Aptus Estudios

De la evidencia a la práctica

Serie: Aprendizaje y enseñanza efectiva

LA ESTRATEGIA DE LA PRÁCTICA INTERCALADA EN MATEMÁTICAS

DEMOS A LOS ESTUDIANTES LA OPORTUNIDAD DE APRENDER LO QUE NECESITAN SABER

Doug Rohrer, Robert F. Dedrick & Pooja K. Agarwal

Diciembre 2021

Documento original de

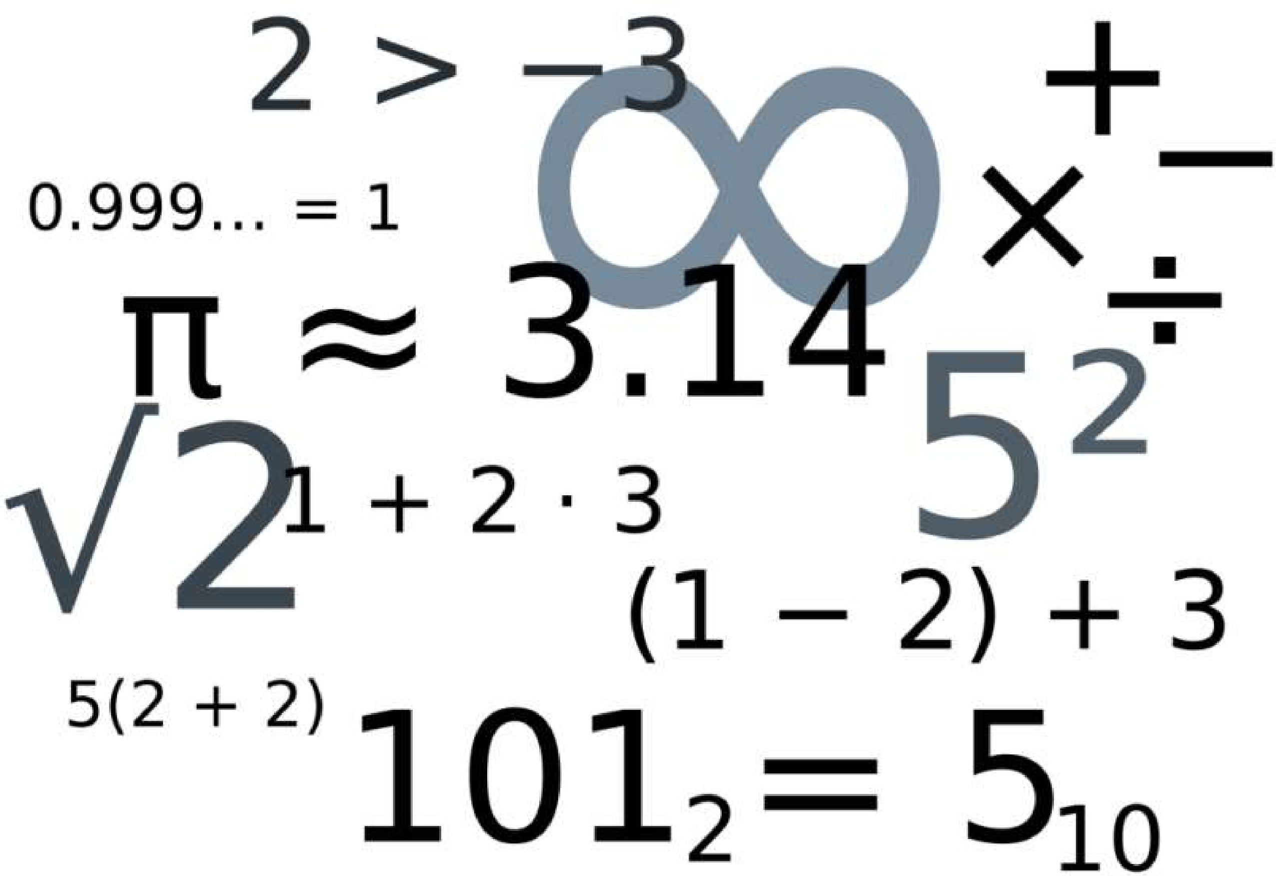
Retrieval Practice
retrievalpractice.org

FUNDACIÓN EDUCACIONAL
Hernán Briones Gorostiaga

Aptus
POTENCIADORA EDUCACIONAL
SIP Red de Colegios | Fundación Reinaldo Solari

LA ESTRATEGIA DE LA PRÁCTICA INTERCALADA EN MATEMÁTICAS

Demos a los Estudiantes la Oportunidad de Aprender lo que Necesitan Saber



Doug Rohrer, Phd | Robert F. Dedrick, PhD | Pooja K. Agarwal, PhD

Traducido por:
Aptus.org

Síntesis

Esta guía describe un método de aprendizaje que debería funcionar en cualquier curso de matemáticas.

El método se llama *práctica intercalada* o *el intercalado*, y es muy fácil de usar. No requiere que los profesores cambien su forma de enseñar, y los estudiantes pueden usarla tanto en clases como en casa, con o sin computadores. Y ¡es gratis!

La práctica intercalada también está respaldada por la ciencia. Mediante la prueba de oro de la investigación, los ensayos de control aleatorizados, se ha demostrado que esta estrategia es superior al enfoque típico de ejercitar las matemáticas.

La práctica intercalada consiste simplemente en un conjunto de ejercicios mezclados de cierta forma.

Los ejercicios de práctica están intercalados si están dispuestos de tal manera que ejercicios consecutivos no puedan ser resueltos con una misma estrategia. Por ejemplo, si un ejercicio se resuelve encontrando el área de un círculo, y el siguiente requiere de una estrategia diferente, como resolver una desigualdad, esta actividad en su conjunto se puede denominar práctica intercalada.

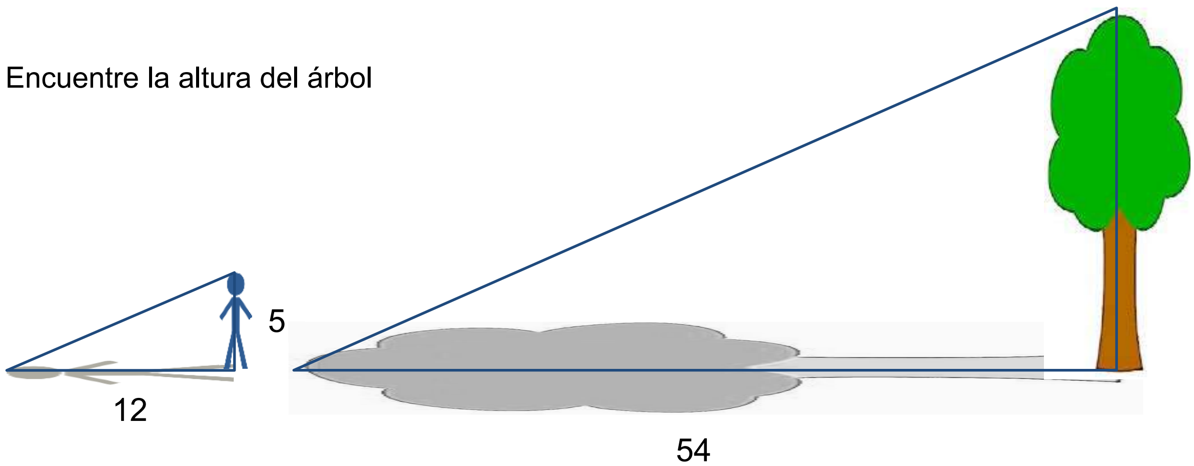
Mientras que una tarea escolar típica consiste en una serie de ejercicios que pueden resolverse con la misma estrategia, lo que normalmente permite a los estudiantes saber qué estrategia usar para cada ejercicio incluso antes de leerlo; la práctica intercalada obliga a los estudiantes a elegir una estrategia en base a ese ejercicio específico, tal como deben hacerlo cuando resuelven problemas en exámenes acumulativos y otros exámenes de altas consecuencias. Dicho de otra forma, la práctica intercalada les da a los estudiantes una oportunidad de aprender realmente lo que necesitan saber.

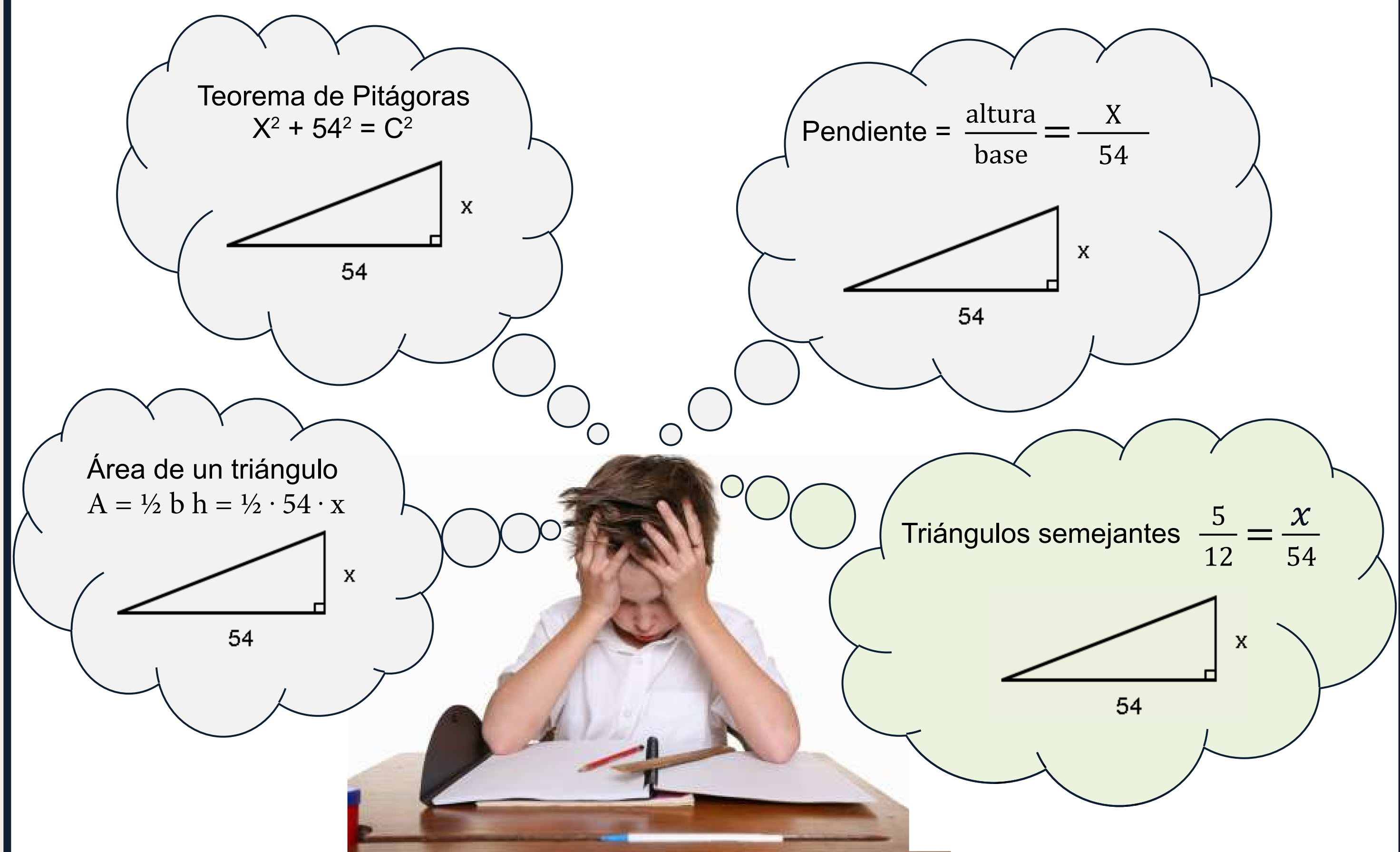
Esta guía incluye todo lo que los estudiantes y profesores necesitan saber sobre la práctica intercalada. Empezaremos por explicar por qué es necesaria en educación.

Elegir una Estrategia

La solución de un problema matemático empieza con la selección de una estrategia.

Para resolver un problema, primero los estudiantes deben elegir una estrategia apropiada, lo que a menudo constituye el paso más difícil. Los estudiantes ven muchas estrategias, y una estrategia que parece útil puede resultar siendo inútil. En el siguiente problema, por ejemplo, varias estrategias parecen relevantes, pero solo una es útil.





Otro Dilema sobre la Elección de Estrategias

A veces los problemas que se ven parecidos requieren de estrategias diferentes.

Otra razón por la cual a menudo es difícil elegir una estrategia es que los problemas que se parecen no siempre pueden resolverse con la misma estrategia. Los estudiantes se enfrentan a este desafío en cualquier curso de matemáticas, desde Aritmética a Cálculo.

Problema	Estrategia
Aritmética	
Ed se comió 5 galletas y ahora tiene 9. ¿Con cuántas empezó?	Sumar
Ed se comió 5 galletas y al principio tenía 9. ¿Cuántas tiene ahora?	Restar
Álgebra	
Resuelva. $x – 3x + 2 = 0$	Agrupar
Resuelva. $x2 – 3x + 2 = 0$	Factorizar
Geometría	
Encuentre la longitud del segmento de recta con vértices (1,1) y (5, 4)	Teorema de Pitágoras
Encuentre la pendiente del segmento de recta con vértices (1,1) y (5, 4)	Altura / Base
Trigonometría	
Para $\triangle XYZ$, encuentre x si $\angle X = 120°$, $y = 3$, y $z = 5$.	Ley de Cosenos
Para $\triangle XYZ$, encuentre x si $\angle X = 120°$, $y = 3$, y $\angle Y = 50°$.	Ley de Senos
Cálculo	
$\int x(e + 1)^x \, dx$	Integración por partes
$\int e(x + 1)^e \, dx$	Integración por sustitución

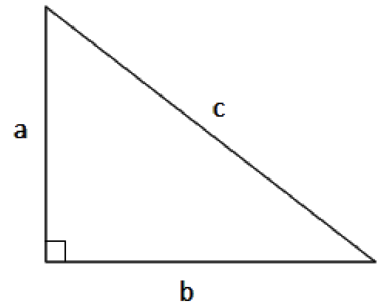
Práctica Agrupada en Bloques

La mayoría de las tareas que damos a los estudiantes no exigen que estos elijan una estrategia.

Una tarea normal incluye un bloque de problemas relacionados con el mismo concepto, por lo que los estudiantes normalmente conocen una estrategia apropiada para cada problema antes de leerlo.

Por ejemplo, la siguiente tarea se titula *El teorema de Pitágoras*, lo que significa que los estudiantes conocen la estrategia de resolución para cada problema incluso antes de empezar con el primero.

Sin embargo, si uno de estos problemas apareciera en un examen acumulativo, los estudiantes necesitarían inferir que deben usar el *Teorema de Pitágoras* a partir del análisis de cada problema. Reflexionar sobre qué estrategia elegir es más difícil de lo que podría parecer al principio porque ninguno de los problemas incluye términos útiles como triángulo, *hipotenusa* o *Teorema de Pitágoras*.



Práctica agrupada en bloques

NOMBRE________________________________FECHA_________SESIÓN_____

3-5 **El Teorema de Pitágoras**

Glencoe McGraw-Hill
Math Connects Curso 3 ©2017

1. ¿Cuál es la longitud de la diagonal de una imagen rectangular cuyos lados miden 12 pulgadas por 17 pulgadas?

$$12^2 + 17^2 = x^2$$

2. Ross tiene un jardín rectangular en su patio trasero. Al medirlo, un costado es de 22 pies y la diagonal es de 33 pies. ¿Cuál es la longitud del otro lado de su jardín?

$$22^2 + x^2 = 33^2$$

3. Troy condujo 8 millas al este y luego 5 millas al norte. ¿Qué tan lejos está Troy de su punto de partida?

$$8^2 + 5^2 = x^2$$

Una Ilusión de Dominio

La práctica agrupada en bloques engaña a estudiantes y docentes.

Muchos estudiantes completan rápidamente un bloque de ejercicios de un mismo tipo y luego concluyen erróneamente que pueden resolver los problemas, cuando, en realidad, si no conocieran la estrategia a utilizar con anticipación no habrían sabido cómo resolverlos. Esta creencia falsa se llama *ilusión de dominio*.

La ilusión se desvanece cuando los estudiantes ven el mismo tipo de problema en una prueba acumulativa, pero no pueden elegir una estrategia apropiada. Aunque estos estudiantes a menudo le atribuyen su fracaso a la típica ansiedad que les surge al ser evaluados; una explicación más simple es que enfrentaron demasiados ejercicios agrupados en bloque, por lo que nunca tuvieron la oportunidad de aprender a resolver los problemas sin tener establecida la estrategia correcta de antemano.

En resumen, la práctica agrupada en bloques les proporciona una muleta a los estudiantes. Si nunca aprenden a resolver problemas sin ella, tendrán dificultades cuando se las tengamos que arrebatar durante un examen.

La Prevalencia de la Práctica en Bloques

La mayoría de los libros de texto y libros de ejercicios proporcionan principalmente ejercicios agrupados en bloques.

Un análisis reciente de seis populares libros de matemáticas de educación básica encontró que, en promedio, más de un 80% de los problemas de práctica estaban organizados en bloques. El porcentaje de ejercicios agrupados en bloques es incluso mayor en los libros de ejercicios y guías descargables más consumidas.

Incluso la mayoría de las tareas de repaso incluyen ejercicios agrupados en bloques.

Aunque la mayoría de los libros de matemáticas incluyen ejercicios de repaso o revisión en todos los capítulos, estas tareas suelen consistir en pequeños bloques de problemas—por ejemplo, unos pocos problemas sobre la lección 5-1, seguidos de unos pocos problemas sobre la lección 5-2, y así sucesivamente. A estos los llamamos mini-bloques.

Los mini-bloques también incluyen muchas de las tareas descritas como *revisión en espiral o revisión combinada*. Por ejemplo, la siguiente tarea de revisión combinada incluye tres mini-bloques.

Práctica en Bloque

Pearson Prentice Hall
Algebra 1 ©2011

Revisión combinada

Simplifique cada expresión.

81. $bc^{-6}b-3$ 82. $(a^2b^3)(a^6)$

83. $9m^3(6m^2n^4)$ 84. $2t(-2t^4)$

Encuentre la pendiente de la recta que pasa por cada par de vértices.

85. (0, 3), (4, 0) 86. (2,−5), (3, 1)

87. (−3, 6), (1, 0) 88. (0, 0), (1, −9)

Escriba cada fracción en su forma más simple

89. $\frac{5}{20}$ 90. $\frac{124}{4}$ 91. $\frac{6}{15}$ 92. $\frac{5xy}{15x}$ 93. $\frac{3ac}{12a}$

El Remedio

La práctica intercalada les da a los estudiantes la oportunidad de elegir una estrategia.

Cuando los ejercicios de práctica se organizan de forma tal que los problemas consecutivos no puedan resolverse con la misma estrategia, los estudiantes se ven obligados a elegir una estrategia en base al problema específico que están enfrentando. Esto les da tanto la oportunidad de *elegir* como de *usar* una estrategia.

La práctica intercalada no requiere que los estudiantes resuelvan ejercicios extra.

La práctica intercalada se puede aplicar a un libro de texto o a un curso sin sumar ejercicios nuevos. Por ejemplo, algunos ejercicios pueden extraerse de cada actividad organizada en bloques y combinarse para crear tareas intercaladas como esta.

Práctica intercalada

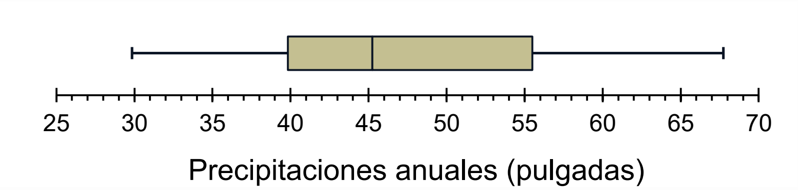
1. Rhea pesa 72 libras en la Tierra, pero pesaría solo 12 libras en la Luna. Si su hermano pesa 126 libras en la Tierra, ¿cuánto pesaría en la Luna?

$$\frac{72}{12} = \frac{126}{x} \qquad x = 21$$

2. Beth despierta antes del amanecer y agarra al azar dos calcetines de un cajón sin encender la luz. El cajón tiene 3 calcetines rojos y 2 calcetines azules. Encuentre la probabilidad de que tome dos calcetines rojos.

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

El diagrama de cajas muestra las precipitaciones anuales de Tampa en los últimos 40 años.



3. Encuentre la mediana de las precipitaciones anuales aproximada a la pulgada más cercana.

45

4. ¿Aproximadamente en cuántos de los últimos 40 años Tampa recibió al menos 55 pulgadas de precipitaciones?

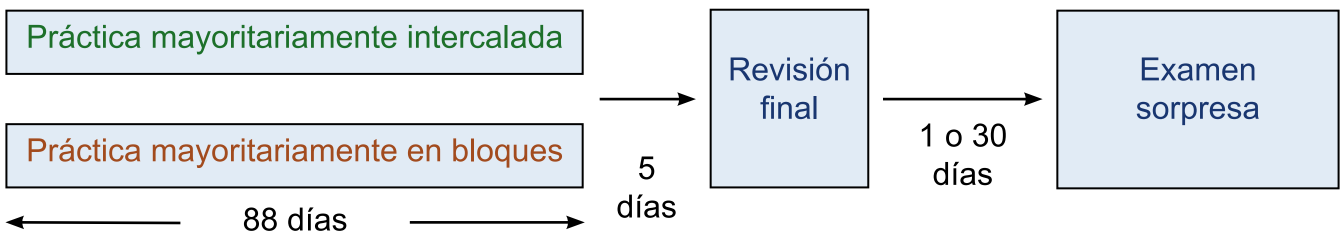
25% of 40 = 10

Evidencia a Favor de la Práctica Intercalada

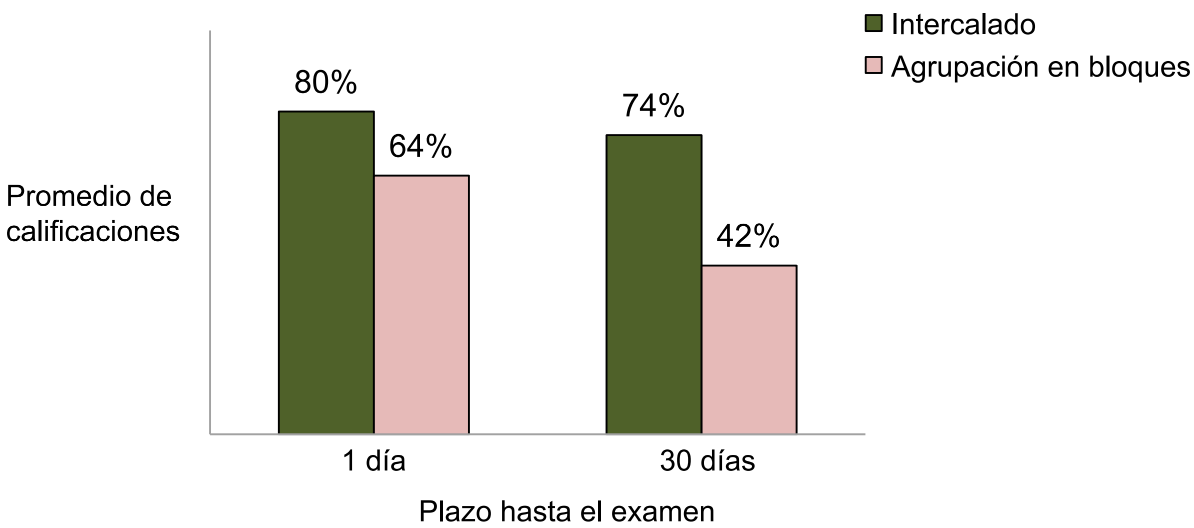
La práctica intercalada funciona.

En varios ensayos de control aleatorizados, los estudiantes que estudiaron principalmente con una práctica intercalada tuvieron un mayor puntaje en un examen final que los estudiantes que ejercitaron principalmente con práctica agrupada en bloques.

En uno de estos estudios, por ejemplo, estudiantes de séptimo básico recibieron guías de estudio para 3 meses. Estas estaban organizadas para que los problemas relacionados a un concepto en particular estuvieran agrupados consecutivamente o intercalados con otros problemas. Todos los estudiantes recibieron los *mismos* problemas, solo varió la organización. Después de la etapa de práctica, todos los estudiantes hicieron un repaso final con un problema de cada tipo. El resultado fue supervisado 1 y 30 días después con un examen sorpresa.



Una mayor práctica intercalada resultó en calificaciones más altas, especialmente después de un periodo de 30 días.



Rohrer, Dedrick, y Stershic (2015)

Implementación

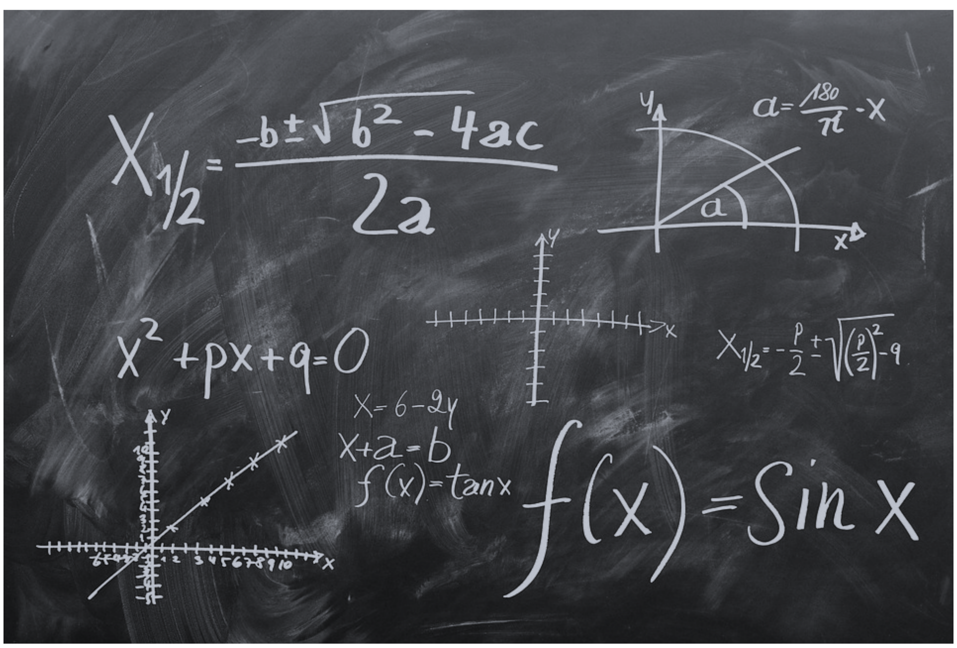
¿Dónde encontrar tareas que requieran práctica intercalada?

Algunos libros de texto y de ejercicios entregan gran cantidad de práctica intercalada. Si estos recursos no están disponibles, los estudiantes y profesores pueden hacer lo siguiente:

1. Crear una tarea intercalada eligiendo un problema de cada uno de los bloques de tareas que se encuentran en un manual o libro de ejercicios típico. Por ejemplo, la tarea podría incluir la página 37, ejercicio #19, página 117, ejercicio #21, página 156, ejercicio #3, y así sucesivamente.

2. Usar las tareas de repaso de los libros de texto y de ejercicios de los estudiantes. Aunque las tareas de repaso suelen incluir mini-bloques (ver página 7), estas tareas pueden entregar al menos algo de práctica intercalada.

3. Encontrar en internet guías y exámenes de práctica que estén organizados en un formato intercalado. Por ejemplo, una búsqueda de internet de “guías de repaso con ejercicios mezclados/intercalados de matemáticas” puede arrojar una lista de sitios web con tareas intercaladas que se pueden descargar libremente. También se pueden encontrar exámenes que incluyen práctica intercalada en los sitios web de compañías y organizaciones que crean evaluaciones de matemáticas, incluyendo *PARCC* y *Smarter Balanced*.



Advertencias

1. Los estudiantes necesitan al menos algo de práctica agrupada en bloques.

Un poco de práctica en bloques es útil, especialmente cuando los estudiantes se enfrentan a un nuevo concepto o habilidad. ¿Cuánta práctica intercalada es suficiente? La cantidad ideal depende del estudiante y la materia, pero los estudios sugieren que al menos un tercio de los problemas de práctica debieran ser intercalados.

2. Los estudiantes deben ver las soluciones y corregir sus errores.

La práctica intercalada debe acompañarse de retroalimentación informativa. Mientras que los estudiantes pueden avanzar rápidamente por una tarea organizada en bloque repitiendo el mismo procedimiento, una tarea intercalada incluye una variedad de problemas diferentes, incluyendo algunos que los estudiantes no han visto recientemente. Por esta razón, los estudiantes debieran ver las respuestas esperadas, corregir sus errores y tener oportunidades de hacer preguntas.

3. El intercalado mejora las calificaciones solo cuando los exámenes son acumulativos.

La práctica intercalada probablemente no aumente las calificaciones en los exámenes que abarquen solo la materia recientemente estudiada. Por ejemplo, si una unidad de proporciones termina con un examen conformado solo por problemas de proporciones, los estudiantes probablemente conozcan las estrategias a utilizar antes de empezar el examen. Pero, por la misma razón, los exámenes parciales no son buenos indicadores de la competencia real de los estudiantes.

Conclusiones

La práctica intercalada no es llamativa ni demasiado atractiva. No ofrece la parafernalia de la animación computacional y tampoco promete una solución que pueda observarse inmediatamente.

Sin embargo, la práctica intercalada se inspira en principios científicos bien establecidos y ha producido grandes beneficios en ensayos de control aleatorizados en salas de clases reales.

Además, la práctica intercalada tiene mucho sentido. Los estudiantes deben aprender cómo *elegir* y *usar* una estrategia, porque eso es lo que deberán hacer en exámenes acumulativos y otros exámenes de altas consecuencias. Dicho en simple, la práctica intercalada les da a los estudiantes la oportunidad de aprender lo que realmente necesitan saber.

Referencias

Evidencia a favor de la práctica intercalada en matemáticas.

Mayfield & Chase, 2002. The effects of cumulative practice on mathematics problem solving. *Journal of Applied Behavior Analysis*.

Rau, Aleven, & Rummel, 2013. Interleaved practice in multi-dimensional learning tasks: Which dimension should we interleave? *Learning and Instruction*.

Rohrer, Dedrick, & Burgess, 2014. The benefit of interleaved mathematics practice is not limited to superficially similar kinds of problems. *Psychonomic Bulletin & Review*.

Rohrer, Dedrick, & Stershic, 2015. Interleaved practice improves mathematics learning. J*ournal of Educational Psychology*.

Rohrer & Taylor, 2007. The shuffling of mathematics practice problems boosts learning. *Instructional Science*.

Taylor & Rohrer, 2010. The effect of interleaving practice. *Applied Cognitive Psychology*.

Respaldo para la práctica intercalada en matemáticas.

Brown, Roediger, & McDaniel, 2014. *Apréndetelo: La ciencia del aprendizaje*

Carey, 2014. *How We Learn: The Surprising Truth About When, Where and Why It Happens*

Coalition for Psychology in Schools and Education, 2016. Science supports education: *The behavioral research base for psychology's top 20 principles for enhancing teaching and learning*.

Deans for Impact, 2019. **La ciencia del aprendizaje**. Traducido por Aptus (obra original publicada en 2015)

Dunlosky, Rawson, Marsh, Nathan, & Willingham, 2013. Improving students' learning with effective learning techniques. *Psychological Science in the Public Interest*.

Lang, 2016. *Small Teaching: Everyday Lessons from the Science of Learning*.

Oakley, 2014. *A Mind for Numbers: How to Excel at Math and Science even If You Flunked Algebra*.

Willingham, 2014. Strategies that make learning last. *Educational Leadership*.

Notas

Ninguno de los autores está afiliado con ninguna compañía u organización que cree materiales educativos. Las imágenes son de Pixabay, Flickr y Wikipedia.

La creación de esta guía fue patrocinada por el Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education (Instituto de ciencias de la educación, Ministerio de educación de los Estados Unidos), por medio del fondo R305A110517, otorgado a Doug Rohrer. Las opiniones vertidas pertenecen a los autores y no representan la perspectiva del Instituto o el Ministerio de Educación de los Estados Unidos.