Repetition Potenzen

Negativer Exponent. Die Potenz einer Zahl a mit einem negativen Exponenten $-n$ ist der Kehrwert der Potenz mit der Gegenzahl n im Exponenten.

$$a^{-n} := \frac{1}{a^n} = \frac{1}{1 \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n-\text{mal}}}$$

Beispiel. $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} = 0.0625$ $x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ $\frac{1}{b^{-k}} = b^k$

1. Schreiben Sie als vollständig gekürzten Bruch und als Dezimalzahl:

(a) 2^{-1} (c) 3^{-2} (e) 10^{-4}

(b) 4^{-1} (d) 2^{-3} (f) 5^{-3}

2. Schreiben Sie ohne negativen Exponenten:

(a) $3x^{-5}$ (c) $a^3b^{-4}c^{-1}$ (e) $\frac{c^4d^{-1}}{e^{-7}}$

(b) $a^{-1}b$ (d) $\frac{a^{-2}}{b^{-3}}$ (f) $\frac{f^{-5}}{e^{-3}g^2}$

Negative Basis. Die Potenz einer negativen Zahl $-n$ mit einem **geraden Exponenten** b ist gleich der Potenz mit der Gegenzahl n als Basis.

$(-n)^b = n^b$ wenn b gerade

Die Potenz einer negativen Zahl $-n$ mit einem **ungeraden Exponenten** b ist gleich der Gegenzahl der Potenz mit der Gegenzahl n als Basis.

$(-n)^b = -n^b$ wenn b ungerade

Beispiel. $-3^2 = -9$ $(-3)^2 = 9$ $(-3)^3 = -27$

3. Setzen Sie Gleichheits- und Ungleichheitszeichen am richtigen Ort zwischen die Terme.

(a) $-a^5 \quad (-a)^5 \quad a^5$ (b) $-a^6 \quad (-a)^6 \quad a^6$

4. Vereinfachen Sie

(a) $x^2 - x^2$ (d) $y^3 - y^3$

(b) $x^2 + (-x)^2$ (e) $y^3 + (-y)^3$

(c) $-x^2 - (-x)^2$ (f) $-y^3 - (-y)^3$

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem die Potenzen addiert werden:

$$a^k \cdot a^m = a^{k+m}$$

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem die Potenzen subtrahiert werden:

$$\frac{a^k}{a^m} = a^{k-m}$$

5. Vereinfachen Sie und stellen Sie das Ergebnis mit positiven Exponenten dar.

(a) $a^5 \cdot a^{-3}$
(b) $x^2 \cdot x^{-5}$
(c) $y^{-2} \cdot y^{-6}$
(d) $b^{-2} \cdot b^3 \cdot b^{-7}$
(e) $a^3 \cdot b^{-2} \cdot a^{-4} \cdot b^5$
(f) $x^{-5} \cdot y^3 \cdot y^{-8} \cdot x^2$
(g) $z^3 : z^7$
(h) $s^{-2} : s^5$
(i) $u^2 : u^{-4}$

Potenz einer Potenz. Potenzen werden potenziert, indem die Exponenten multipliziert werden:

$$\left(a^k\right)^m = (a^m)^k = a^{k \cdot m}$$

Beispiel. $\left(2^3\right)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$

6. Vereinfachen Sie und stellen Sie das Ergebnis mit positiven Exponenten dar.

(a) $\left(x^2\right)^{-3}$
(b) $\left(a^{-1}\right)^5$
(c) $\left(n^{-2}\right)^{-3}$
(d) $3(xy)^{-1}$
(e) $4\left(x^2y^{-3}\right)^{-2}$
(f) $\left(2xy^{-4}\right)^{-3}$
(g) $\left(a^{-2}b^2\right)^3 \cdot a^4$
(h) $\left(p^3q^{-1}\right)^{-4} : q^5$
(i) $\left(x^2y^{-2}\right)^3 \cdot \left(xy^{-3}\right)^{-2}$

7. Vereinfachen Sie und schreiben Sie das Ergebnis mit positivem Exponenten.

(a) $\dfrac{a^2b^4}{x^4y^{-1}} : \dfrac{a^3b}{x^3y^{-2}}$

(b) $\left(\dfrac{24x^3y}{25a^3b} : \dfrac{8xy^2}{5a^2}\right) \cdot \dfrac{5a}{3x}$

(c) $\left(\dfrac{6x^2}{15y}\right)^2 \cdot \left(-\dfrac{4x^3}{3y^3}\right)^3$

(d) $\left(\dfrac{x^8y^7}{a^3b^{-2}}\right)^{-2} : \left(\dfrac{\left(a^{-5}x^7y\right)^4}{b^{-10}} : \dfrac{a^9b^{-2}}{(x^4y^3)^{-3}}\right)$