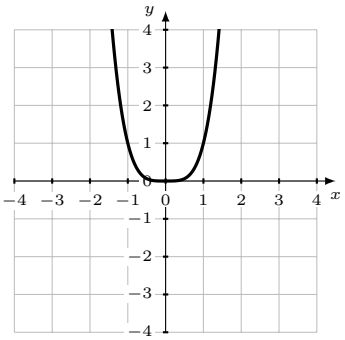
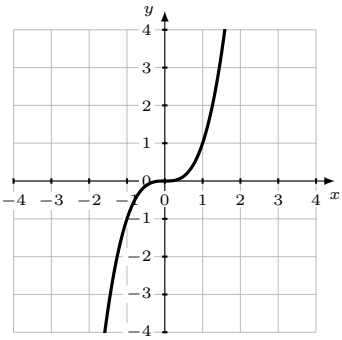
Potenzfunktionen

1. **Potenzfunktionen 1.** Schreiben Sie jeweils die zum Graphen passende Funktionsgleichung in das Kästchen.

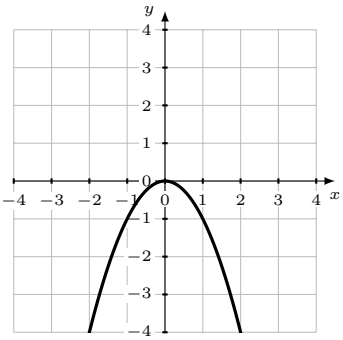
$f(x) = x^2$ $f(x) = x^3$ $f(x) = x^4$ $f(x) = x^5$ $f(x) = -x^2$ $f(x) = -x^3$



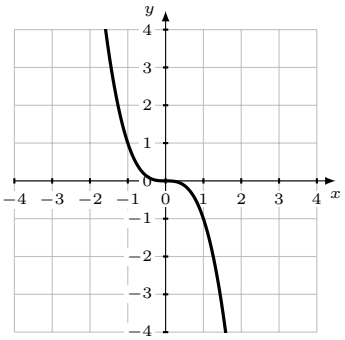
$f(x) = x^4$



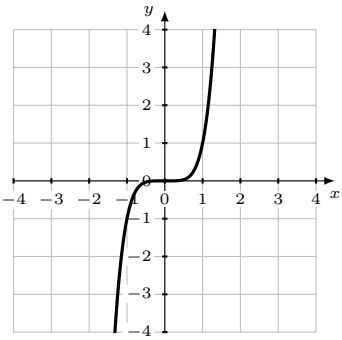
$f(x) = x^3$



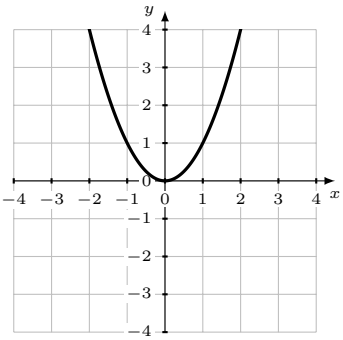
$f(x) = -x^2$



$f(x) = -x^3$



$f(x) = x^5$



$f(x) = x^2$

2. **Parameter bestimmen.** Bestimmen Sie den Parameter a der Funktion f, sodass der Funktionsgraph durch den Punkt P verläuft.

(a) $f(x) = ax^2$ $P(2/6)$

Lösung:

$$\begin{array}{rrl|l} & f(x) & = a \cdot x^2 & x = 2; f(x) = 4 \\ \iff & 6 & = a \cdot 2^2 & \text{ausrechnen} \\ \iff & 6 & = a \cdot 4 & : 4 \\ \iff & 1.5 & = a & \end{array}$$

Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = 1.5x^2$

(b) $f(x) = ax^4$ $P(-2/80)$

Lösung:

$$\begin{array}{rrl|l} & f(x) & = a \cdot x^4 & x = -2; f(x) = 80 \\ \iff & 80 & = a \cdot (-2)^4 & \text{ausrechnen} \\ \iff & 80 & = a \cdot 16 & : 16 \\ \iff & 5 & = a & \end{array}$$

Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = 5x^4$

(c) $f(x) = ax^3 \qquad P(10/-10)$

Lösung:

$$\begin{array}{rrl|l} & f(x) & = a \cdot x^3 & x = 10; f(x) = -10 \\ \iff & -10 & = a \cdot 10^3 & \text{ausrechnen} \\ \iff & -10 & = a \cdot 1000 & : 1000 \\ \iff & -0.01 & = a & \end{array}$$

Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = -0.01x^3$

(d) $f(x) = ax^5 \qquad P(0.5/-2)$

Lösung:

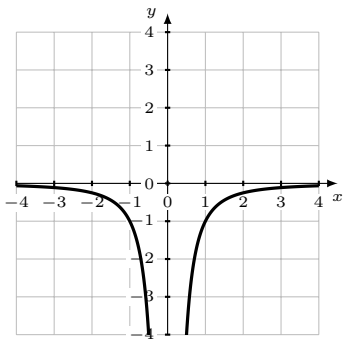
$$\begin{array}{rrl|l} & f(x) & = a \cdot x^5 & x = 0.5; f(x) = -2 \\ \iff & -2 & = a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 & \text{vereinfachen} \\ \iff & -2 & = a \cdot \frac{1}{32} & \cdot 32 \\ \iff & -64 & = a & \end{array}$$

Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = -64x^5$

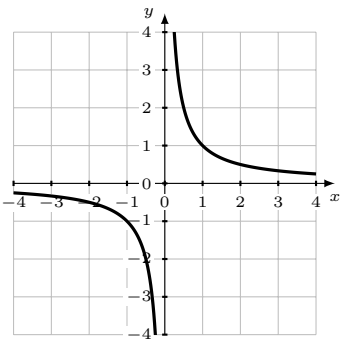
3. Potenzfunktionen 2. Schreiben Sie jeweils die zum Graphen passende Funktionsgleichung in **Potenzschreibweise** in das Kästchen.

$f(x) = \frac{1}{x}$ $f(x) = \frac{1}{x^2}$ $f(x) = \frac{-1}{x}$ $f(x) = \frac{-1}{x^2}$

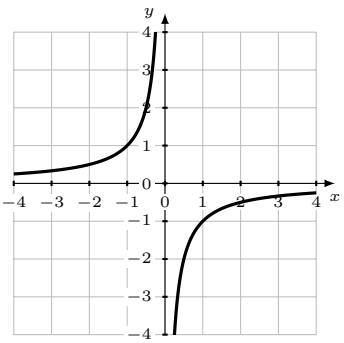
$f(x) = \sqrt{x}$ $f(x) = -\sqrt{x}$ $f(x) = \sqrt{-x}$ $f(x) = -\sqrt{-x}$



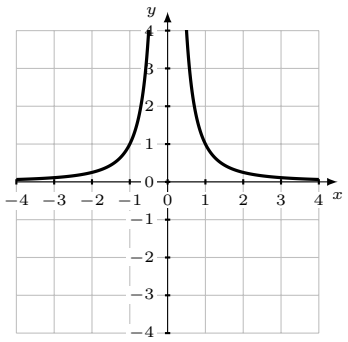
$f(x) = \frac{-1}{x^2} = -x^{-2}$



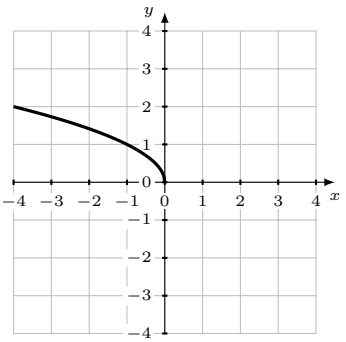
$f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$



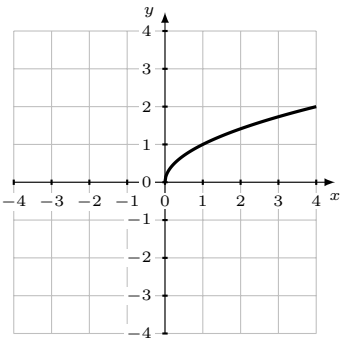
$f(x) = \frac{-1}{x} = -x^{-1}$



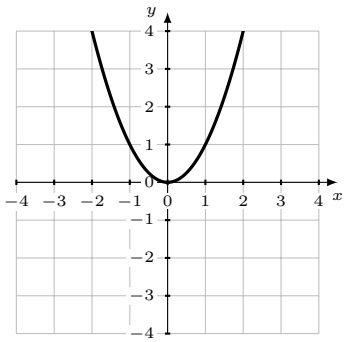
$f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$



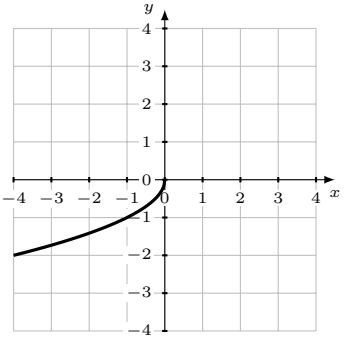
$f(x) = \sqrt{-x} = (-x)^{\frac{1}{2}}$



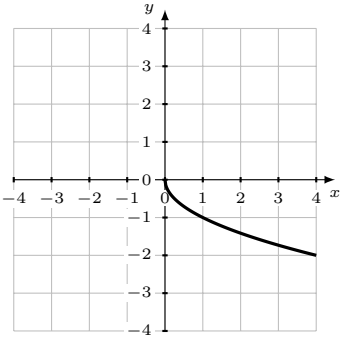
$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$



$f(x) = x^2$

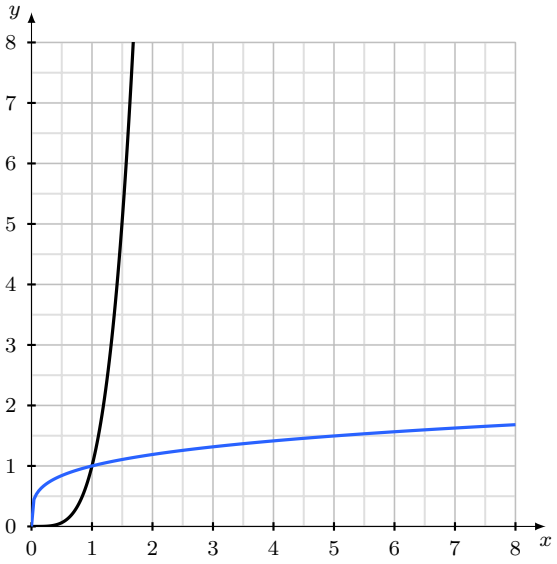


$f(x) = -\sqrt{-x} = -x^{\frac{-1}{2}}$

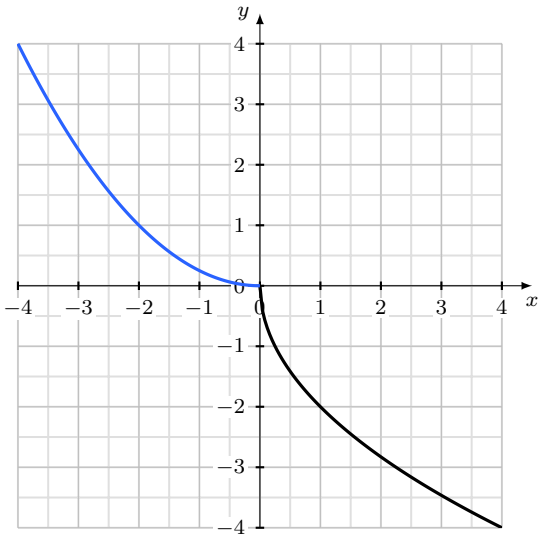


$f(x) = -\sqrt{x} = -x^{\frac{1}{2}}$

4. Umkehrfunktionen 1. Bestimmten Sie die Umkehrfunktion der angegeben Funktionen sowohl grafisch als auch algebraisch.



$f(x) = x^4$



$g(x) = -2\sqrt{x}$

Lösung: Umkehrfunktion von f:

$$\begin{array}{rrl} & y &= x^4 \\ \iff & x &= y^4 \\ \iff & \sqrt[4]{x} &= y \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Variablen tauschen} \\ \sqrt[4]{\square} \\ \end{array} \right.$$

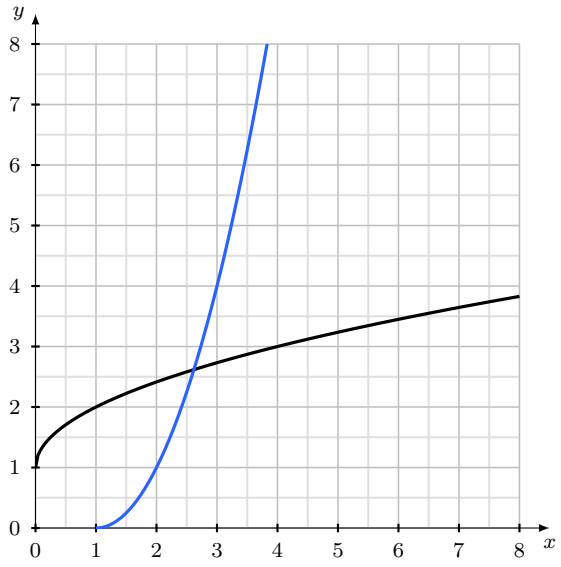
Die Umkehrfunktion lautet $\boxed{f^{-1}(x) = \sqrt[4]{x}}$.

Umkehrfunktion von g:

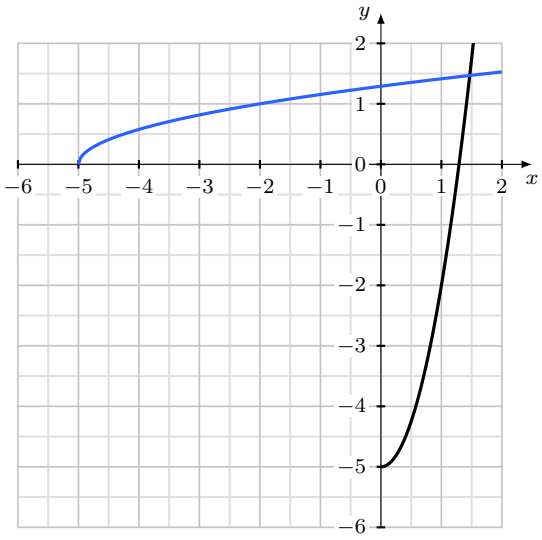
$$\begin{array}{rrl} & y &= -2\sqrt{x} \\ \iff & x &= -2\sqrt{y} \\ \iff & x^2 &= 4y \\ \iff & 0.25x^2 &= y \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Variablen tauschen} \\ \square^2 \\ : 4 \\ \end{array} \right.$$

Die Umkehrfunktion lautet $\boxed{g^{-1}(x) = 0.25x^2}$.

5. Umkehrfunktionen 2. Bestimmten Sie die Umkehrfunktion der angegeben Funktionen sowohl grafisch als auch algebraisch. Geben Sie die Definitions- und Wertemenge von Funktion und Umkehrfunktion an.



$f(x) = \sqrt{x} + 1$



$g(x) = 3x^2 - 5$

Lösung: Umkehrfunktion von f:

$$\begin{array}{rrl|l} & y &= \sqrt{x} + 1 & \text{Variablen tauschen} \\ \iff & x - 1 &= \sqrt{y} & -1 \\ \iff & x - 1 &= \sqrt{y} & \square^2 \\ \iff & (x-1)^2 &= y & \end{array}$$

Die Umkehrfunktion lautet $\boxed{f^{-1}(x) = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1}$.

Umkehrfunktion von g:

$$\begin{array}{rrl|l} & y &= 3x^2 - 5 & \text{Variablen tauschen} \\ \iff & x &= 3y^2 - 5 & +5 \\ \iff & x + 5 &= 3y^2 & : 3 \\ \iff & \dfrac{x+5}{3} &= y^2 & \sqrt{} \\ \iff & \sqrt{\dfrac{x+5}{3}} &= y & \end{array}$$

Die Umkehrfunktion lautet $\boxed{g^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x+5}{3}}}$.