Repetition Geometrie

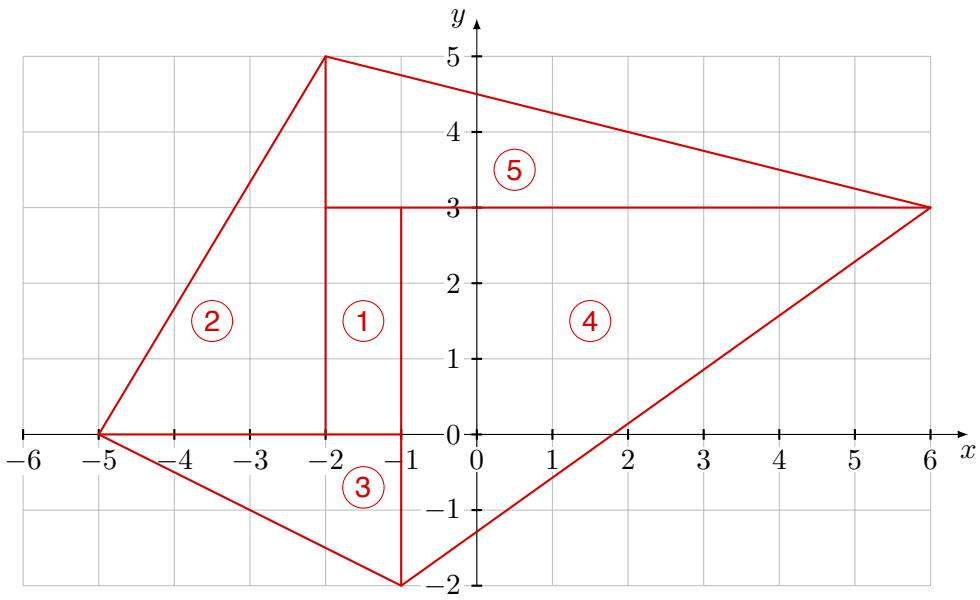
- Sie haben 45 Minuten Zeit.
- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen.
- Sie dürfen eine A4-Seite mit von eigener Hand geschriebenen Notizen verwenden.
- Sie dürfen den Taschenrechner verwenden.
- **Lösungswege werden mit mindestens** 50 % **bewertet.**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Total	Note
max. Punkte	5	7	6	5	7	6	36	
Punkte								

1. Viereck. **(5P)**

(a) Zeichen Sie das Viereck mit den folgenden Eckpunkten in das Koordinatensystem ein. (2P)

$A(-2/5)$ $B(-5/0)$ $C(-1/-2)$ $D(6/3)$



(b) Berechnen Sie die Fläche des Vierecks genau. (3P)

Lösung: Die Fläche des Vierecks kann wie in der Skizze angegeben in Dreiecke und ein Rechteck unterteilt werden. Diese Teilflächen können berechnet werden:

$$A_1 = 1 \cdot 3 = 3 \qquad A_2 = 0.5 \cdot 3 \cdot 5 = 7.5 \qquad A_3 = 0.5 \cdot 4 \cdot 2 = 4$$
$$A_4 = 0.5 \cdot 7 \cdot 5 = 17.5 \qquad A_5 = 0.5 \cdot 8 \cdot 2 = 8$$

Damit ergib sich für die gesamte Fläche:

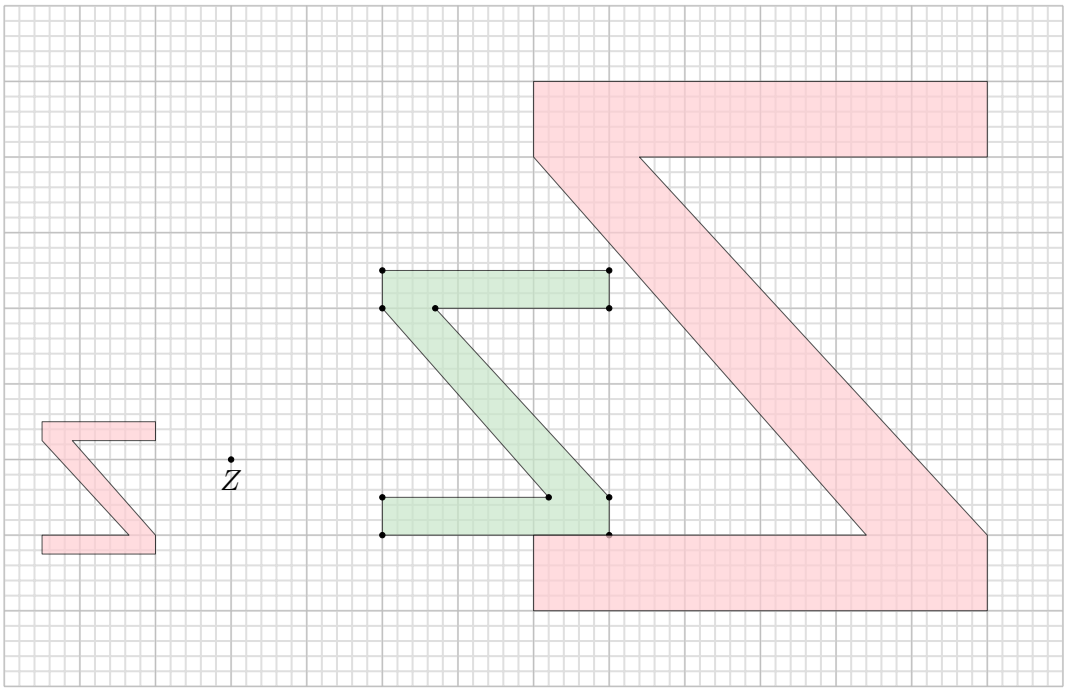
$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 3 + 7.5 + 4 + 17.5 + 8 = 40$$

2. Zentrische Streckung. **(7P)**

Zeichnen Sie die Bilder der grünen Figur, welche durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und den folgenden Streckfaktoren entstehen:

(a) $k = 2$ (2P)

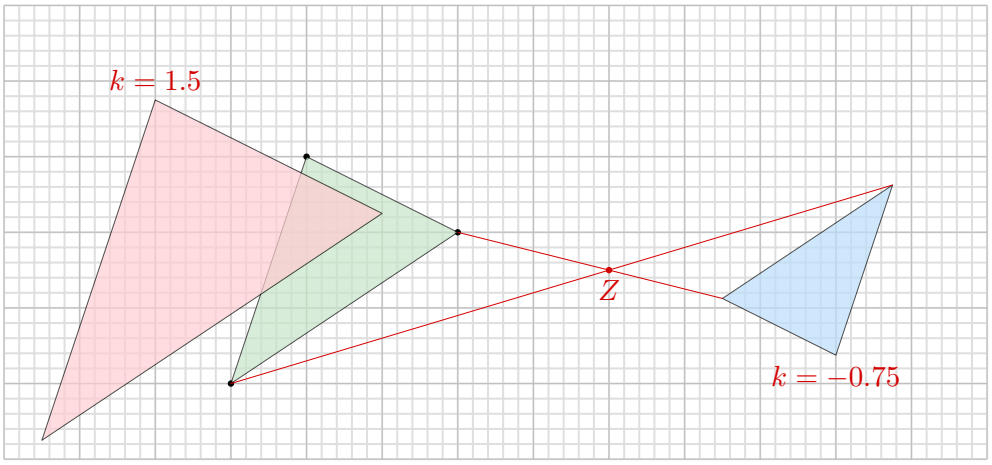
(b) $k = -0.5$ (2P)



(c) Wie heisst die Kongruenzabbildung, welche einer zentrischen Streckung mit $k = -1$ entspricht? (1P)

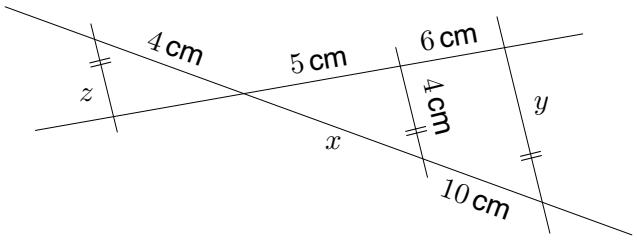
Lösung: Punktspiegelung

(d) Das rote und das blaue Dreieck sind aus dem grünen durch eine zentrische Streckung entstanden. Bestimmen Sie das Streckzentrum Z und die Streckfaktoren für das rote und das blaue Dreieck. (2P)



3. Strahlensätze. Gegeben ist folgende Skizze (nicht massstabsgetreu). Berechnen Sie die (6P)

Längen x, y und z.



Lösung:

$$\frac{5}{6} = \frac{x}{10} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5 \cdot 10}{6} \approx 8.33\,\text{cm}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{y}{5+6} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{11 \cdot 4}{5} = 8.8\,\text{cm}$$

$$\frac{z}{4} = \frac{8.8}{10 + 8.\overline{3}} \quad \Rightarrow \quad z = \frac{8.8 \cdot 4}{18.\overline{3}} \approx 1.92\,\text{cm}$$

4. Schatten. **(5P)**

(a) Auf der Theaterbühne steht links eine Baumattrappe und rechts Anna. Sonnenlicht fällt durch die Fenster der Aula. Der Baum wirft einen Schatten von 2.9 m, Anna einen Schatten von 1.5 m. Anna ist 165 cm gross. Wie hoch ist die Baumattrappe? (2P)

Lösung:

$$\frac{x}{2.9} = \frac{1.65}{1.5} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1.65 \cdot 2.9}{1.5} = 3.19\,\text{m}$$

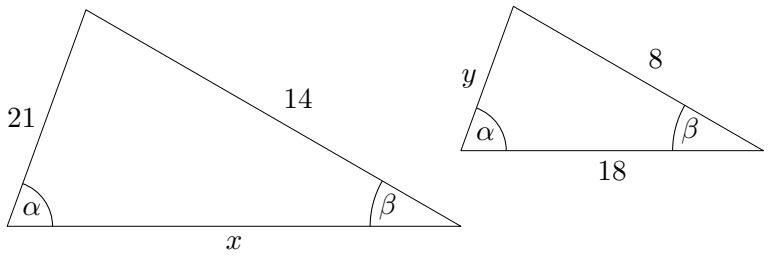
Der Baum ist 3.19 m gross.

(b) Am Abend vor der Vorstellung werden die Scheinwerfer getestet. Anna und die Baumattrappe werfen einen gleich langen Schatten. Gemäss dem Strahlensatz müsste somit Anna gleich gross wie der Baum sein. Erklären Sie in vollständigen Sätzen, was für ein Überlegunsfehler hier vorliegt und wie es sein kann, dass der Baum und Anna gleich lange Schatten haben. (3P)

Lösung: Die Strahlensätze gelten nur, wenn die Geraden parallel sind. Die Sonnenstrahlen sind nahezu parallel, da sich die Sonne sehr weit weg befindet. Die Lichtstrahlen des Scheinwerfers sind aber nicht parallel. Wenn Anna weiter entfernt vom Scheinwerfer als der Baum steht, kann ihr Schatten gleich lang werden.

5. Ähnlichkeit. **(7P)**

(a) Berechnen Sie x und y. (4P)



Lösung:

$$\frac{14}{8} = \frac{x}{18} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{14 \cdot 18}{8} = 31.5$$

$$\frac{8}{14} = \frac{y}{21} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{8 \cdot 21}{14} = 12$$

- Korrekte Gleichung aufstellen (je 1P)
- Korrekte Berechnung (je 1P)

(b) Begründen Sie in vollständigen Sätzen, wieso die beiden Dreiecke ähnlich sind. (3P)

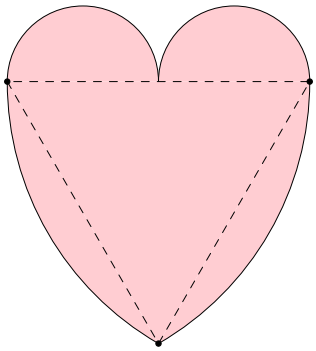
Lösung: Sie besitzen zwei gleiche Winkel, somit sind alle Winkel gleich. Nach dem www-Satz sind sie somit ähnlich.

6. Herz. (6P)

Das folgende Herz wurde konstruiert, indem von den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 4 cm je ein Kreisbogen gezeichnet wurde. Auf der oberen Seite des Dreiecks sind zwei gleich grosse Halbkreise gezeichnet worden.

Berechnen Sie die Fläche des Herzens in Quadratzentimeter.

Hinweis: Wenn Sie die Fläche nicht berechnen können, berechnen Sie eine Annäherung: Die Fläche der beiden Halbkreise plus die Fläche des Dreiecks. Damit können Sie maximal 4 Punkte erreichen.



Lösung: Die Fläche setzt sich wie folgt zusammen:

- zwei mal die Fläche des kleinen Halbkreises
- zwei mal die Fläche des Kreissektors

- minus die Fläche des Dreiecks

Die Fläche der beiden Halbkreise A_1 beträgt

$$A_1 = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$$

Die Fläche der beiden Kreissektoren A_2 beträgt

$$A_2 = 2 \cdot \frac{\varphi}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 4^2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 = \frac{16}{3} \cdot \pi$$

Die Höhe des Dreiecks beträgt:

$$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$$

Die Fläche des Dreiecks beträgt:

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot s \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{12} = 2 \cdot \sqrt{12}$$

Die Fläche des Herzens beträgt:

$$A = A_1 + A_2 - A_3 = \pi + \frac{16}{3} \cdot \pi - 2 \cdot \sqrt{12} \approx 12.97$$

Die Fläche des Herzens beträgt 13 cm^2.