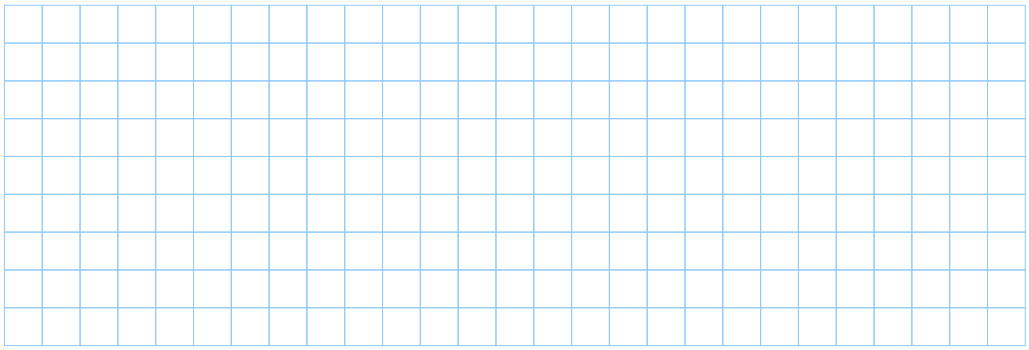
Exponentialgleichungen

1. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 1) Lösen Sie die Exponentialgleichungen. Geben Sie die Lösung auf drei Dezimalstellen genau an.

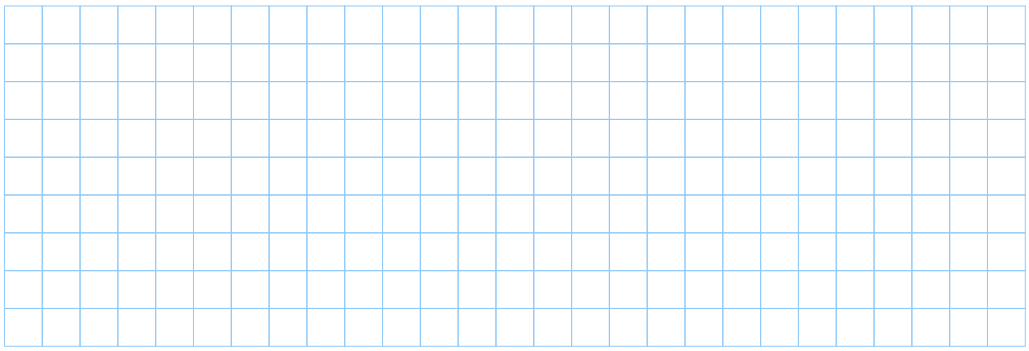
Beispiel.

$$
\begin{array}{lrl|l}
 & 1.2^{4x-7} & = 9 & \log \\
\Leftrightarrow & \log\left(1.2^{4x-7}\right) & = \log(9) & \textit{Logarithmusgesetz} \\
\Leftrightarrow & (4x-7)\cdot\log(1.2) & = \log(9) & :\log(1.2) \\
\Leftrightarrow & 4x-7 & = \dfrac{\log(9)}{\log(1.2)} & \textit{lineare Gleichung lösen} \\
\Leftrightarrow & x & \approx 4.763 &
\end{array}
$$

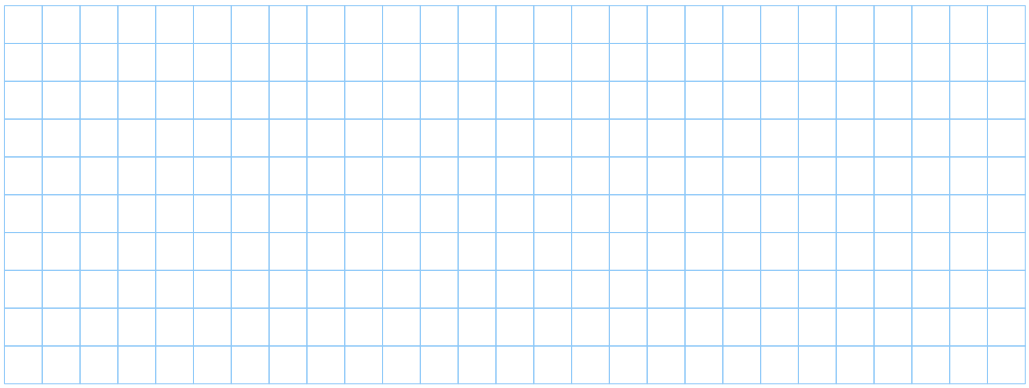
(a) $4^x = 12$



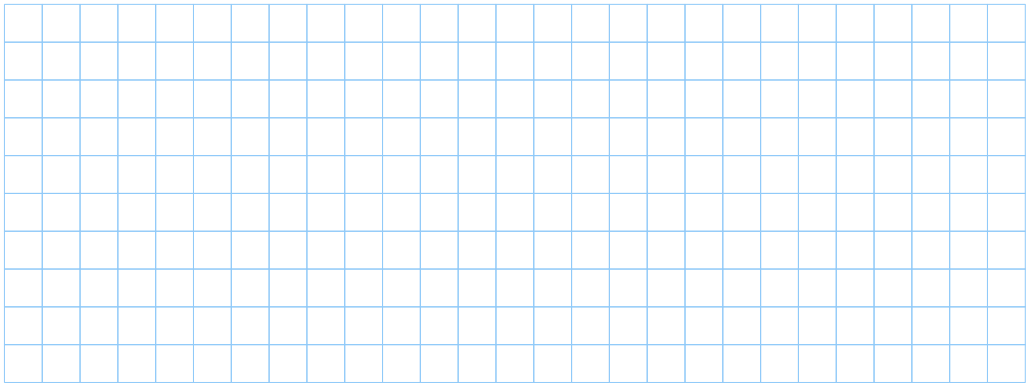
(b) $2.4^x = 3.9$



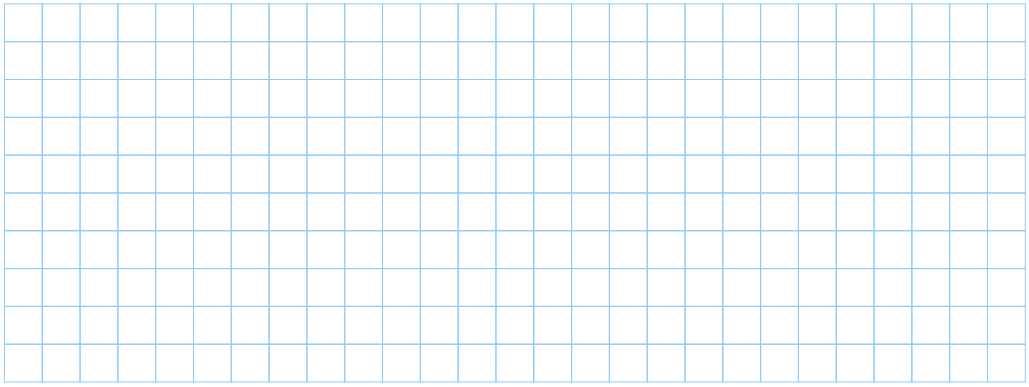
(c) $1.14^y = 0.7$



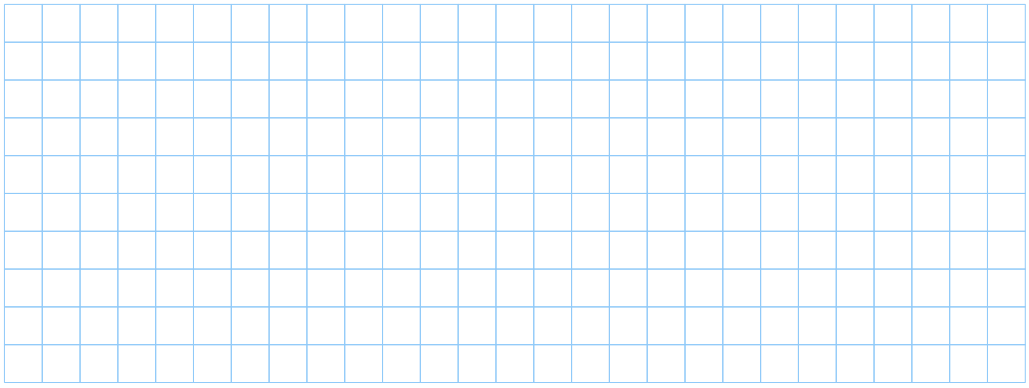
(d) $0.45^z = 1.9$



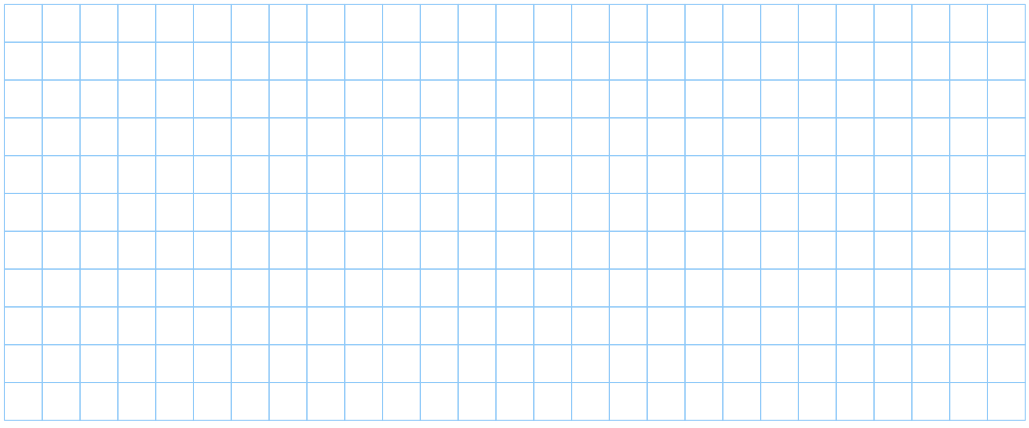
(e) $3.7^{2x} = 5$



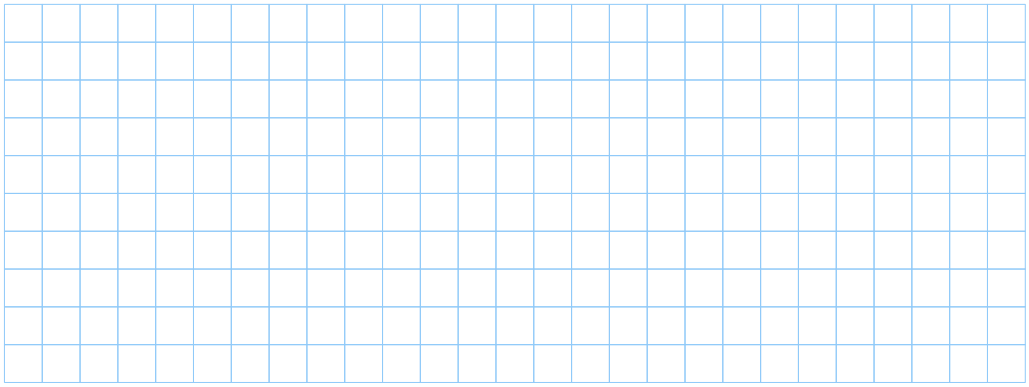
(f) $1.46^{3x} = 0.8$



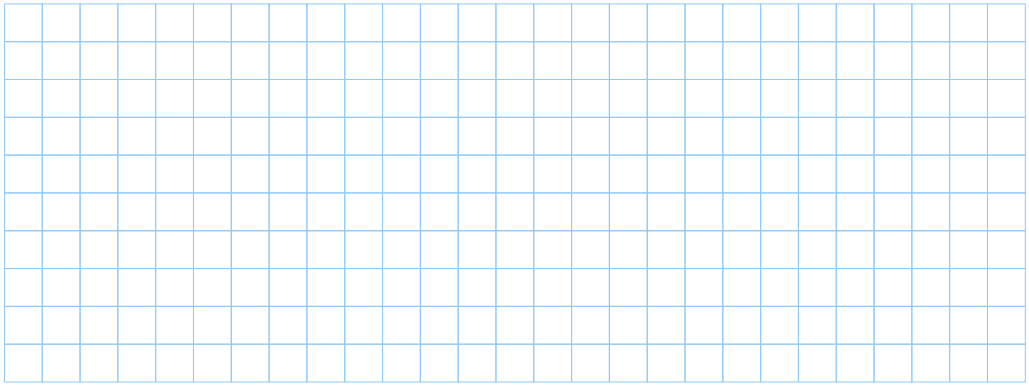
(g) $8.2^{-x} = 4.9$



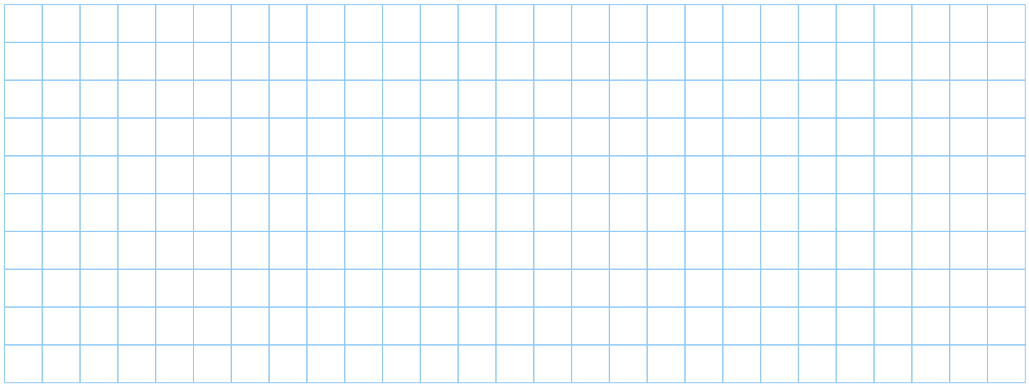
(h) $5.6^{-2x} = 1.4$



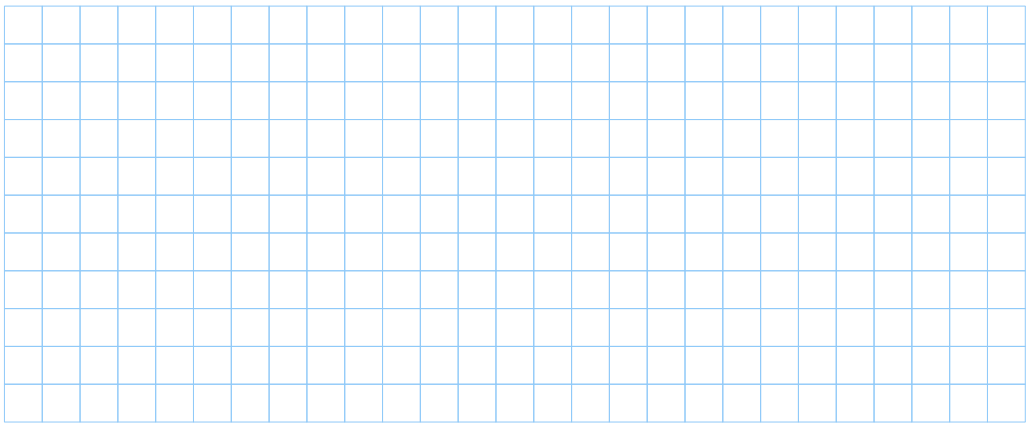
(i) $2 \cdot 3^{x} = 1.4$



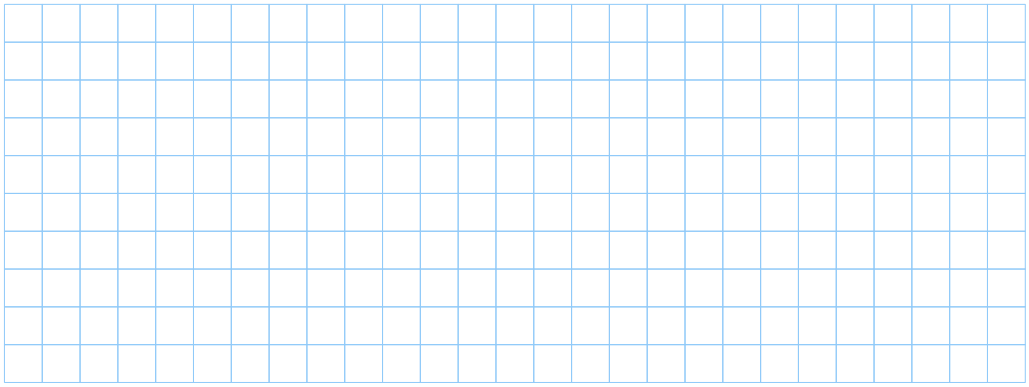
(j) $6 \cdot 1.5^{y} = 2.3$



(k) $1.3 \cdot 5^{-x} = 2.8$

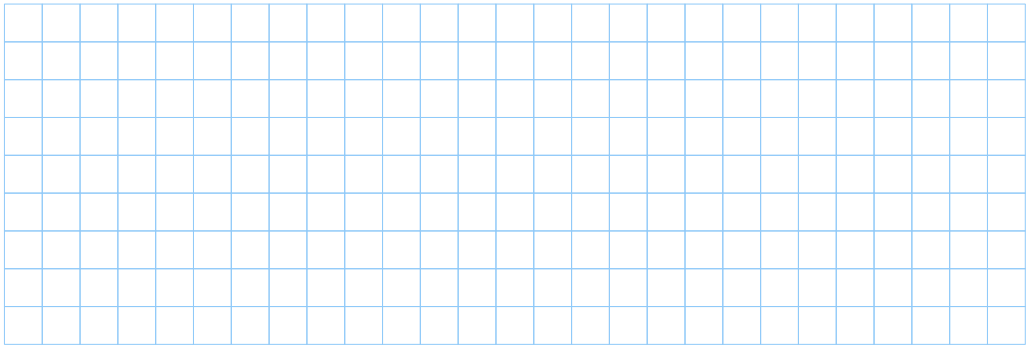


(l) $0.9 \cdot 1.4^t = 3.2$

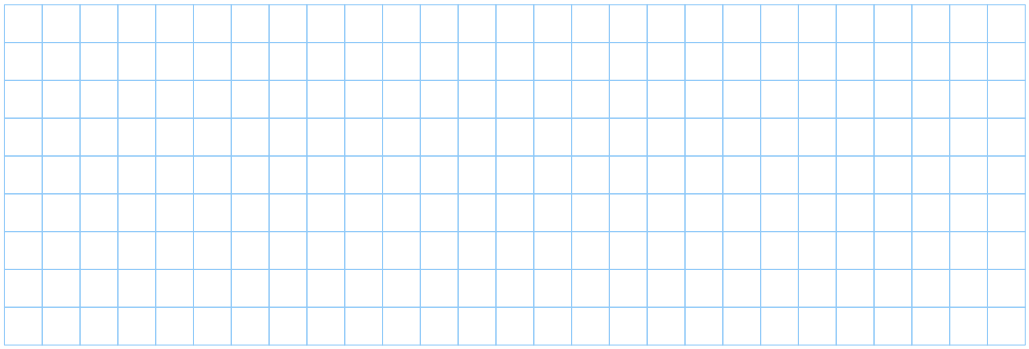


2. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 2) Lösen Sie die Exponentialgleichungen. Geben Sie die Lösung auf drei Dezimalstellen genau an.

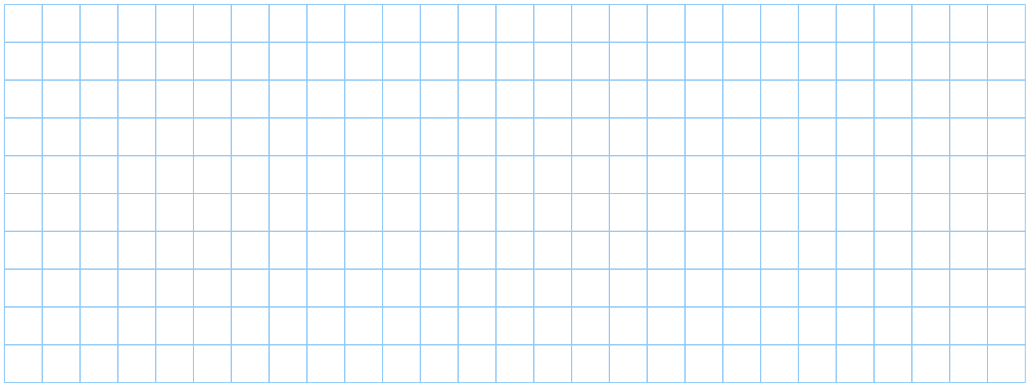
(a) $10^{x-1} = 6$



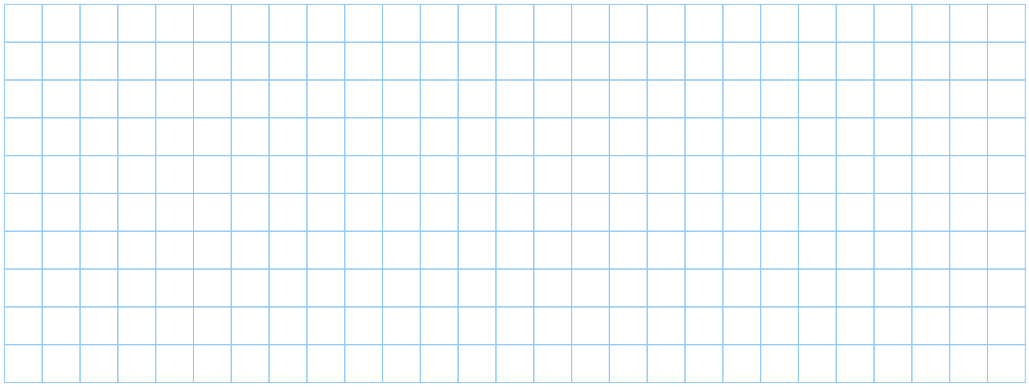
(b) $6^{x+1} = 108$



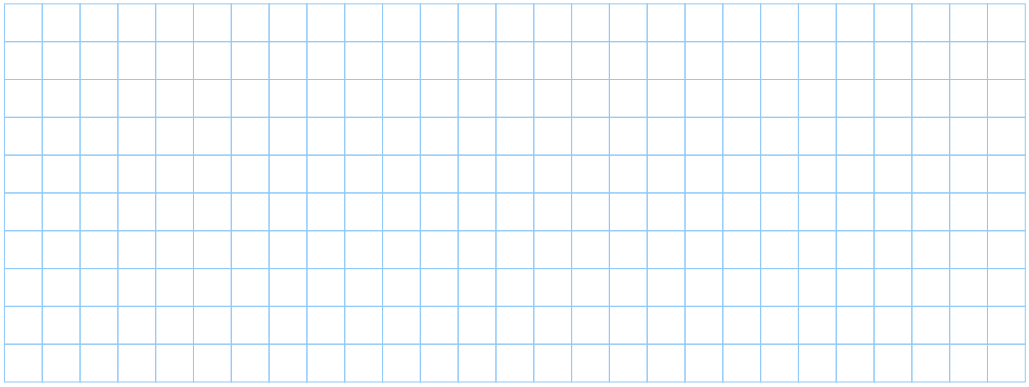
(c) $5^{1-2x} = 17$



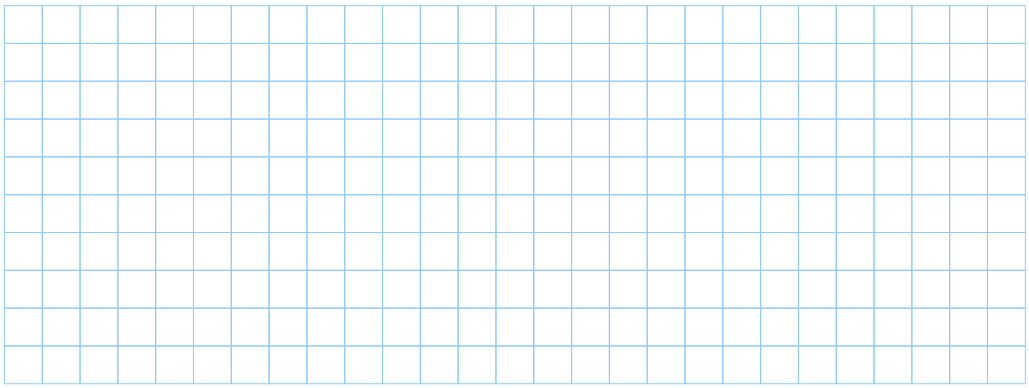
(d) $10^{5x+1} = 2$



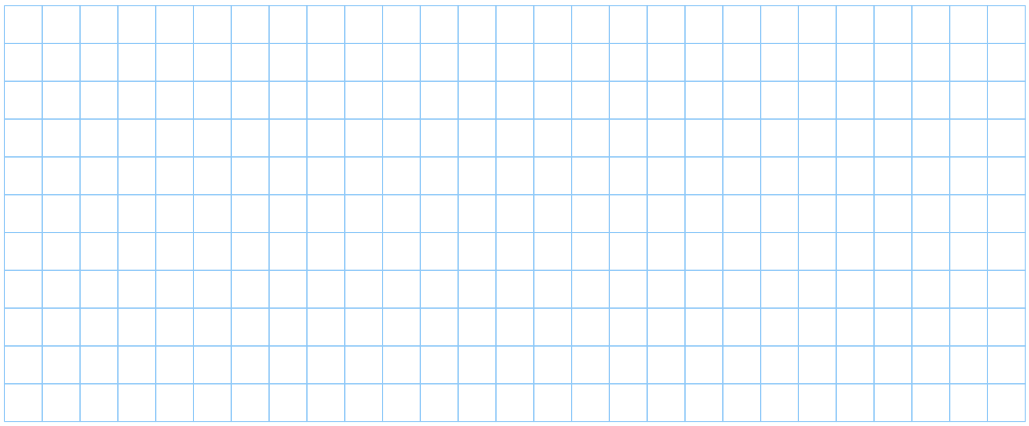
(e) $3 \cdot 8^{-x-2} = 25$



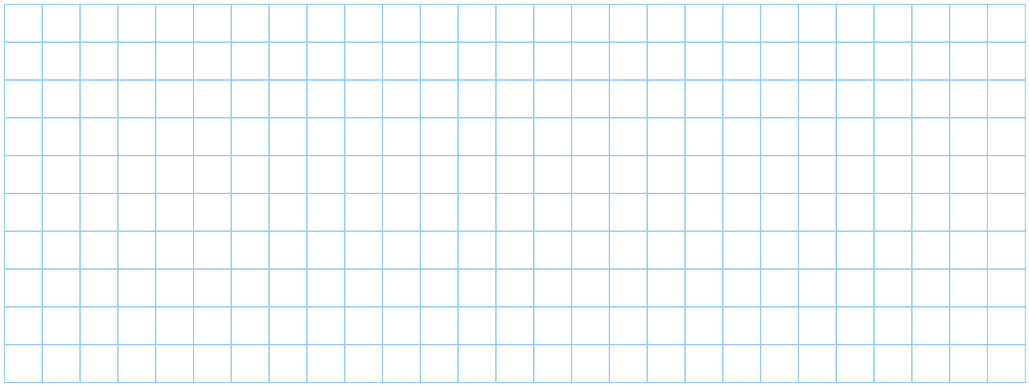
(f) $\left(7^{2x-1}\right)^2 = 36$



(g) $5 \cdot 2^{-3x+4} = 1$

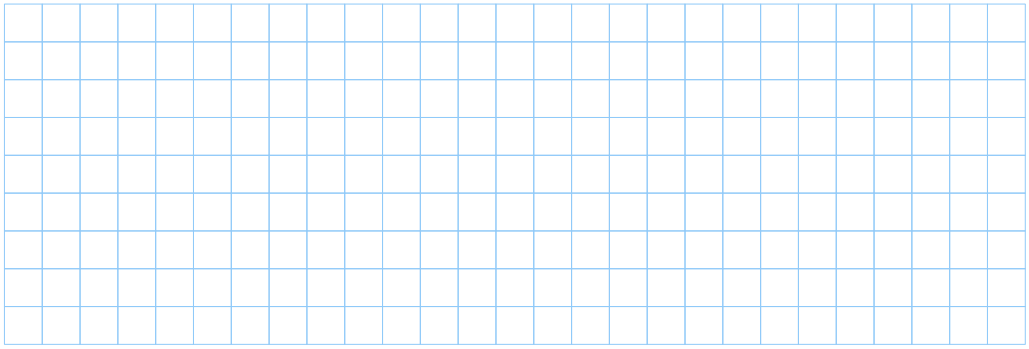


(h) $3 \cdot 4^{5-x} = 1$

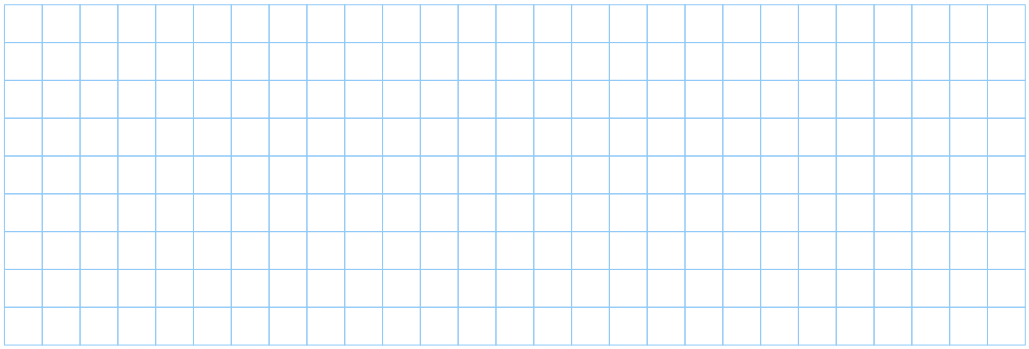


3. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 3) Lösen Sie die Exponentialgleichungen durch Vergleichen der Exponenten.

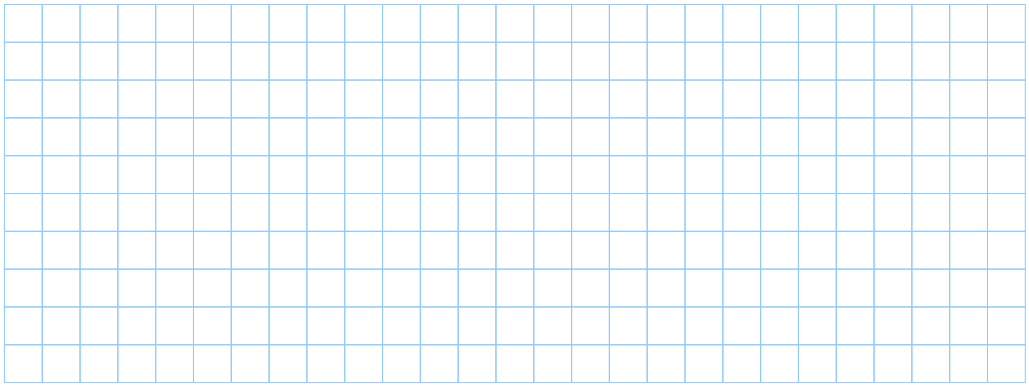
(a) $5^{2x-3} = 5$



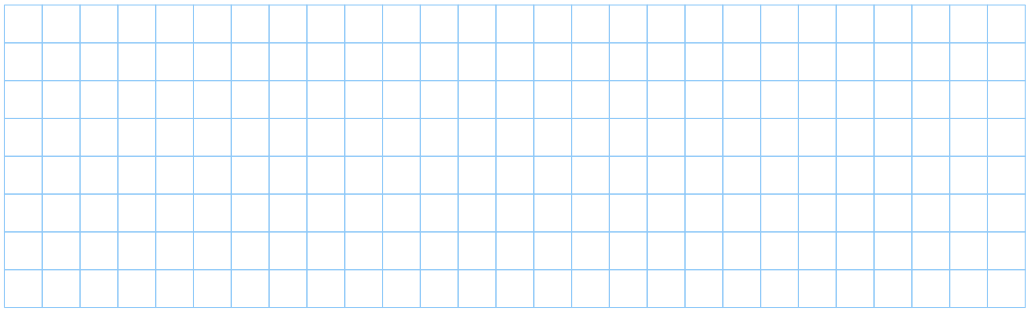
(b) $6^{4x-5} = 216$



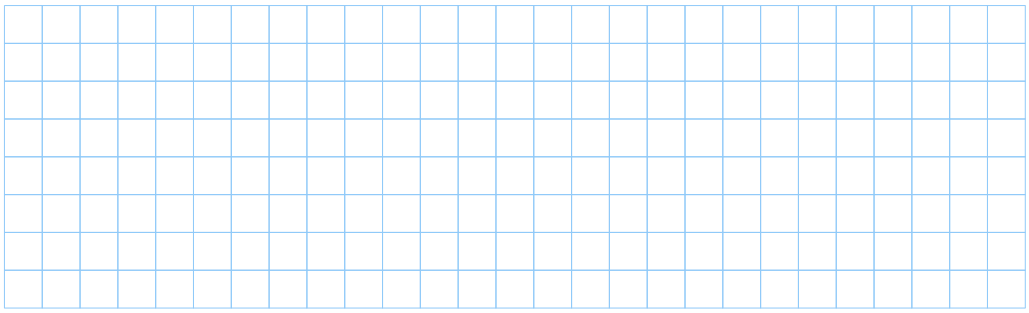
(c) $4^{2x-1} = 64$



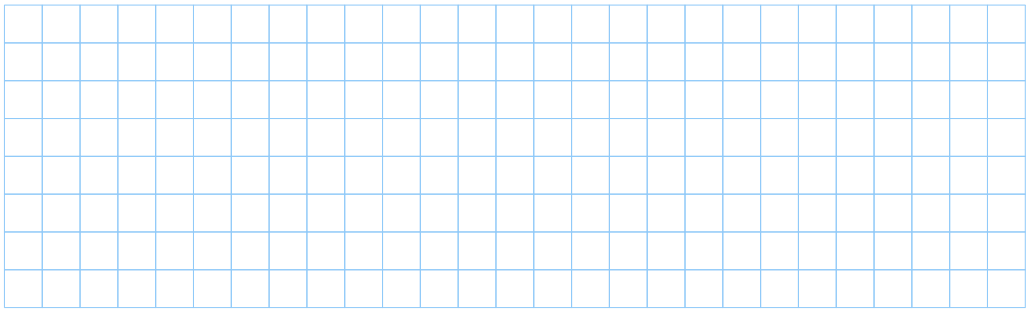
(d) $3^{2x+1} = 3^{x+2}$



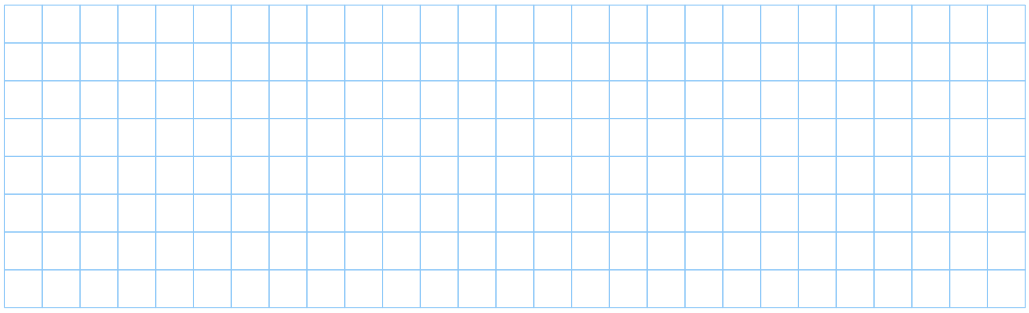
(e) $3^x = \frac{1}{81}$



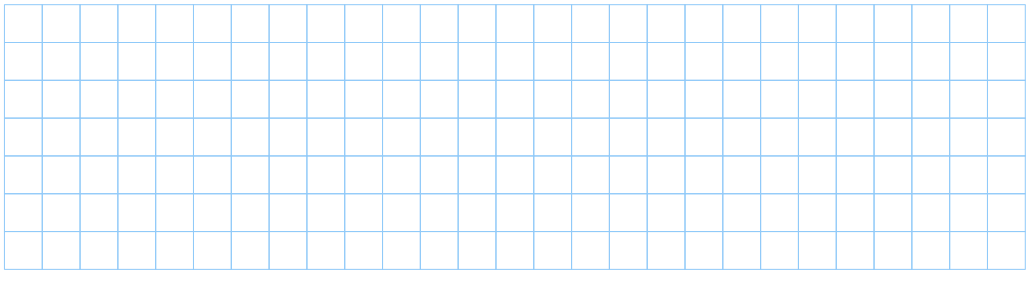
(f) $25^{x+1} = \frac{1}{5}$



(g) $7^{x-2} = \sqrt{7}$



(h) $3^{5x} = \sqrt[3]{3^2}$



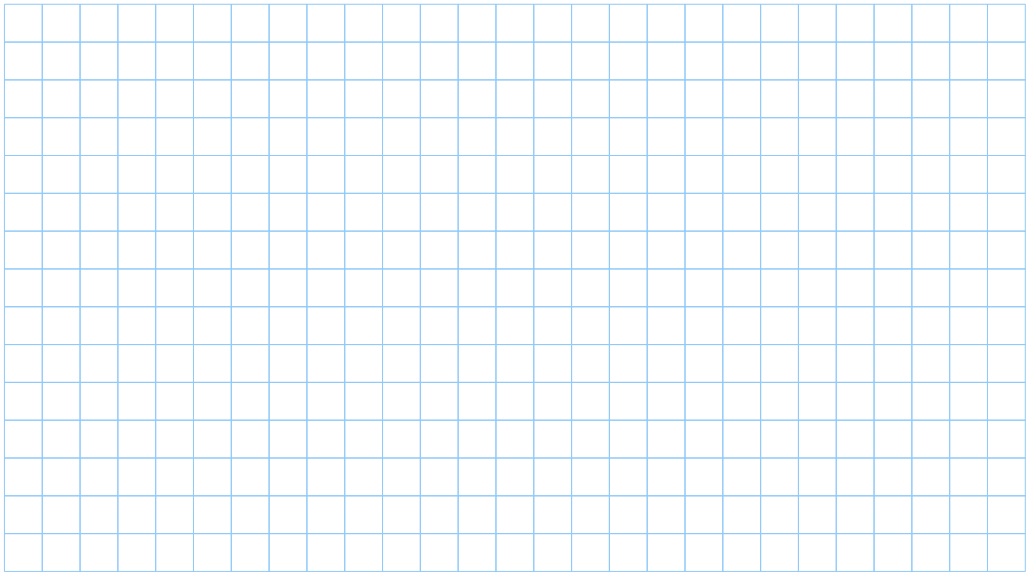
4. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 4) Eine Braunalge verdoppelt jede Woche ihre Höhe. Zu Beginn der Beobachtung ist sie 1.20 m hoch. Das Wasser ist an dieser Stelle 30 m tief. Wie viele Wochen dauert es, bis die Braunalge an die Wasseroberfläche gelangt?

5. **Alkohol.** Ein Fass enthält 100 Liter Alkohol. Täglich wird dem Fass ein Liter entnommen und durch Wasser ersetzt. Nach wie vielen Tagen fällt die Alkoholkonzentration erstmals unter 55 %?

6. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 6) Bei der Geburt von Lea hat ihre Grossmutter auf einem Sparbuch 100 Franken zu 2.8 % angelegt.

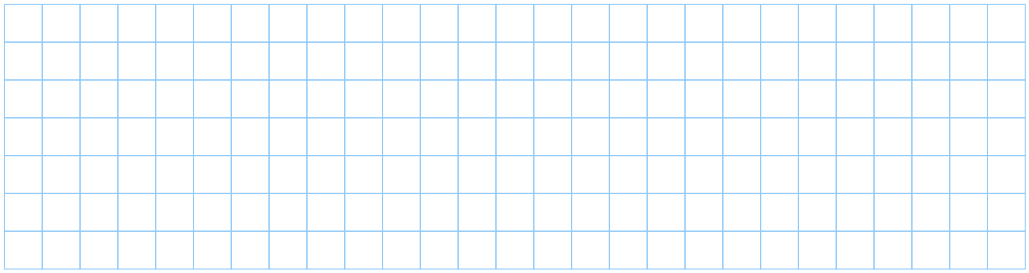
(a) Wie viel Geld ist an Leas 18. Geburtstag auf dem Sparbuch vorhanden?

(b) An ihrem 18. Geburtstag beschliesst Lea, das Guthaben so lange auf dem Sparbuch zu lassen, bis sich der ursprüngliche Betrag verdoppelt hat. Wie lange muss sie noch warten?

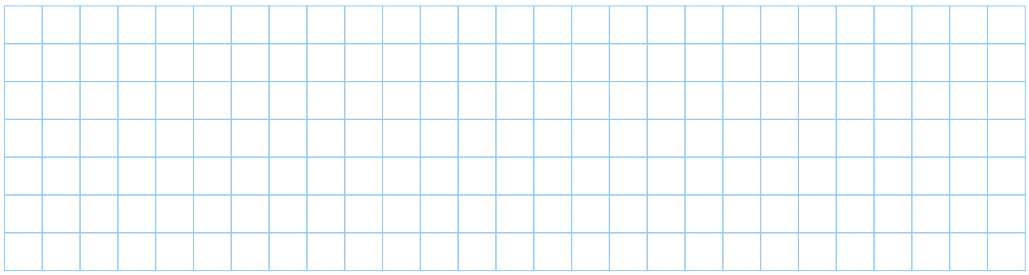


7. (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 10) Berechnen Sie die Halbwertszeit.

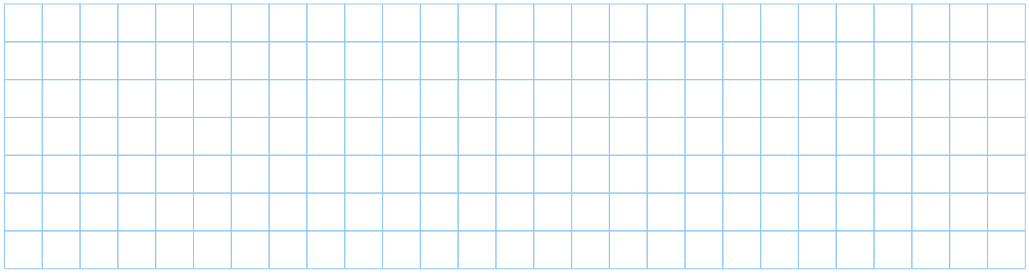
(a) Phosphor 32: Jeden Tag zerfallen 4.7 % der vorhandenen Atome.



(b) Cobalt 58: Jeden Tag zerfällt 1 % der vorhandenen Atome.



(c) Polonium 218: Jede Minute zerfallen 20 % der vorhandenen Atome.



8. 🏆 (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 5) In Münsteregg geht man davon aus, dass der Wert einer Wohnung jährlich um 1.5 % zunimmt.

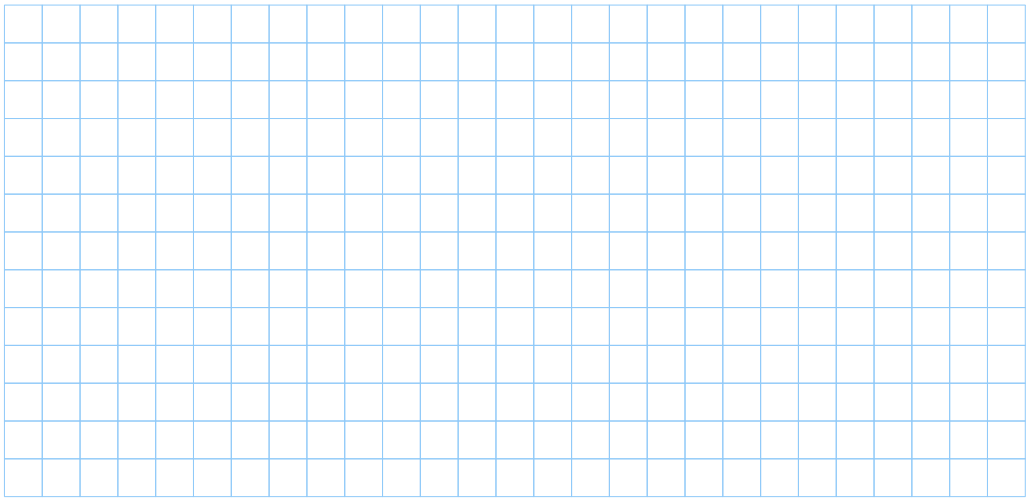
(a) Nach wie vielen Jahren ist eine für 80'000 Franken gekaufte Wohnung 90'000 Franken wert?

(b) Wie viel muss eine Wohnung kosten, damit ihr Wert in 15 Jahren 120'000 Franken beträgt?

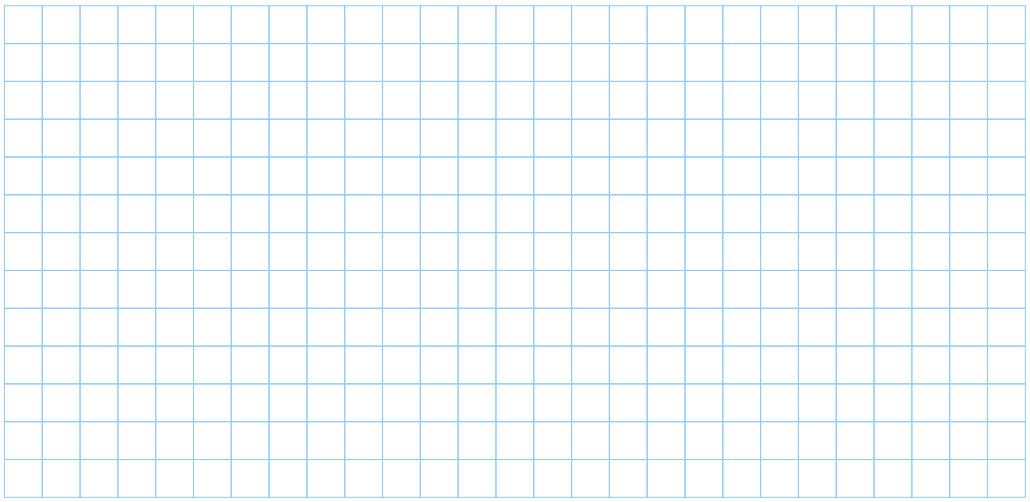
(c) Wie gross müsste die jährliche Wertsteigerung sein, damit der Wert einer Wohnung in 16 Jahren von 60'000 Franken auf 80'000 Franken steigt?

9. 🏆 **Substanz.** Eine Substanz hat eine Halbwertszeit von 3 Wochen.

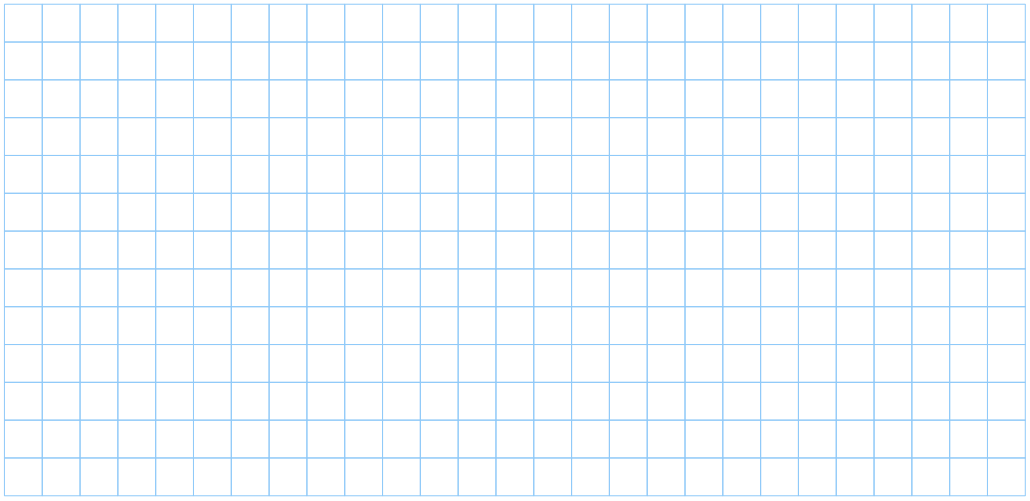
(a) Wie viel beträgt die prozentuale Abnahme pro Tag?



(b) Welcher Teil der ursprünglichen Menge ist nach einem Jahr (52 Wochen) noch vorhanden?



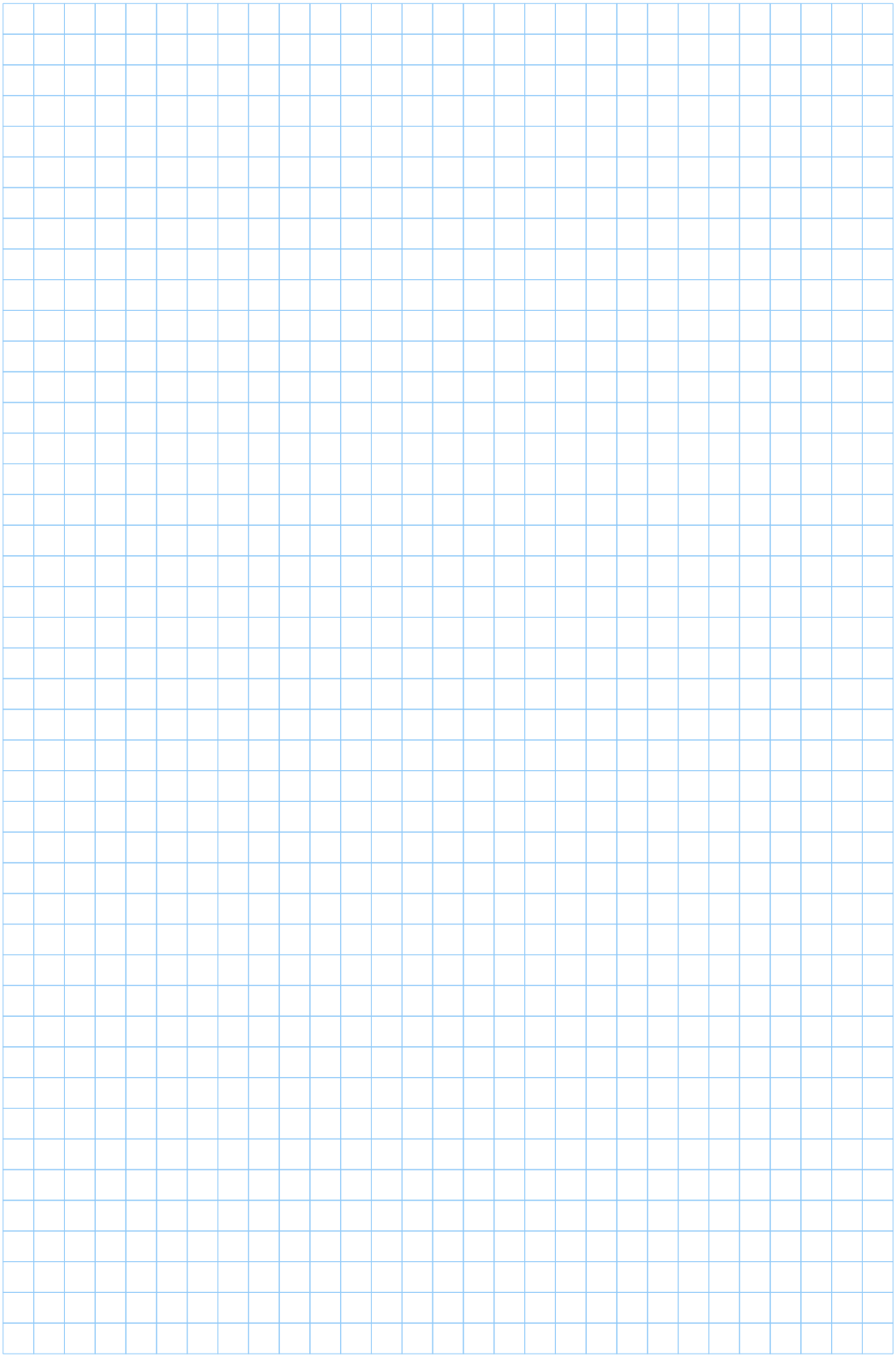
(c) Wann ist noch 1 Promille der ursprünglichen Menge vorhanden?



10. 🏆 **Kapital.** Ein Kapital ist auf Zinseszins angelegt. Nach 3 Jahren beträgt es Fr. 2771.80, nach 5 Jahren Fr. 2969.20.

(a) Wie gross ist der Zinsfuss?

(b) Wie gross ist das Anfangskapital?

(c) In wie viel Jahren verdoppelt sich das Anfangskapital?

11. 🏆 (Quelle: Lambacher Schweizer, Kapitel 11.5, Aufgabe 8) Die Bevölkerung eines Staates A beträgt 60 Millionen Einwohner und wächst jährlich um 3 %, die eines Staates B beträgt 110 Millionen Einwohner und wächst jährlich um 1 %. Nach wie vielen Jahren haben beide Staaten etwa die gleiche Einwohnerzahl?