Rationale Zahlen

1. Bezeichnungen. Ergänzen Sie die folgende Übersicht der Umkehroperationen:

Name der Operation	Subtraktion	Division	Bruch
erster Operand	Minuend	**Dividend**	**Zähler**
zweiter Operand	**Subtrahend**	**Divisor**	**Nenner**
Resultat	**Differenz**	**Quotient**	**Quotient**
Beispiel	$2-5$	$2:5$	$\frac{2}{5}$
kommutativ?	**nein**	**nein**	**nein**
assoziativ?	**nein**	**nein**	**nein**

2. Kürzen. Kürzen Sie die folgenden Brüche vollständig.

(a) $\frac{375}{875} = \frac{3}{7}$

(b) $\frac{57}{190} = \frac{3}{10}$

(c) $\frac{82}{123} = \frac{2}{3}$

(d) $\frac{105}{360} = \frac{7}{24}$

(e) $\frac{34}{51} = \frac{2}{3}$

(f) $\frac{21}{77} = \frac{3}{11}$

3. Kürzen. Kürzen Sie die folgenden Brüche vollständig.

(a) $\frac{21 \cdot 12 \cdot 30}{7 \cdot 6 \cdot 15} = 12$

(b) $\frac{12 \cdot 18 \cdot 2}{24 \cdot 4 \cdot 9} = \frac{1}{2}$

(c) $\frac{3 \cdot 5 \cdot 11}{33 \cdot 9 \cdot 25} = \frac{1}{45}$

(d) $\frac{24 \cdot 3 \cdot 19}{38 \cdot 72} = \frac{1}{2}$

(e) $\frac{30}{2 \cdot 6 \cdot 10} = \frac{1}{4}$

(f) $\frac{42 \cdot 15}{12 \cdot 35} = \frac{3}{2}$

4. Ordnen. Ordnen Sie die folgenden Brüche nach aufsteigender Grösse.

$$\frac{7}{15} \qquad -\frac{7}{4} \qquad -\frac{7}{10} \qquad \frac{7}{3} \qquad \frac{7}{97}$$

Lösung:

$$-\frac{7}{4} < -\frac{7}{10} < \frac{7}{97} < \frac{7}{15} < \frac{7}{3}$$

5. Ordnen. Ordnen Sie die folgenden Brüche nach aufsteigender Grösse.

$$-\frac{17}{17} \qquad \frac{18}{17} \qquad -\frac{1}{17} \qquad \frac{16}{17} \qquad -\frac{30}{17}$$

Lösung:

$$-\frac{30}{17} < -\frac{17}{17} < -\frac{1}{17} < \frac{16}{17} < \frac{18}{17}$$

6. Ordnen. Ordnen Sie die Zahlen nach aufsteigender Grösse.

$$\frac{4}{20} \qquad \frac{1}{6} \qquad \frac{3}{12}$$

Lösung: Zunächst werden die Brüche gleichnamig gemacht, dann können sie nach Zähler aufsteigend geordnet werden.

$$\frac{4\cdot 3}{20\cdot 3} = \frac{12}{60}, \quad \frac{1\cdot 10}{6\cdot 10} = \frac{10}{60}, \quad \frac{3\cdot 5}{12\cdot 5} = \frac{15}{60} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{6} < \frac{4}{20} < \frac{3}{12}$$

7. Vergleich. Setzen Sie eines der Zeichen $<$, $>$ oder $=$ ein, sodass eine wahre Aussage entsteht:

(a) $\frac{-4}{6} = \frac{4}{-6}$

(b) $-\frac{12}{67} > -\frac{12}{19}$

(c) $\frac{-4}{98} > \frac{-8}{98}$

(d) $\frac{13}{18} > \frac{12}{-17}$

(e) $-\frac{4}{5} > -\frac{8}{9}$

(f) $\frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$

8. Gleiche Zahl. Fassen Sie die verschiedenen Darstellungen der gleichen Zahlen zusammen:

$$1 \qquad -0 \qquad \frac{12}{36} \qquad 0.\overline{3} \qquad 0.\overline{9} \qquad \frac{0}{36} \qquad \frac{1}{3} \qquad -\frac{-3}{9} \qquad \frac{0}{-3} \qquad \frac{-36}{-36}$$

Lösung:

$$0 = -0 = \frac{0}{36} = \frac{0}{-3} \qquad 1 = 0.\overline{9} = \frac{-36}{-36} \qquad \frac{1}{3} = \frac{12}{36} = 0.\overline{3} = -\frac{-3}{9}$$

9. Berechnung. Rechnen Sie aus und kürzen Sie das Ergebnis vollständig.

(a) $\left(\frac{14}{3} + 2\right) : \frac{11}{9} =$

Lösung:

$$= \left(\frac{14}{3} + \frac{6}{3}\right) : \frac{11}{9} = \frac{20}{3} : \frac{11}{9} = \frac{20}{3} \cdot \frac{9}{11} = \frac{60}{11}$$

(b) $5 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) =$

Lösung:

$$= 5 : \left(\frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12}\right) = 5 : \frac{5}{12} = 5 \cdot \frac{12}{5} = 12$$

(c) $\frac{1}{3} + 2 : \frac{4}{5} =$

Lösung:

$$= \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{3} + \frac{5}{2} = \frac{2}{6} + \frac{15}{6} = \frac{17}{6}$$

(d) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{6}} =$

Lösung:

$$= \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{6} = \left(\frac{8}{12} + \frac{9}{12}\right) \cdot 6 = \frac{17}{12} \cdot 6 = \frac{17}{2}$$

10. Brüche. Stellen Sie die folgenden Zahlen als vollständig gekürzte Brüche dar.

(a) 0.125

Lösung:

$$\frac{125}{1000} = \frac{5^3}{10^3} = \frac{5^3}{5^3 \cdot 2^3} = \frac{1}{8}$$

(b) 0.0017

Lösung:

$$\frac{17}{10000}$$

(c) 12.125

Lösung:

$$12 + 0.125 = \frac{12}{1} + \frac{1}{8} = \frac{96}{8} + \frac{1}{8} = \frac{97}{8}$$

(d) $0.\overline{1}$

Lösung:

$$\frac{1}{9}$$

(e) $2.\overline{3}$

Lösung:

$$2 + 0.\overline{3} = \frac{2}{1} + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

(f) $0.00\overline{3}$

Lösung:

$$0.003 = 0.\overline{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{300}$$

(g) $0.\overline{27}$

Lösung:

$$\frac{27}{99} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}$$

(h) $10.20\overline{36}$

Lösung:

$$10.2 + 0.00\overline{36} = \frac{102}{10} + \frac{36}{99 \cdot 100} = \frac{51}{5} + \frac{4}{11 \cdot 100} = \frac{11 \cdot 5 \cdot 51}{11 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{1}{11 \cdot 25} = \frac{2806}{275}$$

11. Dezimalbruch. Stellen Sie die folgenden Brüche als Dezimalbruch dar.

(a) $\frac{7}{8} = 0.875$

(b) $\frac{7}{6} = 1.1\overline{6}$

(c) $\frac{1}{12} = 0.08\overline{3}$

(d) $\frac{5}{11} = 0.\overline{45}$

(e) $\frac{6}{3} = 2$

12. Kehrwert. Stellen Sie den Kehrwert von 3 dar als...

(a) ... vollständig gekürzten Bruch.

Lösung: $\frac{1}{3}$

(b) ... Bruch mit dem Nenner 9.

Lösung: $\frac{3}{9}$

(c) ... Dezimalzahl.

Lösung: $0.\overline{3}$

13. Ganze Zahl als Bruch. Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit ein Bruch eine ganze Zahl darstellt? (Es gibt zwei korrekte Antworten)

- ◯ Der Bruch muss vollständig gekürzt sein.
- √ **Der Nenner muss ein Teiler des Zählers sein.**
- ◯ Der Zähler muss ein Teiler des Nenners sein.
- ◯ Der ggT von Zähler und Nenner muss gleich Eins sein.
- √ **Der ggT von Zähler und Nenner muss gleich dem Nenner sein.**
- ◯ Das kgV von Zähler und Nenner muss gleich dem Nenner sein.

14. ★ **Berechnung.** Rechnen Sie aus:

$$15^2 \cdot \left(-\frac{2}{5} + \left(-\frac{4}{15}\right)\right)^4 - \left(14 \cdot \frac{1}{7 \cdot 3^2} + \frac{290}{9}\right)$$

Lösung:

$$\begin{aligned}
&= 15^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \left(-\frac{4}{15}\right)\right)^4 - \left(\frac{14}{7 \cdot 3^2} + \frac{290}{9}\right) \\
&= 15^2 \cdot \left(-\frac{6}{15} + \left(-\frac{4}{15}\right)\right)^4 - \left(\frac{2}{9} + \frac{290}{9}\right) \\
&= 15^2 \cdot \left(-\frac{10}{15}\right)^4 - \left(\frac{292}{9}\right) \\
&= (3 \cdot 5)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 - \left(\frac{292}{9}\right) \\
&= 3^2 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{2^4}{3^4}\right) - \left(\frac{292}{9}\right) \\
&= \left(\frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^4}{3^4}\right) - \left(\frac{292}{9}\right) \\
&= \left(\frac{5^2 \cdot 2^4}{3^2}\right) - \left(\frac{292}{9}\right) \\
&= \left(\frac{400}{9}\right) - \left(\frac{292}{9}\right) = \frac{108}{9} = 12
\end{aligned}$$