Logarithmen

1. Zinsrechnen.

(a) Ein Kapital von 500 Franken wird zu 5 % verzinst. Der Zins wird jeweils zum Kapital geschlagen. Auf welchen Betrag wächst das Kapital in 10 Jahren?

Lösung:

$B(0) = 500 \qquad n = 10 \qquad q = 1.05 \qquad B(n) = ?$

Die Werte werden in die Wachstumsgleichung eingesetzt, diese wird nach $B(n)$ aufgelöst.

$$\begin{array}{rrl} & B(n) &= B(0) \cdot q^n \\ \iff & B(10) &= 500 \cdot 1.05^{10} \\ \iff & B(10) &\approx 814.45 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{einsetzen} \\ \text{ausrechnen} \\ \\ \end{array}$$

Das Kapital wächst auf $\boxed{\text{Fr. } 814.45}$.

(b) Wie viel Franken muss man auf ein Sparkonto einzahlen, wenn es innert 20 Jahren durch Zinseszins auf 2000 Franken anwachsen soll? Der jährliche Zinssatz beträgt 5 %.

Lösung:

$B(0) = ? \qquad n = 20 \qquad q = 1.05 \qquad B(n) = 2000$

Die Werte werden in die Wachstumsgleichung eingesetzt, diese wird nach $B(0)$ aufgelöst.

$$\begin{array}{rrl} & B(n) &= B(0) \cdot q^n \\ \iff & 2000 &= B(0) \cdot 1.05^{20} \\ \iff & \dfrac{2000}{1.05^{20}} &= B(0) \\ \iff & 753.80 &\approx B(0) \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{einsetzen} \\ : 1.05^{20} \\ \\ \text{ausrechnen} \end{array}$$

Man muss $\boxed{\text{Fr. } 753.80}$ anlegen.

(c) Ein Kapital von 3600 Franken wächst in 12 Jahren auf 5000 Franken. Zu wie viel Prozent wurde es verzinst?

Lösung:

$B(0) = 3600 \qquad n = 12 \qquad q = ? \qquad B(n) = 5000$

Die Werte werden in die Wachstumsgleichung eingesetzt und diese nach q aufgelöst.

$$\begin{array}{rrl} & B(n) &= B(0) \cdot q^n \\ \iff & 5000 &= 3600 \cdot q^{12} \\ \iff & \dfrac{5000}{3600} &= q^{12} \\ \iff & 1.3\overline{8} &= q^{12} \\ \iff & \sqrt[12]{1.3\overline{8}} &= q \\ \iff & 1.0278 &\approx q \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{einsetzen} \\ : 3600 \\ \text{kürzen} \\ \sqrt[12]{} \\ \text{ausrechnen} \\ \\ \end{array}$$

Der Zins beträgt $\boxed{2.78\,\%}$.

(d) Wie viele Jahre dauert es, bis sich ein Kapital von 1000 Franken mit einem Zinssatz von 4.5 % verdoppelt hat?

Lösung:

$$B(0) = 1000 \qquad n = ? \qquad q = 1.045 \qquad B(n) = 2000$$

Die Werte werden in die Wachstumsgleichung eingesetzt und diese nach n aufgelöst.

$$\begin{array}{rrl|l} & B(n) & = B(0) \cdot q^n & \text{einsetzen} \\ \iff & 2000 & = 1000 \cdot 1.045^n & : 1000 \\ \iff & 2 & = 1.045^n & \log \\ \iff & \log(2) & = n \cdot \log(1.045) & : \log(1.045) \\ \iff & \dfrac{\log(2)}{\log(1.045)} & = n & \text{ausrechnen} \\ \iff & 15.7 & \approx n & \end{array}$$

Es dauert $\boxed{16 \text{ Jahre}}$.

2. Schreiben Sie als Logarithmus. Beispiel: $10^2 = 100 \iff \log_{10}(100) = 2$

(a) $2^5 = 32 \iff \log_2(32) = 5$

(b) $5^3 = 125 \iff \log_5(125) = 3$

(c) $2^6 = 64 \iff \log_2(64) = 6$

(d) $2^{-3} = \frac{1}{8} \iff \log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -3$

(e) $10^{-4} = 0.0001 \iff \log_{10}(0.0001) = -4$

(f) $3^4 = 81 \iff \log_3(81) = 4$

3. Schreiben Sie als Potenz. Beispiel: $\log_{10}(100) = 2 \iff 10^2 = 100$

(a) $\log_4(16) = 2 \iff 4^2 = 16$

(b) $\log_5(625) = 4 \iff 5^4 = 625$

(c) $\log_2(32) = 5 \iff 2^5 = 32$

(d) $\log_8(64) = 2 \iff 8^2 = 64$

(e) $\log_2(64) = 6 \iff 2^6 = 64$

(f) $\log_{10}(10000) = 4 \iff 10^4 = 10000$

4. Logarithmus bestimmen. Bestimmen Sie x ohne Taschenrechner.

(a) $\log_4(64) = x$

Lösung:

$$\log_4(64) = x \quad \Longrightarrow \quad 4^x = 64 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 3}$$

(b) $\log(100) = x$

Lösung:

$$\log(100) = \log_{10}(100) = x \quad \Longrightarrow \quad 10^x = 100 = 10 \cdot 10 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 2}$$

(c) $\log_4(2) = x$

Lösung:

$$\log_4(2) = x \quad \Longrightarrow \quad 4^x = 2 = \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 0.5}$$

(d) $\log_3\left(\frac{1}{27}\right) = x$

Lösung:

$$\log_3\left(\frac{1}{27}\right) = x \quad \Longrightarrow \quad 3^x = \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = -3}$$

(e) $\log(1000) = x$

Lösung:

$$\log(1000) = \log_{10}(1000) = x \quad \Longrightarrow \quad 10^x = 1000 = 10^3 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 3}$$

(f) $\log(10) = x$

Lösung:

$$\log(10) = \log_{10}(10) = x \quad \Longrightarrow \quad 10^x = 10 = 10^1 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 1}$$

(g) $\log_5(\sqrt{5}) = x$

Lösung:

$$\log_5(\sqrt{5}) = x \quad \Longrightarrow \quad 5^x = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 0.5}$$

(h) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = x$

Lösung:

$$\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = x \quad \Longrightarrow \quad 3^x = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = -2}$$

5. Numerus bestimmen. Bestimmen Sie x ohne Taschenrechner.

(a) $\log_8(x) = 2$

Lösung:

$$\log_8(x) = 2 \quad \Longrightarrow \quad x = 8^2 = \boxed{64}$$

(b) $\log_4(x) = 4$

Lösung:

$$\log_4(x) = 4 \quad \Longrightarrow \quad x = 4^4 = \boxed{256}$$

(c) $\log_2(x) = -3$

Lösung:

$$\log_2(x) = -3 \quad \Longrightarrow \quad x = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \boxed{\tfrac{1}{8}}$$

(d) $\log_8(x) = \frac{2}{3}$

Lösung:

$$\log_8(x) = \tfrac{2}{3} \quad \Longrightarrow \quad x = 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8}^2 = 2^2 = \boxed{4}$$

(e) $\log(x) = 2$

Lösung:

$$\log_{10}(x) = 2 \quad \Longrightarrow \quad x = 10^2 = \boxed{100}$$

(f) $\log_4(x) = 0$

Lösung:

$$\log_4(x) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 4^0 = \boxed{1}$$

(g) $\log_4(x) = 0.5$

Lösung:

$$\log_4(x) = 0.5 \quad \Longrightarrow \quad x = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = \boxed{2}$$

(h) $\log_{16}(x) = \frac{1}{2}$

Lösung:

$$\log_{16}(x) = \tfrac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad x = 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = \boxed{4}$$

6. Basis bestimmen. Berechnen Sie x ohne Taschenrechner.

(a) $\log_x(9) = 2$

Lösung:

$$\log_x(9) = 2 \quad \Longrightarrow \quad x^2 = 9 \quad \Longrightarrow \quad x = \boxed{3}$$

(b) $\log_x(81) = 4$

Lösung:

$$\log_x(81) = 4 \quad \Longrightarrow \quad x^4 = 81 \quad \Longrightarrow \quad x = \boxed{3}$$

(c) $\log_x(81) = -2$

Lösung:

$$\begin{aligned} & x^{-2} = 81 && \text{umschreiben} \\ \Longleftrightarrow \quad & \frac{1}{x^2} = 81 && \sqrt{} \\ \Longleftrightarrow \quad & \frac{1}{x} = 9 && \cdot x : 9 \\ \Longleftrightarrow \quad & \boxed{\tfrac{1}{9}} = x \end{aligned}$$

(d) $\log_x(\sqrt{27}) = \frac{3}{2}$

Lösung:

$$\begin{aligned} & x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{27} && 27 = 3^3 \\ \Longleftrightarrow \quad & x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^3} && \text{Potenzschreibweise} \\ \Longleftrightarrow \quad & x^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} && \tfrac{2}{3} \\ \Longleftrightarrow \quad & x = \boxed{3} \end{aligned}$$

(e) $\log_x(49) = 2$

Lösung:

$$\log_x(49) = 2 \quad \Longrightarrow \quad x^2 = 49 \quad \Longrightarrow \quad x = \boxed{7}$$

(f) $\log_x(7) = 1$

Lösung:

$$\log_x(7) = 1 \quad \Longrightarrow \quad x^1 = 7 \quad \Longrightarrow \quad x = \boxed{7}$$

(g) $\log_x(3) = -1$

Lösung:

$$\log_x(3) = -1 \quad \Longrightarrow \quad x^{-1} = \tfrac{1}{x} = 3 \quad \Longrightarrow \quad x = \boxed{\tfrac{1}{3}}$$

(h) $\log_x\left(\frac{1}{32}\right) = -5$

Lösung:

$$\begin{aligned} & x^{-5} = \tfrac{1}{32} && \mid\ 32 = 2^5 \\ \Longleftrightarrow \quad & x^{-5} = \frac{1}{2^5} && \mid\ \text{Potenzschreibweise} \\ \Longleftrightarrow \quad & x^{-5} = 2^{-5} && \mid\ -\tfrac{1}{5} \\ \Longleftrightarrow \quad & x = \boxed{2} \end{aligned}$$

7. Vereinfachen.

(a) $\log_a(a) = \boxed{1}$

(b) $\log_a(1) = \boxed{0}$

(c) $\log_a\left(\frac{1}{a}\right) = \boxed{-1}$

(d) $\log_a\left(a^n\right) = \boxed{n}$

(e) $\log_a\left(\frac{1}{a^n}\right) = \boxed{-n}$

8. Umformen. Schreiben Sie als Summe oder Produkt einfacher Logarithmen. D.h. in den Klammern des Logarithmus soll nur eine Zahl oder eine Variable stehen, z.B. $\log_{10}(a)$.

(a) $\lg(3x) = \boxed{\log_{10}(3) + \log_{10}(x)}$

(b) $\log_a(abc) = \log_a(a) + \log_a(b) + \log_a(c) = \boxed{1 + \log_a(b) + \log_a(c)}$

(c) $\lg\left(u^2\right) = \boxed{2 \cdot \log_{10}(u)}$

(d) $\log_a\left(2ab^2\right) = \boxed{\log_a(2) + 1 + 2\log_a(b)}$

(e) $\log_a\left(\frac{5e}{f}\right) = \boxed{\log_a(5) + \log_a(e) - \log_a(f)}$

(f) $\log_a\left(\frac{uv}{w}\right) = \boxed{\log_a(u) + \log_a(v) - \log_a(w)}$

(g) $\lg\left(\sqrt{x}\right) = \log_{10}\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \boxed{\frac{1}{2}\log_{10}(x)}$

(h) $\log_a\left(\sqrt[4]{b}\right) = \log_a\left(b^{\frac{1}{4}}\right) = \boxed{\frac{1}{4}\log_a(b)}$

(i) $\log_a\left(\frac{x^2y^3}{u^2v^3}\right) = \boxed{2\log_a(x) + 3\log_a(y) - 2\log_a(u) - 3\log_a(v)}$

(j) $\log_a\left(\frac{1}{a^2b^4c^7}\right) = \boxed{-2 - 4\log_a(b) - 7\log_a(c)}$

(k) $\operatorname{lb}\left(\frac{r^2st^4}{u^3v}\right) = \boxed{2\log_2(r) + \log_2(s) + 4\log_2(t) - 3\log_2(u) - \log_2(v)}$

(l) $\log_a\left(\sqrt{a^{11}b^3c^5}\right) = \log_a\left(a^{\frac{11}{2}}b^{\frac{3}{2}}c^{\frac{5}{2}}\right) = \boxed{\frac{11}{2} + \frac{3}{2}\log_a(b) + \frac{5}{2}\log_a(c)}$

9. Exponentialgleichungen. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf. Geben Sie die Lösung auf vier Dezimalstellen genau an. Beispiel:

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & 1.2^{4x-7} &= 9 & \log \\
\iff & \log\left(1.2^{4x-7}\right) &= \log(9) & \text{Logarithmusgesetz} \\
\iff & (4x-7)\cdot\log(1.2) &= \log(9) & :\log(1.2) \\
\iff & 4x-7 &= \frac{\log(9)}{\log(1.2)} & \text{Taschenrechner} \\
\iff & 4x-7 &\approx 12.0514 & +7 \\
\iff & 4x &\approx 19.0514 & :4 \\
\iff & x &\approx 4.7628 &
\end{array}
$$

(a) $4^x = 12$

Lösung: $x = \log_4(12) = \frac{\log(12)}{\log(4)} \approx \boxed{1.792}$

(b) $2.4^x = 3.9$

Lösung: $x = \log_{2.4}(3.9) = \frac{\log(3.9)}{\log(2.4)} \approx \boxed{1.555}$

(c) $1.14^y = 0.7$

Lösung: $y = \log_{1.14}(0.7) = \frac{\log(0.7)}{\log(1.14)} \approx \boxed{-2.722}$

(d) $0.45^z = 1.9$

Lösung: $z = \log_{0.45}(1.9) = \frac{\log(1.9)}{\log(0.45)} \approx \boxed{-0.804}$

(e) $3.7^{2x} = 5$

Lösung: $3.7^{2x} = \left(3.7^2\right)^x = 5 \quad \Longrightarrow \quad x = \dfrac{\log(5)}{2 \cdot \log(3.7)} \approx \boxed{0.615}$

(f) $1.46^{3x} = 0.8$

Lösung: $1.46^{3x} = \left(1.46^3\right)^x = 0.8 \quad \Longrightarrow \quad x = \dfrac{\log(0.8)}{3 \cdot \log(1.46)} \approx \boxed{-0.197}$

(g) $8.2^{-x} = 4.9$

Lösung: $-x = \dfrac{\log(4.9)}{\log(8.2)} \approx 0.755 \quad \Longrightarrow \quad x \approx \boxed{-0.755}$

(h) $5.6^{-2x} = 1.4$

Lösung: Lösung mit Definition des Logarithmus:

$$-2x = \log_{5.6}(1.4) \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{\log_{5.6}(1.4)}{-2} = -\frac{\log(1.4)}{2 \cdot \log(5.6)} \approx \boxed{-0.098}$$

Lösung mit Logarithmieren der Gleichung:

$$\begin{array}{rrl|l}
 & 5.6^{-2x} & = 1.4 & \log \\
\Longleftrightarrow & \log\left(5.6^{-2x}\right) & = \log(1.4) & \text{Logarithmusgesetz} \\
\Longleftrightarrow & -2x \cdot \log(5.6) & = \log(1.4) & : \log(5.6) \\
\Longleftrightarrow & -2x & = \dfrac{\log(1.4)}{\log(5.6)} & : (-2) \\
\Longleftrightarrow & x & = -\dfrac{\log(1.4)}{2 \cdot \log(5.6)} & \text{Taschenrechner} \\
\Longleftrightarrow & x & \approx \boxed{-0.098} &
\end{array}$$

(i) $2 \cdot 3^x = 1.4$

Lösung: $3^x = \dfrac{1.4}{2} = 0.7 \quad \Longrightarrow \quad x = \dfrac{\log(0.7)}{\log(3)} \approx -0.325$

(j) $6 \cdot 1.5^y = 2.3$

Lösung: Immer zuerst durch den Faktor dividieren, wird einfacher!

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & 6 \cdot 1.5^y &= 2.3 & : 6 \\
\iff & 1.5^y &= \dfrac{2.3}{6} & \log \\
\iff & \log\left(1.5^y\right) &= \log\left(\dfrac{2.3}{6}\right) & \text{Logarithmengesetze} \\
\iff & y \cdot \log(1.5) &= \log(2.3) - \log(6) & : \log(1.5) \\
\iff & y &= \dfrac{\log(2.3) - \log(6)}{\log(1.5} & \text{Taschenrechner} \\
\iff & y &\approx \boxed{-2.365} &
\end{array}
$$

(k) $1.3 \cdot 5^{-x} = 2.8$

Lösung: $-x = \dfrac{\log(2.8) - \log(1.3)}{\log(5)} \approx 0.477 \qquad \Longrightarrow \qquad x \approx \boxed{-0.477}$

(l) $0.9 \cdot 1.4^t = 3.2$

Lösung: $t = \dfrac{\log(3.2) - \log(0.9)}{\log(1.4)} \approx \boxed{3.770}$

10. Exponentialgleichungen. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf. Geben Sie die Lösung auf vier Dezimalstellen genau an.

(a) $10^{x-1} = 6$

Lösung: $x = \dfrac{\log(6)}{\log(10)} + 1 \approx \boxed{1.778}$

(b) $6^{x+1} = 108$

Lösung: $x = \dfrac{\log(108)}{\log(6)} - 1 = \boxed{\approx 1.613}$

(c) $5^{1-2x} = 17$

Lösung:

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & 5^{1-2x} &= 17 & \log \\
\iff & \log\left(5^{1-2x}\right) &= \log(17) & \text{Logarithmusgesetz} \\
\iff & (1-2x) \cdot \log(5) &= \log(17) & : \log(5) \\
\iff & 1 - 2x &= \dfrac{\log(17)}{\log(5)} & -1 \\
\iff & -2x &= \dfrac{\log(17)}{\log(5)} - 1 & : (-2) \\
\iff & x &= -\dfrac{\log(17)}{2 \cdot \log(5)} - \dfrac{1}{2} & \text{Taschenrechner} \\
\iff & x &\approx \boxed{-0.380} &
\end{array}
$$

(d) $10^{5x+1} = 2$

Lösung:

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & 10^{5x+1} & = 2 & \log \\
\iff & \log\left(10^{5x+1}\right) & = \log(2) & \text{Logarithmusgesetz} \\
\iff & (5x+1)\cdot\log(10) & = \log(2) & :\log(10) \\
\iff & 5x+1 & = \dfrac{\log(2)}{\log(10)} & -1 \\
\iff & 5x & = \dfrac{\log(2)}{\log(10)} - 1 & :5 \\
\iff & x & = \dfrac{\log(2)}{5\cdot\log(10)} - \dfrac{1}{5} & \text{Taschenrechner} \\
\iff & x & \approx \boxed{-0.140} &
\end{array}
$$

(e) $3 \cdot 8^{-x-2} = 25$

Lösung:

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & 3\cdot 8^{-x-2} & = 25 & :3 \\
\iff & 8^{-x-2} & = \dfrac{25}{3} & \log \\
\iff & \log\left(8^{-x-2}\right) & = \log\left(\dfrac{25}{3}\right) & \text{Logarithmengesetze} \\
\iff & (-x-2)\cdot\log(8) & = \log(25)-\log(3) & :\log(8) \\
\iff & -x-2 & = \dfrac{\log(25)-\log(3)}{\log(8)} & +2 \\
\iff & -x & = \dfrac{\log(25)-\log(3)}{\log(8)} + 2 & \cdot(-1) \\
\iff & x & = -\dfrac{\log(25)-\log(3)}{\log(8)} - 2 & \text{Taschenrechner} \\
\iff & x & \approx \boxed{-3.020} &
\end{array}
$$

(f) $\left(7^{2x-1}\right)^2 = 36$

Lösung:

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & \left(7^{2x-1}\right)^2 & = 36 & \\
\iff & 7^{4x-2} & = 36 & \log \\
\iff & \log\left(7^{4x-2}\right) & = \log(36) & \text{Logarithmusgesetz} \\
\iff & (4x-2)\cdot\log(7) & = \log(36) & :\log(7) \\
\iff & 4x-2 & = \dfrac{\log(36)}{\log(7)} & +2 \\
\iff & 4x & = \dfrac{\log(36)}{\log(7)} + 2 & :2 \\
\iff & x & = \frac{1}{4}\cdot\left(\dfrac{\log(36)}{\log(7)} + 2\right) & \text{Taschenrechner} \\
\iff & x & \approx \boxed{0.960} &
\end{array}
$$

(g) $5 \cdot 2^{-3x+4} = 1$

Lösung:

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & 5 \cdot 2^{-3x+4} &= 1 & : 5 \\
\iff & 2^{-3x+4} &= 0.2 & \log \\
\iff & \log\left(2^{-3x+4}\right) &= \log(0.2) & \text{Logarithmusgesetz} \\
\iff & (-3x+4) \cdot \log(2) &= \log(0.2) & : \log(2) \\
\iff & -3x+4 &= \dfrac{\log(0.2)}{\log(2)} & -4 \\
\iff & -3x &= \dfrac{\log(0.2)}{\log(2)} - 4 & : (-3) \\
\iff & x &= -\dfrac{\log(0.2)}{3 \cdot \log(2)} + \dfrac{4}{3} & \text{Taschenrechner} \\
\iff & x &\approx \boxed{2.107} &
\end{array}
$$

(h) $3 \cdot 4^{5-x} = 1$

Lösung:

$$
\begin{array}{rrl|l}
 & 3 \cdot 4^{5-x} &= 1 & : 3 \\
\iff & 4^{5-x} &= \dfrac{1}{3} & \log \\
\iff & \log\left(4^{5-x}\right) &= \log\left(\dfrac{1}{3}\right) & \text{Logarithmengesetze} \\
\iff & (5-x) \cdot \log(4) &= \log(1) - \log(3) & : \log(4) \\
\iff & 5-x &= \dfrac{\log(1) - \log(3)}{\log(4)} & -5 \\
\iff & -x &= \dfrac{\log(1) - \log(3)}{\log(4)} - 5 & \cdot(-1) \\
\iff & x &= -\dfrac{\log(1) - \log(3)}{\log(4)} + 5 & \text{Taschenrechner} \\
\iff & x &\approx \boxed{5.792} &
\end{array}
$$

11. Exponentialgleichungen. Lösen Sie die Gleichungen durch **Vergleichen der Exponenten**. Beispiel: $2^{x-2} = 2^3 \iff x-2 = 3 \iff x = 5$

(a) $5^{2x-3} = 5$

Lösung: $2x - 3 = 1 \implies \boxed{x = 2}$

(b) $6^{4x-5} = 216$

Lösung: $216 = 6^3 \implies 4x - 5 = 6 \implies \boxed{x = 2}$

(c) $4^{2x-1} = 64$

Lösung: $64 = 2^3 \quad \Longrightarrow \quad 2x - 1 = 3 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 2}$

(d) $3^{2x+1} = 3^{x+2}$

Lösung: $2x + 1 = x + 2 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 1}$

(e) $3^x = \frac{1}{81}$

Lösung: $81 = 3^4 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = -4}$

(f) $25^{x+1} = \frac{1}{5}$

Lösung: $25 = 5^2 \quad \Longrightarrow \quad 2(x + 1) = -1 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = -1.5}$

(g) $7^{x-2} = \sqrt{7}$

Lösung: $x - 2 = \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = 2.5}$

(h) $3^{5x} = \sqrt[3]{3^2}$

Lösung: $5x = \frac{2}{3} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = \frac{2}{15}}$