparbuch zu lassen, bis sich der ursprüngliche Betrag verdoppelt hat. Wie lange muss sie noch warten?
7. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 10) Berechnen Sie die Halbwertszeit.
- Phosphor 32: Jeden Tag zerfallen 4.7 % der vorhandenen Atome.
 - Cobalt 58: Jeden Tag zerfällt 1 % der vorhandenen Atome.
 - Polonium 218: Jede Minute zerfallen 20 % der vorhandenen Atome.
8. 🏆 (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 5) In Münsteregg geht man davon aus, dass der Wert einer Wohnung jährlich um 1.5 % zunimmt.
- Nach wie vielen Jahren ist eine für 80'000 Franken gekaufte Wohnung 90'000 Franken wert?
 - Wie viel muss eine Wohnung kosten, damit ihr Wert in 15 Jahren 120'000 Franken beträgt?
 - Wie gross müsste die jährliche Wertsteigerung sein, damit der Wert einer Wohnung in 16 Jahren von 60'000 Franken auf 80'000 Franken steigt?
9. 🏆 **Substanz.** Eine Substanz hat eine Halbwertszeit von 3 Wochen.
- Wie viel beträgt die prozentuale Abnahme pro Tag?
 - Welcher Teil der ursprünglichen Menge ist nach einem Jahr (52 Wochen) noch vorhanden?
 - Wann ist noch 1 Promille der ursprünglichen Menge vorhanden?
10. 🏆 **Kapital.** Ein Kapital ist auf Zinseszins angelegt. Nach 3 Jahren beträgt es Fr. 2771.80, nach 5 Jahren Fr. 2969.20.
- Wie gross ist der Zinsfuss?
 - Wie gross ist das Anfangskapital?
 - In wie viel Jahren verdoppelt sich das Anfangskapital?
11. 🏆 (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 8) Die Bevölkerung eines Staates A beträgt 60 Millionen Einwohner und wächst jährlich um 3 %, die eines Staates B beträgt 110 Millionen Einwohner und wächst jährlich um 1 %. Nach wie vielen Jahren haben beide Staaten etwa die gleiche Einwohnerzahl?