Gleichungen

1. **Aussagen.** Welches sind Aussagen? Welche der Aussagen sind wahr?
   (a) Scheint heute die Sonne?
   (b) Sydney ist die Hauptstadt Australiens.
   (c) Der Mont Blanc ist mit 4810 m der höchste Berg der Alpen.
   (d) Gehen Sie nach Hause!
   (e) Der Eiffelturm ist höher als das Berner Münster.

2. **Mathematische Aussagen.** Welches sind Aussagen? Welche der Aussagen sind wahr?
   (a) $10 = 10$
   (b) $2 = 8$
   (c) $4x = -20$
   (d) Die Zahl 4561 hat die Quersumme 16.
   (e) Die Zahl 12 hat genau 4 Teiler.

3. **Aussageformen.** Was kann für x eingesetzt werden, damit eine sinnvolle Aussage entsteht? Was kann eingesetzt werden, damit eine wahre Aussage entsteht?
   (a) x ist die Hauptstadt der Slovakei.
   (b) Der Nationalrat setzt sich aus x Personen zusammen.
   (c) Der Fluss x, der in den Schweizer Alpen entspringt, mündet ins Meer.
   (d) Die Astronautin x hat ihren Fuss auf den Mars gesetzt.

4. **Mathematische Aussageformen.** Welche Zahlen können Sie für x in die Aussageform einsetzen, damit eine wahre Aussage entsteht?
   (a) $4x = -20$
   (b) $x^2 = 225$
   (c) Die Quersumme einer zweistelligen natürlichen Zahl x ist kleiner oder gleich 4.
   (d) x ist eine natürliche Zahl, deren Quadrat zwischen 600 und 800 liegt.

5. **Lösungsmenge.** Geben Sie die Lösungsmenge für die folgenden Gleichungen für die verschiedenen vorgegebenen Definitionsmengen $\mathbb{D}$ an.

Gleichung	$\mathbb{D} = \mathbb{N}$	$\mathbb{D} = \mathbb{Z}$	$\mathbb{D} = \mathbb{Q}$	$\mathbb{D} = \mathbb{R}$
$x = -5$	$\mathbb{L} = \{\}$	$\mathbb{L} = \{-5\}$	$\mathbb{L} = \{-5\}$	$\mathbb{L} = \{-5\}$
$x = 0$				
$2x = 1$				
$x = x$				
$x = x + 1$				
$2x = x$				
$x^2 = 4$				
$x^2 = 2$				
$x^2 = -1$				

6. **Einfache Gleichungen.** Lösen Sie die folgenden Gleichungen schrittweise nach x auf. Geben Sie bei jedem Schritt an, was für eine Art Äquivalenzumformung Sie verwenden.

   - **A**: Addition eines Terms.
   - **M**: Multiplikation mit oder Division durch einen Term $\neq 0$.
   - **TL**: Termumformung der linken Seite.
   - **TR**: Termumformung der rechten Seite.

   Geben Sie die Lösungsmenge an, wenn als Grundmenge $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ oder $\mathbb{Q}$ vorgegeben sind.

   (a) $8x = 24$

$\mathbb{D} =$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
$\mathbb{L} =$			

   (b) $-4x = 8$

$\mathbb{D} =$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
$\mathbb{L} =$			

   (c) $-12x - 8 = -2x - 9$

$\mathbb{D} =$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
$\mathbb{L} =$			

(d) $8x - 9 = 2x + 1$

$\mathbb{D} =$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
$\mathbb{L} =$			

(e) $-\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$

$\mathbb{D} =$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
$\mathbb{L} =$			

7. Gleichungen. Bestimmen Sie die Lösungsmenge für $\mathbb{D} = \mathbb{R}$. Erstellen Sie ein Umformungsprotokoll.

(a) $16x + 19 = 5(4 + 3x)$

(b) $3(17 + 8x) = 70x - 87$

(c) $4x - 15(x - 1) = 2(6 - 3x)$

(d) $(4x - 3) \cdot 5 - 6x = -4(5 + 9x)$

(e) $6 - (5x - 4) = 3 - (2x - 1)$

(f) $\frac{x - 3}{3} - \frac{x - 2}{2} = x + 1$

(g) $\frac{x}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = 5$

(h) $(x - 2)(x - 8) = (x - 3)^2 + 7$