MANUAL DO PROFESSOR

7º ano

Matemática essencial

Patricia Moreno Pataro
Rodrigo Balestri

Ensino
Fundamental
Anos finais

Componente
curricular:
Matemática

editora scipione

Matemática essencial

7º ano

Ensino Fundamental
Anos finais

Componente curricular:
Matemática

MANUAL DO PROFESSOR

Patricia Rosana Moreno Pataro

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Estatística pela UEL-PR.

Atuou como professora da rede particular de ensino.

Autora de livros didáticos para o Ensino Fundamental.

Rodrigo Dias Balestri

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

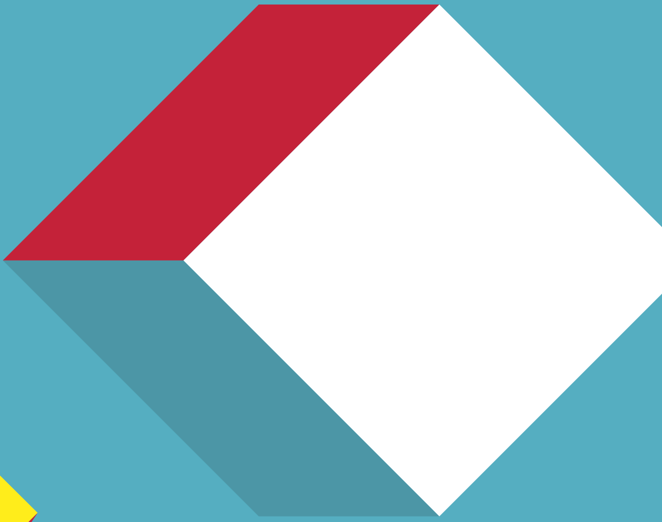
Especialista em Educação Matemática pela UEL-PR.

Especialista em Física para o Novo Ensino Médio pela UEL-PR.

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL-PR.

Professor da rede pública de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Autor de livros didáticos para o Ensino Fundamental e Ensino Médio.



1ª edição • São Paulo • 2018

editora scipione

editora scipione

Direção geral: Guilherme Luz
Direção editorial: Renata Mascarenhas e Luiz Tonolli
Gestão de projeto editorial: Mirian Senra
Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais
Edição: André Luiz Steigenberger, Denise Maria Capozzi, Fátima Gomes Machado Vizacaro, Janaina Soler Caldeira, Sheila Caroline Molina
Assistência editorial: Leandro Figueira Ferreira, Paulo Ricardo Mercadante Krzyzanowski
Leitura técnica: Eduardo Henrique Gomes Tavares
Colaboração técnico-pedagógica: Eduardo Wagner
Supervisão de produção: Lucília Franco Lemos dos Santos
Revisão: Amanda S. Santos
Projeto gráfico: Marcela Pialarissi
Capa: Marcela Pialarissi
Imagem de capa: Albert Gea/Reuters/Fotoarena
Designer: Janaina Oliveira
Iconografia: Alaíde Alves de França e Stein
Tratamento de imagens: José Vitor Elorza Costa
Licenciamento de conteúdos de terceiros: Erick Lopes de Almeida, Marissol Martins Maia
Editoração eletrônica: Luiz Roberto Lúcio Correa (superv.)

Avenida das Nações Unidas, 7221, 1º andar, Setor D
Pinheiros – São Paulo – SP – CEP 05425-902
Tel.: 4003-3061
www.scipione.com.br / atendimento@scipione.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Pataro, Patricia Moreno
Matemática essencial 7º ano : ensino fundamental, anos finais / Patricia Moreno Pataro, Rodrigo Balestri. -- 1. ed. -- São Paulo : Scipione, 2018.

Suplementado pelo manual do professor.
Bibliografia.
ISBN: 978-85-474-0162-7 (aluno)
ISBN: 978-85-474-0163-4 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental). I. Balestri, Rodrigo. II. Título.

2018-0050 CDD: 372.7

Julia do Nascimento – Bibliotecária – CRB-8/010142

2018

Código da obra CL 713556
CAE 631767 (AL) / 631768 (PR)
1ª edição
1ª impressão

Impressão e acabamento

Apresentação

O mundo sempre esteve em constantes transformações. No cenário atual, em que os avanços científicos e tecnológicos ocorrem a uma velocidade acelerada, essas transformações exigem e acarretam frequentes mudanças na educação. As informações são transmitidas e acessadas por diferentes meios, portanto, faz-se necessário formar cidadãos capazes de analisar e interpretar essas informações de maneira crítica e eficaz.

Nesse contexto, a Matemática destaca-se como fundamental, tendo em vista que oferece condições e ferramentas para que os alunos possam tomar decisões e desenvolver estratégias com base em princípios lógicos e criativos, além do estímulo a tantas outras competências.

Diante disso, esta coleção foi elaborada sob a luz de uma abordagem abrangente e integrada dos conteúdos, que foram desenvolvidos buscando relacionar, por meio de uma linguagem clara e acessível, os assuntos específicos a situações cotidianas. Aproximar o conteúdo matemático das circunstâncias do dia a dia é uma maneira de aguçar a criatividade e promover o interesse pela natureza prática de seus saberes.

O manual do professor foi pensado com o objetivo de auxiliar os docentes em seu trabalho em sala de aula, de modo a valorizar o papel ativo do professor na construção do conhecimento e estimular a participação dos alunos enquanto agentes do processo de aprendizagem. Nele, explicitamos pressupostos teóricos, tecemos comentários e sugestões e propomos atividades complementares que visam auxiliar o desenvolvimento dos conteúdos e das atividades presentes em cada volume desta coleção.

> "Ensinar é um exercício de imortalidade. De alguma forma continuamos a viver naqueles cujos olhos aprenderam a ver o mundo pela magia da nossa palavra. O professor, assim, não morre jamais..."

ALVES, Rubem. **A alegria de ensinar**. Campinas: Papirus, 2000.

Sumário

Estrutura da coleção

Esta coleção está organizada em quatro volumes destinados aos anos finais do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º e 9º anos). Os conteúdos de cada volume estão apresentados em capítulos organizados em tópicos e subtópicos, obedecendo às habilidades, aos objetos de conhecimento e às competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Livro do aluno

Capítulo 11

Simetria e transformação de figuras

O escultor australiano Ron Mueck, nascido em 1958, radicado em Londres, inova em materiais e técnicas ao construir obras de arte hiper-realistas. Inicialmente ele as esculpe à mão em argila e depois, utilizando materiais como silicone, fibra de vidro, resina acrílica, poliéster e pelos naturais e artificiais, colados fio a fio, Ron molda e funde as peças com perfeição, conseguindo imprimir fortes expressões nos personagens. Veja, por exemplo, a obra **Casal sob um guarda-chuva** (**Couple Under an Umbrella**), de 2013, apresentada na fotografia, que retrata um casal embaixo de um guarda-sol, com quase 3 m de altura.

Pensando nisso...

Ⓐ Quais características da escultura mais lhe chamaram a atenção?

Ⓑ A escultura **Casal sob um guarda-chuva**, do artista Ron Mueck, é uma ampliação ou uma redução de um modelo real?

Ⓒ Você conhece ou já viu na região em que mora alguma escultura hiper-realista? Em caso afirmativo, comente sobre essa obra de arte.

Casal sob um guarda-chuva, escultura do artista Ron Mueck.

© Ron Mueck and Anthony d'Offay, London/Bertrand Rindoff Petroff/Getty Images

224

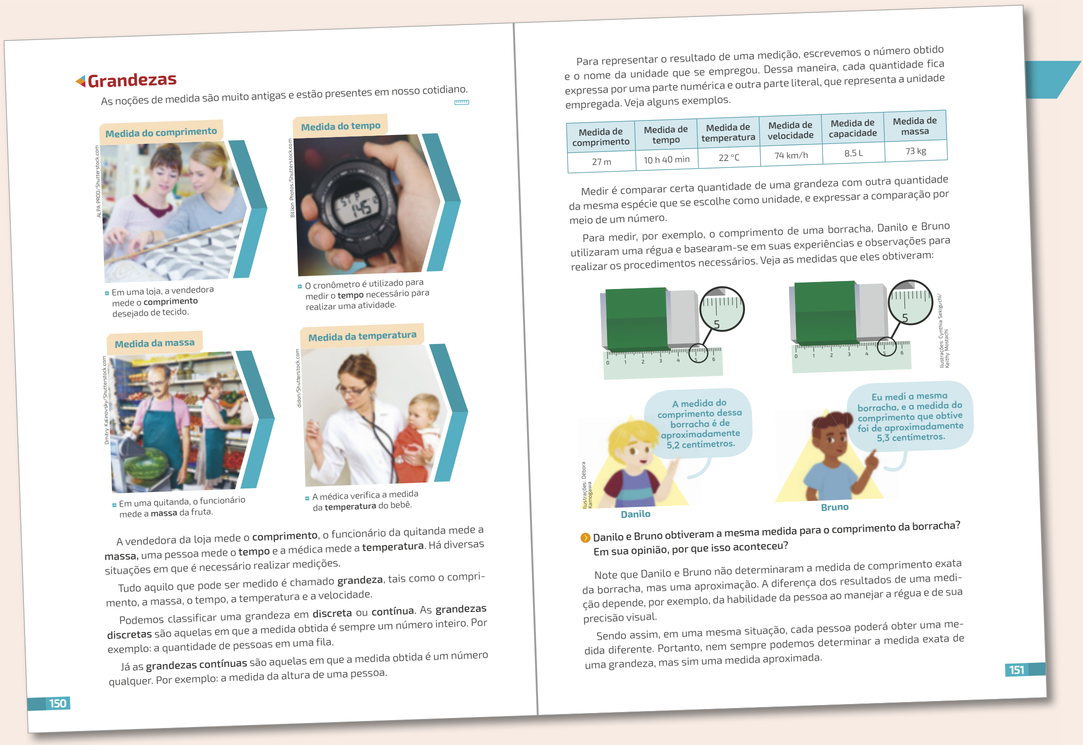
225

Abertura do capítulo

No início de cada capítulo, duas páginas apresentam um assunto relacionado ao conteúdo que será estudado. Nelas, há informações que se referem a outras áreas do conhecimento, expostas por meio de textos, fotografias, gráficos, infográficos, esquemas, entre outros.

Pensando nisso...

Nas páginas de abertura, são sugeridos questionamentos que objetivam resgatar o conhecimento prévio do aluno, assim como estabelecer intuitivamente relações entre o assunto abordado e alguns conteúdos matemáticos. Além disso, configuram-se como um importante momento de interação e troca de ideias, propiciando um ambiente em que os alunos desenvolvam a habilidade de argumentação e aprendam a ouvir e a respeitar a opinião dos colegas.



Grandezas

As noções de medida são muito antigas e estão presentes em nosso cotidiano.

Em uma loja, a vendedora mede o **comprimento** desejado de tecido.

O cronômetro é utilizado para medir o **tempo** necessário para realizar uma atividade.

Em uma quitanda, o funcionário mede a **massa** da fruta.

A médica verifica a medida da **temperatura** do bebê.

A vendedora da loja mede o **comprimento**, o funcionário da quitanda mede a **massa**, uma pessoa mede o **tempo** e a médica mede a **temperatura**. Há diversas situações em que é necessário realizar medições.

Tudo aquilo que pode ser medido é chamado **grandeza**, tais como o comprimento, a massa, o tempo, a temperatura e a velocidade.

Podemos classificar uma grandeza em **discreta** ou **contínua**. As **grandezas discretas** são aquelas em que a medida obtida é sempre um número inteiro. Por exemplo: a quantidade de pessoas em uma fila.

Já as **grandezas contínuas** são aquelas em que a medida obtida é um número qualquer. Por exemplo: a medida da altura de uma pessoa.

Para representar o resultado de uma medição, escrevemos o número obtido e o nome da unidade que se empregou. Dessa maneira, cada quantidade fica expressa por uma parte numérica e outra parte literal, que representa a unidade empregada. Veja alguns exemplos.

Medida de comprimento	Medida de tempo	Medida de temperatura	Medida de velocidade	Medida de capacidade	Medida de massa
27 m	10 h 40 min	22 °C	74 km/h	8,5 L	73 kg

Medir é comparar certa quantidade de uma grandeza com outra quantidade da mesma espécie que se escolhe como unidade, e expressar a comparação por meio de um número.

Para medir, por exemplo, o comprimento de uma borracha, Danilo e Bruno utilizaram uma régua e basearam-se em suas experiências e observações para realizar os procedimentos necessários. Veja as medidas que eles obtiveram:

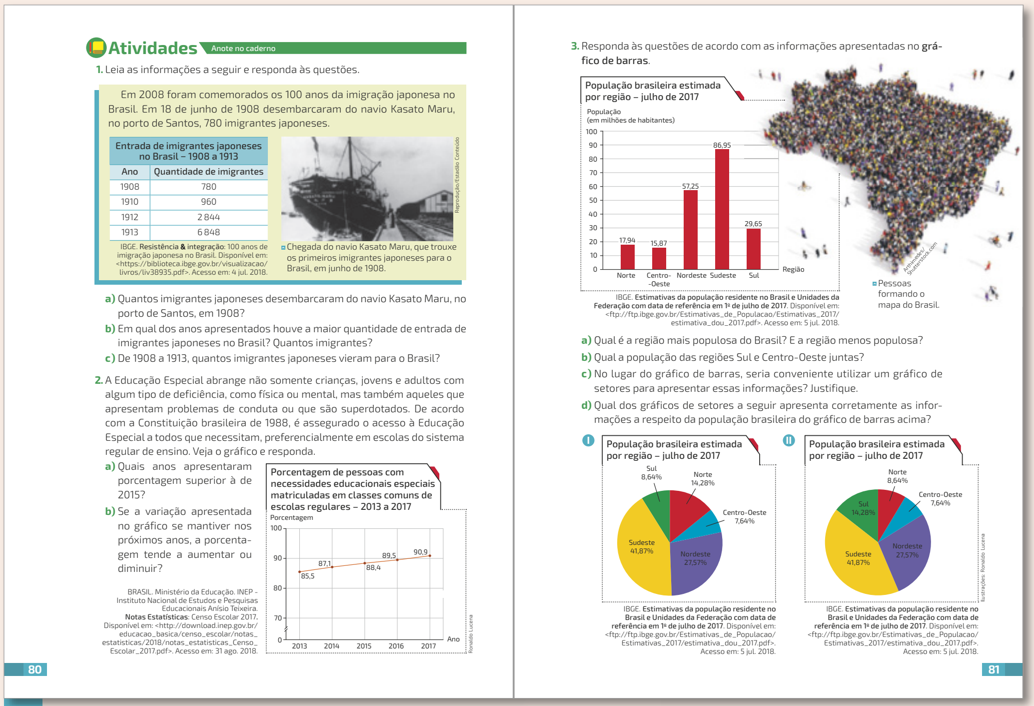
Danilo e Bruno obtiveram a mesma medida para o comprimento da borracha? Em sua opinião, por que isso aconteceu?

Note que Danilo e Bruno não determinaram a medida de comprimento exata da borracha, mas uma aproximação. A diferença dos resultados de uma medição depende, por exemplo, da habilidade da pessoa ao manejar a régua e de sua precisão visual.

Sendo assim, em uma mesma situação, cada pessoa poderá obter uma medida diferente. Portanto, nem sempre podemos determinar a medida exata de uma grandeza, mas sim uma medida aproximada.

Conteúdos

Sempre que possível, abordamos uma situação contextualizada para iniciar o trabalho com um novo conteúdo. Também são propostas questões que encorajam os alunos a refletirem sobre a ideia, o conceito ou o procedimento que foi apresentado, e os incentivam a participar de forma mais dinâmica das aulas. Utilizamos ainda outros recursos, como ilustrações, fotografias e esquemas para tornar o estudo mais atrativo.



Atividades

Anote no caderno

1. Leia as informações a seguir e responda às questões.

Em 2008 foram comemorados os 100 anos da imigração japonesa no Brasil. Em 18 de junho de 1908 desembarcaram do navio Kasato Maru, no porto de Santos, 780 imigrantes japoneses.

Entrada de imigrantes japoneses no Brasil – 1908 a 1913

Ano	Quantidade de imigrantes
1908	780
1910	960
1912	2 844
1913	6 848

IBGE. **Resistência & integração**: 100 anos de imigração japonesa no Brasil. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv38935.pdf>. Acesso em: 4 jul. 2018.

Chegada do navio Kasato Maru, que trouxe os primeiros imigrantes japoneses para o Brasil, em junho de 1908.

a) Quantos imigrantes japoneses desembarcaram do navio Kasato Maru, no porto de Santos, em 1908?
b) Em qual dos anos apresentados houve a maior quantidade de entrada de imigrantes japoneses no Brasil? Quantos imigrantes?
c) De 1908 a 1913, quantos imigrantes japoneses vieram para o Brasil?

2. A Educação Especial abrange não somente crianças, jovens e adultos com algum tipo de deficiência, como física ou mental, mas também aqueles que apresentam problemas de conduta ou que são superdotados. De acordo com a Constituição brasileira de 1988, é assegurado o acesso à Educação Especial a todos que necessitam, preferencialmente em escolas do sistema regular de ensino. Veja o gráfico e responda.

a) Quais anos apresentaram porcentagem superior à de 2015?
b) Se a variação apresentada no gráfico se mantiver nos próximos anos, a porcentagem tende a aumentar ou diminuir?

Porcentagem de pessoas com necessidades educacionais especiais matriculadas em classes comuns de escolas regulares – 2013 a 2017

BRASIL. Ministério da Educação. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Notas Estatísticas**: Censo Escolar 2017. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2018/notas_estatisticas_Censo_Escolar_2017.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

3. Responda às questões de acordo com as informações apresentadas no **gráfico de barras**.

População brasileira estimada por região – julho de 2017

IBGE. **Estimativas da população residente no Brasil e Unidades da Federação com data de referência em 1º de julho de 2017**. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2017/estimativa_dou_2017.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2018.

Pessoas formando o mapa do Brasil.

a) Qual é a região mais populosa do Brasil? E a região menos populosa?
b) Qual a população das regiões Sul e Centro-Oeste juntas?
c) No lugar do gráfico de barras, seria conveniente utilizar um gráfico de setores para apresentar essas informações? Justifique.
d) Qual dos gráficos de setores a seguir apresenta corretamente as informações a respeito da população brasileira do gráfico de barras acima?

I População brasileira estimada por região – julho de 2017

IBGE. **Estimativas da população residente no Brasil e Unidades da Federação com data de referência em 1º de julho de 2017**. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2017/estimativa_dou_2017.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2018.

II População brasileira estimada por região – julho de 2017

IBGE. **Estimativas da população residente no Brasil e Unidades da Federação com data de referência em 1º de julho de 2017**. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2017/estimativa_dou_2017.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2018.

Atividades

Nessa seção, são propostas atividades referentes aos conteúdos abordados no capítulo, dispostas de maneira organizada e em nível crescente de dificuldade. As atividades atendem às exigências da BNCC ao trabalharem com estimativa e aproximação, investigação e conjectura, elaboração de problemas, textos e relatórios, representação de fluxogramas etc. Sugerimos que sejam resolvidas, em sua maioria, na sala de aula, e aquelas que forem selecionadas para casa podem ser corrigidas na aula posterior, a fim de promover explanações e discussões sobre as diferentes estratégias de resolução.

Matemática em destaque

Essas atividades trazem um texto e, por vezes, recursos gráficos que envolvem algum tema curioso relacionado à realidade do aluno e a outras áreas do conhecimento. A contextualização abordada nessas atividades privilegia tanto o desenvolvimento da competência leitora quanto a percepção de que a Matemática está presente em diversas situações fora da educação formal.

Matemática em destaque

11. O holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972) foi um notável artista de sua época. Curiosamente, mesmo não se considerando um matemático e afirmando não ter grande aptidão para lidar com números e conceitos algébricos ou geométricos, deixou um importante legado em obras que retratam, por exemplo, a simetria e a transformação de figuras. Observe uma das obras de Escher.

Limite circular III. 1959. Maurits Cornelis Escher. Xilogravura.

M.C. Escher's "Circular Limit III" © 2018 The M.C. Escher Company-The Netherlands. All rights reserved. www.mcescher.com

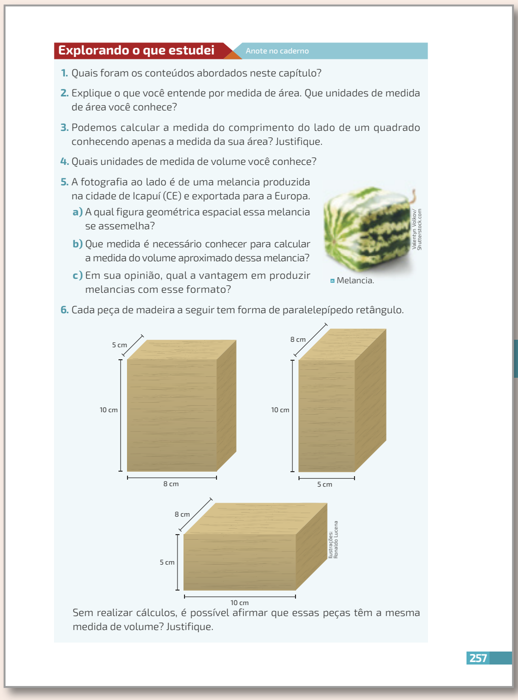
Claudia Souza

a) Que tipo de simetria é possível identificar nessa obra?

b) Em quantos graus, no mínimo, em torno do centro, essa obra pode ser rotacionada de modo que ela permaneça a mesma?

c) Em seu caderno, inspire-se na obra apresentada e desenhe uma composição que possua simetria de rotação.

233



Explorando o que estudei Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo?
2. Explique o que você entende por medida de área. Que unidades de medida de área você conhece?
3. Podemos calcular a medida do comprimento do lado de um quadrado conhecendo apenas a medida da sua área? Justifique.
4. Quais unidades de medida de volume você conhece?
5. A fotografia ao lado é de uma melancia produzida na cidade de Icapuí (CE) e exportada para a Europa.
   - a) A qual figura geométrica espacial essa melancia se assemelha?
   - b) Que medida é necessário conhecer para calcular a medida do volume aproximado dessa melancia?
   - c) Em sua opinião, qual a vantagem em produzir melancias com esse formato?

Melancia.

Valentyn Volkov/Shutterstock.com

6. Cada peça de madeira a seguir tem forma de paralelepípedo retângulo.

Ilustrações: Ronaldo Lucena

Sem realizar cálculos, é possível afirmar que essas peças têm a mesma medida de volume? Justifique.

257

Explorando o que estudei

Localizada após a última seção **Atividades** do capítulo, essa seção oferece aos alunos a oportunidade de refletir sobre o que aprendeu durante o trabalho com o conteúdo estudado. Ao responder às questões, eles terão a oportunidade de explicitar as principais ideias abordadas e fazer uma autoavaliação do seu processo de aprendizagem.

Cidadania: explore essa ideia

Essa seção tem o objetivo de trabalhar os temas contemporâneos elencados na BNCC. As situações abordadas nessa seção são estruturadas por um texto e cenas ilustradas, gráficos e outros elementos que auxiliam e complementam a compreensão do texto. Ao final, são sugeridas questões que despertam no aluno o pensamento crítico sobre o tema e que envolvem conteúdo matemático com base na situação.

Cidadania: explore essa ideia

Biocombustíveis

Nik Neves

Atualmente existem diferentes opções de combustíveis que podem ser utilizados em carros, motocicletas, ônibus, caminhões etc. Há vantagens e desvantagens em relação ao uso de cada tipo.

Os combustíveis provenientes do petróleo, como a gasolina, são altamente poluentes, além de serem uma fonte não renovável, isto é, um dia poderá chegar ao fim. Já os combustíveis de origem vegetal, como o etanol, além de serem produzidos a partir de fontes renováveis, reduzem a emissão de gases que intensificam o efeito estufa. No Brasil, o biocombustível mais utilizado é o etanol, que pode ser obtido da cana-de-açúcar.

Apesar das desvantagens de sua utilização, os combustíveis de fontes não renováveis ainda fornecem a maior parte de todo o combustível utilizado no mundo, o que reforça ainda mais a necessidade de pesquisas envolvendo combustíveis alternativos, além da conscientização da população sobre a redução do consumo e a opção por fontes renováveis.

222

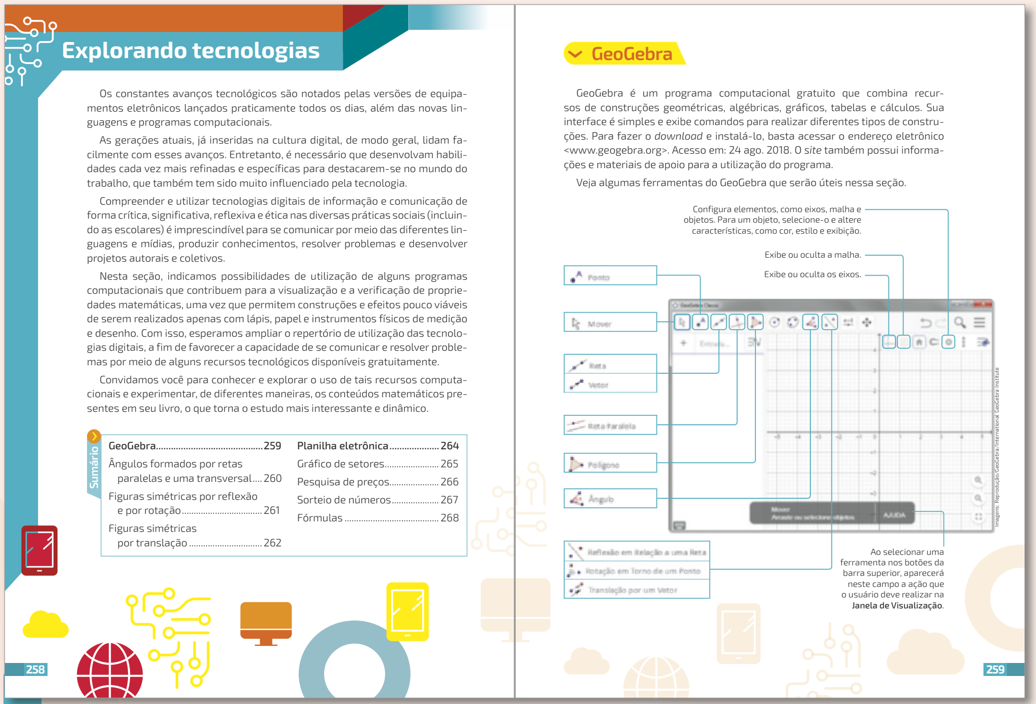
Analisando com cidadania Anote no caderno

1. Se você fosse o motorista, qual combustível escolheria? Por quê?
2. Por que o biocombustível é considerado uma fonte de energia renovável e menos poluente em relação à emissão de gases na atmosfera?
3. Qual meio de transporte você utiliza para chegar à escola? Converse com seus colegas e, juntos, analisem quais opções poluem menos ou não poluem o meio ambiente.

Analisando com a Matemática Anote no caderno

4. Quanto custa abastecer 40 L de etanol no posto da cena?
5. Sabendo que um carro consome cerca de 1 L de etanol para percorrer 9 km, quantos quilômetros, aproximadamente, é possível percorrer com 40 L desse biocombustível?
6. De acordo com o preço apresentado na cena e a estimativa de consumo da questão anterior, quantos reais serão gastos com etanol para uma viagem cuja medida da distância é 315 km?

223



Explorando tecnologias

Os constantes avanços tecnológicos são notados pelas versões de equipamentos eletrônicos lançados praticamente todos os dias, além das novas linguagens e programas computacionais.

As gerações atuais, já inseridas na cultura digital, de modo geral, lidam facilmente com esses avanços. Entretanto, é necessário que desenvolvam habilidades cada vez mais refinadas e específicas para destacarem-se no mundo do trabalho, que também tem sido muito influenciado pela tecnologia.

Compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) é imprescindível para se comunicar por meio das diferentes linguagens e mídias, produzir conhecimentos, resolver problemas e desenvolver projetos autorais e coletivos.

Nesta seção, indicamos possibilidades de utilização de alguns programas computacionais que contribuem para a visualização e a verificação de propriedades matemáticas, uma vez que permitem construções e efeitos pouco viáveis de serem realizados apenas com lápis, papel e instrumentos físicos de medição e desenho. Com isso, esperamos ampliar o repertório de utilização das tecnologias digitais, a fim de favorecer a capacidade de se comunicar e resolver problemas por meio de alguns recursos tecnológicos disponíveis gratuitamente.

Convidamos você para conhecer e explorar o uso de tais recursos computacionais e experimentar, de diferentes maneiras, os conteúdos matemáticos presentes em seu livro, o que torna o estudo mais interessante e dinâmico.

Sumário

258

GeoGebra

GeoGebra é um programa computacional gratuito que combina recursos de construções geométricas, algébricas, gráficos, tabelas e cálculos. Sua interface é simples e exibe comandos para realizar diferentes tipos de construções. Para fazer o *download* e instalá-lo, basta acessar o endereço eletrônico <www.geogebra.org>. Acesso em: 24 ago. 2018. O *site* também possui informações e materiais de apoio para a utilização do programa.

Veja algumas ferramentas do GeoGebra que serão úteis nessa seção.

Configura elementos, como eixos, malha e objetos. Para um objeto, selecione-o e altere características, como cor, estilo e exibição.

Exibe ou oculta a malha.

Exibe ou oculta os eixos.

Ao selecionar uma ferramenta nos botões da barra superior, aparecerá neste campo a ação que o usuário deve realizar na **Janela de Visualização**.

Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

259

Explorando tecnologias

Organizada ao final do volume, a seção **Explorando tecnologias** apresenta exemplos e propostas de atividades que desenvolvem conceitos estudados nos capítulos por meio do uso dos programas de computador GeoGebra e Calc. Essa seção busca estabelecer uma estratégia de ensino complementar fazendo o aluno se sentir estimulado a utilizar ferramentas tecnológicas computacionais para solucionar problemas, realizar construções geométricas, representar dados, entre outros. É importante destacar que os recursos computacionais apresentados nessa seção podem ser acessados e baixados gratuitamente.

Sugestões de livros e *sites*

Encontrada ao fim de cada volume, essa seção traz sugestões de livros e *sites* que permitem aos alunos enriquecer e complementar o trabalho realizado com os conteúdos em sala de aula. É essencial que eles sejam estimulados a consultar essas fontes de informação que vão além do livro didático, incentivando-os, assim, a desenvolver o gosto pela leitura.

Sugestões de livros e *sites*

Livros

- **Atlas da situação mundial**, de Dan Smith. Tradução de Mário Vilela. São Paulo: Companhia Editora Nacional.
- **Para entender o mundo**: os grandes desafios de hoje e de amanhã, de Odile Gandon. São Paulo: SM.
- **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**, de Nílson José Machado. São Paulo: Scipione. (Vivendo a Matemática).
- **A história dos números**, de Hélio Gordon. São Paulo: FTD. (História-ciência, técnica, invenções e profissões).
- **Frações**, de David L. Stienecker. São Paulo: Moderna. (Problemas, jogos & enigmas).
- **Frações sem mistérios**, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).
- **Tecendo Matemática com arte**, de Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes. Porto Alegre: Artmed.
- **Como encontrar a medida certa**, de Carlos Alberto Marcondes dos Santos e Nelson Gentil. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).
- **O aprendiz**, de Egidio Trambaiolli Neto. São Paulo: FTD. (O contador de histórias e outras histórias da Matemática).
- **A revelação**, de Egidio Trambaiolli Neto. São Paulo: FTD. (O contador de histórias e outras histórias da Matemática).
- **Proporções**, de Luiz Márcio Imenes e outros. São Paulo: Atual. (Pra que serve Matemática?).
- **Jogos de Matemática e de raciocínio lógico**, de Juan Diego Sánchez Torres. Petrópolis: Vozes.
- **Mania de Matemática**: diversão e jogos de lógica e Matemática, de Ian Stewart. Rio de Janeiro: Zahar.

Reprodução/Companhia Editora Nacional

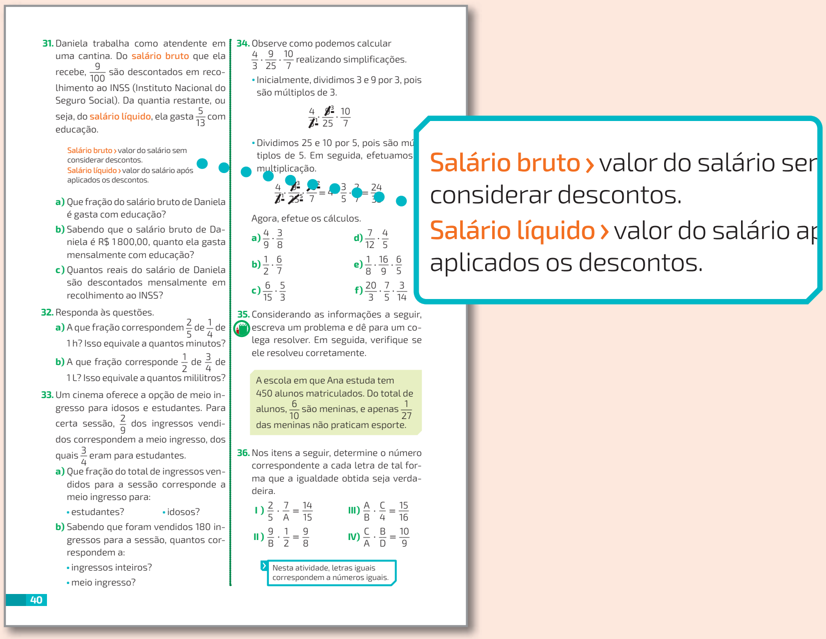
Reprodução/Scipione

Reprodução/Ática

Reprodução/Zahar

269

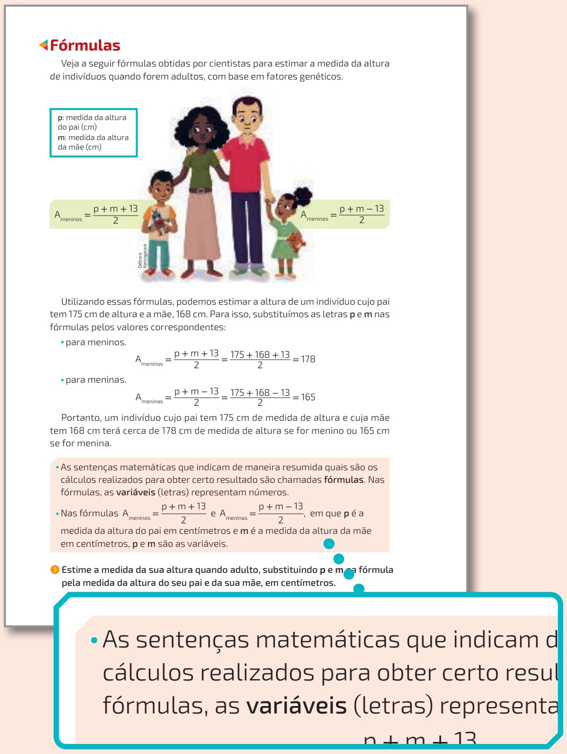
Em toda a coleção, há diferentes tipos de quadros. Observe as informações sobre cada um deles.



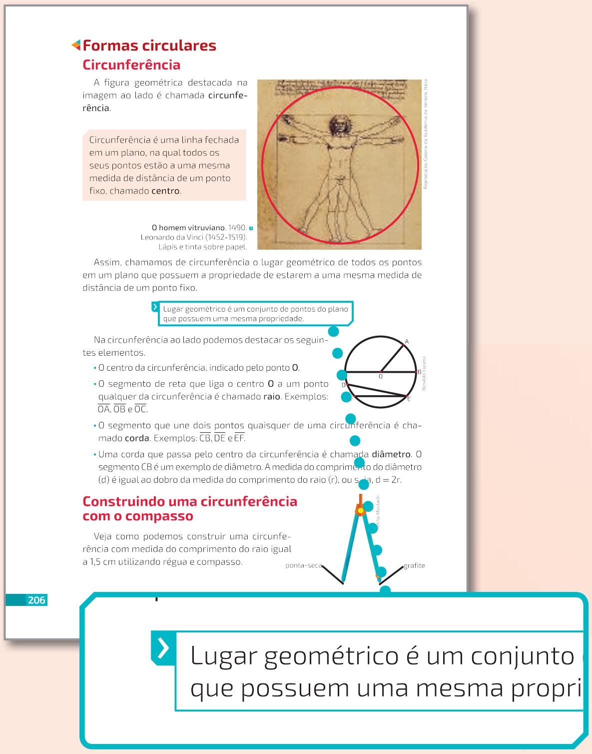
Salário bruto › valor do salário sem
considerar descontos.
Salário líquido › valor do salário ap
aplicados os descontos.

Vocabulário

O **Vocabulário** traz o significado de algumas palavras em destaque, geralmente pouco utilizadas ou desconhecidas por parte dos alunos. Em geral, aparece próximo ao texto no qual foi destacada.



- As sentenças matemáticas que indicam d
cálculos realizados para obter certo resul
fórmulas, as **variáveis** (letras) representa



Lugar geométrico é um conjunto
que possuem uma mesma propri

Teoria

Na formalização de alguns conteúdos, encontra-se um quadro em destaque que apresenta definições, propriedades, conceitos e relações importantes sobre o conteúdo em estudo.

Dica

Esse quadro contém informações complementares, lembretes ou dicas com o objetivo de auxiliar o aluno na resolução de atividades ou na compreensão da teoria.

A coleção também apresenta ícones que indicam informações importantes em diversos momentos do livro. A seguir, detalhamos o que cada um deles representa.

Cálculo mental

Atividades que apresentam técnicas e procedimentos de cálculo mental. Muitas delas incentivam o aluno a perceber propriedades operatórias que facilitam o processo de cálculo.

Construção geométrica

Atividades que propõem construções geométricas utilizando instrumentos como régua, compasso, esquadros, entre outros.

Estimativa

Atividades que sugerem a realização de estimativas, arredondamentos e aproximações como estratégia de cálculo e verificação de sua razoabilidade.

Desafio

Atividades que exigem a busca de estratégias próprias e variadas, que vão além do conteúdo estudado, estimulando os alunos a desenvolverem o raciocínio lógico.

Calculadora

Atividades que buscam explorar técnicas e procedimentos para o uso da calculadora na execução de cálculos, bem como instruir o aluno em seu manuseio.

Elaboração de textos

Atividades que exploram o desenvolvimento da escrita por meio da elaboração de problemas, relatórios, instruções, procedimentos, fluxogramas e outros tipos de textos.

Proporção

Indica que as imagens não estão proporcionais entre si.

Cor

Indica que as cores utilizadas não correspondem às reais.

Internet

Apresenta endereços eletrônicos de *sites* com informações complementares que auxiliam na compreensão e ampliação dos assuntos tratados na página.

Manual do professor

O manual do professor foi estruturado em duas partes principais. A primeira é composta pelas orientações didáticas e metodológicas da coleção e pelas contribuições da BNCC, com os conteúdos dos capítulos distribuídos em concordância com os objetos de conhecimento e as habilidades específicas de Matemática previstos para este ano na BNCC. Essa parte ainda conta com sugestões de livros e *sites*, páginas para reprodução e bibliografia.

A segunda parte é composta pela reprodução das páginas do livro do aluno de maneira espelhada e reduzida, com as orientações específicas de condução do trabalho ao professor indicadas nas partes lateral e inferior. Todas as respostas das atividades e seções são apresentadas nessa parte do manual, seja no livro do aluno ou nas orientações ao professor.

Veja, a seguir, como configuramos a segunda parte do manual, que corresponde às orientações ao professor página a página.

Nesse capítulo, serão retomados alguns conceitos relacionados a ângulos, como as ideias de ângulo, as medições e construções com o transferidor e a classificação em agudo, reto, obtuso e raso, a fim de auxiliar os alunos na compreensão dos novos conteúdos que serão trabalhados.

Serão apresentados os conceitos de ângulos complementares e suplementares, ângulos opostos pelo vértice e ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal.

- A contextualização apresentada nas páginas de abertura aproxima-se do conceito de ângulo por meio das manobras que um *skatista* pode executar, para, assim, relacionar as ideias de giro e ângulo. Esta ligação, além de tornar o estudo do conteúdo mais atrativo, desperta o interesse dos alunos para o tema porque usa como exemplo a modalidade Megarrampa e suas manobras impressionantes. Uma sugestão de condução do trabalho é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas podem ser respondidas na lousa e, nesse momento, é importante que a turma seja incentivada a participar. Para complementar o assunto, pergunte aos alunos se já conheciam a modalidade Megarrampa e as dimensões da pista. Pergunte também qual foi a informação apresentada no texto que mais acharam interessante.

Capítulo 8

Ângulos

A Megarrampa, uma modalidade de *skate*, teve o primeiro campeonato realizado em 2008, no Brasil. A pista mede mais de 100 metros de comprimento e seu ponto mais alto fica a quase 30 metros do solo, o equivalente à altura de um prédio de 8 andares.

Na Megarrampa, os *skatistas* atingem velocidades superiores a 70 km/h e realizam manobras radicais com o *skate*. Nessa velocidade, o competidor pode se ferir com gravidade em uma queda. Por isso, é importante que ele use todos os equipamentos de segurança e saiba como agir quando perceber que não conseguirá completar a manobra.

Bob Burnquist, ex-atleta brasileiro internacionalmente conhecido, possui uma Megarrampa construída no quintal de sua casa. Ele foi o primeiro *skatista* a realizar e registrar, na Megarrampa, a manobra conhecida como "900", que corresponde a um giro de 900° no ar.

166

Bob Burnquist realizando uma manobra com *skate* na Megarrampa durante um evento em Los Angeles, nos Estados Unidos, em 2012.

Christian Pondella/Getty Images

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

Ⓐ Em sua opinião, o que é necessário para que a prática de *skate* não se torne uma atividade perigosa?

Ⓑ No texto, o que significa "900"?

Ⓒ A quantas voltas corresponde um giro de 900°?

167

Pensando nisso...

Ⓐ Resposta pessoal. Possíveis respostas: utilizar equipamentos de proteção; ter orientação de um profissional; praticar em local adequado.

Ⓑ Significa o ângulo do giro na manobra.

Ⓒ duas voltas e meia

- No item **A**, os alunos possivelmente citarão os equipamentos de proteção. Aproveite para reforçar a importância da orientação profissional na prática desse esporte.
- Ao abordar o item **B**, verifique se os alunos conhecem outras manobras em que o *skatista* realiza giros e relacione com o item **C**, questionando-os para que digam a quantas voltas correspondem.
- Para auxiliar os alunos a responderem ao item **C**, apresente na lousa um esquema das duas voltas e meia para que eles compreendam melhor essa medida, haja vista que ela é maior que 360°. Em seguida, peça que representem os giros das manobras citadas no item **B**.

BNCC em foco

- Aproveite para fazer uma ligação entre o tema da abertura com a **Competência geral 3**, de modo a destacar, por exemplo, a arte de rua e os movimentos relacionados a ela que costumam acompanhar a modalidade do *skate*. Pergunte aos alunos se eles conhecem alguma manifestação da arte urbana e cite o grafite e o estêncil, a dança de rua e o movimento *Hip-Hop*. Se possível, leve algumas imagens da arte espalhada nas ruas para os alunos apreciarem ou mostre por meio da internet, como no *site* dos artistas brasileiros OSGEMEOS: <www.osgemeos.com.br/pt>. Acesso em: 6 set. 2018.

166

167

No início de cada capítulo é apresentado um texto inicial que explicita os principais conteúdos que serão abordados. Também são expostas informações complementares sobre as páginas de abertura e sugestões para trabalhá-las em sala de aula, como a realização de pesquisas adicionais e questionamentos dirigidos aos alunos.

BNCC em foco

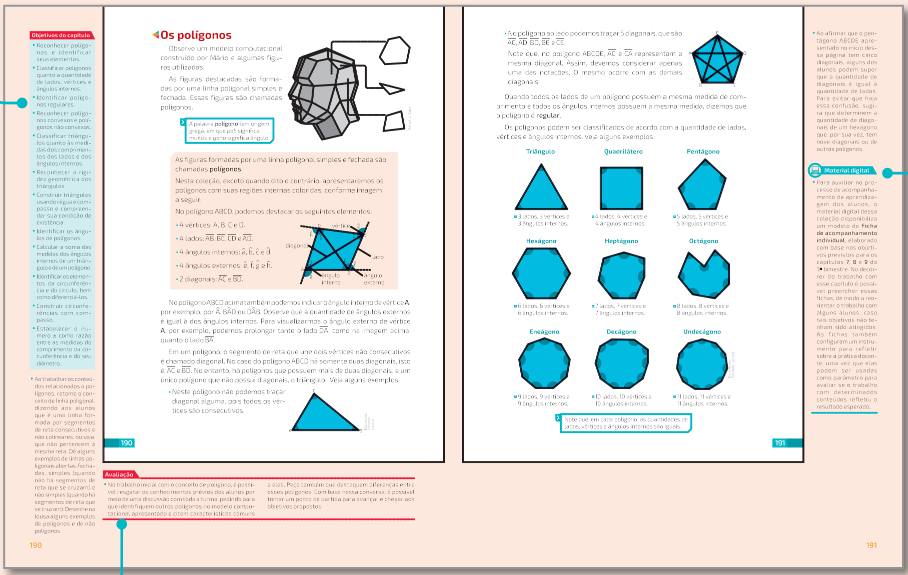
Relaciona o conteúdo trabalhado no livro do aluno às competências gerais, às competências específicas, às habilidades específicas de Matemática e aos temas contemporâneos propostos pela BNCC.

Pensando nisso...

Destaca as respostas das questões propostas na seção **Pensando nisso...**.

Objetivos do capítulo

Localizado na página seguinte às páginas de abertura, indica os principais objetivos previstos para o trabalho com o capítulo.



Avaliação

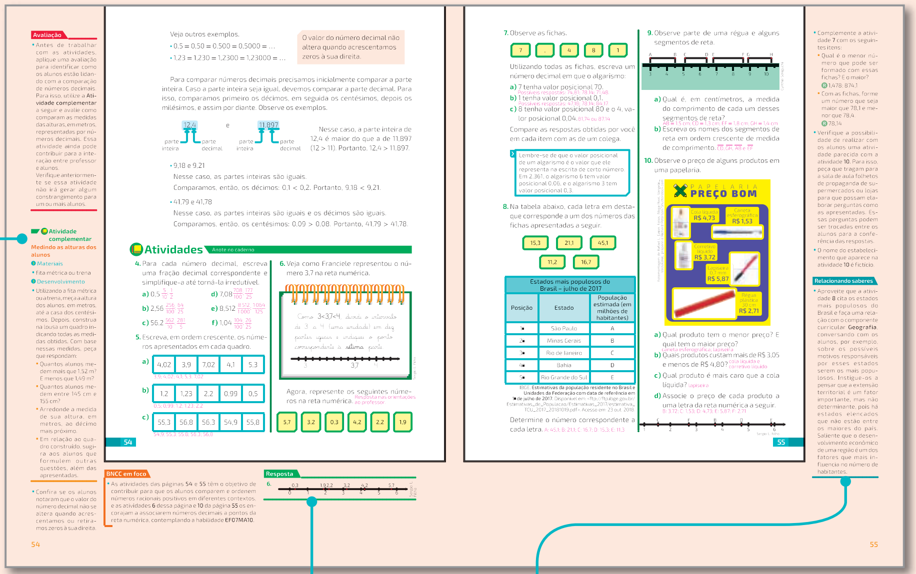
Traz sugestões para auxiliar o professor no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos.

Material digital

Aponta momentos oportunos para utilizar os recursos disponíveis no material digital, a fim de enriquecer o trabalho do professor.

Atividade complementar

Propõe atividades adicionais, como jogos, construções, manipulação de materiais concretos, problemas, entre outras. Indicamos alguns momentos em que é possível utilizar tais atividades como instrumento de avaliação.



Respostas

De modo geral, as respostas das atividades são preferencialmente apresentadas na reprodução do livro do aluno. Porém, em alguns casos, elas aparecerão nas orientações ao professor, indicadas como **Respostas**.

Relacionando saberes

Destina-se a comentários que conectam a Matemática a outras áreas do conhecimento.

Manual do material digital

Como parte das ferramentas que auxiliam o trabalho do professor, esta coleção disponibiliza um **material digital** composto por recursos organizados em bimestres. Embora estruturados de acordo com o livro do aluno, esses recursos são um complemento e podem ser utilizados também por professores que não adotam a coleção.

Assim como este manual e o livro do aluno, o material digital foi produzido com base nos objetos de conhecimento, habilidades e competências propostos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Veja a seguir os recursos que compõem este material.

- **Plano de desenvolvimento**: apresenta a relação dos objetivos específicos de aprendizagem do livro do aluno com os objetos de conhecimento e as habilidades da BNCC. Para auxiliar o desenvolvimento das habilidades do bimestre são sugeridas práticas didático-pedagógicas seguidas de orientações para a gestão de sala de aula importantes para o desenvolvimento dessas práticas. Além disso, são elencadas algumas atividades recorrentes na sala de aula para desenvolver as habilidades desse período; orientações em relação ao acompanhamento contínuo das aprendizagens dos alunos alinhadas com os objetivos essenciais e respectivas habilidades da BNCC para que o aluno possa avançar em seus estudos; sugestões de outras fontes de pesquisa e consulta que podem ser úteis ao professor, tanto para sua formação quanto para o trabalho com os alunos; e projeto integrador. Cada bimestre apresenta um plano de desenvolvimento.
- **Projeto integrador**: é um item do plano de desenvolvimento que tem como objetivo trabalhar com objetos de conhecimento e habilidades de ao menos dois componentes curriculares de modo integrado. Com base em uma questão desafiadora alinhada a temas contemporâneos, as atividades propostas nesse item são organizadas em etapas que visam à apresentação de um produto final à comunidade escolar. Além disso, os projetos integradores são recursos propícios para trabalhar as competências gerais da BNCC. Cada plano de desenvolvimento apresenta um projeto integrador.
- **Sequência didática**: são atividades organizadas em etapas para abordar alguns conteúdos do bimestre, buscando desenvolver objetos de conhecimento e respectivas habilidades. Cada bimestre apresenta três sequências didáticas.
- **Proposta de acompanhamento das aprendizagens**: são ferramentas para auxiliar o acompanhamento das aprendizagens dos alunos em relação a alguns objetos de conhecimento e habilidades desenvolvidos no bimestre. Essa proposta é composta por três itens: avaliação, que propõe dez questões a serem aplicadas aos alunos; gabarito comentado das questões da avaliação, com

reorientações de planejamento e grade de correção; e ficha de acompanhamento individual das aprendizagens, que destaca de maneira organizada as expectativas de aprendizagem do bimestre, de modo que seja possível avaliar cada aluno individualmente, seguida de um formulário para registrar apontamentos que podem contribuir para reuniões do conselho de classe ou atendimento aos pais ou responsáveis. Cada bimestre apresenta uma proposta de acompanhamento das aprendizagens.

- **Material audiovisual**: material disponibilizado ao professor, voltado ao desenvolvimento das habilidades do aluno, esse material é composto por áudios e vídeos que podem contribuir para aprofundar, ampliar ou sintetizar conteúdos trabalhados no bimestre.

Neste manual há sugestões de momentos para aplicação de cada um desses itens. Fica a critério do professor trabalhá-los ou não nos momentos sugeridos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Em um país com dimensões continentais, como é o Brasil, faz-se importante uma unidade no que diz respeito aos conteúdos curriculares e suas propostas. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi pensada no sentido de promover essa unidade, dando subsídios para que os sistemas educacionais públicos e particulares possam estar em conformidade com as diretrizes curriculares e trabalhem os conhecimentos essenciais levando em conta não somente aspectos intelectuais, mas também culturais, emocionais e outros.

O alinhamento na educação que convergiu na BNCC é uma demanda que remonta à promulgação da Constituição Federal de 1988 e vem sendo trabalhado e discutido há tempos, com base em experiências bem-sucedidas e pautado pelas necessidades oriundas dos assuntos e contextos atuais.

Uma base é algo que não só fundamenta, mas também norteia. Nessa perspectiva, a BNCC atua como orientadora dos rumos para trabalhar os currículos e alcançar seus objetivos, primando pelo respeito às diferenças e pela preservação da diversidade que constitui o país. Por serem essencialmente plurais, as orientações ampliam-se para além do ambiente escolar e ecoam no ambiente familiar, de modo que a escola, os professores e a família tenham seus papéis ativados na formação integral do aluno.

Nesse contexto, a BNCC sugere a organização para o Ensino Fundamental (anos iniciais, 1º ao 5º, e finais, 6º ao 9º) a partir de diferentes **componentes curriculares**, agrupados em cinco **áreas do conhecimento**, que se inter-relacionam na formação dos alunos.

Áreas do conhecimento	Linguagens	Matemática	Ciências da Natureza	Ciências Humanas	Ensino Religioso
Componentes curriculares	Língua Portuguesa	Matemática	Ciências	Geografia	Ensino Religioso
	Arte				
	Educação Física			História	
	Língua Inglesa				

Competências gerais

Tendo como mote a formação humana em suas múltiplas proporções e a construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva, a BNCC organizou algumas atribuições em dez **competências gerais** que descrevem objetivos a serem atingidos para o desenvolvimento integral do aluno, que orientam as aprendizagens em todas as áreas do conhecimento.

O conceito de competência, conforme entendido pela BNCC, é a mobilização e a articulação de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para a solução de circunstâncias do cotidiano e de demandas que evocam posicionamentos críticos, éticos e criativos no mundo do trabalho e das situações relacionadas ao exercício da cidadania. A respeito dessas competências, o documento assinala:

> [...] Por meio da indicação clara do que os alunos devem "saber" (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem "saber fazer" (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho), a explicitação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. p. 13.
Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 16 set. 2018.

As competências, de maneira geral, buscam valorizar o conhecimento e estimular a curiosidade e a postura dialógica, além de prepararem os alunos para a aplicação dos saberes em seu dia a dia com consciência crítica, respeito a si e ao próximo, e incentivá-los a agir em favor da justiça social, dos direitos humanos e da sustentabilidade. Vale destacar, também, a valorização do desenvolvimento dos campos emocional, cultural e físico, que se articulam aos saberes intelectuais para complementar a formação. São estas as competências gerais:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e

a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. p. 9-10.
Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 16 set. 2018.

O desenvolvimento dessas competências será estimulado em diversos momentos do trabalho com o livro do aluno, sendo referenciadas algumas vezes nas orientações ao professor.

Competências específicas de Matemática

A BNCC assinala a articulação das competências gerais com as diferentes áreas do conhecimento, o que culmina em **competências específicas** para cada componente curricular do Ensino Fundamental.

As competências específicas são estabelecidas com base na área do conhecimento e, caso a área agrupe mais de um componente curricular, também são definidas competências específicas do componente. A seguir, destacamos as que são relativas à Matemática.

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questio-

> namentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. p. 265.
Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 16 set. 2018.

As propostas apresentadas nas explicações teóricas, nas atividades e seções ao longo dos volumes da coleção foram desenvolvidas no sentido de encorajar o trabalho com as **competências específicas de Matemática**.

Objetos de conhecimento e habilidades

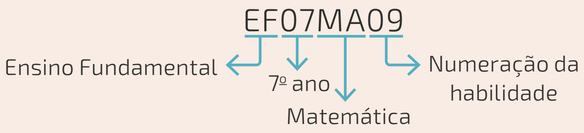
Com base na BNCC, a coleção traz os pressupostos teóricos e uma organização dos conteúdos pautada no que é apontado como referência para o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.

As competências específicas de Matemática e as habilidades propostas para cada ano foram, portanto, tomadas como norte para distribuir os conteúdos e auxiliar o professor no processo de aprendizagem dos alunos, de modo que ele atue como um agente facilitador da construção do conhecimento matemático.

Com o objetivo de garantir que essas competências sejam desenvolvidas, é apresentado um conjunto de **habilidades** para cada componente curricular, organizadas a partir de **objetos de conhecimento**, "entendidos como conteúdos, conceitos e processos" (BRASIL, 2017, p. 28), agrupados por **unidades temáticas**.

Unidades temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades

Para o componente curricular Matemática, por exemplo, cada uma das habilidades recebe um código alfanumérico que indica a etapa da educação (no caso, Ensino Fundamental), o ano, o componente e a numeração sequencial da habilidade.



Na primeira parte do manual do professor, no tópico **Distribuição de conteúdos**, serão descritos cada um dos objetos de conhecimento e das habilidades previstas para serem desenvolvidas em determinado capítulo e ano específico da coleção. Ressaltamos que essas propostas são sugestões, e portanto podem ser reorganizadas conforme a conveniência.

> Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. [...]

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. p. 296.
Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 16 set. 2018.

Na segunda parte do manual, em que se encontram as orientações ao professor página a página, indicaremos de forma mais pontual em quais momentos o conteúdo previsto poderá auxiliar no desenvolvimento das habilidades, fazendo referência aos códigos que as representam.

Dessa maneira, a coleção fornece subsídios para o desenvolvimento de todas as habilidades previstas e estimula, sempre que possível, a articulação com as competências gerais e específicas.

Temas contemporâneos

A relação das sociedades modernas com a dinâmica das transformações do mundo culmina em desafios de diferentes esferas. São temas que dizem respeito ao meio ambiente, ao consumo, à saúde, aos direitos humanos e tantas outras questões de urgência no panorama atual. Nesse contexto, a BNCC assinala a necessidade de que os currículos e as propostas pedagógicas contemplem, de uma maneira transversal e integradora, o que foi denominado como temas contemporâneos, para que favoreçam a participação social cidadã dos alunos com base em princípios e valores democráticos.

Muitos desses temas já constavam como necessários em orientações pedagógicas de outros documentos oficiais da área educacional, que também incentivavam uma abordagem contextualizada capaz de estimular nos alunos uma reflexão crítica.

No que diz respeito a essa coleção, a abordagem dos temas contemporâneos pode ser encontrada tanto no livro do aluno quanto nas orientações ao professor, e é estimulada não só no decorrer do trabalho com as atividades e as explanações teóricas por meio de diferentes recursos, mas também em uma seção específica, intitulada **Cidadania: explore essa ideia**, sempre com o intuito de auxiliar o professor no desenvolvimento dos temas.

Os temas contemporâneos e as questões a eles relacionadas são apresentados de uma maneira contextualizada, de forma a explorar a integração com os conteúdos estudados. Assim, a seção **Cidadania: explore essa ideia** tem como um dos principais objetivos proporcionar ao aluno condições de refletir sobre sua postura diante dos assuntos abordados e da realidade que o cerca, contribuindo para sua formação como cidadão. Por serem temas presentes em nosso cotidiano que suscitam discussões cabíveis a diversos componentes curriculares, proporcionam reflexões relevantes sobre assuntos que extrapolam esses conteúdos.

A seguir, os temas contemporâneos indicados pela BNCC e que serão trabalhados nesta coleção são apresentados sucedidos por uma breve explicação.

Direitos da criança e do adolescente

O Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), aprovado em 1990 pela lei nº 8.069, sistematizou e formalizou o conjunto dos direitos concernentes a essas faixas etárias (crianças até 12 anos incompletos e adolescentes de 12 a 18 anos). É um documento que prioriza a necessidade de conceder uma proteção integral à criança e ao adolescente, atribuindo-lhes prioridades integrais em diversos setores públicos e na destinação de recursos.

Com isso, crianças e adolescentes passaram a ser compreendidos como pessoas em estágio de desenvolvimento que necessitam de atenção e proteção da sociedade como um todo, de modo que a educação assume um papel fundamental na valorização desses direitos e na efetivação das perspectivas descritas no ECA.

No âmbito escolar, a valorização dos direitos da criança e do adolescente pode ser abordada por meio de temas como a prevenção do trabalho e a exploração infantil, o desenvolvimento do senso crítico quanto ao papel das mídias e das redes sociais no processo de crescimento cultural e pessoal dos jovens, além da valorização de atitudes de respeito à diversidade e do incentivo à ampliação do universo cultural de crianças e adolescentes.

Educação para o trânsito

O trabalho com esse tema assume grande relevância na tarefa de promover a interação dos alunos com o meio social em que vivem, contribuindo para que a escola transcenda o conteúdo dos componentes curriculares. Uma maneira de desenvolvê-lo é com a proposição de dinâmicas que compreendam situações reais e contextualizadas e que permitam a reflexão a respeito do tema.

Educação ambiental

Tendo em vista que os problemas que envolvem o ambiente estão constantemente nos meios de comunicação, esse tema incita importantes reflexões, por estar mais próximo à realidade dos alunos. Assim, é possível contemplar diversas discussões e troca de ideias em sala de aula, de forma que o aluno se identifique como parte integrante da natureza e da sociedade e se comprometa com a proteção e a conservação ambiental, tanto em âmbito local quanto global.

Educação alimentar e nutricional

Com o intuito de afirmar comportamentos e hábitos saudáveis e que repercutam na qualidade de vida do aluno e da coletividade, esse tema promove abordagens que estimulam habilidades e práticas favoráveis à saúde, como a alimentação saudável. Além disso, ao colocar também em evidência alguns costumes alimentares das diferentes regiões do Brasil, o trabalho com o tema auxilia no desenvolvimento da tolerância e do respeito pela diversidade cultural brasileira.

Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso

O Estatuto do Idoso, aprovado em 2003, foi um marco para a garantia de direitos relacionados ao bem-estar das pessoas com idade igual ou superior a 60 anos, já que se define por uma série de leis que buscam promover o respeito, a autonomia, a integração e a participação efetiva dos idosos na sociedade brasileira.

Além do Estatuto, a educação é mais um meio de conscientizar os alunos sobre a importância e o valor das pessoas idosas em nossa sociedade.

Para tanto, é necessário promover a sociabilização entre alunos e pessoas idosas, de modo que possam compartilhar conhecimentos e memórias, relatar suas experiências e, com isso, aprofundar o sentido do que foi estudado.

A participação de idosos na vida escolar é, portanto, uma questão fundamental, por isso os projetos pedagógicos devem esforçar-se para contemplar a participação de pessoas idosas da comunidade e de fora dela no processo de ensino-aprendizagem.

Educação em direitos humanos

A abordagem desse tema é fundamental para o desenvolvimento dos sensos de justiça, igualdade e democracia nos alunos, estimulando a consciência crítica sobre a importância de garantias constitucionais para o desenvolvimento pleno dos indivíduos em sociedade. Entre os principais direitos que devem ser garantidos a todo cidadão estão os direitos à vida, à saúde, à alimentação, à moradia, à liberdade, à igualdade, à educação e à livre expressão de afeto. Nesse sentido, é importante promover debates para aproximar temas relacionados aos direitos humanos da realidade do aluno e do cotidiano escolar.

Educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira, africana e indígena

Esse tema configura-se de suma importância para a valorização cultural pluriétnica do país. É importante que os alunos reflitam a respeito da formação da sociedade brasileira, debatendo as arbitrariedades e injustiças nas relações étnico-raciais que se estabeleceram historicamente e que ainda ocorrem das mais diversas formas na sociedade. Assim, ao trabalhar esse tema, é importante promover a luta por uma sociedade igualitária, a preservação da memória, o respeito pelas diferentes culturas que contribuíram para a formação do país e o combate ao preconceito racial.

Saúde

Trata-se de um tema amplo que engloba da conscientização para uma mudança de hábitos à interação entre o meio físico, social e cultural dos indivíduos. Sendo assim, questões como o saneamento básico, a qualidade do ar, o estilo de vida, a distribuição de renda, a segurança alimentar, entre outras, são abordadas por terem grande influência no bem-estar das pessoas.

Nesse sentido, a escola tem a oportunidade de estruturar e estimular os comportamentos e hábitos saudáveis dos alunos, fornecendo elementos que os capacitem a cuidar da saúde no âmbito pessoal e coletivo, como o incentivo ao autocuidado e à prevenção, fazendo-os compreender a saúde como direito e responsabilidade pessoal e social.

Vida familiar e social

Este é um tema amplo que aborda as relações dos alunos com suas famílias, o respeito pelas diversas gerações, pelas diferentes estruturas familiares e a convivência com seus colegas, comunidade escolar e sociedade. Além disso, possibilita discutir as transformações no papel das mulheres nas famílias ao longo do tempo e desconstruir preconceitos relacionados aos espaços que elas ocupam.

Educação para o consumo

O consumo consciente é uma preocupação global que se relaciona ao esgotamento de recursos do planeta. Partindo desse princípio, o trabalho com esse tema objetiva fazer com que os alunos reflitam sobre suas escolhas, de modo que se tornem cidadãos preparados para observar, argumentar e contribuir para uma sociedade mais igualitária, conscientes de seus direitos e deveres.

Tendo em vista sua transversalidade, é um tema que permeia toda a coleção, tanto nas atividades propostas como no desenvolvimento teórico dos conceitos, em situações relacionadas, por exemplo, à educação financeira, aos cuidados com o meio ambiente e com a saúde, entre outras.

Educação financeira e fiscal

Este é um tema bastante relacionado com alguns conteúdos matemáticos, que permite que o aluno conheça o sistema tributário do país, o valor da moeda, a importância dos impostos e o modo como são utilizados pelas esferas governamentais. As abordagens também estimulam atitudes cidadãs que visam reivindicar a melhoria de produtos e serviços públicos ofertados com base nos impostos coletados pelo governo.

Trabalho

Este tema abrange questões de vários âmbitos relacionadas às atividades profissionais, como as relações de dependência, a distribuição desigual da riqueza na maioria dos países e a importância e o valor de todas as profissões. Ao abordar esse tema, deve-se considerar sua importância para a vida das pessoas e o impacto que encontra ecos tanto na sociedade quanto na natureza.

É importante que os alunos sejam capazes de conceber o trabalho não apenas como o exercício de uma atividade e uma fonte de renda para o indivíduo custear suas necessidades, mas que também compreendam a complexidade das relações de trabalho.

Ciência e tecnologia

O estudo desse tema, além de estar em consonância com os avanços no campo das pesquisas, possibilita compreender como o ser humano se relaciona com o ambiente ao seu redor e com os outros seres vivos por meio das técnicas que desenvolve, promovendo a reflexão sobre as complexidades e consequências dessas relações. Alguns dos assuntos abordados são os aspectos sociais e humanos da ciência e da tecnologia e a influência que ambas exercem sobre os campos social, cultural, econômico e ambiental, sempre de uma maneira crítica que permite perceber os impactos positivos e negativos na sociedade.

Diversidade cultural

O trabalho com este tema é importante para o entendimento da multiplicidade etnocultural brasileira. Nesse sentido, o respeito às diferenças étnicas, religiosas, linguísticas e regionais somado ao repúdio a qualquer tipo de discriminação é fundamental para uma convivência harmoniosa e justa tanto no ambiente escolar quanto em sociedade.

Orientações didáticas e metodológicas

O ensino de Matemática

A Matemática desempenha um importante papel na formação de cidadãos capazes de compreender o mundo em que vivem e de se comunicar em sociedade, pois está relacionada a várias áreas do conhecimento e faz parte do cotidiano das pessoas. Diante disso, o conhecimento matemático constitui-se uma ferramenta de grande aplicabilidade e deve ser amplamente explorado.

Por ser uma ciência viva, em constante transformação, a Matemática não pode ser encarada como um conjunto de conhecimentos prontos e acabados, imutáveis. É importante que os estudantes a compreendam como fruto da criação humana ao longo da história, inclusive do presente. Um exemplo disso são os desenvolvimentos tecnológicos estreitamente associados aos tradicionais e aos novos conceitos matemáticos, como aqueles que relacionam a programação de computadores às ideias de lógica e de grafos.

Contar, mensurar, representar, compreender fenômenos, calcular e resolver problemas são alguns exemplos de conhecimentos desenvolvidos com a Matemática e que são essenciais na formação de um cidadão do século XXI. No mundo do trabalho, atualmente, são exigidas diversas características dos profissionais, como criatividade, trabalho cooperativo, autonomia, argumentação e construção de estratégias, que encontram terreno no campo da Matemática. Identificar um problema, compreendê-lo, elaborar uma estratégia e resolvê-lo adequadamente são habilidades que podem ser trabalhadas nas aulas de Matemática e que são extremamente valorizadas na formação de um profissional.

Além disso, o ensino da Matemática pode oferecer contribuições significativas para outros aspectos da formação social do cidadão, capacitando-o, por exemplo, a debates relacionados a questões ambientais, ao consumo, à ética e ao respeito à diversidade étnica e cultural.

O manual do professor norteia o trabalho com a coleção no sentido de valorizar os conhecimentos prévios dos alunos a respeito de situações cotidianas, de outras áreas do conhecimento e da própria matemática, a fim de ampliá-los e enriquecê-los por meio de diversos recursos didáticos e estratégias de trabalho.

Seleção de conteúdos para o Ensino Fundamental

Os conteúdos trabalhados nesta coleção propiciam ao aluno construir e organizar o raciocínio lógico-matemático e promover o desenvolvimento intelectual, criativo, crítico e intuitivo, entre outras competências. Essas atribuições possibilitam que os alunos sejam capazes de ler, compreender e inferir sobre fatos e fenômenos do cotidiano.

Em toda a coleção, os conteúdos matemáticos fundamentais estão organizados em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística.

Números

O conhecimento acerca dos números é construído pelo aluno, ao longo do Ensino Fundamental, como um instrumento eficiente para quantificar, ordenar, medir, codificar e, consequentemente, resolver determinados tipos de problemas. Nesse contexto, outras ideias fundamentais associadas aos números incluem estratégias de aproximação, arredondamento e estimativa.

O trabalho ao longo da coleção levará os alunos a aprender sobre os números naturais, inteiros, racionais e irracionais, bem como seus diferentes significados, considerando suas relações, propriedades e questões ligadas à maneira como foram constituídos.

No que se refere às operações, os alunos serão capacitados a resolver e elaborar problemas utilizando diversas estratégias, como cálculos mentais e escritos, exatos ou aproximados, e instrumentos, como o ábaco, a calculadora, o material dourado e o computador. Além disso, serão estimulados a compreender as relações existentes entre determinadas operações e as propriedades operatórias.

Da mesma maneira, também serão encorajados a calcular porcentagens, porcentagem de porcentagem, acréscimos e decréscimos, especialmente em contextos que envolvem economia e finanças, com o intuito de desenvolver a educação para o consumo e financeira.

Ressaltamos que o desenvolvimento do pensamento numérico não se faz de maneira isolada, sendo comum relacionar esse campo às outras unidades temáticas.

Álgebra

O desenvolvimento do pensamento algébrico trata essencialmente do esforço em dar significado para a álgebra, como ao modelar um problema representando-o por uma equação, ao estabelecer relação entre grandezas por meio de uma lei, ao descrever padrões de sequências, ou ainda ao perceber regularidades de propriedades operatórias.

Ao longo do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos, nos anos iniciais, sejam capazes de raciocinar algebricamente, mas ainda de forma mais preliminar, sem utilizar a linguagem algébrica. Já nos anos finais, a proposta dessa unidade temática é a de que os alunos possam compreender o significado de uma variável numérica em uma expressão, generalizar propriedades, descrever regularidades de sequências, inclusive por meio de expressões algébricas, resolver equações, entre outras capacidades. Nessa fase é importante que percebam a relação entre variável e função e incógnita e equação, sabendo diferenciar o significado da representação da letra nesses casos.

Destacamos que a Álgebra está conectada às outras unidades temáticas, uma vez que o pensamento algébrico é útil para modelar problemas apresentados em língua materna para a linguagem matemática, com fórmulas, gráficos e outras representações.

Geometria

O trabalho com a Geometria permite ao aluno interpretar e compreender melhor as formas que o cercam e o mundo em que vive. O conhecimento geométrico tem papel fundamental para a compreensão de conceitos vinculados à Matemática e a outras áreas do conhecimento. Um fator importante no ensino dessa unidade temática é promover valores culturais e estéticos, desenvolvendo a apreciação das formas encontradas na natureza e nas obras de arte. Assim, nesta coleção, procuramos trabalhar com base em objetos, obras de arte, desenhos, pinturas, esculturas, entre outros, a fim de possibilitar ao aluno estabelecer essas conexões.

O estudo da Geometria possibilita a visualização e a percepção do espaço, o reconhecimento e a abstração de formas, além de desenvolver a capacidade de representar essas formas por meio de desenhos ou construções. Também auxilia na aprendizagem de números e medidas, pois leva os alunos a identificarem regularidades e a observarem semelhanças e diferenças. Algumas ideias essenciais presentes nesse trabalho são construção, representação e interdependência.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, são destacadas as transformações de figuras geométricas planas, permitindo aos alunos desenvolverem conceitos de congruência e semelhança, e possibilitando realizar algumas demonstrações simples, como as que envolvem congruência de triângulos. Há também a aproximação entre a Geometria e a Álgebra, por meio dos estudos com o plano cartesiano. A geometria analítica é abordada em atividades que trabalham ideias de coordenadas, por exemplo, na representação da solução de sistemas de equações do 1º grau.

Grandezas e medidas

Os conceitos relacionados às Grandezas e medidas são caracterizados pelo caráter prático. Nesse sentido, essa unidade temática permite a articulação com outras áreas do conhecimento, como Ciências, a partir do trabalho com temperatura, energia e grandezas e escalas do Sistema Solar, por exemplo, ou Geografia, como no trabalho com escalas de mapas e densidade demográfica. Envolver essas noções nos estudos faz com que os alunos percebam a utilidade desses conceitos em situações cotidianas.

A fim de ampliar o que já foi estudado sobre grandezas e medidas nos anos iniciais, os alunos serão levados a reconhecer comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas relacionadas a figuras geométricas, e a escrever e utilizar expressões algébricas para calcular medidas de área e de volume de figuras geométricas planas e espaciais.

Da mesma maneira, serão estimulados a utilizar instrumentos de medição associados a cada uma das grandezas estudadas, assim como resolver problemas que envolvem as unidades de medida padronizadas mais usuais.

Os contextos explorados nessa unidade temática possibilitam tratar de importantes conceitos referentes à Geometria, dar significado a elementos da unidade Números, explorar as ideias de proporcionalidade, além de permitirem uma rica abordagem histórica.

Cabe destacar que, com o advento da informática e seu grande alcance na atualidade, são exploradas, também, algumas unidades de medida relacionadas a esse tema, como velocidade de processamento e armazenamento de dados.

Probabilidade e estatística

Diariamente as pessoas são expostas a uma grande quantidade de informações que, muitas vezes, exigem a leitura e a interpretação de gráficos e tabelas e o conhecimento de outros elementos estatísticos.

Nesta coleção, a unidade temática Probabilidade e estatística tem a finalidade de levar o aluno, de maneira gradual, a compreender procedimentos de coleta e organização de dados, comunicar os resultados obtidos utilizando tabelas, gráficos e outras representações, além de calcular algumas medidas estatísticas, como média, mediana, moda e amplitude, que constituem importantes ferramentas conceituais na interpretação de dados.

Os recursos da estatística desempenham um importante papel como instrumento na análise de várias questões, como as de âmbito social, por exemplo. O trabalho com diferentes contextos, vinculado ao uso do conhecimento matemático, auxilia na formação de um cidadão crítico, consciente e participativo na sociedade.

Em relação à probabilidade, a principal finalidade é levar o aluno a compreender a noção de acontecimentos de natureza aleatória com base na observação de fenômenos do dia a dia, explorando a ideia de acaso e incerteza de maneira inicialmente intuitiva e, posteriormente, procurando quantificar a chance de ocorrência de resultados incertos. Para isso, os alunos devem realizar experimentos e observar eventos, discutindo as ideias básicas de espaços equiprováveis. Ainda nesse campo, deve ser dada prioridade aos problemas de contagem, principalmente aos que apresentam situações em que ocorrem diferentes tipos de agrupamentos, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo. Deve-se enfatizar esse conteúdo como instrumento para o cálculo de probabilidade.

Nesta coleção, os conteúdos relacionados a essa unidade temática são trabalhados em todo o livro do aluno, sendo que cada volume conta com um capítulo para tratar desses assuntos específicos.

O papel do professor

As questões que cercam o processo de ensino e aprendizagem têm recebido grande ênfase em decorrência das constantes mudanças ocorridas na sociedade. Consequentemente, a escola vem passando por uma transição de metodologia de ensino.

O professor, cada vez mais, assume o papel de mediador, facilitador, incentivador e avaliador do processo de construção do conhecimento pelo aluno.

Para desenvolver tais habilidades, o professor precisa ter conhecimento não apenas do conteúdo específico de sua área de atuação, mas também das práticas pedagógicas que colocam o aluno no centro do processo de aprendizagem, e também articular esses conhecimentos com as condições socioculturais, as expectativas e a competência cognitiva dos alunos.

Na função de mediador, o professor é responsável por pautar os procedimentos utilizados pelos alunos nos processos de resolução de problemas, promover debates e valorizar as soluções e o esforço pessoal de cada um, a fim de chegar a um consenso sobre maneiras mais adequadas ou mais eficientes de resolver determinados tipos de problemas.

Enquanto facilitador da aprendizagem, o professor deve propor questionamentos que norteiem os alunos na obtenção de informações e ferramentas que dificilmente teriam condições de obter sozinhos.

Na função de incentivador, não pode deixar de lado seu papel social no ambiente escolar. Ele deve estimular o trabalho coletivo entre os alunos, tão importante quanto a interação entre aluno e professor. Nesse sentido, deve primar por um ambiente de aprendizagem onde os alunos tenham a oportunidade de confrontar e argumentar ideias.

Como avaliador, o professor deve procurar identificar se sua prática pedagógica está adequada ou se necessita de reorganização, e também dar aos alunos a oportunidade de verificar conquistas e dificuldades na construção do conhecimento.

> [...] ao avaliar uma situação, o professor ou a professora não apenas constata e pontua determinada dificuldade do aluno. O professor ou a professora tam-

> bém decide que tipos de encaminhamentos e intervenções deve inserir em sua prática pedagógica para que o aluno supere a sua dificuldade inicial. Nesse caso, o professor ou a professora considera não apenas o que o aluno foi capaz de fazer, mas também aquilo que ele já sabe fazer, para, a partir disso, planejar as atividades seguintes.
>
> [...]

CHAMORRO, Carla Cristine Wittmann et al. Avaliação da Aprendizagem em Matemática nos Anos Iniciais. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento**: Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2008. Fascículo 8. p. 9. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=6003-fasciculo-mat&category_slug=julho-2010-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 4 jul. 2019.

Ao refletir sobre o acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o professor também faz uma autoavaliação sobre sua própria prática docente. Segundo Perez (2004), pode-se considerar que:

> A reflexão é vista como um processo em que o professor analisa sua prática, compila dados, descreve situações, elabora teorias, implementa e avalia projetos e partilha suas ideias com colegas e alunos, estimulando discussões em grupo.
>
> [...]

PEREZ, Geraldo. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 252.

Esses múltiplos papéis assumidos pelo professor transformam-no em um agente na formação integral dos alunos, a fim de que estes se tornem cidadãos responsáveis que atuam na sociedade. Nesse sentido, Santaló (1996) afirma que:

> A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.
>
> [...]

SANTALÓ, Luis A. Matemática para não matemáticos. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 11.

Planejamento

A promoção de condições para a aprendizagem é um fator de demasiada importância para o sucesso do trabalho com os conteúdos matemáticos. Desse modo, o planejamento das aulas adquire grande relevância, pois é o momento em que o professor pode refletir sobre como trabalhar as habilidades dos alunos e quais estratégias e materiais podem ser utilizados no ensino dos diferentes conteúdos. Os objetivos de cada capítulo são um ponto de partida para a orientação das aulas e do tempo necessário para o trabalho, e também para a criação de estratégias que visem suprir as necessidades e as expectativas dos alunos.

É importante considerar que o planejamento não é um registro estanque, pois deve proporcionar flexibilidade para ser ajustado. Ao planejar, o professor tem condições de aplicar suas aulas de maneira mais segura almejando um melhor resultado.

Trabalho em grupo

O trabalho em grupo é um tipo de atividade que desenvolve nos alunos diferentes habilidades socioemocionais. Nesses momentos de aprendizagem coletiva, em que os alunos conversam entre si e discutem diferentes visões, a interação é ativada e eles têm a oportunidade de desenvolver, com a troca de ideias e os debates, entre tantas outras coisas, o sentido de organização e cooperação.

Vale destacar que, nesse tipo de abordagem, os alunos podem se expressar de modo espontâneo, colocando suas experiências pessoais com leveza, já que há espaço para a experimentação. O professor de Matemática torna-se um mediador do processo de aprendizagem e assume o papel de encorajador na busca de soluções, lançando mão de situações que suscitem um debate rico e construtivo, em que os alunos devem expor suas ideias sempre com vistas a estabelecer uma relação com as opiniões dos colegas, argumentando e ouvindo.

Por ser um trabalho de cooperação, a postura do professor adquire suma importância ao estimular e levar os alunos a se manifestarem e expressarem seus sentimentos e dúvidas de maneira agradável e harmoniosa. Assim, é recomendado que o professor acompanhe o desenvolvimento das ideias e dos argumentos dos alunos. A proposição de questões desafiadoras, capazes de levar o aluno a refletir com argumentos e contra-argumentos, proporciona o desenvolvimento de habilidades essenciais para o convívio humano, para a sociabilidade, para a produção do pensamento e para a aceitação da diversidade.

Nesse sentido, o professor deve estar sempre atento a fatores que, porventura, possam coibir as livres manifestações e causar algum tipo de constrangimento, como grupos que se formam e deixam algum aluno de fora, situações de opressão e bloqueio e discriminação.

A importância da leitura e da escrita

Competência leitora

A capacidade de compreender aquilo que lê é imprescindível para a participação efetiva na vida em sociedade, sobretudo em tempos de muita informação. Pesquisas realizadas nos últimos anos apontaram que uma parcela significativa dos brasileiros, apesar de saber ler e escrever, não consegue compreender adequadamente textos mais extensos ou complexos, o que significa uma defasagem na competência leitora.

A leitura não é um aprendizado fechado, com início e fim. Estamos constantemente aprendendo a ler, a interpretar, e cada texto e situação requer estratégias diferentes de leitura, como levantamento de hipóteses e suposições antes da leitura e a retomada ao final. Tais estratégias também serão sempre plurais conforme as experiências de cada um, ou seja, de acordo com o modo como cada pessoa reúne essas experiências e interpreta a realidade.

A competência se dá justamente na capacidade de empregar esses conhecimentos e as experiências no estabelecimento de relações com os problemas, ou seja, fazer interpretações, interpolações, inferências e associações. A competência leitora está, portanto, atrelada ao modo como a pessoa explora os diversos tipos de mensagens, que podem estar expressas em imagens, gráficos, formulários ou tabelas, publicidades e, sobretudo, com a prática de estratégias de leitura que possibilitam a decodificação de uma maneira mais crítica e autônoma.

É importante lembrar que o fato de um aluno saber ler e escrever, o que ocorre quando ele é alfabetizado, não é suficiente para que ele seja considerado um leitor fluente, isto é, pode ser que ele não tenha capacidades de utilizar estratégias e mobilizar recursos necessários para compreender o que está lendo e exercite uma leitura mecânica.

Ao se considerar a dinâmica de propagação das informações atualmente, vê-se que, na maioria das vezes, o contato com a leitura é feito de maneira rápida e fragmentada. Isso requer atenção e o professor precisa estar apto para desenvolver nos alunos a criticidade em relação ao que se lê.

As atividades desta coleção foram desenvolvidas com vistas à prática da competência leitora, estimulando os alunos com fontes de informação diversificadas, com o objetivo de auxiliá-los na compreensão dos textos de maneira crítica e reflexiva. Além disso, as atividades também visam à valorização das experiências pessoais e buscam a promoção da autonomia, tornando-os sujeitos mais ativos em seu próprio aprendizado.

Leitura e prática da escrita

Na esteira do desenvolvimento da competência leitora, a escrita também deve ser constantemente encorajada, já que a produção de textos estimula os alunos a despertarem sua visão crítica e a refletirem sobre aquilo que estão escrevendo, decifrando ainda mais os conteúdos.

Com base nisso, todos os capítulos desta coleção contam com atividades que impulsionam a leitura e a prática da escrita por meio da elaboração de enunciados de problemas, do desenvolvimento de relatórios sobre pesquisas, da produção de argumentos convincentes sobre observações matemáticas, da síntese de conclusões, entre outros. Assim, espera-se que o aluno, com o auxílio da Matemática, compreenda a importância da leitura e da escrita em sua formação.

Tecnologia e educação

A velocidade com que os avanços tecnológicos acontecem no cerne da sociedade contemporânea coloca em discussão a prática docente: como reorientar o trabalho na sala de aula para acompanhar as novas gerações?

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) permitem que qualquer tipo de informação seja processada em tempo real e a comunicação seja instantânea, independente das distâncias geográficas. Devemos considerar que a cultura digital tem provocado mudanças sociais e que os jovens

> [...] têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil. [...]

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão Final. Brasília: MEC, 2017. p. 59. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 16 set. 2018.

A partir desse contexto e sob a perspectiva de que o professor deve formar-se continuamente em busca de novos métodos de ensino, as TICs apresentam-se como uma possibilidade enriquecedora para o trabalho do professor.

> [...] é preciso que se construa uma nova concepção de uso, integração e apropriação das tecnologias e mídias digitais que vá além da utilização instrumental, marginal, disjunta e fragmentada – uma concepção que (re)ligue, que articule os recursos tecnológicos digitais aos conteúdos escolares, uma concepção que capture as linguagens implícitas nas mídias que estão presentes nos recursos tecnológicos digitais, uma concepção que incorpore a necessidade do letramento digital. [...]

LUIZ, Learcino dos Santos; SANTOS, Taís Wojciechowski; SÁ, Ricardo Antunes de. A integração das tecnologias e mídias digitais no processo de construção do conhecimento escolar. In: MASCHIO, Elaine Cátia Falcade; SOARES, Eliana Maria do Sacramento (Org.). **Cultura escolar, tecnologias e práticas**: perspectivas históricas e contemporâneas. Curitiba: Appris, 2017. E-Book.

Contudo, não podemos desconsiderar o fato de que o envolvimento inato dos jovens na cultura digital pode favorecer atitudes que coloquem em risco o trabalho com as TICs, se não for bem planejado e orientado. A busca por respostas imediatas e avaliações superficiais de informações são exemplos dessas atitudes, que devem ser reorientadas pelo professor. Pensando nisso, indicamos, a seguir, algumas possibilidades de abordagem com as tecnologias no ensino.

- **Tecnologia como recurso didático**: com o auxílio de um retroprojetor ou de um monitor, é possível tornar a aula mais dinâmica apresentando animações, vídeos, infográficos, entre outros recursos audiovisuais que facilitem a visualização e compreensão de conceitos, propriedades, construções ou procedimentos.
- **Trabalho extraclasse utilizando tecnologias**: essa abordagem propõe que os alunos utilizem as TICs como recurso para o desenvolvimento de algum tipo de projeto ou pesquisa realizados fora da sala de aula. A mediação e a orientação do professor devem ser precisas e detalhadas, principalmente se os alunos não estiverem acostumados a realizar trabalhos como estes que exigem mais autonomia. O tópico **A Pesquisa Escolar** deste manual pode auxiliar nesse processo.
- **Laboratório de informática**: caso haja esse espaço na escola, ele precisa ser previamente preparado pelo professor para que sua utilização seja adequa-

da. É preciso avaliar se os computadores dispõem de determinados recursos que serão utilizados, como internet e *softwares*. As possibilidades de trabalho nesse espaço são inúmeras: *softwares* de geometria dinâmica, que possibilitam construções e verificação de propriedades; planilhas eletrônicas, para organizar dados, construir gráficos e obter resultados a partir de fórmulas e funções; visitas virtuais a exposições e museus, por exemplo; utilização de simuladores; realização de pesquisas etc.

Ressaltamos que as tecnologias não diminuem o papel da escola e do professor na formação dos alunos, mas constituem mais um meio para o processo de construção do conhecimento e, por conta disso, entendemos que seu uso potencializa a interação entre professor, aluno e conhecimento.

Tendo em vista que os alunos lidam com o uso das tecnologias com mais facilidade, por estarem inseridos desde muito cedo nesse mundo, a troca de experiências com eles, por parte do professor, pode facilitar o enfrentamento do desafio de estar atento às constantes mudanças e aos acontecimentos em diversas áreas do conhecimento.

Além disso, ao utilizar as TICs, o professor muitas vezes precisa lidar com alunos em diferentes situações: alguns têm acesso às inovações tecnológicas e domínio de seu uso, e outros têm pouco ou nenhum contato com o universo digital. Nesse sentido, concordamos que:

> Assim como a tecnologia deve estar a serviço da sociedade no intuito de atender as necessidades humanas e reduzir as diferenças sociais, seu uso na educação deve ter o mesmo fim, em especial proporcionar condições aos mais necessitados de romper os limites impostos pela pobreza.

BATISTA, Sandra Aparecida; FREITAS, Carlos Cesar G. O uso da tecnologia na educação: um debate a partir da alternativa da tecnologia social. **Revista Tecnologia e Sociedade**, Curitiba, v. 14, n. 30, p. 123, jan./abr. 2018. Disponível em: <https://revistas.utfpr.edu.br/rts/article/view/5784/4723>. Acesso em: 29 set. 2018.

Para enfrentar mais esse desafio, o professor deve conhecer a realidade socioeconômica dos alunos, avaliando quais tecnologias estão disponíveis em seu cotidiano, por quais meios conseguem acessar a internet, como se comunicam com outras pessoas, entre outras. Esse conhecimento dará subsídios para orientar seu trabalho com as TICs, ampliando o repertório dos alunos que já lidam bem com esses recursos e dando oportunidades de inserção na cultura digital para aqueles que não têm tanto contato.

Recursos didáticos

Nesta coleção, a construção dos conceitos é trabalhada de diversas maneiras, como por meio da resolução e da elaboração de problemas relacionados à realidade do aluno, à matemática ou outra área de conhecimento; por intermédio da utilização de recursos tecnológicos, como calculadoras e computadores, entre outras maneiras. A seguir, detalhamos propostas metodológicas para a utilização do livro e de outros recursos didáticos.

Resolução de problemas

Um dos objetivos de educar é contribuir para o desenvolvimento da autonomia intelectual do aluno. É preciso que ele reconheça o saber escolar como uma forma de compreender e participar do mundo em que vive.

A capacidade de enfrentar os desafios do dia a dia, de superar obstáculos e de resolver problemas é inerente à natureza humana. Assim, diariamente somos surpreendidos por problemas a serem resolvidos em diferentes âmbitos. O matemático húngaro George Polya (1887-1985) afirmava que:

> [...] A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos à simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim.
>
> [...]

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de matemática na *high school*. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues; Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 2.

Entendemos problema como algo que precisamos resolver, contudo não sabemos de antemão como fazer. O problema pode ser um ponto de partida para a formação de conceitos, antes de sua formalização, e a ação do aluno é tomada como foco: ele deve interpretar o enunciado, selecionar e refletir sobre os dados e criar uma ou mais estratégias para resolvê-lo. Nesse processo, esperamos que desenvolva espírito investigativo, raciocínio lógico e pensamento crítico, competências essenciais para desenvolver o seu papel como cidadão.

Diferentes estratégias sobre ensinar Matemática por meio da resolução de problemas são defendidas na área de Educação Matemática. Onuchic (1999) considera que:

> [...] O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. Um objetivo de se aprender matemática é o de poder transformar certos problemas não rotineiros em rotineiros. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos).
>
> [...]

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectiva. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 207.

Portanto, concordamos que a Resolução de problemas deve ser considerada na prática pedagógica do professor, e o livro do aluno reúne diversos exemplos que podem ser utilizados como recurso dessa prática.

De acordo com Onuchic (1999), uma proposta para a aprendizagem de matemática por meio da resolução de problemas pode ser desenvolvida a partir de alguns pressupostos:

- Formação de grupos: os alunos são incentivados a trabalhar coletivamente em prol de um objetivo comum: a solução do problema. Eles têm a oportunidade de aprender uns com os outros em um processo cooperativo.
- O papel do professor: tem a função principal de mediador, propondo questões desafiadoras e instigando os alunos a se ajudarem para enfrentar os obstáculos.
- Resultados na lousa: são anotados todos os resultados na lousa, inclusive os incompletos ou errados.
- Plenária: cada grupo defende seu ponto de vista, de acordo com a resolução e o resultado obtidos.
- Análise dos resultados: abordam-se dificuldades enfrentadas pelos alunos e, se necessário, propõem-se novas explorações.
- Consenso: a turma busca obter um consenso sobre o resultado esperado.
- Formalização: junto com os alunos, o professor sintetiza o objetivo da aprendizagem, por meio dos conceitos, das definições, propriedades e demonstrações envolvidos.

O aluno, ao resolver problemas, torna-se um participante ativo de sua aprendizagem, inserindo-se em um contexto em que o uso da Matemática ocorre em um movimento que possibilita análises, discussões, conjecturas, construção de conceitos e formulação de ideias. É com esse movimento que ele se torna capaz de compreender o papel da Matemática no mundo.

Atividades com jogos

Outro recurso didático de grande importância são as atividades com jogos, pois elas favorecem o desenvolvimento do conhecimento matemático do aluno de maneira lúdica e descontraída. Os jogos configuram uma ótima alternativa para estimular a aprendizagem, desenvolvendo habilidades como autoconfiança, organização, concentração, atenção, senso cooperativo e raciocínio lógico-dedutivo. Qualidades, inclusive, importantes não apenas na aprendizagem da Matemática, mas também na de outras áreas do conhecimento.

Os jogos são um recurso pedagógico eficaz na construção do conhecimento matemático, cujo objetivo principal é fazer o aluno gostar de aprender Matemática, despertando-lhe o interesse e mudando a rotina das aulas. Eles devem ser utilizados como um recurso facilitador para auxiliar nas dificuldades que o aluno porventura apresente em algum conteúdo.

Existe uma correspondência direta dos jogos com a Matemática, pois ambos contam com regras, instruções, definições, operações, deduções, desenvolvimento, utilização de normas e novos conhecimentos. Usar os jogos como recurso didático é uma oportunidade de vincular a teoria à prática, tendo em vista que eles podem ser trabalhados em sala como uma extensão do andamento habitual da aula.

Para desenvolver uma atividade com jogos em sala de aula, o professor deve elaborar um plano de ação que possibilite a aprendizagem de conceitos matemáticos e culturais de uma forma geral. É necessário reservar um horário no planejamento que permita a exploração de todo o potencial dos jogos, métodos de solução, registros e discussões sobre os diversos rumos que poderão surgir.

Nesse tipo de atividade, a função do professor é acompanhar a maneira de jogar dos alunos, interferindo sempre que necessário e levantando questões relevantes, de forma a auxiliar na condução do jogo.

O trabalho com jogos propicia, entre outros, os seguintes benefícios:

- o professor detecta com mais facilidade se os alunos apresentam dificuldades;
- o aluno é levado a aperfeiçoar e criar novas estratégias em busca de obter um bom desempenho;
- o aluno desenvolve habilidades ao expressar suas ideias e ao formular questões. Nessa prática, ele potencializa a autonomia de seu pensamento, tornando-se mais independente das interferências do professor;
- o erro tem papel importante, pois o aluno busca uma nova solução, investigando, explorando e descobrindo por si próprio.

Nas **orientações para o professor** página a página da segunda parte deste manual, há sugestões de jogos referentes a alguns capítulos, os quais podem ser propostos pelo professor de acordo com o seu planejamento.

Recursos tecnológicos

Nas últimas décadas, o impacto das novas tecnologias tem provocado mudanças significativas na vida das pessoas, tanto na área da educação quanto em outros segmentos.

Em um supermercado, por exemplo, há um terminal que informa o preço de um produto com rapidez e eficiência ao ler o código de barras. De maneira semelhante, a utilização de computadores, *smartphones* ou outros dispositivos conectados à internet possibilita o envio e o recebimento de mensagens, o ensino a distância, a obtenção de informações bancárias e a realização de pesquisas com agilidade.

No dia a dia, o aluno está estreitamente ligado às tecnologias, que evoluem rapidamente e se tornam cada vez mais acessíveis. Nesse contexto, é fundamental que o professor repense sua prática para fornecer as ferramentas motivadoras ao aluno e, dessa forma, ajude-o a construir conhecimentos. Além disso, o professor deve buscar novas formas de ação que permitam que o aluno lide, por exemplo, com o computador e com a calculadora.

O uso da calculadora, proposto em diversos momentos no livro do alunos, é um recurso útil na verificação de resultados e na correção de possíveis erros, favorecendo também a percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema.

Na seção **Explorando tecnologias**, sugerimos a utilização de uma planilha eletrônica e um *software* livre de geometria dinâmica para construções geométricas, percepção de propriedades, organização de dados, construção de gráficos, entre outras tarefas. O uso desses recursos tecnológicos, por vezes, torna os processos mais ágeis, se comparado aos cálculos e construções realizados manualmente e, quando utilizados em sala de aula, podem oferecer uma contribuição para a aprendizagem, por se aproximar da realidade extraclasse dos alunos, onde eles têm contato com a televisão, o computador, o *smartphone*, a internet, isto é, uma realidade com recursos diferentes daqueles geralmente encontrados no ambiente escolar.

Cálculo mental, aproximações e estimativas

Para determinar se um móvel cabe em determinado local, estipular a medida da distância percorrida de casa até a escola ou trabalho, saber se a quantia em dinheiro é suficiente para comprar determinados itens e em muitas outras atividades rotineiras, nossas habilidades de realizar estimativas, aproximações e cálculos mentais são colocadas à prova.

As aulas de Matemática configuram um ambiente propício para desenvolver e aprimorar tais habilidades, desde que o caminho adotado auxilie os alunos a desenvolverem técnicas para tais fins.

Ao realizar uma subtração de números naturais mentalmente, por exemplo, se a estratégia utilizada for uma reprodução do algoritmo escrito, provavelmente, o cálculo exigirá muito da memória, causando possíveis erros no resultado. Então, é necessário criar estratégias baseadas nas propriedades das operações que facilitem esse processo mental.

Dessa forma, no livro do aluno, em diversos momentos, encorajamos os estudantes a realizar estimativas, aproximações e cálculo mental, tanto a partir de estratégias pessoais, quanto por meio de técnicas que podem ser entendidas como mais adequadas para cada situação.

A pesquisa escolar

De modo geral, a pesquisa no ambiente escolar não é algo tão intuitivo e pode causar certa frustração no professor, caso atribua essa tarefa aos alunos e receba resultados inconsistentes. Contudo, o ato de realizar pesquisas é fundamental em todas as áreas do conhecimento, pois ajuda a desenvolver habilidades como autonomia, capacidade de análise e síntese, e leitura.

Nesta coleção, propomos a realização de pesquisas em alguns momentos e, a seguir, apresentamos algumas possibilidades de condução que podem contribuir para que os alunos realizem essa tarefa e se familiarizem cada vez mais com o processo de investigação.

Definição da pergunta de investigação

Primeiro, é necessário definir o tema da pesquisa e, então, propor uma pergunta ou situação-problema de investigação abrangente, que desperte o interesse dos alunos. Em determinados momentos da coleção, pontuamos algumas sugestões de temas, contudo fica a critério do professor e dos alunos outras escolhas, de acordo com as especificidades de cada turma. Nesse momento, permita que os alunos se familiarizem com o tema, conversando e apresentando fotos, vídeos e outros materiais que possam aguçar a curiosidade deles.

Cronograma

Se o trabalho for em grupos, defina a organização da turma e estipule um prazo final para a divulgação da pesquisa. Organize um cronograma de acordo com as etapas seguintes para acompanhar o passo a passo e orientar o trabalho, sugerindo ideias e propondo outras perguntas para nortear a pesquisa.

Escolha das fontes

A próxima etapa é definir, com os alunos, as fontes que serão utilizadas para obter as informações, como livros, jornais, revistas, *sites*, dicionários, fotografias, filmes, músicas etc. É provável que eles recorram à internet como fonte de pesquisa, pela praticidade e disponibilidade de conteúdos. Nesse caso, devem ser orientados a escolher *sites* confiáveis, que informem as origens dos dados e os respectivos autores. Outra sugestão é buscarem informações em *sites* de instituições reconhecidas e governamentais.

Uma forma de fazer com que os alunos avaliem a integridade de um *site* pesquisado é realizar alguns questionamentos, como: “Por que você escolheu esse *site*?”; ou “O autor ou instituição tem propriedade para disponibilizar informações sobre o tema pesquisado?”; ou ainda “Qual o interesse do *site* em divulgar as informações?”.

Coleta e análise dos dados

Nessa etapa, os alunos devem se engajar em coletar e selecionar, a partir de diversas fontes, as informações mais apropriadas para responder a pergunta de investigação. A troca de experiências e cooperação entre os alunos é fundamental.

Além dos textos, é valioso ressaltar a importância de buscar também imagens, fotografias, mapas, gráficos, tabelas, infográficos, entre outros recursos que possam enriquecer a divulgação. Após a coleta, é preciso analisar e interpretar as informações, para que sejam entendidas de maneira crítica e compreendidas no contexto estabelecido. Esse processo deve envolver o conhecimento prévio dos alunos, os conteúdos estudados e as problemáticas propostas no início da pesquisa.

Caso a pesquisa seja realizada em grupos, sugerimos que essa etapa seja feita em conjunto, de modo que os alunos tomem conhecimento sobre as informações coletadas pelos colegas e cheguem a um consenso sobre alguns pontos.

Produção

Essa fase requer a definição da ordem em que os tópicos serão apresentados. Nesse momento, é possível criar um esboço do texto e esquemas com as informações principais pesquisadas.

Em seguida, inicia-se o processo de produção, que pode variar de acordo com o produto final da pesquisa. Se for um trabalho escrito, as partes do texto podem ser distribuídas entre os membros do grupo, ou o texto pode ser produzido de forma integral de modo colaborativo. Outras possibilidades podem ser seminários, cartazes, *slides*. É importante ressaltar que os textos devem ser elaborados pelos alunos e, caso haja alguma citação, deve ser referenciada.

Divulgação

Para que a experiência se torne mais enriquecedora, é fundamental que os grupos troquem informações sobre as etapas e conclusões a que chegaram. Cada formato de trabalho tem suas particularidades, sendo importante definir um produto final que:

> [...] pode ser um seminário, um vídeo, uma publicação coletiva, um texto escrito para ser lido na classe... Seja qual for a escolha, o fundamental é ampliar o público. Por dois motivos: primeiro, como forma de incentivar a preocupação com os propósitos da pesquisa e a forma como ela será comunicada. Segundo, para que a pesquisa cumpra verdadeiramente sua função. Se na sociedade a meta de uma investigação é disseminar informações, não faz sentido que na escola ela se transforme em um contato restrito entre aluno e professor. [...]

BIBIANO, Bianca; MARTINS, Ana Rita. Busca certeira: como selecionar *sites* confiáveis. **Nova Escola**. São Paulo, Fundação Lemonn, 1 dez. 2008. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2563/busca-certeira-como-selecionar-sites-confiaveis>. Acesso em: 13 set. 2018.

Independente do produto final, é necessário orientar os alunos quanto à postura em cada um dos casos. Uma apresentação oral, por exemplo, exige postura, entonação de voz, roteiro e segurança na fala. Já um trabalho escrito precisa incluir um texto com introdução, desenvolvimento e conclusão, além de uma capa com os nomes dos integrantes, da escola, da turma em que estudam, entre outros elementos.

Relações entre componentes curriculares

A transversalidade, que, no contexto dos saberes, considera as inter-relações entre os objetos do conhecimento, é o ponto de partida para se pensar as relações entre os componentes curriculares. O conhecimento passa a ser concebido em sua essência dinâmica, deixando de ser algo estanque, o que demanda nova postura de professores e alunos diante de uma proposta de ensino que possibilita a formulação de um saber crítico-reflexivo com base no diálogo entre os conteúdos dos diferentes componentes.

Com relação a isso, as etapas da Educação Básica necessitam ter suas aprendizagens essenciais asseguradas de modo complementar pela BNCC e pelos currículos, que devem envolver, entre outros elementos, a participação da família e da comunidade. Uma maneira de alcançar tais objetivos é seguir alguns procedimentos de cooperação, como ações transversais que tornem a aprendizagem mais efetiva, e em que os alunos alcancem uma compreensão mais abrangente da realidade.

O trabalho que associa diferentes componentes curriculares requer condutas que instiguem a busca pelo conhecimento e sejam favoráveis aos diferentes atores do ambiente escolar, como alunos, professores, comunidade e a própria escola. Envolver-se com o processo de ensino e aprendizagem é uma maneira de os alunos serem agentes motivadores da cooperação entre professores e auxiliarem no fortalecimento das relações entre os diferentes componentes curriculares. Ademais, eles aprendem a trabalhar coletivamente, privilegiando a interação com os colegas e favorecendo o desenvolvimento da capacidade de argumentar e organizar as informações.

Um modo de concretizar propostas de aprendizagem transversal é por meio de projetos investigativos de trabalho ou de pesquisa, por exemplo. Geralmente, são atividades que requisitam etapas e, por conta disso, provocam situações de aprendizagem essencialmente dinâmicas, com atitudes de reflexão, questionamento e argumentação, já que exigem planejamento, levantamento de hipóteses, coletas de dados, análises, deduções e conclusões.

São numerosas, portanto, as contribuições que as atividades que relacionam diferentes componentes curriculares trazem aos alunos, já que, por meio delas, é possível estabelecer uma convivência de parceria e colaboração tanto com a equipe escolar quanto com a comunidade em que se localiza a escola. Nesta coleção, os diálogos entre a Matemática e os demais componentes curriculares são observados em diversos momentos, e é importante salientar que muitas dessas possibilidades de trabalho podem ser conferidas também nas orientações ao professor.

A avaliação

A importância da avaliação

A avaliação deve ser considerada um diálogo perene entre professor e aluno, pois assinala de modo concreto uma resposta à prática do professor e ao processo de ensino-aprendizagem. É, portanto, um instrumento do professor para diagnosticar, analisar, sistematizar e orientar suas ações pedagógicas, pois aponta os reais problemas na aprendizagem e colabora para a evolução do aluno. Contudo, deve sempre haver a clareza de que o processo deve ser contínuo e não se restringir a resultados isolados.

Por ter natureza dialógica, tendo em vista que professores e alunos são participantes do processo, é necessário que os erros e acertos façam sentido para a aprendizagem de ambos. Assim, a avaliação configura-se como um instrumento de coleta de informações que devem ser sistematizadas e interpretadas pelos professores.

Nesse sentido, a avaliação pode ser uma das ferramentas de sustentação do trabalho do professor, de modo a auxiliá-lo nos ajustes necessários para que seu fazer didático produza desafios que se transformem em aprendizagem, pois é um espaço ideal para a mediação entre as alternativas de ensino do professor e os percursos de aprendizagem dos alunos.

Durante muito tempo, a maneira de avaliação predominante e quase exclusiva nas instituições escolares era por meio de provas escritas que partiam de um ensino homogêneo e linear, sem considerar as particularidades de cada aluno no processo de aprendizagem. Já em uma aprendizagem heterogênea e não linear, deve-se considerar uma avaliação formativa, por valorizar tanto o processo de aprendizagem quanto aquilo que se aprende, tornando a prática pedagógica reflexiva e transformadora.

Uma maneira de garantir o dialogismo do processo e assegurar que a avaliação não se torne uma forma de seleção e exclusão é apresentar e discutir os critérios de avaliação com os alunos, para que eles saibam como e sob quais aspectos serão avaliados.

É de suma importância, também, que o resultado da avaliação seja devolvido e revisado com os alunos, de modo que percebam o ensino como um processo e revejam os motivos de seus erros para avançar na aprendizagem. Por isso, é fundamental que o planejamento do processo de avaliação contenha também atividades que valorizem diferentes tipos de conhecimento, como exercícios objetivos, dissertativos, trabalhos em grupo, debates, entre outros.

A avaliação, portanto, passa a acompanhar a aprendizagem do aluno de maneira formativa e continuada, e possibilita que o professor reveja sua prática pedagógica.

A autoavaliação

A autoavaliação é uma ferramenta que permite aos alunos e aos professores avaliarem seu desempenho em sala de aula, sendo, portanto, fundamental para a democratização da avaliação. É um modo mais autônomo de o aluno enxergar a aprendizagem, pois não se concentra no crivo do professor.

Além disso, ao demandar que os alunos revejam suas metas e averiguem suas estratégias, o professor também passa a refletir sobre a sua atuação nos processos didáticos, de maneira a adequar suas posturas às necessidades originadas.

Nesta coleção, a seção **Explorando o que estudei** é um espaço para que o aluno execute uma autoavaliação, já que incita a reflexão sobre os principais conceitos tratados no capítulo. Da mesma maneira, a seção conduz o professor a uma investigação dos conceitos compreendidos pelos alunos e daqueles que, por quaisquer motivos, necessitam ser revistos com algum tratamento diferente.

Distribuição de conteúdos

1º Bimestre

Capítulo	Tópicos	Objetos de conhecimento	Habilidades
1 **Múltiplos e divisores**	• Múltiplos de um número natural • Divisores de um número natural • Decomposição em fatores primos	• Múltiplos e divisores de um número natural. ①	**EF07MA01**: Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
2 **Frações**	• Estudando frações • Frações equivalentes e simplificação de frações • Comparação de frações • Adição e subtração de frações • Multiplicação de frações • Divisão de frações • Potenciação com base fracionária • Raiz quadrada de número fracionário	• Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. ②	**EF07MA05**: Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. **EF07MA06**: Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. **EF07MA07**: Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. **EF07MA08**: Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.
		• Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações. ③	**EF07MA10**: Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. **EF07MA12**: Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.
3 **Números decimais**	• Os números decimais • Números decimais e frações • Adição e subtração com números decimais • Multiplicação • Divisão • Potências com base decimal • Raiz quadrada de um número decimal • Porcentagem • Acréscimo • Desconto	• Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples. ④	**EF07MA02**: Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
		• Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações. ⑤	**EF07MA10**: Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. **EF07MA11**: Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. **EF07MA12**: Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

① Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais. (6º ano)
Divisão euclidiana. (6º ano)
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural. (6º ano)
Múltiplos e divisores de um número natural. (6º ano)
Números primos e compostos. (6º ano)
Aproximação de números para múltiplos de potências de 10. (6º ano)
Notação científica. (8º ano)
Potenciação e radiciação. (8º ano)
O princípio multiplicativo da contagem. (8º ano)

② Divisão euclidiana. (6º ano)
Múltiplos e divisores de um número natural. (6º ano)
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo. (6º ano)
② e ③ Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. (6º ano)
Dízimas periódicas: fração geratriz. (8º ano)
③ Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal. (6º ano)
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais. (6º ano)
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais. (6º ano)

④ Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três". (6º ano)
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo. (6º ano)
Porcentagens. (8º ano)
④ e ⑤ Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais. (6º ano)
⑤ Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal. (6º ano)
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais. (6º ano)
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. (6º ano)
Dízimas periódicas: fração geratriz. (8º ano)

2º Bimestre

Capítulo	Tópicos	Objetos de conhecimento	Habilidades
4 **Estatística e probabilidade**	- Gráficos e tabelas - Média aritmética - Pesquisa - Probabilidade	- Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências. ⑥	**EF07MA34**: Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
		- Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados. ⑦	**EF07MA35**: Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
		- Pesquisa amostral e pesquisa censitária. ⑧ - Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações. ⑨	**EF07MA36**: Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
		- Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados. ⑩	**EF07MA37**: Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

⑥ Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. (6º ano)
Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista). (6º ano)
Princípio multiplicativo da contagem. (8º ano)
Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral. (8º ano)

⑦ Medidas de tendência central e de dispersão. (8º ano)

⑦, ⑧ e ⑨ Coleta de dados, organização e registro. (6º ano)

⑦ e ⑨ Organização dos dados de uma variável contínua em classes. (8º ano)

⑦ e ⑩ Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas. (6º ano)

⑧ Pesquisas censitária ou amostral. (8º ano)

⑧, ⑨ e ⑩ Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas. (6º ano)

⑨ Planejamento e execução de pesquisa amostral. (8º ano)

⑨ e ⑩ Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações. (6º ano)
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados. (8º ano)

Capítulo	Tópicos	Objetos de conhecimento	Habilidades
5 **Números positivos e números negativos**	- Os números negativos - Reta numérica - Comparando números - Adição - Subtração - Multiplicação - Divisão - Potências com base negativa - Potências com expoente negativo - Propriedades das potências	- Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. ⑪	**EF07MA03**: Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. **EF07MA04**: Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

⑪ Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal. (6º ano)
Potenciação e radiciação. (8º ano)

2º Bimestre	**6** **Expressões algébricas, fórmulas e equações**	Expressões algébricas Fórmulas Sequências Equações	Linguagem algébrica: variável e incógnita. ⑫	**EF07MA13**: Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. **EF07MA14**: Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. **EF07MA15**: Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
			Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.⑬	**EF07MA16**: Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
			Equações polinomiais do 1º grau. ⑭	**EF07MA18**: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

⑫ e ⑬ Valor numérico de expressões algébricas. (8º ano)
⑫, ⑬ e ⑭ Propriedades da igualdade. (6º ano)
⑫ e ⑭ Sequências recursivas e não recursivas. (8º ano)

⑭ Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano. (8º ano)
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano. (8º ano)
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$. (8º ano)

3º Bimestre	**7** **Grandezas e medidas de temperatura, energia e capacidade**	Grandezas Algumas unidades de medida	Problemas envolvendo medições. ⑮	**EF07MA29**: Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

⑮ Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume. (6º ano)
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado. (6º ano)
Área de figuras planas. (8º ano)

Área do círculo e comprimento de sua circunferência. (8º ano)
Volume de cilindro reto. (8º ano)
Medidas de capacidade. (8º ano)

	8 **Ângulos**	Ideias de ângulo Ângulos Ângulos opostos pelo vértice Ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. ⑯	**EF07MA23**: Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.

⑯ Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e *softwares*. (6º ano)
Ângulos: noção, usos e medida. (6º ano)
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas. (8º ano)

3º Bimestre

Capítulo	Tópicos	Objetos de conhecimento	Habilidades
9 **Polígonos e formas circulares**	- Os polígonos - Os triângulos - Ângulos nos polígonos - Formas circulares	- A circunferência como lugar geométrico. ⑰	**EF07MA22**: Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
		- Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. ⑱	**EF07MA24**: Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. **EF07MA25**: Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. **EF07MA26**: Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
		- Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. ⑲	**EF07MA27**: Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. **EF07MA28**: Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
		- Medida do comprimento da circunferência. ⑳	**EF07MA33**: Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

⑰ e ⑳ Área do círculo e comprimento de sua circunferência. (8º ano)

⑱ e ⑲ Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados. (6º ano)
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. (8º ano)
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (8º ano)

⑲ Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados. (6º ano)
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas). (6º ano)

⑳ Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume. (6º ano)

4º Bimestre

Capítulo	Tópicos	Objetos de conhecimento	Habilidades
10 **Proporcionalidade**	- Razões - Grandezas proporcionais	- Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. ㉑	**EF07MA09**: Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
		- Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. ㉒	**EF07MA17**: Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

㉑ Divisão euclidiana. (6º ano)
Múltiplos e divisores de um número natural. (6º ano)
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. (6º ano)
Dízimas periódicas: fração geratriz. (8º ano)

㉑ e ㉒ Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo. (6º ano)

㉒ Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. (8º ano)

Capítulo	Tópicos	Objetos de conhecimento	Habilidades
11 **Simetria e transformação de figuras**	- Simetria de reflexão - Rotação de uma figura e simetria de rotação - Translação de uma figura e simétrica de uma figura por translação - Estudando o plano cartesiano - Transformação de polígonos no plano cartesiano	- Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem. ㉓	**EF07MA19**: Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. **EF07MA20**: Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
		- Simetrias de translação, rotação e reflexão. ㉔	**EF07MA21**: Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

㉓ Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas. (6º ano)

㉓ e ㉔ Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados. (6º ano)

Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação. (8º ano)

㉔ Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas. (8º ano)

Capítulo	Tópicos	Objetos de conhecimento	Habilidades
12 **Medidas de área e de volume**	- Medida de área - Medidas de volume - Medida do volume do paralelepípedo retângulo e do cubo	- Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais. ㉕	**EF07MA30**: Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
		- Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros. ㉖	**EF07MA31**: Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. **EF07MA32**: Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

㉕ Volume de cilindro reto. (8º ano)
Medidas de capacidade. (8º ano)

㉕ e ㉖ Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume. (6º ano)

㉖ Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. (8º ano)
Área de figuras planas. (8º ano)

Sugestões de livros e *sites*

Livros

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de et al. **Práticas de modelagem matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: Eduel, 2011.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Educação matemática crítica**: reflexões e diálogos. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2007.

BARLOW, Michel. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo Carvalho (Org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Tendências em Educação Matemática).

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 3. ed. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRITO, Márcia Regina Ferreira. **Solução de problemas e a matemática escolar**. 2. ed. Campinas: Alínea, 2010.

BUCK INSTITUTE FOR EDUCATION. **Aprendizagem baseada em projetos**: guia para professores de Ensino Fundamental e Médio. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

CARRAHER, Terezinha Nunes et al. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2015.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas?!**: estratégias de resolução de problemas em sala de aula. Petrópolis: Vozes, 2005.

CARVALHO, Luiz Mariano et al. (Org.). **História e tecnologia no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008. v. 2.

CHACÓN, Inés Maria Gómez. **Matemática emocional**: os afetos na aprendizagem da Matemática. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática).

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2005.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **O conceito de ângulo e o ensino de geometria**. 2. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1996.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Kátia Regina Ashton. **Fazendo arte com a Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FERREIRA, Mariana Kawall Leal (Org.). **Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002. (Antropologia e educação).

GARDNER, Howard. **Inteligências múltiplas**: a teoria na prática. Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 1995.

GUEDJ, Denis. **O teorema do papagaio**. Tradução de Eduardo Brandão. São Paulo: Cia. das Letras, 1999.

HUETE, Juan Carlos Sánchez; BRAVO, José Antonio Fernández. **O ensino da Matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsk. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1 e 2.

_______. **Os números**: história de uma grande invenção. Tradução de Stella Maria de Freitas Senra. São Paulo: Globo, 1989.

KAISER, Fung. **Os números governam sua vida**: a influência velada das probabilidades e da estatística em tudo que você faz. Tradução de Beth Honorato. São Paulo: DVS, 2011.

LITTON, Jonathan; FLINTHAM, Thomas. **O genial mundo da matemática**. Tradução de Claudia Morales. São Paulo: Publifolha, 2013.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010. (Formação de professores).

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2018.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

______. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MONTEIRO, Alexandria; POMPEU JR., Geraldo. **A Matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Tendências em Educação Matemática).

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). **A formação do professor que ensina Matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto de método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

ROONEY, Anne. **A história da Matemática**: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books, 2012.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SADOVSKY, Patricia. **O ensino de Matemática hoje**: enfoques, sentidos e desafios. Tradução de Antonio de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2007. (Educação em ação).

SELBACH, Simone. **Matemática e didática**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2015. (Coleção Como Bem Ensinar).

SILVA, Circe Mary Silva; FILHO, Moysés Gonçalves Siqueira. **Matemática:** resolução de problemas. Brasília: Liber livro, 2011.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. 2. ed. Campinas: Papirus, 2001. (Perspectivas em Educação Matemática).

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

STROGATZ, Steven Henry. **A Matemática do dia a dia**: transforme o medo dos números em ações eficazes para a sua vida. Tradução de Paulo Polzonoff Jr. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 1995.

______. **Os números governam o mundo**: folclore da Matemática. Rio de Janeiro: Ediouro, 1998.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática).

VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Avaliação em Matemática**: história e perspectivas atuais. Campinas: Papirus, 2008. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

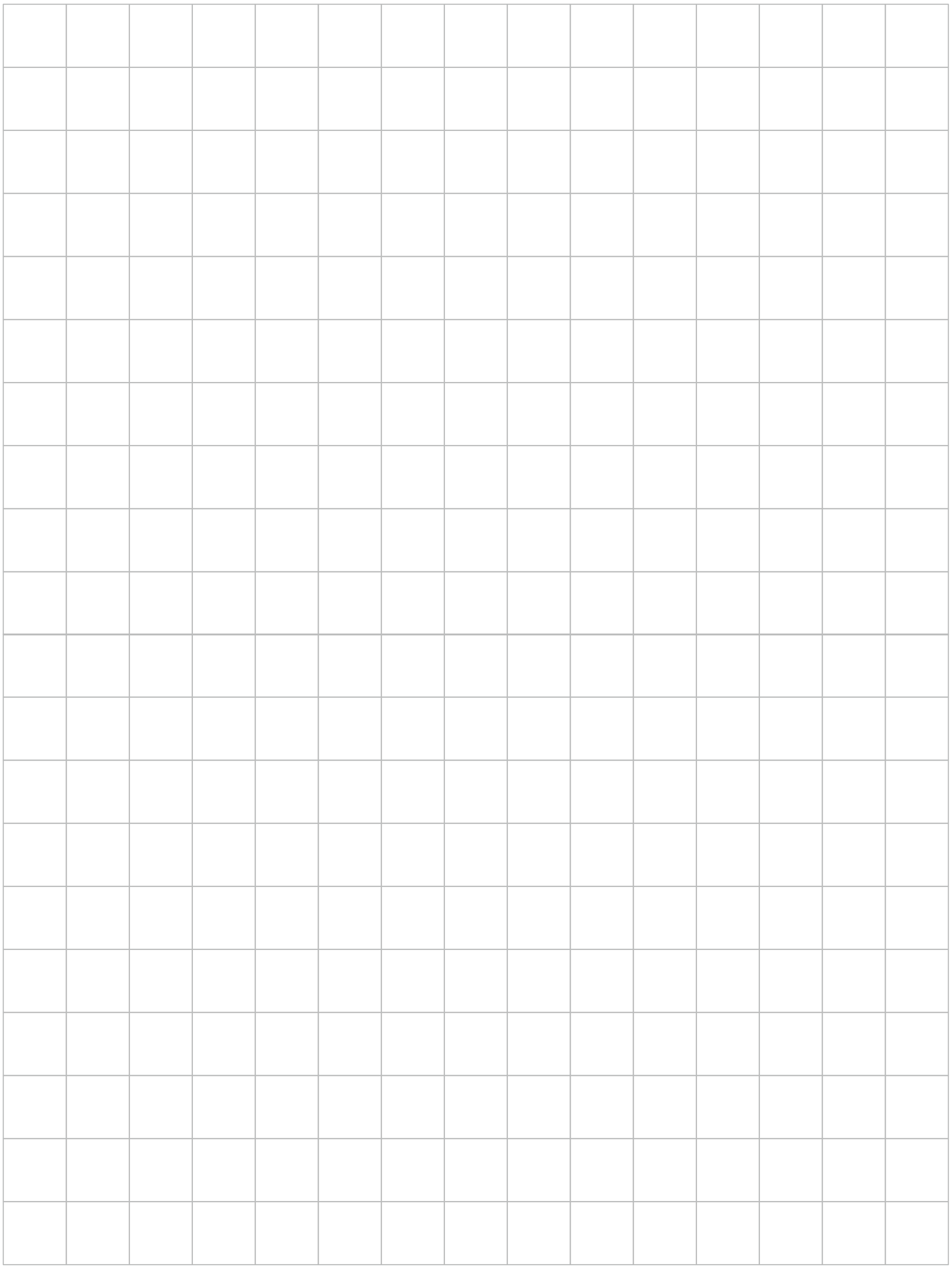
VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. **Matemática para aprender a pensar**: o papel das crenças na resolução de problemas. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Sites

- A Matemática interativa na internet (Imática):
  <www.matematica.br/historia/index_h_top.html>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Ação Local de Estatística Aplicada (Alea):
  <http://alea.ine.pt/index.php?lang=pt>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação (Anped):
  <www.anped.org.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Auge Educacional:
  <www.augeeducacional.com.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Banco Internacional de Objetos Educacionais:
  <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br>. Acesso em: 5 out. 2018.

- Boletim de Educação Matemática (Bolema):
  <www.scielo.br/scielo.php?script=sci_serial&pid=0103-636X&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Boletim online de Educação Matemática (BoEM):
  <www.revistas.udesc.br/index.php/boem>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática:
  <www.ime.usp.br/caem>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Educação Matemática e Tecnologia Informática (Edumatec):
  <www.edumatec.mat.ufrgs.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Geogebra:
  <www.geogebra.org>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE):
  <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa):
  <https://impa.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Khan Academy:
  <https://pt.khanacademy.org>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Klickeducação:
  <https://br.pearson.com/educacao-basica/KlickEducacao.html>. Acesso em: 5 out. 2018.
- M. C. Escher:
  <www.mcescher.com>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Matematica.com.br:
  <www.matematica.com.br/home>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Matematiquês:
  <www.matematiques.com.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Mathema:
  <http://mathema.com.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Ministério da Educação (MEC):
  <http://portal.mec.gov.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Nova Escola:
  <https://novaescola.org.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Olimpíada Brasileira de Matemática:
  <www.obm.org.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas:
  <www.obmep.org.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Planilha eletrônica:
  <https://pt-br.libreoffice.org>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Portal do professor:
  <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Revista do Professor de Matemática:
  <www.rpm.org.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Sociedade Brasileira de Matemática:
  <www.sbm.org.br>. Acesso em: 5 out. 2018.
- Soroban (ábaco japonês):
  <www.soroban.org>. Acesso em: 5 out. 2018.

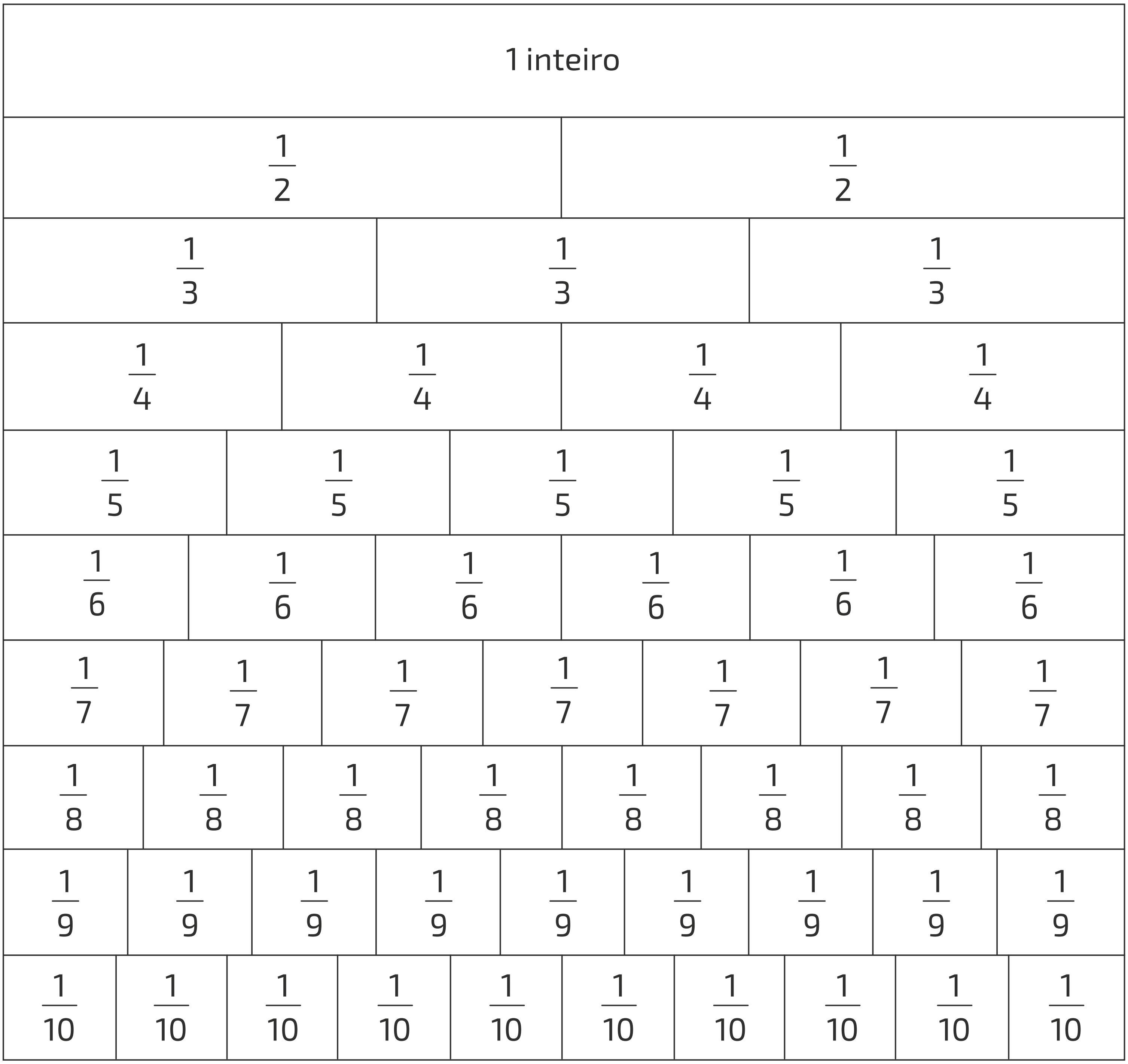
Malha quadriculada



Sergio L. Filho

Referente aos comentários das páginas 19, 204, 229, 231, 234, 242, 247.

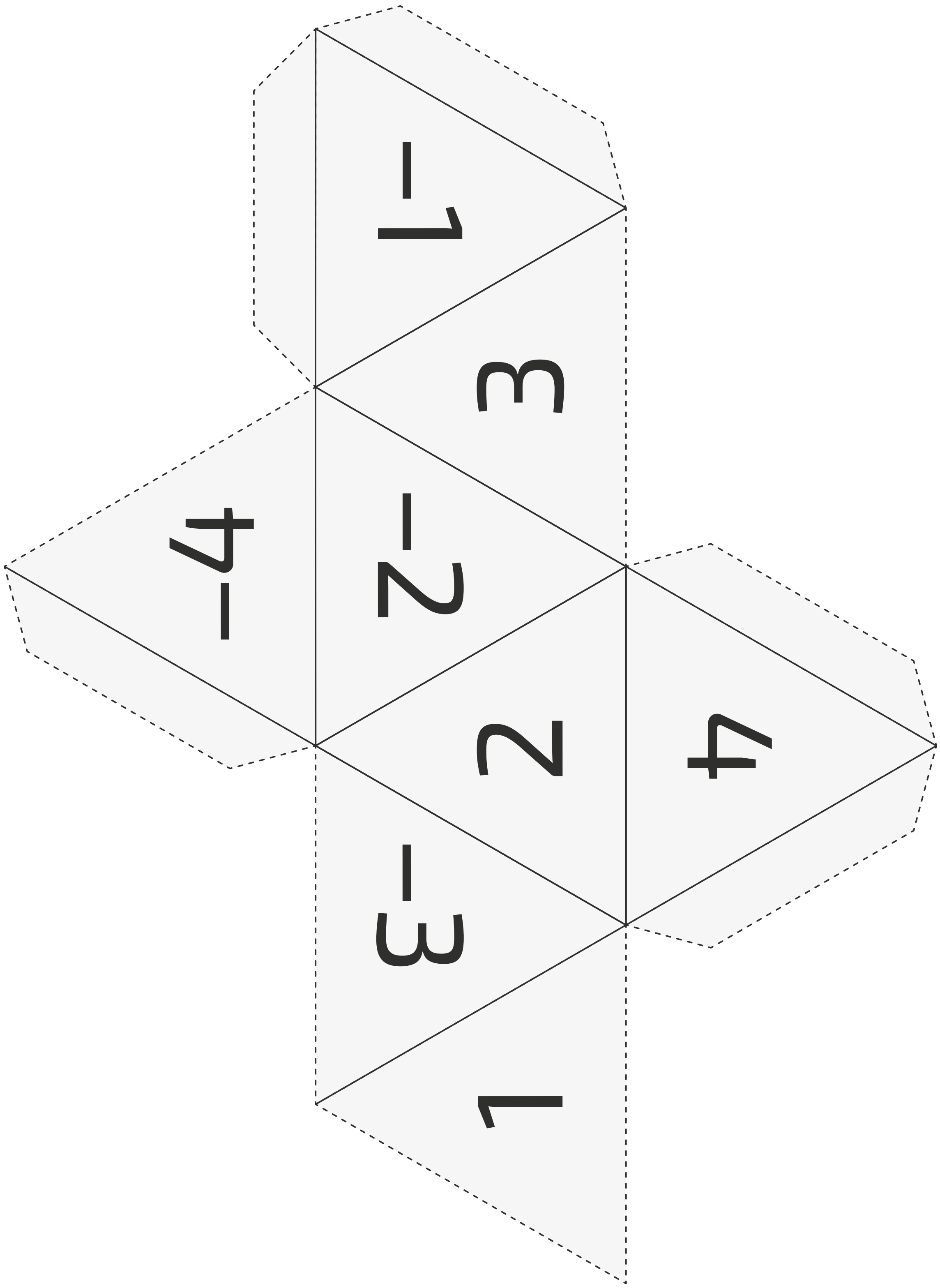
Régua de frações



Sergio L. Filho

Referente à página **28**.

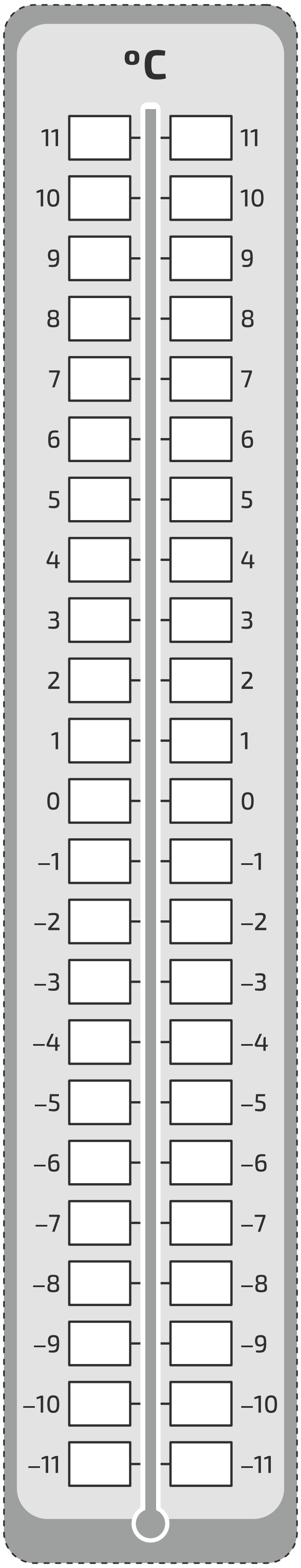
Jogando com dado e termômetro



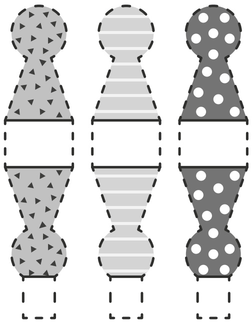
Sergio L. Filho

Referente aos comentários da página **107**.

Jogando com dado e termômetro



Bárbara Sarzi



Sergio L. Filho

Referente aos comentários da página **107**.

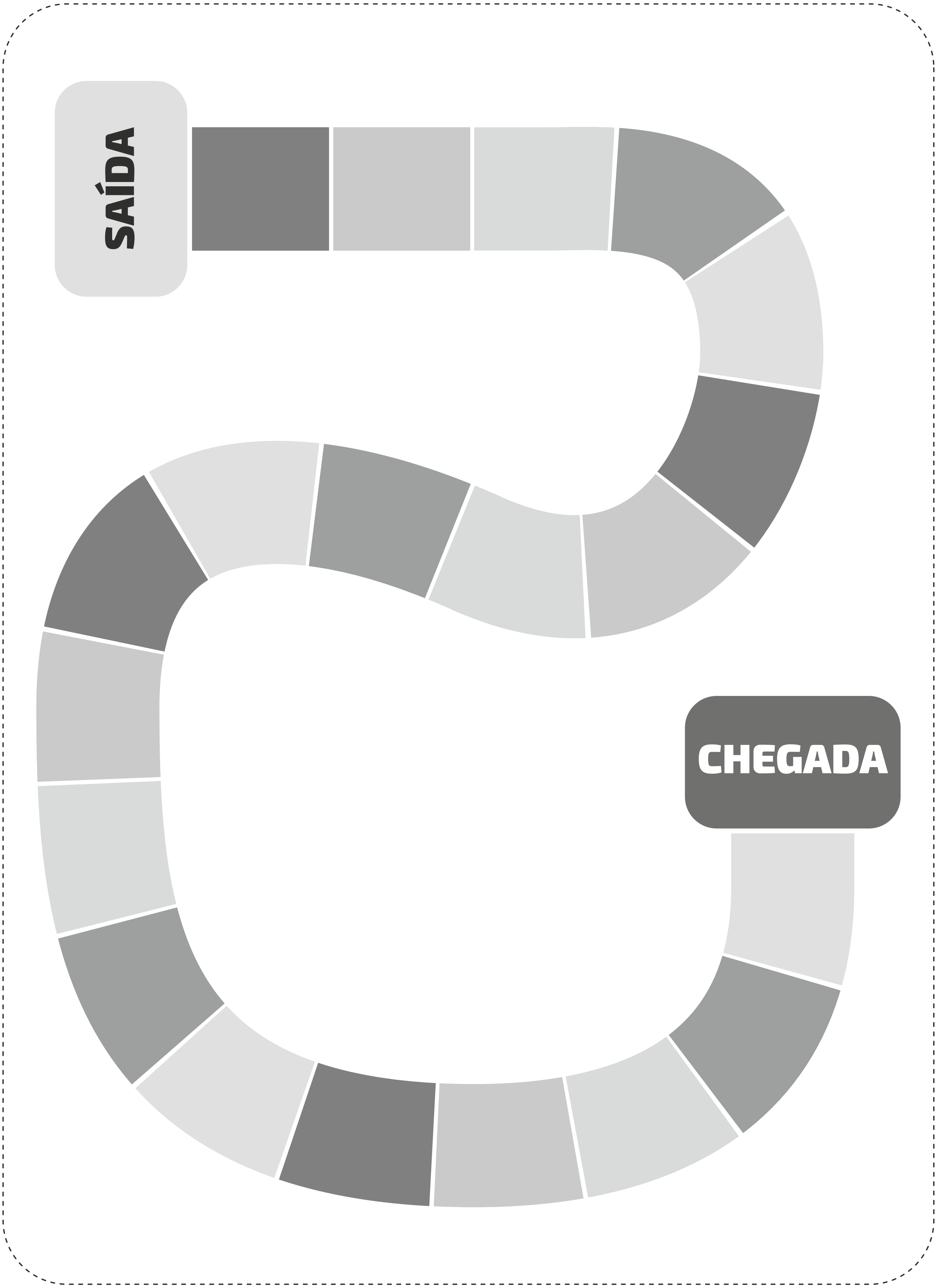
Dominó dos números inteiros

+1	(+3) · (–2)	–6	(–10) + (–12)	–22	(+10) + (–8)
+2	(–7) + (+4)	–28	(–99) + (–11)	–110	(+37) + (+4)
+41	(–25) · (+2)	–50	(–1) + (+1)	0	(–20) + (+31)
+11	(–7) · (–1)	+7	(+27) + (–28)	–1	(–5) · (–3)
+15	(–11) + (–40)	–51	(+2) + (+7)	+9	(+15) + (–12)
+3	(+3) · (–3)	–9	(+11) + (+40)	+51	(–7) · (+1)
–7	(–3) · (–1)	+3	(+20) + (–16)	+4	(+9) · (–4)
–36	(–100) + (–100)	–200	(–1) + (–70)	–71	(+22) + (+7)
+29	(–9) + (+30)	+21	(+10) · (+4)	+40	(+46) – (+34)
+12	(–72) + (+73)				

Sergio L. Filho

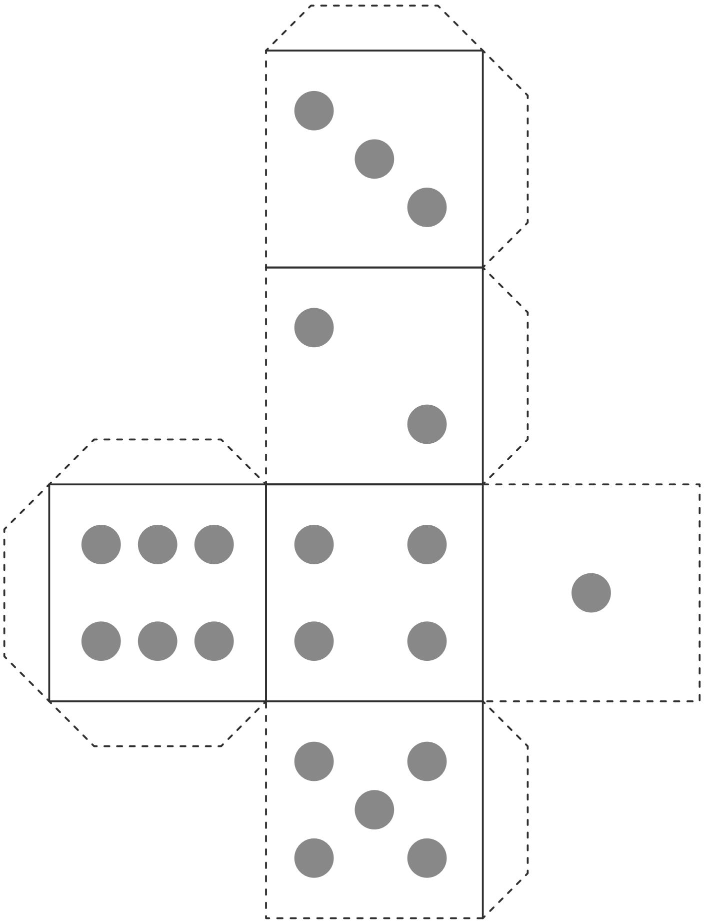
Referente aos comentários da página **116**.

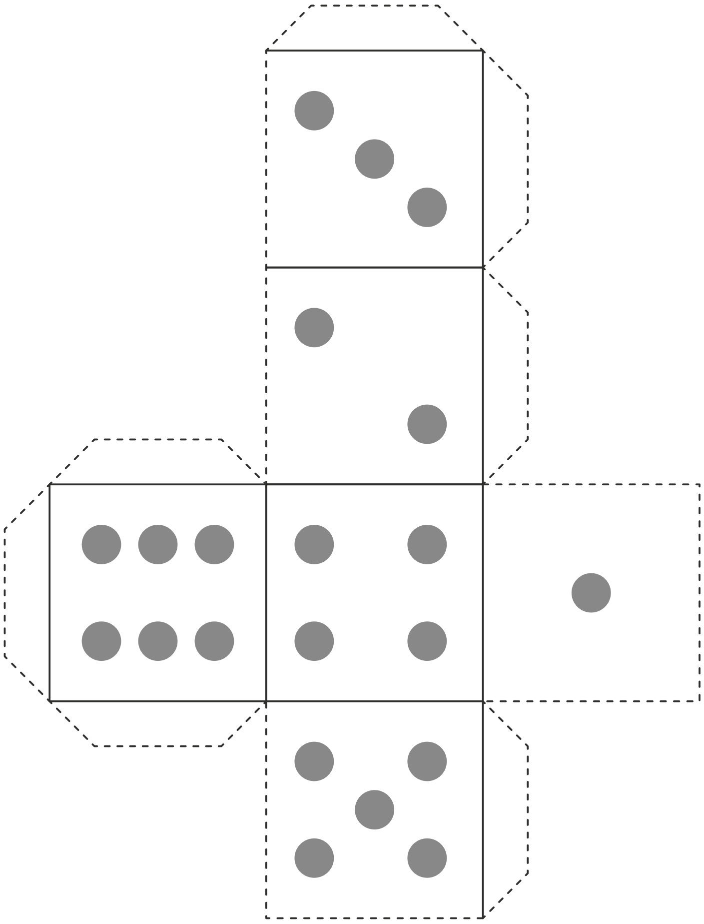
Jogo dos dados

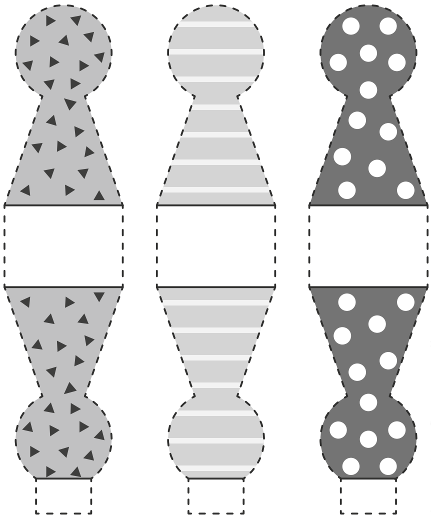


Referente aos comentários da página **132**.

Jogo dos dados



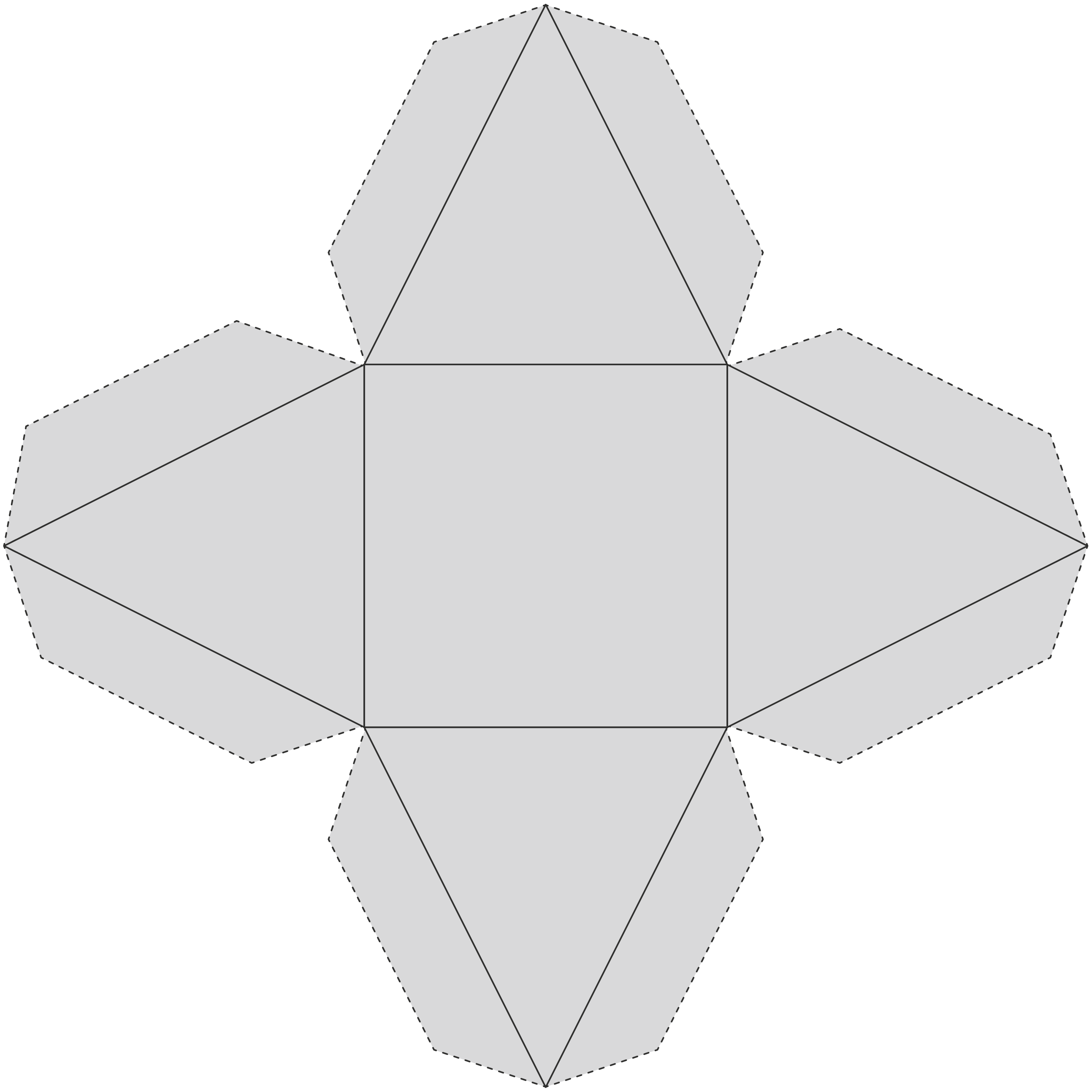




Ilustrações: Sergio L. Filho

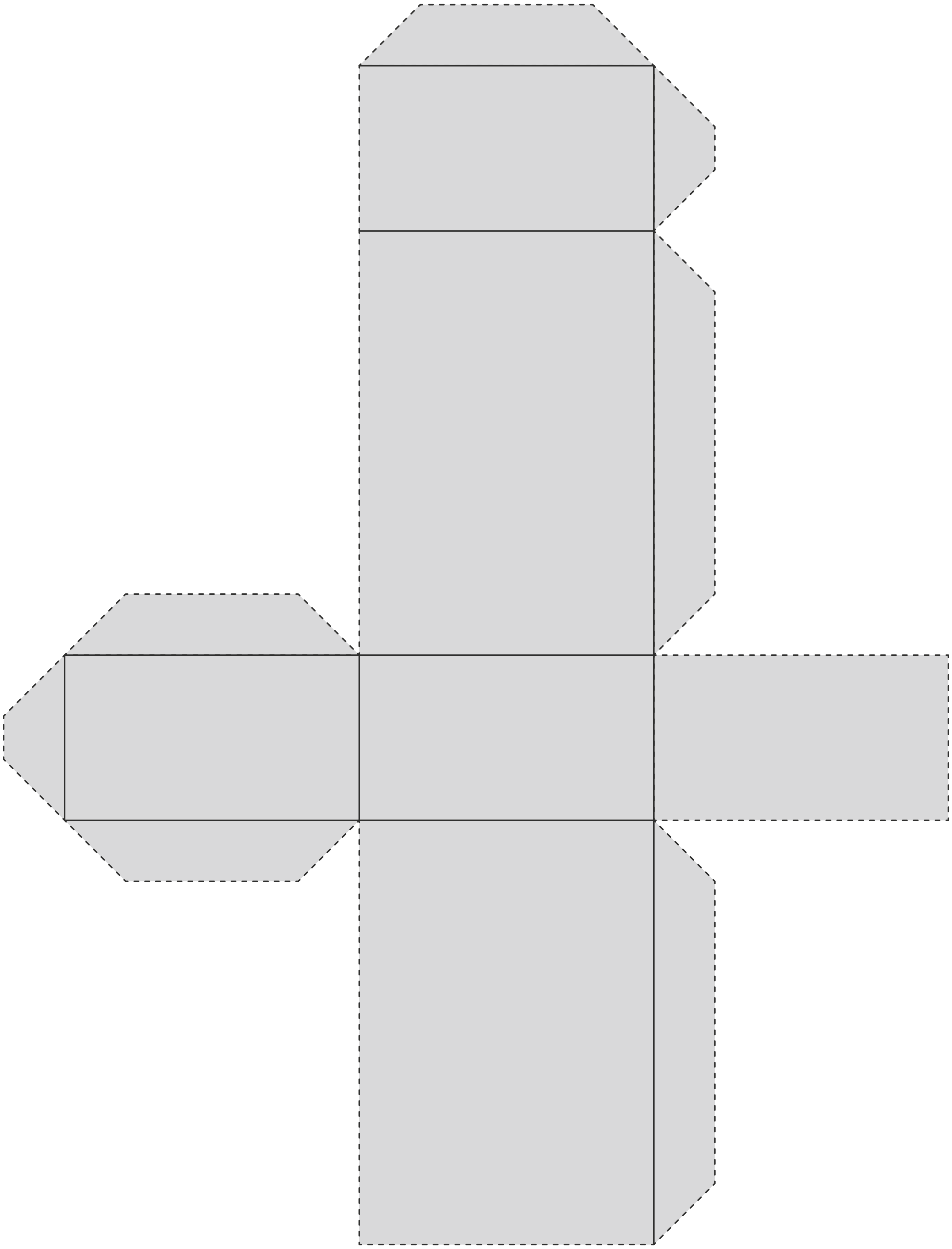
Referente aos comentários da página **132**.

Planificação da pirâmide de base quadrada



Referente à página **135**.

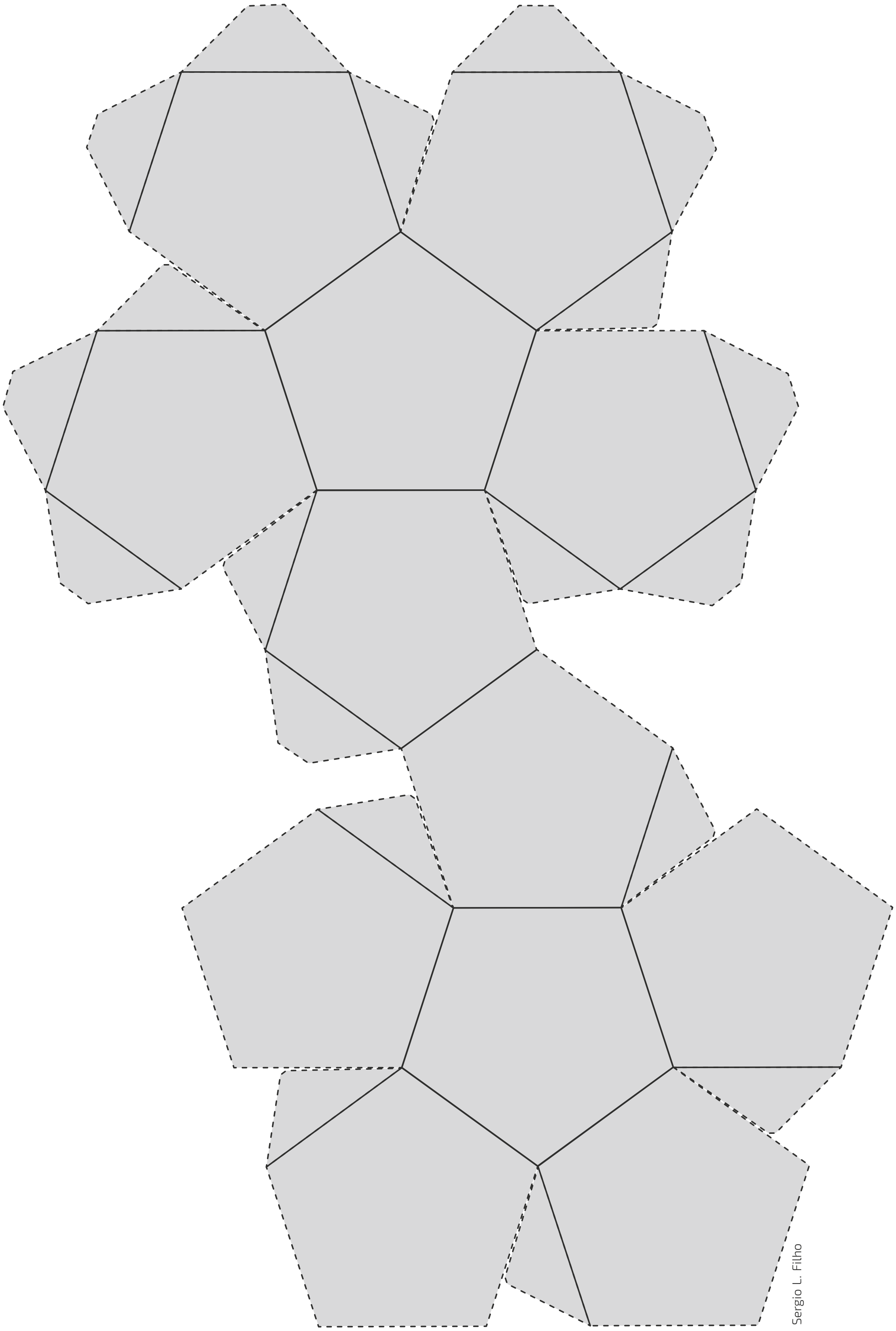
Planificação do paralelepípedo



Sergio L. Filho

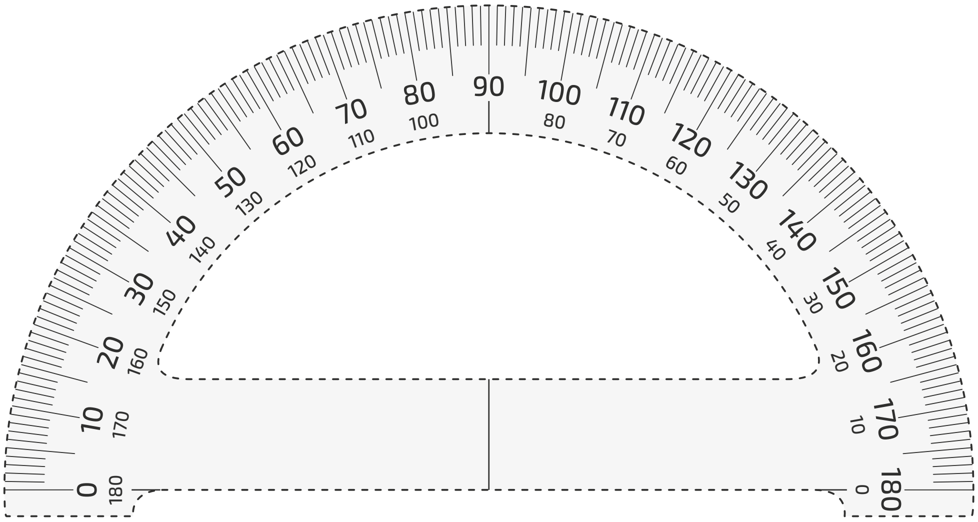
Referente à página **135**.

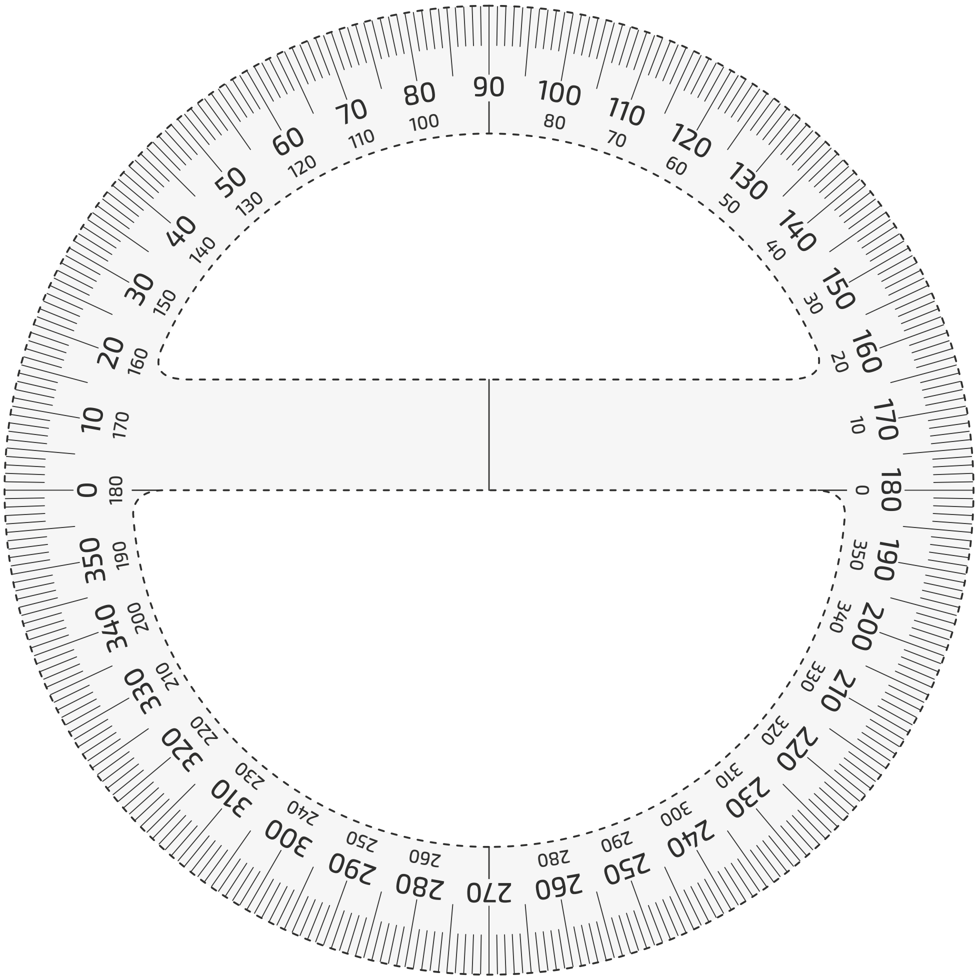
Planificação do dodecaedro


Sergio L. Filho

Referente à página **135**.

Transferidores

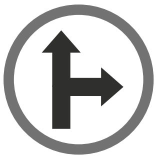




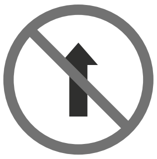
Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

Referente aos comentários da página **172**.

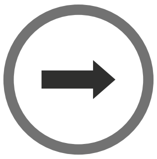
Placas de trânsito



Siga em frente ou à direita.



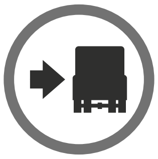
Sentido proibido.



Sentido obrigatório.

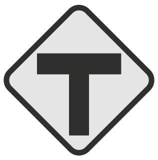
Altura máxima permitida.

Proibido ultrapassar.



Veículos lentos,
usem faixa da direita.

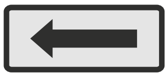
Bifurcação em “Y”.



Bifurcação em “T”.

Estreitamento de
pista à esquerda.

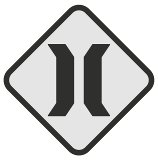
Declive acentuado.



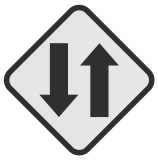
Sentido único.

Pista escorregadia.

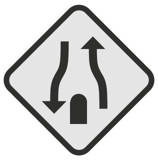
Projeção de cascalho.



Ponte estreita.



Mão dupla adiante.

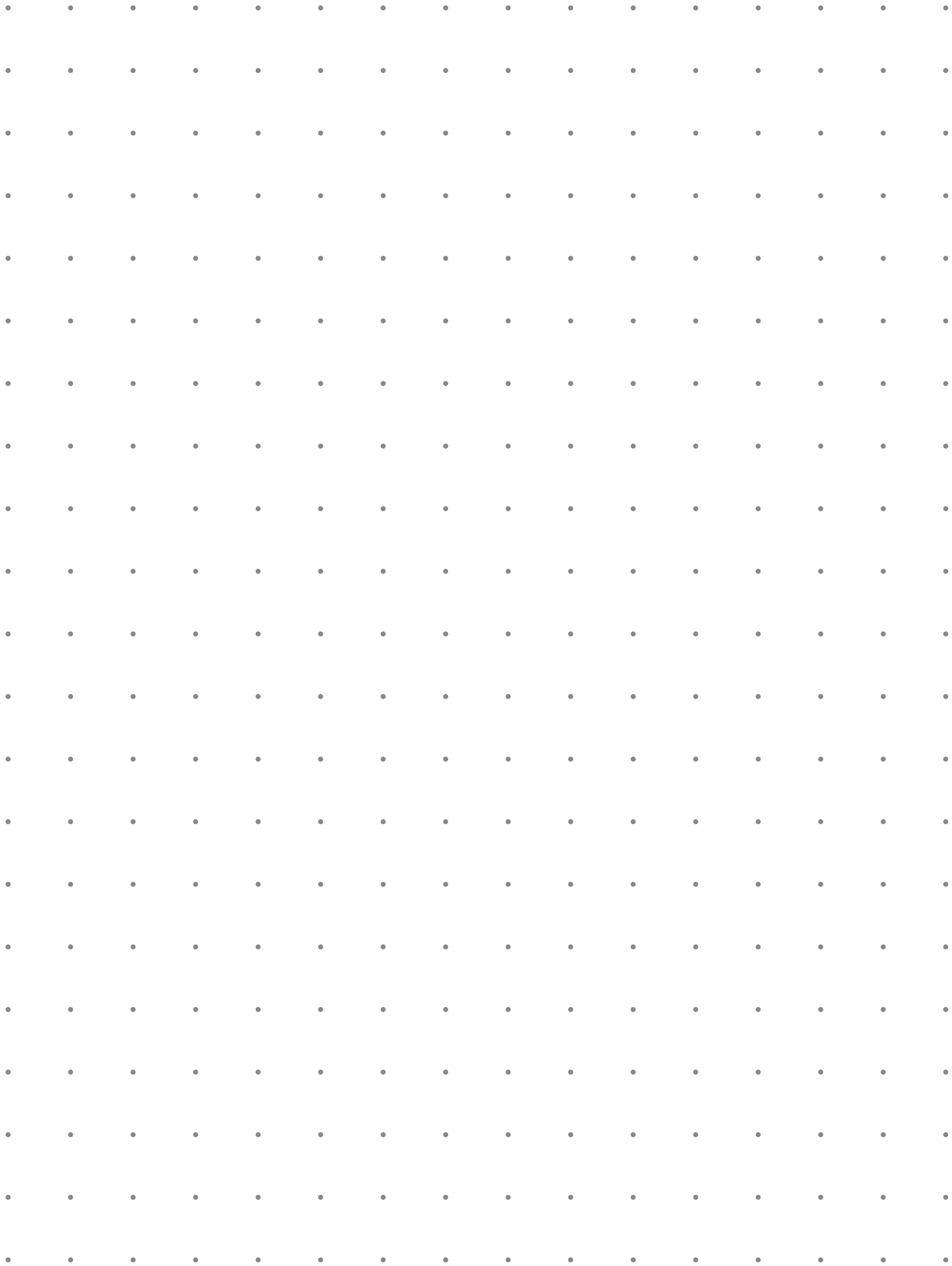


Fim de pista dupla.

Ilustrações: Sergio L. Filho

Referente aos comentários da página **227**.

Malha pontilhada

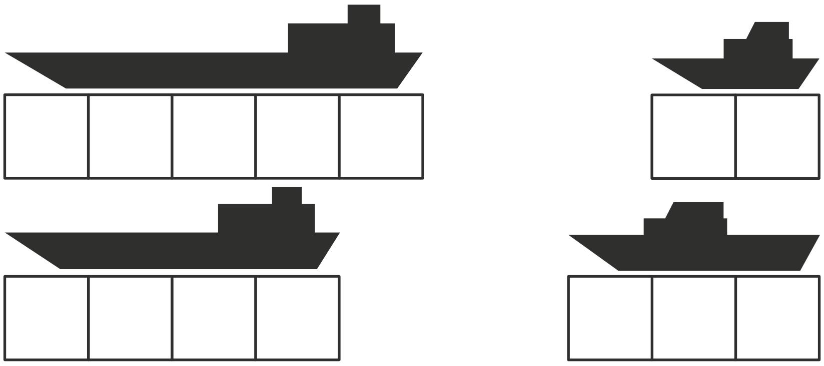


Sergio L. Filho

Referente à página **235**.

Batalha-naval

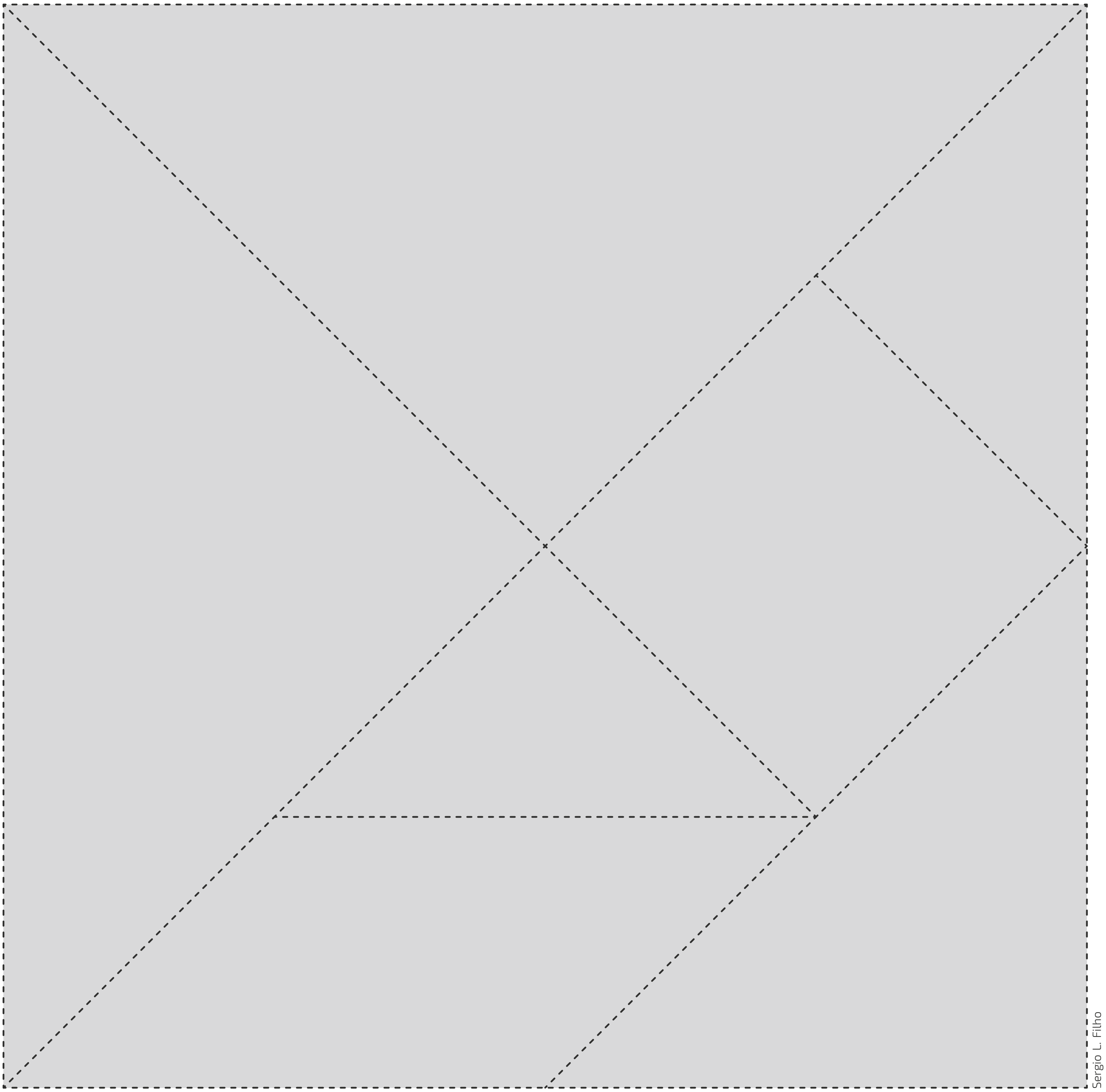
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										



Sergio L. Filho

Referente aos comentários da página 238.

Tangram



Referente aos comentários da página **248**.

Bibliografia

BASSIT, Ana Zahira (Org.). **O interdisciplinar**: olhares contemporâneos. São Paulo: Factash, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 25 set. 2018.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento**: Programa de formação continuada de professores dos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental. Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2007.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectiva. São Paulo: Editora Unesp, 1999.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

CHAMBERS, Paul; TIMILIN, Robert. **Ensinando Matemática para adolescentes**. 2. ed. Tradução de Gabriela Wondracek Linck. Porto Alegre: Penso, 2015.

DIMENSTEIN, Gilberto. **O cidadão de papel**: a infância, a adolescência e os direitos humanos no Brasil. 24. ed. São Paulo: Ática, 2012.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 55. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2017.

HUETE, Juan Carlos Sánchez; BRAVO, José A. Fernández. **O ensino da Matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

LIMA, Elon Lages. Matemática e ensino. **Sociedade Portuguesa de Matemática**. 8. ed. Lisboa: Gradiva, 2004.

MACHADO, José Nilson. **Epistemologia e didática**: as concepções de conhecimentos e inteligência e a prática docente. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

______. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias, jogo, poesia. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012. (Questões da nossa época).

MASCHIO, Elaine Cátia Falcade; SOARES, Eliana Maria do Sacramento (Org.). **Cultura escolar, tecnologias e práticas**: perspectivas históricas e contemporâneas. Curitiba: Appis, 2017.

MENDEZ, Juan. **Avaliar para conhecer**: examinar para excluir. Porto Alegre: Artmed, 2002.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática).

MORENO, Montserrat et al. **Falemos de sentimentos**: a afetividade como um tema transversal. Tradução de Maria Cristina de Oliveira. São Paulo: Moderna, 1999. (Educação em pauta: temas transversais).

NACARATO, Adair; MENGALI, Brenda; PASSOS, Cármen. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Orgs.). **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1996.

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de Matemática na *high school*. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues; Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática).

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. **Matemática para aprender a pensar**: o papel das crenças na resolução de problemas. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Matemática essencial

7º ano

Ensino Fundamental
Anos finais

Componente curricular:
Matemática

Patricia Rosana Moreno Pataro

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Estatística pela UEL-PR.

Atuou como professora da rede particular de ensino.

Autora de livros didáticos para o Ensino Fundamental.

Rodrigo Dias Balestri

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Especialista em Educação Matemática pela UEL-PR.

Especialista em Física para o Novo Ensino Médio pela UEL-PR.

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL-PR.

Professor da rede pública de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Autor de livros didáticos para o Ensino Fundamental e Ensino Médio.

1ª edição • São Paulo • 2018

editora scipione

editora scipione

Direção geral: Guilherme Luz
Direção editorial: Renata Mascarenhas e Luiz Tonolli
Gestão de projeto editorial: Mirian Senra
Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais
Edição: André Luiz Steigenberger, Denise Maria Capozzi,
Fátima Gomes Machado Vizacaro, Janaina Soler Caldeira,
Sheila Caroline Molina
Assistência editorial: Leandro Figueira Ferreira,
Paulo Ricardo Mercadante Krzyzanowski
Leitura técnica: Eduardo Henrique Gomes Tavares
Colaboração técnico-pedagógica: Eduardo Wagner
Supervisão de produção: Lucília Franco Lemos dos Santos
Revisão: Amanda S. Santos
Projeto gráfico: Marcela Pialarissi
Capa: Marcela Pialarissi
Imagem de capa: Albert Gea/Reuters/Fotoarena
Designer: Janaina Oliveira
Iconografia: Alaíde Alves de França e Stein
Tratamento de imagens: José Vitor Elorza Costa
Licenciamento de conteúdos de terceiros: Erick Lopes de
Almeida, Marissol Martins Maia
Editoração eletrônica: Luiz Roberto Lúcio Correa (superv.)

Avenida das Nações Unidas, 7221, 1º andar, Setor D
Pinheiros – São Paulo – SP – CEP 05425-902
Tel.: 4003-3061
www.scipione.com.br / atendimento@scipione.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Pataro, Patricia Moreno
Matemática essencial 7º ano : ensino fundamental, anos finais / Patricia Moreno Pataro, Rodrigo Balestri. -- 1. ed. -- São Paulo : Scipione, 2018.

Suplementado pelo manual do professor.
Bibliografia.
ISBN: 978-85-474-0162-7 (aluno)
ISBN: 978-85-474-0163-4 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental). I. Balestri, Rodrigo. II. Título.

2018-0050 CDD: 372.7

Julia do Nascimento – Bibliotecária – CRB-8/010142

2018
Código da obra CL 713556
CAE 631767 (AL) / 631768 (PR)
1ª edição
1ª impressão

Impressão e acabamento

Apresentação

Você já observou como a Matemática está presente em nosso dia a dia? Conferir o troco em uma compra, observar uma obra de arte, planejar um passeio e preparar uma receita são alguns exemplos de situações em que a Matemática é utilizada como ferramenta indispensável.

Esta coleção foi elaborada para auxiliá-lo a explorar a Matemática, dando significado a suas ideias de modo que você seja capaz de utilizá-las. Procuramos abordar os conteúdos e as situações de maneira prazerosa, trabalhando sua autonomia e criatividade e possibilitando a você que argumente e tome decisões.

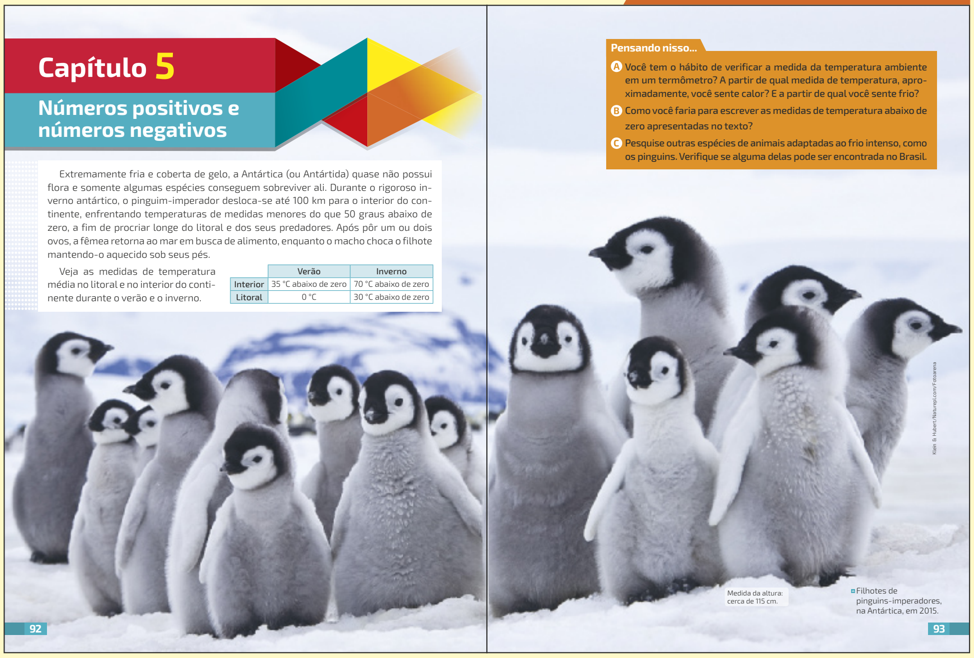
Esperamos que utilize este livro com dedicação e entusiasmo. No decorrer do trabalho, troque informações com os colegas e o professor e exponha suas ideias e opiniões, sempre respeitando as dos demais.

Desejamos a você sucesso em seus estudos!

Os autores.

Vamos conhecer o livro!

Abertura do capítulo



Capítulo 5

Números positivos e números negativos

Extremamente fria e coberta de gelo, a Antártica (ou Antártida) quase não possui flora e somente algumas espécies conseguem sobreviver ali. Durante o rigoroso inverno antártico, o pinguim-imperador desloca-se até 100 km para o interior do continente, enfrentando temperaturas de medidas menores do que 50 graus abaixo de zero, a fim de procriar longe do litoral e dos seus predadores. Após pôr um ou dois ovos, a fêmea retorna ao mar em busca de alimento, enquanto o macho choca o filhote mantendo-o aquecido sob seus pés.

Veja as medidas de temperatura média no litoral e no interior do continente durante o verão e o inverno.

	Verão	Inverno
Interior	35 °C abaixo de zero	70 °C abaixo de zero
Litoral	0 °C	30 °C abaixo de zero

Pensando nisso...

Ⓐ Você tem o hábito de verificar a medida da temperatura ambiente em um termômetro? A partir de qual medida de temperatura, aproximadamente, você sente calor? E a partir de qual você sente frio?

Ⓑ Como você faria para escrever as medidas de temperatura abaixo de zero apresentadas no texto?

Ⓒ Pesquise outras espécies de animais adaptadas ao frio intenso, como os pinguins. Verifique se alguma delas pode ser encontrada no Brasil.

Klein & Hubert/Naturepl.com/Fotoarena

Medida da altura: cerca de 115 cm.

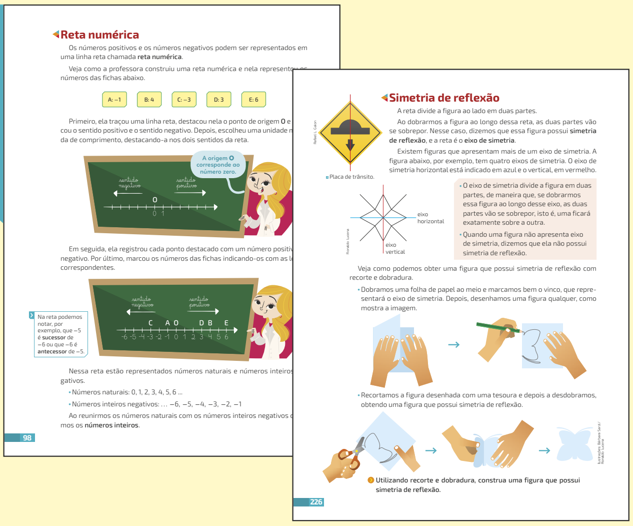
Filhotes de pinguins-imperadores, na Antártica, em 2015.

92

93

Na abertura, você entrará em contato com os assuntos que serão estudados no capítulo. São propostas questões que permitem mostrar o que você já sabe e também trocar ideias com seus colegas e o professor.

Conteúdos



Reta numérica

Os números positivos e os números negativos podem ser representados em uma linha reta chamada **reta numérica**.

Veja como a professora construiu uma reta numérica e nela representou os números das fichas abaixo.

A: −1 B: 4 C: −3 D: 3 E: 6

Primeiro, ela traçou uma linha reta, destacou nela o ponto de origem **O** e cou o sentido positivo e o sentido negativo. Depois, escolheu uma unidade n da de comprimento, destacando-a nos dois sentidos da reta.

Em seguida, ela registrou cada ponto destacado com um número positiv negativo. Por último, marcou os números das fichas indicando-os com as le correspondentes.

Na reta podemos notar, por exemplo, que −5 é **sucessor** de −6 ou que −6 é **antecessor** de −5.

Nessa reta estão representados números naturais e números inteiros gativos.

- Números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ...
- Números inteiros negativos: ... −6, −5, −4, −3, −2, −1

Ao reunirmos os números naturais com os números inteiros negativos mos os **números inteiros**.

98

Simetria de reflexão

A reta divide a figura ao lado em duas partes.

Ao dobrarmos a figura ao longo dessa reta, as duas partes vão se sobrepor. Nesse caso, dizemos que essa figura possui **simetria de reflexão**, e a reta é o **eixo de simetria**.

Existem figuras que apresentam mais de um eixo de simetria. A figura abaixo, por exemplo, tem quatro eixos de simetria. O eixo de simetria horizontal está indicado em azul e o vertical, em vermelho.

Rafael L. Gaion

Placa de trânsito.

Ronaldo Lucena

- O eixo de simetria divide a figura em duas partes, de maneira que, se dobrarmos essa figura ao longo desse eixo, as duas partes vão se sobrepor, isto é, uma ficará exatamente sobre a outra.
- Quando uma figura não apresenta eixo de simetria, dizemos que ela não possui simetria de reflexão.

Veja como podemos obter uma figura que possui simetria de reflexão com recorte e dobradura.

- Dobramos uma folha de papel ao meio e marcamos bem o vinco, que representará o eixo de simetria. Depois, desenhamos uma figura qualquer, como mostra a imagem.
- Recortamos a figura desenhada com uma tesoura e depois a desdobramos, obtendo uma figura que possui simetria de reflexão.

Ilustrações: Bárbara Sarzi/Ronaldo Lucena

Utilizando recorte e dobradura, construa uma figura que possui simetria de reflexão.

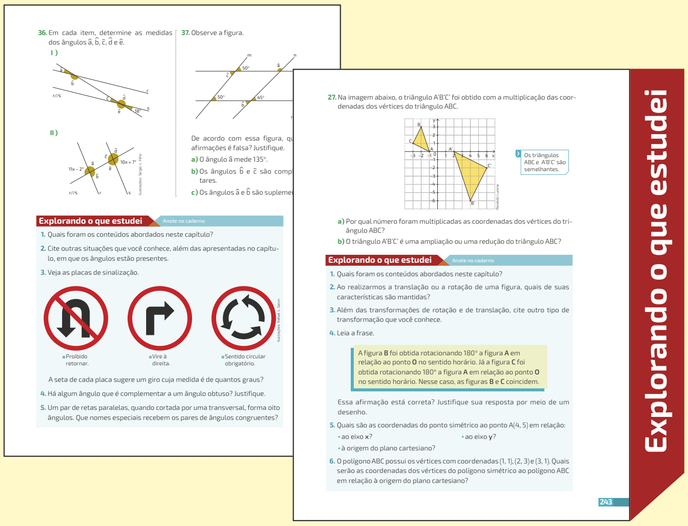
226

Os conteúdos propostos são abordados gradativamente para que você possa desenvolver e aprimorar seu conhecimento.

Nessa seção, você encontrará atividades diversificadas, que possibilitam desenvolver as ideias e os conceitos estudados.

As atividades com a tarja **Matemática em destaque** permitem que você relacione a Matemática com situações do dia a dia e também com outras áreas do conhecimento.

Após a última seção de **Atividades** do capítulo, são propostas questões que retomam o conteúdo abordado para que você reflita sobre o que estudou. Assim, você pode identificar as principais ideias compreendidas e também as que precisam ser revistas.



5

Cidadania: explore essa ideia

Cidadania: explore essa ideia

Capoeira: manifestação cultural

Na época do Brasil colonial, os escravos eram proibidos de praticar qualquer tipo de luta. Com a necessidade de desenvolver formas de proteção contra a violência dos colonizadores, eles então misturavam a dinâmica e os ritmos de suas danças com movimentos de golpes e esquivas. Assim surgiu a Capoeira, como símbolo de resistência física e cultural dos escravos brasileiros.

Por esse e outros motivos, essa manifestação cultural foi reconhecida pela Unesco (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura), em 2014, como Patrimônio Cultural Imaterial da Humanidade. O título é uma conquista para a cultura afro-brasileira, ajudando a preservar a prática não só no Brasil, como também pelo mundo.

Os capoeiristas formam um círculo e, ao centro, dois deles "jogam" a capoeira, cujos movimentos exigem muita preparação física e elasticidade corporal. Enquanto isso, os outros participantes cantam, batem palmas e tocam instrumentos musicais, como o berimbau, o atabaque, o pandeiro, o reco-reco, o caxixi e o agogô.

Esquiva › ação de quem tenta evitar um golpe, desviando o corpo.

186

Veja o nome de alguns movimentos realizados na capoeira.

Ilustrações: Nik Neves

Analisando com cidadania Anote no caderno

1. Você já participou de alguma roda de capoeira? Se sim, conte essa experiência.
2. Qual foi a importância da capoeira para os escravos africanos na época em que o Brasil era uma colônia?
3. Qual é a importância da capoeira nos dias de hoje?

Analisando com a Matemática Anote no caderno

4. Utilizando um transferidor, meça e classifique em agudo, reto, raso ou obtuso os ângulos indicados nos movimentos apresentados.
5. Em sua opinião, o que exige maior flexibilidade do corpo, uma abertura de pernas com um ângulo agudo ou obtuso?

187

Nessa seção, são abordados temas que contribuem com sua formação cidadã, permitindo que você reflita sobre a importância de cada um deles para a sociedade e para seu cotidiano.

Dica

Nesse quadro, você obtém orientações para o desenvolvimento dos conteúdos e das atividades. Além disso, encontra indicações para trabalhar a seção **Explorando tecnologias**.

Veja o significado dos ícones apresentados na coleção.

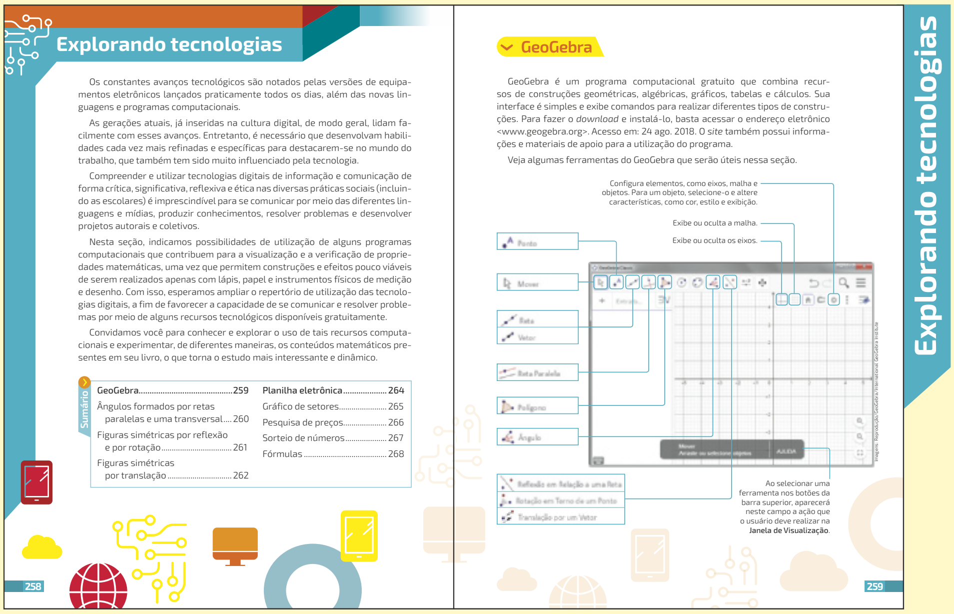
Apresenta sugestões de *sites* para que você obtenha mais informações sobre o assunto estudado.

Atividades em que você deve elaborar questões, problemas ou textos.

Atividades de caráter desafiador, em que você é estimulado a desenvolver as próprias estratégias para a resolução.

Atividades em que você realiza procedimentos de cálculo mental.

Atividades que exploram procedimentos para que você utilize a calculadora.



Explorando tecnologias

Os constantes avanços tecnológicos são notados pelas versões de equipamentos eletrônicos lançados praticamente todos os dias, além das novas linguagens e programas computacionais.

As gerações atuais, já inseridas na cultura digital, de modo geral, lidam facilmente com esses avanços. Entretanto, é necessário que desenvolvam habilidades cada vez mais refinadas e específicas para destacarem-se no mundo do trabalho, que também tem sido muito influenciado pela tecnologia.

Compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) é imprescindível para se comunicar por meio das diferentes linguagens e mídias, produzir conhecimentos, resolver problemas e desenvolver projetos autorais e coletivos.

Nesta seção, indicamos possibilidades de utilização de alguns programas computacionais que contribuem para a visualização e a verificação de propriedades matemáticas, uma vez que permitem construções e efeitos pouco viáveis de serem realizados apenas com lápis, papel e instrumentos físicos de medição e desenho. Com isso, esperamos ampliar o repertório de utilização das tecnologias digitais, a fim de favorecer a capacidade de se comunicar e resolver problemas por meio de alguns recursos tecnológicos disponíveis gratuitamente.

Convidamos você para conhecer e explorar o uso de tais recursos computacionais e experimentar, de diferentes maneiras, os conteúdos matemáticos presentes em seu livro, o que torna o estudo mais interessante e dinâmico.

Sumário

258

GeoGebra

GeoGebra é um programa computacional gratuito que combina recursos de construções geométricas, algébricas, gráficos, tabelas e cálculos. Sua interface é simples e exibe comandos para realizar diferentes tipos de construções. Para fazer o *download* e instalá-lo, basta acessar o endereço eletrônico <www.geogebra.org>. Acesso em: 24 ago. 2018. O *site* também possui informações e materiais de apoio para a utilização do programa.

Veja algumas ferramentas do GeoGebra que serão úteis nessa seção.

Configura elementos, como eixos, malha e objetos. Para um objeto, selecione-o e altere características, como cor, estilo e exibição.

Exibe ou oculta a malha.

Exibe ou oculta os eixos.

Ao selecionar uma ferramenta nos botões da barra superior, aparecerá neste campo a ação que o usuário deve realizar na **Janela de Visualização**.

Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

259

Explorando tecnologias

Nessa seção, você utilizará a planilha eletrônica Calc e o *software* GeoGebra, para desenvolver exemplos e realizar atividades que complementam o que foi estudado no capítulo.

Essa seção apresenta sugestões de livros e *sites*, possibilitando que você amplie os conceitos estudados nos capítulos.

Sugestões de livros e *sites*

Livros

- **Atlas da situação mundial**, de Dan Smith. Tradução de Mário Vilela. São Paulo: Companhia Editora Nacional.
- **Para entender o mundo**: os grandes desafios de hoje e de amanhã, de Odile Gandon. São Paulo: SM.
- **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**, de Nílson José Machado. São Paulo: Scipione. (Vivendo a Matemática).
- **A história dos números**, de Hélio Gordon. São Paulo: FTD. (História-ciência, técnica, invenções e profissões).
- **Frações**, de David L. Stienecker. São Paulo: Moderna. (Problemas, jogos & enigmas).
- **Frações sem mistérios**, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).
- **Tecendo Matemática com arte**, de Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes. Porto Alegre: Artmed.
- **Como encontrar a medida certa**, de Carlos Alberto Marcondes dos Santos e Nelson Gentil. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).
- **O aprendiz**, de Egidio Trambaiolli Neto. São Paulo: FTD. (O contador de histórias e outras histórias da Matemática).
- **A revelação**, de Egidio Trambaiolli Neto. São Paulo: FTD. (O contador de histórias e outras histórias da Matemática).
- **Proporções**, de Luiz Márcio Imenes e outros. São Paulo: Atual. (Pra que serve Matemática?).
- **Jogos de Matemática e de raciocínio lógico**, de Juan Diego Sánchez Torres. Petrópolis: Vozes.
- **Mania de Matemática**: diversão e jogos de lógica e Matemática, de Ian Stewart. Rio de Janeiro: Zahar.

Reprodução/Companhia Editora Nacional

Reprodução/Scipione

Reprodução/Ática

Reprodução/Zahar

269

Sugestões de livros e *sites*

Atividades em que você faz construções geométricas utilizando instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.

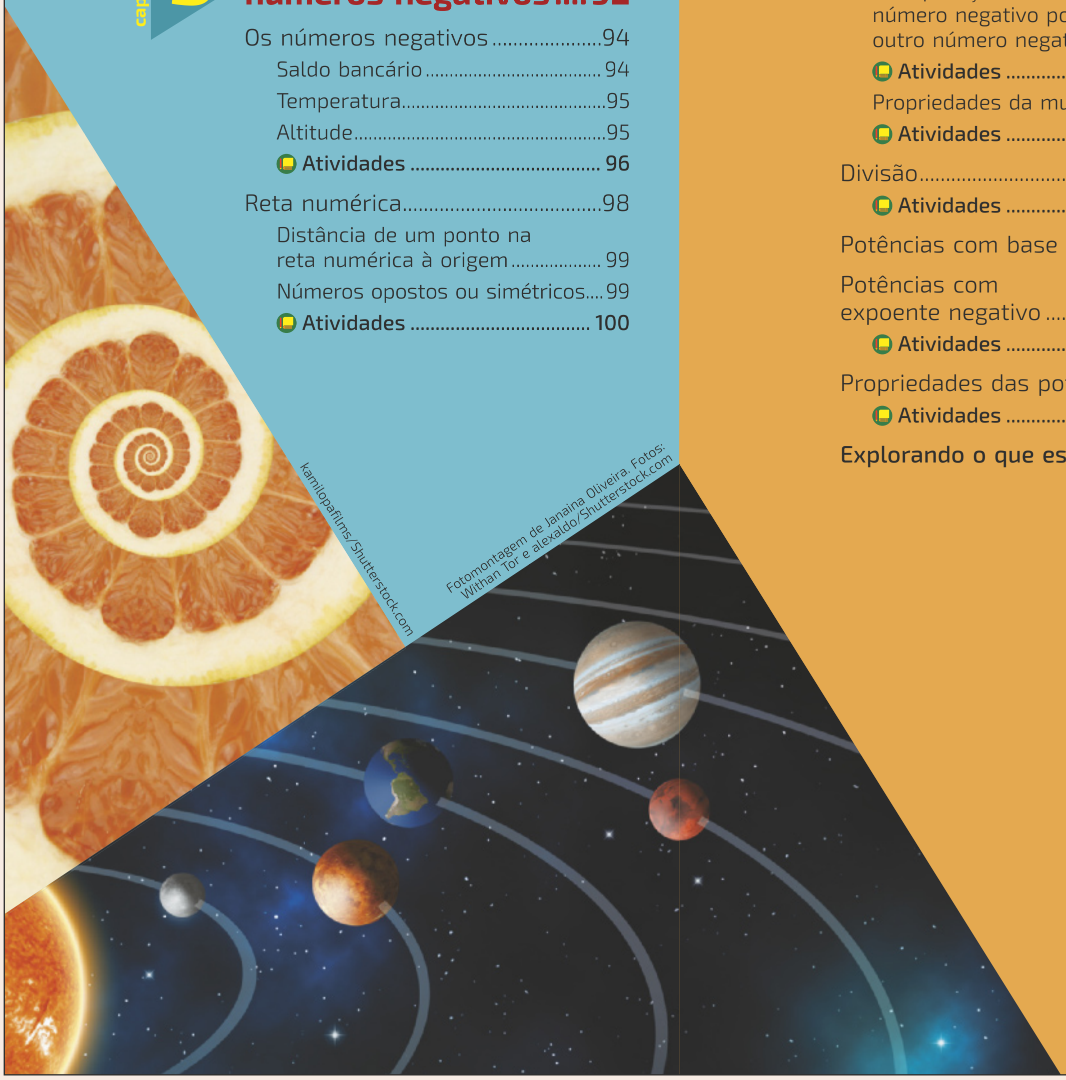
Atividades em que você realiza estimativas ou aproximações.

Indica que as imagens apresentadas não estão proporcionais entre si.

Indica que as cores utilizadas não correspondem às reais.

Apresenta sugestões de áudios e vídeos que contribuem para ampliar ou sintetizar conteúdos trabalhados.

Sumário



kamilopafilms/Shutterstock.com

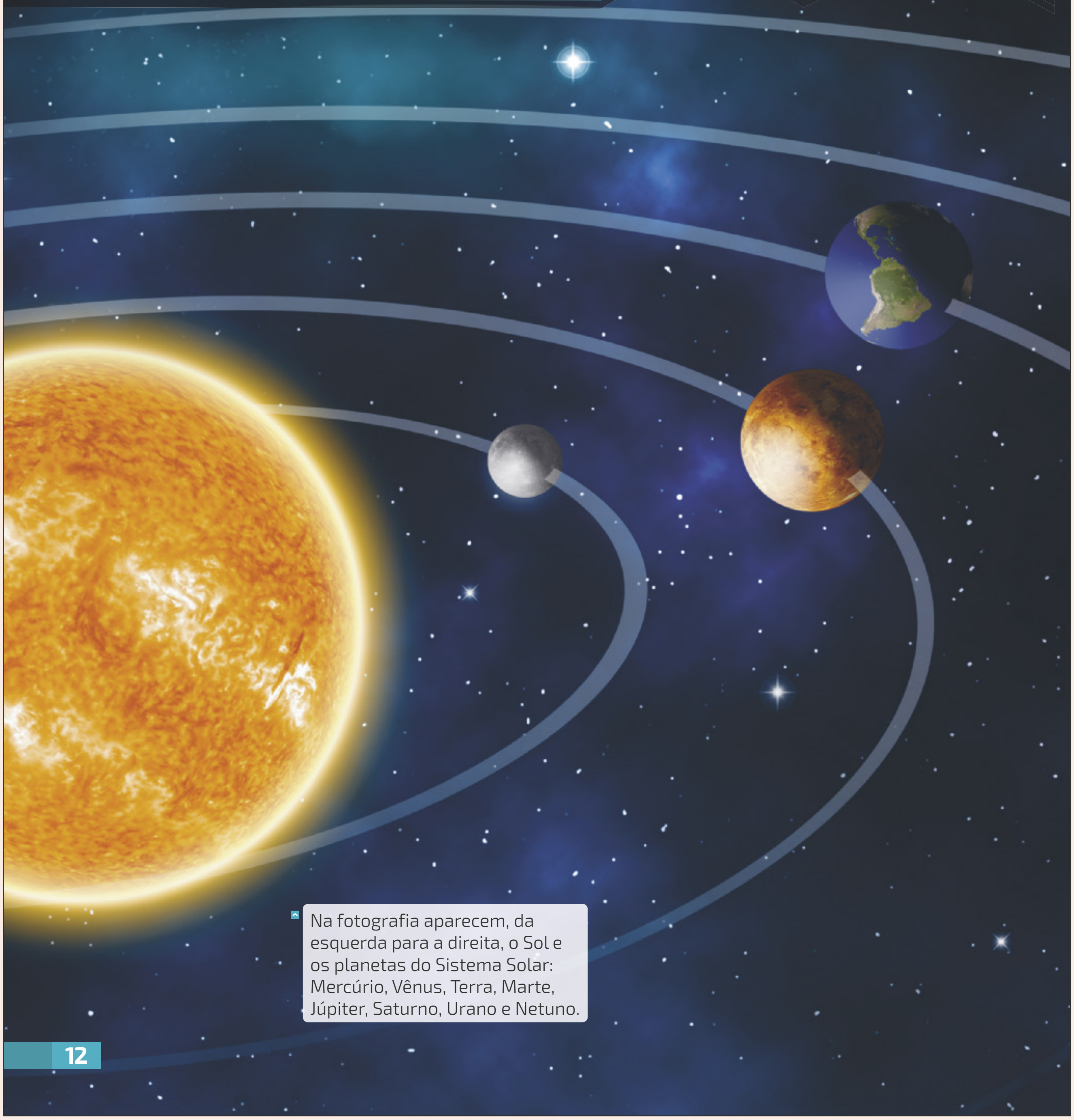
Fotomontagem de Janaina Oliveira. Fotos: Withan Tor e alexaldo/Shutterstock.com


Billion Photos/ Shutterstock.com


Klein & Hubert/Naturepl. com/Fotoarena

Capítulo 1

Múltiplos e divisores



Na fotografia aparecem, da esquerda para a direita, o Sol e os planetas do Sistema Solar: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno.

Nesse capítulo, os alunos serão capacitados a identificar múltiplos e divisores de um número natural, bem como determinar mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de dois ou mais números, inicialmente sem o uso de algoritmos, em situações inseridas, sempre que possível, em contextos da vida real.

Além disso, será abordada a decomposição em fatores primos de um número natural, possibilitando a compreensão do algoritmo para determinar mmc e mdc, e a identificação de números primos, de números primos entre si e de números compostos.

- As páginas de abertura possibilitam trabalhar os conceitos que serão estudados por meio de um assunto atrativo e curioso. Conhecer o Sistema Solar e seus elementos contribui para que oa alunos compreendam, por exemplo, os ciclos de tempo e a função do Sol, que é fonte de energia e vida na Terra e cuja força gravitacional mantém em órbita os planetas.
- Conduza o trabalho organizando os alunos em duplas para realizar a leitura do texto e responder às questões e, em seguida, promova um debate, a fim de observar as diferentes respostas. Se possível, leve-os a um planetário ou centro de ciências, mas, na impossibilidade, façam visitas a planetários virtuais, como o do Museu do Universo – Planetário do Rio de Janeiro, disponível em: <http://eravirtual.org/universo_pt>. Acesso em: 28 ago. 2018.

Relacionando saberes

- O tema da abertura está diretamente ligado ao componente curricular **Ciências**. Relembre com os alunos quais são os planetas do Sistema Solar e a ordem de proximidade deles com relação ao Sol. Se possível, mostre fotos dos planetas para que eles possam verificar os aspectos básicos de cada um.
- Outra relação que pode ser estabelecida é com o tema contemporâneo **Ciência e tecnologia**, tendo em vista que as informações sobre o Sistema Solar, as sessões de planetário e de observações celestes, por exemplo, são possíveis em grande parte por conta de aparelhos criados por meio do desenvolvimento das tecnologias.

Fotomontagem de Janaina Oliveira. Fotos: Withan Tor e alexaldo/ Shutterstock.com

O Sistema Solar é um conjunto de corpos celestes que giram em torno do Sol, sob a influência de sua força gravitacional. Em 2006, os corpos do Sistema Solar foram classificados pela comunidade científica em 8 planetas, 5 planetas anões e uma infinidade de pequenos corpos, como asteroides e cometas.

Ao girar em torno do Sol, cada planeta descreve uma trajetória, chamada órbita. Mercúrio, por exemplo, leva 88 dias terrestres para completar sua órbita, enquanto Júpiter e Urano demoram aproximadamente 12 e 84 anos terrestres, respectivamente.

O cometa Halley, cuja órbita dura cerca de 76 anos terrestres, é muito conhecido por poder ser observado com clareza, de diversas partes da Terra, em certo momento de sua órbita.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

Ⓐ Você já observou algum planeta ou cometa? Conte para o professor e os colegas como foi essa experiência.

Ⓑ Sabendo que a última vez que o cometa Halley pôde ser observado da Terra foi em 1986, determine quais são, provavelmente, os próximos dois anos em que isso ocorrerá novamente.

Ⓒ Considere, inicialmente, o momento em que estão alinhados Júpiter, Urano e o Sol. Quantos anos após esse momento eles estarão alinhados novamente?

Pensando nisso...

Ⓐ Resposta pessoal.

Ⓑ 2062 e 2138

Ⓒ 84 anos

- No item **A**, pergunte também se os alunos costumam olhar as estrelas e quais constelações conhecem.
- Peça que, no item **B**, os alunos calculem qual idade aproximada eles terão quando o cometa puder ser visto novamente da Terra.
- No item **C**, verifique se os alunos observaram que 84 (tempo de órbita de Urano) é múltiplo de 12 (tempo de órbita de Júpiter) e, consequentemente, 84 é o mínimo múltiplo comum de 12 e 84.

BNCC em foco

- O trabalho com o capítulo será conduzido pela essência da **Competência geral 2**, uma vez que apresenta abordagens que desenvolvem nos alunos o pensamento crítico, científico e criativo, além do espírito de investigação no exercício intelectual para a solução e elaboração de problemas.

Material digital

- No material digital, é apresentado um **Plano de desenvolvimento** para o 1º bimestre capaz de auxiliar nos planejamentos e desenvolvimentos das aulas, em que são descritos em um quadro os objetivos específicos, os objetos de conhecimento e as habilidades específicas **EF07MA01**, **EF07MA02**, **EF07MA05**, **EF07MA06**, **EF07MA07**, **EF07MA08**, **EF07MA10**, **EF07MA11**, **EF07MA12**, previstas para os capítulos **1**, **2** e **3** sugeridos para esse período. Além disso, são elencadas as principais práticas didático-pedagógicas e atividades recorrentes previstas para o conteúdo abordado nesse bimestre.

Objetivos do capítulo

- Determinar múltiplos e divisores de um número natural.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam noções de múltiplos e divisores.
- Compreender a ideia de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum.
- Reconhecer números primos, números primos entre si e números compostos.
- Decompor números naturais em fatores primos.
- Compreender algoritmos para determinar mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital desta coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **1**, **2** e **3** do 1º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar as estratégias de ensino com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos surtiram o resultado esperado.

Múltiplos de um número natural

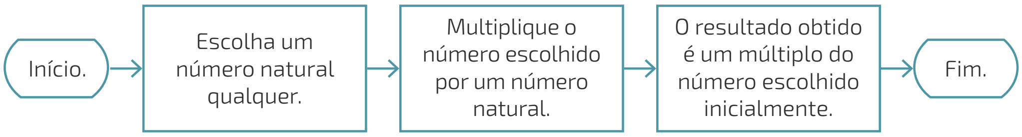
Quando uma divisão de números naturais é exata, temos que o dividendo é múltiplo do divisor e do quociente. Veja um exemplo.

$$\begin{array}{r|l} 2\ 0 & \underline{5\ \ } \\ 0 & 4 \end{array}$$

20 é **múltiplo** de 5 e de 4, pois a divisão é **exata**.

Uma divisão é exata quando o resto é igual a zero.

Veja como podemos obter um múltiplo de determinado número.



O zero é múltiplo de qualquer número natural e todo número natural é múltiplo dele mesmo.

Descreva como você faria para determinar se um número natural é múltiplo de outro número natural. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que para verificar se um número natural é múltiplo de outro, basta dividi-lo por esse número e verificar se a divisão é exata.

Mínimo múltiplo comum (mmc)

Observe alguns múltiplos de 3 e de 5.

- múltiplos de 3: **0**, 3, 6, 9, 12, **15**, 18, 21, 24, 27, **30** ...
- múltiplos de 5: **0**, 5, 10, **15**, 20, 25, **30**, 35, 40 ....

Os números destacados 0, 15 e 30 correspondem aos múltiplos de 3 e de 5.

Se continuarmos essas sequências, vamos obter outros números que também são múltiplos de 3 e de 5, porém o menor múltiplo diferente de zero é o 15. Dizemos, então, que o número 15 é o **mínimo múltiplo comum** de 3 e 5 e indicamos por mmc (3, 5) = 15.

O menor múltiplo, diferente de zero, de dois ou mais números naturais não nulos é o mínimo múltiplo comum (mmc) desses números.

O mmc pode ser utilizado para resolver situações como a apresentada a seguir.

Em uma indústria, a revisão de determinada máquina ocorre a cada 4 semanas e de outra máquina, a cada 6 semanas. Sabendo que em determinado dia as duas máquinas foram revisadas, depois de quantas semanas elas serão revisadas novamente no mesmo dia?

Avaliação

- Antes de iniciar o trabalho, verifique a possibilidade de realizar uma avaliação com os alunos, a fim de identificar como estão lidando com as operações com números naturais, especialmente a multiplicação e a divisão. Para isso, realize algumas atividades envolvendo tais operações, como os exemplos a seguir.
- Uma fábrica produziu, em uma semana, 5 848 *smartphones*, que foram embalados em caixas com 8 cada.

a) Quantas caixas foram necessárias para embalar os *smartphones* produzidos?
R 731 caixas

b) Na semana seguinte, a mesma fábrica produziu 512 *smartphones* a menos do que na semana anterior. Quantas caixas foram necessárias para embalar os *smartphones* produzidos nessa semana?
R 667 caixas

c) 500 caixas dessas contêm quantos *smartphones*?
R 4 000 *smartphones*

Para resolver esse problema, é necessário encontrar o mmc entre os múltiplos de 4 e 6.

- Múltiplos de 4: 0, 4, 8, **12**, 16, 20, 24 ...
- Múltiplos de 6: 0, 6, **12**, 18, 24, 30, 36 ...

Como o mmc (4, 6) = 12, temos que após 12 semanas as duas máquinas serão revisadas no mesmo dia novamente.

É possível obter o mmc de três ou mais números naturais não nulos? Justifique.
sim; Espera-se que os alunos respondam que para obter o mmc de três ou mais números naturais não nulos é preciso saber quais são os múltiplos de cada um dos números e localizar o menor múltiplo comum entre eles.

Atividades

Anote no caderno

1. Observe os números a seguir.

51	49	33	60	44	35	58
93	90	8	77	96	100	52

Quais desses números são múltiplos de:

a) 2? 8, 96, 58, 100, 60, 90, 44, 52
b) 3? 33, 51, 93, 96, 60, 90
c) 4? 8, 44, 52, 60, 96, 100
d) 5? 100, 35, 60, 90
e) 7? 35, 77, 49
f) 10? 100, 60, 90

2. Resolva os problemas a seguir.

a) Catarina demora cerca de 9 minutos para dar uma volta completa correndo em uma pista. Mantendo o ritmo, quantos minutos aproximadamente ela levará para dar 3 voltas completas nessa mesma pista? E 5 voltas?
27 minutos; 45 minutos

b) Tiago coleciona figurinhas para compor um álbum. Sabendo que o álbum ficará completo com 180 figurinhas e que tem a mesma quantidade de figurinhas em cada página, é possível que esse álbum tenha:

- 6 figurinhas por página? sim
- 14 figurinhas por página? não
- 15 páginas? sim

3. Escreva os múltiplos de 8 e os múltiplos de 12 menores do que 100.

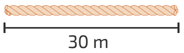
a) Dos números que você escreveu, quais são os múltiplos comuns de 8 e 12?
0, 24, 48, 72 e 96

b) Qual é o mínimo múltiplo comum de 8 e 12? 24

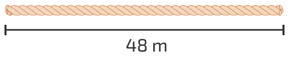
3. múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88 e 96; múltiplos de 12: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 e 96

4. Indique em quais itens há uma corda que não apresenta sobra quando cortada somente em pedaços cuja medida do comprimento é 4 m, assim como não apresenta sobra quando cortada somente em pedaços cuja medida do comprimento é 6 m. b; c

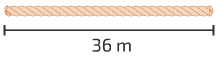
a)



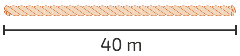
c)



b)



d)



Ilustrações: Ingridhi Borges

- Escreva, com suas palavras, quais foram os procedimentos utilizados por você para resolver esta atividade.
Resposta pessoal.

5. Elabore um problema envolvendo a ideia de múltiplo e dê para um colega resolver. Depois, confira a resposta do seu colega. Resposta pessoal.

6. Observe a sequência dos 10 primeiros múltiplos de 16, de 18 e de 24.

Múltiplos de 16: 0, 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144.

Múltiplos de 18: 0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162.

Múltiplos de 24: 0, 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216.

Agora, determine:

a) mmc (16, 18). 144
b) mmc (16, 24). 48
c) mmc (18, 24). 72
d) mmc (16, 18, 24). 144

- Verifique se os alunos perceberam que a resposta da atividade **4** corresponde às cordas **b** e **c** porque 36 e 48 são múltiplos comuns de 4 e 6.
- A atividade **5** propõe a elaboração de um problema, e a citação abaixo apresenta uma justificativa porque tal procedimento deve ser trabalhado com os alunos.

> Quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo que sabe e elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura adequados para que possa comunicar o que pretende.
>
> Nesse processo, aproximam-se a língua materna e a matemática, as quais se complementam na produção de textos e permitem o desenvolvimento da linguagem específica. O aluno deixa, então, de ser um resolvedor para ser um propositor de problemas, vivenciando o controle sobre o texto e as ideias matemáticas.
>
> [...]

CHICA, Cristiane H. Por que Formular Problemas?. In: SMOLE, Kátia S; DINIZ, Maria I (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

- Veja um possível problema que pode ser elaborado pelos alunos:
  - Hugo estava esperando um trem numa estação de metrô quando observou que dois trens passaram juntos pela estação. Sabendo que um desses trens leva 15 minutos para voltar para a estação e o outro, 5 minutos, determine quanto tempo depois eles passarão juntos pela estação novamente.
  R 15 minutos

BNCC em foco

- As atividades das páginas **15** e **16** estimulam os alunos a resolver e a elaborar problemas que abordam noções de múltiplos, incluindo a ideia de mínimo múltiplo comum, de modo que possam utilizar estratégias próprias, sem a aplicação de algoritmos prontos, contemplando, desse modo, a habilidade **EF07MA01**.

- Se achar conveniente, reúna os alunos em duplas para realizar a atividade **8**. Veja uma possível questão elaborada por eles:
  - Para dar uma volta na pista de autorama, o carrinho preto demora 10 segundos e o amarelo, 12 segundos. Em quantos segundos, após terem partido no mesmo momento do ponto da largada, os carrinhos passarão juntos novamente pelo ponto inicial?

    Ⓡ 60 segundos
- Na atividade **9**, o personagem vai tomar novamente os dois medicamentos juntos após 24 horas, ou seja, às 7 horas da manhã de terça-feira, pois alguns dos múltiplos de 6 são: 0, 6, 12, 18, 24, 30, ..., e alguns dos múltiplos de 8 são: 0, 8, 16, 24, 32, ... Sendo assim, 24 é o menor múltiplo comum de 6 e 8.

  Após os alunos terem resolvido esta atividade, registre a resolução na lousa por meio de um esquema em que constem os horários que cada medicamento deverá ser tomado. Comente com os alunos que os medicamentos devem ser utilizados somente com orientações médicas e quando fornecidos por um adulto.
- Veja uma possível resolução do desafio proposto na atividade **12**:
  - múltiplos de 9: 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, ..., 612, 621, **630**
  - múltiplos de 10: 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, ..., 610, 620, **630**
  - múltiplos de 14: 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140, ..., 602, 616, **630**
  - Assim, mmc (9, 10, 14) = 630. O próximo múltiplo comum de 9, 10 e 14 será 1 260, que corresponde a uma quantidade de caixas maior do que 1000, então, a quantidade deve ser 630 caixas.

7. Calcule.

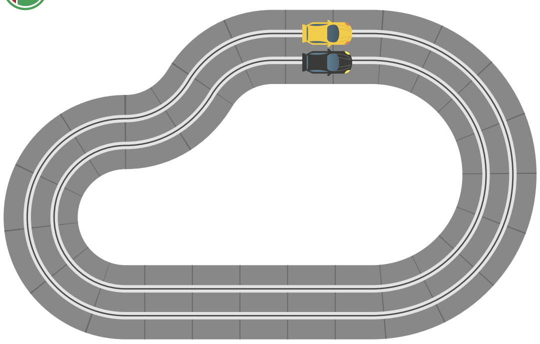
a) mmc (14, 21) 42

b) mmc (7, 13) 91

c) mmc (15, 20) 60

d) mmc (24, 60, 96) 480

8. Observe a imagem a seguir.



Somma Studio

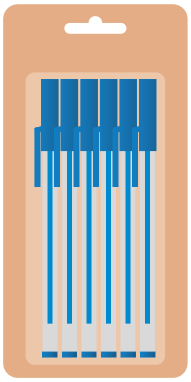
Considerando que os carrinhos levam diferentes medidas de tempo para dar uma volta na pista, elabore um problema envolvendo mmc e dê para um colega resolver. Depois, confira a resposta dada pelo seu colega. Resposta pessoal.

9. Marcelo está fazendo um tratamento médico no qual precisa tomar dois medicamentos. Um deles deve ser tomado de 8 em 8 horas e o outro, de 6 em 6 horas. Sabendo que Marcelo tomou os dois medicamentos às 7 horas da manhã de segunda-feira, determine o horário e o dia em que ele vai tomar novamente os dois medicamentos juntos.

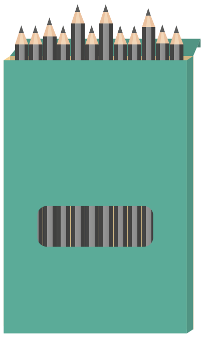
7 horas da manhã de terça-feira

10. Em certo trecho de uma rodovia, uma concessionária de pedágio instalou placas educativas a cada 12 km e telefones a cada 16 km. Logo no início desse trecho, há uma dessas placas e um telefone juntos. A cada quantos quilômetros, a partir desse ponto, estarão instalados, novamente, uma placa educativa e um telefone juntos? 48 km

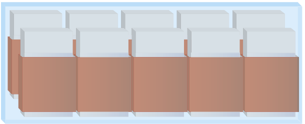
11. Uma papelaria vende canetas, lápis e borrachas em embalagens conforme representado a seguir.



Embalagem com canetas.



Embalagem com lápis.



Ilustrações: Rafael L. Gaion

Embalagem com borrachas.

10 embalagens de canetas, 5 embalagens de lápis e 6 embalagens de borrachas

Carla pretende formar *kits* contendo uma caneta, um lápis e uma borracha, que serão utilizados como premiação em uma gincana. Quantas embalagens de cada material, no mínimo, ela deve comprar nessa papelaria para formar os *kits* de maneira que não sobre material?

12. Em um armazém, um funcionário verificou que poderia organizar as caixas que havia em estoque utilizando somente pilhas com a mesma quantidade de caixas, podendo conter cada pilha 9, 10 ou 14 caixas. Quantas caixas havia em estoque, sabendo que elas eram menos de 650?

630 caixas

13. Para resolver as atividades **9**, **10**, **11** e **12**, foram utilizados os mesmos procedimentos descritos por você na atividade **4**? Todas as situações que apresentam essas características podem ser resolvidas utilizando esses procedimentos? Justifique. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que sim, pois nessas atividades é preciso obter o mmc de alguns números para que seja possível resolvê-las.

Divisores de um número natural

Podemos verificar se um número natural diferente de zero é divisor de outro por meio de uma divisão. Vamos verificar, por exemplo, se 9 é divisor de 243.

$$\begin{array}{r|l} 243 & 9 \\ \hline 63 & 27 \\ 0 & \end{array}$$

Como a divisão de 243 por 9 é exata, dizemos que 9 é divisor de 243, o que é equivalente a dizer que:

- 9 é fator de 243.
- 243 é divisível por 9.
- 243 é múltiplo de 9.

O número 1 é divisor de qualquer número natural.

Escreva, no caderno, três divisores de 134.
Resposta pessoal. Possível resposta: 1, 67, 134.

Máximo divisor comum (mdc)

Veja a seguir os divisores de 18 e de 24.

- Divisores de 18: **1**, **2**, **3**, **6**, 9 e 18.
- Divisores de 24: **1**, **2**, **3**, 4, **6**, 8, 12 e 24.

Podemos notar que os números 1, 2, 3 e 6 em destaque são divisores de 18 e de 24 e que o número 6 é o maior desses divisores.

Dizemos que o número 6 é o **máximo divisor comum** de 18 e 24 e indicamos por mdc (18, 24) = 6.

O maior divisor comum de dois ou mais números naturais, em que pelo menos um deles é diferente de zero, é o máximo divisor comum (mdc) desses números.

O mdc pode ser utilizado para resolver problemas como o apresentado abaixo.

Jéssica tem 3 peças de tecido cujas medidas de comprimento são 12 m, 8 m e 20 m. Para obter melhor aproveitamento desses tecidos, ela vai cortá-los em pedaços com a maior medida de comprimento possível, de modo que todos tenham a mesma medida de comprimento e que não haja sobra. Qual será a medida do comprimento de cada pedaço de tecido?

- Estenda a proposição das explicações teóricas e peça aos alunos que escrevam alguns divisores de mais números naturais, por exemplo, de 20, 45, 132 e 240.
- Complemente também o tópico **Máximo divisor comum (mdc)** sugerindo que os alunos determinem o mdc de mais alguns números, por exemplo, mdc (36, 76), que corresponde a 4, pois os divisores de 36 são 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36, e os divisores de 76 são 1, 2, 4, 19, 38 e 76. Portanto, o 4 é o maior divisor que é comum aos dois.

Material digital

- Para complementar o trabalho com o tópico **Divisores de um número natural**, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 1**, elaborada com o objetivo de desenvolver a habilidade **EF07MA01**. As atividades propostas nessa sequência possibilitam determinar múltiplos e divisores de um número natural, reconhecer os critérios de divisibilidade, identificar números primos e calcular o mmc e mdc entre dois números naturais.

BNCC em foco

- As atividades propostas nessa página encorajam os alunos a resolver e a elaborar problemas com números naturais, envolvendo a ideia de divisor, incluindo máximo divisor comum, sem a aplicação de algoritmos, conforme a habilidade **EF07MA01** prevê na **BNCC**.

- Uma possível elaboração de problema para a atividade **19** é a seguinte:
  - Para quantas pessoas é possível dividir a barra de chocolate da figura, de modo que cada uma receba a mesma quantidade de quadradinhos inteiros?

    Ⓡ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ou 24 pessoas
- Veja uma possível resolução para o desafio proposto na atividade **20**.
  - divisores de 16: 1, 2, 4, 8 e 16
  - divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24

    Como mdc(16, 24) = 8, temos 8 buquês.

    Como 16 : 8 = 2, temos 2 rosas brancas por buquê.

    Como 24 : 8 = 3, temos 3 rosas vermelhas por buquê.

    Ⓡ 8 buquês com 2 rosas brancas e 3 rosas vermelhas em cada um.

Para resolver o problema apresentado, é necessário obter o mdc de 12, 8 e 20. Para isso, vamos determinar os divisores desses números.

- Divisores de 12: 1, 2, 3, **4**, 6 e 12.
- Divisores de 8: 1, 2, **4** e 8.
- Divisores de 20: 1, 2, **4**, 5, 10 e 20.

Portanto, a medida do comprimento de cada pedaço de tecido será 4 m, pois o mdc (12, 8, 20) = 4.

Atividades

Anote no caderno

14. Determine três divisores dos números a seguir. Possíveis respostas:

a) 10 1, 2, 5, 10
b) 21 1, 3, 7, 21
c) 40 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
d) 142 1, 2, 71, 142

15. O número que representa a idade do pai de Luís é divisível por 6 e é divisor de 108. Sabendo que o pai de Luís tem mais de 30 anos e menos de 50 anos, qual é a idade dele? 36 anos

16. A professora de Matemática do 7º ano vai organizar a turma em grupos com a mesma quantidade de alunos. Quais são as possibilidades de formação de grupos que a professora tem, sabendo que a turma tem 18 alunos?

17. Observe os divisores de 24, 32 e 36.

Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.
Divisores de 32: 1, 2, 4, 8, 16 e 32.
Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

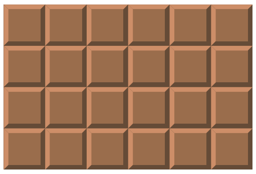
a) Quais são os divisores comuns de:
- 24 e 32? 1, 2, 4 e 8
- 32 e 36? 1, 2 e 4
- 24 e 36? 1, 2, 3, 4, 6 e 12
- 24, 32 e 36? 1, 2 e 4

b) Determine:
- mdc (24, 32). 8
- mdc (24, 36). 12
- mdc (32, 36). 4
- mdc (24, 32, 36). 4

18. Calcule.

a) mdc (12, 28) 4
b) mdc (26, 39, 65) 13
c) mdc (132, 210) 6
d) mdc (36, 42, 55) 1

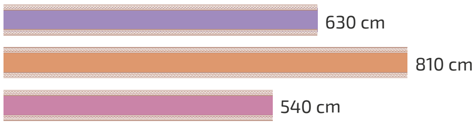
19. De acordo com a imagem abaixo, elabore um problema envolvendo a ideia de divisor e dê para um colega resolver. Depois, confira a resposta de seu colega. Resposta pessoal.


Ronaldo Lucena

Barra de chocolate.

20. Uma floricultura deseja fazer buquês utilizando 16 rosas brancas e 24 rosas vermelhas. Cada buquê deve ter a mesma quantidade de rosas brancas e a mesma quantidade de rosas vermelhas. Qual é a maior quantidade de buquês que pode ser formada? 8 buquês, cada um com 2 rosas brancas e 3 rosas vermelhas

21. Regina tem 3 pedaços de fita, como os apresentados abaixo, que serão utilizados na confecção de alguns enfeites. Ela pretende cortá-los em pedaços com a maior medida de comprimento possível, de maneira que não haja sobras e que todos os pedaços tenham a mesma medida de comprimento.



Ronaldo Lucena

a) Qual será a medida do comprimento de cada pedaço de fita após o corte? 90 cm

b) Quantos pedaços de fita serão obtidos ao todo? 22 pedaços

16. 18 grupos de 1 aluno cada, 9 grupos de 2 alunos cada, 6 grupos de 3 alunos cada, 3 grupos de 6 alunos cada, 2 grupos de 9 alunos cada e 1 grupo de 18 alunos

Avaliação

- Após os alunos responderem às atividades desse tópico, a **Atividade complementar** proposta na página **19** pode ser utilizada como uma maneira de avaliar se eles compreenderam o conceito de divisores de um número natural. Observe e anote como eles trabalham com os conceitos envolvidos na atividade.

Decomposição em fatores primos

Estudamos anteriormente que os **números primos** têm apenas dois divisores, o 1 e o próprio número. Como esses dois divisores devem ser diferentes, o número 1 não é primo. Exemplos de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17.

Vimos também que os **números compostos** são maiores do que 1 e têm mais de dois divisores. Exemplos de números compostos: 4, 6, 8, 9, 10, 12.

Todo número composto pode ser escrito, de maneira única, como o produto de números primos. Veja alguns exemplos.

- $10 = 2 \cdot 5$
- $21 = 3 \cdot 7$
- $114 = 2 \cdot 3 \cdot 19$
- $130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$

Veja como podemos decompor o número 56 em fatores primos.

- Inicialmente, dividimos 56 por um de seus divisores primos. Geralmente, começamos pelo menor deles.

$$\begin{array}{r|l} 56 & 2 \\ 28 & \end{array} \qquad 56 : 2 = 28$$

O quociente da divisão é colocado abaixo do 56.

- Depois, dividimos o quociente obtido por um de seus divisores primos e repetimos esse processo até obtermos o quociente 1.

$$\begin{array}{r|l} 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{c} 28 : 2 = 14 \\ 14 : 2 = 7 \\ 7 : 7 = 1 \end{array}$$

Deste modo, o número 56 pode ser escrito como o produto de seus fatores primos: $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$.

Cálculo do mmc pela decomposição em fatores primos

Utilizando a decomposição em fatores primos, podemos obter o mmc de dois ou mais números naturais.

Vamos calcular, por exemplo, o mmc dos números 126 e 105. Para isso, realizamos a decomposição simultânea desses números em fatores primos.

$$\begin{array}{r|ll} 126, 105 & 2 & \longrightarrow \text{divide somente o 126} \\ 63, 105 & 3 & \longrightarrow \textbf{divide ambos os números} \\ 21, 35 & 3 & \longrightarrow \text{divide somente o 21} \\ 7, 35 & 5 & \longrightarrow \text{divide somente o 35} \\ 7, 7 & 7 & \longrightarrow \textbf{divide ambos os números} \\ 1, 1 & & \end{array}$$

Podemos notar que, em algumas passagens, o fator divide somente um dos números.

O mmc é dado pelo produto dos fatores primos obtidos. Assim:

$$\text{mmc}(126, 105) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 630$$

Escolha dois números naturais entre 100 e 200. Depois, calcule o mmc desses números. Resposta pessoal.

- Diga aos alunos que há algumas maneiras de verificar se um número é primo, como exemplificado a seguir.
  - Verificar se o número 119 é primo.
    Calculamos a raiz quadrada de 119, obtemos aproximadamente 10,9087; dividimos 119 pelos números primos menores que $\sqrt{119}$, ou seja, por 2, 3, 5 e 7. Verificamos que, ao dividir 119 por 7, temos 17 como resultado, isto é, temos uma divisão exata. Portanto, o número 119 não é primo.
  - Verificar se o número 311 é primo.
    Calculamos a raiz quadrada de 311, obtemos aproximadamente 17,6352; dividimos 311 pelos números primos menores que $\sqrt{311}$, ou seja, por 2, 3, 5, 7, 11, 13 e 17. Como nenhuma dessas divisões é exata, verificamos que o número 311 é primo.

Atividade complementar

Bingo dos divisores

Materiais

- malha quadriculada
- tesoura com pontas arredondadas

Desenvolvimento

- Divida os alunos em no máximo 6 grupos e entregue a cada um deles uma cópia da malha quadriculada disponível nas **Páginas para reprodução**.
- Solicite que os grupos recortem um retângulo com 3 fileiras de 6 quadrados da malha quadriculada.
- Oriente que cada grupo escreva uma das sequências a seguir na ordem em que os números aparecem.
  - Cartela 1: 1, 2, 4, 6, 9, 14, 15, 16, 17, 25, 28, 29, 44, 45, 51, 53, 80 e 100.
  - Cartela 2: 1, 2, 3, 6, 8, 11, 13, 16, 17, 18, 19, 23, 25, 31, 32, 45, 47 e 51.
  - Cartela 3: 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 53, 57, 59 e 120.
  - Cartela 4: 1, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 14, 16, 17, 18, 20, 25, 32, 51, 80, 100 e 120.
  - Cartela 5: 1, 2, 3, 8, 9, 11, 14, 15, 17, 18, 28, 29, 32, 44, 45, 53, 80 e 100.
  - Cartela 6: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 24, 30, 40, 48, 60, 80 e 120.
- Confeccione fichas com os números 1, 3, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 18, 19, 23, 25, 28, 29, 31, 32, 37, 41, 43, 44, 45, 47, 51, 53, 57, 59, 100 e 240. Coloque dentro de um saco plástico e sorteie os números. Os alunos devem marcar os divisores do número sorteado. Vence o grupo que marcar todos os números da cartela primeiro.

- Diga aos alunos que também é possível utilizar a decomposição em fatores primos para determinar se dois números são primos entre si. Por exemplo, para verificar se 99 e 76 são primos entre si, realizamos a decomposição em fatores primos:

76, 99	2 →	divide somente o 76
38, 99	2 →	divide somente o 38
19, 99	3 →	divide somente o 99
19, 33	3 →	divide somente o 33
19, 11	11 →	divide somente o 11
19, 1	19 →	divide somente o 19
1, 1		

- A partir dela, podemos perceber que cada divisor primo dividiu apenas um número por vez, ou seja, o 76 e o 99 não possuem um divisor comum maior que 1, pois este é divisor de todos os números. Portanto, 76 e 99 são primos entre si.

BNCC em foco

- As atividades previstas nas páginas **20** a **23** têm o objetivo de desenvolver nos alunos a capacidade de resolver e elaborar problemas que envolvam as noções de múltiplos e divisores com ou sem o uso de algoritmos, utilizando as estratégias que consideram mais adequadas, de modo a contemplar a habilidade **EF07MA01**.

- Ao resolver as atividades, questione os alunos a fim de avaliar se percebem que os problemas apresentados que envolvem mmc têm a mesma estrutura e podem ser resolvidos utilizando um mesmo procedimento, assim como os problemas que envolvem mdc.

Cálculo do mdc pela decomposição em fatores primos

Para determinar o mdc dos números 630 e 294 utilizando a decomposição em fatores primos, inicialmente decompomos cada um dos números.

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

630 = ②·③·3·5·⑦

294	2
147	3
49	7
7	7
1	

294 = ②·③·⑦·7

Os fatores comuns estão contornados com mesma cor.

O mdc de 630 e 294 é dado pelo produto dos fatores comuns às duas decomposições. Assim, mdc (630, 294) = 2 · 3 · 7 = 42.

Outra maneira de obter o mdc é decompor os números simultaneamente.

630, 294	2 →	**divide ambos os números**
315, 147	3 →	**divide ambos os números**
105, 49	3 →	divide somente o 105
35, 49	5 →	divide somente o 35
7, 49	7 →	**divide ambos os números**
1, 7	7 →	divide somente o 7
1, 1		

Nesse caso, o mdc é o produto dos fatores que dividem ambos os números. Assim, mdc (630, 294) = 2 · 3 · 7 = 42.

Quando o mdc de dois ou mais números naturais é igual a 1, dizemos que esses números são **primos entre si**. Veja, por exemplo, os divisores dos números 20 e 63.

- Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20.
- Divisores de 63: 1, 3, 7, 9, 21 e 63.

Note que o único divisor comum desses números é o 1, ou seja, mdc (20, 63) = 1. Deste modo, dizemos que os números 20 e 63 são primos entre si.

Escreva outros dois números primos entre si.
Possíveis respostas: 4 e 9; 32 e 49.

Atividades

Anote no caderno

22. Calcule.

a) mmc (15, 25) 75
b) mmc (16, 26) 208
c) mmc (18, 21) 126
d) mmc (42, 56) 168
e) mmc (48, 60) 240
f) mmc (54, 90) 270

23. Dois ônibus partem do mesmo terminal rodoviário. Um deles leva 32 minutos para fazer sua rota e voltar ao terminal e o outro, 40 minutos. Sabendo que esses ônibus saíram juntos do terminal às 6 horas, a que horas eles estarão juntos novamente nesse terminal? 8 h 40 min

Lembre-se de que 1 hora corresponde a 60 minutos.

tjp55/Shutterstock.com

Alf Ribeiro/Shutterstock.com

Pessoas e ônibus no Terminal Rodoviário de Santo Amaro, em São Paulo, em 2018.

24. Determine o mínimo múltiplo comum dos números primos.

a) 2 e 7 14

b) 2 e 11 22

c) 3 e 5 15

d) 3 e 13 39

e) 5 e 7 35

f) 5 e 11 55

- O que você pôde notar nos resultados obtidos? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que o mmc entre números primos é dado pelo produto desses números.

25. Calcule.

a) mmc (6, 12) 12

b) mmc (8, 24) 24

c) mmc (11, 55) 55

d) mmc (25, 75) 75

e) mmc (9, 27, 81) 81

f) mmc (14, 28, 56) 56

Em cada item, o maior número é divisível pelos demais.

- O que você pôde notar nos resultados obtidos? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que o mmc entre dois ou mais números é igual ao maior deles, quando este for divisível pelos demais.

26. Uma metalúrgica deve produzir uma barra de ferro que possa ser dividida em pedaços iguais de comprimento medindo 3 m, 6 m ou 7 m, sem que haja sobra.

Qual deve ser a menor medida do comprimento de cada uma dessas barras de ferro? 42 m

27. A quantidade de figurinhas que Douglas tem em sua coleção pode ser dividida igualmente e sem sobras entre 8, 9 ou 12 pessoas. Sabendo que Douglas tem menos de 100 figurinhas, quantas ele possui? 72 figurinhas

28. Em uma fábrica, a máquina **A** é revisada a cada 6 dias e a **B**, a cada 8 dias. Sabendo que essas duas máquinas foram revisadas no dia 20 de setembro, em que dia de outubro serão novamente revisadas juntas? 14 de outubro

Para resolver esta atividade, verifique quantos dias tem o mês de setembro.

29. Certo painel luminoso tem lâmpadas brancas, azuis, verdes e amarelas, formando a bandeira do Brasil. As lâmpadas brancas piscam a cada 4 segundos, as azuis, a cada 14 segundos, as verdes, a cada 9 segundos e as amarelas, a cada 10 segundos.

Rafael L. Gaion

Lembre-se de que 1 minuto corresponde a 60 segundos.

Em certo instante, todas as lâmpadas piscaram juntas. A cada quantos minutos todas as lâmpadas piscarão juntas novamente? 21 minutos

- Na atividade **25**, proponha questionamentos para que os alunos percebam que o mmc de dois ou mais números naturais será igual ao maior deles, quando este for múltiplo dos demais.

Relacionando saberes

- Aproveite que a atividade **29** traz a bandeira do Brasil e faça uma relação com o componente curricular **História**, conversando com os alunos sobre a composição desse símbolo nacional. Diga que a bandeira atual foi adotada após a proclamação da República, em 1889, e projetada por Raimundo Teixeira Mendes, com inspiração na Bandeira do Império. As estrelas que fazem parte do círculo azul representam a constelação do Cruzeiro do Sul, e cada uma corresponde a uma unidade da federação.

BNCC em foco

- As atividades propostas nas páginas **20** a **23** envolvem diferentes contextos que relacionam o conteúdo estudado a outras áreas de conhecimento e outro campo da matemática, **Grandezas e medidas**. A partir das resoluções, os alunos desenvolvem não só segurança em aplicar os conceitos matemáticos construídos ao longo do estudo, mas também autoestima e persistência na busca por soluções, conforme previsto na **Competência específica de Matemática 3**.

- Veja uma possível resolução para o desafio proposto na atividade 32.

  a) mdc (159, 265) = 53
  Portanto, serão formados 53 saquinhos.

  b) balas de coco:
  159 : 53 = 3
  balas de chocolate:
  265 : 53 = 5
  Portanto, serão colocadas em cada saquinho 3 balas de coco e 5 balas de chocolate.

  Nessa atividade, para que os alunos percebam que a quantidade de saquinhos de bala corresponde ao mdc de 159 e 265 (quantidade de balas de coco e de chocolate, respectivamente), faça alguns questionamentos, como:

  - É possível dividir as balas em 80 saquinhos? Por quê?
    R Não, porque 80 não é divisor comum da quantidade de balas de coco (159) e de chocolate (265).
  - A quantidade de saquinhos deve ser divisor de quais números?
    R 159 e 265

30. Calcule.

a) mdc (18, 34) 2 **c)** mdc (48, 76) 4

b) mdc (20, 45) 5 **d)** mdc (64, 98, 120) 2

31. Observe, no esquema abaixo, a quantidade de alunos das turmas A e B do 7º ano de uma escola.

- Turma A

- Turma B

Ilustrações: Rafael L. Gaion

Para a realização de uma gincana, cada turma foi organizada em grupos com a mesma quantidade de alunos, de maneira que em cada grupo tivesse a maior quantidade possível de alunos.

a) Quantos alunos compõem cada grupo? 4 alunos

b) Quantos grupos foram formados na turma A? E na turma B? A: 7 grupos; B: 9 grupos

32. Para o aniversário de seu filho, Odete comprou 159 balas de coco e 265 balas de chocolate. Ela pretende distribuir os dois sabores de balas na maior quantidade possível de saquinhos, sem que haja sobras de balas, de maneira que em cada um deles seja colocada a mesma quantidade de balas de cada sabor.

a) Quantos saquinhos de balas serão formados? 53 saquinhos

b) Quantas balas de coco Odete deve colocar em cada saquinho? E quantas balas de chocolate? 3 balas; 5 balas

33. Calcule o mdc dos números:

a) 7 e 14. 7

b) 8 e 32. 8

c) 10 e 50. 10

Em cada item, o maior número é múltiplo do menor.

Junte-se a um colega e conversem sobre o que vocês notaram com relação aos resultados obtidos.

34. Observe a seguir a quantidade de livros de uma biblioteca separados conforme determinada classificação.

Classificação	Científicos	Didáticos	Outros
Quantidade de livros	1184	1332	925

Para melhor organização, esses livros serão colocados em prateleiras, de maneira que em cada uma haja apenas livros da mesma classificação, com a mesma e a maior quantidade possível em cada prateleira.

a) Quantos livros deve haver em cada prateleira? 37 livros

b) Quantas prateleiras serão ocupadas com livros:

- científicos? 32 prateleiras
- didáticos? 36 prateleiras
- outros? 25 prateleiras

33. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que o mdc entre um número natural e um de seus múltiplos diferentes de zero é igual ao próprio número natural.

35. Com o objetivo de enfeitar a escola para uma festa, serão penduradas no pátio fitas coloridas. Observe o diálogo entre as organizadoras e resolva as questões.

Claudia Souza

a) Qual deve ser a medida do comprimento de cada pedaço de fita sem que haja sobras? 6 m

b) Quantos pedaços de fita serão obtidos ao todo? 23 pedaços

c) É possível dividir todas as fitas em pedaços cuja medida do comprimento é de 4 m sem que haja sobra? Justifique. Não, pois 4 não é divisor de 18 e, assim, não seria possível dividir a fita azul em pedaços de 4 m sem sobras.

d) Elabore outra questão para esta atividade e dê para um colega resolver. Depois, confira a resposta de seu colega. Resposta pessoal.

36. Observe os números.

3 785 942 160 | 2 438 195 760 | 4 753 869 120 | 4 876 391 520

Esses números têm algumas características comuns: são formados por todos os algarismos do sistema decimal, sem repetição de algarismo, e divisíveis por todos os números naturais de 1 a 18.

a) Que outra característica podemos destacar em relação aos números 2 438 195 760 e 4 876 391 520? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que 4 876 391 520 é o dobro de 2 438 195 760.

b) Com base na sua resposta ao item **a**, determine o máximo divisor comum de 2 438 195 760 e 4 876 391 520 sem realizar cálculos por escrito. 2 438 195 760

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo? múltiplos, mínimo múltiplo comum, divisores, máximo divisor comum, decomposição em fatores primos

2. Quais são os números primos de 50 a 60? 53 e 59

3. O que são números primos entre si? Cite alguns exemplos. Dois ou mais números naturais são primos entre si se o mdc desses números for igual a 1. Possíveis respostas: 2 e 3, 3 e 5, 4 e 7, 5 e 9.

4. Dê um exemplo de situação do dia a dia envolvendo mmc e outra situação envolvendo mdc. Resposta pessoal.

5. Escreva dois números cujo mmc seja 140. Resposta pessoal. Possível resposta: 7 e 20.

6. Escreva dois números cujo mdc seja 105. Resposta pessoal. Possível resposta: 105 e 630.

- No item **d** da atividade **35**, uma possível questão formulada pelos alunos poderá ser: Sabendo que as organizadoras encontraram outra cor de fita, sendo essa rosa e com 19 m de comprimento, qual deverá ser a medida do comprimento de cada pedaço de fita?

  R 1 m, pois 19 é primo, ou seja, o divisor comum entre 18, 48, 12, 60 e 19 será apenas o 1.

- Na questão **4** da seção **Explorando o que estudei**, complemente pedindo aos alunos que apresentem exemplos de situações que envolvam mmc e mdc. Veja algumas sugestões:
  - Um ciclista leva 12 minutos para percorrer certo percurso circular e outro leva 20 minutos para percorrer o mesmo percurso. Se ambos saem juntos de um ponto inicial, para determinar de quantos em quantos minutos eles se encontrarão novamente no mesmo ponto de partida calculamos o mmc de 12 e 20, ou seja, mmc (12, 20) = 60. Assim, eles se encontrarão a cada 60 minutos.
  - Um professor organizará em grupos os alunos de duas turmas, uma com 16 e outra com 24 alunos, de modo que esses grupos tenham integrantes apenas da mesma turma e que a quantidade de membros em cada um deles seja igual. Considerando a possibilidade da quantidade máxima possível de alunos em cada grupo, devemos calcular o mdc de 16 e 24 para obter essa quantidade, ou seja, mdc (24, 16) = 6. Assim, as turmas devem ser divididas em grupos com 6 integrantes.

Avaliação

- Utilize a seção **Explorando o que estudei** para avaliar os alunos quanto aos conteúdos abordados nesse capítulo. Faça anotações e observações e verifique se eles reconhecem números primos, números primos entre si, e se conseguem desenvolver questões que possam ser resolvidas com os conceitos de mmc e mdc. Caso um ou mais alunos apresentem dificuldades, avalie a possibilidade de retomar alguns conceitos e juntá-los em duplas para resolverem as questões propostas nessa seção.

Nesse capítulo, os alunos aprofundarão seus conhecimentos relacionados à fração, no que diz respeito, sobretudo, às ideias de frações, simplificação, comparação, e às operações de adição, subtração e multiplicação.

A operação de divisão também será trabalhada, considerando a divisão de número natural por fração, de fração por número natural e de fração por fração. Além disso, o capítulo ainda trabalhará com o cálculo de potências com bases fracionárias e com a obtenção da raiz quadrada de uma fração.

- O tema abordado nessas páginas de abertura permite que os alunos percebam a importância da água em suas vidas e a quantidade de água existente no planeta, além de possibilitar a abordagem de assuntos como a escassez e o desperdício. A utilização de frações nessa abordagem contextualiza o uso do conteúdo matemático e permite a interação de uma forma mais significativa.
  Uma sugestão de condução do trabalho com essas páginas é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas podem ser respondidas individualmente ou em grupos de dois ou três integrantes. Ao final, é importante que as respostas sejam discutidas pela turma.

Capítulo 2

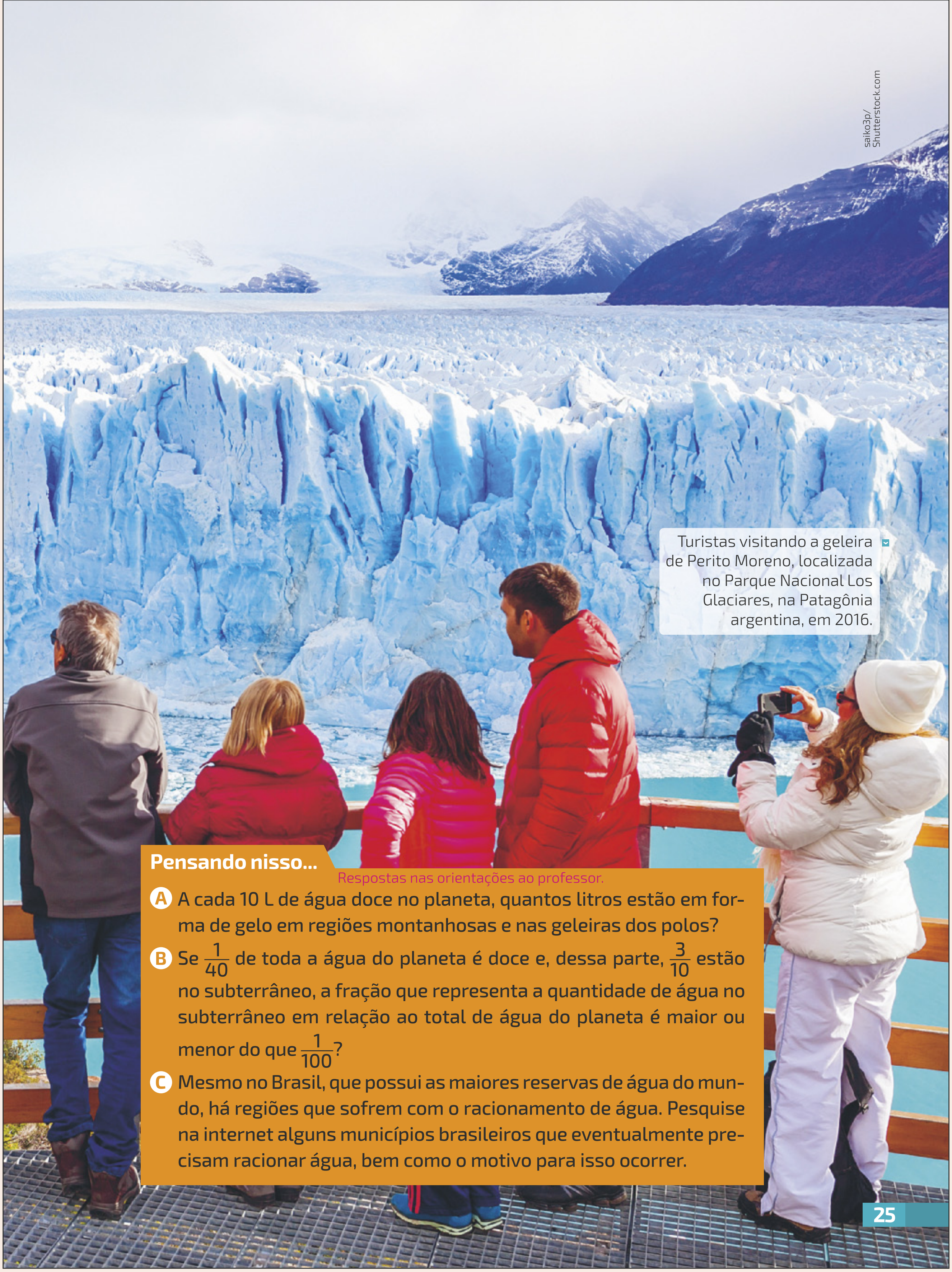
Frações

A água é uma das substâncias essenciais para a vida e está presente no planeta de forma abundante. Porém, aproximadamente 97,5% de toda a água da Terra está nos oceanos e é imprópria para consumo humano por ser água salgada. Outra questão é que, de toda a água apropriada para nosso consumo, chamada água doce, quase $\frac{7}{10}$ estão em forma de gelo.

Em resumo, da imensa quantidade de água existente no planeta, apenas uma pequena parte está disponível para o consumo humano. Isso não significa, no entanto, que não haja água suficiente para atender às necessidades de toda a população mundial. A má distribuição e o mau uso são fatores que provocam a escassez que já atinge milhões de pessoas no mundo. Por isso, é importante fazermos nossa parte e evitarmos o desperdício de água no dia a dia. Dessa forma, ajudamos a preservar os valiosos recursos hídricos e o meio ambiente em geral.

BNCC em foco

- Colocar em pauta questões que envolvem os recursos hídricos é sempre importante para fomentar a conscientização acerca da problemática da escassez. Estabeleça uma relação com o tema contemporâneo **Educação ambiental** e complemente os estudos questionando os alunos sobre as práticas que adotam ou podem ser adotadas para a redução no desperdício de água. Proponha uma pesquisa para que eles elenquem maneiras de reduzir o uso indevido da água e instigue-os a passar as informações adiante, sobretudo para os moradores de suas casas.



saiko3p/ Shutterstock.com

Turistas visitando a geleira de Perito Moreno, localizada no Parque Nacional Los Glaciares, na Patagônia argentina, em 2016.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A A cada 10 L de água doce no planeta, quantos litros estão em forma de gelo em regiões montanhosas e nas geleiras dos polos?

B Se $\frac{1}{40}$ de toda a água do planeta é doce e, dessa parte, $\frac{3}{10}$ estão no subterrâneo, a fração que representa a quantidade de água no subterrâneo em relação ao total de água do planeta é maior ou menor do que $\frac{1}{100}$?

C Mesmo no Brasil, que possui as maiores reservas de água do mundo, há regiões que sofrem com o racionamento de água. Pesquise na internet alguns municípios brasileiros que eventualmente precisam racionar água, bem como o motivo para isso ocorrer.

Pensando nisso...

A 7 L

B Menor, pois $\frac{3}{400} < \frac{1}{100}$.

C Resposta pessoal.

- Ao abordar o item **A**, verifique as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos para descobrirem a quantidade de litros de água que está em forma de gelo para cada 10 L de água doce do planeta.
- No item **B**, explique aos alunos que a água que está no subterrâneo é o excedente da água da chuva que percorre camadas abaixo da superfície e preenche os espaços vazios entre as rochas. Caso julgue necessário, faça um desenho na lousa para representar a quantidade de água doce dos lençóis subterrâneos.
- Ao abordar o item **C**, verifique a possibilidade de levar os alunos ao laboratório de informática para realizarem a pesquisa.
- Veja mais informações sobre a água no *site*: <www.sosma.org.br/projeto/observando-os-rios>. Acesso em: 26 set. 2018.

Relacionando saberes

- Aproveite para fazer uma relação com o componente curricular **Ciências** e converse com os alunos sobre as reservas de água brasileiras, como os aquíferos Guarani e Alter do Chão. Pergunte se eles sabem o que é um aquífero e explique que se trata de espaços subterrâneos que retêm as águas das chuvas por meio de suas rochas porosas e as distribuem para nascentes, poços e minas. Sugira uma pesquisa para que os alunos verifiquem se as águas subterrâneas são potáveis ou não, e peça que coletem mais informações acerca dos aquíferos brasileiros, considerados os maiores do mundo, a fim de saber, por exemplo, quais territórios eles ocupam.

Objetivos do capítulo

- Identificar diferentes situações nas quais são utilizadas frações.
- Identificar os termos de uma fração.
- Ler frações.
- Simplificar frações.
- Identificar frações equivalentes.
- Comparar e ordenar frações.
- Efetuar adições, subtrações, multiplicações e divisões envolvendo frações.
- Calcular potências com base fracionária.
- Determinar raiz quadrada de uma fração.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam as diferentes operações com frações.

- Aproveite a pergunta proposta na teoria e complemente com as perguntas abaixo:
  - Qual o total de meninos nessa turma?

    R 12
  - Qual a razão entre a quantidade de meninos e o total de alunos dessa turma?

    R $\frac{2}{5}$

Atividade complementar

- Até 2017, haviam sido realizadas 58 edições da Copa Libertadores da América, na qual 24 títulos foram conquistados por equipes argentinas e 18 por equipes brasileiras. Que fração representa a quantidade de títulos dessa copa conquistados por equipes argentinas? E por brasileiras?

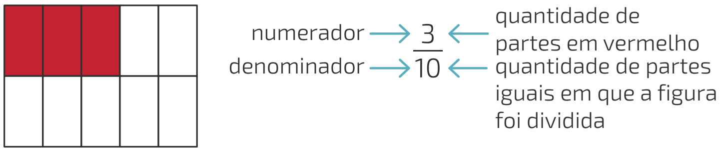
  R $\frac{24}{58}$ ou $\frac{12}{29}$; $\frac{18}{58}$ ou $\frac{9}{29}$

Estudando frações

Já estudamos em anos anteriores que as frações podem ser utilizadas em diversas situações, representando diferentes ideias. Veja a seguir algumas delas.

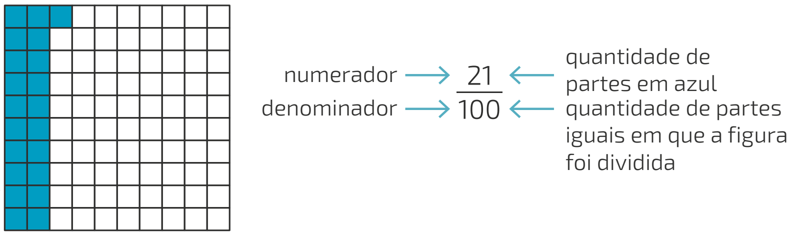
- **Parte de um inteiro**

As **frações** podem representar parte de um inteiro. Na fração $\frac{3}{10}$, por exemplo, o número 10 é o **denominador**, que indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido, e o 3 é o **numerador**, que indica quantas delas foram consideradas.



A fração $\frac{3}{10}$ corresponde à parte em vermelho da figura acima.

Veja outro exemplo.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

> As frações cujo denominador é 10, 100, 1 000, ... são chamadas **frações decimais**. As frações $\frac{3}{10}$ e $\frac{21}{100}$ são exemplos de frações decimais.

A fração $\frac{21}{100}$ corresponde à parte em azul da figura acima.

- **Razão**

Em uma turma com 30 alunos, 18 utilizam transporte público para ir à escola e 12 não utilizam. Podemos representar a quantidade de alunos que utiliza transporte público pela fração $\frac{18}{30}$ ou $\frac{3}{5}$, na forma simplificada, ou seja, 3 a cada 5 alunos da turma utilizam esse tipo de transporte. Assim, dizemos que a razão entre a quantidade de alunos que utilizam transporte público em relação ao total de alunos é $\frac{3}{5}$. Já a razão entre os que não utilizam em relação ao total é $\frac{12}{30}$ ou $\frac{2}{5}$.

Podemos também dizer que a razão entre os que utilizam e os que não utilizam é $\frac{18}{12}$ ou $\frac{3}{2}$, isto é, a cada 3 alunos que utilizam transporte público, 2 não utilizam.

BNCC em foco

- O estudo dos tópicos das páginas **26** a **29** e das atividade das páginas **29** a **33** têm o objetivo de desenvolver nos alunos a capacidade de comparar e ordenar frações relacionadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão e razão, o que parcialmente contempla a habilidade **EF07MA08**.

- **Quociente de uma divisão**

O carro de Renata percorreu 36 km com 3 L de combustível. Nesse caso, a quantidade de quilômetros percorridos está, para a quantidade de combustível consumido, na razão de 36 para 3, que representamos por $\frac{36}{3}$.

A fração $\frac{36}{3}$ representa 12 inteiros, ou seja, $\frac{36}{3} = 36 : 3 = 12$.

Portanto, o carro de Renata percorreu 12 km por litro de combustível.

> Toda fração pode ser escrita como uma divisão. Como não existe divisão por zero, o denominador de uma fração não pode ser zero.

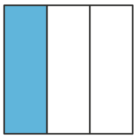
Frações equivalentes e simplificação de frações

Estudamos no ano anterior que duas ou mais frações são chamadas **equivalentes** quando representam a mesma parte do todo, ou seja, são iguais. Estudamos também que, ao multiplicarmos ou dividirmos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma fração equivalente à inicial. Por exemplo:

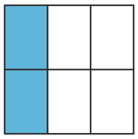
$$\frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{4}{12} \qquad \frac{2}{6} = \frac{2 : 2}{6 : 2} = \frac{1}{3}$$

Temos que $\frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. Veja a representação das frações $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{4}{12}$ por meio de figuras com as mesmas dimensões e divididas em partes iguais.

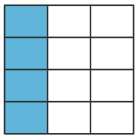
- $\frac{1}{3}$



- $\frac{2}{6}$



- $\frac{4}{12}$



Ilustrações: Ronaldo Lucena

> As partes coloridas de cada figura representam a mesma parte do todo.

Quando dividimos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, estamos fazendo uma **simplificação da fração**. Veja como podemos simplificar a fração $\frac{90}{240}$.

$$\begin{tikzcd}
\boxed{\frac{90}{240}} \arrow[r, bend left, ":2"] \arrow[r, bend right, ":2"'] \arrow[r, phantom, "="] & \boxed{\frac{45}{120}} \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] \arrow[r, phantom, "="] & \boxed{\frac{15}{40}} \arrow[r, bend left, ":5"] \arrow[r, bend right, ":5"'] \arrow[r, phantom, "="] & \boxed{\frac{3}{8}}
\end{tikzcd}$$

> As frações $\frac{90}{240}$, $\frac{45}{120}$, $\frac{15}{40}$ e $\frac{3}{8}$ são **frações equivalentes**.

- Ao abordar o tópico **Frações equivalentes e simplificação de frações**, certifique-se de que os alunos compreenderam que, quando dividimos ou multiplicamos o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número (diferente de zero), obtemos uma fração equivalente.
- No trabalho com simplificação de frações, explique aos alunos que dois números são primos entre si quando o único divisor comum a eles é o número 1. Peça que escrevam alguns pares de números primos entre si e formem frações irredutíveis com eles. Exemplo: 16 e 9 → $\frac{16}{9}$ ou $\frac{9}{16}$.
- Explique aos alunos que, se representarmos as frações $\frac{90}{240}$, $\frac{45}{120}$, $\frac{15}{40}$ e $\frac{3}{8}$ por meio de figuras, verificaremos que elas correspondem à mesma parte do todo.

BNCC em foco

- Durante o capítulo, serão apresentadas diferentes estratégias e algoritmos com o objetivo de capacitar os alunos a resolverem um mesmo tipo de problema, como os que envolvem comparações e operações com frações, contemplando, assim, a habilidade **EF07MA05**.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital desta coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **1**, **2** e **3** do 1º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiram o resultado esperado.

BNCC em foco

- O tópico **Comparação de frações** tem o objetivo de capacitar os alunos a comparar e a ordenar números fracionários em diferentes contextos, assim como associá-los a pontos na reta numérica, de modo a contemplar a habilidade **EF07MA10**.

- Ao comparar as frações $\frac{4}{9}$ e $\frac{5}{12}$, explique aos alunos que isso também pode ser feito utilizando uma calculadora. Veja:
  - $4 : 9 = 0{,}4444...$
  - $5 : 12 = 0{,}416666...$ Dessa forma, comparamos os números decimais que representam as frações $\frac{4}{9} = 0{,}4444...$ e $\frac{5}{12} = 0{,}416666...$, concluindo que $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$.
- Ao abordar a comparação de frações por meio de frações equivalentes, se for necessário, peça aos alunos que consultem o capítulo **1** desse volume para lembrá-los de como calcular o mmc entre dois ou mais números naturais.

Como o numerador e o denominador da fração $\frac{3}{8}$ não são divisíveis simultaneamente por um mesmo número natural maior do que 1, pois 3 e 8 são números primos entre si, dizemos que $\frac{3}{8}$ é uma **fração irredutível**.

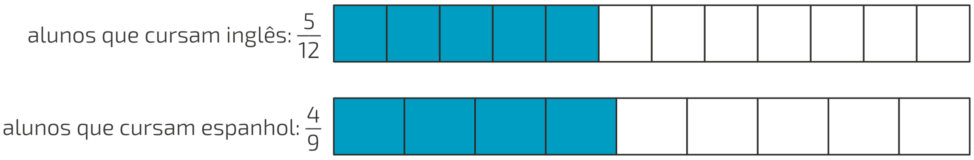
> Ao dividir o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número natural diferente de zero, obtemos uma fração equivalente à inicial. Caso o numerador e o denominador da fração obtida não sejam divisíveis por um mesmo número natural maior do que 1, isto é, sejam primos entre si, dizemos que a fração obtida é uma fração irredutível.

Comparação de frações

Em uma escola de idiomas, $\frac{5}{12}$ dos alunos cursam inglês e $\frac{4}{9}$, espanhol.

Nessa escola, há mais alunos cursando inglês ou espanhol?

Para responder a essa questão, é necessário **comparar as frações** $\frac{5}{12}$ e $\frac{4}{9}$ e verificar qual delas é maior. Representando os alunos que estudam cada um dos idiomas, temos:



Ilustrações: Ronaldo Lucena

As figuras têm as mesmas dimensões e cada uma delas está dividida em partes iguais.

Nesse caso, observando as figuras, podemos notar que $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$, ou seja, há mais alunos que cursam espanhol.

Agora, vamos comparar essas frações obtendo frações equivalentes a elas com denominadores iguais. Para determinar qual será esse denominador, podemos calcular o mínimo múltiplo comum (mmc) dos denominadores.

Vamos comparar as frações $\frac{5}{12}$ e $\frac{4}{9}$. Inicialmente, calculamos o mmc (12, 9).

$$\begin{array}{r|l} 12,\ 9 & 2 \\ 6,\ 9 & 2 \\ 3,\ 9 & 3 \\ 1,\ 3 & 3 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Na comparação de frações, obter frações equivalentes com denominadores iguais é um método mais seguro e eficiente do que o uso de imagens.

$$\text{mmc}\,(12, 9) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Material digital

- Para complementar o estudo de frações, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 2**, elaborada com objetivo de desenvolver as habilidades **EF07MA05**, **EF07MA06**, **EF07MA08** e **EF07MA09**. As atividades propostas nessa sequência possibilitam identificar e representar números na forma fracionária, identificar os números fracionários na reta numérica, reconhecer frações equivalentes, identificar nas frações a parte de um todo e, também, determinar o cálculo de fração de uma quantidade.

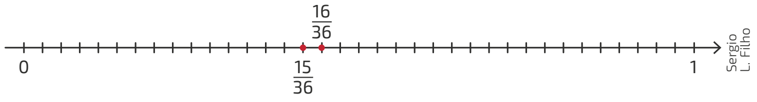
Assim, devemos obter frações equivalentes a $\frac{5}{12}$ e $\frac{4}{9}$ cujos denominadores sejam 36.

$$\begin{tikzcd} \frac{5}{12} \arrow[r, bend left, "\cdot 3"] \arrow[r, bend right, "\cdot 3"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{15}{36} \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} \frac{4}{9} \arrow[r, bend left, "\cdot 4"] \arrow[r, bend right, "\cdot 4"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{16}{36} \end{tikzcd}$$

Multiplicamos o numerador e o denominador da fração $\frac{5}{12}$ por 3, pois 36 : 12 = 3, e multiplicamos o numerador e o denominador da fração $\frac{4}{9}$ por 4, pois 36 : 9 = 4.

Como $\frac{16}{36} > \frac{15}{36}$, temos $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$.

Representando as frações $\frac{15}{36}$ e $\frac{16}{36}$ na reta numérica, temos:



Sergio L. Filho

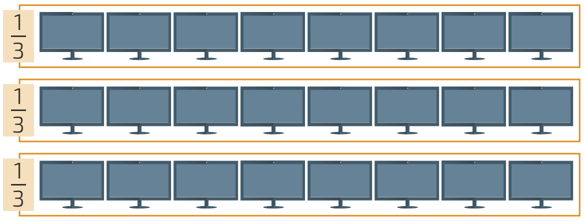
Na reta numérica dividimos 1 inteiro em 36 partes iguais, que correspondem ao denominador das frações. Em seguida consideramos 15 e 16 dessas partes a partir do zero para indicar, respectivamente, as frações $\frac{15}{36}$ e $\frac{16}{36}$.

Atividades

Anote no caderno

1. Em um laboratório de informática, $\frac{2}{3}$ dos 24 computadores têm microfones. Quantos computadores desse laboratório têm microfones?

Para resolvermos essa questão, representamos os 24 computadores em 3 grupos com a mesma quantidade de computadores cada, pois 3 é o denominador da fração $\frac{2}{3}$.



Ronaldo Lucena

Como em cada grupo há 8 computadores, então $\frac{1}{3}$ dos 24 computadores é igual a 8 computadores. Dessa forma, $\frac{2}{3}$ dos computadores correspondem a 2 grupos, ou seja, 16 computadores.

De maneira prática, podemos calcular $\frac{2}{3}$ de 24 computadores dividindo 24 pelo denominador da fração (3) e, em seguida, multiplicando o resultado obtido pelo numerador da fração (2).
$\frac{2}{3}$ de 24 é 16, pois 24 : 3 = 8 e 2 · 8 = 16.

Agora, calcule quantos computadores têm fone de ouvido, sabendo que $\frac{5}{6}$ dos computadores do laboratório de informática têm fone de ouvido. 20 computadores

BNCC em foco

- Antes de iniciar o trabalho com as atividades propostas, leia com a turma o texto do rodapé dessa página provocando um momento de curiosidade e enriquecimento dos conhecimentos dos alunos quanto ao conceito de fração. Nesse texto é possível identificar quais povos iniciaram as notações de frações e por volta de qual época. Situe geograficamente e cronologicamente os alunos para que possam notar como a Matemática é fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos. Com isso, é possível contemplar a **Competência específica de Matemática 1**.
- No decorrer das seções de atividades do capítulo, será explorada a utilização de fluxogramas para representar os passos utilizados na resolução de determinados grupos de problemas, a fim de contemplar a habilidade **EF07MA07**.

- Na atividade **1**, é importante que os alunos percebam que os 24 computadores foram organizados em três grupos, determinados pelo denominador da fração $\frac{2}{3}$, ou seja, o número 3 corresponde à quantidade de partes iguais em que o todo foi dividido. Nesse momento, outros questionamentos podem ser feitos, como:
  - Do total de computadores, quantos correspondem a $\frac{1}{4}$? E $\frac{3}{8}$?
    R 6 computadores; 9 computadores

Os egípcios usavam uma forma única e confusa de frações por volta de 1 000 a.C., e os gregos seguiram seu exemplo 500 anos mais tarde. [...]

A forma moderna de escrever frações com uma barra ou vínculo dividindo o numerador e o denominador vem do método hindu de escrever um numeral sobre outro, usada na *Brahma-sphuta-siddhanta* (c. 620). Os matemáticos árabes acrescentaram a barra para separar os dois números. O primeiro matemático europeu a usar a barra de frações da forma como ela é usada hoje foi Fibonacci (c. 1170-1250).

ROONEY, Anne. **A História da Matemática**: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil, 2012. p. 32.

- Caso os alunos tenham dificuldade em resolver a atividade **4**, explique que o município **C** não consta no esquema e a distância entre **A** e **B**, necessária para a resolução, é a distância obtida na explicação da atividade.

2. Certa empresa de telefonia verificou que 2 em cada 3 telefones celulares habilitados possuíam planos pré-pagos. Que fração do total de celulares habilitados eram pré-pagos? $\frac{2}{3}$

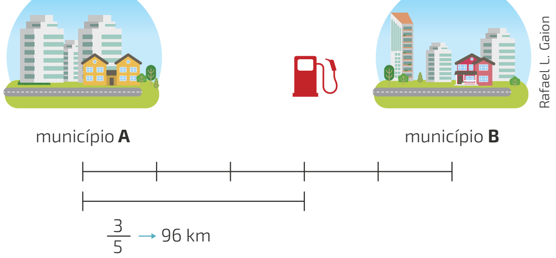
3. Calcule.

a) $\frac{1}{3}$ de 6 h 2 h **b)** $\frac{2}{5}$ de 10 m 4 m **c)** $\frac{5}{8}$ de 16 kg 10 kg **d)** $\frac{3}{4}$ de 2 L 1,5 L

4. Carlos partiu em viagem do município **A** com destino ao município **C**, passando pelo município **B**. Sabendo que, após percorrer 96 km, que corresponde a $\frac{3}{5}$ da medida da distância entre **A** e **B**, ele parou para abastecer seu carro, qual é a medida da distância entre os municípios **A** e **B**?

Podemos resolver essa questão da maneira a seguir.

- Temos que $\frac{3}{5}$ da medida da distância entre **A** e **B** é igual a 96 km.



Rafael L. Gaion

- Dividindo 96 por 3 obtemos a medida da distância correspondente a $\frac{1}{5}$ da medida da distância entre **A** e **B**.

$$\frac{1}{5} \longrightarrow 96 : 3 = 32 \longrightarrow 32 \text{ km}$$

- Em seguida, calculamos a medida da distância total entre **A** e **B**, ou seja, $\frac{5}{5}$.

$$\frac{5}{5} \longrightarrow 32 \cdot 5 = 160 \longrightarrow 160 \text{ km}$$

Portanto, a medida da distância entre os municípios **A** e **B** é 160 km.

Agora, determine a medida da distância entre os municípios **A** e **C**, sabendo que a medida da distância entre **A** e **B** corresponde a $\frac{5}{8}$ da medida da distância entre **A** e **C**. 256 km

5. Observe o anúncio.

Sabendo que o valor da entrada corresponde a $\frac{3}{5}$ do preço à vista do veículo, responda.

a) Qual é o valor à vista do veículo? R$ 54 000,00

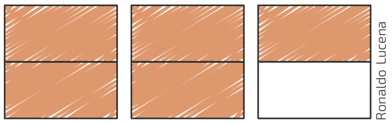
b) Qual é o valor de cada parcela? R$ 900,00

Chegou a hora de comprar o seu!

Condições de pagamento a prazo:
Entrada no valor de **R$ 32 400,00** e o restante em **24** parcelas iguais e sem juros.

Rafael L. Gaion/Fotomontagem. Foto: Vladimiroquai/Shutterstock.com

6. Observe como Luís representou a fração $\frac{5}{2}$, utilizando figuras com as mesmas dimensões e divididas em partes iguais.

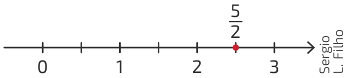


De acordo com a imagem, a fração $\frac{5}{2}$ corresponde a duas figuras inteiras mais metade de outra. Ela também pode ser escrita como um **número na forma mista**, isto é:

parte fracionária

parte inteira → $2\frac{1}{2}$

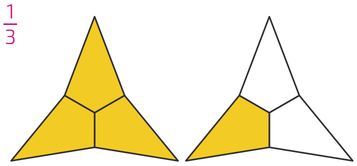
Representando a fração $\frac{5}{2}$ na reta numérica, temos:



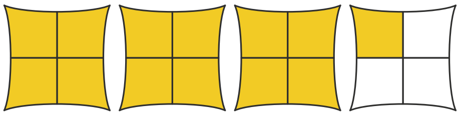
Escreva uma fração e um número na forma mista para representar a parte pintada das figuras em cada item.

Em cada item, as figuras têm as mesmas dimensões e estão divididas em partes iguais.

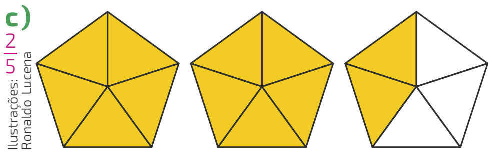
a) $\frac{4}{3}$; $1\frac{1}{3}$



b) $\frac{13}{4}$; $3\frac{1}{4}$



c) $\frac{12}{5}$; $2\frac{2}{5}$



Agora, represente na reta numérica as frações que você escreveu.
Resposta nas orientações ao professor.

7. Escreva o número na forma mista correspondente a cada fração.

a) $\frac{9}{4}$ $2\frac{1}{4}$

b) $\frac{16}{6}$ $2\frac{4}{6}$

c) $\frac{37}{8}$ $4\frac{5}{8}$

d) $\frac{22}{7}$ $3\frac{1}{7}$

e) $\frac{43}{8}$ $5\frac{3}{8}$

f) $\frac{147}{23}$ $6\frac{9}{23}$

Se necessário, construa figuras para auxiliar na resolução.

8. Veja uma maneira de comparar $\frac{15}{20}$ e $\frac{5}{8}$ utilizando números decimais.

$$\frac{15}{20} = 15 : 20 = 0{,}75$$

$$\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625$$

Como 0,75 é maior do que 0,625, ou seja, $0{,}75 > 0{,}625$, então $\frac{15}{20} > \frac{5}{8}$.

Compare as frações de cada item.

a) $\frac{7}{4}$ e $\frac{11}{2}$ $\frac{7}{4} < \frac{11}{2}$

b) $\frac{3}{5}$ e $\frac{13}{25}$ $\frac{3}{5} > \frac{13}{25}$

c) $\frac{9}{10}$ e $\frac{18}{24}$ $\frac{9}{10} > \frac{18}{24}$

d) $\frac{16}{20}$ e $\frac{21}{15}$ $\frac{16}{20} < \frac{21}{15}$

e) $\frac{27}{8}$ e $\frac{21}{14}$ $\frac{27}{8} > \frac{21}{14}$

f) $\frac{12}{25}$ e $\frac{29}{20}$ $\frac{12}{25} < \frac{29}{20}$

9. Para cada item, escreva duas frações equivalentes. Possíveis respostas:

a) $\frac{4}{10}$ $\frac{2}{5}$ e $\frac{8}{20}$

b) $\frac{4}{9}$ $\frac{8}{18}$ e $\frac{12}{27}$

c) $\frac{7}{3}$ $\frac{14}{6}$ e $\frac{35}{15}$

d) $\frac{21}{6}$ $\frac{7}{2}$ e $\frac{42}{12}$

e) $\frac{10}{15}$ $\frac{2}{3}$ e $\frac{30}{45}$

f) $\frac{17}{14}$ $\frac{34}{28}$ e $\frac{51}{42}$

Junte-se a um colega e discutam os procedimentos utilizados para resolver esta atividade. Resposta pessoal.

- Ao abordar a atividade 7, caso necessário, explique aos alunos que uma maneira de obter o número na forma mista que representa, por exemplo, a fração imprópria $\frac{7}{5}$ é realizando a seguinte divisão de 7 por 5:

$$\begin{array}{r|l} 7 & 5 \\ \hline -\ 5 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

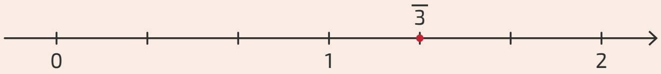
2 ← resto

Assim, temos que 7 dividido por 5 é igual a 1 inteiro e resto 2. Então, é 1 inteiro e 2 dividido por 5, isto é, $1\frac{2}{5}$.

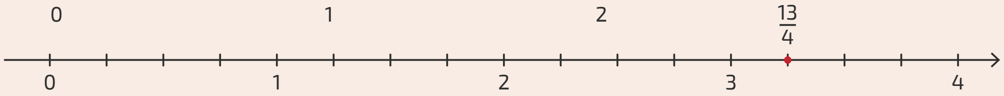
- Na atividade **8**, leve algumas calculadoras para a sala de aula para que os alunos possam resolver a atividade. Caso não tenha calculadoras suficientes para todos, organize-os em grupos.
- Na atividade **9**, escreva na lousa algumas das respostas obtidas pelos alunos. Com isso, eles poderão comparar as diferentes frações equivalentes obtidas. Verifique se eles percebem que, nos casos de o numerador e o denominador serem primos entre si, é possível obter frações equivalentes apenas multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número, enquanto nas frações em que eles não são primos entre si também é possível obter frações equivalentes.

Respostas

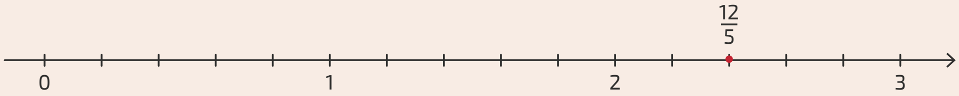
6. a)



b)



c)



Ilustrações: Sergio L. Filho

- Para resolver a atividade **11**, verifique a possibilidade de os alunos utilizarem uma calculadora, a fim de facilitar os cálculos. Caso não as tenham, leve algumas para a sala de aula.
- Ao trabalhar com a atividade **12**, verifique se os alunos estão desenvolvendo a capacidade de ler e interpretar imagens e aplicá-la à elaboração de problemas. Organize-os em duplas, incentivando a interação e a troca de experiências.

  Os alunos podem desenvolver questões como:
  - Em relação ao total de funcionários da fábrica, escreva uma fração correspondente à quantidade de funcionários de cada setor.

    Ⓡ direção: $\frac{1}{27}$;

    gerência: $\frac{2}{27}$;

    administração: $\frac{1}{6}$;

    produção: $\frac{13}{18}$

10. Na partida final de um campeonato de basquete, dos 174 pontos marcados, Alice marcou $\frac{7}{42}$, Mônica, $\frac{5}{58}$ e Sílvia, 29 pontos.

a) Quais das atletas marcaram a mesma quantidade de pontos? Alice e Sílvia

b) Qual dessas atletas marcou a menor quantidade de pontos? Mônica

c) Quantos pontos foram marcados por:

- Alice? 29 pontos
- Mônica? 15 pontos
- Sílvia? 29 pontos

11. Podemos verificar se duas frações são equivalentes multiplicando o numerador de uma fração pelo denominador da outra, e vice-versa.

Veja os exemplos.

- $\frac{8}{12}$ e $\frac{14}{21}$

$$\frac{8}{12} \times \frac{14}{21} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 12 \cdot 14 = 168 \\ \rightarrow 8 \cdot 21 = 168 \end{array}$$

Como 12 · 14 e 8 · 21 têm o mesmo resultado, as frações $\frac{8}{12}$ e $\frac{14}{21}$ são equivalentes.

- $\frac{2}{10}$ e $\frac{3}{12}$

$$\frac{2}{10} \times \frac{3}{12} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 10 \cdot 3 = 30 \\ \rightarrow 2 \cdot 12 = 24 \end{array}$$

O resultado da multiplicação 10 · 3 é diferente de 2 · 12. Portanto, essas frações não são equivalentes.

Agora, verifique quais pares de frações são equivalentes. a; c; d; f

a) $\frac{3}{15}$ e $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{7}$ e $\frac{8}{21}$

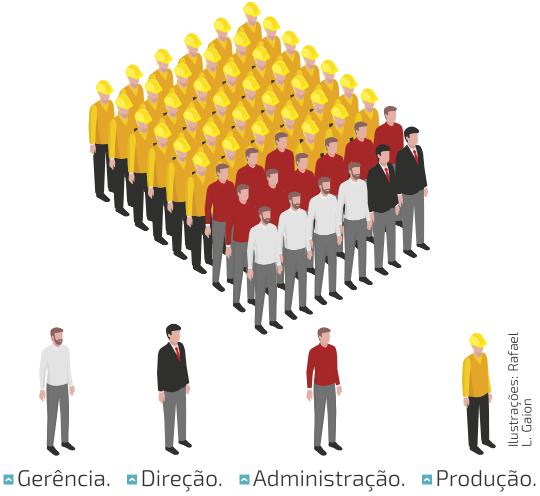
c) $\frac{18}{8}$ e $\frac{9}{4}$

d) $\frac{3}{10}$ e $\frac{15}{50}$

e) $\frac{42}{77}$ e $\frac{14}{29}$

f) $\frac{24}{164}$ e $\frac{6}{41}$

12. A imagem a seguir representa os funcionários de uma fábrica de acordo com o setor em que trabalham.



Ilustrações: Rafael L. Gaion

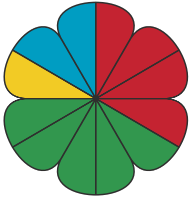
De acordo com a imagem, escreva uma questão e dê para um colega responder. Depois, verifique se a resposta está correta. Resposta pessoal.

13. Das frações a seguir, copie apenas as irredutíveis. $\frac{14}{5}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{7}{12}$ e $\frac{21}{5}$

$\frac{14}{5}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{16}{4}$ $\frac{21}{5}$ $\frac{4}{17}$ $\frac{24}{36}$ $\frac{6}{20}$

Agora, simplifique as frações que você não copiou até torná-las irredutíveis. $\frac{16}{4} = 4$; $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$; $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

14. A figura ao lado está dividida em partes iguais.



Ronaldo Lucena

a) Escreva uma fração para representar a parte da figura em:

- amarelo. $\frac{1}{12}$
- azul. $\frac{2}{12}$
- verde. $\frac{5}{12}$
- vermelho. $\frac{4}{12}$

b) Escreva as frações obtidas no item **a** em ordem crescente utilizando o símbolo <. $\frac{1}{12} < \frac{2}{12} < \frac{4}{12} < \frac{5}{12}$

c) Indique em uma reta numérica as frações obtidas no item **a**.

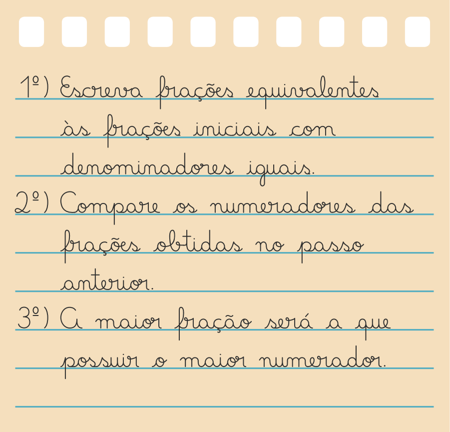
15. Leia o problema e resolva os itens a seguir.

> Na eleição para síndico de certo condomínio havia dois candidatos, Pedro e Helena. Dos moradores que votaram, $\frac{4}{15}$ votaram em Pedro, $\frac{29}{50}$ votaram em Helena e o restante votou em branco. Qual dos candidatos foi o eleito?

a) É possível determinar quantos votos cada candidato recebeu? Por quê? Não, pois não foi informado o total de moradores que votaram.

b) Em sua opinião, para saber qual dos candidatos foi eleito é preciso comparar as frações $\frac{4}{15}$ e $\frac{29}{50}$? sim

c) Veja as estratégias de Ana e de Beatriz para comparar essas frações.

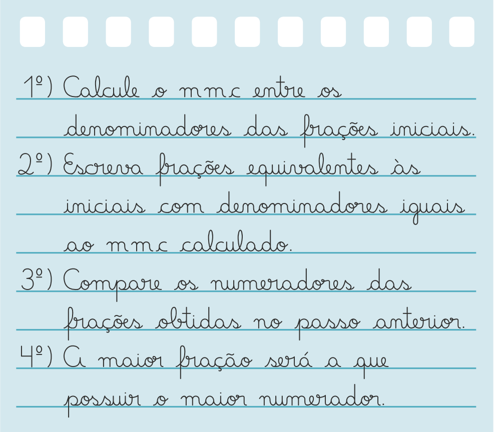


1º) Escreva frações equivalentes às frações iniciais com denominadores iguais.

2º) Compare os numeradores das frações obtidas no passo anterior.

3º) A maior fração será a que possuir o maior numerador.

Estratégia de Ana.



1º) Calcule o mmc entre os denominadores das frações iniciais.

2º) Escreva frações equivalentes às iniciais com denominadores iguais ao mmc calculado.

3º) Compare os numeradores das frações obtidas no passo anterior.

4º) A maior fração será a que possuir o maior numerador.

Estratégia de Beatriz.

Compare as frações $\frac{4}{15}$ e $\frac{29}{50}$ por meio de cada uma dessas estratégias e resolva o problema apresentado. $\frac{4}{15} < \frac{29}{50}$; Helena foi eleita.

d) Qual dessas estratégias você considera mais prática para comparar frações com denominadores diferentes? Você conhece outras estratégias? Resposta pessoal.

16. Dos alunos da escola de Clarice, $\frac{3}{10}$ têm menos de 12 anos, $\frac{9}{20}$ têm entre 13 e 15 anos e $\frac{1}{4}$ têm mais de 15 anos.

a) Em qual faixa etária há mais alunos nessa escola? entre 13 e 15 anos

b) É correto afirmar que nessa escola há mais alunos com menos de 12 anos do que alunos com mais de 15 anos? sim

17. Compare as frações de cada uma das fichas.

I) $\frac{4}{5}$ e $\frac{3}{4}$ $\quad \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$

II) $\frac{5}{3}$ e $\frac{7}{4}$ $\quad \frac{5}{3} < \frac{7}{4}$

III) $\frac{7}{10}$ e $\frac{9}{15}$ $\quad \frac{7}{10} > \frac{9}{15}$

Agora, escreva os procedimentos utilizados por você para comparar frações de denominadores diferentes. Em seguida, represente-os em um fluxograma.
Resposta nas orientações ao professor.

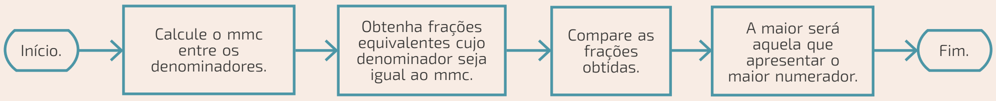
- Para a resolução da atividade **15**, caso julgue necessário, peça aos alunos que formem duplas para conversarem sobre as estratégias utilizadas por Ana e Beatriz e trocarem opiniões sobre o assunto.
- Na atividade **17**, os alunos vão sistematizar os procedimentos para comparar frações de denominadores diferentes e também representar os procedimentos por meio de fluxograma.

BNCC em foco

- Aproveite o trabalho com a atividade **15** para que os alunos utilizem o raciocínio lógico e o espírito de investigação para produzir argumentos convincentes, utilizando os conhecimentos matemáticos em suas resoluções. Converse com eles sobre a importância de utilizarem esses conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, a fim de contemplar a **Competência específica de Matemática 2**.

Resposta

17. Resposta pessoal. Possível resposta: inicialmente calcula-se o mmc entre os denominadores das frações, depois obtém-se frações equivalentes cujo denominador seja igual ao mmc. Para finalizar, comparam-se as frações equivalentes. Aquela que tiver o maior numerador será a maior fração.



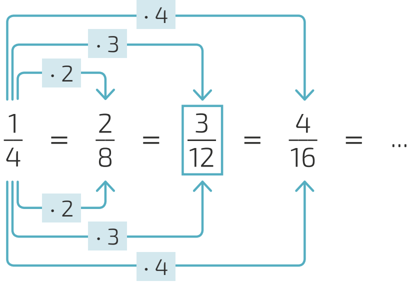
Adição e subtração de frações

Roberto vendeu toda a produção de soja de sua fazenda para três cooperativas da seguinte maneira:

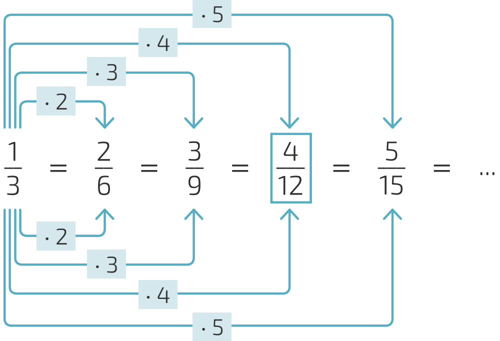
- $\frac{1}{4}$ para a cooperativa **A**.
- $\frac{1}{3}$ para a cooperativa **B**.
- $\frac{5}{12}$ para a cooperativa **C**.

Que fração da produção representa a quantidade de soja que Roberto vendeu para as cooperativas **A** e **B**?

Para responder a essa pergunta, precisamos fazer uma **adição de frações**, ou seja, calcular $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$. Como as frações possuem denominadores diferentes, obtemos, inicialmente, frações equivalentes a $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$ com denominadores iguais.



$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\boxed{\frac{3}{12}}=\frac{4}{16}=\ldots$$



$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\boxed{\frac{4}{12}}=\frac{5}{15}=\ldots$$

Assim:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{3+4}{12}=\frac{7}{12}$$

Portanto, Roberto vendeu $\frac{7}{12}$ da produção para as cooperativas **A** e **B**.

Calcule $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$ utilizando o mmc para obter frações equivalentes com denominadores iguais. $\frac{7}{12}$

Agora, vamos calcular que fração da produção representa a diferença entre a quantidade de soja vendida para a cooperativa **C** e a vendida para a cooperativa **A**. Para isso, precisamos fazer uma **subtração de frações**, ou seja, calcular $\frac{5}{12}-\frac{1}{4}$.

Como o mmc$(12, 4) = 12$, escrevemos uma fração equivalente a $\frac{1}{4}$ com denominador 12 e efetuamos a subtração.

$$\frac{5}{12}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}-\underbrace{\frac{3}{12}}_{\text{fração equivalente a } \frac{1}{4} \text{ com denominador 12}}=\frac{5-3}{12}=\frac{2}{12}$$

Simplificando a fração $\frac{2}{12}$ temos:

$$\frac{2}{12}\overset{:2}{\underset{:2}{=}}\frac{1}{6}$$

Assim, a fração da produção que representa a diferença entre a quantidade de soja vendida para a cooperativa **C** e a vendida para a cooperativa **A** é $\frac{1}{6}$.

- Ao trabalhar com a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes, sugerimos o cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc) dos denominadores. Essa escolha implica menos simplificações no resultado. Todavia, é importante que os alunos saibam que qualquer outro múltiplo comum dos denominadores também pode ser utilizado. Para exemplificar, realize o cálculo $\frac{3}{4}+\frac{2}{7}-\frac{5}{8}$ da seguinte maneira:
  - Um múltiplo comum pode ser obtido multiplicando-se os denominadores. $4 \cdot 7 \cdot 8 = 224$
  - Determinamos as frações equivalentes e realizamos o cálculo.

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{7}-\frac{5}{8}=\frac{\overbrace{168}^{(224:4)\cdot 3}}{224}+\frac{\overbrace{64}^{(224:7)\cdot 2}}{224}-\frac{\overbrace{140}^{(224:8)\cdot 5}}{224}=\frac{168+64-140}{224}=\frac{92^{:4}}{224^{:4}}=\frac{23}{56}$$

- Como os alunos estudarão os números negativos no capítulo **5**, ao calcular a diferença entre a quantidade de soja vendida para a cooperativa **C** e a vendida para a **A**, é importante dizer que essa diferença é calculada subtraindo-se o menor valor do maior valor.

Material digital

- O material digital dessa coleção apresenta o projeto **Teatro na escola** que possibilita uma integração com os componentes curriculares **Arte** e **Língua Portuguesa**, além do trabalho com o tema contemporâneo **Diversidade cultural** destacado na BNCC. Esse projeto, propõe uma encenação teatral, a partir da exploração de contextos históricos na interpretação e resolução de problemas, que possibilitam realizar operações com números fracionários.

- Quando adicionamos ou subtraímos frações cujos **denominadores são iguais**, adicionamos ou subtraímos os numeradores e mantemos o denominador.
- Quando adicionamos ou subtraímos frações cujos **denominadores são diferentes**, precisamos, inicialmente, determinar frações equivalentes a elas com denominadores iguais. Em seguida, adicionamos ou subtraímos as frações equivalentes obtidas.

Também podemos efetuar adições e subtrações de frações com denominadores diferentes utilizando o mmc.

Por exemplo, para calcular $\frac{3}{4}+\frac{2}{7}-\frac{5}{8}$, inicialmente, calculamos o mmc dos denominadores, ou seja, mmc $(4, 7, 8)$.

$$\begin{array}{r|l} 4,\ 7,\ 8 & 2 \\ 2,\ 7,\ 4 & 2 \\ 1,\ 7,\ 2 & 2 \\ 1,\ 7,\ 1 & 7 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array} \qquad \text{mmc}\,(4, 7, 8) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 56$$

Em seguida, obtemos frações equivalentes às iniciais cujos denominadores sejam 56. Para isso, em cada fração, dividimos o mmc obtido pelo denominador e multiplicamos o resultado pelo numerador.

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{7}-\frac{5}{8}=\frac{\overbrace{42}^{(56:4)\cdot 3}}{56}+\frac{\overbrace{16}^{(56:7)\cdot 2}}{56}-\frac{\overbrace{35}^{(56:8)\cdot 5}}{56}=\frac{42+16-35}{56}=\frac{23}{56}$$

Atividades

Anote no caderno

18. Calcule.

a) $\frac{4}{7}+\frac{5}{7}$ $\frac{9}{7}$

b) $\frac{8}{3}-\frac{1}{3}$ $\frac{7}{3}$

c) $\frac{3}{2}+\frac{6}{5}$ $\frac{27}{10}$

d) $\frac{7}{4}+\frac{7}{6}$ $\frac{35}{12}$

e) $\frac{2}{5}+\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$ $\frac{51}{40}$

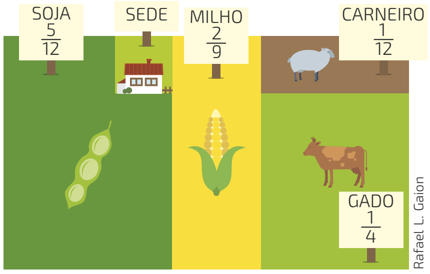
f) $\frac{1}{3}+\frac{7}{9}-\frac{5}{6}$ $\frac{5}{18}$

19. Um agricultor dividiu seu sítio conforme o esquema.

a) Que fração do sítio o agricultor destinou:

- à criação de animais? $\frac{1}{3}$
- à sede do sítio? $\frac{1}{36}$

b) Considerando as informações apresentadas, escreva um problema e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se ele resolveu corretamente. Resposta pessoal.



Rafael L. Gaion

- No item **b** da atividade de **19**, espera-se que os alunos elaborem problemas como:
  - Que fração representa a área destinada ao plantio de grãos nesse sítio?

    R $\frac{23}{36}$
  - Nesse sítio, a área destinada à criação de animais é maior ou menor que a destinada ao plantio de grãos?

    R menor
  - Verifique a possibilidade de reunir os alunos em duplas para realizarem a atividade, incentivando assim a interação e a troca de experiências entre eles.

BNCC em foco

- A resolução e a elaboração de problemas que envolvem as operações com números racionais serão contempladas em diversos tópicos, de modo que os alunos trabalhem com as diferentes operações apresentadas, conforme previsto na habilidade **EF07MA12**.

Avaliação

- Antes de trabalhar com as atividades, avalie se os alunos compreenderam o conceito de frações equivalentes. É possível propor frações com denominadores diferentes para que eles obtenham frações equivalentes com base nas estratégias já apresentadas. Essa proposta é essencial para dar prosseguimento aos estudos com as operações de adição e subtração. Caso identifique dificuldades, recorra a explicações com o uso de figuras, por exemplo, para auxiliar no processo de aprendizagem.

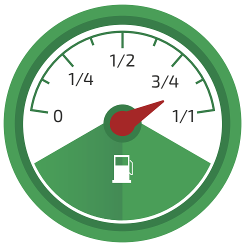
- Ao trabalhar a atividade **20**, explique aos alunos que no marcador de combustível, por exemplo, a fração $\frac{1}{2}$ está indicada por 1/2.

Relacionando saberes

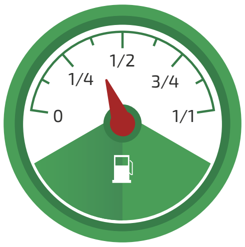
- Aproveite e relacione a atividade **21** com o componente curricular **Geografia**, pedindo aos alunos que localizem o continente em que está o Brasil e calculem as populações dos continentes com base nos dados apresentados na atividade. Para complementar, peça também para ordenarem, da maior para a menor, tais populações.

20. Cíntia fez uma viagem de Vitória (ES) a Petrópolis (RJ), fazendo uma parada para almoçar. Antes de partir, ela encheu o tanque de seu carro e não o abasteceu mais até chegar ao destino. As figuras representam o marcador de combustível do carro em dois momentos.

Ilustrações: Cynthia Sekiguchi



Tanque na parada para o almoço.



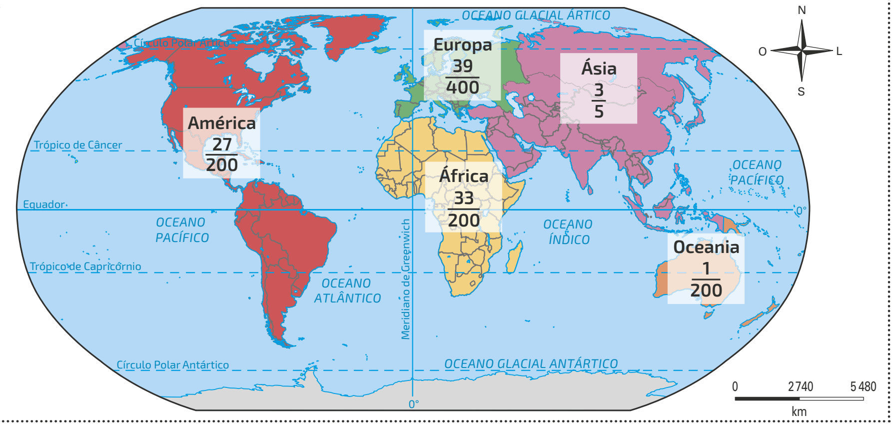
Tanque ao chegar a Petrópolis.

Que fração do combustível foi consumida da:

- partida até a parada para o almoço? $\frac{1}{8}$
- parada para o almoço até Petrópolis? $\frac{1}{2}$
- partida até Petrópolis? $\frac{5}{8}$

21. Estimou-se que, em 2017, a população mundial era de 7,6 bilhões de habitantes, aproximadamente. Observe a fração da população mundial que vivia em cada continente.

Distribuição da população mundial por continente – 2017



Keithy Mostachi

IBGE. **Atlas geográfico escolar**. 7. ed. Rio de Janeiro, 2016.

United Nations. Department of Economic and Social Affairs, Population Division. **World Population Prospects**: The 2017 Revision. Disponível em: <https://esa.un.org/unpd/wpp/publications/Files/WPP2017_KeyFindings.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2018.

a) Qual era o continente mais populoso? E o menos populoso? Ásia; Oceania

b) Escreva a fração da população mundial que os continentes indicados abaixo têm no total.

- América e África. $\frac{60}{200}$
- Ásia e Europa. $\frac{279}{400}$

c) Que fração da população mundial corresponde à diferença entre a população da Ásia e a da América? $\frac{93}{200}$

22. Complete os itens a seguir, substituindo o ■ pelo número adequado.

a) $\frac{2}{3} + ■ = \frac{9}{6}$ $\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{8} - ■ = \frac{3}{8}$ $\frac{1}{4}$

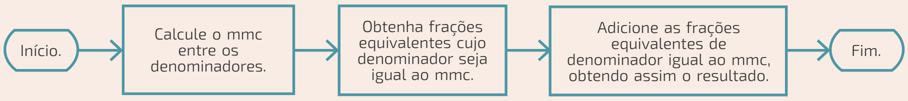
c) $■ + \frac{1}{3} = \frac{19}{15}$ $\frac{14}{15}$

d) $\frac{7}{15} - ■ = \frac{4}{15}$ $\frac{1}{5}$

A adição e a subtração são operações inversas.

Resposta

27. c) Resposta pessoal. Possível resposta: na adição de frações com denominadores diferentes, primeiramente calcula-se o mmc entre os denominadores, depois obtém-se frações equivalentes cujo denominador seja igual ao mmc. Para finalizar, adicionam-se as frações equivalentes obtendo o resultado.



23. Observe como Gilberto resolveu, de duas maneiras, a expressão $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{1}{4}$.

1ª maneira:

$$\underbrace{\frac{3}{4}+\frac{5}{6}}_{\frac{19}{12}}-\frac{1}{4}=\frac{19}{12}-\frac{1}{4}=\frac{4}{3}$$

2ª maneira:

$$\frac{3}{4}+\underbrace{\frac{5}{6}-\frac{1}{4}}_{\frac{7}{12}}=\frac{3}{4}+\frac{7}{12}=\frac{4}{3}$$

Resolva as expressões de duas maneiras.

a) $\frac{7}{12}+\frac{5}{6}+\frac{1}{3}$ $\frac{7}{4}$

b) $\frac{11}{6}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$ $\frac{25}{12}$

c) $\frac{5}{4}+\frac{7}{6}-\frac{2}{3}$ $\frac{7}{4}$

d) $\frac{13}{9}+\frac{5}{8}-\frac{7}{12}$ $\frac{107}{72}$

24. Ana gastou $\frac{7}{20}$ da quantia que possuía para ir ao cinema e comer um lanche. Com a entrada do cinema, ela gastou $\frac{2}{10}$ do valor que possuía. Que fração da quantia que possuía representa o valor que Ana gastou com o lanche? $\frac{3}{20}$

25. Associe as fichas que apresentam o mesmo resultado, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.
A-II; B-III; C-I

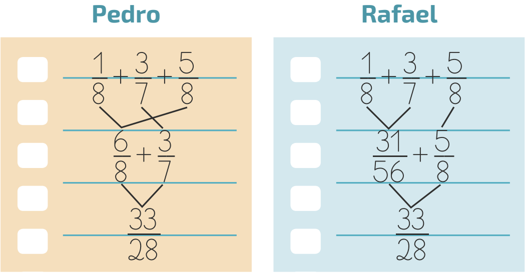
A $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}+0$	**B** $\frac{135}{60}$ $\frac{17}{12}+\frac{25}{30}$	**C** $\frac{201}{120}$ $\frac{7}{8}+\frac{12}{15}$
I $\frac{201}{120}$ $\frac{12}{15}+\frac{7}{8}$	**II** $\frac{1}{5}$ $0+\frac{1}{5}$	**III** $\frac{135}{60}$ $\frac{25}{30}+\frac{17}{12}$

Agora resolva os cálculos apresentados acima e responda. 25. b) O resultado obtido é a própria fração.

a) Ao trocar a ordem das frações, o resultado se alterou? não

b) Qual o resultado obtido ao adicionarmos o zero a uma fração?

26. Observe como Pedro e Rafael resolveram o mesmo cálculo.



a) Qual das duas estratégias apresentadas acima você utilizaria para resolver esse cálculo? Por quê?

b) Quantas vezes Pedro calculou o mmc ou frações equivalentes? E Rafael?

27. Veja como Beatriz respondeu à pergunta a seguir. b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que utilizariam o mmc como outra estratégia de resolução.

Quais procedimentos você utiliza para resolver problemas que envolvem a adição de frações com denominadores diferentes?

Para adicionar duas ou mais frações com denominadores diferentes, primeiro determino frações equivalentes a cada uma delas, de modo que todas fiquem com o mesmo denominador. Para finalizar, realizo a adição das frações de mesmo denominador, obtendo assim o resultado.

a) Você concorda com as explicações de Beatriz? Resposta pessoal.

b) Você faria algo diferente? Se sim, o quê?

c) Escreva os procedimentos utilizados por você para adicionar frações utilizando o mmc como estratégia de resolução. Em seguida, represente-os em um fluxograma. Resposta nas orientações ao professor.

26. a) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos escolham a estratégia utilizada por Pedro, por utilizar apenas uma vez o mmc ou frações equivalentes.

26. b) Pedro calculou apenas uma vez o mmc ou frações equivalentes, e Rafael calculou duas vezes o mmc ou frações equivalentes.

- Ao trabalhar com a atividade **25**, no item **a**, explique aos alunos que os resultados não se alteram porque a propriedade comutativa, estudada no **6º** ano com números naturais, também se aplica às frações.
  - Em uma adição, podemos trocar a ordem das parcelas, pois o resultado não se altera.

  No item **b**, diga aos alunos que o resultado obtido é a própria fração, pois a propriedade do elemento neutro da adição também se aplica às frações.
  - Em uma adição de duas parcelas em que uma delas é igual a zero, o resultado é igual à outra parcela. Dizemos, então, que o zero é o elemento neutro da adição.
- Na atividade **26**, explique aos alunos que as duas maneiras de se resolver o mesmo cálculo são possíveis por conta de a adição de frações ser associativa, uma propriedade estudada com os números naturais no **6º** ano. Porém, verifique se eles observam que Pedro calculou o mmc apenas uma vez, enquanto Rafael calculou duas vezes para chegar ao mesmo resultado.
  - Em uma adição de três ou mais parcelas, podemos associar essas parcelas de maneiras diferentes sem que o resultado se altere.

BNCC em foco

- A atividade **27** coloca em prática as habilidades previstas na **Competência geral 2**, haja vista que solicita dos alunos o exercício de sua curiosidade intelectual para a solução de problemas, desenvolvendo metodologias de investigação e elaborando hipóteses de resolução. Dessa forma, auxilia-se no desenvolvimento do pensamento crítico e criativo, pois eles são instigados a justificarem suas respostas e criarem novas soluções.

BNCC em foco

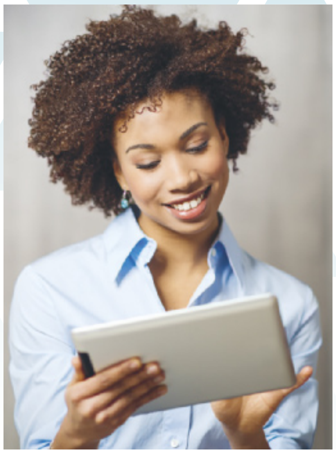
- O trabalho realizado no tópico **Multiplicação de frações** tem o objetivo de desenvolver nos alunos a capacidade de comparar e ordenar frações associadas à ideia de operador, a fim de contemplar parcialmente a habilidade **EF07MA08**.

- Ao abordar o tópico **Multiplicação de número natural por fração**, se for necessário explique aos alunos que "sem acréscimos" significa que não houve cobrança de juro sobre o valor do produto, algo que geralmente ocorre quando parcelamos uma compra. Ao final desse tópico, aproveite e pergunte aos alunos qual é a fração do valor total do *tablet* que ainda falta para Carina pagar. Depois, pergunte quantos reais essa fração representa, ou seja, quantos reais ainda faltam para Carina pagar.

R $\frac{2}{6}$; R$ 400,00.

Multiplicação de frações

Multiplicação de número natural por fração



Rido/Shutterstock.com

Pessoa utilizando um *tablet*.

Há alguns meses, Carina comprou um *tablet* e optou por pagá-lo em 6 prestações iguais e sem acréscimos. Ao pagar a 4ª prestação, que fração do valor total do *tablet* terá sido paga?

Como o valor total do *tablet* foi dividido em 6 prestações iguais, temos que cada uma delas corresponde a $\frac{1}{6}$. Assim, representamos as 4 prestações que Carina pagou da seguinte maneira:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1+1+1+1}{6}=\frac{4}{6}$$

Observando esta adição, notamos que ela possui 4 parcelas iguais. Assim, podemos representá-la por meio de uma **multiplicação**.

$$\underbrace{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}_{4 \text{ vezes } \frac{1}{6}}=4\cdot\frac{1}{6}=\frac{4\cdot 1}{6}=\frac{4}{6}$$

Simplificando a fração $\frac{4}{6}$ temos:

$$\underset{:2}{\overset{:2}{\frac{4}{6} = \frac{2}{3}}}$$

Na multiplicação de um número natural por uma fração, o resultado tem como numerador o produto do número natural pelo numerador da fração e como denominador, o mesmo da fração.

O preço total do *tablet* é R$ 1 200,00.

Quantos reais Carina já pagou?

Para responder a essa pergunta, precisamos calcular $\frac{4}{6}$ de 1 200, ou seja:

$$\frac{4}{6}\cdot 1200=\frac{4\cdot 1200}{6}=\frac{4\,800}{6}=800$$

Portanto, Carina já pagou R$ 800,00.

Nessa situação, a fração $\frac{4}{6}$ é um multiplicador da quantidade indicada.

Multiplicação de fração por fração

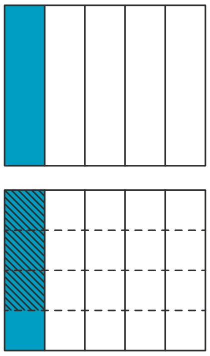
Em uma biblioteca chegaram livros para serem cadastrados e organizados. Dos livros que chegaram, $\frac{1}{5}$ é importado, dos quais $\frac{3}{4}$ são franceses. Do total de livros, que fração representa os livros franceses?

Para determinar que fração do total de livros representa os livros franceses, vamos calcular $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{5}$. Veja como realizar esse cálculo com o auxílio de figuras.

Inicialmente, representamos o total de livros por um retângulo. Em seguida, dividimos o retângulo em 5 partes iguais e destacamos uma dessas partes, que representa os livros importados.

Agora, dividimos cada uma das 5 partes em 4 partes iguais. Obtemos, assim, 20 partes e consideramos 3 delas, pois queremos calcular $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{5}$. A parte considerada corresponde a 3 em um total de 20, ou seja, $\frac{3}{20}$.

Assim, a fração do total de livros que representa os livros franceses é $\frac{3}{20}$.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

De maneira prática, podemos responder à pergunta efetuando $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Na multiplicação de frações, o resultado tem como numerador o produto dos numeradores dessas frações e como denominador o produto dos denominadores.

Atividades

Anote no caderno

28. Efetue os cálculos, simplificando-os quando possível.

a) $6 \cdot \frac{3}{4}$ $\frac{9}{2}$

b) $\frac{5}{7} \cdot \frac{9}{2}$ $\frac{45}{14}$

c) $\frac{1}{8} \cdot 14$ $\frac{7}{4}$

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$ $\frac{10}{21}$

e) $\frac{6}{7} \cdot 3 \cdot \frac{9}{5}$ $\frac{162}{35}$

f) $8 \cdot \frac{5}{4} \cdot 2$ 20

29. Um pintor, para obter 20 L de tinta de certa tonalidade, misturou três cores. Sabendo que $\frac{9}{20}$ da mistura obtida eram de tinta branca, $\frac{1}{4}$, de tinta vermelha e $\frac{3}{10}$, de tinta azul, quantos litros de cada cor de tinta o pintor misturou? tinta branca: 9 L; tinta vermelha: 5 L; tinta azul: 6 L

30. Em uma eleição para diretor escolar, votaram 560 eleitores. Observe a fração do total de votos que cada candidato obteve.

Candidato	José Augusto	Leia	Everaldo	Nulos ou brancos
Fração dos votos	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{8}$

a) No total, que fração dos votos obtiveram Leia e Everaldo? $\frac{1}{2}$

b) Quantos votos recebeu cada candidato? José Augusto: 210 votos; Leia: 112 votos; Everaldo: 168 votos

c) Quais candidatos obtiveram mais de $\frac{2}{7}$ do total de votos? José Augusto e Everaldo

d) Escreva em ordem crescente as frações que representam o total de votos dos candidatos. $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$ e $\frac{3}{8}$

- A atividade **30** pode ser complementada com a simulação de uma eleição entre os alunos da turma. Para isso, selecione juntamente com eles alguns candidatos (três ou quatro), criem cédulas de votação e uma urna. Faça uma votação secreta e, sem que os alunos saibam quantos votos recebeu cada candidato, construa na lousa um quadro semelhante ao apresentado na atividade. Em seguida, após a contagem dos votos, proponha questionamentos como os apresentados a seguir e complete o quadro com a fração de votos correspondentes a cada candidato.
  - Quantos votos recebeu cada candidato?
  - Qual foi o candidato mais votado? Que fração do total de votos ele obteve?
  - No total, que fração dos votos receberam o 2º e o 3º candidatos mais votados?

- Na atividade **31**, informe aos alunos que o INSS é uma autarquia do Governo Federal do Brasil vinculada ao Ministério da Previdência Social. Entre outras funções, é responsável por garantir aos contribuintes aposentadoria por tempo de contribuição, idade ou invalidez; pensão por morte; auxílio em caso de doença, acidente e afastamento por acidente de trabalho; salário-maternidade; salário-família, entre outros benefícios.
- Ao realizarem a atividade **34**, explique aos alunos que as simplificações antes de calcular multiplicações de frações podem ocorrer de outras maneiras além da apresentada. O numerador de uma das frações, por exemplo, pode ser simplificado com denominadores de mais de uma fração. Para exemplificar, realize o seguinte cálculo, em que o numerador da fração $\frac{10}{7}$ é simplificado inicialmente com o denominador de $\frac{3}{8}$ e, depois, com o denominador de $\frac{9}{5}$.

  $$\frac{3}{\cancel{8}^{4}} \cdot \frac{\cancel{10}^{5}}{7} \cdot \frac{9}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{7} \cdot \frac{9}{\cancel{5}^{1}} =$$
  $$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{1} = \frac{27}{28}$$

  Comente com os alunos que essas duas simplificações podem ser realizadas em uma mesma etapa.
- A atividade **35** oportuniza avaliar a leitura e a interpretação de informações. Possibilite reunir os alunos em duplas para realizarem a atividade, incentivando assim a interação e a troca de experiências entre eles. Os alunos podem elaborar problemas como o que segue:

31. Daniela trabalha como atendente em uma cantina. Do **salário bruto** que ela recebe, $\frac{9}{100}$ são descontados em recolhimento ao INSS (Instituto Nacional do Seguro Social). Da quantia restante, ou seja, do **salário líquido**, ela gasta $\frac{5}{13}$ com educação.

> **Salário bruto ›** valor do salário sem considerar descontos.
> **Salário líquido ›** valor do salário após aplicados os descontos.

a) Que fração do salário bruto de Daniela é gasta com educação? $\frac{7}{20}$

b) Sabendo que o salário bruto de Daniela é R$ 1 800,00, quanto ela gasta mensalmente com educação? R$ 630,00

c) Quantos reais do salário de Daniela são descontados mensalmente em recolhimento ao INSS? R$ 162,00

32. Responda às questões.

a) A que fração correspondem $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{4}$ de 1 h? Isso equivale a quantos minutos? $\frac{1}{10}$ de 1h; 6 min

b) A que fração corresponde $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ de 1 L? Isso equivale a quantos mililitros? $\frac{3}{8}$ de 1L; 375 mL

33. Um cinema oferece a opção de meio ingresso para idosos e estudantes. Para certa sessão, $\frac{2}{9}$ dos ingressos vendidos correspondem a meio ingresso, dos quais $\frac{3}{4}$ eram para estudantes.

a) Que fração do total de ingressos vendidos para a sessão corresponde a meio ingresso para:

- estudantes? $\frac{1}{6}$
- idosos? $\frac{1}{18}$

b) Sabendo que foram vendidos 180 ingressos para a sessão, quantos correspondem a:

- ingressos inteiros? 140 ingressos
- meio ingresso? 40 ingressos

34. Observe como podemos calcular $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{10}{7}$ realizando simplificações.

- Inicialmente, dividimos 3 e 9 por 3, pois são múltiplos de 3.

$$\frac{4}{\cancel{3}^{1}} \cdot \frac{\cancel{9}^{3}}{25} \cdot \frac{10}{7}$$

- Dividimos 25 e 10 por 5, pois são múltiplos de 5. Em seguida, efetuamos a multiplicação.

$$\frac{4}{\cancel{3}^{1}} \cdot \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{25}^{5}} \cdot \frac{\cancel{10}^{2}}{7} = 4 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{24}{35}$$

Agora, efetue os cálculos.

a) $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$ $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7}$ $\frac{3}{7}$

c) $\frac{6}{15} \cdot \frac{5}{3}$ $\frac{2}{3}$

d) $\frac{7}{12} \cdot \frac{4}{5}$ $\frac{7}{15}$

e) $\frac{1}{8} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{6}{5}$ $\frac{4}{15}$

f) $\frac{20}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{14}$ 2

35. Considerando as informações a seguir, escreva um problema e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se ele resolveu corretamente. Resposta pessoal.

> A escola em que Ana estuda tem 450 alunos matriculados. Do total de alunos, $\frac{6}{10}$ são meninas, e apenas $\frac{1}{27}$ das meninas não praticam esporte.

36. Nos itens a seguir, determine o número correspondente a cada letra de tal forma que a igualdade obtida seja verdadeira. A: 3; B: 4; C: 5; D: 6

I) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{A} = \frac{14}{15}$

II) $\frac{9}{B} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{8}$

III) $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{4} = \frac{15}{16}$

IV) $\frac{C}{A} \cdot \frac{B}{D} = \frac{10}{9}$

> Nesta atividade, letras iguais correspondem a números iguais.

- Do total de meninas nessa escola, quantas praticam algum tipo de esporte?
  R 260

37. Observe os cálculos apresentados nas fichas a seguir.

A $\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{1}{2}$ $\frac{15}{32}$

B $\frac{5}{4}\cdot\frac{9}{6}$ $\frac{45}{24}$

C $\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{3}$ $\frac{10}{12}$

D $\frac{7}{9}\cdot 1$ $\frac{7}{9}$

I $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}$ $\frac{10}{12}$

II $1\cdot\frac{7}{9}$ $\frac{7}{9}$

III $\frac{9}{6}\cdot\frac{5}{4}$ $\frac{45}{24}$

IV $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}\right)$ $\frac{15}{32}$

a) Associe as fichas que apresentam o mesmo resultado, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. A-IV, B-III, C-I, D-II

b) Qual ficha você associou à ficha **I**? Qual regularidade você pôde perceber? Resposta nas orientações ao professor.

c) Qual ficha você associou à ficha **II**? Qual regularidade você pôde perceber? Resposta nas orientações ao professor.

d) Qual ficha você associou à ficha **IV**? Qual regularidade você pôde perceber? Resposta nas orientações ao professor.

38. Adriana comprou 500 pães para preparar cachorros-quentes em sua lanchonete na sexta-feira, no sábado e no domingo. Sabendo que ela utilizou $\frac{2}{5}$ desses pães na sexta-feira, $\frac{1}{4}$ no sábado, $\frac{3}{10}$ no domingo, determine quantos pães Adriana utilizou, ao todo, nesses dias.

Veja como Sueli e Antônio resolveram este problema.

Sueli

$$\underbrace{\frac{2}{5}\cdot 500}_{200}+\underbrace{\frac{1}{4}\cdot 500}_{125}+\underbrace{\frac{3}{10}\cdot 500}_{150}=$$

$$=200+125+150=475$$

Antônio

$$500\cdot\underbrace{\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}+\frac{3}{10}\right)}_{\frac{19}{20}}=500\cdot\frac{19}{20}=475$$

a) Quais as principais diferenças que você pôde perceber entre as estratégias utilizadas? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que Sueli inicialmente multiplicou a quantidade total de pães pela fração correspondente a cada dia e depois somou as quantidades, obtendo o resultado. Já Antônio, inicialmente, somou as frações correspondentes a cada dia e depois multiplicou pela quantidade total de pães, obtendo o resultado.

b) Qual das estratégias apresentadas acima você utilizaria? Por quê? Resposta pessoal.

39. Resolva os problemas a seguir.

I) João utilizou $\frac{3}{8}$ de R$ 208,00 para comprar uma camiseta. Quantos reais ele pagou pela camiseta? R$ 78,00

II) Renata abasteceu seu carro com 75 L de combustível e gastou $\frac{3}{5}$ do combustível ao realizar uma viagem. Quantos litros Renata gastou para realizar essa viagem? 45 L

III) Quantas horas equivalem a $\frac{1}{3}$ de um dia? 8 horas

Lembre-se de que 1 dia tem 24 horas.

Agora, responda.

a) É possível resolver os problemas acima utilizando um mesmo procedimento? Em caso afirmativo, escreva esse procedimento e organize-o em um fluxograma. Resposta nas orientações ao professor.

b) Utilizando o procedimento que você escreveu, é possível resolver qualquer problema em que é necessário, apenas, calcular a fração de uma quantidade? sim

- Nas atividades **37** e **38**, espera-se que os alunos se lembrem das propriedades da multiplicação estudadas no 6º ano e as associem às multiplicações envolvendo frações.

BNCC em foco

- A atividade **39** tem o objetivo de desenvolver nos alunos o reconhecimento de que problemas com a mesma estrutura podem ser resolvidos utilizando um mesmo procedimento, de modo a contemplar a habilidade **EF07MA06**.
- Os alunos também vão representar esse procedimento por meio de fluxograma, contemplando a habilidade **EF07MA07**.

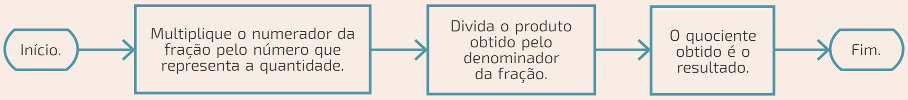
Respostas

37. b) C; A propriedade comutativa da multiplicação: em uma multiplicação, podemos trocar a ordem dos fatores que o resultado não se altera.

c) D; A propriedade do elemento neutro da multiplicação: em uma multiplicação de dois fatores em que um deles é igual a 1, o resultado é igual ao outro fator. Dizemos, então, que o número 1 é o elemento neutro da multiplicação.

d) A; A propriedade associativa da multiplicação: em uma multiplicação de três ou mais fatores, podemos associar esses fatores de maneiras diferentes, pois o resultado não se altera.

39. a) Resposta pessoal. Possível resposta: sim; primeiro multiplica-se o número que representa a quantidade pelo numerador da fração e divide-se esse produto pelo denominador. O quociente obtido é o resultado.



- Antes de apresentar a explicação teórica dessa página, proponha o problema aos alunos e verifique se eles conseguem resolvê-lo. Uma estratégia é encontrar um número natural que, multiplicado por $\frac{1}{2}$, resulte em 3.
- Para reforçar a ideia da divisão de um número natural por uma fração utilizando o processo apresentado, sugira a **Atividade complementar** a seguir:

Atividade complementar

- Realize os seguintes cálculos:
  - $2 : \frac{1}{5}$
    R 10
  - $4 : \frac{1}{3}$
    R 12
  - $5 : \frac{1}{4}$
    R 20

Divisão de frações

Divisão de número natural por fração


Débora Kamogawa

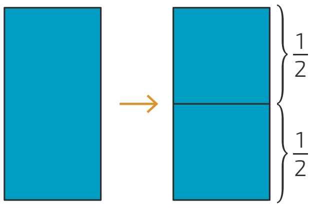
Juliano vai acampar com seus amigos. Para esse acampamento, ele levará 3 L de água, que serão divididos em garrafas com $\frac{1}{2}$ L cada uma.

Quantas garrafas cuja medida de capacidade é de $\frac{1}{2}$ L Juliano vai encher?

Para responder a essa pergunta, precisamos calcular quantas vezes $\frac{1}{2}$ L cabe em 3 L, isto é, precisamos calcular $3 : \frac{1}{2}$.

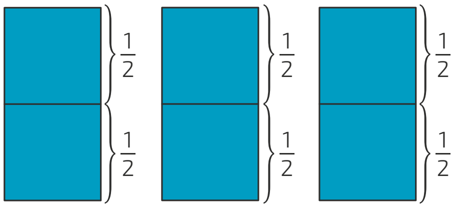
Veja como podemos efetuar esse cálculo com o auxílio de figuras.

- Inicialmente, representamos 1 L de água por um retângulo. Em seguida, dividimos o retângulo em duas partes iguais. Cada parte representa $\frac{1}{2}$ L de água.



- Como Juliano levará 3 L de água, consideramos três retângulos.

  Note que $\frac{1}{2}$ cabe 6 vezes em 3 unidades.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Portanto, $3 : \frac{1}{2} = 6$, isto é, Juliano vai encher 6 garrafas cuja capacidade mede $\frac{1}{2}$ L cada uma.

Divisão de fração por um número natural

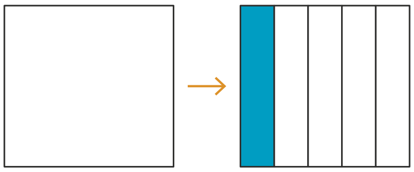
Leandro é filatelista, e, de toda a sua coleção de selos, $\frac{1}{5}$ é importado. Esses selos importados serão organizados em quatro pastas com a mesma quantidade de selos cada uma.

Que fração de toda a coleção de selos será colocada em cada pasta?

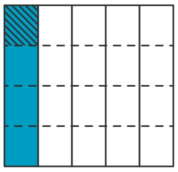
Filatelista › nome dado ao estudioso e/ou colecionador de selos de correio.

Para determinar que fração de toda a coleção de selos será colocada em cada pasta, precisamos calcular $\frac{1}{5} : 4$. Veja como podemos efetuar esse cálculo com o auxílio de figuras.

- Inicialmente, representamos a coleção de selos de Leandro por um retângulo. Em seguida, dividimos o retângulo em 5 partes iguais e destacamos $\frac{1}{5}$, que representa os selos importados.



- Agora, dividimos cada uma das 5 partes em 4 partes iguais. Obtemos, assim, 20 partes e consideramos uma delas, pois queremos calcular $\frac{1}{5} : 4$.



A parte considerada corresponde a uma em um total de 20, ou seja, $\frac{1}{20}$.

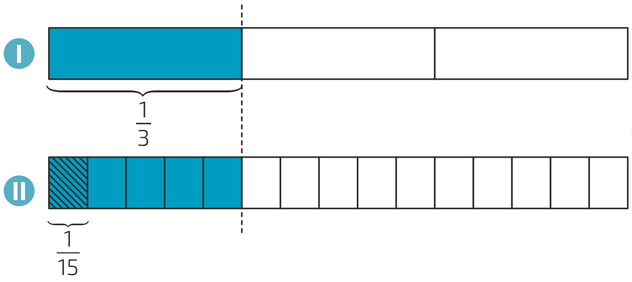
Portanto, $\frac{1}{5} : 4 = \frac{1}{20}$, isto é, Leandro vai colocar $\frac{1}{20}$ de toda a sua coleção de selos em cada pasta.

Divisão de fração por fração

Leia o problema a seguir.

> Em uma fábrica, a produção de doces de leite é colocada em recipientes e depois distribuída em potes. Sabendo que um dos recipientes está com doce até $\frac{1}{3}$ da medida de sua capacidade, e que cada pote tem $\frac{1}{15}$ da medida da capacidade do recipiente, quantos potes serão necessários para colocar todo o doce desse recipiente?

Para resolver esse problema, precisamos calcular quantas vezes $\frac{1}{15}$ cabe em $\frac{1}{3}$, isto é, precisamos calcular $\frac{1}{3} : \frac{1}{15}$. Veja como podemos efetuar esse cálculo com o auxílio de figuras de mesmas dimensões divididas em partes iguais.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Nas figuras **I** e **II**, o retângulo maior corresponde à medida da capacidade do recipiente. Em **I**, a parte em destaque representa a fração do recipiente com doce de leite e a parte considerada em **II**, a fração do recipiente que corresponde a cada pote.

Note que $\frac{1}{15}$ cabe 5 vezes em $\frac{1}{3}$.

Portanto, $\frac{1}{3} : \frac{1}{15} = 5$, isto é, serão necessários 5 potes.

- No tópico **Divisão de fração por fração**, após obter a quantidade de potes necessários para colocar todo o doce do recipiente, proponha aos alunos que realizem a divisão $\frac{1}{3} : 5$ e questione-os sobre o resultado encontrado $\left(\frac{1}{15}\right)$. Verifique se os alunos compreendem a ideia de números inversos, escrevendo alguns exemplos na lousa ou pedindo que alguns deles escrevam.
- Após trabalhar a situação apresentada nesse tópico, considere substituir, por exemplo, a fração $\frac{1}{3}$ para $\frac{1}{5}$ e pedir aos alunos que calculem o novo resultado.

- Na atividade **41**, oriente os alunos a realizarem a divisão para obter a quantidade de voltas.

BNCC em foco

- A atividade **41** destaca um personagem que pratica a corrida como esporte regular. Faça uma relação com o tema contemporâneo **Saúde** e incentive os alunos a praticarem exercícios físicos em suas rotinas, salientando alguns dos muitos benefícios que a prática esportiva promove à saúde e ao bem-estar do corpo e da mente. Pergunte se algum deles pratica exercícios regularmente e diga que, em geral, além da promoção de saúde, esportes influenciam também no humor, na qualidade do sono, na autoconfiança e na concentração.

Para realizar essa divisão sem o auxílio de figuras, escrevemos a divisão por meio de uma fração e multiplicamos o numerador e o denominador por um mesmo número conveniente, diferente de zero, não alterando o resultado. Observe.

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{15} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{15}} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{15}{1}}{\frac{1}{15}\cdot\frac{15}{1}} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{15}{1}}{\underbrace{\frac{15}{15}}_{15\,:\,15\,=\,1}} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{15}{1}}{1} = \frac{1}{3}\cdot\frac{15}{1} = \frac{15}{3} = 5$$

Nesse caso, multiplicamos $\frac{1}{15}$ por $\frac{15}{1}$ e obtemos 1 como resultado. Isso ocorre porque $\frac{1}{15}$ e $\frac{15}{1}$ são **números inversos**.

Veja outros exemplos de números inversos:

- $\frac{3}{7}$ é o inverso de $\frac{7}{3}$
- $\frac{1}{5}$ é o inverso de $\frac{5}{1}$ (ou simplesmente 5)

Assim, para determinar o quociente da divisão de duas frações, basta multiplicar a 1ª fração pelo inverso da outra, isto é:

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{15} = \frac{1}{3}\cdot\underbrace{\frac{15}{1}}_{\substack{\text{inverso}\\ \text{de } \frac{1}{15}}} = \frac{1\cdot 15}{3\cdot 1} = \frac{15}{3} = 5$$

Essa regra também é válida para as divisões de um número natural por uma fração e de uma fração por um número natural. Veja os exemplos:

- $7 : \frac{2}{5} = 7\cdot\underbrace{\frac{5}{2}}_{\substack{\text{inverso}\\ \text{de } \frac{2}{5}}} = \frac{7\cdot 5}{2} = \frac{35}{2}$
- $\frac{3}{8} : 2 = \frac{3}{8}\cdot\underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{inverso de 2}} = \frac{3\cdot 1}{8\cdot 2} = \frac{3}{16}$

Atividades

Anote no caderno

40. Efetue os cálculos, simplificando o resultado quando possível.

a) $7 : \frac{1}{3}$ 21

b) $2 : \frac{4}{5}$ $\frac{5}{2}$

c) $\frac{3}{8} : 6$ $\frac{1}{16}$

d) $\frac{10}{9} : 5$ $\frac{2}{9}$

e) $\frac{2}{5} : \frac{6}{7}$ $\frac{7}{15}$

f) $\frac{8}{5} : \frac{2}{15}$ 12

41. Joel corre todos os dias na pista de um parque e gasta cerca de $\frac{4}{7}$ de hora para dar cada volta. Mantendo esse ritmo, quantas voltas Joel dará nessa pista em um período cuja medida é de 2 horas?

$\frac{7}{2}$ voltas ou 3 voltas e meia

42. Uma placa de isopor foi dividida em 5 partes iguais.

Ronaldo Lucena

Sabendo que uma dessas partes será dividida em 12 pedaços iguais, que fração cada pedaço da parte dividida representa em relação ao total da placa de isopor? $\frac{1}{60}$

43. Daniel tem três filhos e todos os meses divide igualmente $\frac{1}{20}$ de seu salário entre eles.

a) Que fração do salário de Daniel cada filho recebe mensalmente? $\frac{1}{60}$

b) Sabendo que o salário de Daniel é R$ 3 600,00, quantos reais recebe mensalmente cada filho? R$ 60,00

c) Do restante do salário de Daniel, $\frac{1}{4}$ é gasto com o aluguel. Quantos reais Daniel gasta com o aluguel? R$ 855,00

44. Certa jarra está com $\frac{7}{8}$ da medida de sua capacidade com suco. Esse suco será distribuído em copos cuja medida da capacidade corresponde a $\frac{1}{16}$ da medida da capacidade da jarra. Quantos copos podem ser cheios com o suco que há na jarra? 14 copos

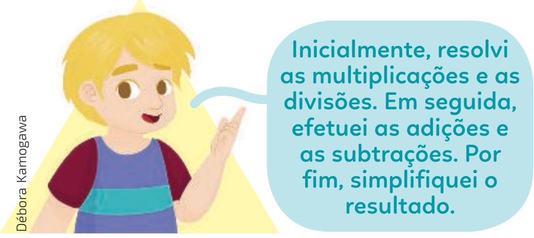
45. Em um autorama, o carrinho verde demora $\frac{1}{4}$ de minuto para dar cada volta. Já o carrinho azul demora $\frac{3}{10}$ de minuto para dar cada volta. Mantendo esse ritmo, quantas voltas cada um dos carrinhos dará em 3 minutos?
carrinho verde: 12 voltas; carrinho azul: 10 voltas

46. Elabore uma questão para cada situação apresentada e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se ele respondeu corretamente.

a) Beatriz quer comprar uma bicicleta e ainda precisa poupar $\frac{4}{9}$ do valor de que necessita. Por semana, Beatriz poupa $\frac{1}{18}$ do valor da bicicleta. Resposta pessoal.

b) João está realizando uma viagem e já percorreu $\frac{1}{2}$ do trajeto. Até chegar ao destino, ele estima percorrer $\frac{1}{8}$ do trajeto por hora. Resposta pessoal.

47. Observe como Danilo resolveu a expressão $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{2} : 5 + \frac{1}{3}$.



Débora Kamogawa

$$\underbrace{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2}}_{\frac{6}{10}} - \underbrace{\frac{1}{2} : 5}_{\frac{1}{10}} + \frac{1}{3} = \frac{6}{10} - \frac{1}{10} + \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{18 - 3 + 10}{30} = \frac{25^{:5}}{30^{:5}} = \frac{5}{6}$$

Agora, resolva as expressões.

a) $\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{4} : \frac{3}{2} - \frac{5}{14}$ $\frac{10}{7}$

b) $\frac{4}{3} + \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{4} : \frac{3}{8}$ $\frac{8}{3}$

c) $\frac{7}{2} : \frac{21}{6} - \frac{7}{8} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{16}{3} - \frac{3}{4} : \frac{5}{8} - \frac{7}{15}$ 1

48. Copie os itens a seguir substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) $\frac{1}{4} \cdot$ ■ $= \frac{3}{20}$ $\frac{12}{20}$ ou $\frac{3}{5}$

b) ■ $\cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{6}$ $\frac{45}{30}$ ou $\frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{2} \cdot$ ■ $= \frac{4}{9}$ $\frac{8}{9}$

d) ■ $\cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ $\frac{30}{30}$ ou 1

A multiplicação e a divisão são operações inversas.

49. Do total de funcionários de certa empresa, $\frac{2}{3}$ são mulheres. Em uma pesquisa realizada, verificou-se que a quarta parte dessas mulheres não têm filhos. Em relação ao total de funcionários, que fração representa as mulheres que não têm filhos? $\frac{1}{6}$

- Na atividade **45**, diga aos alunos que autorama é a miniatura de uma pista automobilística.
- Ao abordar a atividade **46**, verifique se os alunos conseguem elaborar as questões a partir das situações apresentadas. Alguns exemplos de perguntas são:
  - Durante quantas semanas Beatriz precisa poupar para obter o valor de que precisa para comprar a bicicleta?
    R 8 semanas
  - Em quantas horas João estima percorrer o restante do trajeto?
    R 4 horas
- Na atividade **48**, comente com os alunos o fato de as operações de multiplicação e divisão serem inversas, a fim de economizarem tempo e realizarem menos cálculos na resolução da atividade.

- Antes de trabalhar com o tópico **Potenciação com base fracionária**, caso julgue necessário, apresente algumas potências para os alunos calcularem, conforme as apresentadas na **Atividade complementar** abaixo, a fim de avaliar o conhecimento deles sobre potenciação.

Atividade complementar

- Calcule.
  - 4^3
    R 64
  - 3^4
    R 81
  - 5^3
    R 125
  - 10^5
    R 100 000
  - 11^2
    R 121

Potenciação com base fracionária

O professor Heitor pediu aos seus alunos que resolvessem a seguinte atividade.

Edde Aguiar

Você sabe como resolver a atividade proposta pelo professor Heitor? Explique.
Resposta pessoal.

Para resolver essa atividade, utilizamos um procedimento como o de cálculo de potência cuja base é um número natural.

Na potenciação podemos destacar os seguintes elementos:

$$\text{potência} \rightarrow \boxed{\underset{\text{base}}{2}^{\overset{\text{expoente}}{3}} = 8}$$

A **base** é o fator que se repete na multiplicação e o **expoente** indica a quantidade de vezes que o fator se repete.

Veja alguns exemplos:

- $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{4 fatores iguais}} = \underset{\text{base}}{2}^{\overset{\text{expoente}}{4}} = 16$
- $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{5 fatores iguais}} = \underset{\text{base}}{3}^{\overset{\text{expoente}}{5}} = 243$

Para efetuar o cálculo de potência cuja base é uma fração, utilizamos o mesmo raciocínio.

Veja como podemos resolver a atividade proposta pelo professor Heitor.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$

Observando as potências cuja base é fracionária, podemos notar que tanto o numerador quanto o denominador são elevados ao mesmo expoente.

Assim, sendo **a** e **b** números naturais, com $b \neq 0$, e **n** um número natural, temos $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Exemplos:

- $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{81}$

Em uma potência cuja base é um número qualquer e cujo expoente é igual a 1, o resultado é o próprio número. Em uma potência cuja base é diferente de zero e cujo expoente é igual a zero, o resultado é igual a 1.

Exemplos:

- $12^1 = 12$
- $\left(\frac{6}{11}\right)^1 = \frac{6}{11}$
- $9^0 = 1$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

> Não podemos confundir a potenciação com a multiplicação. A multiplicação é utilizada para representar uma adição de parcelas iguais e a potenciação, uma multiplicação de fatores iguais.
>
> - multiplicação: $\underbrace{2 + 2 + 2}_{\text{3 parcelas iguais}} = 3 \cdot 2 = 6$
> - potenciação: $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{3 fatores iguais}} = 2^3 = 8$

Atividades

Anote no caderno

50. Calcule as potências.

a) 2^5 32 **b)** $\left(\frac{7}{8}\right)^2$ $\frac{49}{64}$ **c)** $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ $\frac{27}{125}$ **d)** $\left(\frac{4}{9}\right)^2$ $\frac{16}{81}$

51. Determine o número correspondente a cada letra.

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^A = \frac{27}{8}$ A: 3

b) $\left(\frac{2}{B}\right)^2 = \frac{4}{25}$ B: 5

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^C = \frac{1}{16}$ C: 4

d) $\left(\frac{D}{7}\right)^2 = \frac{64}{49}$ D: 8

52. Veja como podemos calcular $\frac{2^3}{5}$ e $\left(\frac{2}{5}\right)^3$.

- $\frac{2^3}{5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5}$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{8}{125}$

Note que os resultados obtidos são diferentes, pois em $\frac{2^3}{5}$ apenas o numerador está sendo elevado ao cubo. Já em $\left(\frac{2}{5}\right)^3$, toda a fração está sendo elevada ao cubo.

A partir das informações apresentadas, resolva.

a) $\frac{4}{5^2}$ $\frac{4}{25}$

b) $\left(\frac{7}{2}\right)^3$ $\frac{343}{8}$

c) $\frac{8^3}{9}$ $\frac{512}{9}$

d) $\frac{11}{2^6}$ $\frac{11}{64}$

e) $\left(\frac{1}{10}\right)^4$ $\frac{1}{10\,000}$

f) $\frac{6^3}{5^2}$ $\frac{216}{25}$

53. Utilizando o símbolo >, escreva as potências em ordem decrescente.

$\left(\frac{1}{2}\right)^4$ $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ $\left(\frac{7}{2}\right)^3$

54. Observe como podemos resolver a expressão $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} : \frac{8}{10}\right)^3$.

Inicialmente, resolvemos os cálculos indicados dentro dos parênteses. Em seguida, calculamos a potência.

$$\left(\frac{3}{4} + \underbrace{\frac{2}{5} : \frac{8}{10}}_{\frac{1}{2}}\right)^3 = \left(\underbrace{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}_{\frac{5}{4}}\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$$

Agora, resolva.

a) $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{15}{6} - \frac{1}{3}\right)^4$ $\frac{256}{81}$

b) $\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} : \frac{9}{2}\right)^5$ $\frac{32}{243}$

c) $\left(\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{16} + \frac{7}{4}\right)^2$ $\frac{169}{36}$

d) $\left(\frac{1}{9} + \frac{6}{15} : \frac{3}{5}\right)^3$ $\frac{343}{729}$

e) $\left(\frac{7}{8} : \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)^4$ 256

f) $\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} - \frac{5}{12} : \frac{10}{3}\right)^2$ $\frac{225}{64}$

55. Considerando as potências a seguir, escreva uma pergunta e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se ele respondeu corretamente. Resposta pessoal.

$\left(\frac{4}{5}\right)^0$ $\left(\frac{1}{3}\right)^0$ $\left(\frac{28}{70}\right)^0$

53. $\left(\frac{7}{2}\right)^3 > \left(\frac{3}{4}\right)^2 > \left(\frac{2}{5}\right)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)^4$

- Na atividade **53**, veja a possibilidade de levar algumas calculadoras para a sala de aula para que os alunos possam comparar os números observando suas casas decimais. Caso não possua calculadoras para todos os alunos, junte-os em duplas para realizarem a atividade.
- Na atividade **55**, os alunos podem elaborar problemas como o que segue:
  - A soma dos resultados de cada potência pode ser escrito como 3^1? Justifique sua resposta.

    R sim; O resultado de cada potência é 1, logo a soma é 3, que é igual a 3^1.

- Escreva na lousa os números quadrados perfeitos de 0 a 100: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 e 100.
- A partir da situação apresentada na página, se considerar conveniente, comente com os alunos o fato de a radiciação ser a operação inversa da potenciação, e vice-versa.

Raiz quadrada de número fracionário

Certa horta de formato quadrado tem o comprimento do lado medindo 3 m. Podemos calcular a medida da área dessa horta elevando a medida do comprimento do seu lado ao quadrado, isto é:

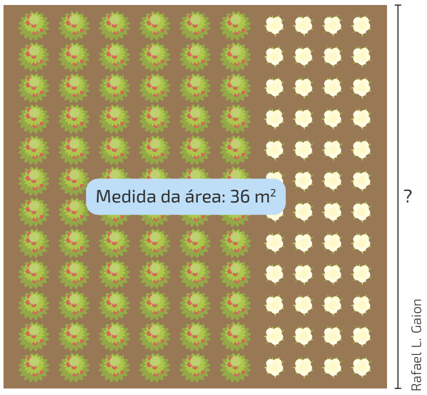
$$A = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9 \longrightarrow 9\ m^2$$

Qual é a medida, em metros, do comprimento do lado de uma horta de formato quadrado cuja medida da área é 36 m^2?

Para responder a essa pergunta, precisamos obter um número natural que elevado ao quadrado seja igual a 36.

Nesse caso, o número é 6, pois $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$.

Assim, a medida do comprimento do lado dessa horta é 6 m.



Rafael L. Gaion

A operação utilizada para resolver o problema acima é a **radiciação**. Para representar o número natural que elevado ao quadrado é igual a 36, utilizamos o símbolo $\sqrt[2]{36}$, que se lê raiz quadrada de 36.

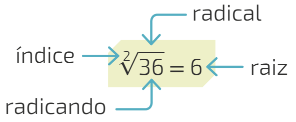
$$\sqrt[2]{36} = 6, \text{ pois } 6^2 = 36$$

Para determinar a raiz quadrada de uma fração, utilizamos um procedimento como o apresentado. Veja, por exemplo, como podemos calcular $\sqrt{\frac{4}{9}}$.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ pois } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

Neste caso, 4 e 9 são **quadrados perfeitos**, de maneira que a raiz quadrada desses números é um número natural.

Na radiciação, podemos destacar os seguintes elementos:



Em geral, representamos a raiz quadrada sem escrever o índice 2. Nesse caso, escrevemos $\sqrt{36}$.

Os números quadrados perfeitos são aqueles cuja raiz quadrada é um número natural. Os números 1, 9, 25 e 36 são exemplos de números quadrados perfeitos.

Podemos calcular a raiz quadrada do numerador e do denominador de uma fração separadamente.

Assim, sendo **a** e **b** números naturais, com $b \neq 0$ temos $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Exemplos:

- $\sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{2}{7}$
- $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$

Atividades

Anote no caderno

56. Efetue os cálculos.

a) $\sqrt{49}$ 7

b) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ $\frac{3}{5}$

c) $\sqrt{\frac{1}{36}}$ $\frac{1}{6}$

d) $\sqrt{\frac{49}{169}}$ $\frac{7}{13}$

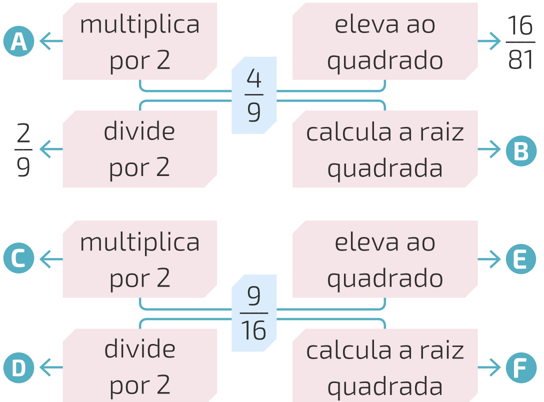
e) $\sqrt{\frac{81}{144}}$ $\frac{9}{12}$

f) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ $\frac{1}{2}$

57. Escreva um problema envolvendo o cálculo da raiz quadrada das frações a seguir e dê para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente. Resposta pessoal.

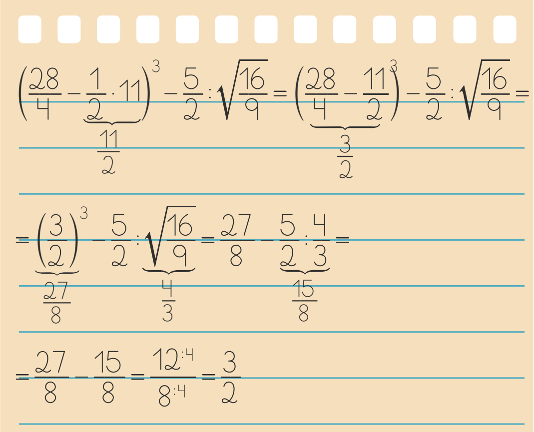
$\frac{4}{5}$ $\frac{8}{15}$ $\frac{16}{25}$ $\frac{9}{49}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{64}{225}$

58. Determine a fração correspondente a cada letra em destaque nos esquemas, simplificando-a quando possível.



A: $\frac{8}{9}$; B: $\frac{2}{3}$; C: $\frac{9}{8}$; D: $\frac{9}{32}$; E: $\frac{81}{256}$; F: $\frac{3}{4}$

59. Para resolver a expressão $\left(\frac{28}{4}-\frac{1}{2}\cdot 11\right)^3-\frac{5}{2}:\sqrt{\frac{16}{9}}$, inicialmente Thiago efetuou os cálculos indicados dentro dos parênteses. Em seguida, calculou as potências e raízes, as multiplicações e divisões e, na sequência, as adições e subtrações.



$$\left(\frac{28}{4}-\underbrace{\frac{1}{2}\cdot 11}_{\frac{11}{2}}\right)^3-\frac{5}{2}:\sqrt{\frac{16}{9}}=\left(\underbrace{\frac{28}{4}-\frac{11}{2}}_{\frac{3}{2}}\right)^3-\frac{5}{2}:\sqrt{\frac{16}{9}}=$$

$$=\underbrace{\left(\frac{3}{2}\right)^3}_{\frac{27}{8}}-\frac{5}{2}:\underbrace{\sqrt{\frac{16}{9}}}_{\frac{4}{3}}=\frac{27}{8}-\underbrace{\frac{5}{2}:\frac{4}{3}}_{\frac{15}{8}}=$$

$$=\frac{27}{8}-\frac{15}{8}=\frac{12^{:4}}{8^{:4}}=\frac{3}{2}$$

Resolva as expressões.

a) $\frac{5}{3}-\left(\frac{7}{16}\cdot 4-\frac{3}{4}\right)^6+\sqrt{\frac{1}{81}}$ $\frac{7}{9}$

b) $\frac{3}{4}\cdot\sqrt{\frac{25}{36}}-\left(\frac{6}{5}:\frac{12}{5}+\frac{1}{4}\right)^3$ $\frac{13}{64}$

c) $\left(\frac{1}{4}:\frac{9}{32}-\frac{10}{9}\cdot\frac{2}{5}\right)^3\cdot\sqrt{\frac{81}{256}}$ $\frac{4}{81}$

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo? ideias relacionadas às frações, simplificação e comparação de frações, operações de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo frações, potenciação com base fracionária e, também, a raiz quadrada de um número fracionário.

2. Além das situações apresentadas neste capitulo, cite outras em que as frações estão presentes. Resposta pessoal.

3. Que procedimento você utiliza para verificar se duas frações são equivalentes?

3. Resposta pessoal. Possível resposta: multiplica-se o numerador de uma fração pelo denominador da outra, e vice-versa; se os resultados obtidos forem iguais, elas são equivalentes.

4. Como é possível verificar se uma fração é irredutível? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que, se o numerador e o denominador forem primos entre si, a fração é irredutível.

5. Ao adicionar ou subtrair duas ou mais frações com denominadores diferentes, qual é o procedimento que você utiliza para obter o resultado?

6. Como pode ser calculada a raiz quadrada de uma fração cujo numerador e cujo denominador são números quadrados perfeitos? Resposta pessoal. Possíveis respostas: obtendo-se uma fração que, ao ser elevada ao quadrado, seja igual ao radicando, ou calculando separadamente a raiz quadrada do numerador e a do denominador.

5. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que inicialmente obtemos frações equivalentes às que serão adicionadas ou subtraídas com denominadores iguais. Em seguida, efetuamos o cálculo.

- Ao abordar a atividade **57**, verifique como os alunos estão desenvolvendo suas capacidades de elaborar questões a partir da leitura e interpretação de informações. Eles podem elaborar questões como:
  - Associe as frações apresentadas nas fichas de maneira que uma seja a raiz quadrada da outra.

R $\frac{16}{25}$ e $\frac{4}{5}$; $\frac{9}{49}$ e $\frac{3}{7}$; $\frac{64}{225}$ e $\frac{8}{15}$

Avaliação

- Proponha as questões apresentadas na seção **Explorando o que estudei** para avaliar o conhecimento dos alunos a respeito dos conteúdos abordados nesse capítulo. Peça a eles que resolvam as questões individualmente e, em seguida, troquem com um colega para verificar se as respostas estão corretas. Se estiverem equivocados, peça que expliquem o erro cometido.

Esse capítulo dará condições aos alunos de identificarem números decimais em diversos contextos e desenvolverem a capacidade de resolver e elaborar problemas que envolvam as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números decimais.

Também serão levados a compreender os conceitos de potência e raiz quadrada de números decimais e resolver problemas envolvendo porcentagem em situações de acréscimo e desconto, objetivando a utilização desses conceitos nas diversas práticas do cotidiano.

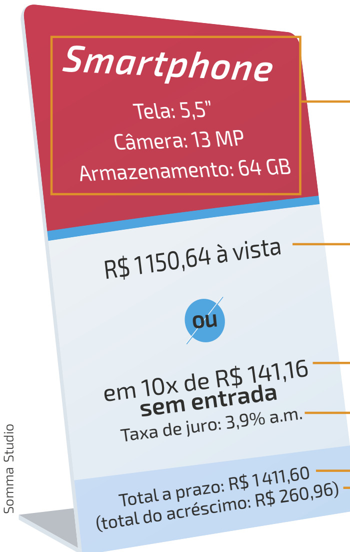
- As páginas de abertura apresentam aos alunos regulamentos sobre a Lei de Precificação. Verifique se eles compreendem os números e as informações mostradas nas etiquetas, principalmente as que compõem as características do produto, e se costumam consultá-las atentamente antes de adquirir um produto. Diga-lhes que outras informações presentes em etiquetas, como nas de produtos de informática, por exemplo, serão estudadas no volume do 9º ano dessa coleção. Uma sugestão de trabalho é pedir que os alunos tragam para a sala de aula etiquetas ou encartes que apresentem informações e preços de produtos e escrevam na lousa alguns desses números, comparando-os. Diga que, caso eles considerem as informações presentes nas etiquetas e nos encartes insuficientes, é um direito deles, como consumidores, exigir as informações necessárias.

Capítulo 3

Números decimais

As maneiras como o preço de um produto é exposto nas etiquetas para venda variam e podem gerar uma enorme confusão nos consumidores mais desatentos. Para ajudar na organização e facilitar a compreensão dessas etiquetas, foi publicada em 2004 a Lei de Precificação, que regulamenta as condições de oferta e comunicação de preços de bens e serviços ao consumidor.

Veja a seguir alguns detalhes exigidos na etiqueta de apresentação de um produto, de acordo com essa lei.



Nome e principais características do produto oferecido.

Preço à vista.

Prazo máximo para pagamento a prazo e valor das parcelas.

Taxa de juro cobrado na compra a prazo.

Preço total do produto a prazo.

Acréscimo cobrado em virtude da compra a prazo.

Somma Studio

BNCC em foco

- O contexto proposto nessa abertura permite aos alunos desenvolverem argumentos baseados em informações confiáveis, para que possam defender suas ideias e promover a consciência em relação ao consumo responsável, uma vez que passam a conhecer seus direitos como consumidores e a agir de forma ética, conforme orienta a **Competência geral 7**.
- Em todo o capítulo, os alunos serão estimulados a trabalhar com atividades que buscam desenvolver a capacidade de resolver e elaborar problemas envolvendo operações com números decimais. Dessa forma, contempla-se a habilidade **EF07MA12**.

Igor Kardasov/ Shutterstock.com

Cliente escolhendo um *smartphone* em uma loja.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A O Código de Defesa do Consumidor prevê que a apresentação de um produto deve ser correta e precisa, além de ser legível para o cliente. Em sua opinião, que informação pode confundir mais o consumidor desatento em uma compra?

B De acordo com a oferta anunciada, paga-se mais pelo produto à vista ou a prazo?

C Algumas pessoas optam pelo pagamento a prazo, mesmo sabendo que podem pagar mais pelo produto. Por que você acredita que isso ocorre?

Pensando nisso...

A Resposta pessoal. Possíveis respostas: não apresentar o preço à vista para comparação com o preço a prazo, utilizar letras e números pequenos em informações importantes, omitir diferenças na qualidade ou nas características do produto que justifiquem a diferença de preço, apresentar informações que não são importantes para desviar a atenção das essenciais.

B a prazo

C Resposta pessoal. Possíveis respostas: a falta de dinheiro suficiente para pagamento à vista no momento da compra, a urgência da necessidade de aquisição do produto.

- No item **A**, questione os alunos se eles costumam prestar atenção nas etiquetas dos produtos nas lojas e se já viram alguma informação importante apresentada de forma “escondida” para, talvez, tentar ludibriar o consumidor.
- Após responderem à questão **B**, crie um momento de discussão e interação perguntando sobre o motivo de as compras a prazo serem, geralmente, mais caras do que as compras à vista.

- Na questão **C**, converse com os alunos sobre o cuidado com as compras a prazo, respeitando o orçamento futuro. Comente sobre as vantagens de pagar à vista, ressaltando que se evita o pagamento de taxa de juro e o comprometimento do orçamento dos próximos meses. Diga que, dependendo da compra, se for possível esperar e investir uma parcela do dinheiro mensalmente para efetuá-la à vista no futuro, pode-se economizar dinheiro.

Objetivos do capítulo

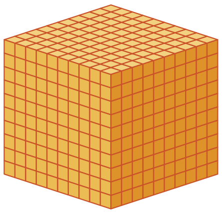
- Reconhecer números decimais.
- Transformar números racionais na forma decimal para a fracionária, e vice-versa.
- Comparar números decimais.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com os números decimais.
- Calcular potências com base decimal.
- Calcular raiz quadrada de um número decimal.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens com ideia de acréscimos e descontos.

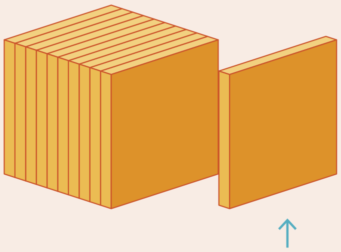
- Se possível, leve para a sala de aula o material dourado para que os alunos possam manuseá-lo e, assim, compreender melhor os décimos, centésimos e milésimos.
- Auxilie os alunos a perceberem que os princípios do sistema de numeração decimal na representação dos números naturais podem ser estendidos para os números decimais.
- É importante que fique claro para os alunos que a vírgula separa a parte inteira da parte decimal. Chame a atenção para o valor posicional de cada algarismo que compõe um número decimal.
- Lembre os alunos de que as frações $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1\,000}$ são chamadas frações decimais.

Os números decimais

Na página **50** vimos uma etiqueta com diversos números decimais, como o preço do produto e a taxa de juro na compra a prazo.

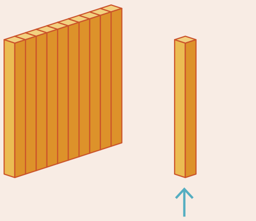
Para retomarmos o estudo dos números decimais, vamos utilizar o material dourado. Para isso, vamos considerar o cubo representando uma unidade.





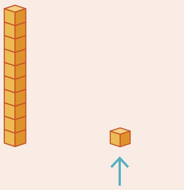
- Se dividirmos o cubo em 10 partes iguais, obteremos 10 placas. Cada uma dessas placas corresponde a $\frac{1}{10}$ ou 0,1 da unidade, isto é, **1 décimo**.

$$\frac{1}{10} = 0{,}1$$



- Se dividirmos uma placa em 10 partes iguais, obteremos 10 barras. Cada uma dessas barras corresponde a $\frac{1}{100}$ ou 0,01 da unidade, isto é, **1 centésimo**.

$$\frac{1}{100} = 0{,}01$$



- Se dividirmos uma barra em 10 partes iguais, obteremos 10 cubinhos. Cada um desses cubinhos corresponde a $\frac{1}{1\,000}$ ou 0,001 da unidade, isto é, **1 milésimo**.

$$\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$$

Ilustrações: Ronaldo Lucena

1. 5,5: tamanho da tela, em polegadas; 13: resolução da câmera, em *megapixels*; 64: capacidade de armazenamento, em *gigabytes*; 1 150,64: preço à vista do produto, em reais; 10: quantidade máxima de parcelas; 141,16: valor de cada parcela, em reais; 3,9: taxa mensal de juro, em porcentagem; 1 411,60: preço a prazo do produto, em reais; 260,96: total do acréscimo, em reais.

Atividades

Anote no caderno

1. Na etiqueta representada na página **50** aparecem diversos números. Escreva esses números e o que eles significam.

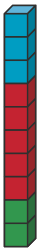
2. Escreva um número decimal e uma fração decimal correspondentes às partes destacadas em cada frase.

a) Um inseto aquático que mede **dois décimos** de centímetro é considerado o animal mais barulhento da Terra em proporção ao seu tamanho. 0,2; $\frac{2}{10}$

b) Um piscar de olhos leva, em média, **doze milésimos** de segundo. 0,012; $\frac{12}{1\,000}$

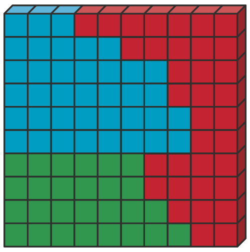
3. As figuras de cada item foram divididas em partes iguais. Escreva uma fração decimal e um número decimal correspondentes às partes em azul, em vermelho e em verde de cada figura.

A



azul: $\frac{3}{10}$ e 0,3; vermelho: $\frac{5}{10}$ e 0,5; verde: $\frac{2}{10}$ e 0,2

B



azul: $\frac{38}{100}$ e 0,38; vermelho: $\frac{35}{100}$ e 0,35; verde: $\frac{27}{100}$ e 0,27

Ilustrações: Ronaldo Lucena

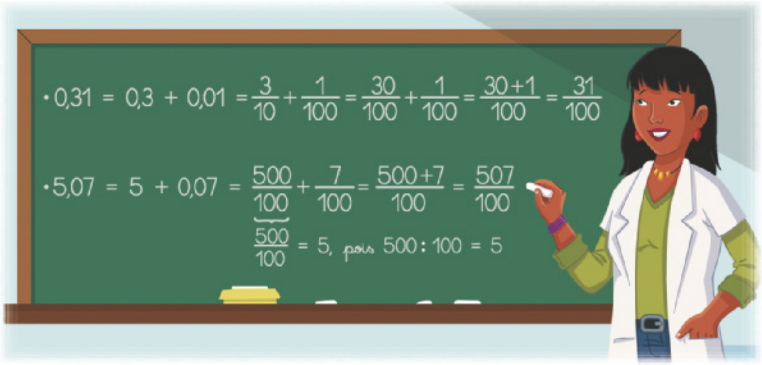
BNCC em foco

- No capítulo, os alunos encontrarão várias situações-problema inseridas em múltiplos contextos em que terão de expressar suas respostas e sintetizar conclusões por meio de diferentes registros, o que contempla a **Competência específica de Matemática 6**.

Números decimais e frações

Transformação de número decimal em fração

Observe como a professora de Matemática do 7º ano escreveu os números decimais 0,31 e 5,07 na forma de fração.



Edde Aguiar

Assim, a professora obteve $0{,}31 = \frac{31}{100}$ e $5{,}07 = \frac{507}{100}$.

Transformação de fração em número decimal

Podemos transformar algumas frações em números decimais escrevendo inicialmente uma fração decimal equivalente à fração dada. Veja alguns exemplos:

- $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10} = 0{,}2$

  Assim, $\frac{1}{5} = 0{,}2$.

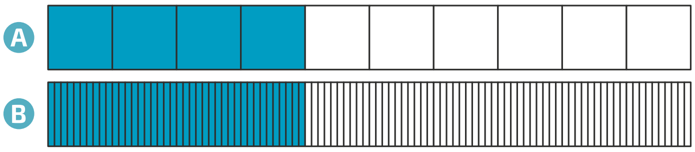
- $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = \frac{70}{100} + \frac{5}{100} = 0{,}70 + 0{,}05 = 0{,}75$

  Assim, $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

Comparação de números decimais

Os retângulos abaixo têm as dimensões com as mesmas medidas. O retângulo **A** foi dividido em 10 partes iguais e o **B**, em 100 partes iguais. Observe uma fração e um número decimal que representam a parte pintada de azul em cada um deles.

Ronaldo Lucena



$\frac{4}{10} = 0{,}4$

$\frac{40}{100} = 0{,}40$

Observando as partes pintadas de cada retângulo, podemos notar que elas representam a mesma parte do mesmo todo. Assim, dizemos que as frações decimais $\frac{4}{10}$ e $\frac{40}{100}$ e os números decimais 0,4 e 0,40 são equivalentes, isto é:

$$\frac{4}{10} = \frac{40}{100} \text{ e } 0{,}4 = 0{,}40$$

- Na decomposição do número 0,31, realizada pela professora, verifique se os alunos perceberam que a fração $\frac{30}{100}$ é equivalente à fração $\frac{3}{10}$, pois $\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100}$.
- Nessa página, é mostrada a transformação da representação fracionária em decimal apenas para os casos em que a representação decimal é finita, utilizando como recurso a obtenção de frações decimais equivalentes. Contudo, mais adiante, na atividade **37** da página **67**, os alunos serão levados a transformar frações em números decimais por meio da divisão do numerador pelo denominador, contemplando assim os demais casos de números racionais positivos, quando a transformação resulta em uma dízima periódica.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital desta coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **1**, **2** e **3** do 1º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo, é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiram o resultado esperado.

Avaliação

- Antes de trabalhar com as atividades, aplique uma avaliação para identificar como os alunos estão lidando com a comparação de números decimais. Para isso, utilize a **Atividade complementar** a seguir e avalie como comparam as medidas das alturas, em metros, representadas por números decimais. Essa atividade ainda pode contribuir para a interação entre professor e alunos.
Verifique anteriormente se essa atividade não irá gerar algum constrangimento para um ou mais alunos.

Atividade complementar

Medindo as alturas dos alunos

Materiais

- fita métrica ou trena

Desenvolvimento

- Utilizando a fita métrica ou a trena, meça a altura dos alunos, em metros, até a casa dos centésimos. Depois, construa na lousa um quadro indicando todas as medidas obtidas. Com base nessas medidas, peça que respondam:
  - Quantos alunos medem mais que 1,52 m? E menos que 1,49 m?
  - Quantos alunos medem entre 145 cm e 155 cm?
  - Arredonde a medida de sua altura, em metros, ao décimo mais próximo.
  - Em relação ao quadro construído, sugira aos alunos que formulem outras questões, além das apresentadas.

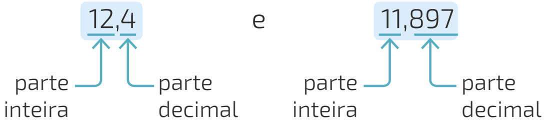
- Confira se os alunos notaram que o valor do número decimal não se altera quando acrescentamos ou retiramos zeros à sua direita.

Veja outros exemplos.

- 0,5 = 0,50 = 0,500 = 0,5000 = ...
- 1,23 = 1,230 = 1,2300 = 1,23000 = ...

O valor do número decimal não altera quando acrescentamos zeros à sua direita.

Para comparar números decimais precisamos inicialmente comparar a parte inteira. Caso a parte inteira seja igual, devemos comparar a parte decimal. Para isso, comparamos primeiro os décimos, em seguida os centésimos, depois os milésimos, e assim por diante. Observe os exemplos.



Nesse caso, a parte inteira de 12,4 é maior do que a de 11,897 (12 > 11). Portanto, 12,4 > 11,897.

- 9,18 e 9,21

  Nesse caso, as partes inteiras são iguais.

  Comparamos, então, os décimos: 0,1 < 0,2. Portanto, 9,18 < 9,21.

- 41,79 e 41,78

  Nesse caso, as partes inteiras são iguais e os décimos são iguais.

  Comparamos, então, os centésimos: 0,09 > 0,08. Portanto, 41,79 > 41,78.

Atividades

Anote no caderno

4. Para cada número decimal, escreva uma fração decimal correspondente e simplifique-a até torná-la irredutível.

a) 0,5 $\frac{5}{10}$; $\frac{1}{2}$

b) 2,56 $\frac{256}{100}$; $\frac{64}{25}$

c) 56,2 $\frac{562}{10}$; $\frac{281}{5}$

d) 7,08 $\frac{708}{100}$; $\frac{177}{25}$

e) 8,512 $\frac{8\,512}{1\,000}$; $\frac{1064}{125}$

f) 1,04 $\frac{104}{100}$; $\frac{26}{25}$

5. Escreva, em ordem crescente, os números apresentados em cada quadro.

a)

4,02	3,9	7,02	4,1	5,3

3,9; 4,02; 4,1; 5,3; 7,02

b)

1,2	1,23	2,2	0,99	0,5

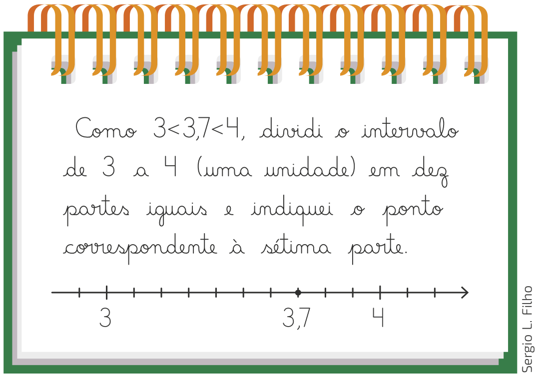
0,5; 0,99; 1,2; 1,23; 2,2

c)

55,3	56,8	56,3	54,9	55,8

54,9; 55,3; 55,8; 56,3; 56,8

6. Veja como Franciele representou o número 3,7 na reta numérica.



Como 3<3,7<4, dividi o intervalo de 3 a 4 (uma unidade) em dez partes iguais e indiquei o ponto correspondente à sétima parte.

Sergio L. Filho

Agora, represente os seguintes números na reta numérica. Resposta nas orientações ao professor.

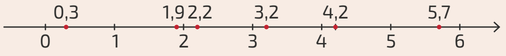
5,7 | 3,2 | 0,3 | 4,2 | 2,2 | 1,9

BNCC em foco

- As atividades das páginas **54** e **55** têm o objetivo de contribuir para que os alunos comparem e ordenem números racionais positivos em diferentes contextos, e as atividades **6** dessa página e **10** da página **55** os encorajam a associarem números decimais a pontos da reta numérica, contemplando a habilidade **EF07MA10**.

Resposta

6.



Sergio L. Filho

7. Observe as fichas.

7	,	4	8	1

Utilizando todas as fichas, escreva um número decimal em que o algarismo:

a) 7 tenha valor posicional 70.
Possíveis respostas: 74,81; 78,14; 71,48.

b) 1 tenha valor posicional 0,1.
Possíveis respostas: 47,18; 78,14; 84,17.

c) 8 tenha valor posicional 80 e o 4, valor posicional 0,04. 81,74 ou 87,14

Compare as respostas obtidas por você em cada item com as de um colega.

> Lembre-se de que o valor posicional de um algarismo é o valor que ele representa na escrita de certo número. Em 2,361, o algarismo 6 tem valor posicional 0,06, e o algarismo 3 tem valor posicional 0,3.

8. Na tabela abaixo, cada letra em destaque corresponde a um dos números das fichas apresentadas a seguir.

15,3	21,1	45,1	11,2	16,7

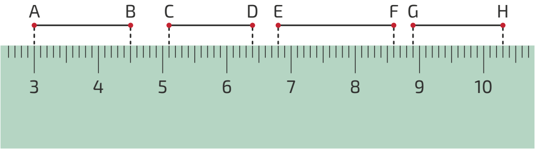
Estados mais populosos do Brasil – julho de 2017

Posição	Estado	População estimada (em milhões de habitantes)
1º	São Paulo	A
2º	Minas Gerais	B
3º	Rio de Janeiro	C
4º	Bahia	D
5º	Rio Grande do Sul	E

IBGE. **Estimativas da população residente no Brasil e Unidades da Federação com data de referência em 1º de julho de 2017**. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2017/estimativa_TCU_2017_20181019.pdf>. Acesso em: 23 out. 2018.

Determine o número correspondente a cada letra. A: 45,1; B: 21,1; C: 16,7; D: 15,3; E: 11,3

9. Observe parte de uma régua e alguns segmentos de reta.



Cynthia Sekiguchi

a) Qual é, em centímetros, a medida do comprimento de cada um desses segmentos de reta?
AB = 1,5 cm; CD = 1,3 cm; EF = 1,8 cm; GH = 1,4 cm

b) Escreva os nomes dos segmentos de reta em ordem crescente de medida de comprimento. $\overline{CD}$, $\overline{GH}$, $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$

10. Observe o preço de alguns produtos em uma papelaria.

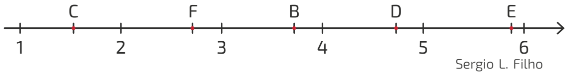
Fotomontagem de Rafael L. Gaion. Fotos: Mega Pixel, Vangelis_Vassalakis, prapann e Richard Peterson/Shutterstock.com

a) Qual produto tem o menor preço? E qual tem o maior preço?
caneta esferográfica; lapiseira

b) Quais produtos custam mais de R$ 3,05 e menos de R$ 4,80? cola líquida e corretivo líquido

c) Qual produto é mais caro que a cola líquida? lapiseira

d) Associe o preço de cada produto a uma letra da reta numérica a seguir.
B: 3,72; C: 1,53; D: 4,73; E: 5,87; F: 2,71



Sergio L. Filho

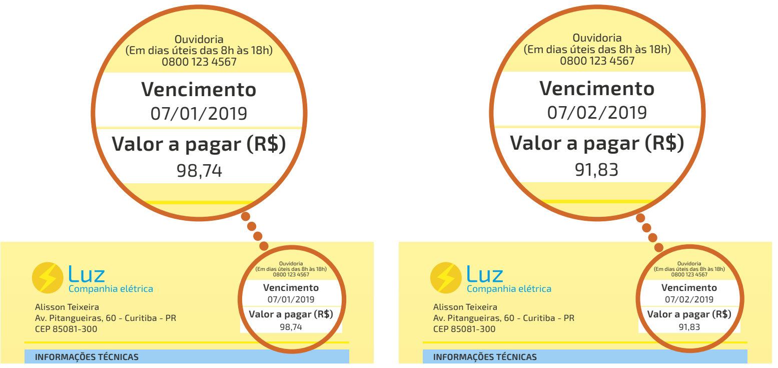
- Complemente a atividade **7** com os seguintes itens:
  - Qual é o menor número que pode ser formado com essas fichas? E o maior?
    R 1,478; 874,1
  - Com as fichas, forme um número que seja maior que 78,1 e menor que 78,4.
    R 78,14
- Verifique a possibilidade de realizar com os alunos uma atividade parecida com a atividade **10**. Para isso, peça que tragam para a sala de aula folhetos de propaganda de supermercados ou lojas para que possam elaborar perguntas como as apresentadas. Essas perguntas podem ser trocadas entre os alunos para a conferência das respostas.
- O nome do estabelecimento que aparece na atividade **10** é fictício.

Relacionando saberes

- Aproveite que a atividade **8** cita os estados mais populosos do Brasil e faça uma relação com o componente curricular **Geografia**, conversando com os alunos, por exemplo, sobre os possíveis motivos responsáveis por esses estados serem os mais populosos. Instigue-os a pensar que a extensão territorial é um fator importante, mas não determinante, pois há estados elencados que não estão entre os maiores do país. Saliente que o desenvolvimento econômico de uma região é um dos fatores que mais influencia no número de habitantes.

Adição e subtração com números decimais

Observe parte das faturas de energia elétrica da casa de Alisson em dois meses consecutivos. Quantos reais ele pagou, ao todo, pela energia elétrica consumida nesses dois meses?



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

Podemos responder a essa questão adicionando os valores das duas faturas, ou seja, calculando 98,74 + 91,83.

Para realizar esse cálculo, podemos utilizar **frações decimais**.

$$98{,}74 + 91{,}83 = \frac{9\,874}{100} + \frac{9\,183}{100} = \frac{9\,874 + 9\,183}{100} = \frac{19\,057}{100} = 190{,}57$$

Outra maneira de efetuar esse mesmo cálculo é colocar vírgula abaixo de vírgula para adicionar centésimos a centésimos, décimos a décimos, e assim por diante.

$$\begin{array}{rrrrr} & \text{D} & \text{U} & \text{d} & \text{c} \\ & {}^{1}9 & {}^{1}8, & 7 & 4 \\ + & 9 & 1, & 8 & 3 \\ \hline 1 & 9 & 0, & 5 & 7 \end{array}$$

Assim, Alisson pagou, ao todo, R$ 190,57 pelo consumo de energia elétrica nesses dois meses.

Para determinar a diferença entre os valores das faturas, podemos subtrair o menor valor do maior, isto é, calcular 98,74 − 91,83.

Também podemos realizar esse cálculo de duas maneiras.

$$98{,}74 - 91{,}83 = \frac{9\,874}{100} - \frac{9\,183}{100} = \frac{9\,874 - 9\,183}{100} = \frac{691}{100} = 6{,}91$$

$$\begin{array}{rrrrr} & \text{D} & \text{U} & \text{d} & \text{c} \\ & 9 & \overset{7}{\cancel{8}}, & {}^{1}7 & 4 \\ - & 9 & 1, & 8 & 3 \\ \hline & 0 & 6, & 9 & 1 \end{array}$$

Como não é possível subtrair 8 décimos de 7 décimos, trocamos uma unidade por 10 décimos.

Portanto, a diferença entre os valores das faturas é de R$ 6,91.

Escreva uma adição de números decimais cuja soma seja igual a 100,24.
Resposta pessoal. Possíveis respostas: 50,12 + 50,12 = 100,24; 68,20 + 32,04 = 100,24; 62,44 + 37,8 = 100,24.

- Nessa página, são exploradas as operações de adição e subtração a partir de diferentes procedimentos. Peça aos alunos que prestem atenção ao valor posicional de cada algarismo e resolvam os cálculos da maneira que preferirem.
- Se necessário, oriente os alunos na aplicação dos algoritmos para a realização das adições e subtrações apresentadas nas atividades. Verifique a possibilidade de utilizar um ábaco no qual constem os décimos, os centésimos e os milésimos, ou ainda, o material dourado.
- O nome do estabelecimento que aparece nessa página é fictício.

Material digital

- Para complementar o estudo do tópico **Adição e subtração com números decimais**, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 3**, elaborada com objetivo de desenvolver as habilidades **EF07MA10** e **EF07MA12**. As atividades propostas nessa sequência possibilitam identificar números decimais em situações do cotidiano, assim como compará-los e representá-los na reta numérica. Também possibilitam a elaboração e resolução de problemas, explorando diferentes estratégias de cálculo.

Atividades

Anote no caderno

11. Efetue os cálculos.

a) 82,3 + 56,6 138,9

b) 86,32 + 23,68 110

c) 9,83 − 2,11 7,72

d) 2,252 − 1,667 0,585

12. Marcelo comprou o televisor apresentado a seguir com a condição de pagar o preço à vista, sem acréscimos, dando uma entrada no valor de R$ 396,80 e o restante após 30 dias.

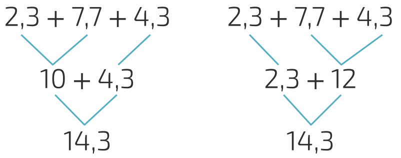
Quantos reais Marcelo deverá pagar à loja 30 dias após a compra do televisor? R$ 429,75

Shkliarov/Shutterstock.com

Preço à vista: R$ 826,55

Televisor.

13. Francisco efetuou 2,3 + 7,7 + 4,3 associando as parcelas de maneiras diferentes. Observe.



Francisco utilizou a propriedade associativa da adição.

Agora, efetue os cálculos associando as parcelas de duas maneiras diferentes.

a) 12,5 + 2,6 + 4,4 19,5

b) 0,8 + 12,2 + 5 18

c) 12,7 + 0,3 + 3,7 16,7

d) 125,8 + 145,1 + 10,9 281,8

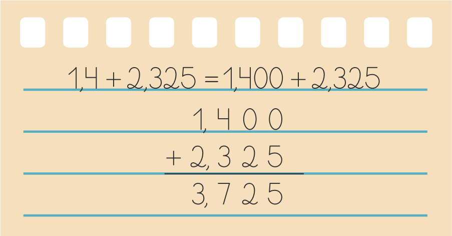
14. Efetue os cálculos.

a) 986,632 + 342,235 1 328,867
342,235 + 986,632 1 328,867

b) 9,004 + 5,903 14,907
5,903 + 9,004 14,907

- Os resultados obtidos em cada um dos itens são iguais? Por que isso ocorre? sim; Pois em uma adição, ao trocarmos a ordem das parcelas, a soma não se altera.

15. Para calcular 1,4 + 2,325, Giovana acrescentou zeros à direita de 1,4 para igualar a quantidade de casas decimais. Em seguida, efetuou o cálculo.



1,4 + 2,325 = 1,400 + 2,325
  1,4 0 0
+ 2,3 2 5
  3,7 2 5

Agora, efetue os cálculos a seguir.

a) 7,1 + 16,005 23,105

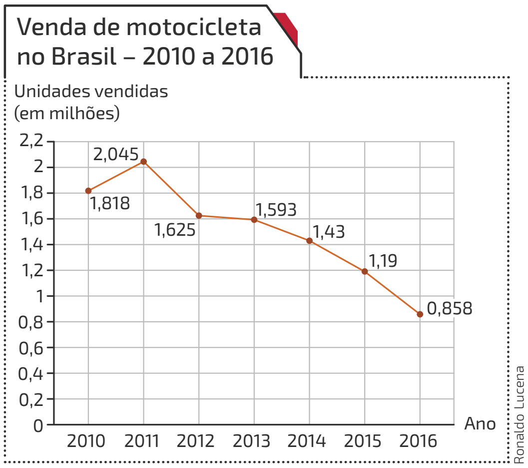
b) 0,0023 + 0,5 + 1,08 1,5823

c) 18,01 + 2,0103 20,0203

d) 5,0003 − 4,99 0,0103

16. Veja o gráfico e responda às questões.

Venda de motocicleta no Brasil – 2010 a 2016



ABRACICLO – Associação Brasileira dos Fabricantes de Motocicletas, Ciclomotores, Motonetas, Bicicletas e Similares. **Balanço 2017**. Disponível em: <www.abraciclo.com.br/images/pdfs/Motocicleta/Balanco/2017-12_Resumo_MOTOCICLETAS.pdf>. Acesso em: 10 maio 2018.

a) Em qual ano houve aumento na quantidade de motocicletas vendidas em relação ao ano anterior? 2011

b) Quantas motocicletas foram vendidas no Brasil nos anos de 2010 a 2016? 10,559 milhões

c) Em qual ano foi vendida a maior quantidade de motocicletas: 2014 ou 2015? Quantas a mais? 2014; 0,24 milhão

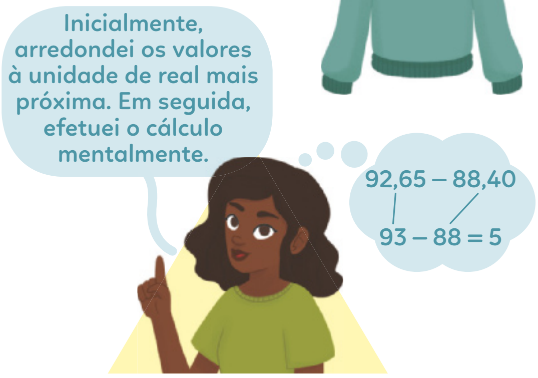
- Comente com os alunos que no trabalho com a atividade **14** podemos observar a propriedade comutativa da adição, em que a ordem das parcelas não altera o resultado.
- A atividade **16** relaciona-se à unidade temática **Estatística e probabilidade**, uma vez que os alunos precisam analisar os dados representados em um gráfico de linhas para resolver os itens. Neste sentido, é possível propor outras perguntas complementares, como:
  - Qual foi a maior queda de vendas de motocicletas entre dois anos consecutivos? Que diferença foi essa?
    R Entre 2011 e 2012. 0,42 milhão de motocicletas.

- A atividade **17** apresenta uma situação comum do dia a dia envolvendo o cálculo mental e o arredondamento. No estudo com números decimais, é importante trabalhar os vários procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito). Ao arredondar um número decimal ao inteiro mais próximo, deve-se verificar o valor absoluto do algarismo dos décimos e, se esse valor for menor ou igual a 4, serão mantidas as unidades da parte inteira do número, mas, se o valor for maior ou igual a 5, será aumentada a parte inteira em uma unidade e, então, desconsiderada a parte decimal. Auxilie-os, também, na lembrança dos procedimentos para efetuar subtrações na calculadora.
- Na atividade **18**, item **c**, após os alunos elaborarem as questões, colabore para a interação e troca de experiências entre eles juntando-os em duplas e pedindo para trocarem suas atividades. Uma possível questão formulada por eles poderá ser:
  - Quais caixas juntas possuem medida de massa igual a aproximadamente 12 kg?

  R II e III

17. Veja como Denise fez para calcular, mentalmente, o valor aproximado do desconto dado por uma loja para pagamento à vista na compra de uma blusa.

Preço a prazo: R$ 92,65
Preço à vista: R$ 88,40



Assim, o desconto é de aproximadamente R$ 5,00.

Da mesma maneira, calcule mentalmente os valores aproximados dos descontos para pagamento à vista de cada produto. Em seguida, com o auxílio de uma calculadora, determine o desconto exato.

a)

R$ 8,00; R$ 7,44

Preço a prazo: R$ 192,69.
Preço à vista: R$ 185,25.

c)

R$ 4,00; R$ 3,51

Preço a prazo: R$ 77,76.
Preço à vista: R$ 74,25.

b)

R$ 3,00; R$ 3,37

Preço a prazo: R$ 23,15.
Preço à vista: R$ 19,78.

d)

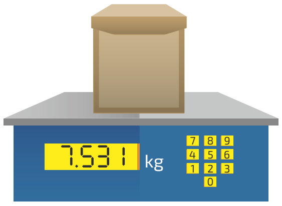
R$ 20,00; R$ 19,38

Preço a prazo: R$ 184,81.
Preço à vista: R$ 165,43.

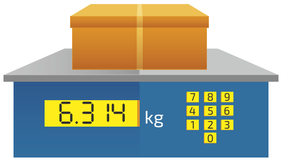
Ilustrações: Débora Kamogawa

18. Observe nas balanças a seguir a medida da massa de algumas caixas.

I)

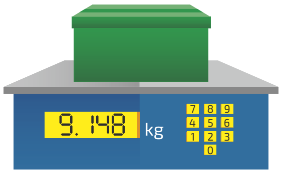


II)



III)

IV)



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/Ronaldo Lucena

a) Quais pares de caixas têm a medida da massa total igual a:

- 15,462 kg? II e IV
- 16,679 kg? I e IV

b) Quais são as três caixas que devem ser colocadas sobre uma balança para que a medida da massa indicada seja maior do que 19,740 kg e menor do que 19,750 kg? I, II e III

c) Elabore questões envolvendo adição e subtração com números decimais relacionadas à medida da massa das caixas apresentadas nessa atividade e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta obtida por ele está correta.
Resposta pessoal.

Multiplicação

Multiplicação de um número natural por um número decimal

Roberto e Natália passaram as férias em Fortaleza (CE) e hospedaram-se em um hotel cuja diária é R$ 630,48.

Sabendo que Roberto e Natália ficaram hospedados nesse hotel durante quatro dias, quantos reais eles gastaram com as diárias?

Para responder a essa questão, precisamos calcular $4 \cdot 630{,}48$.

Veja como podemos realizar esse cálculo de três maneiras.

1ª maneira

$$4 \cdot 630{,}48 = 630{,}48 + 630{,}48 + 630{,}48 + 630{,}48$$

$$\begin{array}{r} {}^{1}6\ 3\ {}^{1}0,{}^{3}4\ 8 \\ 6\ 3\ 0,4\ 8 \\ 6\ 3\ 0,4\ 8 \\ +\ 6\ 3\ 0,4\ 8 \\ \hline 2\ 5\ 2\ 1,9\ 2 \end{array}$$

2ª maneira

$$4 \cdot 630{,}48 = 4 \cdot \frac{63\,048}{100} = \frac{4 \cdot 63\,048}{100} = \frac{252\,192}{100} = 2\,521{,}92$$

3ª maneira

Multiplicamos 630,48 por 100 e obtemos 63 048, ou seja, um número natural. Em seguida, efetuamos $4 \cdot 63\,048$.

$$630{,}48 \cdot 100 \longrightarrow \begin{array}{r} {}^{1}6\ 3\ {}^{1}0\ {}^{3}4\ 8 \\ \times \qquad\quad 4 \\ \hline 2\ 5\ 2\ 1\ 9\ 2 \end{array}$$

Como a divisão é a operação inversa da multiplicação, dividimos o resultado obtido por 100 para compensar a multiplicação por 100 realizada.

$$\underbrace{252\,192 : 100}_{\frac{252\,192}{100}} = 2\,521{,}92$$

Assim, eles gastaram R$ 2 521,92 nas diárias.

De maneira prática, podemos efetuar esse cálculo desconsiderando a vírgula do fator decimal. Em seguida, acrescentamos a vírgula ao resultado de modo que ele fique com a mesma quantidade de casas decimais do fator decimal.

$$\begin{array}{rl} {}^{1}6\ 3\ {}^{1}0,{}^{3}4\ 8 & \leftarrow \text{2 casas decimais} \\ \times \qquad\quad 4 & \\ \hline 2\ 5\ 2\ 1,9\ 2 & \leftarrow \text{2 casas decimais} \end{array}$$

- O conteúdo apresentado nessa página explora a operação de multiplicação por meio de diferentes maneiras de realizar os cálculos. Explique aos alunos que a 1ª maneira explicita uma das ideias da multiplicação, que é a soma de parcelas iguais. Nesse momento, estimule-os a desenvolver as próprias estratégias de cálculo e escolher a que proporciona mais segurança para utilizar. Contudo, esperamos que percebam que a adição de parcelas iguais é uma estratégia menos viável quando o número natural é muito grande, por exemplo, 134 multiplicado por 157,54, pois seria necessário adicionar 134 parcelas de 157,54, ou ainda quando são multiplicados dois números decimais.

- O nome do estabelecimento que aparece nessa página é fictício.
- Solicite que os alunos tragam para a sala de aula panfletos de supermercados para realizarem cálculos similares aos da página, mas com informações de preços do quilograma de cortes de carnes e outros produtos, de forma que o conteúdo se torne mais significativo. A partir dos folhetos, realize alguns questionamentos para que realizem multiplicações de naturais por decimais e decimais por decimais, como:
  - Qual seria o valor de uma compra de 3 pacotes de feijão?
  - Quanto custa 3,5 kg de laranja?

Multiplicação de um número decimal por outro número decimal

Veja no cartaz o preço por quilograma de alguns cortes de carne bovina em um supermercado.

Açougue	Preço (kg)
Coxão mole	R$ 26,98
Costela	R$ 17,86
Picanha	R$ 46,95
Alcatra	R$ 32,64
Filé-mignon	R$ 52,99

Rafael L. Gaion

Nesse supermercado, 2,5 kg de costela custam quantos reais?

Para responder a essa questão, podemos calcular 2,5 · 17,86.

Veja como podemos realizar esse cálculo de duas maneiras.

1ª maneira

$$2,5 \cdot 17,86 = \frac{25}{10} \cdot \frac{1786}{100} = \frac{25 \cdot 1786}{10 \cdot 100} = \frac{44\,650}{1\,000} = 44,65$$

2ª maneira

Multiplicamos 2,5 por 10 e 17,86 por 100 para obter dois números naturais. Em seguida, efetuamos 25 · 1786.

$$\begin{array}{rl} 1\;7\;8\;6 & \leftarrow 17,86 \cdot 100 \\ \times \qquad 2\;5 & \leftarrow 2,5 \cdot 10 \\ \hline {}^{1}8\;9\;3\;0 & \\ +\,{}^{1}3\;5\;7\;2 & \\ \hline 4\;4\;6\;5\;0 & \end{array}$$

Como a divisão é a operação inversa da multiplicação, dividimos o resultado obtido por 1 000 (10 · 100) para compensar as multiplicações realizadas por 10 e por 100.

$$\underbrace{44\,650 : 1\,000}_{\frac{44\,650}{1\,000}} = 44,65$$

Assim, nesse supermercado, 2,5 kg de costela custam R$ 44,65.

De maneira prática, podemos efetuar esse cálculo desconsiderando as vírgulas dos fatores decimais. Em seguida, acrescentamos a vírgula ao resultado de modo que a quantidade de casas decimais seja igual à soma das quantidades de casas decimais dos fatores.

$$\begin{array}{rl} 1\;7,\;8\;6 & \leftarrow \text{2 casas decimais (2)} \\ \times \qquad 2,\;5 & \leftarrow \text{1 casa decimal (1)} \\ \hline {}^{1}8\;9\;3\;0 & \\ +\,{}^{1}3\;5\;7\;2 & \\ \hline 4\;4,\;6\;5\;0 & \leftarrow \text{3 casas decimais } (2 + 1 = 3) \end{array}$$

Atividades

Anote no caderno

19. De acordo com o cartaz do supermercado da página anterior, calcule o preço, em reais, de:

a) 4 kg de alcatra. R$ 130,56

b) 3,5 kg de costela. R$ 62,51

c) 3 kg de coxão mole. R$ 80,94

d) 1,6 kg de picanha. R$ 75,12

20. Sem realizar cálculos por escrito ou na calculadora, associe as multiplicações que têm o mesmo resultado. Para isso, escreva a letra e o símbolo romano correspondentes. a-III; b-V; c-II; d-VI; e-I; f-IV

a) 5 · 45,6
b) 2,36 · 7,55
c) 7 · 12,35
d) 12,03 · 4,3
e) 9 · 2,008
f) 0,09 · 15,3

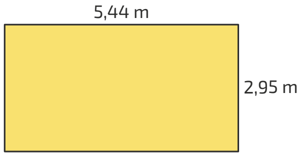
I) 2,008 · 9
II) 12,35 · 7
III) 45,6 · 5
IV) 15,3 · 0,09
V) 7,55 · 2,36
VI) 4,3 · 12,03

21. Em certo teatro, para a apresentação de uma peça foram vendidos 500 ingressos ao preço único de R$ 42,75 cada um. Quantos reais foram arrecadados com a venda dos ingressos nessa apresentação? R$ 21 375,00

22. Calcule as medidas da área e do perímetro de cada retângulo.

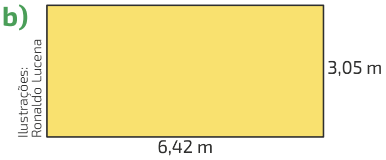
> A medida do perímetro de um retângulo é obtida adicionando a medida do comprimento de todos os seus lados, e a medida da área, mutiplicando a medida de suas dimensões.

a)



medida da área: 16,048 m^2; medida do perímetro: 16,78 m

b)



Ilustrações: Ronaldo Lucena

medida da área: 19,581 m^2; medida do perímetro: 18,94 m

23. Um parque de diversões vende ingressos com dois preços, conforme as imagens a seguir.

Rafael L. Gaion

Sabendo que em certo dia foram vendidos 247 ingressos inteiros e 326 meios ingressos, quantos reais foram arrecadados pelo parque com a venda dos ingressos? R$ 11 726,00

24. Arredonde os fatores decimais à unidade mais próxima e efetue o cálculo aproximado.

a) 8 · 5,3 · 6,2 240

b) 1,099 · 5,832 6

c) 1,2 · 8,302 · 5,12 40

d) 2,03 · 7,02 · 11,9 168

Agora, com o auxílio de uma calculadora, efetue os cálculos exatos. a: 262,88; b: 6,409368; c: 51,007488; d: 169,58214

25. Observe como Talita realizou as multiplicações indicadas nas fichas.

7,56 · 10

12,305 · 100

2,894 · 1 000

Ao multiplicar um número decimal por 10, desloca-se a vírgula do número uma casa decimal para a direita; por 100, deslocam-se duas para a direita, e assim por diante.

7,56 · 10 = 75,6
12,305 · 100 = 1 230,5
2,894 · 1 000 = 2 894

Débora Kamogawa

Agora, calcule mentalmente.

a) 2,01 · 10 20,1

b) 36,602 · 100 3 660,2

c) 0,002 · 10 0,02

d) 1,02385 · 10 000 10 238,5

e) 36,891 · 1 000 36 891

f) 0,122 · 100 12,2

BNCC em foco

- A atividade **20** proporciona aos alunos a compreensão da propriedade comutativa, uma das propriedades operatórias da multiplicação, contribuindo, desse modo, para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA11**.

- Na atividade **22**, lembre os alunos de que a medida do perímetro de um polígono é igual à soma das medidas do comprimento dos seus lados.
- Lembre os alunos de que é possível calcular a medida da área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura.
- O nome do estabelecimento que aparece na atividade **23** é fictício.
- A atividade **25** proporciona aos alunos trabalharem com cálculo mental e aproximado, que é um tipo de cálculo com tendência a ser muito utilizado no cotidiano, contribuindo, assim, para o desenvolvimento dessa habilidade.
  Nessa atividade, verifique se eles perceberam a regularidade que ocorre na multiplicação de um número decimal por uma potência de 10. Nesse momento, a calculadora pode ser utilizada para a verificação de resultados e regularidades.

26. De acordo com a multiplicação de cada ficha, determine o resultado dos itens correspondentes sem efetuar cálculos por escrito ou na calculadora.

a) $2,37 \cdot 12,8 = 30,336$

- $237 \cdot 1,28$ 303,36
- $23,7 \cdot 0,128$ 3,0336

b) $0,95 \cdot 9,08 = 8,626$

- $95 \cdot 0,908$ 86,26
- $950 \cdot 0,908$ 862,6

c) $3,06 \cdot 1,523 = 4,66038$

- $3,06 \cdot 152,3$ 466,038
- $306 \cdot 15,23$ 4 660,38

27. Observe os preços de alguns produtos em uma loja de informática.

Monitor de LCD 17"
Preço à vista:
R$ 358,20
Preço a prazo:
5 parcelas de R$ 87,70

Impressora multifuncional
Preço à vista:
R$ 334,50
Preço a prazo:
7 parcelas de R$ 52,60

Notebook
Preço à vista:
R$ 1 820,96
Preço a prazo:
8 parcelas de R$ 282,26

Fotomontagem de Ronaldo Lucena. Fotos: rangizzz, ProstoSvet e aviemil/Shutterstock.com

a) Qual é o preço total de cada produto quando comprado a prazo?

b) Em relação ao preço a prazo, quantos reais uma pessoa economiza se comprar à vista:

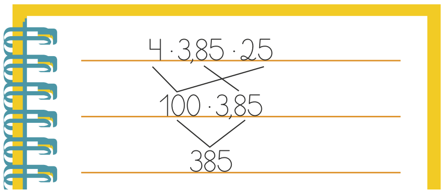
- um monitor de LCD 17"? R$ 80,30
- uma impressora multifuncional? R$ 33,70
- um notebook? R$ 437,12

c) Pesquise na internet o preço de outros produtos que são vendidos em lojas de informática e, de acordo com essas informações, elabore uma questão envolvendo multiplicação e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta obtida por ele está correta.

Resposta pessoal.

27. a) Monitor de LCD 17": R$ 438,50; impressora multifuncional: R$ 368,20; *notebook*: R$ 2 258,08

28. Para calcular $4 \cdot 3,85 \cdot 25$, Hélio utilizou algumas propriedades da multiplicação a fim de efetuar, inicialmente, a multiplicação dos fatores cujo produto é um número terminado em zero. Em seguida, efetuou o restante dos cálculos.



a) Quais propriedades da multiplicação Hélio utilizou? propriedades: comutativa e associativa

b) Assim como Hélio, efetue os cálculos a seguir.

- $4 \cdot 2,25 \cdot 2,5$ 22,5
- $8 \cdot 2,0003 \cdot 125$ 2 000,3
- $2 \cdot 9,02 \cdot 5$ 90,2
- $5 \cdot 40,006 \cdot 20$ 4 000,6
- $2 \cdot 2 \cdot 75,03 \cdot 250$ 75 030
- $2 \cdot 2,5 \cdot 6,32 \cdot 2$ 63,2

29. Copie os itens substituindo cada $\blacksquare$ pelo número adequado.

a) $13,59 \cdot \blacksquare = 135,9$ 10

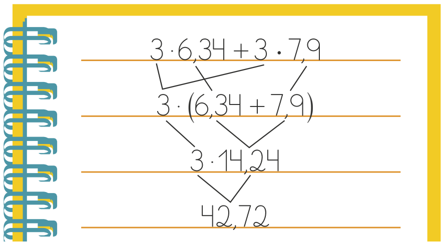
b) $99,02 \cdot 1000 = \blacksquare$ 99 020

c) $\blacksquare \cdot 100 = 26,5$ 0,265

d) $0,0752 \cdot \blacksquare = 752$ 10 000

e) $\blacksquare \cdot 100 = 1$ 0,01

30. Veja como calcular $3 \cdot 6,34 + 3 \cdot 7,9$ utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.



Agora, calcule.

a) $7 \cdot 4,2 + 7 \cdot 1,9$ 42,7

b) $5 \cdot 9,6 - 5 \cdot 6,4$ 16

c) $2,5 \cdot 3,1 + 2,5 \cdot 0,9$ 10

d) $2 \cdot 3,02 + 2 \cdot 6,18 - 2 \cdot 2,5$ 13,4

- Na atividade **26**, auxilie os alunos a perceberem que, em cada item, os algarismos que compõem o resultado são os mesmos, diferenciando-se somente pela posição da vírgula. Nesse caso, é possível obter o resultado fazendo apenas a contagem das casas decimais. Verifique a possibilidade de propor mais itens com base em outras multiplicações, como nos exemplos a seguir.
  - $14,2 \cdot 1,321 = 18,7582$
    I) $14,2 \cdot 13,21$
    R 187,582
    II) $0,142 \cdot 13,21$
    R 1,87582
  - $0,2 \cdot 45,9 = 9,18$
    I) $2 \cdot 0,459$
    R 0,918
    II) $0,2 \cdot 459$
    R 91,8
- No item **c** da atividade **27**, verifique a possibilidade de levar os alunos ao laboratório de informática para que realizem a pesquisa de preços. Para contribuir com a interação, junte-os em duplas. Veja um exemplo de questão que poderá ser formulada por eles:
  - Um *notebook* está à venda por R$ 2 723,12, à vista, e em 6 parcelas de R$ 466,16, a prazo. Qual será a quantia economizada ao comprá-lo à vista?
    R R$ 73,84

BNCC em foco

- Aproveite que a atividade **27** trata de pesquisas de preços e converse com os alunos sobre a importância de pesquisar os valores dos produtos em lugares diferentes antes de efetuar uma compra, estabelecendo uma relação com o tema contemporâneo **Educação para o consumo**. Pergunte se eles ou os responsáveis têm esse costume e diga que este é um hábito que pode render boas economias.
- A atividade **28** trabalha a propriedade associativa da multiplicação e a atividade **30** aborda a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtração, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA11**.

Divisão

Divisão de um número natural por outro número natural com quociente decimal

Daniele comprou o *tablet* anunciado no cartaz, pagando em quatro prestações iguais e sem acréscimos.

Fotomontagem de Rafael L. Gaion. Foto: blackzheep/Shutterstock.com

Quantos reais Daniele vai pagar em cada prestação?

Para responder a essa questão, precisamos calcular 673 : 4. Podemos efetuar esse cálculo da seguinte maneira:

- Dividimos 673 unidades por 4.

```
6 7 3 |4
2 7    1 6 8
  3 3
    1
```

- Trocamos 1 unidade por 10 décimos e colocamos uma vírgula no quociente para separar a parte inteira da parte decimal. Em seguida, efetuamos a divisão de 10 décimos por 4.

```
6 7 3  |4
2 7     1 6 8, 2
  3 3
    1 0
      2
```

- Depois, trocamos 2 décimos por 20 centésimos e efetuamos a divisão de 20 centésimos por 4.

```
6 7 3     |4
2 7        1 6 8, 2 5
  3 3
    1 0
      2 0
        0
```

Assim, Daniele vai pagar R$ 168,25 em cada prestação.

- No trabalho com o conteúdo dessa e da próxima página, ao propor exemplos para os alunos de divisão de um número natural por um número natural, é possível prever se o quociente obtido será uma dízima periódica, da seguinte maneira: primeiro, escreva a fração que representa a divisão. Em seguida, reescreva-a na sua forma irredutível, se necessário. Se o denominador for 1, 2, 5, ou um número composto somente por fatores que sejam potências de bases 2 e/ou 5, então o quociente não resultará em dízima periódica. Caso contrário, o quociente será uma dízima periódica.

Exemplos:

- 114:8. Essa divisão pode ser escrita como $\frac{114}{8}$, cuja forma irredutível é $\frac{57}{4}$.
  Como $4=2^2$, então o quociente de 114:8 não será dízima periódica.
- 267:320. Essa divisão pode ser escrita como $\frac{267}{320}$, que já está na forma irredutível.
  Como $320=2^6\cdot 5$, então o quociente de 267:320 não será dízima periódica.
- 53:30. Essa divisão pode ser escrita como $\frac{53}{30}$, que já está na forma irredutível.
  Como $30=2\cdot 3\cdot 5$, então o quociente de 53:30 é uma dízima periódica.

- Peça aos alunos que representem outras dízimas periódicas no caderno. Para isso, apresente e peça que efetuem as divisões a seguir, representando o período da dízima com a barra, conforme exemplo da página.
  - 1:3
    R $0,\overline{3}$
  - 4:33
    R $0,\overline{12}$

Avaliação

- Antes de iniciar o trabalho com divisão de um número decimal por um natural ou por um decimal, avalie se os alunos estão realizando multiplicação de decimais por potências de 10, a partir da regularidade de deslocar a vírgula para a direita. Para isso, peça que realizem algumas multiplicações desse tipo, como:
  - $4,56 \cdot 100$
    R 456
  - $65,3 \cdot 1000$
    R 65 300
  - $2,34 \cdot 10$
    R 23,4
  - $0,023 \cdot 10\,000$
    R 230

  Ter essa estratégia bem desenvolvida é importante para que não se torne um fator que dificulte a compreensão do algoritmo e do processo de divisão.

Em alguns casos não é possível dividir as unidades e obter como quociente unidades inteiras. Veja alguns exemplos.

- 3 : 5

Como a divisão de 3 por 5 não resulta em unidades inteiras, transformamos 3 unidades em 30 décimos e colocamos um zero e uma vírgula no quociente para separar a parte inteira da parte decimal.

$$\begin{array}{r|l} 3 & \underline{5\quad} \\ & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 3\,0 & \underline{5\quad} \\ & 0, \end{array}$$

Agora, dividimos 30 décimos por 5.

$$\begin{array}{r|l} 3\,0 & \underline{5\quad} \\ 0 & 0,6 \end{array}$$

- 4 : 9

Como a divisão de 4 por 9 não resulta em unidades inteiras, transformamos 4 unidades em 40 décimos e colocamos um zero e uma vírgula no quociente para separar a parte inteira da parte decimal.

$$\begin{array}{r|l} 4 & \underline{9\quad} \\ & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 4\,0 & \underline{9\quad} \\ & 0, \end{array}$$

Agora, dividimos 40 décimos por 9.

$$\begin{array}{r|l} 4\,0 & \underline{9\quad} \\ 4 & 0,4 \end{array}$$

Como a divisão de 4 décimos por 9 não é possível, transformamos 4 décimos em 40 centésimos e continuamos a divisão.

$$\begin{array}{r|l} 4\,0 & \underline{9\quad} \\ 4 & 0,4 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 4\,0 & \underline{9\quad} \\ 4\,0 & 0,4 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 4\,0 & \underline{9\quad} \\ 4\,0 & 0,4\,4 \\ 4 & \end{array}$$

Se continuarmos essa divisão, nunca obteremos resto igual a zero, e o algarismo 4 vai se repetir infinitamente no quociente.

$$\begin{array}{l|l} 4\,0 & \underline{9\qquad\quad} \\ \;\;4\,0 & 0,4\,4\,4... \\ \;\;\;\;4\,0 & \\ \;\;\;\;\;\;4\,0 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;4 & \end{array}$$

Assim, dizemos que 0,444... é uma **dízima periódica**. Também podemos representar essa dízima indicando um traço sobre o algarismo que se repete, ou seja, $0,\overline{4}$. O algarismo que se repete em uma dízima periódica é chamado **período**.

O período de uma dízima periódica também pode ser formado por dois ou mais algarismos. A dízima 1,623623623..., por exemplo, tem período 623, podendo ser indicada por $1,\overline{623}$.

Divisão de um número decimal por um número natural

Em um posto de combustível, certo cliente pagou R$ 32,31 por 9 L de etanol.

Quantos reais custa cada litro de etanol nesse posto?

Para responder a essa questão, devemos calcular 32,31 : 9. Podemos efetuar esse cálculo da seguinte maneira:

- Multiplicamos o dividendo e o divisor pelo mesmo número, nesse caso, por 100, para eliminar a vírgula.

$$32{,}31 : 9 \rightarrow \underbrace{3\,231}_{32{,}31 \cdot 100} : \underbrace{900}_{9 \cdot 100}$$

- Agora, efetuamos o cálculo 3 231 : 900.

$$\begin{array}{r|l} 3\,2\,3\,1 & 9\,0\,0 \\ \cline{2-2} 5\,3\,1\,0 & 3,5\,9 \\ 8\,1\,0\,0 & \\ 0 & \end{array}$$

Assim, cada litro de etanol nesse posto custa R$ 3,59.

Divisão de um número decimal por outro número decimal

Juliano é costureiro e, para confeccionar certo uniforme, utiliza 1,35 m de tecido.

Quantos uniformes Juliano poderá confeccionar com 16,2 m de tecido?

Débora Kamogawa

Para responder a essa questão, precisamos calcular 16,2 : 1,35, que pode ser efetuado da seguinte maneira:

- Multiplicamos o dividendo e o divisor pelo mesmo número, nesse caso, por 100, para eliminar a vírgula.

$$16{,}2 : 1{,}35 \rightarrow \underbrace{1620}_{16{,}2 \cdot 100} : \underbrace{135}_{1{,}35 \cdot 100}$$

- Agora, efetuamos o cálculo 1 620 : 135.

$$\begin{array}{r|l} 1\,6\,2\,0 & 1\,3\,5 \\ \cline{2-2} 2\,7\,0 & 1\,2 \\ 0 & \end{array}$$

Assim, Juliano poderá confeccionar 12 uniformes com 16,2 m de tecido.

- Na divisão de um número decimal por um número natural e na divisão de um número decimal por outro número decimal, os alunos devem verificar que, ao multiplicar o dividendo e o divisor por uma potência de 10, é obtida uma divisão com o mesmo resultado da divisão inicial. Sugira que eles verifiquem a igualdade dos resultados em uma calculadora.
- Apresente outros exemplos aos alunos, como 24,3:9 e 13,234:2 para que possam multiplicar o divisor e o dividendo por outras potências de 10. Oriente-os a realizar os cálculos a partir do método indicado e, depois, verificar em uma calculadora que 24,3:9=243:90 e 13,234:2=13 234:2 000.

BNCC em foco

- Aproveite que o tópico **Divisão de um número decimal por outro número decimal** traz um personagem que é costureiro para, caso surja algum comentário, iniciar uma conversa sobre o tema contemporâneo **Vida familiar e social**, mais especificamente no que tange à desnaturalização de estereótipos de gênero, sobretudo na associação de determinadas funções profissionais à mulher ou ao homem. Reforce que os estereótipos, muitas vezes, são limitadores e, hoje em dia, toda pessoa pode ter a liberdade de exercer o ofício que mais lhe agradar.

- Peça aos alunos que confiram os resultados dos cálculos da atividade **31** em uma calculadora.
- Veja possíveis questões elaboradas pelos alunos para a atividade **33**:
  - O carro foi abastecido com quantos litros de gasolina?
    R 8 L
  - O carro foi abastecido com quantos litros de etanol?
    R 25 L

BNCC em foco

- Algumas atividades propostas nas páginas **66** e **67** levam os alunos a utilizarem processos e ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas cotidianos, validando estratégias e resultados, o que contempla a **Competência específica de Matemática 5**.

- Antes de os alunos resolverem a atividade **34**, diga que, em alguns casos, é útil obter o resultado de um cálculo mentalmente, pois nem sempre é possível fazer esse cálculo por escrito ou em uma calculadora.

Atividades

Anote no caderno

31. Efetue os cálculos.

a) 35 : 8 4,375

b) 30,6 : 5 6,12

c) 68,4 : 9 7,6

d) 18 : 2,5 7,2

e) 15,9 : 3,18 5

f) 13,692 : 4,2 3,26

32. Marta preparou 7,8 L de suco e dividiu igualmente essa quantidade em 4 jarras cuja medida da capacidade de cada uma é 2 L.

Lembre-se de que 1 L = 1 000 mL.

a) Em cada jarra, foram despejados quantos litros de suco? 1,95 L

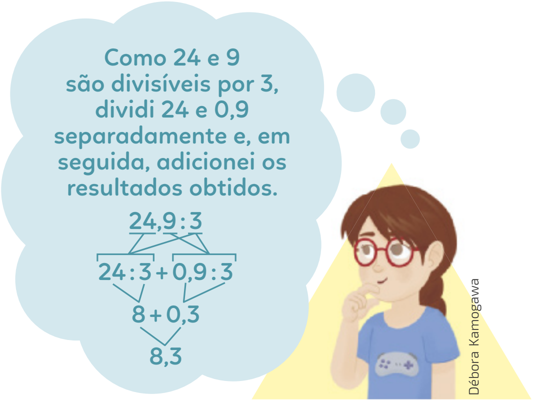
b) Que quantidade de suco, em litros, faltou ser despejada em cada jarra para que elas ficassem completamente cheias? 0,05 L

c) No máximo, quantos copos de suco cuja medida da capacidade é 200 mL Marta pode encher com o suco contido em cada jarra? 9 copos

33. De acordo com a situação apresentada, elabore duas perguntas envolvendo divisão e dê para um colega resolver. Depois, confira se as respostas obtidas por ele estão corretas.
Resposta pessoal.

Rafael Lam

34. Observe como Maria fez para calcular mentalmente 24,9 : 3.



Débora Kamogawa

Agora, efetue mentalmente os cálculos.

a) 16,28 : 4 4,07

b) 21,35 : 7 3,05

c) 20,2 : 5 4,04

d) 36,3 : 6 6,05

35. Determine nos esquemas o número correspondente a cada ■.

a) 837,56

$$\begin{tikzcd} \blacksquare \arrow[r, bend left, ":10"] & 83{,}756 \arrow[l, bend left, "\cdot 10"] \end{tikzcd}$$

b)

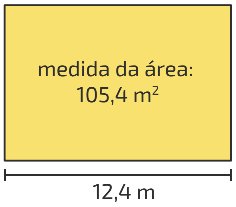
$$\begin{tikzcd} 4\,356 \arrow[r, bend left, ":\blacksquare"] & 4{,}356 \arrow[l, bend left, "\cdot\blacksquare"] \end{tikzcd}$$

1 000

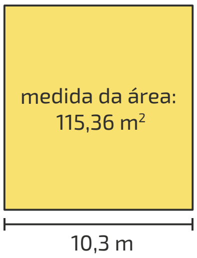
1 000

36. Determine a medida do perímetro de cada retângulo.

a) 41,8 m



b) 43 m



Ilustrações: Ronaldo Lucena

37. Vimos anteriormente que, para transformar algumas frações em um número decimal, primeiro determinamos uma fração decimal equivalente. Outra maneira de transformar uma fração em um número decimal é dividindo o numerador pelo denominador da fração. Observe o exemplo.

$$\frac{9}{4}=9:4 \rightarrow \begin{array}{l|l} 9 & 4 \\ \hline 1\,0 & 2,2\,5 \\ \quad 2\,0 & \\ \qquad 0 & \end{array}$$

Assim, $\frac{9}{4}=2{,}25$.

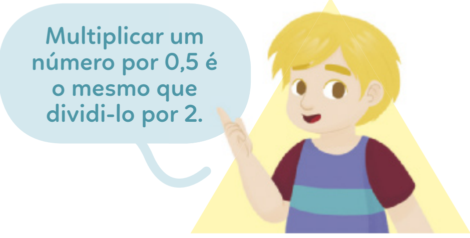
Obtenha o número decimal correspondente a cada fração.

a) $\frac{26}{8}$ 3,25 **b)** $\frac{34}{5}$ 6,8 **c)** $\frac{45}{8}$ 5,625 **d)** $\frac{73}{9}$ 8,111...

38. Para efetuar 15 · 0,5, Danilo escreveu 0,5 na forma de fração. Observe.

Como $0{,}5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, faço:

$15 \cdot 0{,}5 = 15 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2} = 15:2 = 7{,}5$



Débora Kamogawa

a) Assim como Danilo, efetue as multiplicações.

- 91 · 0,5 45,5
- 35 · 0,25 8,75
- 64 · 0,125 8

b) Copie as frases em seu caderno substituindo cada ■ pelo número adequado.

- Multiplicar um número por 0,25 é o mesmo que dividi-lo por ■. 4
- Dividir um número por ■ 8 é o mesmo que multiplicá-lo por 0,125.

39. Copie os itens a seguir, substituindo cada ■ pelo número correspondente.

a) 96 : ■ = 7,68 12,5

b) ■ · 5,3 = 31,8 6

c) 8,2 · ■ = 58,22 7,1

d) ■ : 3 = 0,003 0,009

40. Em restaurantes que atendem no sistema *self-service*, em que o cliente se serve e paga conforme a quantidade servida, as balanças possuem a função **tara**, que subtrai a medida da massa do prato utilizado na pesagem. Assim, ao colocar sobre a balança o prato com a comida, o visor informará apenas a quantidade de quilogramas de comida com que a pessoa se serviu. Sabendo que Alice e Carlos foram a um restaurante que atende nesse sistema e de acordo com as balanças representadas, determine com quantos quilogramas cada um deles se serviu.

Alice: 0,65 kg; Carlos: 0,7 kg

Alice

Carlos

Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/ Ronaldo Lucena

41. Diana comprou uma carteira por R$ 153,40 e uma sandália por R$ 115,50. Como forma de pagamento, ela deu R$ 88,00 de entrada e parcelou a dívida restante em três vezes sem acréscimos.

Copie a expressão numérica que corresponde ao valor, em reais, de cada parcela. c

a) (153,40 – 115,50 – 88,00) : 3

b) (153,40 + 115,50 + 88,00) : 3

c) (153,40 + 115,50 – 88,00) : 3

d) (153,40 – 115,50 + 88,00) : 3

Agora, efetue a expressão que você copiou e determine o valor de cada parcela.
R$ 60,30

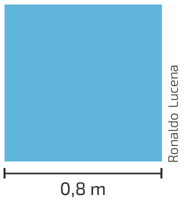
- Na atividade **37** é apresentada uma maneira diferente da apresentada anteriormente para transformar frações em números decimais. Essa maneira envolve a ideia de fração como divisão e reforça a ideia de que números racionais podem ser representados como fração e como decimal.

BNCC em foco

- As atividades **35** e **36** da página anterior e a atividade **39** dessa página estimulam a compreensão da multiplicação e divisão como operações inversas, fazendo com que os alunos utilizem essa relação entre tais operações para as resolverem, contemplando a habilidade **EF07MA11**.

- Tanto nas potências cuja base é um número decimal como nas raízes quadradas de números decimais, os alunos devem perceber que o raciocínio é igual ao utilizado nos cálculos com números naturais, valorizando, assim, o que eles já conhecem acerca dessas operações.
- O exemplo sobre raiz quadrada de um número decimal apresentado nessa página sugere a obtenção de um número que, elevado ao quadrado, resulte em 56,25. No entanto, deve ficar claro aos alunos que nem sempre é possível obter a raiz quadrada exata de um número. Nesses casos, é possível encontrar um número que corresponda à raiz quadrada aproximada. A obtenção da raiz quadrada aproximada de um número será estudada no volume do 8º ano dessa coleção.
- Explique aos alunos que maquete é a representação em escala menor de uma obra de engenharia ou arquitetura. As maquetes também podem ser esculturas de pequeno porte usadas na pré-visualização de personagens que podem ser utilizados em filmes ou desenhos em 3D.
- Diga aos alunos que o cálculo $\sqrt{56{,}25}$ também poderia ser realizado em uma calculadora.

Potências com base decimal



Para fazer um cartaz, Ronaldo recortou um pedaço quadrado de cartolina.

Podemos calcular a medida da área (A) desse pedaço de cartolina da seguinte maneira:

$$A = (0{,}8)^2$$

Para obter essa medida de área, temos de calcular uma potência cuja base é um número decimal. Esse cálculo é parecido com o de potências cujas bases são números naturais ou frações. Observe.

$$A = (0{,}8)^2 = 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}64$$

Portanto, a medida da área desse pedaço de cartolina é 0,64 m^2.

Veja outros exemplos.

- $(1{,}3)^3 = 1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 = 2{,}197$
- $(3{,}54)^2 = 3{,}54 \cdot 3{,}54 = 12{,}5316$

Raiz quadrada de um número decimal

Renata vai construir a maquete de uma casa. Para confeccionar a janela, ela precisará de um pedaço quadrado de isopor com medida de área igual a 56,25 cm^2.

Para calcularmos a medida do comprimento do lado do pedaço de isopor, precisamos determinar um número positivo que, elevado ao quadrado, resulte em 56,25. Esse número corresponde à raiz quadrada de 56,25, que indicamos por $\sqrt{56{,}25}$. Nesse caso, o número que procuramos é maior do que 7 e menor do que 8, pois:

$$\underbrace{49}_{7^2} < 56{,}25 < \underbrace{64}_{8^2}$$

Por tentativas, vamos verificar qual número, maior do que 7 e menor do que 8, elevado ao quadrado resulta em 56,25.

- $(7{,}1)^2 = 50{,}41$
- $(7{,}2)^2 = 51{,}84$
- $(7{,}3)^2 = 53{,}29$
- $(7{,}5)^2 = 56{,}25$
- $(7{,}6)^2 = 57{,}76$

$\sqrt{56{,}25} = 7{,}5$, pois $(7{,}5)^2 = 56{,}25$.

Assim, a medida do comprimento do lado do pedaço de isopor é 7,5 cm.

Qual é a medida do comprimento do lado de um quadrado cuja medida da área é igual a 67,24 cm^2? 8,2 cm

Atividades

Anote no caderno

42. Para cada item, escreva uma potência correspondente e efetue o cálculo.

a) $0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3$ $(0{,}3)^3 = 0{,}027$

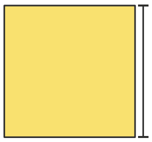
b) $2{,}5 \cdot 2{,}5$ $(2{,}5)^2 = 6{,}25$

c) $9{,}7 \cdot 9{,}7$ $(9{,}7)^2 = 94{,}09$

d) $1{,}01 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}01$ $(1{,}01)^3 = 1{,}030301$

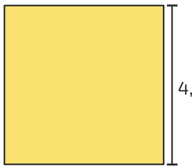
43. Escreva uma potência para representar a medida da área de cada quadrado.

a)



$(3{,}8)^2$; 14,44 m²

b)



$(4{,}6)^2$; 21,16 m²

Ilustrações: Ronaldo Lucena

Agora, calcule as potências que você escreveu e determine a medida da área, em metros quadrados, de cada um deles.

44. Copie os itens, substituindo cada ■ pelo símbolo > ou <.

a) $(1{,}8)^2 \overset{<}{\blacksquare} (1{,}8)^3$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \overset{>}{\blacksquare} \left(\frac{1}{2}\right)^4$

c) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 \overset{<}{\blacksquare} \left(\frac{5}{7}\right)^1$

d) $(0{,}6)^0 \overset{>}{\blacksquare} (0{,}6)^1$

45. Copie os itens substituindo cada ■ pelo número adequado.

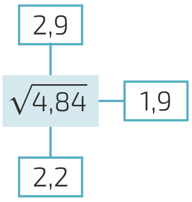
a) $\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$, pois $\blacksquare^2 = 6{,}25$ 2,5

b) $\sqrt{\blacksquare} = 5{,}3$, pois $5{,}3^2 = 28{,}09$ 28,09

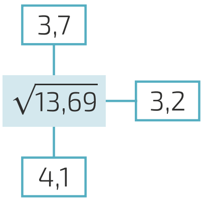
c) $\sqrt{75{,}69} = \blacksquare$, pois $\blacksquare^2 = 75{,}69$ 8,7

46. Em cada esquema, uma das opções é o resultado da raiz quadrada indicada. Faça uma estimativa do resultado de cada raiz e copie a opção mais próxima de sua estimativa.

a)



b)



Agora, efetue os cálculos necessários e verifique se suas respostas estão corretas.
a: 2,2; b: 3,7

47. Qual é o número cuja raiz quadrada é 9,3? 86,49

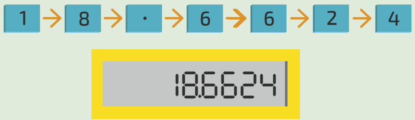
48. Observe o que os dois amigos estão dizendo.

Ilustrações: Débora Kamogawa

De acordo com o que eles estão dizendo, elabore duas questões envolvendo potência e raiz quadrada e, em seguida, dê para um colega resolver. Depois, verifique se as respostas obtidas por ele estão corretas. Resposta pessoal.

49. Observe como podemos calcular $\sqrt{18{,}6624}$ utilizando uma calculadora.

I Inicialmente, registramos o número 18,6624.



II Em seguida, digitamos a tecla √ e obtemos o valor de $\sqrt{18{,}6624}$.

Ilustrações: Keithy Mostachi

Portanto, $\sqrt{18{,}6624} = 4{,}32$.

Utilizando uma calculadora, efetue:

a) $\sqrt{14{,}0625}$ 3,75

b) $\sqrt{35{,}5216}$ 5,96

c) $\sqrt{8{,}0089}$ 2,83

d) $\sqrt{207{,}6481}$ 14,41

- Nos itens **b**, **c** e **d** da atividade **44**, leve os alunos a perceberem que, quanto maior é o expoente de uma potência cuja base é um número entre 0 e 1, menor é o resultado obtido. Apresente outros exemplos de potências com essa característica para que eles possam percebê-la.
- A atividade **46** trabalha com estimativa e aproximação, por isso é importante que os alunos realizem as tentativas mentalmente utilizando a noção de aproximação.
- Veja duas possibilidades de elaboração de questões na atividade **48**.
  - Qual a medida da área do quadrado que Aline desenhou?
    R $(3{,}5)^2 = 12{,}25$ cm²
  - Qual a medida do comprimento do lado do quadrado desenhado por Carlos?
    R $\sqrt{27{,}04} = 5{,}2$ cm
- Caso não haja calculadoras para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a atividade **49** ou, então, verifique a possibilidade de trazer algumas calculadoras para a sala de aula.

- Aproveite a situação apresentada para iniciar o trabalho com porcentagem e leia o texto abaixo para os alunos, a fim de complementar o que foi apresentado.

> […]
>
> Especialistas calculam que apenas 10% do que jogamos fora não poderia ser reciclado ou reutilizado – é o chamado rejeito. Todo o resto, despejado sem nenhum critério em aterros, é um tremendo desperdício de recursos e dinheiro. "O que não é reaproveitável, ou que deve ser queimado, são materiais com problemas sanitários e embalagens que por exigência da lei têm de ser incineradas, como as que vêm em navios. Mas são poucos os materiais que têm necessidade de ser realmente descartados" […].
>
> POLONI, Gustavo; SOUZA, Jeferson de (Org.). **A arte da reciclagem**. São Paulo: Globo, 2015. p. 29.

- A atividade **52** trabalha com a noção de porcentagem de outra porcentagem. Avalie as estratégias utilizadas pelos alunos e apresente as diferentes resoluções no quadro, explicando as estratégias que podem ser utilizadas. Duas possibilidades são:
    - É possível, primeiro, calcular 60% de 420, obtendo 252 e, em seguida, 25% desse resultado, ou seja, 63.
    - É possível multiplicar 60% e 25%, resultando em 15%, e calcular 15% de 420, obtendo o mesmo resultado, 63.
- Caso não haja calculadoras para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a atividade **53** ou, então, verifique a possibilidade de trazer algumas calculadoras para a sala de aula.

Porcentagem

Já estudamos em anos anteriores que a **porcentagem**, indicada pelo símbolo %, corresponde a uma fração com denominador 100.

Observe abaixo uma situação envolvendo porcentagem.

> Apesar do grande potencial que possui, o Brasil recicla, por diversos motivos, apenas cerca de 13% dos resíduos sólidos urbanos que produz.

Paula

Agora, vamos calcular quantas toneladas, em média, são recicladas, a cada 500 t de resíduos urbanos gerados. Para isso, fazemos:

$$13\% \text{ de } 500 \longrightarrow \frac{13}{100} \cdot 500 = 0{,}13 \cdot 500 = 65$$

Portanto, em média, a cada 500 t de resíduos urbanos gerados no Brasil, cerca de 65 t de resíduos são reciclados.

Atividades

Anote no caderno

50. Calcule.

a) 9% de R$ 35,00 R$ 3,15

b) 32% de 800 g 256 g

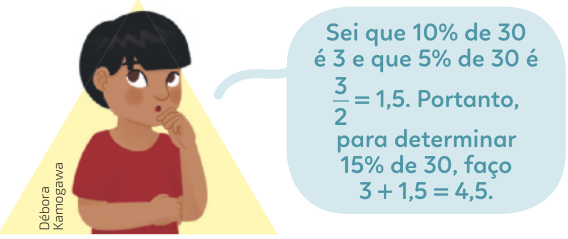
c) 75% de 480 m 360 m

d) 60% de 915 mL 549 mL

e) 150% de 5,8 t 8,7 t

f) 85% de 40 min 34 min

51. Veja como Tiago calculou 15% de 30 mentalmente.



Agora, calcule mentalmente:

a) 25% de 50. 12,5

b) 45% de 120. 54

c) 30% de 95. 28,5

52. Em uma escola, 60% dos alunos praticam atividade física. Desses alunos, 25% praticam natação. Sabendo que essa escola tem 420 alunos, quantos alunos praticam natação? 63 alunos

53. Podemos calcular porcentagens de números utilizando uma calculadora comum. Observe uma maneira de calcular 20% de 150.

I Efetuamos $\frac{20}{100}$, ou seja, 20 : 100, que corresponde a 20%.

II Digitamos a tecla × e, em seguida, registramos o número 150.

III Por fim, digitamos a tecla = e obtemos o resultado.

Ilustrações: Keithy Mostachi

Utilizando uma calculadora, determine:

a) 35% de 220. 77

b) 80% de 95. 76

c) 52% de 900. 468

BNCC em foco

- Na atividade **53**, é apresentada uma maneira de utilizar a calculadora para calcular porcentagens. Aproveite esse recurso sempre que possível na resolução das atividades, a fim de contemplar a habilidade **EF07MA02**.

Acréscimo

Veja uma situação envolvendo **acréscimo**.

No mês de outubro, a despesa total de Fernanda foi R$ 840,00. Em novembro, com o aumento de gastos com transporte e alimentação, sua despesa teve um acréscimo de 6,5%. Qual foi a despesa de Fernanda em novembro?

Veja como podemos resolver essa situação de duas maneiras.

1ª maneira

Inicialmente, calculamos quantos reais correspondem a 6,5% da despesa de Fernanda em outubro, ou seja, 6,5% de 840.

$$\frac{6,5}{100} \cdot 840 = 0,065 \cdot 840 = 54,6$$

Agora, adicionamos o valor obtido à despesa de outubro.

$$840 + 54,6 = 894,6$$

2ª maneira

A despesa de Fernanda em outubro corresponde a 100%.

Com o acréscimo de 6,5%, a despesa em novembro passa a ser 100% + 6,5% = 106,5% da despesa de outubro. Assim, calculamos 106,5% de 840.

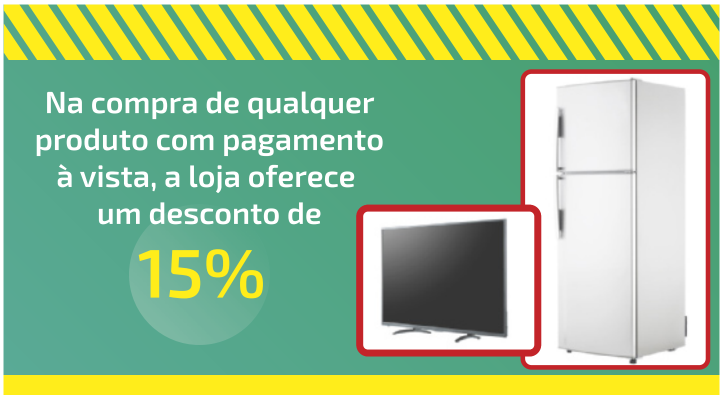
$$\frac{106,5}{100} \cdot 840 = 1,065 \cdot 840 = 894,6$$

Portanto, a despesa de Fernanda em novembro foi R$ 894,60.

Desconto

Estudamos acima uma situação que envolvia acréscimo. No entanto, há outras em que precisamos calcular **desconto** (ou abatimento).

Veja uma situação envolvendo desconto.



Fotomontagem de Rafael L. Gaion. Fotos: ben bryant e ProstoSvet/Shutterstock.com

Uma loja de eletrodomésticos oferece a promoção indicada no cartaz acima.

Qual será o preço à vista de um refrigerador que custa R$ 2 680,00 a prazo?

BNCC em foco

- O trabalho com os tópicos dessa página e as atividades das páginas seguintes levarão os alunos a elaborar e a resolver problemas que lidam com acréscimos e decréscimos (descontos) simples no contexto da educação financeira, por meio de cálculo mental e calculadora, ou por meio das próprias estratégias. Dessa forma, contempla-se a habilidade **EF07MA02**.
- As explicações teóricas dessa página e os assuntos das atividades relativas a elas vão ao encontro do que postula a **Competência geral 6**, tendo em vista que coloca os alunos em contato com situações que facilitam o entendimento das relações próprias do mundo das finanças, de modo que possam fazer suas escolhas com consciência crítica e autonomia. Circunstâncias de compra e venda estarão presentes no decorrer da vida dos alunos, portanto é imprescindível que saibam operar com responsabilidade e conhecimento.

- Durante as atividades dessa página, instigue os alunos a utilizarem estratégias pessoais ao resolverem as atividades e, caso seja possível, peça que formem grupos e compartilhem experiências. Após realizarem as atividades, solicite que alguns alunos expliquem para a turma suas estratégias.
- Veja uma possível resposta à questão **59**:
  - Qual a porcentagem de desconto oferecida pelo cinema na quarta-feira? Se eu comprar 3 ingressos nesse dia, quanto pagarei?

    R 15%; R$ 45,90

Podemos resolver essa situação de duas maneiras.

1ª maneira

Inicialmente, calculamos quantos reais correspondem a 15% do valor do refrigerador, ou seja, 15% de 2 680.

$$\frac{15}{100} \cdot 2\,680 = 0{,}15 \cdot 2\,680 = 402$$

Agora, subtraímos o resultado obtido do valor do refrigerador.

$$2\,680 - 402 = 2\,278$$

2ª maneira

O valor do refrigerador corresponde a 100%. Com o desconto, passa a ser 100% − 15% = 85%. Assim, calculamos 85% de 2 680.

$$\frac{85}{100} \cdot 2\,680 = 0{,}85 \cdot 2\,680 = 2\,278$$

Portanto, o valor do refrigerador à vista, com desconto, é R$ 2 278,00.

Atividades

Anote no caderno

54. Observe os anúncios de uma loja.

Fotomontagem de Rafael L. Gaion. Foto: Mihail Degteariov/Shutterstock.com

Fotomontagem de Rafael L. Gaion. Foto: Alesikka/Shutterstock.com

Qual o preço de cada um desses produtos na venda a prazo, sabendo que eles sofrem um acréscimo de 12% em relação ao preço à vista? *skate*: R$ 246,40; patins: R$ 280,00

55. Em uma loja de calçados, compras acima de R$ 100,00 têm 15% de desconto. Júlia comprou uma sandália cujo preço sem desconto é R$ 115,00.

a) Calcule mentalmente o preço que Júlia pagou por essa sandália. R$ 97,75

b) Utilizando uma calculadora, verifique se a resposta obtida por você no item **a** está correta. Resposta pessoal.

56. Um automóvel que era vendido por R$ 35 900,00 sofreu duas reduções de preço, a 1ª de 5% e a 2ª de 3%. Qual o preço do automóvel após a 1ª redução? E após a 2ª redução? R$ 34 105,00; R$ 33 081,85

57. No mês de junho certo produto custava R$ 925,50. Devido à inflação, no mês de julho o preço desse produto sofreu um acréscimo de 14%. Determine, utilizando uma calculadora, quantos reais passou a custar esse produto no mês de julho. R$ 1 055,00

58. A tarifa de ônibus urbano em certo município, que era R$ 3,00, sofreu dois acréscimos, um de 5% no mês de novembro e outro de 8% em agosto do ano seguinte. Qual passou a ser a tarifa após os aumentos? R$ 3,40

59. De acordo com o cartaz, elabore um problema envolvendo desconto e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta obtida por ele está correta. Resposta pessoal.

Rafael L. Gaion

60. Observe o anúncio de um mesmo produto em duas lojas.

Loja A

Fotomontagem de Rafael L. Gaion.
Foto: arka38/Shutterstock.com

Loja B

Fotomontagem de Rafael L. Gaion.
Foto: arka38/Shutterstock.com

a) Qual das lojas oferece o menor preço para o pagamento à vista? E a prazo? loja A; loja B

b) Pesquise na internet o acréscimo que algumas lojas cobram sobre o preço de produtos em compras a prazo. Em seguida, elabore algumas questões envolvendo acréscimos e descontos e dê para um colega resolver. Depois, verifique se as respostas estão corretas. Resposta pessoal.

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo? números decimais, operações com números decimais, potência com base decimal, raiz quadrada de um número decimal, porcentagem, acréscimos e descontos

2. Cite algumas situações em que os números decimais podem ser observados. Nelas, qual o significado desses números? Resposta pessoal.

3. É possível obter um número natural realizando uma divisão que envolve dois números decimais? Justifique sua resposta por meio de um exemplo. sim; Possível resposta: 2,5 : 1,25 = 2.

4. Em algumas situações é necessário efetuar mentalmente cálculos aproximados envolvendo números decimais. Cite algumas dessas situações. Resposta pessoal.

5. Observe os seguintes cálculos:

$1{,}253 \cdot 10 = 12{,}53$

$1{,}253 \cdot 100 = 125{,}3$

$1{,}253 \cdot 1\,000 = 1\,253$

$7\,028 : 10 = 702{,}8$

$7\,028 : 100 = 70{,}28$

$7\,028 : 1\,000 = 7{,}028$

Em relação aos resultados desses cálculos, quais regularidades podem ser observadas? Resposta esperada: o deslocamento da vírgula.

6. Com poucas palavras, escreva o que você entende por acréscimo e desconto. Resposta pessoal.

7. Descreva os procedimentos que você utilizaria para calcular um desconto de 12% sobre o preço de um produto que custa R$ 1 350,00. Resposta pessoal.

- As questões elaboradas pelos alunos dependerão da pesquisa feita por eles. No entanto, veja um exemplo de questão que poderá surgir no item **b** da atividade **60**:
  - Em determinada loja, o valor de um televisor é R$ 2 300,00, que pode ser dividido em 5 parcelas iguais, sem acréscimos, de R$ 460,00. Porém, se uma pessoa deseja pagar à vista, esse valor tem um desconto de 10%. Qual o preço desse produto à vista?

    R R$ 2 070,00

BNCC em foco

- As atividades trabalhadas nas páginas **72** e **73** propiciam aos alunos a observação sistemática de aspectos quantitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações produzindo argumentos convincentes. Dessa forma, a **Competência específica de Matemática 4** é contemplada.

Avaliação

- A seção **Explorando o que estudei** pode contribuir significativamente para avaliar os alunos quanto aos conteúdos estudados no capítulo. Procure observar de que maneira eles relacionam os números racionais às questões do cotidiano e se estão conseguindo trabalhar e compreender as operações que envolvem esses números. Essa avaliação também contribui para evidenciar as dificuldades, fazendo com que professor e alunos possam caminhar juntos em função de solucionar as dúvidas e os percalços.

- Na questão **2**, os alunos podem dizer que é possível observar os números decimais em medidas de massa e de comprimento e em nosso sistema monetário, casos em que, geralmente, os valores não são inteiros.
- Na questão **4**, uma situação comum é o anúncio da venda de um produto que apresenta o valor total e informa que este poderá ser dividido em algumas parcelas, em que costumeiramente recaem valores não inteiros. Ao citarem situações em que o procedimento de cálculo mental aproximado é útil, solicite que elaborem alguns cálculos para que um colega possa realizá-los mentalmente.

BNCC em foco

- A seção apresentada nessas páginas pode ser trabalhada pelas óticas dos temas contemporâneos **Educação financeira e fiscal** e **Educação para o consumo**, pois mostra uma situação comum em que o consumidor deseja um produto mais pela aparência do que pela necessidade.
- Com a ajuda dos alunos, realize uma leitura das cenas e questione se eles já passaram por uma situação assim, seja com materiais escolares ou quaisquer outros itens, como vestuários, eletrônicos etc. Diga que é comum isso acontecer, e que os fabricantes e publicitários têm o objetivo de despertar o desejo do consumidor. Ressalte a importância do consumo consciente mostrando a eles que, quando consumimos além do necessário, estamos não só desperdiçando dinheiro, mas também contribuindo para a degradação dos recursos do planeta. Conversas como essa auxiliam na capacitação das habilidades previstas na **Competência geral 10**, pois auxilia os alunos a desenvolverem autonomia para a tomada de decisões baseadas em princípios éticos e sustentáveis.

Cidadania: explore essa ideia

Compra consciente

Há uma grande diferença entre comprar por necessidade e comprar por desejo. Enquanto a necessidade representa algo indispensável, o desejo é uma manifestação de vontade.

Comprar roupas, por exemplo, é uma necessidade, porém torna-se um desejo quando optamos por uma marca com um preço bem acima do padrão ou compramos além do que planejamos.

Confundir necessidade com desejo pode acarretar o consumo impulsivo e, por vezes, o endividamento. Quando não há um critério de compras para atender nossas necessidades e vontades de maneira consciente, costumamos pagar mais caro por um produto ou comprar itens dispensáveis.

Nik Neves

- A leitura do texto pode ser realizada coletivamente. Instigue os alunos a expressarem suas opiniões, sempre tomando cuidado para que haja respeito mútuo. Aproveite que esse assunto possibilita a discussão sobre necessidade e desejo e explique que são coisas bastante relativas, pois algo que é uma necessidade para um indivíduo pode ser um desejo para outro. Promova questionamentos para que os alunos reflitam e exponham suas opiniões, como deliberar se, em relação ao uso, haveria alguma diferença entre as duas opções de caderno, ou se a opção pelo caderno mais caro atenderia melhor às necessidades de materiais escolares do personagem.

Ao final, saliente que não há mal em desejar algo sem ter necessidade, mas isso deve ser esporádico e consciente, de modo que não se torne um hábito consumista.

Nik Neves

Segundo a Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic/CNC), 60,8% das famílias brasileiras estavam endividadas em 2017. Entre as formas de endividamento, o cartão de crédito foi o tipo de dívida mais citada.

Analisando com cidadania

Anote no caderno

Respostas nas orientações ao professor.

1. O caderno escolhido pelo personagem era uma necessidade ou um desejo dele?
2. Se você estivesse no lugar do personagem, optaria pelo caderno mais caro ou pelo caderno mais barato?
3. Em 2017, o tipo de dívida mais citada entre as famílias brasileiras endividadas foi o cartão de crédito. Você conhece alguma outra forma de dívida?

Analisando com a Matemática

Anote no caderno

4. Optando pelo caderno com menor preço, quanto seria economizado na compra do caderno?
5. Na compra de materiais escolares no início do ano, a mãe do personagem fez dois orçamentos. O orçamento **A** foi de R$ 432,00 e o orçamento **B**, R$ 135,40 mais barato. Qual é o valor do orçamento **B**?
6. Em 2017, que percentual das famílias brasileiras não estava endividado?

Respostas

1. Espera-se que os alunos respondam que ele tinha desejo e não necessidade de comprar o caderno mais caro, pois havia cadernos mais baratos de mesma qualidade.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que outras formas de dívidas podem ser: carnês, financiamento de carros, financiamento de imóveis etc.
4. R$ 9,90
5. R$ 296,60
6. 39,2%

- Na questão **1**, diga aos alunos que o caderno também pode ser visto como uma necessidade, já que é imprescindível nos estudos, mas o com capa de super-herói passa a ser um desejo. Instigue-os a observar nas lojas essas diferenças de preços. Se houver algum encarte de lojas ou supermercados disponível, verifique se é possível observar essas diferenças em grupo.
- Não deixe que a questão **2** seja tendenciosa no sentido de intimidá-los a responder que optariam pelo mais barato. Diga que é uma questão apenas para que eles reflitam sobre seus desejos e necessidades do cotidiano.
- Converse sobre a questão **3** enfatizando que, para muitas instituições financeiras, é conveniente que o consumidor esteja sempre endividado, pois é uma maneira de gerar taxas de juros que crescem progressivamente. Portanto, o melhor a fazer é tentar comprar à vista e desconfiar de soluções de crédito milagrosas.

Material digital

- Antes de prosseguir com os estudos e, se julgar oportuno, avalie a aprendizagem dos alunos em relação a algumas habilidades trabalhadas no decorrer desse bimestre. O material digital apresenta uma proposta de avaliação para o 1º bimestre que pode ser utilizada nesse momento como ferramenta para auxiliar do processo de ensino e aprendizagem.

Nesse capítulo, os alunos serão estimulados a ampliar os estudos sobre gráficos e tabelas, estudar a média aritmética e a amplitude de um conjunto de dados, identificar e compreender a diferença entre uma pesquisa censitária e amostral, conhecer as etapas de uma pesquisa e calcular probabilidades a partir de análise de experimentos.

Ao trabalhar com a média aritmética e a amplitude de um conjunto de dados, os alunos são levados a compreender que a análise dessas medidas auxilia no processo de análise dos dados.

- As páginas de abertura têm o objetivo de alertar e conscientizar os alunos sobre os males que o tabagismo pode causar à saúde. A análise das informações contidas no gráfico auxilia os alunos no reconhecimento de possíveis maneiras de organizar e representar dados.
  Conduza o trabalho realizando uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promova um debate a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas podem ser respondidas individualmente ou em grupos.
  Para complementar, proponha a organização de uma campanha de conscientização na comunidade escolar. Para isso, peça aos alunos que confeccionem cartazes com informações sobre o tabagismo, incluindo gráficos e tabelas quando necessário. Depois de prontos, realize uma exposição aberta para os pais, professores e funcionários da escola.

Capítulo 4

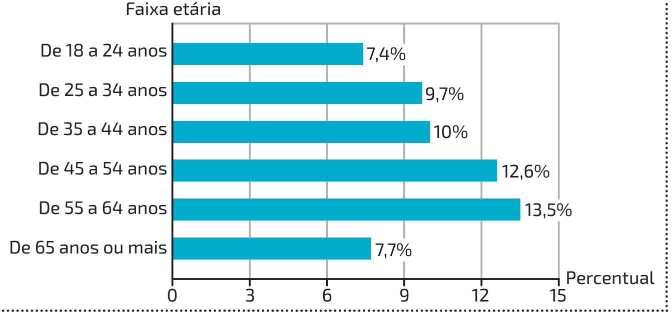
Estatística e probabilidade

O consumo de tabaco provoca inúmeras doenças e dependência química, além de reduzir a expectativa de vida e prejudicar indivíduos que sequer fumam, os chamados fumantes passivos. Tanto a curiosidade sobre o hábito de fumar quanto a própria influência dos fumantes são as causas de tantas pessoas, a cada ano, experimentarem derivados do tabaco.

No Brasil, é proibido por lei fumar em locais fechados, sejam públicos ou privados. Além disso, a exposição de derivados de tabaco em locais de venda deve ser acompanhada de mensagens de advertência sobre os problemas provocados pelas substâncias tóxicas presentes no produto, como a nicotina e o alcatrão.

O tabagismo é considerado, pela Organização Mundial da Saúde, uma das principais causas de morte evitável em todo o mundo.

Percentual de adultos fumantes nas capitais brasileiras – 2016



Ronaldo Lucena

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Departamento de Vigilância de Doenças e Agravos não Transmissíveis e Promoção da Saúde. **Vigitel Brasil 2016**: vigilância de fatores de risco e proteção para doenças crônicas por inquérito telefônico. Brasília, 2017. Disponível em: <http://portalarquivos.saude.gov.br/images/pdf/2017/junho/07/vigitel_2016_jun17.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

Tabagismo
Veja mais informações sobre o tabagismo no *site*: <https://www.inca.gov.br/programa-nacional-de-controle-do-tabagismo/tratamento> (acesso em: 4 jul. 2019).

Material digital

- No material digital, é apresentado um **Plano de desenvolvimento** para o 2º bimestre capaz de auxiliar nos planejamentos e desenvolvimentos das aulas, em que são descritos os objetivos específicos, os objetos de conhecimento e as habilidades específicas **EF07MA03**, **EF07MA04**, **EF07MA13**, **EF07MA14**, **EF07MA15**, **EF07MA16**, **EF07MA18**, **EF07MA34**, **EF07MA35**, **EF07MA36** e **EF07MA37**, previstas para os capítulos **4**, **5** e **6** sugeridos para esse período.
  Além disso, são elencadas as principais práticas didático-pedagógicas e atividades recorrentes previstas para o conteúdo abordado nesse bimestre.

Placa indicando que é proibido fumar.

ubonwanu/Shutterstock.com

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

- **A** De acordo com o texto, por que as pessoas experimentam derivados do tabaco?
- **B** Em quais faixas etárias indicadas no gráfico observam-se o maior e o menor percentual de fumantes no Brasil? Em sua opinião, por que esse fato ocorre dessa maneira?
- **C** Alguém da sua família é fumante? Em caso afirmativo, incentive-o a deixar de fumar.

Pensando nisso...

- **A** Por influência de outros fumantes e por curiosidade.
- **B** Maior percentual: de 55 a 64 anos e menor percentual: de 18 a 24 anos; Resposta pessoal. Espera-se que os alunos concluam que a maior incidência de fumantes na faixa etária de 55 a 64 anos ocorre, entre outros fatores, devido à influência da livre publicidade que veiculava anteriormente no Brasil, e a menor incidência entre os mais jovens deve-se, principalmente, às campanhas de informação de riscos e às medidas legais restritivas sobre o uso de derivados do tabaco.
- **C** Resposta pessoal.

- Ao abordar o item **A**, ressalte os malefícios causados pelo fumo e, principalmente, a dependência como o fator mais complicador.
- No item **B**, comente com os alunos que, antigamente, a propaganda de cigarro era veiculada de forma livre, e muitas vezes ligada a um estilo refinado de vida, o que é devidamente proibido atualmente.
- Ao trabalhar o item **C**, verifique a possibilidade de conseguir alguns panfletos de campanhas antitabagistas em algum posto de saúde e entregue aos alunos para que eles distribuam para os familiares fumantes.

Relacionando saberes

- As páginas de abertura mostram diversos males relacionados ao uso do tabaco e seus derivados. Aproveite para fazer uma relação com o componente curricular **Ciências** e destaque que, além do tabaco, os cigarros contêm diversas substâncias químicas e podem ser responsáveis por dezenas de doenças, como bronquite, enfisema pulmonar, câncer em vários órgãos e doenças cardiovasculares. Aborde ainda o tema contemporâneo **Saúde** e destaque que, além de não fumar, é importante evitar o fumo passivo, pois só o fato de inalar a fumaça pode fazer com que as mesmas doenças sejam causadas. Diga aos alunos que existem tratamentos que auxiliam no abandono do tabagismo, desde adesivos de nicotina a acompanhamento psicológico.

Objetivos do capítulo

- Analisar e interpretar dados expressos em tabelas e gráficos, sobretudo no de setores.
- Calcular a média aritmética e a amplitude de um conjunto de dados.
- Relacionar o significado de média aritmética, intuitivamente, com a amplitude de um conjunto de dados.
- Planejar e realizar pesquisas.
- Classificar pesquisas em censitária ou amostral.
- Planejar e realizar experimentos aleatórios.
- Calcular probabilidades.
- Estimar a probabilidade com base na frequência de ocorrências.

- Leve os alunos a compreender que, nos mais diversos meios de comunicação, as tabelas e os gráficos são recursos utilizados para apresentar informações de maneira simplificada e organizada, sendo o gráfico um recurso visual que objetiva facilitar a leitura e a interpretação dos dados.

BNCC em foco

- O trabalho com o tópico **Gráficos e tabelas** tem o objetivo de ampliar a capacidade de interpretar e analisar dados apresentados em gráficos, incluindo os de setores, em diversos contextos, sobretudo nos divulgados pela mídia, a fim de que os alunos compreendam quando é possível ou não utilizá-los, contemplando, assim, a habilidade **EF07MA37**.

Gráficos e tabelas

Abordando os mais variados assuntos, os **gráficos** e as **tabelas** estão presentes em diversos meios de comunicação, expondo informações de maneira simplificada e organizada. Assim, é importante saber ler, interpretar e classificar os dados apresentados em gráficos e tabelas.

O ramo da Matemática que estuda técnicas de obtenção, organização e análise de dados é a **Estatística**.

Nas tabelas, as informações são apresentadas em linhas e colunas, o que auxilia na leitura e na interpretação. Os gráficos mostram, em geral, dados numéricos envolvendo diferentes grandezas.

Veja a seguir um exemplo de **tabela**.

Produção anual de leite por região brasileira (em mil litros) – 2014 a 2016

Região	Ano		
	2014	2015	2016
Centro-Oeste	4 944 088	4 604 277	3 972 433
Nordeste	3 892 395	3 956 671	3 772 383
Norte	1 946 149	1 833 233	1 876 004
Sudeste	12 130 275	11 896 022	11 546 087
Sul	12 211 453	12 319 387	12 457 744

EMBRAPA – Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Indicadores Leite e Derivados**, Juiz de Fora, Embrapa Gado de leite, ano 8, n. 72, p. 160, nov. 2017. Disponível em: <www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/1081037/1/Cnpgl2017IndicadoresLeite72.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

RAYphotographer/Shutterstock.com

Extração de leite por ordenha mecanizada.

Nessa tabela podemos observar dados referentes à produção anual de leite, organizados por ano e por região brasileira. A apresentação organizada nos auxilia a analisar e interpretar os dados.

Qual procedimento você utilizaria para calcular a quantidade de leite produzida no Brasil em 2016? Possível resposta: adicionaria as quantidades apresentadas na última coluna da tabela.

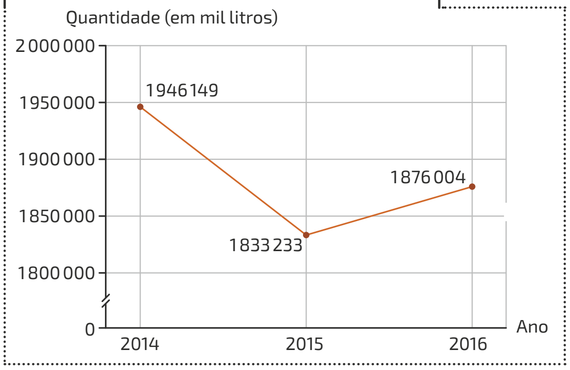
Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **4**, **5** e **6** do 2º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo, é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

Agora, observe ao lado um **gráfico de linhas** que apresenta a produção anual de leite da região Norte do Brasil.

Analisando as informações desse gráfico podemos concluir, por exemplo, que de 2014 a 2015 a produção de leite sofreu redução, e que de 2015 para 2016 a produção aumentou.

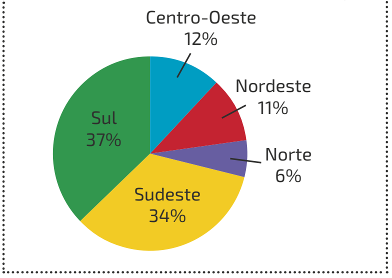
Produção anual de leite na região Norte do Brasil – 2014 a 2016



EMBRAPA – Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Indicadores Leite e Derivados**, Juiz de Fora, Embrapa Gado de leite, ano 8, n. 72, p. 160, nov. 2017. Disponível em: <www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/1081037/1/Cnpgl2017IndicadoresLeite72.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

Veja, agora, um **gráfico de setores** que apresenta a produção anual de leite por região brasileira em 2016.

Produção anual de leite por região brasileira – 2016



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Para obter cada porcentagem representada no gráfico, dividimos a população de cada região pela população brasileira total. Veja, por exemplo, os cálculos para a região Centro-Oeste:

$$\frac{3\,972\,433}{33\,624\,651} \simeq 0{,}12 = 12\%.$$

EMBRAPA – Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Indicadores Leite e Derivados**, Juiz de Fora, Embrapa Gado de leite, ano 8, n. 72, p. 160, nov. 2017. Disponível em: <www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/1081037/1/Cnpgl2017IndicadoresLeite72.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

As tabelas e os gráficos contêm **título** e **fonte**. O título evidencia a principal informação apresentada e a fonte identifica de onde os dados foram obtidos.

Fotomontagem de Rogério Casagrande
Fotos: Jag_cz/CK Foto/showcake/Shutterstock.com

Observando o gráfico de setores, podemos concluir que em 2016 as regiões Sul e Centro-Oeste, juntas, foram responsáveis por quase metade da produção de leite no Brasil? Justifique. Sim, pois os setores dessas regiões, juntos, correspondem a 49% do gráfico, ou seja, quase metade do gráfico.

Note que no gráfico de setores estamos comparando a produção de cada região em relação à produção total. Em situações como essa, em que os dados de uma pesquisa relacionam as partes de um todo, é possível utilizarmos o gráfico de setores para representar esses dados.

Em geral, utilizamos porcentagem para indicar os dados de cada setor, de maneira que ele seja proporcional à parte que representa em relação ao total, que corresponde a 100%.

Analisando os gráficos apresentados, podemos perceber que não seria conveniente, por exemplo, utilizar um gráfico de setores para apresentar a produção anual de leite da região Norte, pois não seria possível estabelecer um comparativo entre as partes e o todo.

- No decorrer do capítulo, oriente os alunos a ficarem atentos às informações apresentadas em gráficos e tabelas, a fim de que identifiquem e estabeleçam relações entre elas. No desenvolvimento de cada atividade, estimule-os, portanto, a fazer outras perguntas, pois podem ocorrer ideias que permitam diferentes conclusões, e também registrá-las no caderno, para que depois possam ser discutidas em grupo.
- A tabela e os gráficos apresentados nas páginas **78** e **79** mostram dados sobre um mesmo assunto. Verifique se os alunos percebem que as informações apresentadas no gráfico de linhas dessa página representam o total da produção de leite na região Norte dos anos de 2014, 2015 e 2016 mostrados na tabela da página **78**. Já o gráfico de setores apresenta percentuais relativos aos dados da coluna de 2016 da tabela da página **78**, em relação ao total da produção desse mesmo ano.
Caso necessário, peça aos alunos que calculem as porcentagens referentes às quantidades indicadas em cada região nos anos de 2014 e 2015.

Material digital

- Para complementar e aprofundar o estudo do tópico **Gráficos e tabelas**, no material digital desta coleção disponibilizamos a **Sequência didática 4**, elaborada com objetivo de desenvolver as habilidades **EF07MA36** e **EF07MA37**. As atividades propostas nessa sequência visam à análise do processo de pesquisa, à coleta e organização de dados em tabelas e gráficos de setores, assim como à interpretação desses dados.

- Na tabela apresentada na atividade **1**, no ano de 1908, o dado oficial de entrada do governo é menor que o de imigrantes vindos do Kasato Maru: parte dos imigrantes pode ter entrado oficialmente só em 1909 e parte pode ter seguido para outros países.

BNCC em foco

- A imigração japonesa no início do século XX trouxe contribuições em diversos âmbitos ao Brasil. Faça uma relação com o tema contemporâneo **Diversidade cultural** e converse um pouco com os alunos sobre essas contribuições, ressaltando a pluralidade cultural na formação do país. A cultura japonesa é hoje difundida em todo o território nacional, com elementos que já fazem parte do cotidiano brasileiro, seja na culinária ou nas artes, seja no desenvolvimento econômico do país. Se possível, pesquise imagens relacionadas a essas contribuições, como o bairro da Liberdade, na capital paulista, e proponha a construção de origâmis, que é uma técnica japonesa de dobradura em papéis que representam seres e objetos.

- Converse com os alunos sobre o tema abordado na atividade **2**, de modo a incentivar o respeito às pessoas com deficiência e ressaltar a importância de nunca tratá-las de maneira pejorativa ou utilizar termos incorretos.

Atividades

Anote no caderno

1. Leia as informações a seguir e responda às questões.

> Em 2008 foram comemorados os 100 anos da imigração japonesa no Brasil. Em 18 de junho de 1908 desembarcaram do navio Kasato Maru, no porto de Santos, 780 imigrantes japoneses.

Entrada de imigrantes japoneses no Brasil – 1908 a 1913

Ano	Quantidade de imigrantes
1908	780
1910	960
1912	2 844
1913	6 848

IBGE. **Resistência & integração**: 100 anos de imigração japonesa no Brasil. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv38935.pdf>. Acesso em: 4 jul. 2018.

Reprodução/Estadão Conteúdo

Chegada do navio Kasato Maru, que trouxe os primeiros imigrantes japoneses para o Brasil, em junho de 1908.

a) Quantos imigrantes japoneses desembarcaram do navio Kasato Maru, no porto de Santos, em 1908? 780 imigrantes

b) Em qual dos anos apresentados houve a maior quantidade de entrada de imigrantes japoneses no Brasil? Quantos imigrantes? 1913; 6 848 imigrantes

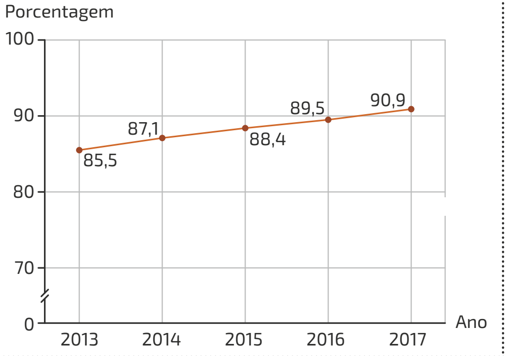
c) De 1908 a 1913, quantos imigrantes japoneses vieram para o Brasil? 11 432 imigrantes

2. A Educação Especial abrange não somente crianças, jovens e adultos com algum tipo de deficiência, como física ou mental, mas também aqueles que apresentam problemas de conduta ou que são superdotados. De acordo com a Constituição brasileira de 1988, é assegurado o acesso à Educação Especial a todos que necessitam, preferencialmente em escolas do sistema regular de ensino. Veja o gráfico e responda.

a) Quais anos apresentaram porcentagem superior à de 2015? 2016 e 2017

b) Se a variação apresentada no gráfico se mantiver nos próximos anos, a porcentagem tende a aumentar ou diminuir? aumentar

Porcentagem de pessoas com necessidades educacionais especiais matriculadas em classes comuns de escolas regulares – 2013 a 2017

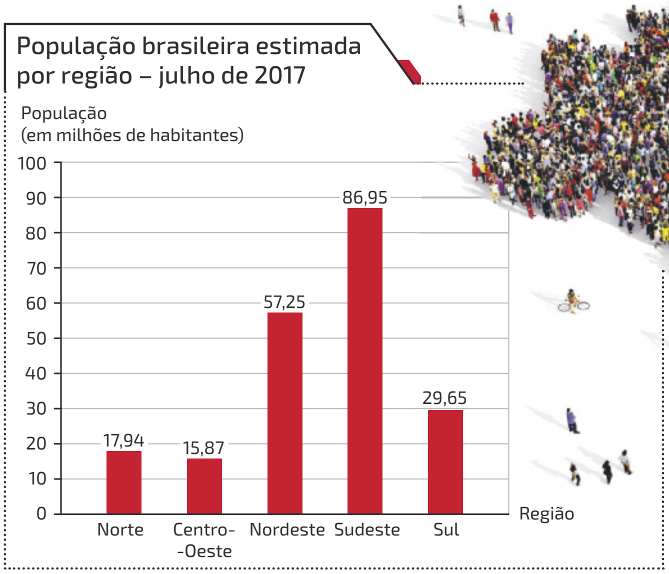


Ronaldo Lucena

BRASIL. Ministério da Educação. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Notas Estatísticas**: Censo Escolar 2017. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2018/notas_estatisticas_Censo_Escolar_2017.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

Mais informações sobre o assunto podem ser obtidas no *site*: <www2.camara.leg.br/a-camara/programas-institucionais/inclusao-social-e-equidade/acessibilidade/como-falar-sobre-as-pessoas-com-deficiencia>. Acesso em: 23 set. 2018.

3. Responda às questões de acordo com as informações apresentadas no **gráfico de barras**.



IBGE. **Estimativas da população residente no Brasil e Unidades da Federação com data de referência em 1º de julho de 2017**. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2017/estimativa_dou_2017.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2018.

Arthimedes/Shutterstock.com

Pessoas formando o mapa do Brasil.

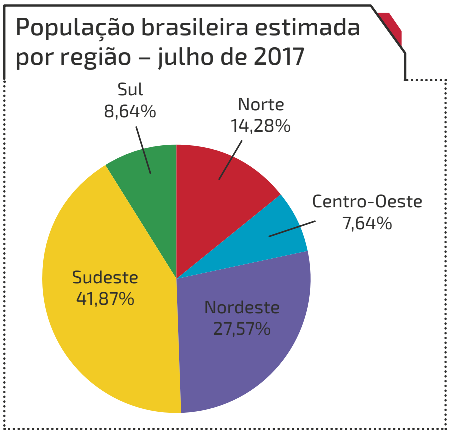
a) Qual é a região mais populosa do Brasil? E a região menos populosa?
Sudeste; Centro-Oeste

b) Qual a população das regiões Sul e Centro-Oeste juntas?
45,52 milhões de habitantes

c) No lugar do gráfico de barras, seria conveniente utilizar um gráfico de setores para apresentar essas informações? Justifique. sim; Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que seria conveniente porque a população de cada região é parte de um todo.

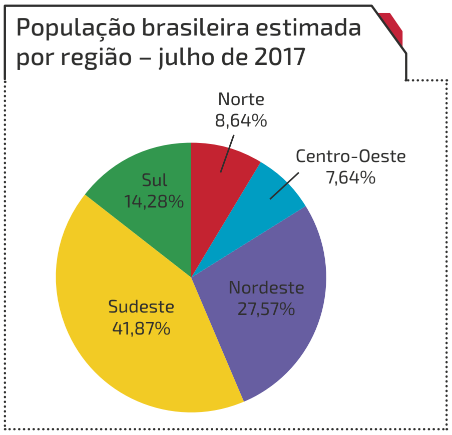
d) Qual dos gráficos de setores a seguir apresenta corretamente as informações a respeito da população brasileira do gráfico de barras acima? II

I



IBGE. **Estimativas da população residente no Brasil e Unidades da Federação com data de referência em 1º de julho de 2017**. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2017/estimativa_dou_2017.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2018.

II



Ilustrações: Ronaldo Lucena

IBGE. **Estimativas da população residente no Brasil e Unidades da Federação com data de referência em 1º de julho de 2017**. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2017/estimativa_dou_2017.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2018.

- No item **d** da atividade **3**, os alunos podem verificar qual dos gráficos de setores mostra corretamente a população brasileira apresentada no gráfico de barras, realizando estimativas ao compararem as populações do gráfico de barras. Caso julgue necessário, peça que calculem as porcentagens arredondando para o centésimo mais próximo, a fim de verificarem suas respostas.

Relacionando saberes

- Aproveite que a atividade **3** mostra a população do Brasil em cada região e faça conexão com o componente curricular **Geografia**, pedindo aos alunos que pesquisem, conforme o estado em que moram, a população de suas cidades. Se possível, complemente sugerindo que pesquisem se houve alguma imigração que tenha influenciado de modo mais significativo nos costumes dessas regiões, estabelecendo uma conexão com a atividade **1** da página anterior.

4. Não é adequado referir-se aos indígenas como uma única comunidade. De acordo com o Censo demográfico 2010, viviam no Brasil cerca de 818 mil indígenas, organizados em aproximadamente 305 etnias ou sociedades, que possuem culturas e hábitos próprios.

Etnias indígenas mais populosas – Censo 2010

Etnia	População aproximada
Ticuna	46 000
Guarani	43 000
Kaingang	37 000
Macuxi	29 000
Terena	29 000
Tenetehara	24 000
Yanomami	22 000

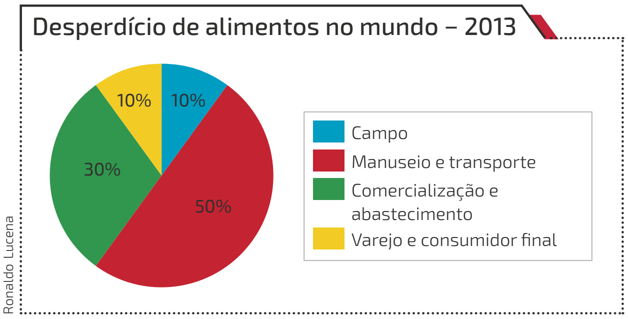
IBGE. **Censo 2010**. Disponível em: <https://censo2010.ibge.gov.br/noticias-censo?busca=1&id=3&idnoticia=2194&t=censo-2010-poblacao-indigena-896-9-mil-tem-305-etnias-fala-274&view=noticia>. Acesso em: 4 jul. 2018.

a) De acordo com o Censo demográfico 2010, qual era a etnia indígena brasileira mais populosa? Ticuna

b) Em 2010, havia mais Yanomamis ou Kaingangs no Brasil? Quanto a mais? Kaingangs; 15 000

c) Podemos utilizar um gráfico de setores para apresentar as informações da tabela acima? Por quê? não; Porque a tabela apresenta a população aproximada de apenas algumas etnias indígenas, assim não é possível relacionar a população de cada etnia com a população indígena total.

5. Observe o gráfico abaixo.


Desperdício de alimentos no mundo – 2013

ONG Banco de Alimentos. **Alimentação sustentável**. Disponível em: <www.bancodealimentos.org.br/alimentacao-sustentavel/desperdicio-de-alimentos>. Acesso em: 21 set. 2018.

a) Qual é o assunto tratado no gráfico? Desperdício de alimentos no mundo.

b) De acordo com o gráfico, qual é a porcentagem de desperdício de alimentos:

- no campo? 10%
- no manuseio e transporte? 50%
- na comercialização e abastecimento? 30%
- no varejo e consumidor final? 10%

c) Em qual dos processos o desperdício é maior? E em qual é menor? no manuseio e transporte; no campo e no varejo e consumidor final

d) Em sua casa, como você e seus familiares evitam o desperdício de alimentos? Comente com seus colegas. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos conversem e reflitam sobre a importância de não desperdiçar alimentos.

BNCC em foco

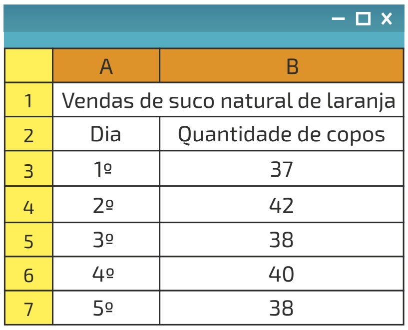
- A atividade **4** destaca algumas populações indígenas mapeadas pelo Censo realizado pelo IBGE em 2010. Estabeleça uma relação com os temas contemporâneos **Educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira, africana e indígena** e **Diversidade cultural,** conversando com os alunos a respeito da diminuição das populações indígenas no país ao longo dos séculos. Pergunte quais motivos eles consideram ser responsáveis por essa diminuição e destaque a importância de políticas que assegurem a sobrevivência digna dessas populações, como a demarcação de territórios e reservas, e a proteção a doenças para as quais não possuem imunidade. Sob essa perspectiva, desenvolve-se também a **Competência geral 9**, no sentido de valorizar os diferentes grupos sociais em seus saberes, culturas e individualidades. Se houver condições, verifique a possibilidade de convidar algum membro de comunidade indígena para conversar com os alunos.

- Ao realizar a atividade **4**, pergunte aos alunos se eles já visitaram alguma comunidade indígena e peça que comentem com os colegas sua experiência. Em seguida, apresente as questões ao lado para complementar a atividade.

- Qual a etnia indígena menos populosa entre as apresentadas?
  Ⓡ Yanomami
- Qual gráfico podemos utilizar para representar as informações da tabela?
  Ⓡ gráfico de barras

Média aritmética

Veja a seguir algumas informações organizadas em uma planilha eletrônica pelo proprietário de uma cantina.



	A	B
1	Vendas de suco natural de laranja	
2	Dia	Quantidade de copos
3	1º	37
4	2º	42
5	3º	38
6	4º	40
7	5º	38

Keithy Mostachi

Rafael Lam

Podemos calcular a **média aritmética** de copos de suco vendidos por dia na cantina adicionando a quantidade de copos de suco vendidos nos 5 dias e dividindo o resultado obtido pela quantidade de dias.

$$\frac{\overbrace{37+42+38+40+38}^{\text{quantidade total de copos de sucos}}}{\underbrace{5}_{\text{quantidade de dias}}}=\frac{195}{5}=39$$

Na seção **Explorando tecnologias**, na página **266**, veja como calcular a média aritmética, o maior e o menor valor de um conjunto de dados, utilizando a planilha eletrônica.

Assim, nesses 5 dias, foram vendidos na cantina, em média, 39 copos de suco de laranja por dia.

Média aritmética (Ma), ou simplesmente **média**, é a soma de dois ou mais valores dividida pela quantidade de valores adicionados. A média, em geral, tem como objetivo apresentar de maneira resumida um conjunto de dados.

A diferença entre o menor e o maior valor de um conjunto de dados é chamada **amplitude**. Segundo os dados organizados pelo proprietário da cantina, a menor venda diária foi de 37 copos de suco e a maior, 42. Nesse caso, a amplitude é 5, pois:

$$\underset{\uparrow\ \text{maior valor}}{42}-\underset{\uparrow\ \text{menor valor}}{37}=\underset{\uparrow\ \text{amplitude}}{5}$$

De acordo com esses cálculos, podemos observar que a amplitude é pequena quando comparada à média. Sendo assim, podemos afirmar que nos próximos dias, nessa cantina, a tendência é que sejam vendidos diariamente 39 copos de suco de laranja, aproximadamente.

Em sua opinião, por que é importante para o proprietário da cantina ter uma previsão de venda de suco de laranja nos próximos dias? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que o proprietário da cantina precisa se planejar para saber, por exemplo, quantas laranjas deverá comprar para não desperdiçar ou não faltarem frutas para preparar o suco.

BNCC em foco

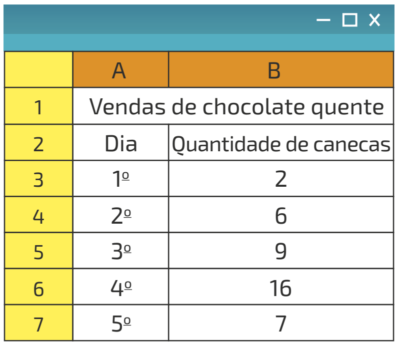
- A partir do trabalho com o tópico **Média aritmética** e no decorrer das atividades, os alunos serão levados a compreender, em contextos significativos, o conceito de média aritmética como indicador de tendência de uma pesquisa, calculando seu valor e relacionando de maneira intuitiva com a amplitude do conjunto de dados, a fim de contemplar a habilidade **EF07MA35** da BNCC.

- Explique aos alunos que as planilhas eletrônicas são programas de computador que têm como função principal organizar e apresentar informações, oferecendo recursos avançados de cálculo e construção de gráficos e tabelas. Se for possível, leve-os ao laboratório de informática e utilize uma planilha eletrônica para calcular o valor máximo, mínimo e a média aritmética de um conjunto de dados, conforme orientações indicadas na página **266** da seção **Explorando tecnologias**.
- A fim de complementar o tópico **Média aritmética**, explique aos alunos que média aritmética é uma medida de tendência central utilizada com a finalidade de obter um valor que representa ou caracteriza um conjunto de dados.

BNCC em foco

- Aproveite o tema da atividade **5**, da página anterior, sobretudo o item **d**, para contemplar o tema contemporâneo **Educação para o consumo**, conversando com os alunos sobre o desperdício de alimentos. Além de ser uma causa necessária no mundo em que ainda há milhões de pessoas que passam fome, o desperdício afeta o meio ambiente uma vez que impacta significativamente os recursos naturais necessários à produção dos alimentos. Reforce que há ações cotidianas que podem ajudar a evitar o desperdício, como congelar alimentos, aproveitar cascas para sucos e sopas, não comprar alimentos perecíveis em grandes quantidades, entre outras.

Observe agora as anotações referentes à venda diária de chocolate quente nessa mesma cantina.



	A	B
1	Vendas de chocolate quente	
2	Dia	Quantidade de canecas
3	1º	2
4	2º	6
5	3º	9
6	4º	16
7	5º	7

Kethy Mostachi

Observando as anotações verificamos que em alguns dias poucas unidades foram vendidas ao comparar com outros dias. Calculando a média aritmética e a amplitude desse conjunto de dados, temos:

- média: $\frac{2+6+9+16+7}{5}=\frac{40}{5}=8$
- amplitude: $16-2=14$

A média foi 8 canecas de chocolate quente por dia e a amplitude dos dados foi 14.

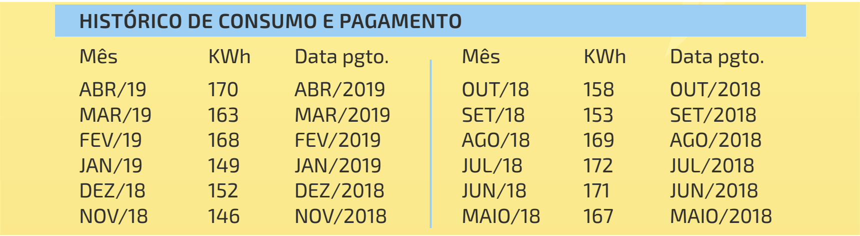
Ao comparar a média e a amplitude dos dados, verificamos que a amplitude é grande quando comparada à média. Sendo assim, concluímos que não é possível obter uma previsão de quantas canecas de chocolate quente serão vendidas diariamente nos próximos dias.

Em sua opinião, quais fatores podem influenciar nas vendas de chocolate quente em uma cantina? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que um dos fatores é o tempo, pois em dias frios procuramos consumir alimentos e bebidas quentes.

Atividades

Anote no caderno

6. Veja abaixo parte de uma fatura que apresenta o consumo de energia elétrica, em quilowatts-hora (kWh), dos últimos 12 meses em determinada residência.



HISTÓRICO DE CONSUMO E PAGAMENTO

Mês	KWh	Data pgto.	Mês	KWh	Data pgto.
ABR/19	170	ABR/2019	OUT/18	158	OUT/2018
MAR/19	163	MAR/2019	SET/18	153	SET/2018
FEV/19	168	FEV/2019	AGO/18	169	AGO/2018
JAN/19	149	JAN/2019	JUL/18	172	JUL/2018
DEZ/18	152	DEZ/2018	JUN/18	171	JUN/2018
NOV/18	146	NOV/2018	MAIO/18	167	MAIO/2018

Cynthia Sekiguchi

a) Quais meses apresentaram consumo superior ao de abril de 2019? junho e julho de 2018

b) Calcule a média aritmética do consumo de energia elétrica, em quilowatts-hora (kWh) da residência no período de maio de 2018 a abril de 2019. 161,5 kWh

c) Em algum desses meses o consumo de energia elétrica foi igual à média aritmética? não

d) De acordo com os dados apresentados, calcule a amplitude do consumo de energia elétrica nessa residência. 26 kWh

e) Qual é a tendência de consumo de energia elétrica, em quilowatts-hora (kWh), nessa residência nos próximos meses? 161,5 kWh

- Na resolução da atividade **6**, verifique se os alunos perceberam que a média aritmética não é necessariamente um valor pertencente ao conjunto de dados. Apresente a eles os exemplos a seguir, em que, no 1º, a média aritmética pertence ao conjunto de dados e, no 2º, não.
  - 1º exemplo
    Conjunto de dados: 7, 16, 17, 19 e 21
    Média aritmética:

$$Ma=\frac{7+16+17+19+21}{5}=$$
$$=\frac{80}{5}=16$$

  - 2º exemplo
    Conjunto de dados: 9, 14, 15, 22 e 25
    Média aritmética:

$$Ma=\frac{9+14+15+22+25}{5}=$$
$$=\frac{85}{5}=17$$

7. Veja a seguir o preço do litro da gasolina comum nos postos de combustíveis de dois municípios.

Posto	A	B	C	D	E
Município I	R$ 4,55	R$ 4,59	R$ 4,52	R$ 4,49	R$ 4,65

Posto	F	G	H	I	J	K	L
Município II	R$ 4,28	R$ 4,34	R$ 4,29	R$ 4,14	R$ 4,32	R$ 4,23	R$ 4,36

a) Qual o maior preço do litro da gasolina no município **I**? E no município **II**?
R$ 4,65; R$ 4,36

b) Calcule o preço médio da gasolina em cada município.
município I: R$ 4,56; município II: R$ 4,28

c) Qual município apresenta a menor média no preço do litro da gasolina?
município II

8. Durante alguns dias, Pedro anotou quantos minutos levou para percorrer, de bicicleta, o trajeto de casa até o trabalho.

Dia	Medida do tempo (em minutos)
1º	26
2º	25
3º	24
4º	24
5º	26

a) Calcule a média aritmética e a amplitude dos dados apresentados.
média aritmética: 25 minutos; amplitude: 2 minutos

b) De acordo com os cálculos realizados no item **a**, em quantos minutos, aproximadamente, Pedro fará o trajeto com sua bicicleta de casa até o trabalho nos próximos dias? Justifique. 25 minutos; Como a média aritmética é 25 minutos e a amplitude de 2 minutos é relativamente pequena, é provável que Pedro percorra o trajeto nos próximos dias em aproximadamente 25 minutos.

9. A professora Carmem anotou quantas horas um de seus alunos disse estudar em casa durante algumas semanas.

Semana	Horas de estudo
1ª	3 horas
2ª	20 horas
3ª	12 horas
4ª	15 horas
5ª	5 horas

a) Qual é a média e a amplitude desses dados?
média: 11 horas; amplitude: 17 horas

b) Com as informações apresentadas, podemos obter uma previsão da quantidade de horas de estudo desse aluno na semana seguinte? Justifique.
Não, pois a amplitude da quantidade de horas de estudo desse aluno nessas semanas é grande quando comparada à média.

- Ao abordar a atividade **7**, questione se os alunos acham que as médias dos valores referentes ao preço da gasolina no município **I** e no município **II** representam esses conjuntos de dados. Peça que calculem também a média do preço da gasolina entre os dois municípios e verifiquem se ela representa todo o conjunto de dados.

BNCC em foco

- Tendo em vista que a atividade **8** coloca em evidência uma prática de atividade física, relacione-a ao tema contemporâneo **Saúde** e valorize a atitude do personagem, que optou pela bicicleta para se locomover até o trabalho. Ressalte que, além de ser uma maneira de poupar recursos, a opção pela bicicleta é um excelente exercício físico, que além de melhorar a saúde, ainda auxilia na disposição e no humor.

- No trabalho com a atividade **9**, questione os alunos sobre quanto tempo eles reservam aos estudos diariamente. Ressalte a importância de criar uma rotina de estudo e de não estudar motivados somente por uma prova, mas sim pelo entendimento e compreensão do conteúdo.

Pesquisa

Podemos aplicar uma pesquisa estatística para conhecer as características de uma determinada população, como idade, quantidade de homens e mulheres, entre outras informações. Também podemos pesquisar as preferências de certa população, por exemplo, a fruta que mais consomem ou a disciplina escolar de que mais gostam.

Uma pesquisa estatística inicia com o seu planejamento. Para isso, é importante definir nessa etapa se a pesquisa será realizada com toda a população, chamada da **pesquisa censitária**, ou com apenas parte dela, chamada **pesquisa amostral**.

Veja algumas etapas para realizar uma pesquisa

Planejamento

- Escolher o tema a ser pesquisado.
- Construir o questionário de pesquisa.
- Estabelecer quem serão os entrevistados, ou seja, o público-alvo, por exemplo, pessoas de determinada faixa etária ou grupo.
- Determinar a quantidade de pessoas que serão entrevistadas.
- Determinar outros aspectos, como o local em que as entrevistas ocorrerão.

Coleta e organização

- Durante a coleta dos dados o questionário é aplicado ao público-alvo.
- Após a coleta, os dados devem ser organizados utilizando recursos como tabelas e gráficos.

Ilustrações: Carmen Martinez

Atividades

Anote no caderno

10. Renata e três colegas decidiram planejar uma pesquisa a respeito da qualidade do transporte público coletivo na cidade em que moram. Para isso, construíram o questionário de pesquisa a seguir.

Perguntas ao entrevistado:

1. Qual a sua idade?

2. Quantos dias por semana você utiliza o transporte público coletivo?

3. Você considera o transporte público coletivo **ótimo**, **bom**, **regular** ou **ruim**?

BNCC em foco

- O trabalho com o tópico **Pesquisa** e as atividades propostas apresentam todo o processo envolvido em uma pesquisa, abordando temas relacionados à realidade social dos alunos. Assim, espera-se que estejam aptos a planejar e realizar pesquisa, identificando a necessidade de ser censitária ou amostral, e principalmente interpretar os dados a fim de comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o auxílio de planilhas eletrônicas, de modo a contemplar a habilidade **EF07MA36** da BNCC.

- Ao trabalhar com o tópico desenvolvido nessa e na próxima página, peça que os alunos procurem pesquisas apresentadas em jornais, revistas e internet e as classifiquem em censitária ou amostral, a fim de propiciar melhor compreensão do conteúdo.

Considere, por exemplo, uma pesquisa na qual todos os alunos de certa escola serão questionados a respeito da cor usada para pintar os muros da escola. Nesse caso é possível entrevistar todos os alunos, realizando assim uma pesquisa censitária. Caso alguns fatores, como quantidade de entrevistadores e tempo, impeçam que todos os alunos sejam entrevistados, será preciso realizar uma pesquisa amostral, entrevistando parte deles, de maneira que se obtenha uma previsão da cor preferida dos alunos da escola.

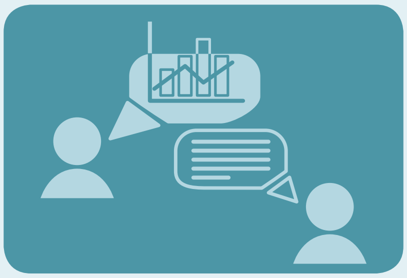
Você já planejou e realizou uma pesquisa? Você já foi entrevistado em uma pesquisa? Conte para os colegas como isso ocorreu. Resposta pessoal.

Interpretação

- Após a organização, os dados devem ser interpretados.
- Nessa etapa, em algumas situações, é possível fazer previsões de tendência.

Divulgação

- Na etapa de divulgação, os resultados são comunicados aos interessados por meio de recursos como relatórios, gráficos, tabelas, cartazes, *sites*, entre outros.



Ilustrações: Carmen Martinez

Na seção **Explorando tecnologias**, na página **265**, veja como construir gráficos utilizando a planilha eletrônica.

Junte-se a três colegas e simulem o planejamento e a realização dessa pesquisa na cidade em que moram. Considerando o tema e o questionário de pesquisa apresentados, terminem a etapa de planejamento. Depois, respondam:

a) Poderão ser entrevistadas pessoas de qualquer idade? Por quê?
Possível resposta: não, porque crianças pequenas não saberiam opinar.

b) Em quais horários as entrevistas poderão ser realizadas? Por quê?
Possível resposta: no final da tarde, porque é o horário em que as pessoas estão voltando para casa após o trabalho ou após as aulas.

c) Em quais locais as entrevistas poderão ser feitas?
Possível resposta: nas proximidades dos pontos de ônibus.

d) Quantos serão os entrevistadores dessa pesquisa?
Resposta pessoal.

e) Todas as pessoas da cidade serão entrevistadas? Por quê?
Possível resposta: não, porque seria muito trabalhoso entrevistar todas as pessoas.

f) A pesquisa será censitária ou amostral?
amostral

g) Quantas pessoas serão entrevistadas?
Resposta pessoal.

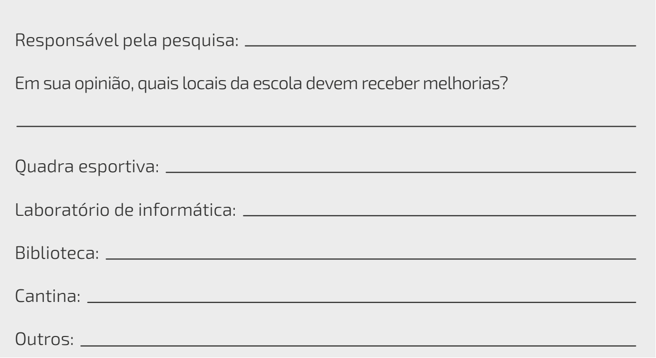
- Após abordar as explicações teóricas dessa página, avalie a possibilidade de levar os alunos ao laboratório de informática para que possam construir gráficos utilizando uma planilha eletrônica a partir das orientações disponíveis na seção **Explorando tecnologias** da página **265**. Esse recurso poderá ser utilizado para comunicar informações obtidas nas pesquisas em momentos que considerar relevante.

BNCC em foco

- O trabalho desenvolvido com o tópico **Pesquisa** permitirá que os alunos realizem observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos em diversos contextos, a fim de que possam organizar, representar e comunicar informações para interpretá-las e avaliá-las de maneira crítica e ética, com base em argumentos convincentes, de modo a contemplar a **Competência específica de Matemática 4**.
- O tópico que explica aos alunos o que é e do que se trata uma pesquisa contempla a **Competência geral 7**, tendo em vista que mostra aos alunos como realizar e interpretar uma pesquisa, desenvolvendo suas capacidades de argumentação com base em informações confiáveis, extraídas diretamente das fontes, e colocando-os em contato com a importância de uma metodologia de trabalho e um comprometimento com os fatos e com a divulgação da veracidade obtida.
- A realização de uma pesquisa incentiva os alunos a interagirem com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento para responder a questionamentos. Desse modo, esperamos que consigam identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, o que contempla a **Competência específica de Matemática 8**.

- Ao abordar a atividade **11**, verifique se os alunos perceberam que a pesquisa realizada foi censitária. No item **d**, oriente os alunos a organizarem o relatório para a divulgação da pesquisa. Leve-os a perceber que já possuem os elementos necessários para isso.
- Na atividade **12**, auxilie os alunos na escolha do tema da pesquisa. Verifique a possibilidade de realizarem uma pesquisa amostral na escola ou com moradores do bairro em que esta se encontra. Veja se é possível expor, em algum mural na escola, os relatórios contendo a divulgação dos resultados da pesquisa. Caso a pesquisa tenha sido realizada com os moradores do bairro, convide-os a analisar os resultados, propiciando interação entre a comunidade e os alunos. Se for o caso, esse convite deverá ser feito no ato da coleta dos dados decidido no planejamento da pesquisa.
- O trabalho com as atividades dessa página possibilita utilizar a planilha eletrônica para a construção de gráficos conforme as orientações ao professor sugeridas na página anterior referentes à seção **Explorando tecnologias**.

11. Os alunos do 7º ano **A** se reuniram para realizar uma pesquisa. Para isso, inicialmente definiram que o tema seria "Quais locais da escola devem receber melhorias?". Depois, elaboraram o seguinte questionário de pesquisa.



Responsável pela pesquisa: ____________________

Em sua opinião, quais locais da escola devem receber melhorias?

____

Quadra esportiva: ____________________

Laboratório de informática: ____________________

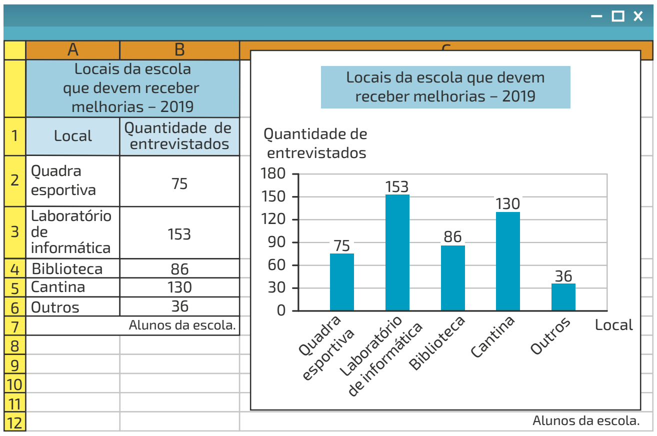
Biblioteca: ____________________

Cantina: ____________________

Outros: ____________________

Rafael L. Gaion

Esse questionário foi aplicado na entrevista a todos os alunos da escola. Veja os dados dessa pesquisa organizados em uma tabela e em um gráfico.



	A	B
	Locais da escola que devem receber melhorias – 2019	
1	Local	Quantidade de entrevistados
2	Quadra esportiva	75
3	Laboratório de informática	153
4	Biblioteca	86
5	Cantina	130
6	Outros	36
7		Alunos da escola.
8		
9		
10		
11		
12		

Keithy Mostachi

11. c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que o objetivo da pesquisa era saber quais locais da escola deveriam receber melhorias, e para isso foram entrevistados os alunos da escola. De acordo com os dados coletados e organizados no gráfico, concluiu-se que o principal local a receber melhorias na opinião dos alunos é o laboratório de informática.

a) Qual foi o tema escolhido pelos alunos do 7º ano **A** na pesquisa? E qual foi o público-alvo? Quais locais da escola devem receber melhorias?; os alunos da escola

b) Qual foi o local mais votado pelos alunos da escola? laboratório de informática

c) Escreva suas conclusões em relação aos resultados da pesquisa. Resposta pessoal.

d) Escreva um relatório para divulgar a pesquisa, apresentando nele o tema, a tabela, o gráfico e as suas conclusões a respeito da pesquisa. Resposta pessoal.

12. Junte-se a alguns colegas para planejar e realizar uma pesquisa com a orientação do professor. Lembrem-se de cada uma das etapas da pesquisa: planejamento, coleta e organização dos dados, interpretação dos dados e divulgação dos resultados. Utilizem gráficos e tabelas para organizar os dados e ao final escrevam um relatório para divulgar a pesquisa, apresentando nele o tema, as tabelas e gráficos e as conclusões a respeito da pesquisa. Resposta pessoal.

Probabilidade

Mateus está realizando o seguinte experimento: lançar uma moeda várias vezes e anotar os resultados obtidos.

Os possíveis resultados desse experimento são **cara** ou **coroa**. Ambos têm as mesmas chances de ocorrer, ou seja, são igualmente prováveis. O conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento é chamado **espaço amostral**.

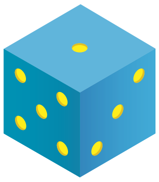
Rafael Lam

Cara.

Coroa.

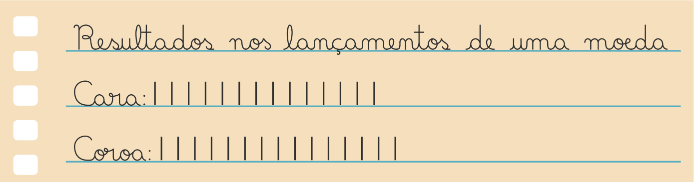
Reprodução/Casa da Moeda do Brasil/Ministério da Fazenda

Considerando a quantidade de pontos da face voltada para cima no lançamento de um dado, qual é o espaço amostral, ou seja, quais são os possíveis resultados ao lançar um dado de seis faces? 1 ponto, 2 pontos, 3 pontos, 4 pontos, 5 pontos e 6 pontos.



Sergio L. Filho

Para cada lançamento, Mateus fez um tracinho indicando se o resultado foi cara ou coroa. Veja as suas anotações.



Resultados nos lançamentos de uma moeda

Cara: ||||||||||||||

Coroa: |||||||||||||||

Note que a quantidade de resultados cara é próxima à metade dos lançamentos, assim como ocorre com os resultados coroa.

Ao todo, quantos foram os lançamentos de Mateus? 29

Como já vimos, nesses lançamentos existem dois possíveis resultados, cara ou coroa, ambos com as mesmas chances de ocorrer. Assim, quanto mais lançamentos houver, mais a quantidade de resultados cara vai se aproximar da metade deles. O mesmo ocorrerá com a quantidade de resultados coroa.

Para calcular, por exemplo, a probabilidade de ocorrer o evento "obter cara no lançamento de uma moeda", consideramos 1 chance em 2, ou seja, $\frac{1}{2}$, pois temos uma cara em dois possíveis resultados no lançamento.

Algumas vezes, indicamos a probabilidade de ocorrer um evento na forma de porcentagem. Nesse caso:

$$\frac{1}{2} = 0{,}50 = \frac{50}{100} = 50\%$$

Portanto, a probabilidade de obter cara no lançamento de uma moeda é de $\frac{1}{2}$ ou 50%.

BNCC em foco

- No decorrer do tópico **Probabilidade**, os alunos serão capacitados a planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações, a fim de efetuar cálculo da probabilidade e realizar estimativas por meio de frequência de ocorrências, contemplando, assim, a habilidade **EF07MA34** da BNCC.

- Após trabalhar com o cálculo de probabilidade, volte na questão das explicações teóricas apresentada nessa página e peça que os alunos, com o auxílio de uma calculadora, calculem a porcentagem dos resultados cara ou coroa, em relação ao total de lançamentos, no experimento realizado por Mateus, a fim de verificarem que ambos os resultados se aproximam de 50%.

- Complemente a questão das explicações teóricas apresentada nessa página propondo aos alunos a **Atividade complementar** seguinte.

Atividade complementar

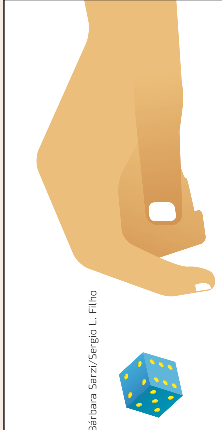
- No lançamento de um dado de 6 faces, qual a probabilidade de obter um:
  - número primo?

    R $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$
  - número par e primo?

    R $\frac{1}{6} \simeq 16,67\%$
  - número ímpar e primo?

    R $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \simeq 33,3\%$

- Na atividade **14**, ao abordar o item **b**, peça que os alunos calculem a probabilidade da bolinha roxa ser sorteada, isto é, 30%. No item **c**, peça que calculem a probabilidade de ser sorteada uma bolinha:
  - vermelha (15%)
  - rosa (15%)
  - verde (15%)
  - azul (25%)
  - roxa (30%)


Bárbara Sarzi/Sergio L. Filho

Agora, veja como calcular a probabilidade de obtermos mais de 4 pontos na face voltada para cima no lançamento de um dado de seis faces.

Nesse caso, como o dado tem seis faces, temos seis possíveis resultados, e seu espaço amostral é: 1 ponto, 2 pontos, 3 pontos, 4 pontos, 5 pontos e 6 pontos.

Como cada um desses resultados tem a mesma chance de ocorrer e em apenas dois deles temos mais de 4 pontos, há 2 chances em 6 de ocorrer mais de 4 pontos, ou seja, $\frac{2}{6}$.

$$\frac{2}{6} \simeq 0,333 = \frac{33,3}{100} = 33,3\%$$

Portanto, a probabilidade de obtermos mais de 4 pontos no lançamento de um dado de seis faces é de $\frac{2}{6}$ ou, aproximadamente, 33,3%.

No lançamento de um dado de seis faces, qual a probabilidade de obtermos mais de 2 pontos na face voltada para cima? $\frac{4}{6}$ ou, aproximadamente, 66,6%

> Os experimentos apresentados são exemplos de experimentos aleatórios, pois, mesmo repetindo-os várias vezes sob as mesmas condições, não poderemos prever o resultado, ou seja, o resultado é imprevisível. Por exemplo, ao lançar uma moeda, sabemos quais são os possíveis resultados (cara ou coroa), porém não sabemos qual será o resultado obtido nesse lançamento.

Atividades

Anote no caderno

13. A roleta ao lado tem 5 partes iguais que se diferenciam apenas pela cor.


Rafael L. Gaion

a) Qual a probabilidade de obter a cor vermelha ao girar a roleta? $\frac{1}{5}$ ou, aproximadamente, 20%

b) Todas as cores têm a mesma chance de ocorrer? sim

c) A afirmação a seguir é verdadeira? Justifique.

> Se girarmos essa roleta 1 000 vezes, obteremos a cor azul em aproximadamente 200 rodadas.

13. c) sim; Espera-se que os alunos concluam que a probabilidade de obter a cor azul ao girar a roleta é de $\frac{1}{5}$ ou 20%, e 20% de 1 000 é igual a 200.

14. Em uma urna foram colocadas 20 bolinhas iguais que se diferenciam apenas pela cor: 3 vermelhas, 3 rosas, 3 verdes, 5 azuis, 6 roxas.

a) Ao sortearmos uma bolinha dessa urna, quais serão as possíveis cores de bolinhas? vermelha, rosa, verde, azul e roxa

b) Qual é a cor de bolinha em maior quantidade nessa urna? Essa cor tem a maior chance de ser sorteada? roxa; sim

c) Todas as cores de bolinhas têm a mesma chance de serem sorteadas? Nesse caso, os possíveis resultados são igualmente prováveis? não; não

d) Quais cores de bolinhas têm a mesma chance de serem sorteadas? Justifique. Vermelha, rosa e verde, pois há três bolinhas de cada uma dessas cores na urna.

15. Junte-se a quatro colegas e façam o seguinte experimento: cada um de vocês deverá lançar uma moeda 20 vezes e anotar no caderno os resultados obtidos. Depois, adicionem os resultados cara e os resultados coroa.

a) Quantos foram os lançamentos do grupo? 100 lançamentos

b) Quantos resultados foram cara? E quantos foram coroa? Resposta pessoal.

c) Se realizarmos 1 000 lançamentos dessa moeda, quantos resultados cara espera-se obter? E quantos resultados coroa espera-se obter? Espera-se que os alunos respondam obter um número próximo a 500 tanto para os resultados cara quanto para coroa.

16. De acordo com a atividade **15** e com o mesmo grupo formado, realizem um experimento aleatório lançando um dado de seis faces no máximo 200 vezes. Depois, anotem os resultados obtidos e respondam às questões, adequando a primeira pergunta dos itens **b** e **c** para 2 pontos, e a segunda, para 5 pontos. Resposta pessoal.

> Na seção **Explorando tecnologias**, na página **267**, veja como utilizar a planilha eletrônica para sortear números aleatoriamente.

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo?
gráficos e tabelas, média aritmética, pesquisas e probabilidade

2. Qual a vantagem em utilizar gráficos ou tabelas para representar informações? Espera-se que os alunos respondam que utilizando gráficos e tabelas é possível apresentar informações de maneira resumida e organizada, além de viabilizar a comparação e a evolução dos dados.

3. Além das situações apresentadas neste capítulo, onde é possível observar gráficos e tabelas? Resposta pessoal.

4. Leia a informação abaixo.

> Em Jogos Olímpicos de Verão até 2016, o Brasil conquistou 128 medalhas, sendo 30 de ouro, 36 de prata e 62 de bronze.

Qual tipo de gráfico você utilizaria para representar essa informação?
Resposta pessoal. Espera-seque os alunos respondam gráfico de barras ou de setores.

5. A afirmação a seguir é verdadeira? sim

> Se a amplitude de um conjunto de dados é pequena quando comparada à média, dizemos que a média representa a tendência desse conjunto de dados.

6. Quais são as etapas de uma pesquisa?
planejamento, coleta e organização dos dados, interpretação dos dados e divulgação dos resultados

7. No lançamento de um dado de seis faces numeradas de 1 a 6, qual a probabilidade de obtermos menos de 7 pontos? $\frac{6}{6}$ ou 100%

- Para a resolução da atividade **15**, leve algumas moedas para a sala de aula, caso os alunos não as tenham. Ao abordar o item **c**, auxilie-os a analisar o experimento realizado, a fim de que sejam capazes de estimar a quantidade de resultados cara e coroa.
- Oriente os alunos no planejamento da atividade **16**. Leve dados para a sala de aula, caso os alunos não os tenham. No item **b**, oriente-os a perguntar quantos resultados corresponderam a 2 pontos e quantos corresponderam a 5 pontos. No item **c**, peça que suponham, por exemplo, 600 ou 2 000 lançamentos.
- Na seção **Explorando tecnologias**, na página **267**, apresentamos uma maneira de sortear números aleatoriamente utilizando uma planilha eletrônica. Verifique se é possível levar os alunos ao laboratório de informática e realizar a proposta das atividades dessa seção.

Avaliação

- Aproveite as questões apresentadas na seção **Explorando o que estudei** para avaliar o conhecimento dos alunos com relação aos conteúdos abordados no capítulo. Peça a eles que respondam individualmente às perguntas em uma folha separada e, em seguida, troquem com um colega para que avaliem as respostas.

Ao final, é importante discutir algumas questões e verificar se os alunos estão diferenciando os tipos de gráficos e a finalidade de cada um deles, se estão reconhecendo as etapas de realização de uma pesquisa, conseguindo relacionar a média aritmética e a amplitude para analisar um conjunto de dados e escrever conclusões referentes a uma pesquisa.

Esse capítulo ampliará os conhecimentos dos alunos quanto aos números negativos, relacionando-os com medidas de temperatura e altitude e saldo bancário. Serão abordados também o conceito de reta numérica, evidenciando o módulo e o oposto de um número, e a comparação e o ordenamento de números positivos e negativos.

As atividades levarão os alunos a resolver e a elaborar problemas inseridos em diversos contextos, trabalhando as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação, bem como as propriedades da adição e da multiplicação. Além disso, será abordada a potenciação de base ou expoente negativo e suas propriedades.

- As páginas de abertura possibilitam abordar o conceito de números positivos e negativos de maneira intuitiva, ao tratar das medidas de temperatura média da Antártica. A abordagem do conteúdo com base no contexto apresentado e nas questões propostas incentiva os alunos a observarem como representar medidas de temperatura abaixo de zero grau Celsius. Uma sugestão de condução do trabalho é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas podem ser respondidas individualmente ou em grupos de dois ou três alunos. Ao final, é importante que as respostas sejam discutidas pela turma.

Capítulo 5

Números positivos e números negativos

Extremamente fria e coberta de gelo, a Antártica (ou Antártida) quase não possui flora e somente algumas espécies conseguem sobreviver ali. Durante o rigoroso inverno antártico, o pinguim-imperador desloca-se até 100 km para o interior do continente, enfrentando temperaturas de medidas menores do que 50 graus abaixo de zero, a fim de procriar longe do litoral e dos seus predadores. Após pôr um ou dois ovos, a fêmea retorna ao mar em busca de alimento, enquanto o macho choca o filhote mantendo-o aquecido sob seus pés.

Veja as medidas de temperatura média no litoral e no interior do continente durante o verão e o inverno.

	Verão	Inverno
Interior	35 °C abaixo de zero	70 °C abaixo de zero
Litoral	0 °C	30 °C abaixo de zero

- Para complementar o assunto, questione os alunos sobre como eles imaginam que seja um lugar onde a medida da temperatura é tão baixa, como na Antártica. Pergunte qual foi a medida de temperatura mais baixa que eles já presenciaram ou sentiram e onde isso ocorreu. Verifique qual é a preferência da turma com relação ao clima: mais quente ou mais frio. Questione-os também sobre outras situações do dia a dia que se referem a números negativos. As respostas dadas permitirão observar o nível de compreensão dos significados e das ideias que envolvem esses números.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A Você tem o hábito de verificar a medida da temperatura ambiente em um termômetro? A partir de qual medida de temperatura, aproximadamente, você sente calor? E a partir de qual você sente frio?

B Como você faria para escrever as medidas de temperatura abaixo de zero apresentadas no texto?

C Pesquise outras espécies de animais adaptadas ao frio intenso, como os pinguins. Verifique se alguma delas pode ser encontrada no Brasil.


Klein & Hubert/Naturepl.com/Fotoarena

Medida da altura: cerca de 115 cm.

Filhotes de pinguins-imperadores, na Antártica, em 2015.

Pensando nisso...

A Resposta pessoal.

B Resposta pessoal.

C Resposta pessoal. Possíveis respostas: foca, elefante-marinho, leão-marinho, *krill*. Espera-se que os alunos respondam que essas espécies não estão adaptadas ao clima tropical, e portanto é raro encontrá-las no Brasil.

- Na questão **A**, considere variações na resposta, pois algumas pessoas podem sentir mais frio do que outras.
- Na questão **B**, verifique se os alunos conhecem ou já viram em outro lugar números negativos para indicar medidas de temperatura abaixo de zero. Se for possível, apresente alguns exemplos retirados de revistas ou jornais.

BNCC em foco

- Em todo o capítulo é contemplada a **Competência geral 2**, uma vez que as explicações teóricas e as atividades estimulam o desenvolvimento do pensamento crítico, científico e criativo, além de levar os alunos a exercitarem a curiosidade intelectual para a solução de problemas e proposição de ideias, apresentando abordagens atrativas e auxiliando-os na utilização de metodologias de investigação e elaboração de hipóteses.

Os números negativos

Em nosso dia a dia, nem sempre os números iguais ou maiores do que zero são suficientes para expressar algumas situações. Quando queremos indicar certas temperaturas, saldos bancários, altitudes, entre outros, pode ser necessária a utilização de números menores do que zero, chamados **números negativos**.

Há indícios de que os números negativos tenham sido citados pela primeira vez em um texto chinês chamado *Jiuzhang Suanshu* (Os nove capítulos sobre a Arte Matemática) e compilado por alguns autores entre o século 2 a.C. e o primeiro século d.C. Um manuscrito indiano chamado *Bakhshali*, antes do século 7 d.C., também apresenta números negativos. Contudo, acredita-se que o sinal “menos” para indicar um número negativo foi utilizado pela primeira vez por Johannes Widmann, em 1489.

Veja algumas situações em que os números negativos estão presentes.

Saldo bancário

Muitos bancos oferecem para seus clientes um serviço chamado limite de crédito. Nesse tipo de serviço o cliente pode, até certo limite, gastar mais dinheiro do que tem em sua conta bancária. Quando isso ocorre, a conta fica com o **saldo negativo** e o cliente passa a dever dinheiro ao banco. Quando o **saldo é positivo**, significa que o cliente tem dinheiro disponível no banco. A seguir está representado um exemplo de extrato bancário.

EXTRATO BANCÁRIO
CLIENTE: RENATO DOS SANTOS
08/06/2019 14:23:47

DATA	HISTÓRICO	SALDO (R$)
	SALDO ANTERIOR	− 300,00
	MAIO	
26/05	DEPÓSITO DINHEIRO	+ 860,00
	SALDO	+ 560,00
27/05	CHEQUE COMPENSADO	− 245,54
	SALDO	+ 314,46
30/05	PAGAMENTO FATURA	− 347,63
	SALDO	− 33,17
	JUNHO	
02/06	COMPRA CARTÃO	− 46,49
03/06	DEPÓSITO CHEQUE	+ 510,00
	SALDO	+ 430,34
07/06	CHEQUE COMPENSADO	− 502,50
	SALDO	− 72,16
	LIMITE DE CRÉDITO	+ 600,00
	LIVRE P/ MOVIMENTAÇÃO	+ 527,84
RESUMO		
SALDO ATUAL		− 72,16

Cynthia Sekiguchi

Nesse extrato bancário, com exceção dos saldos, as movimentações com o sinal + indicam que foi feito um **crédito**, isto é, houve uma entrada de dinheiro, e as movimentações com o sinal – indicam que foi feito um **débito**, isto é, houve uma retirada de dinheiro.

Objetivos do capítulo

- Identificar situações do cotidiano que envolvam números negativos.
- Utilizar os números positivos e negativos para representar saldo bancário, medidas de temperatura e medida de altitude.
- Representar os números positivos e os negativos na reta numérica.
- Determinar a medida da distância de um ponto à origem na reta numérica.
- Identificar números opostos ou simétricos.
- Comparar e ordenar números positivos e números negativos.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam adição, subtração, multiplicação e divisão com números positivos e números negativos.
- Aplicar as propriedades da adição e da multiplicação.
- Calcular potências com base negativa ou expoente negativo.
- Aplicar as propriedades da potenciação.

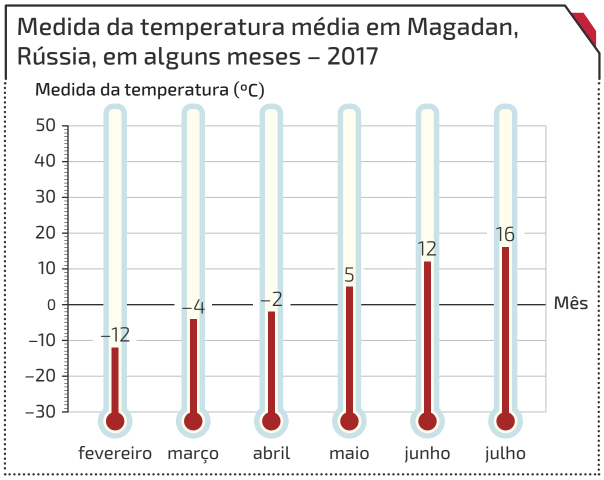
- Para trabalhar com o conteúdo da página 94, verifique a possibilidade de trazer para a sala de aula um extrato bancário anônimo para os alunos poderem observar como os números que representam os créditos e os débitos são apresentados.
- Explique aos alunos que o zero não é um número positivo nem negativo.
- Os dados apresentados no extrato bancário são fictícios.

BNCC em foco

- As atividades propostas e a teoria desenvolvida no decorrer desse capítulo possibilitarão aos alunos comparar e ordenar números inteiros associando-os a pontos na reta numérica e realizar operações de adição e subtração em diversos contextos. Dessa maneira, contribui-se para o desenvolvimento da habilidade EF07MA03.

Temperatura

Os números negativos também são úteis para representar medidas de temperatura. No Brasil, a escala usada para medi-las é a Celsius, representada por °C. Nessa escala, as temperaturas são medidas acima e abaixo de zero. Observe.



Medida da temperatura média em Magadan, Rússia, em alguns meses – 2017

World Weather Online. Disponível em: <www.worldweatheronline.com/lang/en-au/uptar-weather/magadan/ru.aspx>. Acesso em: 22 jun. 2018.

Podemos notar que, na escala Celsius, as medidas de temperatura média dos meses de fevereiro, março e abril foram negativas, enquanto em maio, junho e julho foram positivas.

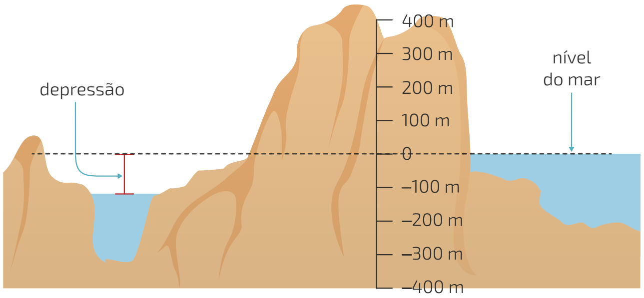
Qual é a medida da temperatura média hoje na cidade onde você mora?

Resposta pessoal.

Altitude

Quando dizemos que o pico da Neblina tem 2 995,3 m, nos referimos à medida da altitude desse pico, utilizando como referência o nível do mar. Nesse caso, como o pico está acima do nível do mar, a medida da altitude é representada por um **número positivo**. Quando nos referimos a um ponto abaixo do nível do mar, representamos a medida de sua altitude por um **número negativo**.

Veja no esquema como podemos representar tais medidas.



Ilustrações: Rafael L. Gaion

- Os **números positivos** são aqueles maiores do que zero e indicados com o sinal + ou simplesmente sem o sinal.

12   +453   +2,5 $\frac{2}{5}$

- Os **números negativos** são aqueles menores do que zero e indicados com o sinal –.

−3,6   −71,2 $-\frac{3}{4}$

- Em relação ao conteúdo proposto na página **95**, verifique a possibilidade de mostrar aos alunos um termômetro para que possam manuseá-lo e observar como as medidas de temperatura abaixo e acima de zero são registradas. Aproveite a oportunidade e explique que, além da escala Celsius, há também a escala Fahrenheit, utilizada em alguns países de língua inglesa, e a escala Kelvin, mais utilizada para fins científicos. Essas unidades de medida de temperatura serão retomadas no capítulo **7** desse volume.
- Ao trabalhar o uso dos números negativos no contexto das medidas de temperatura, retome o estudo das páginas **92** e **93**.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital desta coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **4**, **5** e **6** do 2º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

- Na atividade **2**, aproveite a oportunidade e diga aos alunos que o ponto mais profundo da Terra é a Fossa das Marianas, localizada no oceano Pacífico, a 10 924 m abaixo do nível do mar. Peça a eles que escrevam essa medida utilizando números negativos.
- Os dados apresentados no extrato bancário da atividade **3** são fictícios. Diga aos alunos que cheque compensado é o cheque que foi aceito pelo banco e terá o valor em dinheiro depositado na conta correspondente.

Atividades

Anote no caderno

1. Observe as informações apresentadas no mapa e responda às questões.

Medida da temperatura mínima registrada no mês de janeiro de 2018 em algumas cidades do continente americano

Edson Bellusci

GIRARDI, Gisele; ROSA, Jussara Vaz. **Atlas geográfico do estudante**. São Paulo: FTD, 2016.
World Weather Online. Disponível em: <www.worldweatheronline.com/dallas-weather-averages>. Acesso em: 22 jun. 2018.

a) Quais cidades apresentaram, na escala Celsius, medidas de temperatura negativa? Montreal, Quebec e Washington

b) Qual foi a menor medida de temperatura registrada entre as cidades apresentadas? Em qual cidade ocorreu? –15 °C; Quebec

c) Entre a cidade de Cuzco e a cidade Montreal, qual a apresentou menor medida de temperatura? Montreal

d) Entre as cidades da América do Norte, qual não teve, na escala Celsius, medida de temperatura negativa? Dallas

e) Alguma cidade da América Central ou do Sul apresentou, na escala Celsius, medida de temperatura negativa? não

2. Observe as informações sobre alguns pontos do planeta e escreva, utilizando números positivos e negativos, suas medidas de altitudes.

a) O mar Morto, localizado no Oriente Médio, está a 400 m abaixo do nível do mar. –400 m

b) O monte Aconcágua, localizado na cordilheira dos Andes, na Argentina, é o ponto mais alto do continente Americano, com 6 962 m acima do nível do mar. 6 962 m

c) A fossa de Porto Rico, localizada no oceano Atlântico, na região do Caribe, está a 8 648 m abaixo do nível do mar. –8 648 m

d) La Paz, na Bolívia, está localizada a 3 670 m acima do nível do mar. 3 670 m

3. A figura a seguir representa um extrato bancário da conta de Danieli.

EXTRATO BANCÁRIO
CLIENTE: DANIELI FERREIRA
15/09/2019 16:27:22

DATA	HISTÓRICO	SALDO (R$)
22/07	SALDO ANTERIOR	– 30,50
	AGOSTO	
05/08	DEPÓSITO CHEQUE	+ 560,00
07/08	COMPRA CARTÃO	– 60,39
10/08	SAQUE CAIXA ELETRÔNICO	– 45,00
	SALDO	+ 424,11
19/08	CHEQUE COMPENSADO	– 182,00
	SALDO	+ 242,11
	SETEMBRO	
04/09	COMPRA CARTÃO	– 69,00
08/09	SAQUE CAIXA ELETRÔNICO	– 30,00
	SALDO	+ 143,11

Cynthia Sekiguchi

a) Qual era o saldo da conta de Danieli ao final do dia 4 de setembro? R$ 173,11

b) Em qual dia indicado no extrato o saldo estava negativo? 22/07

c) Qual foi o maior valor creditado na conta e apresentado no extrato? E o maior valor debitado? R$ 560,00; R$ 182,00

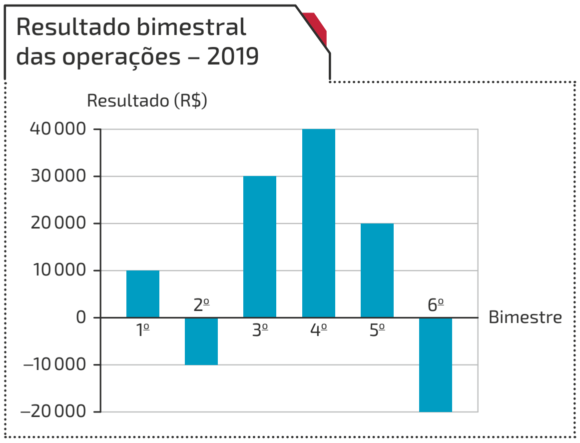
4. Uma pequena empresa divulgou o resultado bimestral de suas operações, ou seja, se teve lucro ou prejuízo, em cada bimestre de determinado ano.

a) Em quais bimestres a empresa teve lucro? E em quais teve prejuízo? 1º, 3º, 4º e 5º bimestres; 2º e 6º bimestres

b) O maior prejuízo ocorreu em qual bimestre? De quantos reais foi esse prejuízo? 6º bimestre; R$ 20 000,00

c) Em quais bimestres o lucro obtido esteve entre R$ 25 000,00 e R$ 42 000,00? 3º e 4º bimestres

Resultado bimestral das operações – 2019



Sergio L. Filho

Elaborado pelo autor com dados fictícios.

5. Associe cada uma das medidas de temperatura indicadas nas fichas a uma das informações apresentadas nos itens abaixo.

−20 °C   37 °C   0 °C   100 °C

a) Medida da temperatura normal do corpo humano. 37 °C

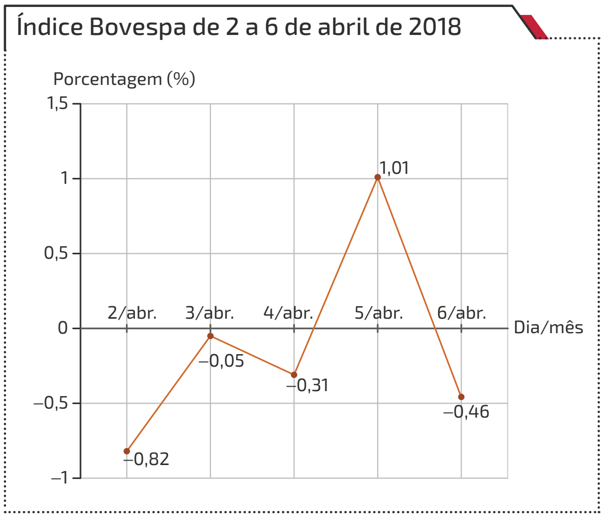
b) Medida da temperatura no interior de uma câmara frigorífica. −20 °C

c) Medida da temperatura de ebulição da água ao nível do mar. 100 °C

d) Medida da temperatura de congelamento da água ao nível do mar. 0 °C

6. Nas bolsas de valores são comercializadas ações de empresas. Os preços das ações sofrem variações, as quais são informadas pelas bolsas de valores por meio de índices. Observe o índice Bovespa (Ibovespa), que representa o desempenho das ações das principais empresas brasileiras no mês de abril de 2018. Em seguida, responda às questões.

Índice Bovespa de 2 a 6 de abril de 2018



Ronaldo Lucena

UOL Economia. Bovespa. **Cotações históricas**. Disponível em: <http://cotacoes.economia.uol.com.br/bolsas/cotacoes-historicas.html?indice=.BVSP&page=2&size=20>. Acesso em: 22 jun. 2018.

a) Em quais dias o Ibovespa ficou negativo? dias 2, 3, 4 e 6 de abril de 2018

b) Qual foi o menor valor do Ibovespa nesse período? Em que dia isso ocorreu? −0,82%; dia 2 de abril de 2018

c) Em que dia o Ibovespa esteve entre −0,10% e 0,20%? dia 3 de abril de 2018

- Na atividade **4**, os dados apresentados no gráfico são fictícios. Diga aos alunos que os lucros são representados por números positivos e os prejuízos por números negativos.
- No item **a** da atividade **5**, diga aos alunos que a medida da temperatura normal do corpo humano varia entre 36,5 °C e 37,5 °C.
- Na atividade **6**, explique que as ações correspondem a pequenas partes de uma empresa, ou seja, quando uma pessoa compra ações, ela torna-se, de certa maneira, sócia dessa empresa.

- As explicações teóricas dessa página permitem que os alunos identifiquem o ponto de origem (ponto de referência) e o sentido (positivo ou negativo) na reta numérica, além de reconhecerem que os números inteiros são obtidos pela junção dos números naturais com os números inteiros negativos.
- Leia o texto a seguir para os alunos e converse com eles a respeito do surgimento dos números inteiros. Possibilite aos alunos compreender que a Matemática, assim como os números inteiros, foram desenvolvidos a partir das necessidades do homem.

> Os primeiros números que os seres humanos usaram relacionavam-se diretamente a objetos do mundo real; eles eram os inteiros positivos. [...] Com o passar do tempo, desenvolvemos maneiras de quantificar uma ausência com números negativos, mostrar fragmentos ou porções que são menores do que um, e representar números tão grandes que eles sobrecarregam nossos sistemas normais para escrever números. [...]
>
> [...] inteiros positivos são chamados de números naturais. Os números naturais têm um *status* especial porque podem ser relacionados um a um com objetos indivisíveis no mundo real. [...]
>
> Os números negativos não se relacionam diretamente com o mundo físico porque não podemos contar um número negativo de objetos – não podemos ver "menos duas vacas", por exemplo. Mas quando aparecem os conceitos de propriedade, os números negativos tem um significado. Eles foram usados pela primeira vez para indicar um débito. [...]

ROONEY, Anne. **A História da Matemática**: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil. 2012. p. 30-31.

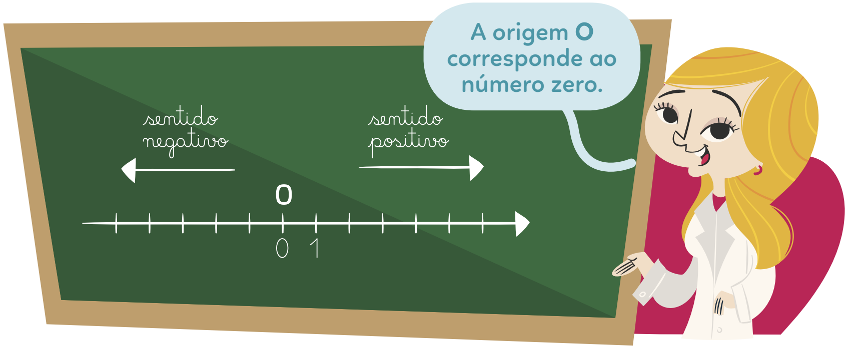
Reta numérica

Os números positivos e os números negativos podem ser representados em uma linha reta chamada **reta numérica**.

Veja como a professora construiu uma reta numérica e nela representou os números das fichas abaixo.

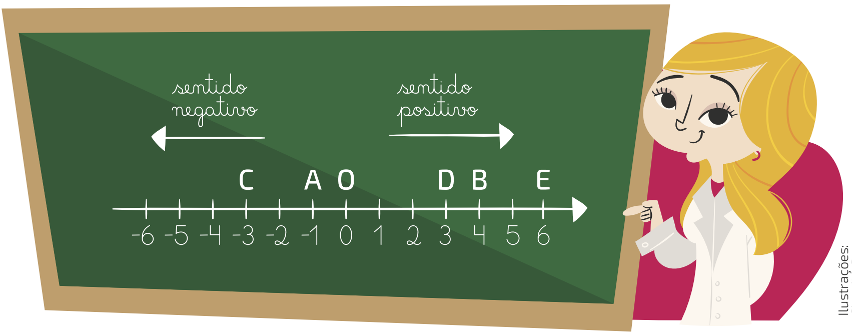
A: −1 B: 4 C: −3 D: 3 E: 6

Primeiro, ela traçou uma linha reta, destacou nela o ponto de origem **O** e marcou o sentido positivo e o sentido negativo. Depois, escolheu uma unidade medida de comprimento, destacando-a nos dois sentidos da reta.



Em seguida, ela registrou cada ponto destacado com um número positivo ou negativo. Por último, marcou os números das fichas indicando-os com as letras correspondentes.

Na reta podemos notar, por exemplo, que −5 é **sucessor** de −6 ou que −6 é **antecessor** de −5.



Ilustrações: Claudia Souza

Nessa reta estão representados números naturais e números inteiros negativos.

- Números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ...
- Números inteiros negativos: ... −6, −5, −4, −3, −2, −1

Ao reunirmos os números naturais com os números inteiros negativos obtemos os **números inteiros**.

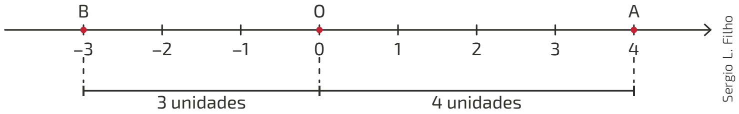
- Números inteiros: ... −6, −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Cada número destacado na reta numérica é chamado **abscissa** do ponto. O ponto **A**, por exemplo, tem abscissa −1.

Os números naturais também podem ser indicados por 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6...

Distância de um ponto na reta numérica à origem

Observe os pontos **A** e **B** indicados na reta numérica a seguir e a medida da distância de cada um deles até a origem.



Sergio L. Filho

Chamamos de **módulo** ou **valor absoluto** a medida da distância de um ponto na reta numérica até a origem **O**.

Assim, como na reta numérica acima a medida da distância do ponto **A** à origem **O** é 4 unidades, temos que o **módulo** de 4 é igual a 4. De maneira parecida, como a medida da distância do ponto **B** à origem **O** é 3 unidades, temos que o **módulo** de −3 é igual a 3.

O módulo de todo número diferente de zero é sempre um número positivo.

O módulo de zero é igual a zero.

Indicamos o módulo de um número por | |. Veja alguns exemplos.

- $|8| = 8$ (lê-se módulo de oito é igual a oito)
- $|-7| = 7$ (lê-se módulo de menos sete é igual a sete)

Explique, com suas palavras, por que o módulo de um número é sempre positivo. Resposta pessoal. Possível resposta: Porque o módulo de um número representa a medida da distância de um ponto da reta até a origem.

Números opostos ou simétricos

Na reta numérica acima, podemos notar que os pontos −3 e 3 estão a uma mesma medida de distância da origem, porém, um à esquerda e outro à direita. Nesse caso, dizemos que os números 3 e −3 são números **opostos** ou **simétricos**. Veja outros exemplos.

- −2,5 e 2,5

  2,5 é o simétrico de −2,5 e vice-versa: $+2{,}5 = -(-2{,}5)$

- $\frac{2}{3}$ e $-\frac{2}{3}$

  $-\frac{2}{3}$ é o simétrico de $\frac{2}{3}$ e vice-versa: $-\left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{2}{3}$

Qual é o simétrico do maior número natural de dois algarismos? −99

- As explicações teóricas dessa página objetivam apresentar aos alunos o módulo como a medida da distância de um ponto na reta numérica até a origem **O**; e números opostos ou simétricos como equidistantes da origem.

- Veja algumas possíveis questões que podem ser elaboradas pelos alunos na atividade **9**:
  - Quais capitais tiveram as medidas de temperatura mínima representadas por números opostos?
    R Brasília e Ottawa; Londres e Moscou
  - Qual foi a maior e a menor medida de temperatura média registrada?
    R maior: 20 °C; menor: −20 °C
  - Quantos graus a mais fez em Trípoli, na Líbia, do que em Pequim, na China?
    R 15 °C

Note que os números apresentados nos exemplos podem ser escritos na forma de fração. Chamamos esses números de **racionais.**

Veja outros exemplos de números racionais.

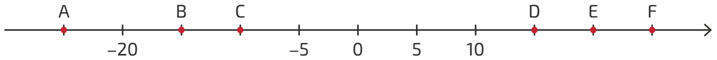
- $-4{,}17$
- $-\dfrac{12}{5}$
- 0
- $\dfrac{5}{13}$
- $0{,}\overline{58}$
- 5

Atividades

Anote no caderno

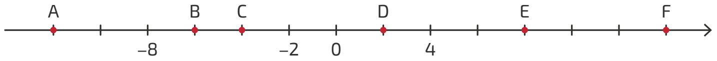
7. Em cada item, as medidas da distância entre dois pontos consecutivos são iguais. Determine a abscissa correspondente a cada letra.

I)



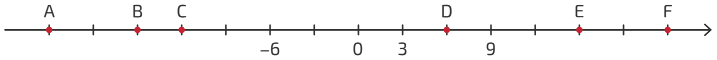
A: −25; B: −15; C: −10; D: 15; E: 20; F: 25

II)



A: −12; B: −6; C: −4; D: 2; E: 8; F: 14

III)



A: −21; B: −15; C: −12; D: 6; E: 15; F: 21

Ilustrações: Sergio L. Filho

8. Escreva o antecessor e o sucessor de cada número.

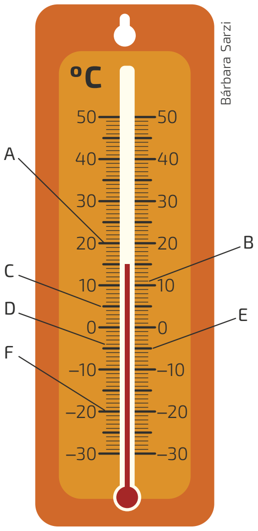
a) −13 −14 e −12
b) −8 −9 e −7
c) 128 127 e 129
d) −1 −2 e 0
e) 99 98 e 100
f) −20 −21 e −19
g) 1 0 e 2
h) 200 199 e 201

9. Observe as informações e escreva a medida da temperatura apresentada no termômetro correspondente a cada capital.

Medida da temperatura mínima nas capitais de alguns países no dia 31 de janeiro de 2018

Capital	País	Medida da temperatura mínima
Brasília	Brasil	A 20 °C
Trípoli	Líbia	B 11 °C
Londres	Inglaterra	C 5 °C
Pequim	China	D −4 °C
Moscou	Rússia	E −5 °C
Ottawa	Canadá	F −20 °C

World Weather Online. Disponível em: <www.worldweatheronline.com>. Acesso em: 18 ago. 2018.

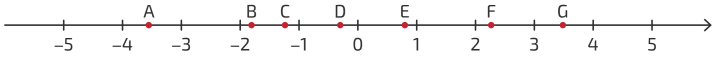


Bárbara Sarzi

Agora, elabore uma pergunta referente às informações e dê para um colega resolver. Ao final, confira a resposta do seu colega. Resposta pessoal.

10. Entre os números apresentados nas fichas, escreva o correspondente a cada letra na reta numérica.

–3,56 | 2,27 | –1,24 | 0,8 | –0,3 | 3,49 | –1,81



Sergio L. Filho

A: –3,56; B: –1,81; C: –1,24; D: –0,3; E: 0,8; F: 2,27; G: 3,49

Agora, determine o número inteiro mais próximo de cada um dos números indicados nas fichas. A: –4; B: –2; C: –1; D: 0; E: 1; F: 2; G: 3

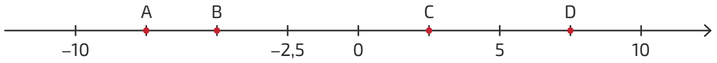
11. Observe os números.

13 | –9 | –19 | 21 | –14

a) Para cada número apresentado, determine o antecessor e o sucessor.
13: 12 e 14; –9: – 10 e –8; – 19: –20 e –18; 21: 20 e 22; –14: –15 e –13

b) Determine o simétrico de cada um desses números.
13: –13; –9: 9; –19: 19; 21: –21; –14: 14

12. Na reta numérica a seguir, as medidas da distância entre dois pontos consecutivos são iguais. Considerando os pontos indicados pelas letras, responda.



Sergio L. Filho

a) Qual é a abscissa de cada um dos pontos indicados? A: –7,5; B: –5; C: 2,5; D: 7,5

b) Qual é a medida da distância de cada um desses pontos até a origem?
A: 7,5; B: 5; C: 2,5; D: 7,5

c) Partindo da origem, quais dos pontos têm medida da distância inferior a 6 unidades? B e C

13. Determine os módulos.

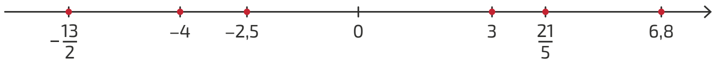
a) |–17| 17 **b)** |–4,9| 4,9 **c)** |3| 3 **d)** |–0,6| 0,6 **e)** |13,2| 13,2 **f)** |–8,5| 8,5

14. Escreva os pares de números que apresentam o mesmo módulo.
–2,8 e 2,8; 14 e –14

–8,2 | 5,1 | –2,8 | 7 | 14

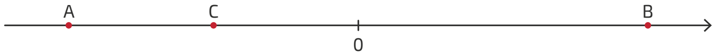
0,9 | –14 | 5 | –6,4 | 2,8

15. Determine o simétrico dos números representados na reta numérica.
A: $\frac{13}{2}$; B: 4; C: 2,5; D: –3; E: $-\frac{21}{5}$; F: –6,8



Sergio L. Filho

16. Na reta numérica a seguir, as abscissas dos pontos **A** e **B** são números opostos, e a medida da distância de **A** até **C** é a mesma de **C** à origem. Sabendo que a abscissa de **C** é –2,75, determine quais são as abscissas de **A** e **B**. A: –5,5; B: 5,5



Sergio L. Filho

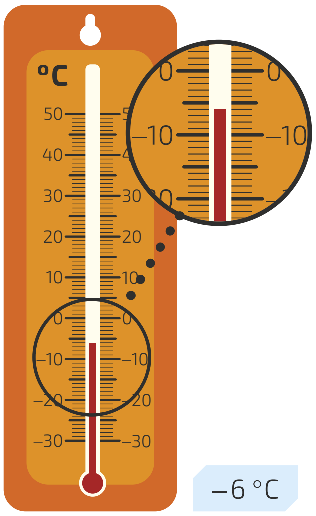
- Ao realizar a atividade **11**, certifique-se de que os alunos compreenderam que todo número inteiro possui antecessor e sucessor. Em seguida, faça-lhes a seguinte pergunta:
  - Qual o sucessor do número 0? E o antecessor?
    R 1; –1
- Após os alunos terem resolvido a atividade **12**, faça-lhes a seguinte pergunta:
  - Quais pontos dessa reta, indicados por letras, têm o mesmo módulo?
    R A e D

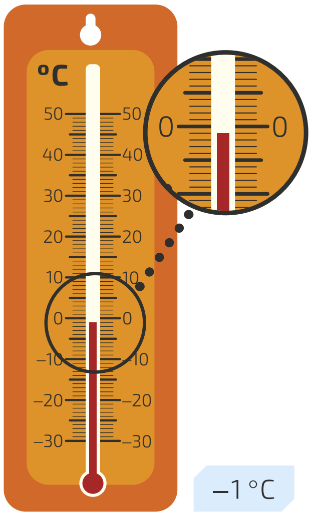
Relacionando saberes

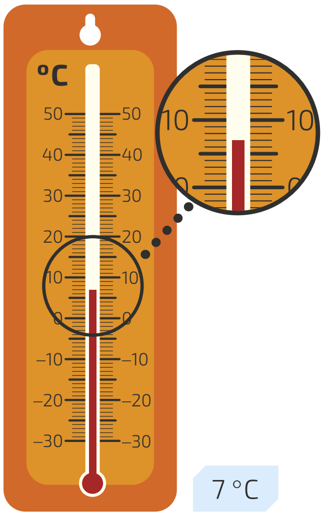
- Veja a possibilidade de levar para a sala de aula alguns termômetros para, juntamente com o professor do componente curricular **Ciências**, realizar alguns experimentos a fim de observar as diferentes medidas de temperatura em alguns objetos, como uma pedra de gelo, a água em diferentes medidas de temperatura, o interior de uma fruta, entre outros. No entanto, evite deixar os alunos manipularem objetos quentes ou frios demais sem o auxílio e a supervisão de um adulto.

Comparando números

Nos termômetros estão representadas as medidas da temperatura de três cidades em um mesmo momento.

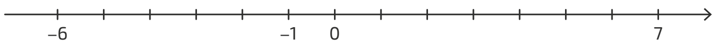






Ilustrações: Bárbara Sarzi

Observando os termômetros, podemos notar que −6 °C indica uma medida de temperatura mais baixa que −1 °C e 7 °C. Representando −6,−1, e 7 em uma reta numérica, temos:



Sergio L. Filho

Nessa reta, note que o número −6 está à esquerda de −1 e que o número −1 está à esquerda de 7. Assim, dizemos que −6 é menor do que −1 e que −1 é menor do que 7, isto é:

- $-6 < -1$ (lê-se menos seis é menor do que menos um)
- $-1 < 7$ (lê-se menos um é menor do que sete)

De maneira geral, quando comparamos:

- números negativos, o menor é aquele que fica mais distante da origem;
- um número negativo e um positivo, o menor é sempre o negativo;
- números positivos, o menor é aquele que fica mais próximo da origem.

Um número positivo é sempre maior do que zero e que um número negativo qualquer. Além disso, zero é maior do que qualquer número negativo.

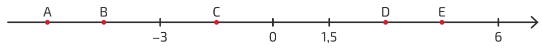
Escreva, em seu caderno, três números negativos e um positivo. Depois, peça a um colega que escreva esses números em ordem crescente. Resposta pessoal.

Possível resposta: $-375 < -25 < -5 < 39$.

Atividades

Anote no caderno

17. Observe a reta numérica e resolva.



Sergio L. Filho

a) Determine a abscissa de cada ponto representado por uma letra, sabendo que as marcações estão igualmente espaçadas. A: –6; B: –4,5; C: –1,5; D: 3; E: 4,5

b) Qual número é maior, a abscissa de:

- D ou E? E
- A ou C? C
- B ou D? D

18. Veja a seguir a medida da temperatura mínima registrada em uma cidade durante determinada semana e responda.

Dia da semana	Medida da temperatura mínima (°C)
Domingo	+1,8
Segunda-feira	–0,1
Terça-feira	+2,4
Quarta-feira	+1,3
Quinta-feira	–1,7
Sexta-feira	–2,2
Sábado	–3,5

a) Comparando-se os dias, a menor medida de temperatura foi registrada:

- no domingo ou na terça-feira? no domingo
- na quarta-feira ou na sexta-feira? na sexta-feira
- na quinta-feira ou no sábado? no sábado

b) Em quais dias da semana a medida de temperatura mínima foi maior do que –2 °C? domingo, segunda-feira, terça-feira, quarta-feira e quinta-feira

c) Em quais dias da semana a medida da temperatura mínima esteve entre –1 °C e 2 °C? domingo, segunda-feira e quarta-feira

19. Copie os itens, substituindo cada ■ pelo símbolo > ou <.

a) $2 \overset{>}{\blacksquare} 1{,}8$

b) $1 \overset{>}{\blacksquare} -3$

c) $-8{,}7 \overset{<}{\blacksquare} 0{,}4$

d) $-5{,}2 \overset{>}{\blacksquare} -6{,}9$

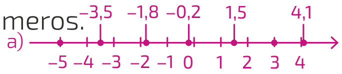
e) $7{,}3 \overset{<}{\blacksquare} 11{,}1$

f) $-9{,}5 \overset{<}{\blacksquare} -5{,}9$

g) $3{,}4 \overset{>}{\blacksquare} -25{,}8$

h) $-45{,}1 \overset{<}{\blacksquare} 8$

20. Observe os números.



–1,8 | 3 | –5 | 4,1

–0,2 | –3,5 | 1,5

a) Construa uma reta numérica e represente esses números.

b) Na reta numérica que você construiu, quais desses números estão:

- à esquerda de –0,2? –5; –3,5; –1,8
- à direita de 1,5? 3; 4,1

c) Quais desses números são maiores do que –3,5 e menores do que 3? –1,8; – 0,2; 1,5

21. Considere os números a seguir.

$-\frac{3}{10}$ | 8,9 | 1 | –8

$\frac{5}{2}$ | –2 | –4,5 | –6,4

c) –4,5; –2; $-\frac{3}{10}$; 1; $\frac{5}{2}$

a) Escreva esses números em ordem crescente. –8; –6,4; –4,5; –2; $-\frac{3}{10}$; 1; $\frac{5}{2}$; 8,9

b) Qual é o maior desses números? E qual é o menor? 8,9; –8

c) Quais desses números são maiores do que –6,4 e menores que 8,9?

d) Construa uma reta numérica e represente esses números.

22. Responda às questões.

a) Qual é o menor número inteiro de dois algarismos? –99

b) Qual é o maior número inteiro negativo menor do que –566? –567

Agora, escreva três questões como as apresentadas e dê para um colega responder. Em seguida, verifique se ele respondeu corretamente. Resposta pessoal.

21. d)

- Complemente a atividade **18** pedindo que os alunos escrevam as medidas das temperaturas apresentadas no quadro em ordem crescente ou decrescente.
- Possíveis questões elaboradas pelos alunos na atividade **22**:
  - Qual o menor número inteiro de três algarismos?
    R –999
  - Quais números inteiros são maiores que –50 e menores que –45?
    R –49, –48, –47 e –46.
  - Qual o maior número inteiro negativo?
    R –1
- Complemente a atividade **22** com as seguintes perguntas:
  - Qual o menor número inteiro de três algarismos diferentes?
    R –987
  - Qual número é o antecessor de –999? E o sucessor?
    R –1 000; –998
  - Quantos números inteiros estão compreendidos entre –9 e 10?
    R 18 números

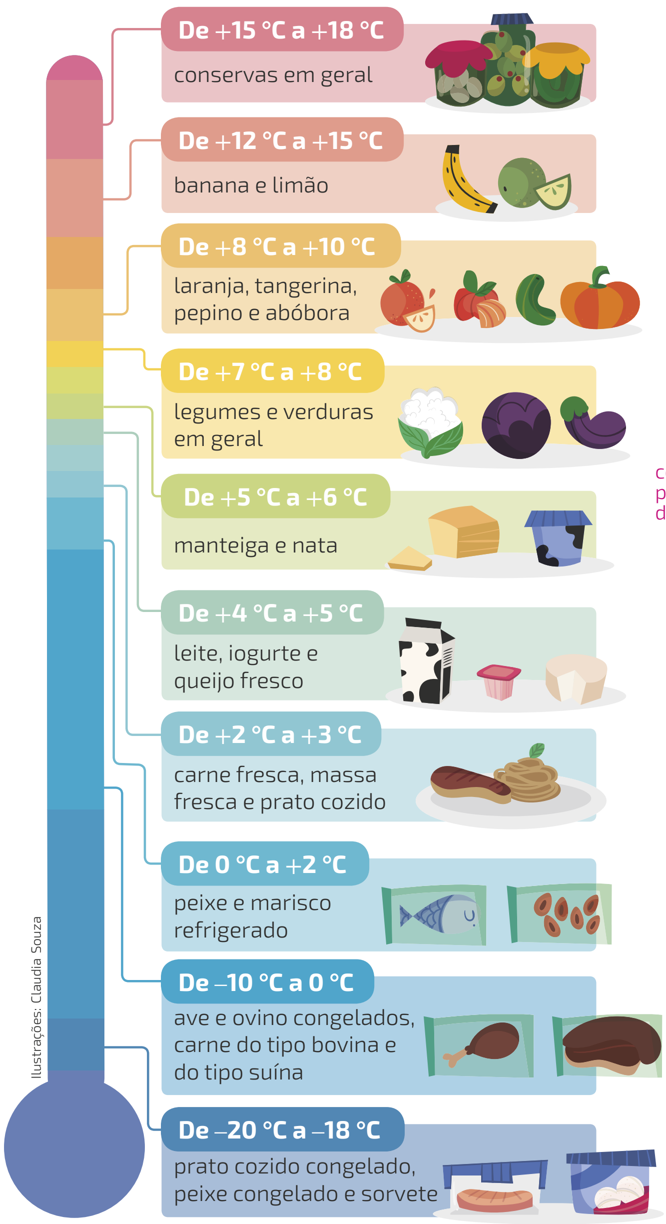
Relacionando saberes

- O contexto da atividade tem relação com o componente curricular **Ciências**, possibilitando um trabalho conjunto com o respectivo professor que poderá explicar, por exemplo, o que são os microrganismos e qual é a relação entre o crescimento populacional deles e as medidas de temperatura. Essa atividade pode ser realizada com os alunos organizados em duplas, o que permite uma discussão acerca do assunto tratado. Para complementá-la, ainda é possível propor aos alunos que, em grupos, pesquisem e identifiquem, em um supermercado, se produtos que devem ser armazenados a medidas de temperaturas negativas estão acondicionados de modo adequado. Outra possibilidade é levar os alunos ao laboratório de informática para realizar uma pesquisa em *sites* de supermercados ou de fabricantes desse tipo de produto, que precisa de refrigeração, para que se informem sobre uma maior variedade de produtos.

Matemática em destaque

23. A manipulação, conservação e preparação inadequadas de alimentos podem causar sérios danos à saúde. Para manter as características originais e suas capacidades nutritivas, cada alimento necessita ser conservado em temperatura cuja medida é adequada e em condições satisfatórias de higiene.

Medida da temperatura de conservação de alguns alimentos em graus Celsius (°C)



De +15 °C a +18 °C	conservas em geral
De +12 °C a +15 °C	banana e limão
De +8 °C a +10 °C	laranja, tangerina, pepino e abóbora
De +7 °C a +8 °C	legumes e verduras em geral
De +5 °C a +6 °C	manteiga e nata
De +4 °C a +5 °C	leite, iogurte e queijo fresco
De +2 °C a +3 °C	carne fresca, massa fresca e prato cozido
De 0 °C a +2 °C	peixe e marisco refrigerado
De –10 °C a 0 °C	ave e ovino congelados, carne do tipo bovina e do tipo suína
De –20 °C a –18 °C	prato cozido congelado, peixe congelado e sorvete

Ilustrações: Claudia Souza

Grande parte dos **microrganismos** responsáveis pelas intoxicações alimentares cresce rapidamente em ambientes com medida de temperatura entre 15 °C e 40 °C. Em ambientes com medida de temperatura abaixo de –10 °C, as bactérias param de se multiplicar.

Microrganismo› qualquer organismo observado apenas com auxílio de um microscópio, como as bactérias.

conservas em geral; pratos cozidos congelados, peixes congelados, sorvetes, carnes congeladas, do tipo bovino, suíno e ovino, e aves congeladas

a) Dos alimentos citados, quais devem ser armazenados em locais com medida de temperatura igual a 16 °C? E quais devem ser armazenados em locais com medida de temperatura abaixo de 0 °C?

b) Alguns tratamentos para conservação estendem o prazo de validade dos alimentos. Um deles é a pasteurização, que consiste em expor o produto a um grande aquecimento seguido de um rápido resfriamento, inibindo a ação de bactérias. Pesquise alguns alimentos industrializados que recebem esse tratamento.

Resposta pessoal. Possíveis respostas: leite e derivados, sucos, cremes, sopas.

SINBAD – Sistema Integrado de Biblioteca e Arquivos Digitais. Disponível em: <http://arquivo.sinbad.ua.pt/Cartazes/2006005867>. Acesso em: 27 set. 2018.

c) Veja as medidas de temperatura ideais para a conservação de alguns alimentos e a medida da temperatura do *freezer* em que eles se encontram armazenados.

Todos os produtos estão devidamente armazenados? Por quê?
Não, pois a medida da temperatura do *freezer* está muito baixa para o patê e muito alta para a *pizza* e o sorvete.

Ilustrações: Claudia Souza

d) É possível ajustar a medida da temperatura de um *freezer* para armazenar juntos a *pizza* e o sorvete? Justifique. Sim, pois a medida da temperatura máxima a que o sorvete pode ser armazenado é igual à medida da temperatura mínima a que a *pizza* pode ser armazenada, ou seja, o *freezer* deve ser ajustado para –18 °C.

e) Junte-se a um colega e pesquisem outros produtos industrializados que devem ser armazenados a temperaturas de medidas negativas. Resposta pessoal.

BNCC em foco

- O assunto abordado na seção pode ser trabalhado sob a ótica do que postula a **Competência geral 8**, tendo em vista que ajuda a promover o autocuidado à medida que instrui os alunos acerca dos riscos de armazenar os alimentos de modo incorreto, exercitando, dessa maneira, as habilidades que promovem o cuidado com a saúde física.
- O trabalho com a seção ainda contempla o tema contemporâneo **Educação alimentar e nutricional**, pois informa sobre as práticas de armazenamento adequadas dos alimentos e, com isso, promove o autocuidado e o empoderamento em relação à saúde, além de destacar a importância do cuidado com a produção e o manuseio dos alimentos.

- Ao trabalhar o conteúdo das páginas **106** e **107**, sugira outras questões que podem ser resolvidas utilizando a reta numérica. Em relação ao saldo da conta de Luciano, podem ser feitas as questões a seguir:
  - Se após o depósito de R$ 150,00 fosse feito um depósito de R$ 250,00, qual seria o saldo da conta de Luciano?
    R R$ 650,00
  - Se após a retirada de R$ 150,00 fosse feita outra retirada de R$ 90,00, qual seria o saldo da conta de Luciano?
    R – R$ 340,00

  Em relação ao saldo da conta de Ana, podem ser feitas as seguintes questões:
  - Se após o débito do cheque de R$ 200,00 fosse feita uma retirada de R$ 60,00, qual seria o saldo da conta de Ana?
    R R$ 40,00
  - Se após o depósito de R$ 150,00 fosse feito um depósito de R$ 350,00, qual seria o saldo da conta de Ana?
    R R$ 150,00

Adição

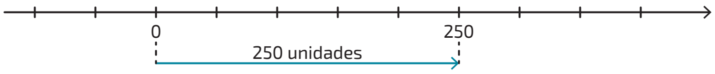
Luciano tinha R$ 250,00 de saldo em sua conta bancária. Após um depósito de R$ 150,00, qual é o saldo da conta de Luciano?

Para responder a essa questão, precisamos resolver o cálculo $\underbrace{(+250)}_{\text{saldo inicial}} + \underbrace{(+150)}_{\text{depósito}}$.

Como o saldo inicial está positivo e o depósito é um crédito, indicamos esses valores com o sinal +.

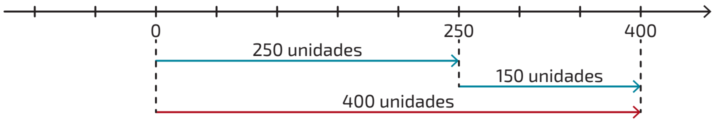
Observe como podemos resolver esse cálculo com o auxílio da reta numérica.

- Iniciando com a quantia que Luciano já tinha, deslocamos, a partir da origem, 250 unidades no sentido positivo, uma vez que o saldo inicial é positivo.



As setas azuis indicam as parcelas da adição e a vermelha indica o resultado.

- Deslocamos 150 unidades no sentido positivo, a partir de 250, pois o depósito é um crédito.



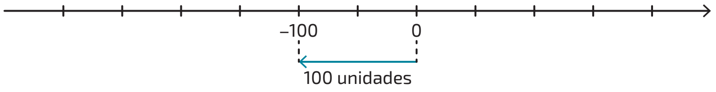
Portanto, (+250) + (+150) = +400, ou seja, o saldo da conta de Luciano após o depósito é de R$ 400,00.

Passados alguns dias, o saldo da conta de Luciano estava negativo em R$ 100,00. Após uma retirada de R$ 150,00, qual é o saldo da conta de Luciano?

Para responder a essa questão, precisamos resolver o cálculo $\underbrace{(-100)}_{\text{saldo inicial}} + \underbrace{(-150)}_{\text{retirada}}$.

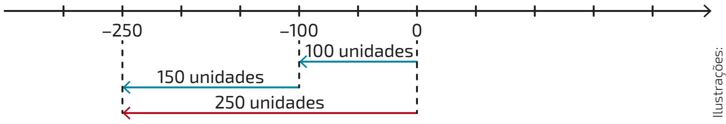
Observe como podemos resolver esse cálculo com o auxílio da reta numérica.

- Tomando como ponto de partida a origem, deslocamos 100 unidades no sentido negativo, pois o saldo inicial é negativo.



Como o saldo inicial está negativo e a retirada é um débito, indicamos esses valores com o sinal –.

- Deslocamos 150 unidades no sentido negativo a partir de –100, pois a retirada é um débito.



Ilustrações: Sergio L. Filho

Portanto, (–100) + (–150) = –250, ou seja, o saldo da conta de Luciano após a retirada é de –R$ 250,00.

Nas adições cujas parcelas têm o mesmo sinal, adicionamos os valores absolutos dessas parcelas e conservamos o sinal das parcelas. Veja alguns exemplos.

- (+45) + (+12) = +57
- (−21) + (−25) = −46

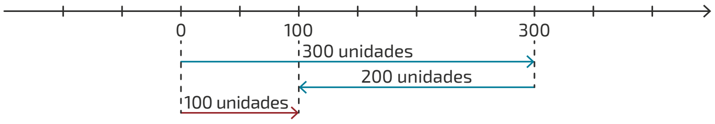
Agora, veja outras duas situações envolvendo saldo bancário.

Ana tinha em sua conta bancária um saldo de R$ 300,00. Sabendo que foi debitado de sua conta um cheque de R$ 200,00, qual é o saldo da conta de Ana?

Para responder a essa questão, precisamos resolver o cálculo $\underbrace{(+300)}_{\text{saldo inicial}} + \overbrace{(-200)}^{\text{cheque debitado}}$.

Observe como podemos resolver esse cálculo com o auxílio da reta numérica.

- Tomando como ponto de partida a origem, deslocamos 300 unidades no sentido positivo, pois o saldo inicial é positivo. Em seguida, deslocamos 200 unidades no sentido negativo a partir de 300, pois o pagamento do cheque é um débito.



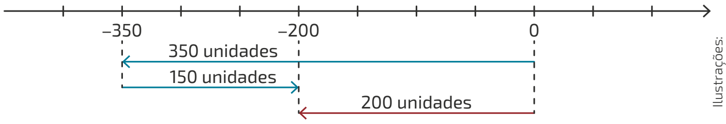
Portanto, a conta de Ana apresentou saldo de R$ 100,00 após o débito do cheque.

No mês seguinte, o saldo da conta de Ana estava negativo em R$ 350,00. Sabendo que ela fez um depósito de R$ 150,00, qual é o saldo da conta de Ana?

Para responder a essa questão, precisamos resolver o cálculo (−350) + (+150).

Observe como podemos resolver esse cálculo com o auxílio da reta numérica.

- Considerando o valor inicial na conta de Ana, deslocamos, a partir da origem, 350 unidades no sentido negativo, pois o saldo estava negativo. Em seguida, deslocamos 150 unidades no sentido positivo, a partir de −350, pois o depósito é um crédito.



Ilustrações: Sergio L. Filho

Portanto, (−350) + (+150) = −200, ou seja, o saldo da conta de Ana após o depósito é de −R$ 200,00.

Quantos reais devem ser depositados para que a conta de Ana fique com saldo zero? R$ 200,00

Nas adições cujas parcelas têm sinais contrários, subtraímos os valores absolutos dessas parcelas e conservamos o sinal do número de maior valor absoluto. Veja alguns exemplos.

- (+36) + (−12) = +24
- (+30) + (−80) = −50

- Proponha a **Atividade complementar** a seguir com a intenção de trabalhar a operação de adição com números inteiros de maneira lúdica.

Atividade complementar

Jogando com dado e termômetro

Materiais

- reprodução de um termômetro, dos peões e do dado
- tesoura com pontas arredondadas
- cola

Desenvolvimento

- Este jogo pode ser disputado por dois ou três participantes. Reproduza o termômetro, os peões e o dado disponíveis nas **Páginas para reprodução**.
- Cada participante deverá colocar o seu peão na posição “0 °C“ no termômetro e lançar o dado. Começa o jogo quem obtiver o maior número.
- O primeiro participante lança novamente o dado e, caso o número seja positivo, deve avançar com o seu peão a quantidade de casas correspondente ao número obtido; caso seja negativo, deve recuar.
- O jogo continua com os participantes lançando o dado e movimentando o peão conforme o número sorteado, saindo da casa em que se encontra o peão.
- O participante que alcançar a medida da temperatura de −11 °C ou menos, “congela” e sai do jogo. Será o ganhador quem chegar primeiro à medida da temperatura de 11 °C ou o único que não ficar “congelado”.

BNCC em foco

- As atividades propostas e a teoria desenvolvida nessa e nas páginas seguintes contribuirão para que os alunos desenvolvam a capacidade de resolver e elaborar problemas que abranjam operações com números inteiros. Dessa forma, contempla-se a habilidade **EF07MA04**.

- A atividade **27** pede que os alunos elaborem uma questão. Aproveite para avaliar a capacidade dos alunos em escrever textos. Eles podem elaborar questões como:
  - Adicionando apenas dois desses números, é possível obter resultado 10?

    R não
- A atividade **29** explora o desenvolvimento do cálculo mental, uma importante ferramenta que auxilia na vida escolar e cotidiana dos alunos. Sempre que possível, procure desenvolver neles essa habilidade.

Avaliação

- Após o trabalho com as atividades dessa página, verifique a possibilidade de realizar na prática, com os alunos, a atividade **28**, a fim de avaliá-los. Para isso, proponha a **Atividade complementar** do rodapé dessa página. Observe se os alunos estão compreendendo as operações com números positivos e negativos e realizando as adições de forma correta em relação ao sinal de cada número. Caso sejam observadas dificuldades, avalie a possibilidade de retomar o conteúdo e, no decorrer das próximas atividades e durante as teorias seguintes, procure ter sempre em mente maneiras de lidar e contribuir para corrigir essas dificuldades.

Atividades

Anote no caderno

24. Efetue os cálculos.

a) (+16) + (+31) 47

b) (−12) + (+20) 8

c) (+26) + (−15) 11

d) (−19) + (−11) −30

e) (−36) + (+25) −11

f) (+9) + (−28) −19

25. Para cada item, escreva uma adição correspondente e efetue o cálculo.

a) (−40) + (−25) = −65

b) (+35) + (−55) = −20

Ilustrações: Sergio L. Filho

As setas azuis indicam as parcelas e a vermelha indica o resultado.

26. Um *freezer* estava com a temperatura interna medindo −11,3 °C. Após uma queda de energia elétrica por um período de tempo, verificou-se que a medida dessa temperatura aumentou 6,5 °C.

Qual é a medida da temperatura do *freezer* após o período de tempo sem energia elétrica? −4,8 °C

27. Qual par de números, entre os apresentados a seguir, deve ser adicionado para que o resultado seja 12? −5 e +17

+25 −8 −12 +19
−5 +21 +17

Considerando os números apresentados acima, escreva uma questão e dê para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente.
Resposta pessoal.

28. Em certo jogo, cada participante retira cinco fichas de um monte e adiciona os números indicados. Vence o participante que obtiver a maior soma.

Observe as fichas retiradas por dois participantes em uma partida.

Carol

+8 −6 −12 +15 −3

Tiago

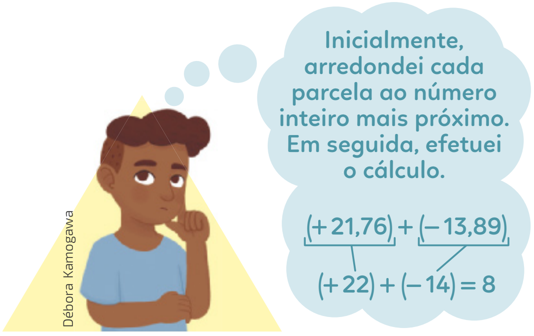
−17 +6 +13 +5 −4

a) Qual é o menor número obtido entre as fichas retiradas por Carol? E entre as retiradas por Tiago? −12; −17

b) Calcule a soma dos números que cada participante obteve. Carol: 2; Tiago: 3

c) Qual participante venceu a partida?
Tiago

29. Observe como Bruno calculou mentalmente o valor aproximado de (+21,76) + (−13,89).



Débora Kamogawa

Calcule mentalmente o valor aproximado do cálculo em cada item.

a) (−11,86) + (−15,2) −27

b) (+43,39) + (−22,91) 20

c) (−5,8) + (+16,29) 10

d) (−19,33) + (−29,78) −49

Agora, efetue os cálculos exatos e compare os resultados obtidos.
a: −27,06; b: 20,48; c: 10,49; d: −49,11

Atividade complementar

Jogo da adição

Materiais

- cartolina
- tesoura com pontas arredondadas

Desenvolvimento

- Reúna os alunos em duplas e peça que confeccionem dez fichas na cartolina com números diferentes dos apresentados na atividade **28**, por exemplo: −16, −11, −5, −3, −2, +4, +5, +7, +12 e +14. As fichas devem ser embaralhadas e retiradas ao acaso, 5 para cada um. Vence o participante que obtiver a maior soma.

30. Para controlar o saldo bancário, Lúcia utiliza uma planilha eletrônica.

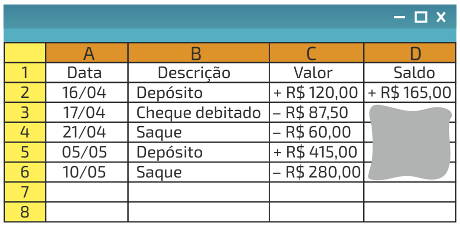
De acordo com a planilha representada ao lado, qual era o saldo bancário ao final do dia:

a) 17/04? R$ 77,50

b) 21/04? R$ 17,50

c) 05/05? R$ 432,50

d) 10/05? R$ 152,50



	A	B	C	D
1	Data	Descrição	Valor	Saldo
2	16/04	Depósito	+ R$ 120,00	+ R$ 165,00
3	17/04	Cheque debitado	– R$ 87,50	
4	21/04	Saque	– R$ 60,00	
5	05/05	Depósito	+ R$ 415,00	
6	10/05	Saque	– R$ 280,00	
7				
8				

Keithy Mostachi

31. Para cada item, escreva o saldo bancário ao final das operações.

a) Saldo inicial de R$ 276,25, cheque debitado de R$ 195,00 e saque de R$ 120,35.
–R$ 39,10

b) Saldo inicial de R$ 897,09, saque de R$ 670,00 e cheque debitado de R$ 120,35.
–R$ 106,74

32. Efetue os cálculos necessários e copie os itens a seguir substituindo cada ■ pelo símbolo > ou <.

a) (+2,7)+(−4,8) $\overset{<}{\blacksquare}$ (−2,7)+(+4,8)

b) (−5,6)+(+1,2) $\overset{<}{\blacksquare}$ (+0,23)+(+1,5)

c) (+12,56)+(−11,98) $\overset{<}{\blacksquare}$ (−2,86)+(+3,55)

d) (−0,97)+(−1,12) $\overset{>}{\blacksquare}$ (−5,23)+(+2,03)

33. Observe duas maneiras de realizar o cálculo (−43) + (−28) utilizando uma calculadora.

1ª maneira: utilizando a tecla +/−.

I Inicialmente registramos o número −43 digitando as teclas:

4 → 3 → +/−

II Digitamos a tecla + e, em seguida, registramos o número −28.

+ → 2 → 8 → +/−

III Para obter o resultado digitamos a tecla =.

2ª maneira: utilizando as teclas de memória.

I Para armazenar o número −43 na memória da calculadora, digitamos as teclas:

4 → 3 → M-

II Para adicionar o número −28, digitamos:

2 → 8 → M-

III Digitamos a tecla MRC para obter o resultado.

Para efetuar outro cálculo utilizando as teclas de memória, é necessário digitar novamente MRC para limpar a memória da calculadora.

Ilustrações: Keithy Mostachi

Estime os resultados dos itens e, em seguida, efetue os cálculos com uma calculadora.

a) (−59) + (−12) −71

b) (−46) + (+78) 32

c) (+68) + (−95) −27

d) (−56) + (−29) −85

e) (−43) + (−62) + (−72) −177

f) (−17) + (+27) + (−31) −21

- Na atividade **33**, caso a calculadora utilizada pelos alunos não tenha a tecla +/−, diga-lhes que o número −43 pode ser registrado com a seguinte sequência de teclas:

− → 4 → 3 → =

Explique que, em algumas calculadoras que possuem teclas de memória semelhantes às do segundo exemplo, o número negativo pode ficar registrado no visor sem o sinal de menos. Nesse caso, o sinal negativo aparece abaixo da letra M, no canto superior esquerdo do visor.
Caso não haja calculadoras para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a atividade ou, então, verifique a possibilidade de levar algumas calculadoras para a sala de aula.

- Explique aos alunos que as propriedades da adição envolvendo números positivos e números negativos são as mesmas da adição de números naturais, acrescentando a propriedade do elemento oposto.

Propriedades da adição

Agora, vamos estudar as propriedades da adição.

- Propriedade comutativa

Vamos adicionar os números (+6,5) e (−9) de duas maneiras.

$(+6{,}5)+(-9)=-2{,}5$ $\qquad$ $(-9)+(+6{,}5)=-2{,}5$

> Em uma adição podemos trocar a ordem das parcelas que o resultado não se altera.

- Propriedade associativa

Vamos efetuar o cálculo (+6) + (−4) + (−1) associando as parcelas de duas maneiras.

$$\underbrace{(+6)+(-4)}_{+2}+(-1)=(+2)+(-1)=+1$$

$$(+6)+\underbrace{(-4)+(-1)}_{-5}=(+6)+(-5)=+1$$

> Em uma adição de três ou mais parcelas, podemos associar essas parcelas de maneiras diferentes que o resultado não se altera.

> Dependendo da maneira como as parcelas são associadas, os cálculos podem tornar-se mais simples. Essa propriedade é útil ao realizarmos cálculos mentais envolvendo adição.

- Elemento neutro

Vamos adicionar os números (−12) e 0.

$(-12)+0=-12$ ou $0+(-12)=-12$

> Em uma adição de duas parcelas em que uma delas é igual a zero, o resultado é igual à outra parcela. Dizemos, então, que o zero é o elemento neutro da adição.

- Elemento oposto

Vamos adicionar os números (+21) e (−21).

$(+21)+(-21)=0$ ou $(-21)+(+21)=0$

> Em uma adição em que as duas parcelas são números opostos, o resultado é zero.

Utilizando a propriedade do elemento neutro, escreva uma adição de duas parcelas cujo resultado seja −31,5. $(-31{,}5)+0=-31{,}5$ ou $0+(-31{,}5)=-31{,}5$

- Apresente outros exemplos durante a explicação da propriedade associativa presente nessas páginas. Veja 3 maneiras de associar as parcelas:
  - $\underbrace{(-2)+(+8)}_{+6}+(-1)+(-3)=\underbrace{(+6)+(-1)}_{+5}+(-3)=(+5)+(-3)=+2$
  - $(-2)+(+8)+\underbrace{(-1)+(-3)}_{-4}=(-2)+\underbrace{(+8)+(-4)}_{+4}=(-2)+(+4)=+2$
  - $(-2)+\underbrace{(+8)+(-1)}_{+7}+(-3)=\underbrace{(-2)+(+7)}_{+5}+(-3)=(+5)+(-3)=+2$

Atividades

Anote no caderno

34. Nas adições, determine o número correspondente a cada ▢.

a) (−31) + 0 = ▢ −31

b) 0 + ▢ = 28 28

c) ▢ + (−14) = −14 0

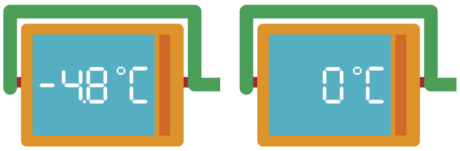
d) (+3) + (−9) + ▢ = 3 9

e) (+12) + ▢ + (−12) = −8 −8

35. Responda às questões.

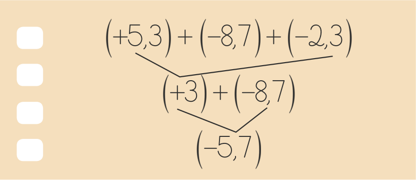
a) O saldo bancário atual de Marcos é de −R$ 123,50, ou seja, R$ 123,50 negativos. Quantos reais ele deve depositar para ficar com saldo zero? R$ 123,50

b) Nos termômetros digitais estão indicadas, respectivamente, as medidas da temperatura às 3 horas e às 7 horas de um mesmo dia, em certa localidade. Qual é, em graus, a diferença entre essas medidas de temperatura? 4,8 °C



Ilustrações: Bárbara Sarzi

36. Para resolver o cálculo a seguir, inicialmente Carina associou duas parcelas para obter um número inteiro, conforme segue.



Agora, resolva.

a) (−15,2) + (+7,2) + (+9) 1

b) (+4,7) + (−5,1) + (+5,3) 4,9

c) (−17,3) + (+15,3) + (−8) −10

d) (−16,25) + (+7,8) + (−5,75) + (−2,8) −17

37. Utilizando a propriedade associativa da adição, resolva os cálculos associando as parcelas de duas maneiras.

a) (−19) + (−11) + (+17) −13

b) (+13) + (−31) + (+19) 1

c) (−9,3) + (−15,2) + (+10,1) −14,4

d) (+15,5) + (−12,4) + (+8,1) 11,2

e) (+9,25) + (−17,54) + (−2,87) −11,16

38. Observe como podemos resolver o cálculo (+16) + (−6) + (−5) + (−10) utilizando as propriedades da adição.

(+16) + (−6) + (−5) + (−10)
associativa → (+10) + (−5) + (−10)
comutativa → (+10) + (−10) + (−5)
elemento oposto → 0 + (−5)
elemento neutro → (−5)

Agora, identifique nos cálculos a propriedade utilizada em cada etapa.

a)

(−7) + (+4) + (+7) + (+10) + (−14)
I → (−7) + (+7) + (+4) + (+10) + (−14)
II → 0 + (+4) + (+10) + (−14)
III → 0 + (+14) + (−14)
IV → (+14) + (−14)
V → 0

I: comutativa; II: elemento oposto; III: associativa; IV: elemento neutro; V: elemento oposto

b)

(−11) + (+9) + (+2) + (+15) + (−1) + (+1)
I → (−11) + (+11) + (+15) + (−1) + (+1)
II → 0 + (+15) + 0
III → (+15) + 0
IV → (+15)

I: associativa; II: elemento oposto; III: elemento neutro; IV: elemento neutro

- Outros questionamentos em relação à atividade **35** podem ser realizados da seguinte maneira:
  - Para complementar o item **a**, apresente a seguinte questão: Marcos está com saldo zerado em sua conta, porém fez uma compra usando o cartão de débito no valor de R$ 70,00 e outra no valor de R$ 130,00. Qual o saldo atual na conta de Marcos?
    R −R$ 200,00
  - Para complementar o item **b**, apresente a seguinte questão: Nesse mesmo dia, o termômetro marcou 4,8 °C às 12 horas. Quantos graus a mais foram registrados às 12 horas em relação à medida de temperatura marcada às 3 horas?
    R 9,6 °C

BNCC em foco

- O tópico **Subtração** proporciona aos alunos observarem as medidas de temperatura máxima e mínima de algumas cidades e compreenderem esse aspecto quantitativo presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente, produzindo argumentos convincentes, o que contempla a **Competência específica de Matemática 4**.

Subtração

Observe a tabela ao lado.

Vamos calcular a variação da medida da temperatura de três dessas cidades, ou seja, a diferença entre as medidas da temperatura máxima e mínima em cada cidade.

Medida da temperatura máxima e mínima de algumas cidades no mês de março de 2018

Cidade	**País**	**Medida da temperatura**	
		Máxima	**Mínima**
Goiânia	Brasil	28 °C	20 °C
Yellowknife	Canadá	−11 °C	−17 °C
Inuvik	Canadá	−15 °C	−21 °C
Khovd	Mongólia	7 °C	−1 °C
Anchorage	EUA	0 °C	−7 °C
Sydney	Austrália	26 °C	21 °C

World Weather Online. Disponível em: <www.worldweatheronline.com>. Acesso em: 22 jun. 2018.

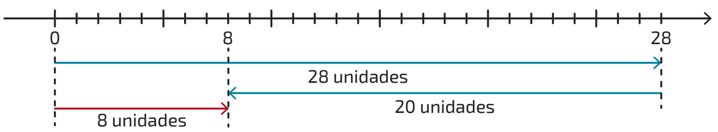
- Goiânia

máxima: 28 °C mínima: 20 °C

Para determinar a variação da medida da temperatura, precisamos calcular (+28) − (+20). Em uma subtração com números positivos e negativos, adicionamos o minuendo ao oposto do subtraendo, isto é:

$$(+28) - (+20) = (+28) + \underbrace{(-20)}_{\text{oposto de } +20} = 8$$

Representando (+28) + (−20) = 8 na reta numérica, temos:



Subtrair um número é o mesmo que adicionar o seu oposto.

Portanto, a variação da medida da temperatura em Goiânia foi 8 °C.

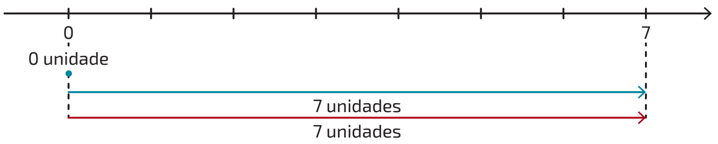
- Anchorage

máxima: 0 °C mínima: −7 °C

Cálculo da variação:

$$0 - (-7) = 0 + (+7) = 7$$

Representando 0 + (+7) = 7 na reta numérica, temos:



Ilustrações: Sergio L. Filho

Portanto, a variação da medida da temperatura em Anchorage foi 7 °C.

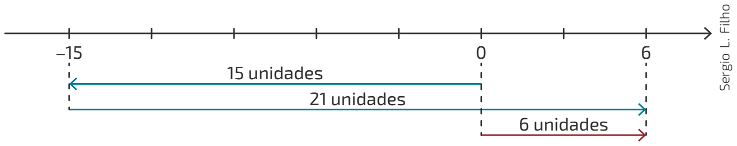
- Inuvik

máxima: −15 °C mínima: −21 °C

Cálculo da variação:

$$(-15) - (-21) = (-15) + (+21) = 6$$

Representando (−15) + (+21) = 6 na reta numérica, temos:



Sergio L. Filho

Portanto, a variação de temperatura em Inuvik foi 6 °C.

Efetuar uma subtração é o mesmo que adicionar o minuendo ao oposto do subtraendo. Veja alguns exemplos.

a) (+15) − (+7) = (+15) + (−7) = +8

b) (+46) − (−12) = (+46) + (+12) = +58

c) (−9) − (−3) = (−9) + (+3) = −6

d) (−36) − (+14) = (−36) + (−14) = −50

Calcule a variação da medida da temperatura em:

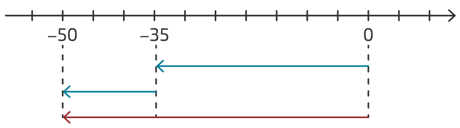
- **Khovd.** 8 °C
- **Yellowknife.** 6 °C
- **Sydney.** 5 °C

Atividades

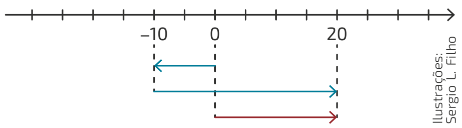
Anote no caderno

39. De acordo com os esquemas, copie os cálculos substituindo cada 🟦 pelo número adequado.

a) (−35) − (🟦) = −50 +15



b) (🟦) − (🟦) = 20 −10 −30



Ilustrações: Sergio L. Filho

40. Efetue os cálculos.

a) (+ 12) − (− 56) 68

b) (+ 19,554) − (+ 21,783) − 2,229

c) (− 46,1) − (+ 27,3) − (− 32,7) − 40,7

d) (+ 11,8) − (+ 8) − (− 33,75) 37,55

41. A maior variação da medida da temperatura registrada no período de um dia ocorreu em Browning, Montana, nos Estados Unidos, entre os dias 23 e 24 de janeiro de 1916, quando a medida da temperatura mínima foi −49 °C e a da máxima, 7 °C.

Calcule a variação da medida da temperatura ocorrida em Montana nesse dia. 56°C

- Explique aos alunos que, no exemplo **a** do quadro teoria, podemos dizer que subtrair +7 é o mesmo que adicionar −7 e, no exemplo **b**, podemos dizer que subtrair −12 é o mesmo que adicionar +12.
- No quadro teoria sobre subtrair números positivos e negativos apresentado nessa página, peça aos alunos que expliquem o significado dos cálculos nos exemplos **c** e **d**, de modo similar às explicações apresentadas acima em relação aos exemplos **a** e **b**.
- Peça aos alunos que calculem a variação da medida da temperatura das outras cidades da tabela da página **112**, que não foram feitas nessa página e na página anterior.
  - Yellowknife:
    (−11) − (−17) =
    = (−11) + (+17) = 6
    Portanto, a variação da medida da temperatura em Yellowknife foi 6 °C.
  - Khovd:
    (+7) − (−1) =
    = (+7) + (+1) = 8
    Portanto, a variação da medida da temperatura em Khovd foi 8 °C.
  - Sydney:
    (+26) − (+21) =
    = (+26) + (−21) = 5
    Portanto, a variação da medida da temperatura em Sydney foi 5 °C.

- Veja uma possível pergunta formulada pelos alunos para o item **d** da atividade **42**:
  - Qual a diferença do saldo de gols entre os times Palmeiras e Santos?

    R 6
- A atividade **45** possibilita aos alunos reconhecerem números inteiros em um contexto histórico. Veja algumas possibilidades de questões formuladas pelos alunos no item **b**:
  - Uma dívida mais uma dívida é igual a uma dívida.

    R $(-10) + (-10) = -20$
  - Uma fortuna mais uma fortuna é igual a uma fortuna.

    R $10 + 10 = 20$
  - Zero menos uma dívida é igual a uma fortuna.

    R $0 - (-10) = 10$
  - Zero menos uma fortuna é igual a uma dívida.

    R $0 - (+10) = -10$

42. No futebol, o saldo de gols de um time corresponde à diferença entre a quantidade de gols marcados e a de gols sofridos.

Observe a quantidade de gols marcados e a de gols sofridos por alguns times que disputaram o Campeonato Brasileiro de Futebol em 2017. Em seguida, resolva as questões.

Campeonato Brasileiro de Futebol – 2017

Time	Gols	
	Marcados	Sofridos
Corinthians/SP	50	30
Palmeiras/SP	61	45
Santos/SP	42	32
Avaí/SC	29	48
Ponte Preta/SP	37	52
Atlético/GO	38	56

CBF – Confederação Brasileira de Futebol. **Campeonato Brasileiro de Futebol**: Série A – 2017. Disponível em: <www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-a/2017>. Acesso em: 22 jun. 2018.

a) Se um time tiver mais gols marcados que sofridos, o saldo de gols será positivo ou negativo? positivo

b) Calcule o saldo de gols de cada time.

c) Qual time teve o maior saldo de gols? E qual teve o menor saldo de gols? Corinthians; Avaí

d) De acordo com as informações apresentadas na tabela, escreva uma pergunta e dê para um colega responder. Em seguida, verifique se ele respondeu corretamente. Resposta pessoal.

43. Uma indústria utilizou no processo de produção de certo alimento uma etapa em que, para eliminar bactérias, o alimento é aquecido a 47 °C e, em seguida, sofre um resfriamento de 2 °C por segundo, chegando ao final da etapa a – 11 °C.

a) Qual é a variação da medida da temperatura que o alimento sofre nessa etapa de produção? 58 °C

b) Durante quantos segundos o alimento sofre o resfriamento? 29 s

42. b) Corinthians/SP: 20 gols; Palmeiras/SP: 16 gols; Santos/SP: 10 gols; Avaí/SC: –19 gols; Ponte Preta/SP: –15 gols; Atlético/GO: –18 gols

44. Observe como Pedro resolveu a expressão $(+17) - (+25) + (-32) + (+9) - (-16)$.

$$\underbrace{(+17)}_{17}\underbrace{-(+25)}_{-25}\underbrace{+(-32)}_{-32}\underbrace{+(+9)}_{+9}\underbrace{-(-16)}_{+16}$$

$$17 - 25 - 32 + 9 + 16$$

$$\underbrace{17 + 9 + 16}_{42}\underbrace{-25 - 32}_{-57}$$

$$42 - 57 = -15$$

Agora, calcule as expressões numéricas.

a) $(-46) + (-52) + (+31) - (-17) + (+63)$ 13

b) $(-43) + (+59) - (+32) - (+11) - (-23)$ −4

c) $(+5) + (-13) + (+74) + (-44) - (-10)$ 32

d) $(-23{,}5) + (+41{,}76) - (+12{,}4) + (-15{,}7)$ −9,84

45. Leia parte de um texto escrito pelo astrônomo Brahmagupta, do século VII. Nesse texto os números positivos eram chamados de "fortunas" e os negativos, de "dívidas".

> "Uma dívida menos zero é uma dívida.
> Uma fortuna menos zero é uma fortuna.
> Zero menos zero é zero.
> [...]".

BELLOS, Alex. **Alex através do espelho:** como a vida reflete os números e como os números refletem a vida. Tradução de Paulo Geiger. São Paulo: Companhia das Letras, 2015.

45. a) Possíveis respostas: $-100 - 0 = -100$; $500 - 0 = 500$; $0 - 0 = 0$

a) Escreva uma operação para representar cada frase do texto. Depois, compare a sua resposta com a de um colega.

b) Elabore duas frases usando os termos "dívida" e "fortuna". Em seguida, escreva uma operação para cada frase. Resposta pessoal.

Multiplicação

Multiplicação de um número positivo por um número negativo

Em certa prova de concurso com 10 questões, cada resposta correta valia 5 pontos e cada resposta incorreta, −3 pontos. Veja a quantidade de questões corretas e de questões incorretas de 4 candidatos.

	Lílian	Patrícia	Roberto	César
Corretas	6	4	7	3
Incorretas	4	6	3	7

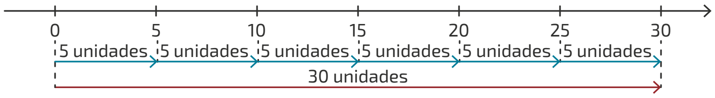
De acordo com as informações, podemos calcular, por exemplo, quantos pontos Lílian obteve nessa prova. Para isso, precisamos adicionar os pontos obtidos com as respostas corretas aos pontos das incorretas, isto é:

$$\underbrace{6\cdot(+5)}_{\text{pontos obtidos com as respostas corretas}}+\underbrace{4\cdot(-3)}_{\text{pontos obtidos com as respostas incorretas}}$$

Inicialmente, vamos calcular os pontos obtidos com as respostas corretas.

$$6\cdot(+5)=6\cdot 5=5+5+5+5+5+5=30$$

Representando essa multiplicação na reta numérica, temos:

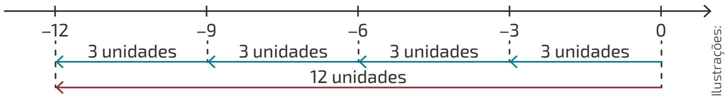


Lembre-se de que um número positivo pode ser escrito com o sinal + ou simplesmente sem o sinal. Dessa maneira, podemos escrever 6 · (+5) ou 6 · 5.

Agora, vamos calcular os pontos obtidos com as respostas incorretas.

$$4\cdot(-3)=(-3)+(-3)+(-3)+(-3)=-12$$

Representando essa multiplicação na reta numérica, temos:



Ilustrações: Sergio L. Filho

O produto 4 · (−3) tem o mesmo resultado de −(4 · 3), pois:

$$-(\underbrace{4\cdot 3}_{12})=-12$$

Adicionando os valores obtidos, temos:

$$\underbrace{6\cdot(+5)}_{30}+\underbrace{4\cdot(-3)}_{-12}=30+(-12)=18$$

Portanto, Lílian obteve 18 pontos nessa prova.

- Complemente a teoria dessa página pedindo aos alunos que calculem os pontos feitos por Lílian, Patrícia, Roberto e César com outra nota dada por questão correta e incorreta, por exemplo, 10 pontos para as corretas e −3 para as incorretas:
  - Lílian:
    $6\cdot(+10)+4\cdot(-3)=$
    $=(+60)+(-12)=48$
    pontos.
  - Patrícia:
    $4\cdot(+10)+6\cdot(-3)=$
    $=(+40)+(-18)=22$
    pontos.
  - Roberto:
    $7\cdot(+10)+3\cdot(-3)=$
    $=(+70)+(-9)=61$
    pontos.
  - César:
    $3\cdot(+10)+7\cdot(-3)=$
    $=(+30)+(-21)=9$
    pontos.

Material digital

- Para complementar o estudo de números positivos e números negativos, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 5**, elaborada com o objetivo de desenvolver as habilidades **EF07MA03** e **EF07MA04**. As atividades propostas nessa sequência possibilitam identificar e compreender o uso de números positivos e negativos em situações do cotidiano, além realizar operações e elaborar situações-problema envolvendo esses números, com base em diferentes estratégias.

- A atividade sugerida a seguir tem por finalidade estimular os alunos a realizar cálculos de adição, subtração e multiplicação com números inteiros. Veja que, nesse dominó, não será cobrada a operação de divisão. Caso queira utilizá-lo novamente ao final desse capítulo, após o estudo da divisão de números positivos e negativos, troque algumas operações por outras que envolvam divisões e mantenham o mesmo resultado, como:
  $(-25) \cdot (+2) =$
  $= (+100) : (-2) = -50$

Atividade complementar

Dominó dos números inteiros

Materiais

- reprodução de peças de dominó
- cartolina ou EVA
- tesoura com pontas arredondadas

Desenvolvimento

- Reúna os alunos em grupos de 2, 3 ou 4, imprima as peças do dominó disponíveis nas **Páginas para reprodução** e peça que as recortem e colem na cartolina ou em uma folha de EVA, de modo a obter uma peça mais resistente.
- As regras são as mesmas do dominó tradicional, porém as peças oferecem cálculos e respostas que devem ser colocadas na ordem correta.
- No jogo com 4 integrantes não existirá o monte, portanto, caso o aluno não possua a peça correspondente, deve passar a vez para o próximo.

Multiplicação de um número negativo por um número positivo

Veja a seguir como podemos determinar o resultado de uma multiplicação cujo 1º fator é um número negativo e o 2º, um número positivo. Para isso, vamos calcular $(-2) \cdot 3$.

- Inicialmente, substituímos -2 por $-(+2)$, pois $+2$ é o oposto de -2.

  Em seguida, efetuamos o cálculo e obtemos o resultado.

$$(-2) \cdot (+3) = -\underbrace{(+2) \cdot (+3)}_{+6} = -(+6) = -6$$

Multiplicação de um número negativo por outro número negativo

Para determinar o produto de uma multiplicação cujos fatores são números negativos, procedemos como visto anteriormente. Veja, por exemplo, como podemos calcular $(-3) \cdot (-4)$.

Substituímos -3 por $-(+3)$, pois $+3$ é o oposto de -3, e efetuamos o cálculo.

$$(-3) \cdot (-4) = -\underbrace{(+3) \cdot (-4)}_{-12} = -(-12) = 12$$

Em uma multiplicação de dois fatores, em que:

- ambos têm o mesmo sinal, o resultado é sempre um número positivo;
- um fator é positivo e outro negativo, o resultado é sempre um número negativo.

Atividades

Anote no caderno

46. De acordo com as informações apresentadas na página anterior, verifique quantos pontos Patrícia, Roberto e César obtiveram na prova.
Patrícia: 2 pontos; Roberto: 26 pontos; César: -6 pontos

47. Efetue os cálculos.

a) $2 \cdot (-5)$ -10 **b)** $4 \cdot (-8)$ -32 **c)** $(-7) \cdot 3$ -21 **d)** $(-9) \cdot 6$ -54 **e)** $(-5) \cdot (-4)$ 20

48. Calcule:

a) o triplo de -16. -48

b) o dobro de -35. -70

c) o quádruplo de -12. -48

d) o quíntuplo de -20. -100

e) o sêxtuplo de -17. -102

49. Após realizar um depósito, o saldo bancário atual de Everton ficou R$ 32,00 negativo, ou seja, $-$R$ 32,00. Sabendo que antes de realizar o depósito o saldo era 7 vezes o atual, responda às questões.

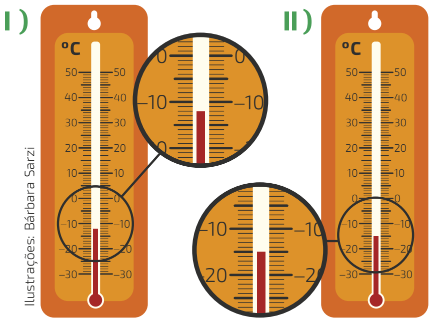
a) Qual era o saldo bancário de Everton antes do depósito? $-$R$ 224,00

b) Quantos reais Everton depositou? R$ 192,00

c) Que quantia ele ainda deve depositar para ficar com saldo zero? R$ 32,00

50. Alguns minutos após ligar uma máquina de fabricar sorvete, um funcionário de certa sorveteria verificou que a medida da temperatura interna da máquina era igual a −3 °C. Dez minutos depois, o funcionário verificou que a medida da temperatura havia diminuído, correspondendo a 5 vezes a da medição anterior.

a) Qual dos termômetros apresenta a medida da temperatura verificada na 2ª medição? II



Ilustrações: Bárbara Sarzi

b) No intervalo de 10 minutos da 1ª para a 2ª medição, quantos graus diminuiu a medida da temperatura? 12 °C

51. Copie as sequências e escreva os próximos três números de cada uma delas.

a) $\boxed{+7} \xrightarrow{\cdot(-2)} \boxed{-14} \xrightarrow{\cdot(-2)} \boxed{+28}$ ... −56; 112; −224

b) $\boxed{-3} \xrightarrow{\cdot(-3)} \boxed{+9} \xrightarrow{\cdot(-3)} \boxed{-27}$ ... 81; −243; 729

c) $\boxed{-6} \xrightarrow{\cdot(+2)} \boxed{-12} \xrightarrow{\cdot(+2)} \boxed{-24}$ ... −48; −96; −192

52. Utilizando os números apresentados nas fichas como fatores, escreva uma multiplicação de:

a) dois fatores com resultado igual a −24. (−6) · 4

b) dois fatores com resultado igual a 8. (−2) · (−4)

c) três fatores com resultado igual a 24. (−2) · (−4) · 3

−2	4	3	−6	−4

53. Para verificar se o resultado da expressão (−16) · (+15) · (−8) é positivo ou negativo, Carlos utilizou o seguinte procedimento:

$$\underbrace{\underbrace{(-16)\cdot(+15)}_{\text{negativo}}\cdot\underbrace{(-8)}_{\text{negativo}}}_{\text{positivo}}$$

Assim, o resultado da expressão é um número positivo.

Agora, verifique se o resultado dos cálculos de cada item é positivo ou negativo. positivo: a, c, f; negativo: b, d, e

a) (+6) · (−4) · (−12)

b) (+3) · (+10) · (−9)

c) (−5) · (−8) · (+7) · (+10)

d) (+17) · (+9) · (−22) · (+6)

e) (−45) · (+4) · (+8) · (−1) · (−18)

f) (−7) · (+21) · (+34) · (−3) · (−2) · (−9)

54. Resolva as expressões indicadas nas fichas. I: 90; II: −56

I)	II)
(+3) · (−6) · (−5)	(−4) · (+2) · (−7) · (−1)

Agora, sem realizar cálculos por escrito ou na calculadora, resolva as expressões.

a) (−5) · (−6) · (+3) 90

b) (+2) · (−4) · (−1) · (+7) 56

c) (−6) · (−3) · (−5) −90

d) (+7) · (−1) · (+4) · (+2) −56

e) (−1) · (−7) · (−2) · (−4) 56

55. A partir da informação a seguir, escreva um problema e dê para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente. Resposta pessoal.

> Pedro e Carolina estão brincando com um jogo de perguntas e respostas. De acordo com as regras, cada resposta correta vale 4 pontos e cada resposta incorreta, −2 pontos.

Avaliação

- Um dos objetivos da atividade **53** é lembrar os alunos da regra de sinais da multiplicação. Nesse momento, é importante verificar se essas regras foram bem assimiladas por eles ou se é necessário revê-las. Para isso, avalie-os fazendo anotações e observações, de maneira a identificar possíveis dificuldades.

- Para a atividade **55**, veja um possível problema elaborado pelos alunos:
  - Sabendo que Pedro fez 3 acertos e 4 erros, enquanto Carolina, 4 acertos e 1 erro, qual a pontuação de cada um deles?
    R Pedro fez 4 pontos e Carolina, **14** pontos.

No material digital audiovisual dessa coleção, disponibilizamos um vídeo que trata das operações de adição e multiplicação com números positivos e negativos, utilizando como recursos a reta numérica e apliquetas do GeoGebra, um *software* de geometria dinâmica. Essas abordagens têm como objetivo auxiliar no processo de aprendizagem de tais operações.

Relacionando saberes

- A atividade **56** mostra espécies de peixes de regiões marítimas e oceânicas profundas. Faça uma relação com o componente curricular **Ciências** e sugira aos alunos uma pesquisa para saberem quais são os peixes mais comuns na região em que moram. Caso não seja uma região litorânea, onde se encontram os peixes de água salgada, peça que pesquisem acerca dos rios das proximidades, onde há peixes de água doce.

- A atividade **58** trabalha com estimativa, desenvolvendo o raciocínio e a percepção dos alunos, habilidades importantes para compreender o mundo e atuar nele.
- Antes do trabalho com a atividade **59**, questione os alunos se eles compreendem o significado da palavra triplo. Complemente a atividade pedindo que resolvam as outras expressões listadas nas alternativas.

56. Observe algumas espécies animais que vivem em regiões profundas dos mares e oceanos.

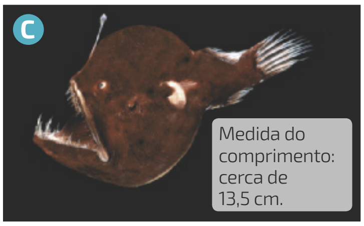
Marevision/age fotostock/Easypix

Sphoeroides pachygaster.

Danté Fenolio/Science Source/Fotoarena

−400 m

Cookeolus japonicus.



Paulo de Oliveira/Photoshot/Easypix

−2 000 m

Melanocetus murrayi (fêmea).

O peixe **A** vive em regiões de até −200 m em relação ao nível do mar; o peixe **B**, em regiões com até 2 vezes a profundidade de **A** e o peixe **C**, em regiões cerca de 5 vezes a profundidade de **B**.

Determine a quantos metros do nível do mar vivem os peixes **B** e **C**.

57. Copie os cálculos indicados em cada item substituindo o ■ por um dos números apresentados nas fichas, de maneira que a igualdade seja verdadeira.

+7	−12	−5	−4	+8	−7

a) $(-12)\cdot(\overset{-7}{\blacksquare})=84$

b) $(\overset{-4}{\blacksquare})\cdot(+8)=-32$

c) $(-3)\cdot(\overset{-12}{\blacksquare})=(+4)\cdot(+9)$

d) $(+24)\cdot(-2)=(\overset{+8}{\blacksquare})\cdot(-6)$

e) $(+5)\cdot(\overset{+7}{\blacksquare})\cdot(-3)=-105$

f) $(-20)\cdot(+3)=(+12)\cdot(\overset{-5}{\blacksquare})$

58. Para cada esquema, faça uma estimativa do resultado do cálculo indicado e copie o valor apresentado mais próximo de sua estimativa.

a) $(-3,2)\cdot(+4,5)$ — −14,4; −7,4; +13,4
−14,4

b) $(-1,8)\cdot(-7,4)$ — +9,2; −11,02; +13,32
13,32

c) $(+5,6)\cdot(-9,1)$ — +45,6; −50,96; −15,7
−50,96

d) $(+2,7)\cdot(+6,9)$ — −13,3; +9,6; +18,63
18,63

Agora, efetue os cálculos exatos e compare os resultados.

59. Leia o que Talita está falando.

Débora Kamogawa

Copie a expressão numérica correspondente à fala de Talita. Em seguida, resolva a expressão que você copiou. d; 18

a) $(-7)\cdot(-5)-3\cdot(-9)-(-10)$

b) $(-7)\cdot(+5)+3\cdot(-9)+(-10)$

c) $(-7)\cdot(-5)+3\cdot(-9)-10$

d) $(-7)\cdot(-5)+3\cdot(-9)-(-10)$

60. Escreva uma expressão numérica para cada item e resolva essa expressão.

a) Multiplique −9 por 7. Ao resultado, adicione o produto de −4 por −7.
$(-9)\cdot(+7)+(-4)\cdot(-7)=-35$

b) Adicione −8 ao produto de 5 por −6. Do resultado, subtraia −12.
$-8+(+5)\cdot(-6)-(-12)=-26$

c) Multiplique −11 por −4. Do resultado, subtraia o produto de 3 por −5.
$(-11)\cdot(-4)-(+3)\cdot(-5)=59$

Propriedades da multiplicação

Agora, vamos estudar as propriedades da multiplicação.

- Propriedade comutativa

Vamos multiplicar os números (-8) e $(+3)$ de duas maneiras.

$(-8) \cdot (+3) = -24$ $(+3) \cdot (-8) = -24$

Em uma multiplicação, podemos trocar a ordem dos fatores que o resultado não se altera.

- Propriedade associativa

Vamos efetuar o cálculo $(-2) \cdot (-5) \cdot (+3)$ associando os fatores de duas maneiras.

$$\underbrace{(-2) \cdot (-5)}_{+10} \cdot (+3) = (+10) \cdot (+3) = +30$$

$$(-2) \cdot \underbrace{(-5) \cdot (+3)}_{-15} = (-2) \cdot (-15) = +30$$

Em uma multiplicação de três ou mais fatores, podemos associar esses fatores de maneiras diferentes que o resultado não se altera.

- Elemento neutro

Vamos multiplicar os números (-7) e 1.

$(-7) \cdot 1 = -7$ ou $1 \cdot (-7) = -7$

Note que -1 não é elemento neutro da multiplicação, pois, por exemplo, $8 \cdot (-1) = -8$ e $8 \neq -8$.

Em uma multiplicação de dois fatores em que um deles é igual a 1, o resultado é igual ao outro fator. Dizemos, então, que o número 1 é o elemento neutro da multiplicação.

- Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

Vamos efetuar o cálculo $(-5) \cdot [(-4) + (+6)]$ de duas maneiras.

$$(-5) \cdot \underbrace{[(-4) + (+6)]}_{+2} = (-5) \cdot (+2) = -10$$

$$(-5) \cdot [(-4) + (+6)] = \underbrace{(-5) \cdot (-4)}_{+20} + \underbrace{(-5) \cdot (+6)}_{-30} = (+20) + (-30) = -10$$

Multiplicar um número pela soma de outros números é o mesmo que multiplicar cada parcela da adição por esse número e, em seguida, adicionar os resultados obtidos. Essa propriedade também é válida quando multiplicamos um número pela diferença de outros dois números.

Ao efetuar $4 \cdot (-6) \cdot (-25)$, qual propriedade facilitaria os cálculos? Por quê?
Possível resposta: A propriedade associativa, porque fica mais fácil calcular primeiro $4 \cdot (-25) = -100$ e, depois, $(-6) \cdot (-100) = 600$.

- Explique aos alunos que, dependendo da maneira como os fatores são associados, os cálculos tornam-se mais simples. Assim, a propriedade associativa é útil para a realização de cálculos mentais envolvendo multiplicação.

- Na resposta dada pelos alunos na atividade **61**, a ordem dos fatores pode ser diferente da apresentada. Valorize a resolução desenvolvida por eles.
- A atividade **65** pode ser complementada propondo aos alunos outras fichas, como:

$+3$ | -7 | $+4$ | -14

Veja algumas possibilidades:

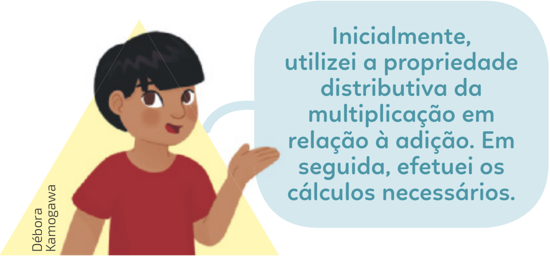
- $(-7)\cdot(+3)\cdot(-14)=$ $=294$
- $(+4)\cdot(-7)\cdot(+3)=-84$
- $(-14)\cdot(+3)\cdot(+4)=$ $=-168$
- $(-14)\cdot(-7)\cdot(+4)=$ $=392$

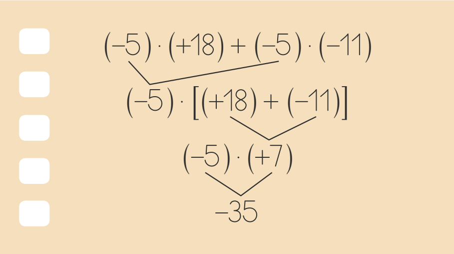
- A atividade **66** trabalha com cálculo mental e com cálculo aproximado e exato, uma estratégia que proporciona aos alunos organizar seus pensamentos, podendo agilizar o trabalho cognitivo. Da mesma maneira, a calculadora pode ser um importante instrumento que auxilia nos cálculos.

Atividades

Anote no caderno

61. Observe como Tiago resolveu a expressão $(-5)\cdot(+18)+(-5)\cdot(-11)$.





$(-5)\cdot(+18)+(-5)\cdot(-11)$

$(-5)\cdot[(+18)+(-11)]$

$(-5)\cdot(+7)$

-35

Agora, resolva.

a) $(+4)\cdot(-8)+(+4)\cdot(+10)$ 8

b) $(-2)\cdot(-12)+(+20)\cdot(-2)$ –16

c) $(-10)\cdot(+5)+(+5)\cdot(-3)$ –65

d) $(+9)\cdot(-3)+(-13)\cdot(-3)$ 12

e) $(+6)\cdot(-1)+(-3)\cdot(+6)+(+7)\cdot(+6)$ 18

f) $(-9)\cdot(-4)+(-9)\cdot(-3)+(+9)\cdot(-9)$ –18

62. Utilizando a propriedade associativa da multiplicação, resolva as expressões de duas maneiras.

a) $(-5)\cdot(+6)\cdot(-2)$ 60

b) $(-10)\cdot(-8)\cdot(-9)$ –720

c) $(-1)\cdot(-3)\cdot(-5)\cdot(+4)$ –60

d) $(-4)\cdot(-2)\cdot(+3)\cdot(-7)$ –168

63. Copie os itens substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) $(-13)\cdot 1=$ ■ –13

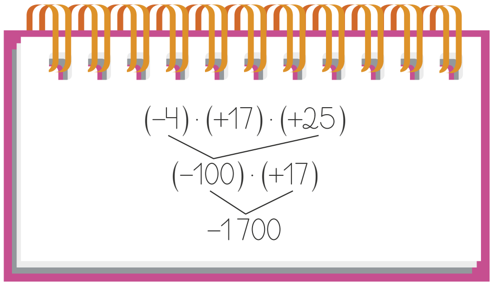
b) ■ $\cdot 1=23$ 23

c) ■ $\cdot(-9)=-9$ 1

d) $(+11)\cdot 1=$ ■ 11

e) $1\cdot($■$)=-56$ –56

64. Para facilitar a resolução da expressão $(-4)\cdot(+17)\cdot(+25)$, podemos associar dois fatores e obter um número inteiro terminando em zero. Observe.



$(-4)\cdot(+17)\cdot(+25)$

$(-100)\cdot(+17)$

$-1\,700$

Agora, resolva.

a) $(-5)\cdot(-13)\cdot(-6)$ –390

b) $(+2)\cdot(-5)\cdot(-23)$ 230

c) $(-7)\cdot(+15)\cdot(+2)$ –210

d) $(+8)\cdot(-11)\cdot(+5)$ –440

e) $(-4)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-2)$ 200

f) $(+2)\cdot(+15)\cdot(-4)\cdot(+35)$ –4 200

65. Com os números apresentados nas fichas, escreva quatro multiplicações, com três fatores diferentes cada uma, cujos resultados não sejam iguais.

-2 | $+5$ | -4 | $+9$

66. Nos itens a seguir, arredonde cada número decimal ao inteiro mais próximo e efetue o cálculo aproximado mentalmente.

a) $4{,}8\cdot(-12{,}3)$ –60; –59,04

b) $(-10{,}2)\cdot(-9{,}9)$ 100; 100,98

c) $(-5{,}09)\cdot(+25{,}96)$ –130; –132,1364

d) $(-2{,}08)\cdot(-0{,}9)$ 2; 1,872

e) $67{,}8\cdot(+9{,}01)$ 612; 610,878

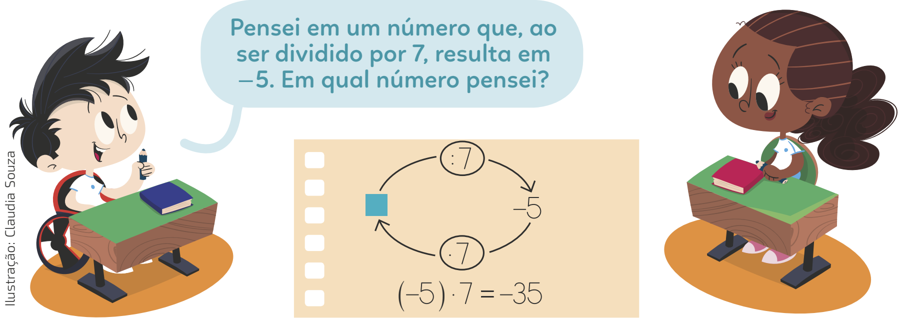
f) $22{,}2\cdot(-3{,}09)$ –66; –68,598

Agora, com uma calculadora, efetue os cálculos exatos e compare com os resultados obtidos anteriormente.

65. $(-2)\cdot(+5)\cdot(-4)=40$; $(-2)\cdot(+5)\cdot(+9)=-90$; $(-2)\cdot(-4)\cdot(+9)=72$; $5\cdot(-4)\cdot(+9)=-180$

Divisão

Observe a pergunta feita por Roger e o esquema feito por Heloísa para respondê-la.

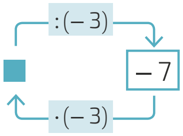


Observando o caderno de Heloísa, notamos que ela realizou uma multiplicação para determinar o número desconhecido. Isso ocorre porque a multiplicação é a **operação inversa** da divisão exata, e vice-versa. Assim, temos que:

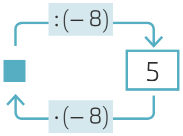
$$(-35) : 7 = -5, \text{ pois } (-5) \cdot 7 = -35$$

Portanto, o número em que Roger pensou é −35.

Veja outros exemplos.



$21 : (-3) = -7$,
pois $(-7) \cdot (-3) = 21$



$(-40) : (-8) = 5$,
pois $5 \cdot (-8) = -40$

Em uma divisão em que:

- o dividendo e o divisor têm o mesmo sinal, o quociente é um número positivo;
- o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

A regra de sinal da divisão é a mesma da multiplicação.

Por qual número devemos multiplicar (−12) para que o resultado seja −132? 11

Atividades

Anote no caderno

67. Observe duas divisões que estão associadas a uma multiplicação.
Resposta nas orientações ao professor.

$(-13) \cdot (+7) = -91$
$(-91) : (-13) = +7$
$(-91) : (+7) = -13$

Resolva as multiplicações a seguir e escreva duas divisões associadas a cada uma delas.

a) $(+7) \cdot (-8)$
b) $(-12) \cdot (-4)$
c) $(-9) \cdot (+6)$
d) $(-6{,}5) \cdot (+1{,}8)$
e) $(+2{,}1) \cdot (-3{,}4)$
f) $\left(+\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$

- Sugira aos alunos que elaborem problemas como o apresentado na teoria e deem para um colega resolver. Depois, peça que confiram se as respostas estão corretas. Esse tipo de atividade favorece a criatividade e auxilia na compreensão da divisão de números positivos e números negativos.

Respostas

67. a) $(-56) : (-8) = (+7)$
$(-56) : (+7) = (-8)$
b) $(+48) : (-12) = (-4)$
$(+48) : (-4) = (-12)$
c) $(-54) : (+6) = (-9)$
$(-54) : (-9) = (+6)$
d) $(-11{,}7) : (+1{,}8) = $
$= (-6{,}5)$
$(-11{,}7) : (-6{,}5) = $
$= (+1{,}8)$
e) $(-7{,}14) : (+2{,}1) = $
$= (-3{,}4)$
$(-7{,}14) : (-3{,}4) = $
$= (+2{,}1)$
f) $\left(-\frac{35}{24}\right) : \left(-\frac{7}{3}\right) = $
$= \left(+\frac{5}{8}\right)$
$\left(-\frac{35}{24}\right) : \left(+\frac{5}{8}\right) = $
$= \left(-\frac{7}{3}\right)$

- Veja um possível problema elaborado pelos alunos na atividade de **71**:
  - Bianca pensou em um número, ao dividi-lo por 10, obteve como resultado −6. Escreva qual operação representa o que Bianca pensou.
    R (−60) : 10 = −6
- Na atividade **72**, caso julgue necessário, lembre os alunos de como calcular a média aritmética.

68. Efetue os cálculos.

a) (−24) : 4 −6

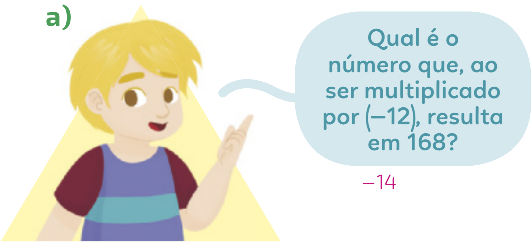
b) (−72) : (−9) 8

c) 120 : (−8) −15

d) (−204) : (−17) 12

69. Responda às perguntas.

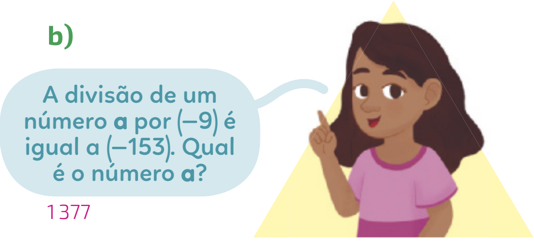
a)



−14

Danilo

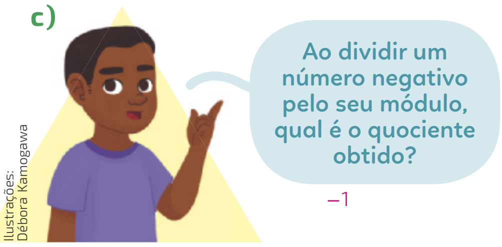
b)



1 377

Ana

c)



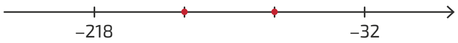
−1

Ilustrações: Débora Kamogawa

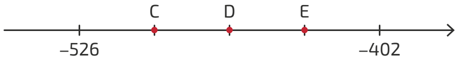
Carlos

70. A seguir estão representadas partes de retas numéricas cuja distância entre os pontos consecutivos destacados em cada uma delas tem a mesma medida. Determine o número correspondente a cada letra.

I) A: −156; B: −94



II) C: −495; D: −464; E: −433



Ilustrações: Sergio L. Filho

71. Elabore um problema a partir da divisão abaixo e dê para um colega resolver. Depois, confira se a resposta dada pelo seu colega está correta. Resposta pessoal.

(−60) : 10

72. Veja o saldo bancário diário de uma pessoa durante certa semana.

Dia	Saldo (R$)
Domingo	−126
Segunda-feira	−38
Terça-feira	+23
Quarta-feira	−17
Quinta-feira	−59
Sexta-feira	+45
Sábado	−24

Calcule o saldo bancário médio dessa pessoa durante essa semana. −R$ 28,00

73. Resolva as expressões numéricas.

a) (45 − 9) : (−30 + 21) + (−8) −12

b) (−6) − (− 32 − 22) : (19 − 10) 0

c) (−67 + 23) : (−4) + (−13 + 11) 9

d) 28 : (79 − 93) + (−65 − 31) : (18 − 42) 2

Lembre-se de que, em uma expressão numérica, resolvemos inicialmente os cálculos indicados dentro dos parênteses. Em seguida, resolvemos as multiplicações e as divisões; por último, as adições e as subtrações.

74. Copie os cálculos indicados em cada ficha, colocando parênteses de tal maneira que as igualdades fiquem verdadeiras.

a) −48 : (8 · 3) = −2

b) −7 · (5 − 2) : 3 = −7

c) (7 · 6) : (9 − 12) = −14

d) 12 : (2 − 4) · (5 + 1) = −36

Potências com base negativa

Observe alguns cálculos com potências de base negativa.

- $(-2)^4 = \underbrace{(-2)\cdot(-2)}_{(-2)^2=4}\cdot\underbrace{(-2)\cdot(-2)}_{(-2)^2=4} = 4\cdot 4 = 16$
- $(-3)^5 = \underbrace{(-3)\cdot(-3)}_{(-3)^2=9}\cdot\underbrace{(-3)\cdot(-3)}_{(-3)^2=9}\cdot(-3) = \underbrace{9\cdot 9}_{9^2=81}\cdot(-3) = 81\cdot(-3) = -243$
- $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \underbrace{\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)}_{\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27}$

> Quando escrevemos uma potência com base negativa, sempre utilizamos os parênteses. Em $(-5)^2 = 25$, a base é -5 e, em $-5^2 = -25$, a base é 5.

Em uma potenciação cuja base é um número negativo e o expoente é um número:

- **ímpar**, a potência é negativa.

  $(-1)^7 = -1$

  $(-2{,}5)^3 = -15{,}625$

  $\left(-\frac{3}{5}\right)^5 = -\frac{243}{3\,125}$

- **par**, a potência é positiva.

  $(-1)^6 = 1$

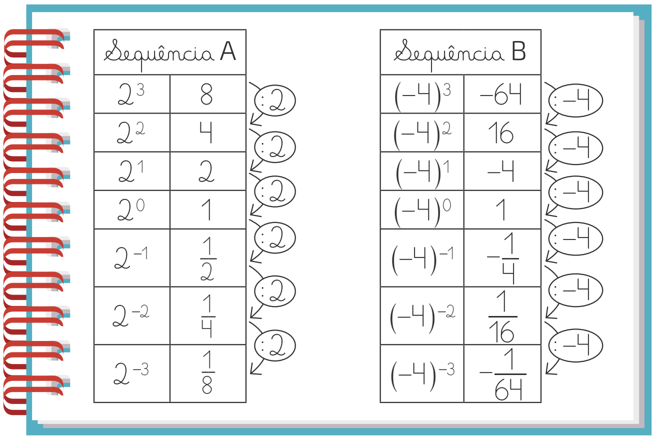
  $(-6{,}7)^2 = 44{,}89$

  $\left(-\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$

Qual é o resultado de uma potência cuja base é um número negativo e cujo expoente é igual a zero? 1

Potências com expoente negativo

Para calcular as potências 2^{-3} e $(-4)^{-3}$, Simone escreveu as sequências a seguir.



Sequência A	
2^3	8
2^2	4
2^1	2
2^0	1
2^{-1}	$\frac{1}{2}$
2^{-2}	$\frac{1}{4}$
2^{-3}	$\frac{1}{8}$

Sequência B	
$(-4)^3$	-64
$(-4)^2$	16
$(-4)^1$	-4
$(-4)^0$	1
$(-4)^{-1}$	$-\frac{1}{4}$
$(-4)^{-2}$	$\frac{1}{16}$
$(-4)^{-3}$	$-\frac{1}{64}$

Na sequência **A**, enquanto o expoente diminui uma unidade, a potência é dividida por 2, e, na sequência **B**, a potência é dividida por -4. Assim:

- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
- $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{-64} = -\frac{1}{64}$

- Verifique se os alunos percebem a regularidade nas potências antes de trabalhar o conteúdo dessa página, em que uma potência com base negativa será positiva quando a base for negativa e o expoente for par, e será negativa se o expoente for ímpar.
- Antes de trabalhar com o tópico **Potências com expoente negativo**, apresente as sequências **A** e **B** da página na lousa, sem as indicações das divisões. Peça aos alunos que investiguem possíveis regularidades, a fim de determinar que, na sequência **A**, obtém-se a próxima potência dividindo a linha anterior por 2 e, na sequência **B**, por -4.

Um número diferente de zero elevado a um expoente negativo é igual ao inverso desse número elevado ao oposto desse expoente.

Assim, sendo **a** um número diferente de zero e **n** um número natural maior ou igual a 1, temos:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ ou } a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Exemplos:

- $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$
- $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9}$

O inverso de **a** é $\frac{1}{a}$ e o inverso de $\frac{a}{b}$ é $\frac{b}{a}$, com **a** e **b** diferentes de zero.

Atividades

Anote no caderno

75. Escreva se o resultado de cada potência é positivo ou negativo.

a) $(-5,9)^8$ positivo

b) $(-3,8)^5$ negativo

c) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{14}$ positivo

d) $(-9,9)^{12}$ positivo

e) $(-0,3)^{35}$ negativo

f) $\left(-\frac{5}{8}\right)^0$ positivo

76. Calcule as potências.

a) $(-5)^3$ -125

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ $\frac{1}{81}$

c) $(0,2)^2$ 0,04

d) $\left(-\frac{4}{9}\right)^1$ $-\frac{4}{9}$

e) $(2,1)^3$ 9,261

f) $(-12,8)^0$ 1

77. Copie os itens substituindo cada $\blacksquare$ pelo símbolo $=$ ou $\neq$.

a) $-8^3 \overset{=}{\blacksquare} (-8)^3$

b) $(-2)^6 \overset{\neq}{\blacksquare} -2^6$

c) $5^1 \overset{\neq}{\blacksquare} (-5)^1$

d) $(-7)^2 \overset{=}{\blacksquare} 7^2$

e) $-3^4 \overset{\neq}{\blacksquare} (3)^4$

f) $(-21)^0 \overset{=}{\blacksquare} 21^0$

78. Escreva uma questão a partir das potências a seguir e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta dada pelo seu colega está correta.
Resposta pessoal.

$(-1)^4$

-1^4

79. Calcule as potências.

a) $(6)^{-2}$ $\frac{1}{36}$

b) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}$ 343

c) $(9)^{-1}$ $\frac{1}{9}$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$ $\frac{16}{81}$

e) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}$ -64

f) $(-1)^{-7}$ -1

80. Associe as fichas que indicam números iguais, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. a-IV; b-III; c-II; d-V; e-I

a) 10^{-4}

c) $(0,1)^{-3}$

e) $(0,1)^{-5}$

b) 10^{-2}

d) 10^{-3}

I) 100 000

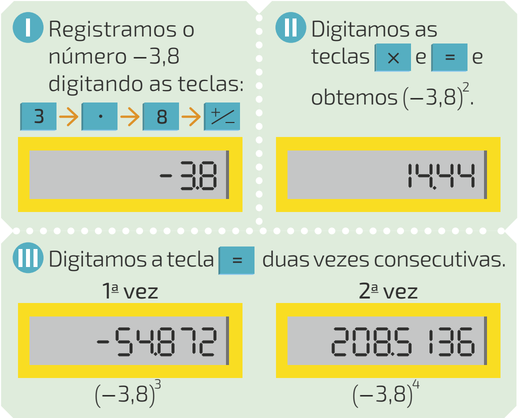
III) 0,01

V) 0,001

II) 1 000

IV) 0,0001

81. Observe como calcular $(-3,8)^4$ utilizando uma calculadora.



I Registramos o número $-3,8$ digitando as teclas:
3 → · → 8 → $\pm$

II Digitamos as teclas × e = e obtemos $(-3,8)^2$.

III Digitamos a tecla = duas vezes consecutivas.

Ilustrações: Keithy Mostachi

Portanto, $(-3,8)^4 = 208,5136$.

Agora, utilizando uma calculadora, resolva.

a) $(-0,6)^3$ $-0,216$

b) $(-8,5)^2$ 72,25

c) $(-2,9)^4$ 70,7281

d) $\left(-\frac{16}{5}\right)^4$ 104,8576

- Se necessário, apresente outros exemplos de números com seus inversos para os alunos. Veja alguns:
  - o inverso de $\frac{1}{9}$ é 9.
  - o inverso de -7 é $-\frac{1}{7}$.
  - o inverso de $-\frac{1}{95}$ é -95.
- Nas atividades **75**, **76** e **77**, caso seja necessário, lembre os alunos de que toda potência com base diferente de zero e expoente igual a zero tem resultado 1. Se necessário, retome esse assunto, que foi apresentado no volume de **6º** ano dessa coleção.
- Uma possível questão elaborada pelos alunos na atividade **78** é:
  - Qual a diferença entre as potências $(-1)^4$ e -1^4?

    R A diferença está nos parênteses, que mudam o resultado, $(-1)^4 = 1$ e $-1^4 = -1$.
- Na atividade **81**, caso a calculadora utilizada pelos alunos não tenha a tecla $\pm$, diga-lhes que o número $-3,8$ pode ser registrado com a sequência de teclas:

  — → 3 → · →
  → 8 → =

  Caso não haja calculadoras para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a atividade ou, então, verifique a possibilidade de trazer algumas calculadoras para a sala de aula.
  Diga aos alunos que, para resolver o item **d**, inicialmente transformamos a base da potência em um número decimal.

Propriedades das potências

Vimos como calcular potências cujas bases são números naturais, fracionários, decimais ou negativos, além das potências cujo expoente é um número negativo. Agora, vamos estudar algumas propriedades da potenciação.

- 1ª propriedade

  Uma multiplicação de potências de mesma base pode ser transformada em uma única potência.

$$7^3 \cdot 7^2 = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7}_{7^3} \cdot \underbrace{7 \cdot 7}_{7^2} = 7^5 \qquad 3^2 \cdot 3^4 \cdot 3 = \underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{3^4} \cdot \underbrace{3}_{3^1} = 3^7$$

  Nos casos apresentados, note que, ao mantermos a base e adicionarmos os expoentes, obtemos a mesma potência.

$$7^3 \cdot 7^2 = 7^{3+2} = 7^5 \qquad 3^2 \cdot 3^4 \cdot 3 = 3^{2+4+1} = 3^7$$

  De modo geral, temos $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, com $a \neq 0$ se $n \leq 0$ ou $m \leq 0$.

- 2ª propriedade

  Uma divisão de potências de mesma base (não nula) pode ser transformada em uma única potência.

$$6^5 : 6^2 = \frac{6^5}{6^2} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6}}{\cancel{6} \cdot \cancel{6}} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$$

$$(-8)^3 : (-8) = \frac{(-8)^3}{(-8)} = \frac{(-8) \cdot (-8) \cdot \cancel{(-8)}}{\cancel{(-8)}} = (-8) \cdot (-8) = (-8)^2$$

  Nos casos apresentados, note que, ao mantermos a base e subtrairmos os expoentes, obtemos a mesma potência:

$$6^5 : 6^2 = 6^{5-2} = 6^3$$

$$(-8)^3 : (-8) = (-8)^{3-1} = (-8)^2$$

  De modo geral, temos $a^n : a^m = a^{n-m}$, com $a \neq 0$.

- 3ª propriedade

  Em uma multiplicação de dois ou mais fatores elevada a um expoente, podemos elevar cada um dos fatores a esse expoente.

$$(2 \cdot 5)^3 = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} \cdot \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{5^3} = 2^3 \cdot 5^3$$

$$(4 \cdot 6 \cdot 7)^2 = (4 \cdot 6 \cdot 7) \cdot (4 \cdot 6 \cdot 7) = 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 = \underbrace{4 \cdot 4}_{4^2} \cdot \underbrace{6 \cdot 6}_{6^2} \cdot \underbrace{7 \cdot 7}_{7^2} = 4^2 \cdot 6^2 \cdot 7^2$$

  De modo geral, temos $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, com $(a \cdot b) \neq 0$ se $n \leq 0$.

Temos que $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, porém $(a + b)^n \neq a^n + b^n$. Isso pode ser observado no exemplo ao lado.

- $\underbrace{(2 + 3)}_{5}^2 = 5^2 = 25$
- $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

Assim, $(2 + 3)^2 \neq 2^2 + 3^2$.

- Para o trabalho com o conteúdo dessa página e da página **126**, peça aos alunos que elaborem no caderno um quadro com as cinco propriedades de potenciação, com a finalidade de ter um fácil acesso sempre que forem utilizá-las.

- Para complementar o trabalho com essa página, proponha a **Atividade complementar** a seguir.

Atividade complementar

- Determine o expoente das potências, sabendo que os produtos de cada linha, coluna e diagonal são iguais.

5^4	5^{-1}	$5^{▲}$
$5^{★}$	5^1	$5^{●}$
$5^{■}$	5^3	$5^{⬢}$

R

5^4	5^{-1}	5^0
5^{-3}	5^1	5^5
5^2	5^3	5^{-2}

- 4ª propriedade

Em uma divisão elevada a um expoente, podemos elevar o dividendo e o divisor a esse expoente.

$$(12:7)^3 = \left(\frac{12}{7}\right)^3 = \frac{12}{7}\cdot\frac{12}{7}\cdot\frac{12}{7} = \frac{\overbrace{12\cdot 12\cdot 12}^{12^3}}{\underbrace{7\cdot 7\cdot 7}_{7^3}} = \frac{12^3}{7^3}$$

De modo geral, temos $(a:b)^n = a^n : b^n$, com $a \neq 0$ se $n \leq 0$ e $b \neq 0$.

- 5ª propriedade

Uma potência elevada a um expoente pode ser transformada em uma única potência.

$$(9^2)^3 = 9^2\cdot 9^2\cdot 9^2 = 9^{2+2+2} = 9^6$$

No caso apresentado, note que, ao mantermos a base e multiplicarmos os expoentes, obtemos a mesma potência:

$$(9^2)^3 = 9^{2\cdot 3} = 9^6$$

De modo geral, temos $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$, com $a \neq 0$ se $n \leq 0$ ou $m \leq 0$.

Temos que $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$, porém $a^{m^n} \neq a^{m\cdot n}$. Isso pode ser observado no exemplo ao lado.

- $(4^2)^3 = 4^6 = 4\,096$
- $4^{2^3} = 4^8 = 65\,536$

Assim, $(4^2)^3 \neq 4^{2^3}$.

Atividades

Anote no caderno

82. Utilizando as propriedades das potências, escreva os cálculos por meio de uma única potência.

a) $2^5 \cdot 2^3$ 2^8

b) $8^7 : 8^2$ 8^5

c) $[(-0{,}3)^4]^6$ $(-0{,}3)^{24}$

d) $(6^2)^5$ 6^{10}

e) $\left(-\frac{4}{3}\right)^6 : \left(-\frac{4}{3}\right)^6$ $\left(-\frac{4}{3}\right)^0$

f) $(13{,}5)^3 \cdot (13{,}5)^{-7}$ $(13{,}5)^{-4}$

g) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-4} : \left(\frac{2}{7}\right)^2$ $\left(\frac{2}{7}\right)^{-6}$

h) $\left[\left(-\frac{8}{5}\right)^3\right]^{-3}$ $\left(-\frac{8}{5}\right)^{-9}$

83. Determine o valor de cada letra nas fichas. A: 5; B: 11; C: 3; D: −7; E: −3; F: −2

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^A \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$

$((0{,}1)^{-4})^F = (0{,}1)^8$

$\left(\frac{6}{5}\right)^7 : \left(\frac{6}{5}\right)^E = \left(\frac{6}{5}\right)^{10}$

$(1{,}9)^B : (1{,}9)^3 = (1{,}9)^8$

$(5^6)^C = 5^{18}$

$(-3)^2 \cdot (-3)^9 \cdot (-3)^D = (-3)^4$

84. Copie os itens substituindo cada ■ pelo símbolo >, < ou =.

a) $(12^8 \cdot 5^8) \overset{=}{■} 60^8$

b) $(7^3 + 4^3) \overset{<}{■} (7+4)^3$

c) $(6:5)^9 \overset{=}{■} (6^9 : 5^9)$

d) $(5^3 - 2^3) \overset{>}{■} (5-2)^3$

e) $10^{-2} \overset{<}{■} (4^{-2} + 6^{-2})$

f) $(6^3 - 4^3) \overset{>}{■} 2^3$

85. Observe como podemos escrever a expressão $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{6}\right]^{2}$ por meio de uma única potência.

$$\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{6}\right]^{2}=\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{6}\right]^{2}=\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{8}\right]^{2}=\left(\frac{3}{5}\right)^{16}$$

Agora, escreva as expressões por meio de uma única potência.

a) $\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^{-6}\cdot\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{2}\right]^{3}\right\}^{4}$ $\left(\frac{4}{3}\right)^{48}$ **b)** $\left[\left(\frac{5^3}{8^3}\right)^{4}\cdot\left(\frac{8}{5}\right)^{-4}:\left(\frac{5}{8}\right)^{10}\right]^{3}$ $\left(\frac{5}{8}\right)^{18}$ **c)** $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{4}:\left(\frac{7}{2}\right)^{-2}\right]^{-5}$ $\left(\frac{2}{7}\right)^{-10}$

86. Resolva as expressões.

a) $4^2+3^2\cdot 3^3$ 259

b) $5^6:5^3-2^2\cdot 2^3$ 93

c) $(8-7)^3+14^6:14^5+20^0$ 16

d) $6^3-7^2-\left(10^2\right)^7:10^{12}$ 67

e) $2\cdot 3^4-2^2\cdot 2^2+15$ 161

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo? números positivos e números negativos, reta numérica, adição, subtração, multiplicação e divisão, potências com base negativa, potências com expoente negativo.

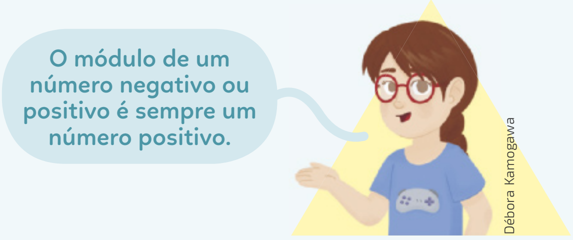
2. Leia as informações.

- Saldo devedor de R$ 270,00.
- 300 a.C.
- 25 °C abaixo de zero.
- 36 metros abaixo do nível do mar.

Essas informações podem ser representadas por números negativos. Como é possível identificar números negativos em cada uma delas? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam por meio dos termos "saldo devedor", "abaixo de zero", "a.C." e "abaixo do nível do mar".

3. Mesmo aquecendo um ambiente é possível que a medida de sua temperatura seja negativa? Justifique. sim; Possível resposta: por exemplo, se a medida da temperatura era –10 °C e aumentou 5 °C, então a medida da temperatura obtida é –5 °C, ou seja, 5 °C negativos.

4. Observe o que Maria está dizendo.



A afirmação está correta? Justifique. sim; Espera-se que os alunos respondam que o módulo de qualquer número diferente de zero é positivo, uma vez que corresponde à medida da distância de um ponto da reta numérica à origem.

5. Explique com suas palavras por que a adição de dois números negativos resulta em um número negativo. Dê um exemplo. Resposta pessoal.

6. Que ponto da reta numérica está a uma mesma medida de distância de outros dois pontos cujas abscissas são números simétricos? origem **0**

- Na atividade **85**, caso seja necessário, lembre os alunos da ordem em que os cálculos devem ser resolvidos em expressões que envolvem parênteses, colchetes e chaves.

Avaliação

- Utilize a seção **Explorando o que estudei** para realizar uma avaliação que busque identificar possíveis dificuldades dos alunos com o conteúdo estudado nesse capítulo. Essa avaliação consiste em um importante momento dos processos de ensino-aprendizagem, pois, a partir dela, é possível observar se os objetivos do capítulo foram alcançados e se as atitudes tomadas no decorrer do processo foram favoráveis, podendo, por conseguinte, deliberar se essas atitudes devem ser mantidas ou alteradas para os próximos capítulos.

- Na atividade **5**, uma possível explicação seria a de que, nesse caso, as parcelas da adição têm o mesmo sinal (–), logo adicionamos os valores absolutos das parcelas e conservamos o sinal das parcelas, obtendo assim um número negativo. Veja alguns exemplos que os alunos poderão citar:
  - (–2) + (–17) = –19
  - (–20) + (–5) = –25

Esse capítulo apresentará aos alunos conceitos relacionados à Álgebra, de modo que, a partir do estudo de expressões algébricas, eles aprendam a realizar cálculos utilizando letras e compreendam fórmulas e equações. Com isso, espera-se também que identifiquem a diferença entre incógnita e variável.

Seguindo o trabalho, o estudo de sequências será abordado com o intuito de capacitá-los a utilizar a linguagem algébrica para interpretar padrões.

- Essas páginas de abertura introduzem algumas ideias relacionadas a expressões algébricas, fórmulas e equações de maneira contextualizada, fazendo com que os alunos compreendam melhor o papel da Matemática em situações do dia a dia. São apresentadas algumas informações gerais sobre táxis e o mecanismo de cobrança de uma corrida, no entanto pode haver algumas particularidades em diferentes regiões do país.

  Uma sugestão de condução do trabalho é organizar a turma em duplas para realizar a leitura e responder às questões e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos.

  Para complementar o estudo do tema, pergunte se eles já utilizaram um táxi e qual foi o valor gasto. Proponha uma simulação de corrida de acordo com os valores apresentados no exemplo da abertura e peça que calculem o valor a ser pago.

  Na atividade **8** da página **134**, no estudo das fórmulas, o cálculo do valor de uma corrida de táxi será retomado.

Capítulo 6

Expressões algébricas, fórmulas e equações

Utilizado no mundo todo e principalmente nas grandes cidades, o táxi é um veículo de aluguel para transporte de passageiros. No Brasil, quem determina o valor das tarifas e a quantidade de licenças de táxis em uma cidade são as prefeituras municipais.

Geralmente cada táxi possui um taxímetro, aparelho utilizado para calcular o preço da corrida ou viagem, considerando nesse cálculo uma tarifa inicial fixa (bandeirada), outra de acordo com a medida da distância percorrida e outra conforme a medida do tempo de viagem que o táxi ficou parado.

Veja um exemplo de cálculo de uma corrida de táxi cuja bandeirada é R$ 6,10, o valor por quilômetro percorrido é R$ 3,50 e o valor por minuto parado é R$ 0,65.

$$\underbrace{P}_{\text{preço da corrida}} = \overbrace{6{,}10}^{\text{bandeirada}} + \underbrace{2}_{\text{distância (km)}} \cdot \overbrace{3{,}50}^{\text{preço por quilômetro}} + \underbrace{10}_{\text{tempo (min)}} \cdot \overbrace{0{,}65}^{\text{preço por minuto}} = 19{,}60 \longrightarrow \text{R\$ } 19{,}60$$

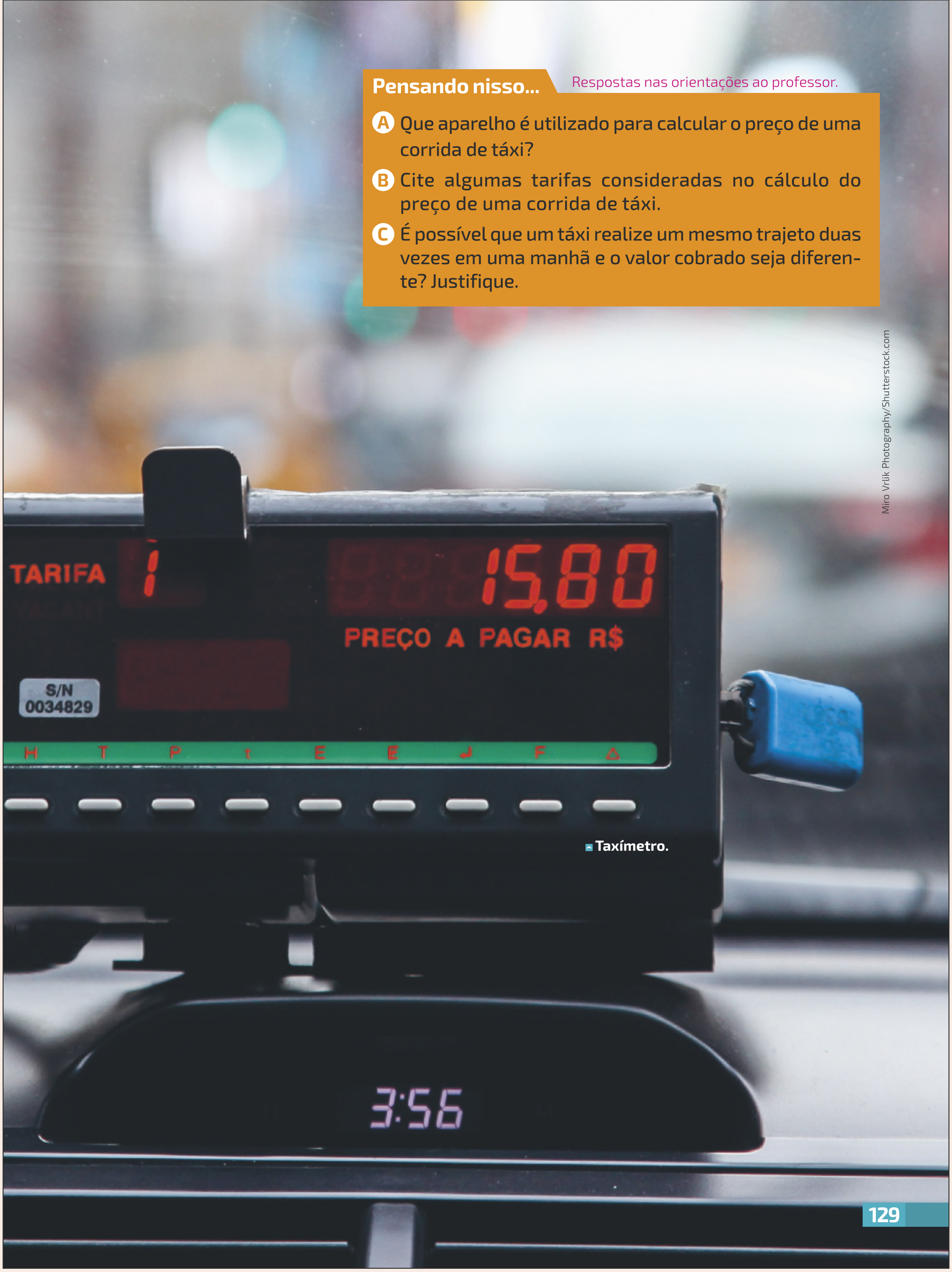
Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A Que aparelho é utilizado para calcular o preço de uma corrida de táxi?

B Cite algumas tarifas consideradas no cálculo do preço de uma corrida de táxi.

C É possível que um táxi realize um mesmo trajeto duas vezes em uma manhã e o valor cobrado seja diferente? Justifique.



Taxímetro.

Miro Vrlik Photography/Shutterstock.com

Pensando nisso...

A taxímetro

B Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam bandeirada, medida da distância percorrida e a medida do tempo em que o táxi ficou parado durante a viagem.

C Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que sim, pois essas corridas podem ter diferentes medidas de tempo em que o táxi fica parado durante a viagem, o que, por consequência, resulta em valores diferentes da corrida.

- O trabalho com os itens **A** e **B** é oportuno para verificar se os alunos estão realizando a leitura e a interpretação das informações de maneira correta.
- No item **C**, caso necessário, explique aos alunos que a medida da distância não é o único fator que influencia no preço a ser pago em uma corrida, pois também é preciso considerar a medida do tempo em que o táxi ficou parado no trânsito durante a viagem e o valor da bandeirada.

Objetivos do capítulo

- Compreender as ideias de variável e de incógnita.
- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
- Identificar as variáveis de uma expressão algébrica.
- Identificar fórmulas, equações e seus elementos.
- Classificar sequências em recursivas e não recursivas.
- Escrever expressões algébricas para representar regularidades e situações em geral.
- Traduzir uma situação-problema por meio de uma equação.
- Resolver uma equação utilizando diferentes métodos.

- O nome do estabelecimento que aparece nessa página é fictício.

Expressões algébricas

Observe o *outdoor* de uma locadora de automóveis.

Rawpixel.com/ Shutterstock.com

Veja como podemos calcular a quantia em reais que uma pessoa deve pagar pelo aluguel de um carro durante um dia, se percorrer 110 km.

$$130 + 1{,}50 \cdot 110 = 295$$

Portanto, a pessoa vai pagar R$ 295,00 pelo aluguel do carro.

Note que o valor a ser pago é obtido adicionando-se 130, que corresponde ao valor da diária, ao produto de 1,50 pela quantidade de quilômetros rodados.

Se indicarmos com **x** a quantidade de quilômetros rodados, podemos escrever a seguinte **expressão algébrica** para encontrar o valor a ser pago.

Em geral, em um produto de dois fatores em que pelo menos um deles é uma letra, não utilizamos o símbolo de multiplicação (·). O produto 5 · x, por exemplo, pode ser indicado por 5x.

$$\underbrace{130}_{\text{aluguel de um dia}} + \underbrace{1{,}50}_{\text{valor por quilômetro rodado}} \cdot \overset{\text{quantidade de quilômetros rodados}}{x} \text{ ou } 130 + 1{,}50x$$

Dessa maneira, se uma pessoa alugou um carro nessa locadora por um dia e percorreu 145 km, podemos calcular o valor do aluguel substituindo a letra **x** por 145 na expressão algébrica acima, ou seja:

$$130 + 1{,}50 \cdot 145 = 347{,}50$$

Assim, a pessoa vai pagar R$ 347,50.

Nesse caso, determinamos o **valor numérico** da expressão algébrica $130 + 1{,}50\,x$, quando $x = 145$.

- As expressões em que aparecem letras e números são chamadas expressões algébricas. Nelas, as letras são chamadas **variáveis**. Veja alguns exemplos.

$7x$ $\qquad$ $a + 1$ $\qquad$ $9 - \frac{3}{4}y$ $\qquad$ $a^2 + b - 6$

- Quando substituímos a variável de uma expressão algébrica por um número e efetuamos os cálculos, obtemos o **valor numérico** da expressão. Por exemplo: O valor numérico da expressão $a + 2b$, quando $a = 1$ e $b = -3$, é dado por:

$$a + 2b \longrightarrow 1 + 2 \cdot (-3) = 1 - 6 = -5$$

De acordo com as informações apresentadas, quantos reais uma pessoa deve pagar pelo aluguel de um carro durante um dia, se percorrer 300 km?
R$ 580,00

- No exemplo apresentado, explique aos alunos que o único elemento que provoca variação no valor a ser pago na locação do veículo por um dia é a quantidade de quilômetros rodados, representada pela letra **x**. Nesse caso, a expressão algébrica possui apenas uma variável.
Nesse momento, com o auxílio dos alunos, escreva na lousa uma expressão algébrica para representar o valor a ser pago pela locação de um carro nessa mesma locadora, porém variando a quantidade de dias de locação e a quantidade de quilômetros rodados. Para isso, utilize a letra **y** para indicar a variável “quantidade de dias”, obtendo a expressão algébrica $130y + 1{,}50x$. Em seguida, peça a eles que calculem, com base na expressão algébrica, o valor numérico para $y = 3$ e $x = 296$. Depois, questione o significado do resultado obtido (preço a ser pago pela locação de um carro por três dias, tendo rodado 296 km).

Atividades

Anote no caderno

1. Para cada sentença, escreva uma expressão algébrica na variável **x**.

a) triplo de **x** $3x$

b) metade de **x** $\frac{x}{2}$

c) $\frac{3}{4}$ de **x** $\frac{3}{4}x$

d) quadrado de **x** x^2

e) 3 mais o quíntuplo de **x** $3 + 5x$

f) 20% de **x** $\frac{20}{100}x$ ou $0,2x$

2. Ronaldo trabalha como vendedor em uma loja e seu salário é composto de uma parte fixa de R$ 1420,00 mais 4% de comissão sobre o valor dos produtos vendidos por ele durante o mês.

a) Escreva uma expressão algébrica para representar o salário de Ronaldo em um mês no qual ele vendeu **x** reais. $1420 + 0,04x$ ou $1420 + \frac{4}{100}x$

b) Com base na expressão que você escreveu, calcule quantos reais Ronaldo vai receber de salário se ele vender em um mês o equivalente a:

- R$ 4 200,00. R$ 1 588,00
- R$ 15 350,00. R$ 2 034,00
- R$ 8 913,00. R$ 1 776,52

3. Localizado no parque do Ibirapuera, em São Paulo (SP), o monumento Mausoléu aos Heróis, de 1932, também chamado obelisco do Ibirapuera, é um dos principais símbolos paulistanos.

Considerando que a medida da altura do obelisco seja representada por **h**, escreva uma expressão algébrica para representar, em relação a **h**, as medidas das alturas indicadas nos itens a seguir.

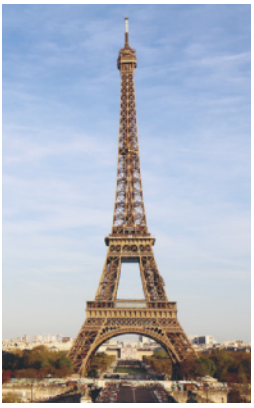
Alf Ribeiro/Shutterstock.com

Obelisco Mausoléu aos Heróis, em São Paulo, em 2018.

- A medida da altura da cachoeira do Aracá é 293 m maior que a do obelisco do Ibirapuera. $h + 293$
- A torre Eiffel mede 41 m a menos que a cachoeira do Aracá. $(h + 293) - 41$ ou $h + 252$
- A medida da altura da torre CN é 229 m maior que a da torre Eiffel. $[(h + 293) - 41] + 229$ ou $(h + 252) + 229$ ou $h + 481$

Ricardo Azoury/Pulsar Imagens

Cachoeira do Aracá, em Barcelos, Amazonas, em 2011.



Jerome PARIS/Shutterstock.com

Torre Eiffel, em Paris, na França, em 2018.

David J. Mitchell/Shutterstock.com

Torre CN, em Toronto, no Canadá, em 2018.

Calcule a medida da altura da cachoeira do Aracá, da torre Eiffel e da torre CN, sabendo que o obelisco do Ibirapuera mede 72 m de altura.
cachoeira do Aracá: 365 m; torre Eiffel: 324 m; torre CN: 553 m

- Na atividade **1**, caso seja necessário, retome com os alunos os significados dos termos metade, dobro, triplo, quíntuplo e quadrado.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **4**, **5** e **6** do 2º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

- Veja uma possível resolução do item **b** da atividade **2**:
  - $1420 + 0,04 \cdot (4\,200) = 1420 + 168 = 1588 \cdot$ R$ 1588,00
  - $1420 + \left(\frac{4}{100}\right) \cdot 15\,350 = 1420 + 0,04 \cdot 15\,350 =$
    $= 1420 + 614 = 2\,034 \cdot$ R$ 2 034,00
  - $1420 + 0,04 \cdot (8\,913) = 1420 + 356,52 =$
    $= 1776,52 \cdot$ R$ 1776,52

- Na atividade **4**, explique aos alunos que no primeiro método realizado por Maíra, ela reuniu os termos semelhantes para poder simplificar a expressão.
- No item **a** da atividade **6**, caso necessário, apresente outros possíveis resultados de serem obtidos nas faces dos dados para calcular a quantidade de casas que o peão deve andar em uma jogada, a fim de auxiliar os alunos a verificarem qual expressão indica a quantidade de casas que o peão anda em qualquer jogada.

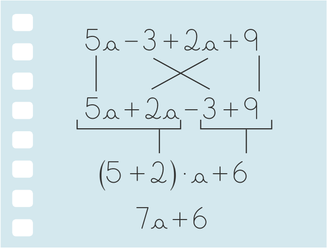
  Tendo em vista que se multiplica por três o resultado obtido no dado azul (3a) e subtrai-se do resultado o dobro da quantidade de pontos obtidos no dado vermelho (2v), a expressão é dada por: 3a – 2v.

  No item **b**, basta substituir os valores indicados nas faces dos dados.

  Se achar conveniente, forme grupos de dois ou três alunos e sugira que escrevam outra expressão algébrica que determine a quantidade de casas que o peão deve andar. Em seguida, peça que atribuam valores (de 1 a 6) aos resultados dos lançamentos dos dados e calculem quantas casas o peão deve andar para a frente ou para trás.

  Nas **Páginas para reprodução**, disponibilizamos um tabuleiro, as planificações de dois dados e peões para realizar com os alunos o jogo proposto nessa atividade. Organize-os em grupos, entregue uma reprodução para cada um deles e oriente-os a colorir o molde de um dado na cor vermelha e a do outro na cor azul, antes de montá-los. Após jogarem uma rodada, proponha variações do jogo, sugerindo outras expressões diferentes da apresentada, que correspondam à quantidade de casas que o peão vai andar. Peça também que as expressem algebricamente.

4. Observe como Maíra simplificou duas expressões.

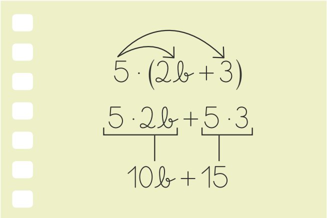


$$5a - 3 + 2a + 9$$

$$\underbrace{5a + 2a}\;\underbrace{- 3 + 9}$$

$$(5 + 2) \cdot a + 6$$

$$7a + 6$$



$$5 \cdot (2b + 3)$$

$$\underbrace{5 \cdot 2b} + \underbrace{5 \cdot 3}$$

$$10b + 15$$

> Simplificar uma expressão é escrever outra equivalente, porém mais simples.

Agora, simplifique as expressões.

a) $x - 5 + 2x$ $3x - 5$

b) $6 \cdot (2 - d)$ $12 - 6d$

c) $7c + 4 - 8 - 3c$ $4c - 4$

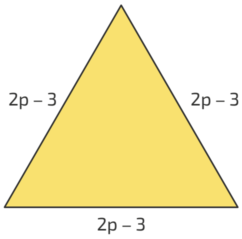
d) $-9y + 2 \cdot (5y - 2)$ $y - 4$

e) $4s + 3s \cdot (20 : 5) + 6$ $16s + 6$

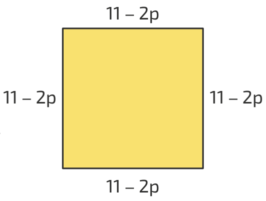
f) $(4 + 3t) \cdot 3 - 8t - 7$ $t + 5$

5. Associe cada polígono à expressão que representa a medida de seu perímetro, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. a-III; b-II; c-I

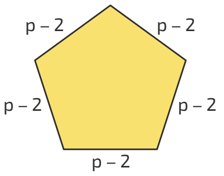
a)



b)



c)



Ilustrações: Sergio L. Filho

I) $5p - 10$ **II)** $44 - 8p$ **III)** $6p - 9$

6. Em um jogo de tabuleiro, cada participante deve lançar dois dados comuns, um azul e um vermelho, multiplicar por três o número obtido no dado azul e subtrair do resultado o dobro do número obtido no dado vermelho.

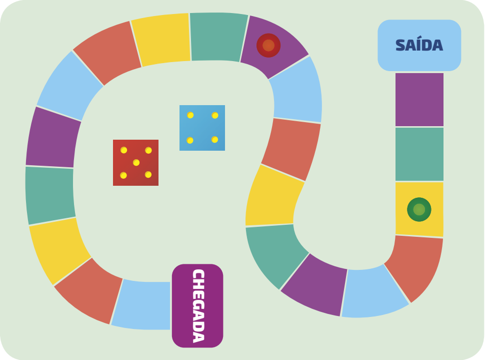
Se o resultado final for positivo, o peão deve andar para a frente; se for negativo, para trás.

Caso as faces obtidas sejam, por exemplo,  e , o peão deve andar duas casas para a frente, pois:

$$3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 12 - 10 = 2$$

número obtido no dado azul

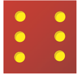
número obtido no dado vermelho



a) Chamando de **a** o número obtido no dado azul e de **v** o obtido no vermelho, copie, entre as expressões a seguir, aquela que corresponde à quantidade de casas que um peão deve andar em uma jogada. III

I) $2a + 3v$ **II)** $3a + 2v$ **III)** $3a - 2v$ **IV)** $3v - 2a$ **V)** $2a - 3v$

b) Calcule a quantidade de casas, para a frente ou para trás, que um peão deverá andar se, no lançamento dos dados, forem obtidos os seguintes resultados:

-  e  3 casas para a frente
-  e  5 casas para trás
-  e  7 casas para a frente
-  e  4 casas para trás

Ilustrações: Sergio L. Filho

Fórmulas

Veja a seguir fórmulas obtidas por cientistas para estimar a medida da altura de indivíduos quando forem adultos, com base em fatores genéticos.

p: medida da altura do pai (cm)
m: medida da altura da mãe (cm)

Débora Kamogawa

$$A_{\text{meninos}} = \frac{p + m + 13}{2}$$

$$A_{\text{meninas}} = \frac{p + m - 13}{2}$$

Utilizando essas fórmulas, podemos estimar a altura de um indivíduo cujo pai tem 175 cm de altura e a mãe, 168 cm. Para isso, substituímos as letras **p** e **m** nas fórmulas pelos valores correspondentes:

- para meninos.

$$A_{\text{meninos}} = \frac{p + m + 13}{2} = \frac{175 + 168 + 13}{2} = 178$$

- para meninas.

$$A_{\text{meninas}} = \frac{p + m - 13}{2} = \frac{175 + 168 - 13}{2} = 165$$

Portanto, um indivíduo cujo pai tem 175 cm de medida de altura e cuja mãe tem 168 cm terá cerca de 178 cm de medida de altura se for menino ou 165 cm se for menina.

- As sentenças matemáticas que indicam de maneira resumida quais são os cálculos realizados para obter certo resultado são chamadas **fórmulas**. Nas fórmulas, as **variáveis** (letras) representam números.
- Nas fórmulas $A_{\text{meninos}} = \frac{p + m + 13}{2}$ e $A_{\text{meninas}} = \frac{p + m - 13}{2}$, em que **p** é a medida da altura do pai em centímetros e **m** é a medida da altura da mãe em centímetros, **p** e **m** são as variáveis.

Estime a medida da sua altura quando adulto, substituindo p e m na fórmula pela medida da altura do seu pai e da sua mãe, em centímetros. Resposta pessoal.

BNCC em foco

- O tópico apresentado nessa página, bem como as atividades, estimulam a compreensão da ideia de variável, representada por letra, para expressar a relação entre grandezas, contemplando a habilidade **EF07MA13**.

- Na introdução ao estudo de fórmulas, é importante que os alunos compreendam que a fórmula apresentada nesse contexto determina apenas uma estimativa da medida da altura, pois existem outros fatores, tão importantes quanto os genéticos, que influenciam no crescimento de uma pessoa, como a boa saúde da mãe durante a gestação, as vacinas, o combate a inflamações, a alimentação e a prática de esportes. A estimativa da medida da altura obtida pelas fórmulas tem variação média de 5 cm para mais ou para menos.

Atividades

Anote no caderno

7. Uma gráfica, para calcular o custo da produção unitária de certo modelo de panfleto, utiliza a fórmula $C = \frac{48 + 0{,}01 \cdot n}{n}$, em que **C** corresponde ao custo unitário, em reais, e **n**, à quantidade de cópias do panfleto a serem produzidas.

a) Qual o custo unitário de um panfleto desse modelo se forem produzidas:

- 1 000 cópias? R$ 0,058
- 1 500 cópias? R$ 0,042
- 4 000 cópias? R$ 0,022

b) Entre os itens a seguir, qual indica uma quantidade de panfletos que, ao serem produzidos, terão custo unitário de R$ 0,0292? IV

I) 4 500 panfletos

II) 1 800 panfletos

III) 5 800 panfletos

IV) 2 500 panfletos

8. Nas páginas **128** e **129**, estudamos algumas informações sobre o táxi. Veja a seguir a fórmula para o cálculo do valor **v** de uma corrida de táxi no exemplo dado.

$$v = 6{,}10 + d \cdot 3{,}50 + t \cdot 0{,}65$$

a) Nessa fórmula, o que representam as variáveis **d** e **t**?

a) A variável **d** representa a medida da distância percorrida, em quilômetros, e a variável **t**, a medida de tempo de viagem que o táxi ficou parado, em minutos.

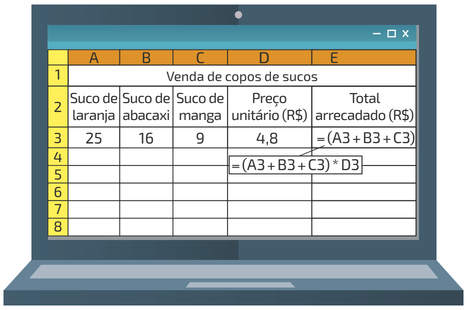
b) Na realização de certa corrida, um táxi percorreu 8 km e ficou parado por 20 min. Qual o valor **v** cobrado por essa corrida? R$ 47,10

c) De acordo com a fórmula acima, estime o valor de uma corrida de táxi de sua casa à escola. Resposta pessoal.

9. Muito utilizadas para realizar cálculos e organizar dados, as planilhas eletrônicas são programas de computador nos quais é possível trabalhar, por exemplo, com tabelas e fórmulas matemáticas.

Na planilha eletrônica ao lado, a fórmula contida na **célula** E3 indica que os valores das células A3, B3 e C3 devem ser adicionados e o resultado obtido, multiplicado pelo valor de D3. Nesse caso:

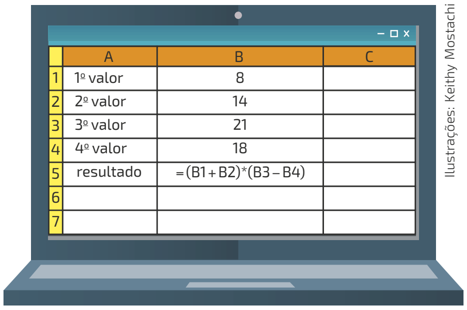
$$(25 + 16 + 9) \cdot 4{,}8 =$$
$$= 50 \cdot 4{,}8 = 240 \rightarrow \text{R\$ } 240{,}00$$



	A	B	C	D	E
1	Venda de copos de sucos				
2	Suco de laranja	Suco de abacaxi	Suco de manga	Preço unitário (R$)	Total arrecadado (R$)
3	25	16	9	4,8	=(A3+B3+C3)
4					
5					
6					
7					
8					

=(A3+B3+C3) * D3

De acordo com a planilha eletrônica ao lado, qual será o valor obtido na célula B5? 66



	A	B	C
1	1º valor	8	
2	2º valor	14	
3	3º valor	21	
4	4º valor	18	
5	resultado	=(B1+B2)*(B3−B4)	
6			
7			

Ilustrações: Keithy Mostachi

Célula › parte da planilha eletrônica dada pela interseção de uma coluna com uma linha.

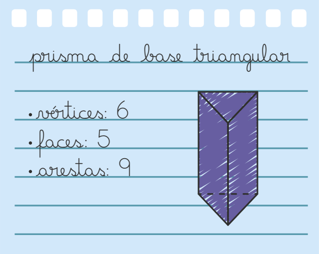
- Na atividade **7**, verifique se os alunos perceberam que, quanto maior a quantidade de panfletos, menor será o custo unitário.
- No item **c** da atividade **8**, uma possibilidade é propor aos alunos que pesquisem a medida da distância do deslocamento de casa à escola, o que pode ser feito por meio de alguns *sites* e programas de computador para se obter o valor aproximado de uma corrida de táxi, com base na fórmula dada.
- A atividade **9** apresenta uma oportunidade para o trabalho com recursos tecnológicos, nesse caso, o computador. Verifique a possibilidade de levar os alunos ao laboratório de informática para que compreendam melhor o uso de planilhas eletrônicas. Os comandos de um determinado *software* podem variar em relação a outro. Aqui utilizaremos os comandos do Calc, uma versão gratuita de planilha eletrônica do *software* LibreOffice. Para isso, oriente os alunos da seguinte maneira:
  1º passo: na célula **A1** coloque o título, conforme apresentado na primeira imagem. Em seguida, selecione com o *mouse* as células **A1** até **E1** e clique no ícone **Mesclar e centralizar** células no botão indicado por ⟺.
  2º passo: insira os demais dados de acordo com primeira imagem. Para obter o total arrecadado, clique duas vezes sobre a célula **E3**, insira a fórmula **= (A3 + B3 + C3)*D3** conforme apresentada e pressione **Enter**.

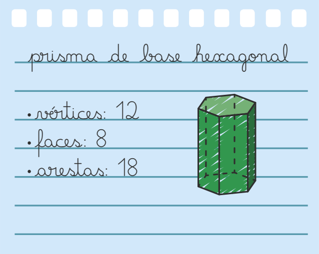
Para construir a segunda planilha, basta inserir os dados de acordo com o apresentado e, para obter o valor de **B5**, basta inserir a fórmula mostrada na imagem, **=(B1 + B2)*(B3 − B4)**, e pressione **Enter**.
Aproveite e sugira outros valores para os alunos calcularem na planilha.

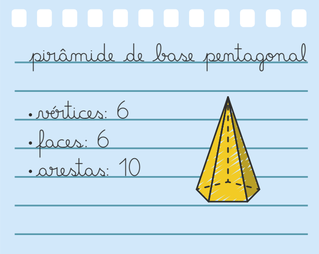
10. De acordo com as fórmulas apresentadas na página **133**, estime a medida da altura, quando adultas, das pessoas indicadas no quadro. Fabiana: 1,72 m; Leonardo: 1,79 m; Renata: 1,59 m

	Medida da altura do pai	Medida da altura do mãe
Fabiana	185 cm	172 cm
Leonardo	174 cm	171 cm
Renata	168 cm	163 cm

11. Uma professora de Matemática pediu aos alunos que determinassem a quantidade de vértices, faces e arestas de alguns poliedros. Veja os resultados obtidos por um aluno.

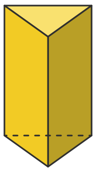






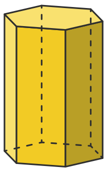
Ilustrações: Ronaldo Lucena

Podemos perceber que a quantidade de vértices (**V**) adicionada à quantidade de faces (**F**) é igual à quantidade de arestas (**A**) adicionando-se 2, isto é:



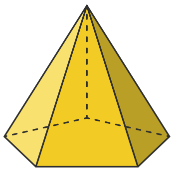
vértices faces arestas

$$\underbrace{\overset{\frown}{6} + \overset{\frown}{5}}_{11} = \underbrace{\overset{\frown}{9} + 2}_{11}$$



vértices faces arestas

$$\underbrace{\overset{\frown}{12} + \overset{\frown}{8}}_{20} = \underbrace{\overset{\frown}{18} + 2}_{20}$$



vértices faces arestas

$$\underbrace{\overset{\frown}{6} + \overset{\frown}{6}}_{12} = \underbrace{\overset{\frown}{10} + 2}_{12}$$

A relação entre a quantidade de vértices, faces e arestas de alguns poliedros, entre eles os prismas e as pirâmides, pode ser representada pela igualdade ao lado.

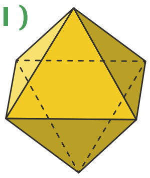
$$V + F = A + 2$$

Essa igualdade é conhecida como relação de Euler, em homenagem ao matemático e físico suíço Leonhard Euler (1707-1783).

Utilizando a relação de Euler, determine a quantidade correspondente a cada ■. I: 8; II: 8; III: 8; IV: 12

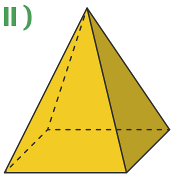
Na seção **Explorando tecnologias**, na página **268**, veja como utilizar uma fórmula na planilha eletrônica.

I)



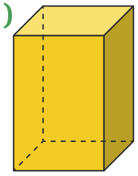
Octaedro
vértices: 6
arestas: 12
faces: ■

II)



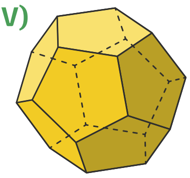
Pirâmide de base quadrada
vértices: 5
arestas: ■
faces: 5

III)



Paralelepípedo retângulo
vértices: ■
arestas: 12
faces: 6

IV)



Dodecaedro
vértices: 20
arestas: 30
faces: ■

Ilustrações: Sergio L. Filho

- A relação de Euler apresentada na atividade **11** é uma relação que pode ser demonstrada, no entanto, nessa coleção, apenas vamos considerá-la verdadeira.
- Na página **268** da seção **Explorando tecnologias**, apresentamos como utilizar fórmulas em uma planilha eletrônica, a partir da relação de Euler tratada na atividade **11**.

BNCC em foco

- A atividade **11** apresenta uma relação entre diferentes campos da Matemática, como a Álgebra e a Geometria, abordando a fórmula conhecida como relação de Euler, a partir da quantidade de vértices, faces e arestas de alguns poliedros. Desse modo, os alunos são capacitados a construir e aplicar conhecimentos matemáticos e desenvolver autoestima e perseverança na busca de soluções, contemplando a **Competência específica de Matemática 3**.

BNCC em foco

- O tópico iniciado nessa página tem o objetivo de fazer com que os alunos classifiquem sequências em recursivas e não recursivas, além de reconhecer que o conceito de recursão não está presente só na Matemática, mas também nas artes e na literatura, de modo a contemplar a habilidade **EF07MA14**.
- Na esteira disso, os alunos também serão levados a utilizar simbologia para expressar regularidades encontradas em sequências, contemplando, por sua vez, a habilidade **EF07MA15**.

Material digital

- O material digital dessa coleção apresenta o projeto **Histórias em quadrinhos**, que possibilita uma integração com os componentes curriculares **Arte** e **Língua Portuguesa**, além de permitir o trabalho com alguns dos temas contemporâneos destacados na BNCC. Esse projeto busca desenvolver a aprendizagem matemática por meio da produção e leitura de histórias em quadrinhos.

Sequências

Sequência é uma relação finita ou infinita de elementos que podem ser figuras, números, letras, entre outros. Uma sequência é definida de acordo com seus elementos e a ordem em que eles aparecem.

Veja alguns exemplos.

- (janeiro, fevereiro, março, abril ...): sequência dos meses do ano.
- (1, 3, 5, 7 ...): sequência dos números naturais ímpares.
- (seis, sete, sessenta, sessenta e um ...): sequência dos números escritos por extenso cujo nome começa com a letra **s**.

Cada elemento de uma sequência recebe o nome de **termo**.

Quando uma sequência possui uma regra de formação, ou seja, a obtenção de cada um de seus termos obedece a determinado padrão ou regra, podemos obter os próximos termos. Quando a obtenção de um termo depende de termo(s) anterior(es), ocorre o que chamamos de **recorrência** ou **recursão**.

Na Matemática, representamos os termos de uma sequência por uma letra e um índice, por exemplo: o primeiro termo de uma sequência é indicado por a_1, o segundo termo é indicado por a_2, o terceiro é indicado por a_3, e assim por diante.

Sendo assim, na sequência numérica (1, 4, 7, 10, 13, 16 ...), temos:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 4 \\ a_3 &= 7 \\ a_4 &= 10 \\ a_5 &= 13 \\ a_6 &= 16 \\ &\vdots \end{aligned}$$

O termo de uma sequência é indicado pelo índice.

Para representar um termo qualquer da sequência, usamos a_n, em que **n** é um número natural não nulo. Observe ao lado como podemos descrever a sequência numérica acima.

$$\begin{aligned} &a_1 = 1 \\ &a_n = a_{n-1} + 3, \text{ para } n > 1 \end{aligned}$$

A partir dessa definição e sabendo que o primeiro termo é igual a 1, calculamos o sétimo termo dessa sequência da seguinte maneira:

$$a_7 = a_6 + 3 = \underbrace{16}_{a_6} + 3 = 19$$

Portanto, $a_7 = 19$.

Veja outros exemplos de sequências definidas recursivamente.

- Sequência dos números pares: (2, 4, 6, 8, 10, 12 ...).

  Essa sequência pode ser definida por $a_1 = 2$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para todo $n > 1$.

- Sequência dos números múltiplos de 5: (0, 5, 10, 15, 20, 25 ...).

  Essa sequência pode ser definida por $a_1 = 0$ e $a_n = a_{n-1} + 5$, para todo $n > 1$.

- Uma sequência é definida de maneira **recursiva** ou **recorrente** quando qualquer termo é calculado a partir de termos anteriores a ele.
- Os termos de uma sequência também podem ser obtidos a partir da fórmula do **termo geral**. Por exemplo, a fórmula $a_n = n + 5$ expressa o valor de cada termo a_n da sequência, dada a posição **n** que ele ocupa.

O conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também nas artes e na literatura. Veja a seguir uma figura produzida recursivamente, em que uma parte dela é construída a partir de partes menores anteriores a ela.

kamilopafilms/Shutterstock.com

Imagem de toranja com efeito recursivo conhecido como *mise en abyme*.

Observe agora um exemplo de recorrência ou recursão na linguagem.

Cadê?

Cadê o toicinho daqui?
O gato comeu
Cadê o gato?
Foi pro mato
Cadê o mato?
O fogo queimou
Cadê o fogo?
A água apagou
Cadê a água?
O boi bebeu
[...]

Cantiga popular.

A sequência dos números escritos por extenso cujo nome começa com a letra s: 6, 7, 60, 61, 62, 63 ... não pode ser definida recursivamente. Explique por quê.

Porque para obtermos qualquer termo dessa sequência não dependemos dos termos anteriores a ele.

BNCC em foco

- Aproveite que a explicação teórica traz uma cantiga para demonstrar o uso da recursão na linguagem e converse com os alunos no sentido de trabalhar a **Competência geral 3**, destacando a importância em reconhecer e valorizar as diferentes manifestações artísticas que, nesse caso, tem a ver com as referências da cultura popular.

Relacionando saberes

- Ainda com relação à cantiga, estabeleça uma ligação com o componente curricular **Língua Portuguesa** e pergunte aos alunos quais outras cantigas populares eles conhecem. Se possível, conte com o auxílio do professor responsável pelo componente e converse sobre alguns aspectos essenciais das cantigas, como as rimas e o ritmo simples, a ausência de um compositor (por geralmente serem passadas de geração a geração), a relação com as brincadeiras de roda etc. Verifique também a possibilidade de apresentar outras cantigas aos alunos, como as das brincadeiras de roda.

BNCC em foco

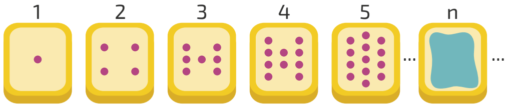
- No trabalho com as atividades **12** e **15** dessa página e com a atividade **18** da página **139**, os alunos são levados a reconhecer quando expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes, contemplando a habilidade **EF07MA16**.

- No item **b** da atividade **12**, caso os alunos demonstrem dificuldade, sugira que realizem por tentativa, atribuindo os números naturais 1, 2, 3, 4 e 5 às expressões e, dessa forma, verifiquem quais delas apresentam a quantidade correta de bolinhas em cada figura da sequência.
- No item **a** da atividade **15**, se os alunos tiverem dificuldades na resolução, apresente as seguintes opções de expressões algébricas para que eles identifiquem a que representa a quantidade de palitos da figura **p**: p + 1, p + 2, 2p e 2p – 1.

Atividades

Anote no caderno

12. Observe a sequência de figuras.



Ronaldo Lucena

a) Quantas bolinhas terá a figura **6** dessa sequência? E a figura **7**?

16 bolinhas; 19 bolinhas

b) Quais das expressões algébricas representam a quantidade de bolinhas da figura **n**? I e IV

I) $2n + n - 2$

II) $3n + 1$

III) $3n - 1$

IV) $3n - 2$

c) As expressões algébricas que você indicou no item anterior são equivalentes?

sim

d) Qual a quantidade de bolinhas da figura **9** da sequência? E da figura **15**?

25 bolinhas; 43 bolinhas

e) Essa sequência pode ser definida recursivamente? Caso a resposta seja sim, escreva como obtê-la.

sim; $a_1 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + 3$, para $n > 1$

13. Sabendo que **n** é natural e diferente de zero, identifique quais das sequências a seguir estão definidas de maneira recursiva e quais estão definidas pela fórmula do termo geral.

definidas de maneira recursiva: **b** e **c**; definidas pela fórmula do termo geral: **a** e **d**

a) $a_n = n + n + 1$

b) $a_n = (a_{n-1} - 1) \cdot a_{n-1}$

c) $a_n = a_{n-1} + a_{n-1} - 1$

d) $a_n = (n - 1) \cdot n$

14. Considere uma sequência em que cada termo é obtido multiplicando-se os dois termos imediatamente anteriores, sendo $a_1 = 1$ e $a_2 = 2$.

a) Escreva essa sequência até o 7º termo.

(1, 2, 2, 4, 8, 32, 256)

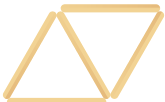
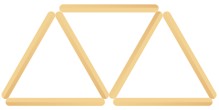
b) Essa sequência pode ser definida a partir do termo geral? Caso a resposta seja afirmativa, escreva como obtê-la.

não

c) Essa sequência pode ser definida recursivamente? Caso a resposta seja afirmativa, escreva como obtê-la.

sim; Possível resposta: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ e $a_n = a_{n-2} \cdot a_{n-1}$, para $n > 2$

15. Uma sequência de figuras foi construída utilizando palitos.

Número da figura	Figura	Quantidade de palitos
1		1
2		3
3		5
4		7
p	...	...

Ilustrações: Bárbara Sarzi

a) Escreva uma expressão algébrica que representa a quantidade de palitos que formam a figura **p** da sequência.

2p – 1

b) A partir da expressão algébrica que você escreveu, determine quantos palitos formam a figura 20. 39 palitos

c) As expressões algébricas a seguir também representam a quantidade de palitos que formam a figura **p** da sequência? Essas expressões são equivalentes entre si e equivalentes à que você escreveu no item **a**? sim; sim

$p + p - 1$

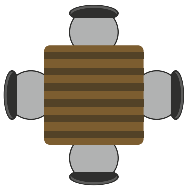
$2(p - 1) + 1$

d) Essa sequência também pode ser definida recursivamente? Caso a resposta seja afirmativa, escreva como obtê-la. sim; Possível resposta: $a_1 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$

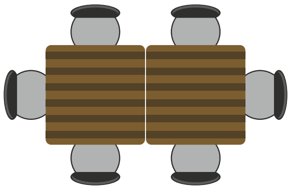
16. Considere a sequência definida por $a_n = (n + n) + 2 \cdot n + 1$, para $n > 0$. Escreva essa sequência até o décimo termo.

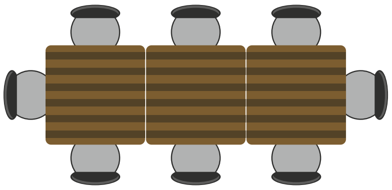
(5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41)

17. Observe a disposição das cadeiras em uma mesa de um salão de festas.



Nessa mesa temos 4 lugares disponíveis. Para fazer uma festa, Luciana quis reunir algumas mesas iguais a essa para melhorar a disposição dos seus convidados.





Ilustrações: Rafael L. Gaion

Veja que, dependendo da quantidade de mesas reunidas, temos uma quantidade diferente de lugares disponíveis.

a) Escreva uma sequência para representar a quantidade de lugares disponíveis ao reunir as mesas uma a uma. 4, 6, 8, 10, 12...

b) Escreva uma fórmula para representar a quantidade **q** de lugares disponíveis em **n** mesas reunidas. $q = 2n + 2$

c) Quantos lugares disponíveis haverá se Luciana reunir 7 mesas? 16

d) Quantas mesas Luciana deverá reunir para acomodar 20 pessoas? 9

e) Essa sequência também pode ser definida recursivamente? Caso a resposta seja afirmativa, escreva como obtê-la. sim; Possível resposta: $a_1 = 4$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$

18. Veja como Mônica e Luís representaram algebricamente uma mesma sequência cujos termos são 4, 23, 60, 121, 212,...

Mônica	**Luís**
$n \cdot n \cdot n - 2 - 2$	$n^2 \cdot n + 4 - 8$

a) Em seu caderno, simplifique as expressões algébricas escritas por Mônica e Luís. $n^3 - 4$; $n^3 - 4$

b) As expressões algébricas que Mônica e Luís escreveram são equivalentes? Por quê? Sim, porque, ao simplificá-las, obtemos a mesma expressão algébrica.

c) Entre as expressões a seguir, identifique as que são equivalentes escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. Para isso, simplifique-as. a-III; b-II

a) $n \cdot n \cdot n - 4 + 3$
c) $2n \cdot n + 3$
b) $n \cdot n + 2 + 3$

I) $n + 5$ **II)** $n^2 + 5$ **III)** $n^3 - 1$

19. Observe a sequência abaixo.

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...)

a) Junte-se a um colega e conversem sobre como os termos dessa sequência são formados.

b) Essa sequência é chamada sequência de Fibonacci, cujos dois primeiros termos são iguais a 1 e os demais termos são obtidos a partir da soma dos dois termos imediatamente anteriores. Escreva de maneira recursiva a formação de qualquer termo dessa sequência. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, para $n > 2$

c) Quais são os próximos dois termos dessa sequência? 21 e 34

20. Escreva uma sequência numérica de modo que ela possa ser escrita recursivamente e dê para um colega escrever uma forma algébrica para representá-la. Ao final, confira o que seu colega fez. Resposta pessoal.

19. a) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos observem que a formação de qualquer termo da sequência depende da soma dos dois termos exatamente anteriores.

- Veja uma possível sequência elaborada pelos alunos, na atividade **20**:

  Ⓡ (1, 4, 7, 10, 13 ...) que pode ser definida recursivamente por: $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 3$, para $n > 1$.

BNCC em foco

- A partir do trabalho com o tópico de **Equações**, espera-se que os alunos compreendam a ideia de incógnita, diferenciando-a de variável, o que contempla a habilidade **EF07MA13**.

- Ao apresentar o tópico de **Equações**, verifique se os alunos perceberam que, no esquema, foram utilizadas as ideias de operações inversas: multiplicação e divisão, adição e subtração.
Caso seja necessário, lembre os alunos acerca dessas operações. Para isso, sugira que determinem o valor de cada ■ nas igualdades a seguir utilizando operações inversas.
  - 137+ ■ = 433
    R 296
  - ■ −364 = −266
    R 98
  - ■ : 26 = 37
    R 962
  - 72 · ■ = 792
    R 11
- Para cada exemplo apresentado no final dessa página, realize os seguintes questionamentos:
  - Qual é o 1º membro da equação? E o 2º membro?
    R x + 3, 2a + b e x^2 + 6 ; 5, 45 e −5x
  - Quais equações têm uma única incógnita? E qual tem duas incógnitas?
    R uma incógnita: x + 3 = 5 e x^2 + 6 = −5x; duas incógnitas: 2a + b = 45

Equações

O professor de uma turma do 7º ano fez a seguinte pergunta aos seus alunos:

Débora Kamogawa

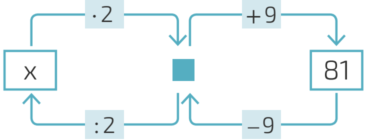
Para responder à pergunta, podemos escrever uma sentença matemática chamada **equação**. Uma equação é uma igualdade em que há pelo menos uma letra que representa um número desconhecido.

Chamando de **x** a idade do professor, escrevemos a seguinte equação.

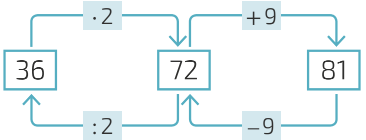
Na palavra equação, “equa” vem do latim e significa **igual**.

$$\underbrace{2x}_{\text{dobro da idade}} + 9 = 81$$

Podemos resolver essa equação por meio de um esquema.



Para determinar o valor de **x** podemos utilizar a operação inversa da adição (subtração) e a inversa da multiplicação (divisão exata), isto é, ao efetuar 81 − 9 obtemos 72, que corresponde ao valor de ■, e ao efetuar 72 : 2 obtemos 36, que corresponde ao valor de **x**.



Assim, x = 36, ou seja, a idade do professor é 36 anos.

- Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade em que há pelo menos uma letra que representa um número desconhecido, chamada **incógnita**.
- Resolver uma equação é encontrar o valor desconhecido da incógnita, ou seja, obter a **solução** ou a **raiz** da equação. Em uma equação, podemos destacar os seguintes elementos.

$$\underbrace{2\overset{\text{incógnita}}{x} + 9}_{1^{\text{o}}\text{ membro}} = \underbrace{81}_{2^{\text{o}}\text{ membro}}$$

- Veja alguns exemplos de equações.

x + 3 = 5 | 2a + b = 45 | $x^2 + 6 = -5x$

A diferença entre o dobro de certo número e 7 é igual a 13. Qual é esse número? 10

Agora, veja como podemos obter a raiz da equação $2x + 5 = 13$ por tentativas. Para isso, vamos substituir a incógnita **x** por alguns números, até obtermos uma sentença verdadeira.

- para $x = 1$:

$$2 \cdot 1 + 5 = 13$$

$$7 = 13 \leftarrow \text{(sentença falsa)}$$

Assim, 1 não é raiz da equação.

- para $x = 2$:

$$2 \cdot 2 + 5 = 13$$

$$9 = 13 \leftarrow \text{(sentença falsa)}$$

Assim, 2 não é raiz da equação.

- para $x = 3$:

$$2 \cdot 3 + 5 = 13$$

$$11 = 13 \leftarrow \text{(sentença falsa)}$$

Assim, 3 não é raiz da equação.

- para $x = 4$

$$2 \cdot 4 + 5 = 13$$

$$13 = 13 \leftarrow \text{(sentença verdadeira)}$$

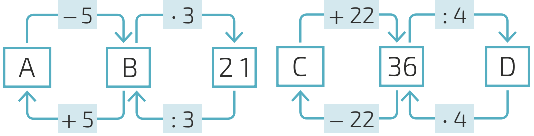
Assim, 4 é raiz da equação.

Junte-se a um colega e conversem sobre a diferença entre os significados de incógnita e de variável. Resposta pessoal.

Atividades

Anote no caderno

21. Determine o valor de cada letra.
A = 12; B = 7; C = 14; D = 9



22. Copie apenas as sentenças que correspondem a equações. b; e; h

a) $2x + 3$

b) $a + 5 = -8$

c) $6n - 9 > 1$

d) $4y^2 + 3y$

e) $7 = z + 3z^3$

f) $-3 < 2 - 3b$

g) $5p - 7q + 3$

h) $9 + r = r^2 - 13$

23. Determine quais das equações têm o número 4 como solução. b; c

a) $6 - 2x = 1$

b) $x + 5 = 3x - 3$

c) $x^2 - 5x + 4 = 0$

d) $\frac{3}{4}x + 5 = x$

24. Qual dos números apresentados no quadro é solução da equação $2x - 5 = 16 - x$?
7

–3	4	3	–2
7	9	5	0

25. Obtenha a solução de cada equação.

a) $2x = 16$ x=8

b) $y + 5 = 9$ y=4

c) $3z - 1 = 14$ z=5

d) $7 = 19 - 2x$ x=6

26. Associe cada frase a uma equação, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. a-III; b-II; c-I

a) O triplo de um número **x** menos 21 é igual a 6.

b) Seis vezes um número **x** menos 21 é igual a 3.

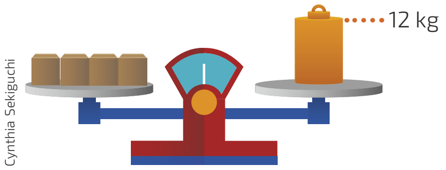
c) 21 dividido por 3 mais um número **x** é igual a 6.

I) $\frac{21}{3} + x = 6$

II) $6x - 21 = 3$

III) $3x - 21 = 6$

27. A figura a seguir representa uma balança de dois pratos em equilíbrio.



Cynthia Sekiguchi

Sabendo que cada caixa tem a mesma medida de massa **x**, resolva as questões.

a) Escreva uma equação para determinar o valor de **x**. 4x=12

b) Qual é a medida da massa de cada caixa?
3 kg

- Na resolução de equações por tentativa, é importante que os alunos utilizem os resultados obtidos nas tentativas anteriores como diretrizes da tentativa seguinte. Na equação $4x = 68$, por exemplo, se os alunos tentaram $x = 2$ e $x = 3$, obtendo respectivamente as sentenças falsas $8 = 68$ e $12 = 68$, é importante que eles percebam que o valor obtido no 1º membro está aumentando à medida que é atribuído um valor maior a **x**, indicando que, provavelmente, a solução seria um número maior que os testados. Nesse caso, a solução da equação é $x = 17$.
- Ao propor a pergunta da teoria aos alunos, deixe que eles conversem sobre as suas observações. Ao final, explique que a incógnita possui uma única solução, enquanto a variável pode assumir uma ou infinitas soluções; a incógnita aparece nas equações, que são sentenças matemáticas expressas por uma igualdade, e a variável aparece nas expressões algébricas.
- Na atividade **21**, além de dizer aos alunos para utilizarem as ideias de operações inversas, peça que comecem pela operação de divisão, a fim de que determinem o valor de cada letra mais facilmente.

- Na atividade **22**, explique aos alunos que as sentenças em que aparecem os sinais < (maior) e > (menor) são consideradas inequações e serão estudadas em anos posteriores, assim como as que possuem expoentes 2 e 3 e que são, respectivamente, equações do 2º e 3º grau.
- Na atividade **24**, sugira aos alunos que tentem resolver a equação utilizando operações inversas em vez de fazerem por tentativa e erro.
- Ao trabalhar com a atividade **27**, explique que dizer que a balança está em equilíbrio significa que ambos os pratos têm a mesma medida de massa.

Relacionando saberes

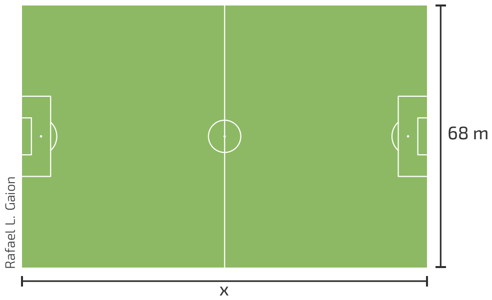
- Aproveite que a atividade **28** traz informações e referências sobre o estádio de futebol do Maracanã e trabalhe, em conjunto com o professor do componente curricular **Educação Física**, algumas curiosidades sobre o estádio. Leve imagens atuais e antigas e peça ao professor que selecione alguns marcos desportivos da história do estádio, que é considerado um dos mais importantes do mundo, como as finais das copas de 1950 e 2014. É possível verificar algumas informações e curiosidades no *site*: <https://vejario.abril.com.br/cultura-lazer/dez-curiosidades-sobre-o-maracana>. Acesso em: 5 set. 2018.

- Na atividade **33**, explique aos alunos que consecutivo refere-se a uma sequência. Peça que eles representem três números consecutivos de outras maneiras, além da apresentada no livro, como x, x + 1 e x + 2. Questione-os sobre a sugestão apresentada no livro, a fim de identificarem que ela facilita os cálculos.
- Ao abordar a atividade **34**, peça para os alunos que escrevam separadamente a expressão que representa a quantidade de espectadores em cada dia, com o objetivo de auxiliá-los na escrita da equação.

1º dia: x
2º dia: x + 120
3º dia: 2x

28. O estádio do Maracanã, na cidade do Rio de Janeiro (RJ), foi construído para que o Brasil pudesse sediar a Copa do Mundo em 1950.

Observe um esquema com as medidas das dimensões do campo de futebol do Maracanã, que tem 7 140 m² de medida de área. Escreva uma equação para determinar o valor de **x**. Em seguida, resolva a equação que você escreveu, obtendo a medida de comprimento do campo.
68x = 7 140; 105 m



Rafael L. Gaion

Lembre-se de que a medida da área do retângulo é dada pelo produto das medidas de suas dimensões.

29. Para simplificar uma equação, Rui utilizou a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Em seguida, utilizou a propriedade associativa da adição. Observe.

$$3 \cdot (2x - 3) - 3x + 12 = 27$$

$$6x - 9 - 3x + 12 = 27$$

$$3x + 3 = 27$$

Agora, resolva a equação simplificada.
x = 8

30. Simplifique e resolva as equações.

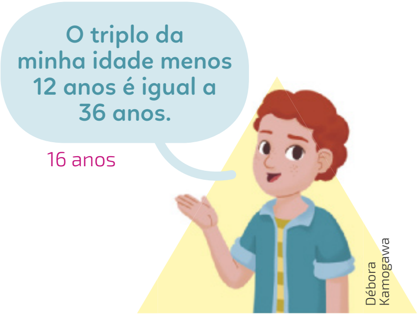
a) $4x - 3 - x + 8 = 11$ $3x + 5 = 11; x = 2$

b) $6 \cdot (x - 2) = 12$ $6x - 12 = 12; x = 4$

c) $3 \cdot (5 + 3x) + 5 \cdot (- x - 1) = 22$
$4x + 10 = 22; x = 3$

d) $2 \cdot (9x - 4) - 7 + (6 - 5x) \cdot 3 = 18$
$3x + 3 = 18; x = 5$

31. Leia as informações e determine a idade de Daniel.



16 anos

Débora Kamogawa

32. Um reservatório com medida de capacidade para 160 L estava com 95 L de água. Para terminar de enchê-lo, foi necessário despejar 5 vezes um balde com água até a borda.

a) Utilizando **x** para representar a medida da capacidade do balde, escreva uma equação para determinar o valor de **x**.
95 + 5x = 160

b) Resolva a equação que você escreveu no item **a** e determine a medida da capacidade do balde. 13 L

33. A soma de três números consecutivos é 126. Quais são esses números? 41; 42; 43

Represente os três números consecutivos por x − 1, x e x + 1.

34. Nas três primeiras apresentações de certa peça de teatro compareceram ao todo 660 espectadores. Na 2ª apresentação compareceram 120 espectadores a mais que na 1ª, e na 3ª apresentação compareceu o dobro de espectadores da 1ª.

a) Chamando de **x** a quantidade de espectadores da 1ª apresentação, escreva uma equação que represente a situação acima. $x + (x + 120) + 2x = 660$

b) Quantos espectadores compareceram ao teatro na 1ª apresentação?
135 espectadores

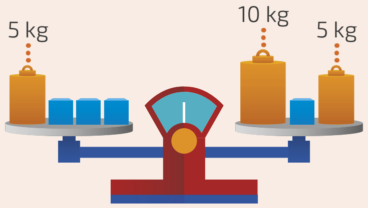
Resolvendo equações pelos princípios aditivo e multiplicativo

Vimos como resolver equações utilizando operações inversas e também por tentativa. Agora, resolveremos equações usando os princípios aditivo e multiplicativo. Observe o exemplo.

A balança de dois pratos a seguir está em equilíbrio, ou seja, a medida da massa em cada um dos pratos é igual. Se retirarmos ou acrescentarmos objetos de mesma medida de massa nos dois pratos da balança, ela se manterá em equilíbrio.

1º Chamando de **x** a medida da massa de cada cubo, escrevemos uma equação associada a essa balança e calculamos a medida da massa de cada um deles.

$$3x + 5 = x + 15$$

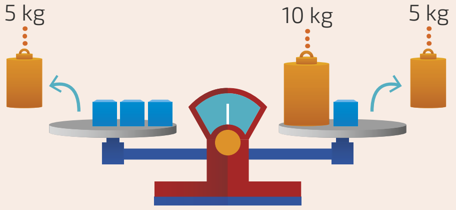


A medida da massa de cada cubo é a mesma.

2º Retiramos 5 kg de cada prato da balança e subtraímos 5 unidades de cada membro da equação.

$$3x + 5 - 5 = x + 15 - 5$$

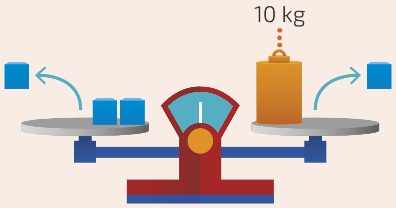
$$3x = x + 10$$



3º Retiramos um cubo de cada prato da balança e subtraímos **x** de cada membro da equação.

$$3x - x = x + 10 - x$$

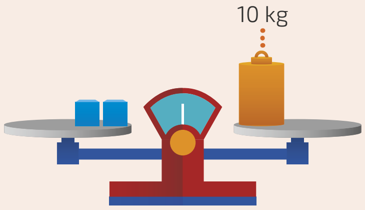
$$2x = 10$$



4º Observando a balança, notamos que dois cubos juntos têm 10 kg. Assim, para obtermos a medida da massa de cada cubo dividimos 10 kg por 2 e dividimos os dois membros da equação por 2.

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

Assim, a medida da massa de cada cubo é 5 kg.

BNCC em foco

- O tópico apresentado nessa página e as atividades das páginas **144** e **145** têm o objetivo de fazer com que os alunos estejam aptos a resolver problemas que possam ser representados por meio de equações polinomiais do 1º grau da forma $ax + b = c$, utilizando as propriedades de igualdade e contemplando a habilidade **EF07MA18**.

- No exemplo apresentado nessa página, no 4º passo, considerando dois cubos em um dos pratos e 10 kg no outro, pode-se sugerir ao aluno a troca de um peso de 10 kg por dois pesos de 5 kg. Como essa troca não interfere no equilíbrio da balança, a igualdade não se altera. Dessa maneira, é possível retirar um cubo de um prato e um peso de 5 kg de outro, verificando, por conseguinte, que a massa do cubo é de 5 kg.

Material digital

- Para complementar o estudo de equações, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 6**, elaborada com objetivo de desenvolver as habilidades **EF07MA13** e **EF07MA18**. As atividades dessa sequência propõem a representação de situações-problema por meio da linguagem algébrica, assim como resolver e elaborar problemas envolvendo equações do 1º grau, fazendo uso das propriedades de igualdade.

- No decorrer das resoluções das atividades, observe as expressões verbalizadas pelos alunos para descreverem os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade. Caso identifique expressões como "passou adicionando" ou "passou subtraindo", para se referirem ao que acontece ao adicionar ou subtrair um mesmo número aos dois membros da igualdade, ou ainda as expressões "passou dividindo" ou "passou multiplicando", ao dividir ou multiplicar os dois membros da equação por um mesmo número diferente de zero, oriente-os a compreender que são utilizados os princípios aditivo e multiplicativo, de modo que usem as expressões corretas.
- Os nomes dos DVDs que aparecem na atividade **38** e da locadora de veículos da atividade **39** são fictícios.
- Na atividade **39**, os alunos podem elaborar problemas como:
  - Paulo alugou um carro por um dia nessa locadora e pagou R$ 380,00. Quantos quilômetros Paulo rodou com esse carro? Ⓡ 200 km

Ao adicionarmos ou subtrairmos um mesmo número nos dois membros de uma equação, a igualdade não se altera. Esse é o **princípio aditivo da igualdade**.

Ao multiplicarmos ou dividirmos os dois membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero, a igualdade também não se altera. Esse é o **princípio multiplicativo da igualdade**.

Qual o valor de x na equação $x + 4 = 2x - 1$? 5

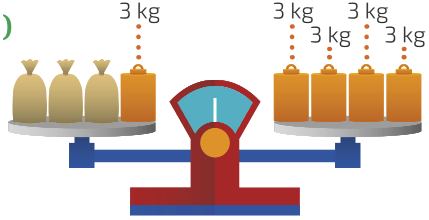
Atividades

Anote no caderno

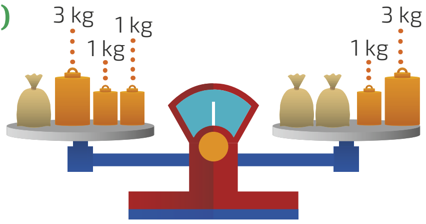
35. Associe cada balança a uma das equações, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

Depois, resolva cada uma das equações.
a-II: $x = 3$; b-III: $x = 1$; c-I: $x = 4$

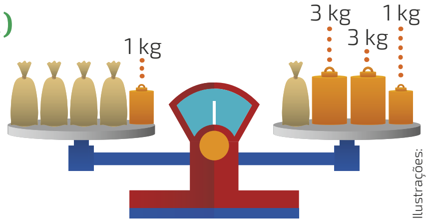
a)



b)



c)



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

I) $4x + 1 = x + 7$

II) $3x + 3 = 12$

III) $x + 5 = 2x + 4$

Em cada item a balança está em equilíbrio e os pacotes têm a mesma medida de massa.

36. Resolva as equações.

a) $4x - 6 = 22$ $x = 7$

b) $9 - x = 2x$ $x = 3$

c) $8 + 4x = 6x - 4$ $x = 6$

d) $3x + 1 = x + 9$ $x = 4$

e) $4x - 11 = 7 - 2x$ $x = 3$

f) $3x + 1 = 5 + x$ $x = 2$

37. Determine os valores de **A**, **B** e **C** em cada quadro.

I

$2 \cdot (x + 3) - 5 = x + 5$
$2x + A - 5 = x + 5$
$2x + B = x + 5$
$2x = x + C$
$x = C$

$A = 6$; $B = 1$; $C = 4$

II

$4 \cdot (x + 1) = 5 + 3 \cdot (2 - x)$
$4x + 4 = 5 + A - 3x$
$4x + 4 = B - 3x$
$7x = C$
$x = 1$

$A = 6$; $B = 11$; $C = 7$

38. Mariana tem R$ 18,00 a mais que Pedro e, juntos, eles têm exatamente a quantia necessária para comprar os dois DVDs a seguir. Quantos reais tem cada um deles?
Mariana: R$ 39,70; Pedro: R$ 21,70

Rafael L. Gaion

39. Elabore um problema a partir das informações do cartaz ao lado, relacionado à equação. Depois, dê o problema para um colega resolver. Ao final, confira as respostas dadas pelo seu colega.
Resposta pessoal.

LocShow
Locadora de veículos
PROMOÇÃO
Carro popular
Diária de R$ 120,00
mais R$ 1,30 por
quilômetro rodado

Rafael L. Gaion

40. Ao multiplicarmos o sucessor de um número **x** por 3, obtemos como resultado esse mesmo número **x** adicionado a 37. Qual é o número **x**? $x = 17$

Material digital

- Antes de prosseguir com os estudos e, se julgar oportuno, avalie a aprendizagem dos alunos em relação a algumas habilidades trabalhadas no decorrer desse bimestre. O material digital apresenta uma proposta de avaliação para o 2º bimestre que pode ser utilizada nesse momento como ferramenta auxiliar do processo de ensino e aprendizagem.

41. Durante três meses de uma campanha de doações foram arrecadados 7 800 agasalhos. No 2º mês, foram arrecadados 500 agasalhos a mais do que no 1º mês. No 3º mês, a quantidade de agasalhos arrecadados foi o dobro da arrecadada no 2º mês de campanha.

a) Qual das equações representa a situação acima? II

- **I)** $(x + 500) + 2 \cdot (x + 500) = 7800$
- **II)** $x + (x + 500) + 2 \cdot (x + 500) = 7800$
- **III)** $x + 500 + 2 \cdot x + 500 = 7800$

b) Quantos agasalhos foram arrecadados no 3º mês de campanha? 4 150 agasalhos

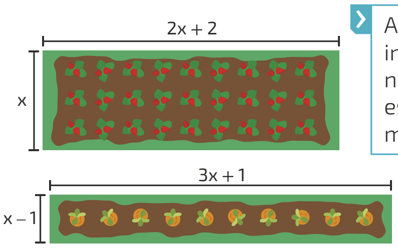
42. Com base na tabela a seguir, calcule a quantidade de alunos que havia em cada nível de ensino no município de Caseara (TO). infantil: 249 alunos; fundamental: 972 alunos; médio: 193 alunos

Alunos matriculados em escolas de Caseara (TO) – 2015

Nível educacional	Quantidade de alunos
Infantil	x
Fundamental	$x + 723$
Médio	$(x - 56)$
Total	1 414

TOCANTINS. Governo do Estado. Secretaria do Planejamento e Orçamento. **Perfil Socioeconômico dos Municípios**. Disponível em: <https://central3.to.gov.br/arquivo/340179>. Acesso em: 26 jun. 2018.

43. Laércio preparou em seu sítio dois canteiros retangulares com perímetros de mesma medida. Em um deles plantou morangos e no outro, cenouras.



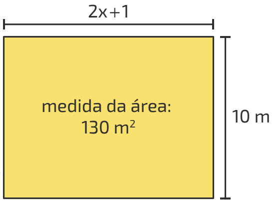
As medidas indicadas nos canteiros estão em metros.

Ilustrações: Rafael L. Gaion

a) Escreva uma equação para representar a igualdade das medidas dos perímetros dos canteiros. $6x + 4 = 8x$

b) Elabore duas perguntas relacionadas a esse problema e dê para um colega resolver. Depois, verifique se ele respondeu corretamente. Resposta pessoal.

44. De acordo com as medidas indicadas no retângulo a seguir, elabore uma questão e dê para um colega resolver. Depois verifique se ele resolveu corretamente. Resposta pessoal.



Sergio L. Filho

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo? expressões algébricas, fórmulas, sequências e equações
2. Como são chamadas as letras que compõem uma fórmula? O que elas representam? variáveis; números
3. Qual a diferença entre equação e expressão algébrica? 3. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que as equações são sentenças matemáticas expressas por uma igualdade que apresenta pelo menos uma incógnita, já as expressões algébricas são expressões que apresentam variáveis.
4. Escreva o procedimento que você utilizaria para obter o valor numérico de uma expressão algébrica se fosse atribuído certo valor à variável. 4. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que substituiriam a variável pelo valor e efetuariam os cálculos.
5. Além das fórmulas matemáticas apresentadas neste capítulo, que outras você conhece? Resposta pessoal.
6. Quando uma sequência pode ser definida de maneira recursiva? Resposta nas orientações ao professor.
7. Quais métodos você conhece para obter a solução de uma equação? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam esquema envolvendo operações inversas, tentativa e utilização dos princípios aditivo e multiplicativo da igualdade.

BNCC em foco

- Aproveite o contexto relacionado à doação de agasalhos abordado na atividade **41** para discutir com os alunos sobre a importância desse tipo de campanha que possibilita ajudar o próximo. Avalie a interação entre eles na discussão e o modo como absorvem as opiniões dos colegas, valorizando o respeito mútuo e abolindo os preconceitos de qualquer natureza, de modo a contemplar a **Competência específica de Matemática 7**.

- Aproveite o trabalho com a atividade **43** para avaliar a capacidade de ler e interpretar informações em imagens. No item **b**, os alunos podem elaborar questões como:
  - Calcule o valor de **x** na equação apresentada no item **a**.
    R $x = 2$
  - Calcule a medida do perímetro dos canteiros.
    R 16 m
  - Qual é a medida da área de cada canteiro?
    R 12 m²; 7 m²

  Peça aos alunos que expliquem aos colegas os erros cometidos nas resoluções, caso ocorram.

- Na atividade **44** os alunos podem elaborar questões como:
  - Qual o valor de **x**, em metros, de acordo com as medidas indicadas na imagem?
    R 6 m
  - Qual a medida do perímetro do retângulo?
    R R.: 46 m

Avaliação

- Aproveite as questões propostas na seção **Explorando o que estudei** para avaliar o conhecimento dos alunos com relação aos conteúdos abordados no decorrer do capítulo. Peça que resolvam individualmente, em uma folha separada e, em seguida, troquem com um colega para realizar a correção ou, ainda, realize uma discussão para que possam expor suas ideias e interpretações.

Resposta

6. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que uma sequência pode ser definida de maneira recursiva quando qualquer termo da sequência pode ser obtido a partir de termos anteriores a ele.

Cidadania: explore essa ideia

Cuidando da saúde

Nik Neves

Obesidade e sobrepeso caracterizam um problema de saúde pública, uma vez que são fatores que aumentam as chances de desenvolver algumas doenças, como diabetes e doenças cardíacas. Uma pessoa pode ser mais propensa a aumentar a medida de sua massa por fatores genéticos, porém o estilo de vida, como hábitos alimentares impróprios e falta de atividade física, intensifica esse aumento.

Uma pessoa que está com a medida da massa acima da ideal pode mudar esse quadro por meio de uma alimentação mais equilibrada e da prática de atividades físicas acompanhadas por profissionais responsáveis. Para o acompanhamento do programa, além de alguns exames, é importante o cálculo do índice de massa corporal (IMC), que pode indicar, de forma generalizada, se a saúde de uma pessoa está ou não em risco.

A manutenção da medida da massa adequada pode contribuir para uma boa qualidade de vida.

BNCC em foco

- A seção apresentada nessas páginas visa desenvolver o tema contemporâneo **Saúde**, pois o assunto trabalhado se relaciona ao cuidado com a alimentação e com os hábitos de vida saudáveis em prol de um emagrecimento com saúde.
- Junto aos alunos, realize uma leitura das cenas e questione se eles têm o hábito de praticar exercícios e cuidar da alimentação. Tenha cuidado e delicadeza ao abordar o tema do emagrecimento, pois pode haver algum aluno com sobrepeso que se sinta constrangido. Reforce que a questão do sobrepeso está mais relacionada à saúde do que com a imagem, de modo a trabalhar o que postula a **Competência geral 8**, valorizando ao mesmo tempo a saúde física e emocional e promovendo o autocuidado.

- A leitura do texto pode ser realizada coletivamente. Instigue os alunos a expressarem suas opiniões, sempre tomando cuidado para que haja respeito mútuo. Explique que é importante ter um acompanhamento médico para avaliar se o IMC está dentro do esperado, pois isso varia coforme alguns fatores, como a idade, por exemplo.
- Ao final, enfatize que o cuidado com a alimentação e com a saúde é um hábito que deve acompanhar o cidadão durante toda sua vida, tornando-se parte de seu estilo de vida.

Nik Neves

IMC

Para calcular o IMC de um adulto, verificamos a medida de sua altura (**a**), em metros, e a sua medida de massa (**m**), em quilogramas, substituímos os resultados obtidos na fórmula IMC $= \frac{m}{a^2}$ e comparamos o índice obtido com o quadro de classificação do IMC ao lado.

Vamos calcular, como exemplo, o IMC da mãe da personagem.

- medida da massa: 80 kg
- medida da altura: 1,60 m

$$\text{IMC} = \frac{80}{(1,6)^2} = \frac{80}{2,56} = 31,25$$

IMC	Condição física
abaixo de 20	abaixo da medida de massa ideal
entre 20 e 25	medida de massa ideal
entre 25 e 30	acima da medida de massa ideal
acima de 30	obeso

Analisando com cidadania

Anote no caderno Respostas nas orientações ao professor.

1. Que hábitos a mãe da personagem deve incorporar à sua rotina para diminuir a medida da massa corporal?
2. Em suas refeições, que tipos de alimentos você costuma consumir com frequência? Quais você acredita que não sejam saudáveis?

Analisando com a Matemática

Anote no caderno

3. Classifique a condição física da mãe da personagem com base no IMC calculado e no quadro apresentado.
4. Após 6 meses seguindo um programa de emagrecimento acompanhado de um nutricionista, a mãe da personagem emagreceu 17 kg. Refaça o cálculo do IMC e verifique a nova condição física dela com base no quadro de classificação.

Respostas

1. Melhorar a alimentação e praticar atividade física.
2. Resposta pessoal.
3. obesa
4. IMC $\simeq$ 24,6; medida de massa ideal

- Na questão **2**, proponha aos alunos que listem os alimentos que eles consomem, identificando os que são saudáveis e os que não são. É importante conversar inicialmente sobre o conceito de saudável, considerando que cada indivíduo possui características físicas particulares. Para facilitar a tarefa, organize uma discussão com base nas principais refeições diárias e nas refeições secundárias, que ocorrem entre as principais. Encaminhe a discussão de maneira que eles identifiquem os alimentos menos saudáveis, como frituras, bolachas recheadas, salgadinhos industrializados, refrigerantes, entre outros.
- Na questão **4**, verifique se os alunos já tinham ouvido falar em IMC e se sabiam algo a respeito do assunto. Nessa atividade pode-se, por exemplo, pedir que eles calculem o IMC de um adulto conhecido.

Relacionando saberes

- Aproveite o tema da seção e faça uma relação com o componente curricular **Ciências**, conversando com os alunos sobre a pirâmide alimentar. Explique que se trata de uma sistematização dos alimentos em forma de pirâmide, de acordo com as funções e nutrientes, de forma que os alimentos da base devem ter uma participação maior na alimentação enquanto os do topo devem ser consumidos com moderação.

Esse capítulo objetiva capacitar os alunos a compreender e a identificar grandezas em diversos contextos provenientes de situações cotidianas, além de reconhecer e utilizar o Sistema Internacional de Unidades (SI) e diferenciar grandezas discretas e contínuas.

Do mesmo modo, serão capacitados a compreender e reconhecer as grandezas temperatura, energia e capacidade e a resolver e elaborar problemas que as envolvam.

- A abertura do capítulo possibilita ao aluno reconhecer a importância do rótulo na identificação das substâncias presentes em determinado produto, o que permite ao consumidor analisar e escolher o mais adequado em sua alimentação. A abordagem desse tema possibilita o contato dos alunos com algumas grandezas e unidades de medida de maneira informal, permitindo que percebam esses conceitos matemáticos em situações do cotidiano. Peça que observem, também no rótulo, que é possível conferir a origem do produto e outras informações importantes, como prazo de validade e medida de temperatura ideal de armazenamento.
Uma sugestão de condução do trabalho é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas nessa abertura podem ser respondidas individualmente ou em grupos de dois ou três alunos. Ao final, é importante que as respostas sejam discutidas pela turma.

Capítulo 7

Grandezas e medidas de temperatura, energia e capacidade

As informações nutricionais servem para indicar o valor energético e a quantidade significativa de cada elemento presente em uma porção do alimento.

O conteúdo líquido informa a quantidade do produto sem considerar a embalagem.

O prazo de validade informa a medida do período de tempo em que o produto, devidamente armazenado, mantém suas características originais e suas propriedades nutritivas.

wavebreakmedia/Shutterstock.com

Para complementar o estudo do tema, peça aos alunos que levem para a sala algumas embalagens de alimentos que contenham informações nutricionais, a fim de analisar e verificar quais são os mais saudáveis e quais deveriam ser evitados ou consumidos com menor frequência.

A rotulagem de um produto vendido embalado é essencial para auxiliar nas escolhas alimentares mais saudáveis.

As informações nutricionais do rótulo podem direcionar o consumo de alimentos com maior quantidade de alguma substância ou nutriente desejado, como a fibra alimentar, que favorece o sistema digestivo. Além disso, também são úteis para, por exemplo, reduzir a ingestão de alimentos ricos em açúcar, sódio ou gorduras saturadas. Por questões de saúde, outras substâncias devem ser sempre evitadas, como a gordura *trans*, que pode aumentar o risco de doenças do coração.

Além das informações nutricionais, é importante estar atento a outras indicações presentes no rótulo, como origem do produto, prazo de validade e condições ideais para armazenamento.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A Você costuma analisar o rótulo dos produtos que consome? Que tipo de informação dos rótulos mais lhe interessa? Por quê?

B Na imagem, as informações nutricionais referem-se a qual quantidade de suco? Essa quantidade corresponde a que parte do suco contido na embalagem?

C Nesse suco, há mais ou há menos que 1 kcal em cada 1 mL? Justifique.

- Informe aos alunos que, no Brasil, a Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa) é o órgão que regula a rotulagem de alimentos e determina as informações que devem constar em todos os rótulos.

Pensando nisso...

A Resposta pessoal.

B 200 mL; $\frac{1}{5}$ ou 20%

C Menos, pois o valor energético é 86 kcal em 200 mL de suco.

- No item **A**, caso os alunos digam que não costumam olhar os rótulos das embalagens, incentive-os a criar esse hábito. Desse modo, eles poderão fazer escolhas em função das informações nutricionais, de modo a evitar produtos com muito açúcar, sódio ou gordura, avaliar se a data de validade do produto está dentro prazo para consumo, entre outras informações.
- Na questão **B**, verifique se os alunos percebem que as informações nutricionais apresentadas na embalagem referem-se à quinta parte do suco contido na embalagem. Se for necessário, lembre os alunos de como obter a fração e a porcentagem do suco, conforme as informações nutricionais. Aproveite a oportunidade e pergunte-lhes qual seria o valor energético na ingestão de 500 mL ou 1 L desse suco.
- Na questão **C**, pergunte quais produtos podem conter uma maior concentração de quilocalorias por mL.

Material digital

- No material digital, é apresentado um **Plano de desenvolvimento** para o 3º bimestre capaz de auxiliar nos planejamentos e desenvolvimentos das aulas, em que são descritos em um quadro os objetivos específicos, os objetos de conhecimento e as habilidades específicas **EF06MA22**, **EF06MA23**, **EF06MA24**, **EF06MA25**, **EF06MA26**, **EF06MA27**, **EF06MA28**, **EF06MA29** e **EF06MA33**, previstas para os capítulos **7**, **8** e **9** sugeridos para esse período.
Além disso, são elencadas as principais práticas didático-pedagógicas e atividades recorrentes previstas para o conteúdo abordado nesse bimestre.

Objetivos do capítulo

- Identificar grandezas e classificá-las em discretas ou contínuas.
- Reconhecer e utilizar o Sistema Internacional de Unidades (SI).
- Reconhecer e compreender diferentes unidades de medida de temperatura, energia e capacidade.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas temperatura, energia e capacidade.
- Reconhecer que toda medida empírica é aproximada.

- Ao trabalhar o conteúdo dessa página, é importante que os alunos compreendam o significado de medir algo. Diga-lhes que chamamos de grandeza tudo aquilo que pode ser medido, porém leve-os a compreender a existência de eventos ou acontecimentos, geralmente ligados a sensações e sentimentos que não podem ser medidos, logo não são grandezas.
- Verifique se os alunos compreendem a diferença entre grandezas discretas e contínuas. Para isso, peça-lhes que citem algumas grandezas e as classifiquem em discretas ou contínuas. Converse com a turma a fim de verificar se a classificação de cada grandeza está correta.

Grandezas

As noções de medida são muito antigas e estão presentes em nosso cotidiano.

Medida do comprimento

ALPA PROD/Shutterstock.com

Em uma loja, a vendedora mede o **comprimento** desejado de tecido.

Medida do tempo

Billion Photos/Shutterstock.com

O cronômetro é utilizado para medir o **tempo** necessário para realizar uma atividade.

Medida da massa

Dmitry Kalinovsky/Shutterstock.com

Em uma quitanda, o funcionário mede a **massa** da fruta.

Medida da temperatura

didon/Shutterstock.com

A médica verifica a medida da **temperatura** do bebê.

A vendedora da loja mede o **comprimento**, o funcionário da quitanda mede a **massa,** uma pessoa mede o **tempo** e a médica mede a **temperatura**. Há diversas situações em que é necessário realizar medições.

Tudo aquilo que pode ser medido é chamado **grandeza**, tais como o comprimento, a massa, o tempo, a temperatura e a velocidade.

Podemos classificar uma grandeza em **discreta** ou **contínua**. As **grandezas discretas** são aquelas em que a medida obtida é sempre um número inteiro. Por exemplo: a quantidade de pessoas em uma fila.

Já as **grandezas contínuas** são aquelas em que a medida obtida é um número qualquer. Por exemplo: a medida da altura de uma pessoa.

Material digital

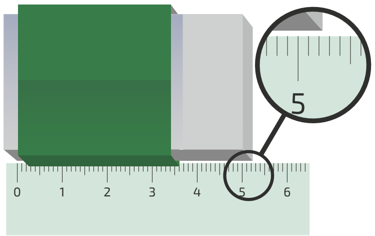
- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **7**, **8** e **9** do 3º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

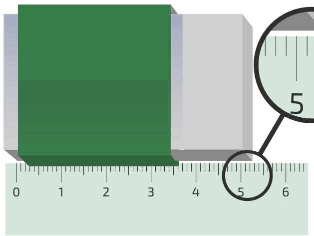
Para representar o resultado de uma medição, escrevemos o número obtido e o nome da unidade que se empregou. Dessa maneira, cada quantidade fica expressa por uma parte numérica e outra parte literal, que representa a unidade empregada. Veja alguns exemplos.

Medida de comprimento	Medida de tempo	Medida de temperatura	Medida de velocidade	Medida de capacidade	Medida de massa
27 m	10 h 40 min	22 °C	74 km/h	8,5 L	73 kg

Medir é comparar certa quantidade de uma grandeza com outra quantidade da mesma espécie que se escolhe como unidade, e expressar a comparação por meio de um número.

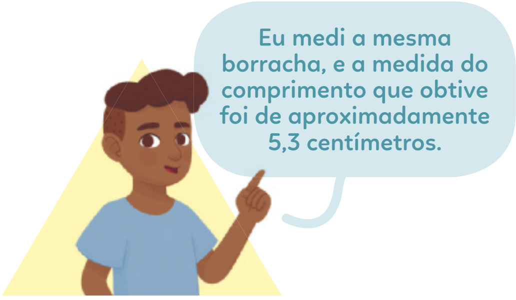
Para medir, por exemplo, o comprimento de uma borracha, Danilo e Bruno utilizaram uma régua e basearam-se em suas experiências e observações para realizar os procedimentos necessários. Veja as medidas que eles obtiveram:





Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/ Keithy Mostachi

Ilustrações: Débora Kamogawa



Danilo e Bruno obtiveram a mesma medida para o comprimento da borracha? Em sua opinião, por que isso aconteceu? não. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que não obtiveram a mesma medida porque posicionaram a régua de maneira distinta, entre outros motivos.

Note que Danilo e Bruno não determinaram a medida de comprimento exata da borracha, mas uma aproximação. A diferença dos resultados de uma medição depende, por exemplo, da habilidade da pessoa ao manejar a régua e de sua precisão visual.

Sendo assim, em uma mesma situação, cada pessoa poderá obter uma medida diferente. Portanto, nem sempre podemos determinar a medida exata de uma grandeza, mas sim uma medida aproximada.

- Propicie, sempre que possível, durante a aula, contextos reais que fazem sentido para os alunos, possibilitando assim conexões com seu conhecimento prévio. Leia o texto a seguir.

> [...]
>
> É importante que o professor tenha claro o fato de o ensino ser submetido a vários fatores de difícil controle. Um dos pontos relevantes que ele deve considerar é a existência de um contexto favorável à construção do saber por parte do aluno.
>
> O contexto tem várias facetas. São elas sociais, cognitivas, situações escolhidas e suas variáveis didáticas, as interações entre estudantes, as intervenções docentes que se referem ao contexto escolhido sem alterar o significado da situação e os conhecimentos prévios que poderão se constituir em obstáculos.
>
> [...]

ALMOULOUD, Saddo Ag. Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. **Nova escola**, São Paulo, Associação Nova Escola, mar. 2014. n. 270. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/567/contexto-e-contextualizacao-nos-processos-de-ensino-e-aprendizagem-da-matematica>. Acesso em: 11 set. 2018.

BNCC em foco

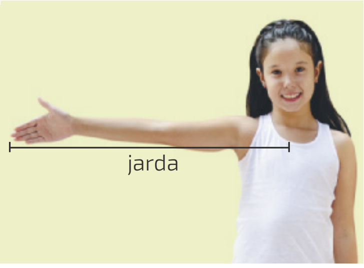
- Um dos principais objetivos desse capítulo é proporcionar aos alunos contextos oriundos de situações reais que abranjam medidas de grandezas de temperatura, energia e capacidade, levando-os a resolver e elaborar problemas e a reconhecer que toda medida empírica é aproximada. Desse modo, contempla-se a habilidade **EF07MA29** da BNCC.

O Sistema Internacional de Unidades (SI)

Por muito tempo, cada país ou região utilizou seu próprio sistema de unidades de medida. Em geral, essas unidades eram imprecisas, como aquelas que usavam partes do corpo humano como referência.

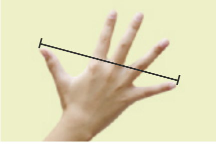
Fotos: José Vitor Elorza/ASC Imagens


passo


jarda


cúbito


braça


palmo


pé

Em 1789, o governo francês solicitou à Academia de Ciências da França que fosse criado um sistema de unidades de medida preciso, científico e simples, o que deu origem ao **Sistema Métrico Decimal**.

Inicialmente, ele era constituído de unidades como o metro (que deu nome ao sistema) e o quilograma. Esse sistema foi reformulado e ampliado posteriormente para envolver os diversos tipos de grandezas, resultando no **Sistema Internacional de Unidades (SI)**.

No SI, as grandezas são agrupadas por categorias. Veja algumas unidades de base do SI.

Grandeza	Unidades de base	
	Nome	**Símbolo**
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Temperatura termodinâmica	kelvin	K
Intensidade luminosa	candela	cd

BNCC em foco

- No trabalho com essa página, contribua para que os alunos reconheçam que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, contribuindo para solucionar problemas e alicerçar descobertas e construções, o que contempla a **Competência específica de Matemática 1.**

- Ao apresentar as partes do corpo humano como referências de medida, veja a possibilidade de pedir a dois alunos da turma que tracem na lousa as medidas aproximadas do seu passo, jarda, cúbito, braça, palmo e pé. Com isso, os alunos poderão comparar as medidas obtidas e verificar as diferenças de uma pessoa para outra.

A partir das unidades de base, podem ser expressas outras unidades, chamadas **unidades derivadas**. Veja algumas delas.

Grandeza	Unidades de base	
	Nome	Símbolo
Área	metro quadrado	m^2
Volume	metro cúbico	m^3
Velocidade	metro por segundo	m/s
Aceleração	metro por segundo ao quadrado	m/s^2

Algumas unidades de medida que não fazem parte do SI são amplamente utilizadas e difundidas.

Nome	Símbolo	Valor
minuto	min	1 min = 60 s
hora	h	1 h = 60 min = 3 600 s
dia	d	1 d = 24 h = 86 400 s
tonelada	t	1 t = 1 000 kg
litro	L	$1\ L = 0{,}001\ m^3$

Atividades

Anote no caderno

1. Escreva as grandezas apresentadas no quadro que podem ser associadas a cada um dos itens.

- massa
- intensidade luminosa
- velocidade
- consumo de combustível
- temperatura
- idade
- comprimento
- capacidade de armazenamento

Possíveis respostas:

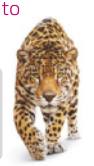
a)

IB Photography/ Shutterstock.com

Pen drive.

capacidade de armazenamento

b)



Medida do comprimento: cerca de 1,12 m a 1,85 m

Ana Vasileva/ Shutterstock.com

Onça-pintada.

comprimento, massa, temperatura e idade

c)

Serg64/ Shutterstock.com

Lanterna.

comprimento e intensidade luminosa

d)

MiloVad/ Shutterstock.com

Motocicleta.

velocidade e consumo de combustível

2. Indique um instrumento utilizado para medir: Possível resposta:

a) temperatura. termômetro

b) massa. balança

c) comprimento. régua

d) tempo. relógio

e) velocidade. velocímetro

f) ângulo. transferidor

3. Classifique as grandezas apresentadas nas fichas em discretas ou contínuas.

Quantidade de água em um copo. contínua

Quantidade de páginas de um livro. discreta

Quantidade de atletas participantes de uma olimpíada. discreta

Tempo de percurso entre duas cidades. contínua

Profundidade de um rio. contínua

Quantidade de carros em um estacionamento. discreta

- Verifique se os alunos conhecem todas as unidades de medida apresentadas. Caso tenham alguma dúvida, auxilie-os na compreensão.
- A atividade **1** explora a capacidade de os alunos associarem grandezas a determinadas situações ou contextos. Essa capacidade, associada à de identificar a unidade de medida mais adequada em uma situação, contribui para a resolução de problemas, pois permite que avaliem – no contexto do problema apresentado – se o resultado obtido é possível.
- Ao trabalhar a atividade **2**, verifique a possibilidade de trazer alguns instrumentos de medida para a sala de aula e, juntamente com os alunos, realizar algumas medições.

- Na realização da atividade **4**, leve para a sala de aula alguns instrumentos que possam ser usados para medir o comprimento de objetos, como régua, fita métrica e trena, e oriente os alunos quanto ao uso. É importante que cada aluno faça a sua medição sem a interferência dos colegas, para que possam compará-las depois. O objetivo é que os alunos percebam que, ao medir algo, obtemos uma medida aproximada, e que geralmente não é possível obter a medida exata do objeto.
- Os nomes dos produtos que aparecem na atividade **7** são fictícios.

4. O professor de Renato pediu aos alunos que se reunissem em grupos e realizassem as seguintes etapas.

- Inicialmente, escolham três objetos da sala de aula e meçam uma de suas dimensões, como a largura da porta. Escolham também o instrumento de medida que será utilizado.
- Depois, cada um de vocês deverá medir o objeto e anotar o valor obtido. Procurem obter a medida exata do objeto. Essa etapa deverá ser realizada individualmente, sem a ajuda ou a orientação dos colegas.
- Depois, comparem os valores que vocês obtiveram para a medida do objeto.

Observe os valores obtidos por Renato e seus colegas para a medida da largura da porta da sala de aula e responda.

Aluno	Medida da largura da porta
Renato	90,1 cm
Ana	90 cm
Carla	89,9 cm
Pedro	90,2 cm

a) Renato e seus colegas obtiveram o mesmo valor para a medida da largura da porta? Em sua opinião, por que isso aconteceu? Resposta nas orientações do professor.

b) Em sua opinião, Renato e seus colegas fizeram a medição de maneira adequada? Resposta nas orientações do professor.

c) Renato e seus colegas obtiveram a medida aproximada da largura da porta? sim

d) Agora, junte-se a quatro colegas e realizem uma atividade parecida com a que Renato e seu grupo fizeram. Escolham três objetos e instrumentos de medidas, anotem as medidas obtidas e comparem-nas. Depois responda: Vocês obtiveram valores diferentes para a medida de um mesmo objeto? Resposta pessoal.

e) Julgue a afirmação a seguir em verdadeira ou falsa. verdadeira

> Quando medimos uma das dimensões de um objeto, obtemos, em geral, uma medida aproximada.

5. As letras destacadas correspondem aos números indicados nas fichas.

Nome:
Helena
Idade:
A anos
Altura:
B m
Massa:
C kg
Temperatura corporal:
D °C
Necessidade energética diária:
E kcal

Rafael L. Gaion

1,53

36

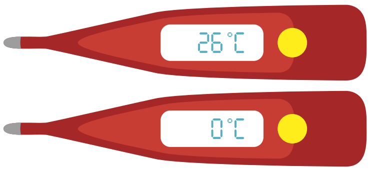
2 071

13

48

Determine o número correspondente a cada letra em destaque. A: 13; B: 1,53; C: 48; D: 36; E: 2 071

6. Observe as medidas de temperatura, em graus Celsius, nos termômetros.



Ilustrações: Bárbara Sarzi

a) Qual é a menor medida de temperatura indicada? 0 °C

b) Que unidade de base do SI é utilizada para indicar temperatura? Qual é o símbolo dessa unidade? kelvin; K

7. Com o auxílio das informações do quadro, converta as medidas indicadas em cada item a uma unidade de base do SI.

1 min = 60 s
1 kg = 1000 g

I) 180 s

II) 0,65 kg

Ilustrações: Rafael L. Gaion

Respostas

4. a) não; Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que as diferenças são decorrentes da maneira como cada aluno utiliza o instrumento de medida, ou então de acordo com a precisão visual de cada um.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que sim, pois as medidas que eles obtiveram estão próximas umas das outras.

Algumas unidades de medida

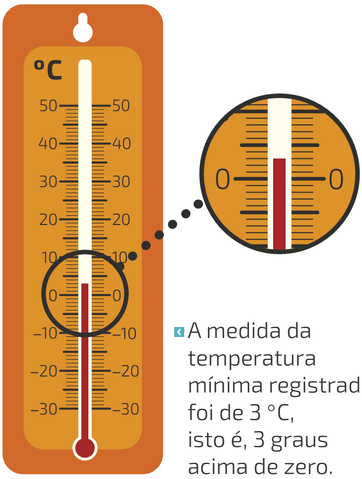
Agora, estudaremos mais detalhadamente algumas unidades de medida de **temperatura**, **energia** e **capacidade**.

Unidades de medida de temperatura

Vimos anteriormente que, no Brasil, a escala utilizada para expressar a medida de temperatura é a Celsius (°C), nome atribuído em homenagem a Anders Celsius (1701-1744), astrônomo sueco que a desenvolveu em 1742. Na escala Celsius, as temperaturas são medidas abaixo de zero, zero ou acima de zero.

A seguir, estão apresentadas em termômetros as medida da temperatura mínima registradas em duas cidades do Rio Grande do Sul, no dia 18 de julho de 2017.

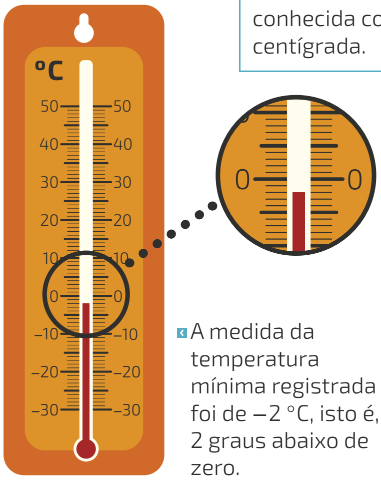
- Porto Alegre



Ilustrações: Bárbara Sarzi

A medida da temperatura mínima registrada foi de 3 °C, isto é, 3 graus acima de zero.

- Gramado



A medida da temperatura mínima registrada foi de –2 °C, isto é, 2 graus abaixo de zero.

A escala Celsius também é conhecida como centígrada.

Outras escalas utilizadas para expressar medidas de temperatura, além da Celsius, são Fahrenheit (°F), muito utilizada em países de língua inglesa, e Kelvin (K), mais utilizada para fins científicos.

O ponto de fusão do gelo corresponde a 0 grau na escala Celsius, 32 graus na escala Fahrenheit e 273 na escala Kelvin. Já o ponto de ebulição da água corresponde, respectivamente, a 100 °C, 212 °F e 373 K.

Para transformar uma medida de temperatura em graus Fahrenheit ou Kelvin em uma medida em graus Celsius, podemos utilizar as seguintes fórmulas:

- Fahrenheit para Celsius

$$C = \frac{5 \cdot (F - 32)}{9}$$

- Kelvin para Celsius

$$C = K - 273$$

C: medida da temperatura em graus Celsius
F: medida da temperatura em graus Fahrenheit
K: medida da temperatura em Kelvin

- A transformação de unidades de medida de temperatura é uma oportunidade para relacionar o conteúdo ao campo de Álgebra. Por meio das fórmulas $C = \frac{5 \cdot (F - 32)}{9}$ e $C = K - 273$, os alunos podem transformar uma medida de temperatura que está, respectivamente, em Fahrenheit ou Kelvin para uma medida em graus Celsius. Solicite que, utilizando essas fórmulas, façam o "caminho inverso", ou seja, que transformem algumas medidas de temperaturas, que estão em graus Celsius, para medidas em Fahrenheit ou Kelvin.

  Veja a seguir algumas questões que podem ser aplicadas aos alunos.

  - Escreva uma fórmula para transformar uma medida de temperatura que está em Celsius em Kelvin. Em seguida, transforme 18 °C em uma medida de temperatura em Kelvin.

    R $K = C + 273$; 291 K
  - Escreva uma fórmula para transformar uma medida de temperatura que está em Celsius em Fahrenheit. Em seguida, transforme 25 °C em uma medida de temperatura em Fahrenheit.

    R $F = \frac{9}{5}C + 32$; 77 °F

Relacionando saberes

- Relacione a atividade 8 com o componente curricular **Geografia**, conversando com os alunos sobre as diferenças de medidas de temperatura verificadas nas regiões do Brasil. Diga que há vários fatores que influenciam o clima de um local, entre os quais a maritimidade e a continentalidade, já que a proximidade do mar tende a fazer com que o ar fique mais úmido, diminuindo assim a amplitude térmica, que é basicamente a variação da medida de temperatura ao longo de um período, seja dia, mês, ano. Além disso, a formação vegetal, o relevo e a medida da altitude são influenciadores diretos do clima de uma região. Pesquise com os alunos qual é o clima predominante na região em que vivem e quais são seus principais aspectos.

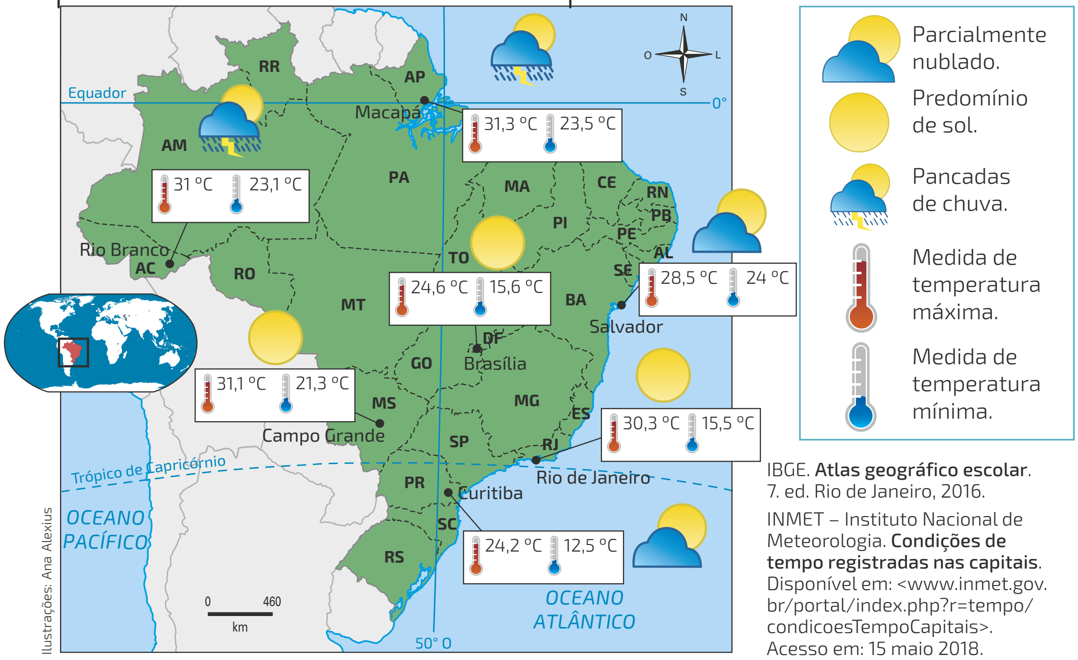
- Veja algumas sugestões de questões para o item **e** da atividade **8**:
  - Qual a média aritmética aproximada das medidas de temperatura mínimas das cidades apresentadas no gráfico?
    R aproximadamente 19,3 °C
  - Em qual cidade foi registrada a maior medida de temperatura nesse dia? Qual foi essa medida?
    R Macapá; 31,3 °C

Atividades

Anote no caderno

8. O mapa apresenta as condições de tempo registradas em algumas capitais brasileiras no dia 10 de maio de 2018.

Condições de tempo registradas em algumas capitais no dia 10 de maio de 2018



IBGE. **Atlas geográfico escolar**. 7. ed. Rio de Janeiro, 2016.

INMET – Instituto Nacional de Meteorologia. **Condições de tempo registradas nas capitais**. Disponível em: <www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=tempo/condicoesTempoCapitais>. Acesso em: 15 maio 2018.

8. b) Rio Branco: 7,9 °C; Macapá: 7,8 °C; Salvador: 4, 5 °C; Brasília: 9 °C; Campo Grande: 9,8 °C; Rio de Janeiro: 14, 8 °C; Curitiba: 11, 7 °C

a) Em qual cidade foi registrada a menor medida de temperatura? Quantos graus? Curitiba; 12, 5 °C

b) Calcule a variação da medida de temperatura registrada em cada cidade.

c) Para quais cidades foram registrados predomínio de sol e medida de temperatura mínima menor do que 16 °C? Brasília e Rio de Janeiro

d) A menor variação da medida de temperatura foi registrada para qual cidade? Salvador

e) Elabore e escreva em seu caderno duas questões relacionadas às condições do tempo apresentadas e dê para um colega resolver. Em seguida, confira as respostas de seu colega. Resposta pessoal.

9. De acordo com as leis brasileiras, os alimentos classificados como "congelados rapidamente" devem ser transportados e armazenados a uma medida de temperatura de −18 °C, ou inferior. Em períodos curtos, é aceitável o aumento dessa medida de temperatura em até 3 °C.

Qual é a medida de temperatura máxima que um alimento "congelado rapidamente" pode atingir no transporte ou no armazenamento por um período curto de tempo? −15 °C

Matemática em destaque

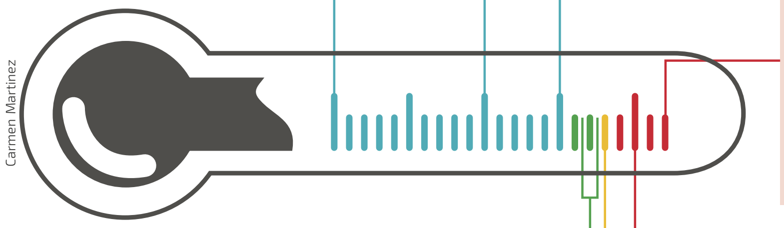
10. Em geral, o corpo humano é muito sensível à variação térmica.

A seguir estão apresentados alguns efeitos que o corpo humano sofre ao atingir determinada medida de temperatura.

Um corpo com medida de temperatura de 20 °C não tem mais vida. O metabolismo diminuiu ao ponto de cessar as atividades do coração e do cérebro.

Com 30 °C de medida de temperatura corporal, a pessoa parece estar morta, com frequência cardíaca e fluxo sanguíneo no cérebro muito baixos.

A hipotermia inicia-se à medida de temperatura de 35 °C, em que a pessoa tem calafrios e sente cansaço. A coordenação motora e o raciocínio também são afetados.



Carmen Martinez

Com 42 °C, o metabolismo e o funcionamento de todos os órgãos do corpo humano podem estar comprometidos. Nesse estágio, a pessoa pode entrar em coma.

A medida de temperatura normal do corpo humano está entre 36,5 °C e 37,5 °C.

Um corpo com medida de temperatura igual a 38 °C encontra-se em estado febril. Nesse estágio, a pessoa sua, sente espasmos musculares e pode até desmaiar.

Com 40 °C, inicia-se um quadro de hipertermia, podendo ocorrer desidratação. A pessoa sente tonturas, náuseas, confusão mental e perda da consciência.

a) A partir de qual medida de temperatura o corpo humano começa a sofrer com hipertermia? 40 °C

b) Se uma pessoa está com a medida da temperatura corporal de 37 °C, quantos graus essa medida de temperatura está acima da indicada no estágio de hipotermia? 2 °C

c) Quais das medidas de temperatura indicadas a seguir são consideradas normais para o corpo humano? 37 °C; 36,8 °C; 37,4 °C

35,7 °C | 37 °C | 36,8 °C | 37,8 °C | 36,2 °C | 37,4 °C

- Ao trabalhar a atividade **10**, aproveite a oportunidade e explique aos alunos que, ao percebermos uma pessoa com a temperatura corporal acima ou abaixo do normal, devemos encaminhá-la ao atendimento médico. Diga também que não devemos praticar a automedicação nem medicar uma pessoa sem prescrição médica.

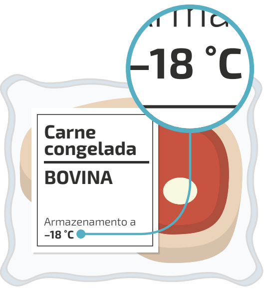
BNCC em foco

- A seção **Matemática em destaque** traz informações sobre as medidas de temperatura do corpo humano, destacando os aspectos físicos e sensoriais que o corpo apresenta ao atingir certas medidas. Faça uma relação com o tema contemporâneo **Saúde** e converse sobre a importância de estar atento aos sinais emitidos pelo corpo, como as sensações de desconforto, dores e necessidades pessoais, e de procurar auxílio médico assim que detectar alguns desses sinais. Enfatize ainda alguns hábitos que auxiliam na manutenção do bom funcionamento corporal, como a ingestão frequente de água e alimentos saudáveis, a prática de exercícios físicos, a qualidade do sono, entre outros. Destaque também a importância de fazer exames clínicos com regularidade.

- Veja dois possíveis problemas que podem ser elaborados pelos alunos na atividade **11**:
  - Converta para graus Fahrenheit as medidas de temperatura dos produtos apresentados.
    R carne congelada: −0,4 °F; iogurte: 39,2 °F; ovos: 50 °F
  - Qual a maior e a menor medida de temperatura apresentadas? Qual é a diferença entre elas?
    R 10 °C e −18 °C; 28 °C
- Aproveite que a atividade **12** traz a Antártica como assunto e promova uma conversa informativa com os alunos, na intenção de conscientizá-los sobre as atuais condições do continente, que se localiza ao sul do Círculo Polar Antártico e está circundado pelo Oceano Atlântico. Coberto por gelo quase em sua totalidade, não há povos nativos e as populações que lá vivem são em decorrência de expedições científicas. O aquecimento global, um dos principais problemas ambientais da atualidade, provoca imensos danos ao continente, pois faz com que plataformas de gelo entrem em colapso e geleiras sejam derretidas, causando, entre outras complicações, o aumento do nível do mar.

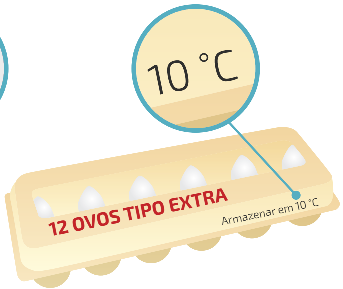
11. Veja algumas informações a respeito da medida da temperatura de armazenamento recomendada pelos fabricantes de três produtos alimentícios.

Ilustrações: Rafael L. Gaion



Carne congelada.

Iogurte.



Ovos.

Escreva dois problemas relacionados a essas informações e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se ele resolveu corretamente.
Resposta pessoal.

12. Leia algumas informações sobre a Antártica e transforme as medidas de temperaturas indicadas para graus Celsius. 14 °F = −10 °C; −76 °F = −60 °C

H. Mark Weidman Photography/Alamy/Fotoarena

Costa da Antártica, em 2017. Na região da costa da Antártica, a medida da temperatura média anual é cerca de 14 °F.

James Caldwell/Alamy/Fotoarena

Antártica, em 2017, em uma região mais elevada. Nas partes mais altas da Antártica, a medida da temperatura média anual é aproximadamente −76 °F.

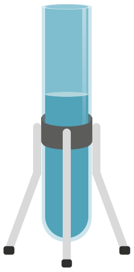
13. Em certo laboratório, um cientista realizou uma experiência de aquecer e, em seguida, resfriar certos líquidos, registrando as medidas de temperaturas extremas (máxima e mínima) em Kelvin.

a) Qual é a variação, em Kelvin, sofrida pelo:
- líquido **A**? 198 K
- líquido **B**? 234 K

b) Transforme para graus Celsius as medidas de temperaturas máxima e mínima dos líquidos **A** e **B**. líquido **A**: máx.: 185 °C, mín.: −13 °C; líquido **B**: máx.: 215 °C, mín.: −19 °C

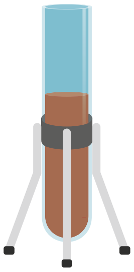
c) Em relação à medida de temperatura máxima, quantos graus Celsius o líquido **B** atingiu a mais que o líquido **A**? 30 °C

Líquido A



- medida da temperatura máxima: 458 K
- medida da temperatura mínima: 260 K

Líquido B



- medida da temperatura máxima: 488 K
- medida da temperatura mínima: 254 K

Ilustrações: Rafael L. Gaion

Unidades de medida de energia

Quando dormimos, caminhamos, estudamos, lemos um livro, praticamos algum esporte ou fazemos qualquer outra atividade física, o nosso corpo consome energia, que é obtida dos alimentos. Essa energia pode ser medida, tendo como unidade padrão a **caloria** (cal).

Os alimentos industrializados apresentam informações nutricionais em suas embalagens, sendo uma delas a quantidade de energia que será fornecida ao organismo quando esse alimento for ingerido. Como a caloria é uma unidade muito pequena, essa informação é dada, em geral, em quilocaloria (kcal). Uma quilocaloria é equivalente a mil calorias, isto é, 1 kcal = 1 000 cal. Assim, 1 800 000 cal, por exemplo, podem ser indicadas por 1 800 kcal.

Outra unidade de medida de energia é o **joule** (J), sendo o quilojoule (kJ) um de seus múltiplos (1 000 J = 1 kJ). Uma caloria equivale a 4,184 J. Assim, temos as seguintes relações:

1 cal = 4,184 J

1 kcal = 4 184 J

1 kcal = 4,184 kJ


wavebreakmedia/Shutterstock.com

Criança estudando.


Sergey Novikov/Shutterstock.com

Pessoas praticando esporte.


Oleksandr Savchuk/Shutterstock.com

Pessoas trabalhando.

Atividades

Anote no caderno

14. Observe as informações e responda às questões.

Valor energético de alguns alimentos – 2011

Alimento	Valor energético (em 100 g)
Agrião	17 kcal
Alface	13 kcal
Arroz	130 kcal
Bacalhau	136 kcal
Batata-doce	77 kcal
Feijão-preto	77 kcal
Peito de frango	163 kcal
Sardinha	164 kcal

a) Qual dos alimentos é o mais calórico? E qual é o menos calórico? sardinha; alface

b) Se em certa refeição uma pessoa consumir 120 g de arroz, 80 g de feijão-preto, 90 g de peito de frango e 30 g de alface, quantas quilocalorias ela vai ingerir? 368,2 kcal

c) Quantas quilocalorias uma pessoa vai ingerir se consumir 180 g de bacalhau? 244,8 kcal

d) Quantos gramas de batata-doce uma pessoa deve consumir para ingerir 100 kcal? aproximadamente 130 g

CFN – Conselho Federal de Nutricionistas. **Tabela Brasileira de Composição de Alimentos**. Disponível em: <www.cfn.org.br/wp-content/uploads/2017/03/taco_4_edicao_ampliada_e_revisada.pdf>. Acesso em: 16 maio 2018.

- Na resolução da atividade **14**, ressalte a importância de manter uma alimentação balanceada e solicite que os alunos pesquisem o valor energético dos alimentos que costumam consumir e os anotem em uma tabela. Tendo como base os valores anotados por eles, elabore algumas questões e peça que as respondam. Verifique a possibilidade de levar os alunos ao laboratório de informática para que possam realizar a pesquisa na internet.
- Diga aos alunos que uma caloria é a quantidade de energia necessária para elevar em 1 °C a medida da temperatura de 1 mL de água.
- Retome com os alunos o estudo das páginas **148** e **149**, a fim de observar qual o valor energético do produto apresentado.

Material digital

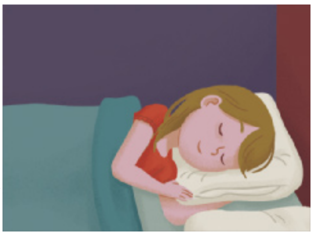
- O material digital dessa coleção apresenta o projeto **Alimentação saudável** que possibilita uma integração com os componentes curriculares **Ciências** e **Língua Portuguesa**, além de permitir o trabalho com alguns dos temas contemporâneos destacados na BNCC, como **Educação alimentar e nutricional, Saúde e Educação para o Consumo**. Esse projeto busca analisar as informações nutricionais descritas nas embalagens de alguns produtos, a fim de trabalhar as unidades de medida apresentadas e incentivar uma alimentação saudável.

- Veja um possível problema que pode ser elaborado pelos alunos na atividade **15**:
  - Luiza dorme em média 8 h por noite, caminha 1 h no dia e sobe várias vezes as escadas do local onde trabalha, totalizando cerca de 30 min por dia subindo escadas. Qual o total da medida de energia gasta por Luiza em um dia, considerando somente essas atividades?

    Ⓡ 1 220 kcal
- Na atividade **16**, explique aos alunos que os valores de necessidade energética indicados na tabela são aproximados. Além do sexo e da idade, fatores como medida de massa atual e de massa ideal, medida de altura e atividade física também influenciam nas necessidades calóricas diárias de uma pessoa. Diga-lhes que é importante não se preocupar apenas com a quantidade de calorias ingeridas, mas também com o tipo de alimento consumido, pois é importante manter a quantidade de nutrientes em equilíbrio.

15. Quando realizamos qualquer atividade, mesmo que não seja a prática de um esporte, estamos gastando energia. A seguir, está representada a quantidade média de energia que se gasta no período de 1 h, de acordo com a atividade.

Ilustrações: Débora Kamogawa


Dormir: 60 kcal.


Caminhar (4 km/h): 240 kcal.


Subir escada: 1 000 kcal.

De acordo com as imagens apresentadas, elabore um problema e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se ele resolveu corretamente.
Resposta pessoal.

16. A quantidade diária de calorias de que uma pessoa necessita está relacionada a diversos fatores, entre eles a idade e o sexo. Veja ao lado as quantidades diárias recomendadas para a ingestão de calorias, por faixa etária e sexo, considerando um nível moderado de atividade física.

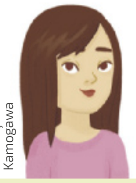
Necessidade energética diária – 2012

Faixa etária	Masculino	Feminino
de 0 a 2 anos	950 kcal	850 kcal
de 2 a 3 anos	1 125 kcal	1 050 kcal
de 3 a 7 anos	1 413 kcal	1 288 kcal
de 7 a 11 anos	1 913 kcal	1 775 kcal
de 11 a 14 anos	2 558 kcal	2 267 kcal
de 14 a 18 anos	3 225 kcal	2 488 kcal

SBP – Sociedade Brasileira de Pediatria. **Lanche Saudável - Manual de Orientação**. Disponível em: <www.sbp.com.br/pdfs/Manual_Lanche_saudavel_04_08_2012.pdf>. Acesso em: 15 maio 2018.

a) Quantas quilocalorias correspondem à necessidade diária de cada pessoa a seguir?

Ilustrações: Débora Kamogawa


Elaine
Idade: 13 anos
2 267 kcal


Rafael
Idade: 17 anos
3 225 kcal


Diego
Idade: 5 anos
1 413 kcal


Márcio
Idade: 8 meses
950 kcal


Bruna
Idade: 18 meses
850 kcal

b) Diariamente, de quantas quilocalorias Elaine necessita a mais que Bruna?
1 417 kcal

c) Qual é a necessidade calórica semanal de Diego? 9 891 kcal

d) Com o auxílio de uma calculadora, determine, em quilojoules (kJ), a necessidade energética diária de Bruna. 3 556,4 kJ

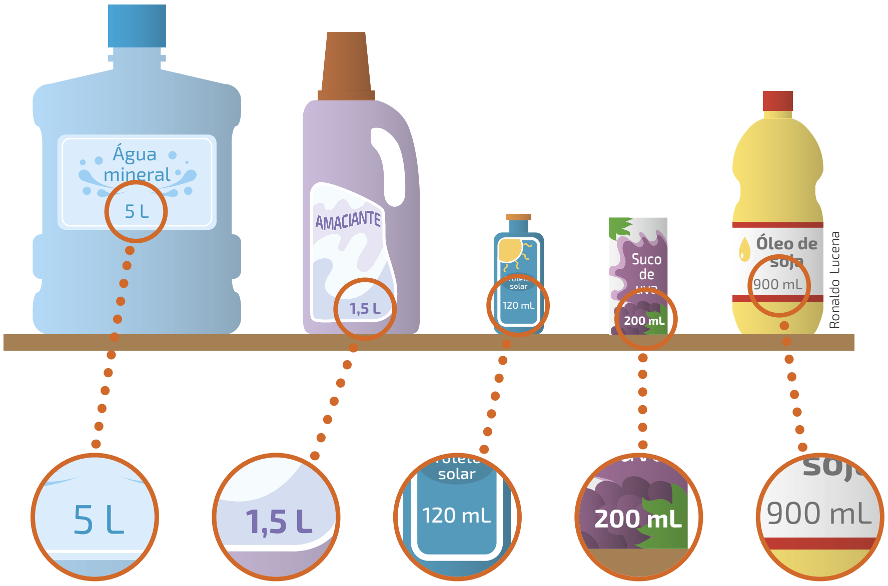
e) De acordo com as recomendações apresentadas, de quantas quilocalorias você necessita diariamente? Resposta pessoal.

BNCC em foco

- As atividades dessa página contemplam os temas contemporâneos **Educação alimentar e nutricional** e **Saúde.** Reforce com os alunos a importância de adquirir hábitos alimentares que sejam saudáveis e que abranjam todos os grupos de nutrientes essenciais, que são os carboidratos, as proteínas, as gorduras, a água, as vitaminas e os minerais. Enfatize a necessidade de praticar atividades físicas e combater posturas sedentárias, destacando que o alinhamento de atividades físicas com a alimentação é o maior responsável por garantir uma qualidade de vida elevada.
- A atividade **16**, item **d**, contempla a **Competência geral 5**, uma vez que estimula e incentiva o uso de instrumento de tecnologia digital – a calculadora – de uma maneira significativa, inserindo-o nas práticas e situações do cotidiano.

Medidas de capacidade

Entre as unidades de medida de capacidade mais utilizadas estão o **litro** (L) e o **mililitro** (mL). Observe alguns produtos vendidos em litros e mililitros.



Ronaldo Lucena

O litro é a unidade padrão de medida de capacidade. Um litro é igual a 1 000 mL, isto é, 1 L = 1 000 mL.

Veja no quadro de unidades a representação do litro, do mililitro e de outras unidades de medida de capacidade.

Quilolitro (kL)	Hectolitro (hL)	Decalitro (daL)	Litro (L)	Decilitro (dL)	Centilitro (cL)	Mililitro (mL)
1 kL = 1 000 L	1 hL = 100 L	1 daL = 10 L	1 L	1 dL = 0,1 L	1 cL = 0,01 L	1 mL = 0,001 L

Neste quadro, as unidades de medida estão relacionadas com o litro.

O prefixo da palavra:

- decilitro (deci) indica que é a décima parte do litro. Assim, 10 dL é igual a 1 L, isto é, 1 L = 10 dL.
- centilitro (centi) indica que é a centésima parte do litro. Assim, 100 cL é igual a 1 L, isto é, 1 L = 100 cL.
- mililitro (mili) indica que é a milésima parte do litro. Assim, 1 000 mL é igual a 1 L, isto é, 1 L = 1 000 mL.
- quilolitro (quilo) é igual a mil litros. Assim, 1 000 L é igual a 1 kL, isto é, 1 kL = 1 000 L.

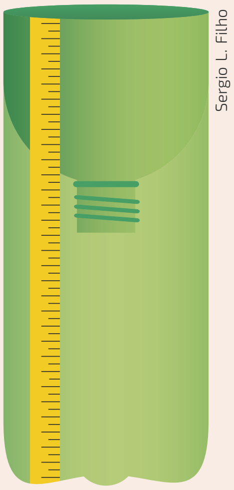
- Veja na **Atividade complementar** a seguir uma sugestão de construção de um pluviômetro que, apesar de não possuir grande precisão, oportuniza a manipulação de materiais concretos e estabelece mais sentido ao estudo das medidas de capacidade. Esse tipo de atividade, além de proporcionar a interação entre os envolvidos, pode tornar a aula mais dinâmica e estabelecer relações do conteúdo estudado com situações reais.

Atividade complementar

Pluviômetro

Materiais

- uma garrafa PET com medida de capacidade para 2 L
- fita adesiva
- régua
- tesoura com pontas arredondadas
- recipiente graduado



Sergio L. Filho

Desenvolvimento

- Corte a garrafa PET cerca de 7 cm abaixo da tampa. Em seguida, cole a fita adesiva (amarela) verticalmente na garrafa desde a parte inferior. Com o auxílio do recipiente graduado, despeje 10 mL de água na garrafa e faça uma marcação na fita adesiva, repetindo esse processo até o final da fita, obtendo a graduação do pluviômetro. Depois, retire a água e fixe a parte cortada na garrafa invertendo-a, como se fosse um funil. Cada marcação feita na graduação corresponde a 1 mm de chuva. O pluviômetro deve ser instalado em uma área aberta e plana, longe de árvores e muros.

- Para o trabalho com essa página, realize a **Atividade complementar** a seguir. Os alunos poderão usar o quadro de medidas durante todo o capítulo para resolver atividades e depois guardar para utilizar quando precisarem.

Atividade complementar

Quadro de conversão de medidas

Materiais

- tesoura com pontas arredondadas
- cartolina

Desenvolvimento

- Peça aos alunos que desenhem na cartolina o quadro de unidades da página, incluindo as indicações de como fazer as conversões. Depois, peça que o recortem e o guardem para utilizar quando for necessário.

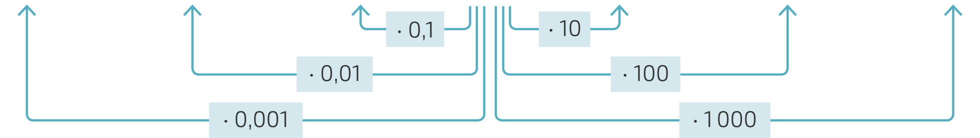
Material digital

- Para complementar o estudo relacionado a medidas de capacidade, no material digital desta coleção disponibilizamos a **Sequência didática 7**, elaborada com o objetivo de desenvolver a habilidade **EF07MA29**. As atividades dessa sequência buscam explorar situações do cotidiano em que são utilizadas as medidas de capacidade, assim como reconhecer o litro e o mililitro como unidades convencionais.

Conversão de unidades

Utilizando o quadro de unidades, podemos converter uma unidade de medida em outra. Veja, por exemplo, como podemos converter 7 L em decilitro, centilitro, mililitro, decalitro, hectolitro e quilolitro.

Quilolitro (kL)	Hectolitro (hL)	Decalitro (daL)	Litro (L)	Decilitro (dL)	Centilitro (cL)	Mililitro (mL)
0,007	0,07	0,7	7	70	700	7 000



Observando o esquema, podemos notar que:

- $7\text{ L} = 70\text{ dL}$, pois: $7\text{ L} = 7 \cdot \underbrace{1\text{ L}}_{10\text{ dL}} = 7 \cdot 10\text{ dL} = 70\text{ dL}$
- $7\text{ L} = 700\text{ cL}$, pois: $7\text{ L} = 7 \cdot \underbrace{1\text{ L}}_{100\text{ cL}} = 7 \cdot 100\text{ cL} = 700\text{ cL}$
- $7\text{ L} = 7\,000\text{ mL}$, pois: $7\text{ L} = 7 \cdot \underbrace{1\text{ L}}_{1\,000\text{ mL}} = 7 \cdot 1\,000\text{ mL} = 7\,000\text{ mL}$
- $7\text{ L} = 0{,}7\text{ daL}$, pois: $7\text{ L} = 7 \cdot \underbrace{1\text{ L}}_{0{,}1\text{ daL}} = 7 \cdot 0{,}1\text{ daL} = 0{,}7\text{ daL}$
- $7\text{ L} = 0{,}07\text{ hL}$, pois: $7\text{ L} = 7 \cdot \underbrace{1\text{ L}}_{0{,}01\text{ hL}} = 7 \cdot 0{,}01\text{ hL} = 0{,}07\text{ hL}$
- $7\text{ L} = 0{,}007\text{ kL}$, pois: $7\text{ L} = 7 \cdot \underbrace{1\text{ L}}_{0{,}001\text{ kL}} = 7 \cdot 0{,}001\text{ kL} = 0{,}007\text{ kL}$

Agora, veja como podemos converter 1 L 300 mL em mililitros e 2 450 mL em litros e mililitros.

- $\underbrace{1\text{ L}}\ 300\text{ mL} = \underbrace{1\,000\text{ mL}} + 300\text{ mL} = 1\,300\text{ mL}$
- $2\,450\text{ mL} = \underbrace{2\,000\text{ mL}} + 450\text{ mL} = \underbrace{2\text{ L}} + 450\text{ mL} = 2\text{ L}\ 450\text{ mL}$

Atividades

Anote no caderno

17. Entre as unidades de medida litro e mililitro, qual é a mais adequada para indicar a medida da capacidade de cada recipiente?

a) litro


Tarasyuk Igor/ Shutterstock.com

Galão de água.

c) mililitro


Maze of Imagination/ Shutterstock.com

Cuia para chimarrão.

e) mililitro

StockPhotosArt/ Shutterstock.com

Seringa.

b) mililitro


Ruslan Semichev/ Shutterstock.com

Copo plástico.

d) litro


José Vitor Elorza/ ASC Imagens

Lata de tinta.

f) litro


cigdem/ Shutterstock.com

Piscina.

18. Converta em mililitros cada medida indicada.

a) 1 L 290 mL 1 290 mL

b) 5 L 110 mL 5 110 mL

c) 7 L 195 mL 7 195 mL

d) 6,5 L 6 500 mL

e) $\frac{3}{2}$ L 1 500 mL

f) $8\frac{5}{2}$ L 10 500 mL

19. Para ser doador de sangue, entre outras exigências, é necessário ter de 18 a 69 anos e mais de 50 kg. Os homens podem doar sangue a cada 60 dias, sendo permitidas, no máximo, 4 doações por ano, e as mulheres, a cada 90 dias e, no máximo, 3 vezes por ano. Em cada doação são retirados, no máximo, 450 mL de sangue.

a) Um homem que doou sangue no dia 15 de março poderá doar sangue novamente a partir de que data? 14 de maio

b) Ana doou sangue 3 vezes em um ano. A cada doação, foram retirados 365 mL de sangue. Quantos mililitros de sangue Ana doou nesse ano? 1 095 mL

c) Um homem doou sangue 4 vezes em um ano, sendo retirados no total 1,7 L de sangue. Quantos mililitros de sangue foram retirados, em média, a cada doação? 425 mL

d) Você considera importante a doação de sangue? Por quê? Resposta pessoal.

20. O concentrado de suco representado abaixo deve ser misturado à água na proporção de 1 L de água para cada 250 mL de concentrado.

a) Em quantos litros de água deve ser misturado todo o conteúdo da garrafa de concentrado? 6 L

b) Após ter misturado todo o conteúdo da garrafa de concentrado na água, quantos litros de suco serão obtidos? 7,5 L

21. Converta em litros e mililitros cada medida indicada.

a) 4 200 mL 4 L 200 mL

b) 2 535 mL 2 L 535 mL

c) 8,42 L 8 L 420 mL

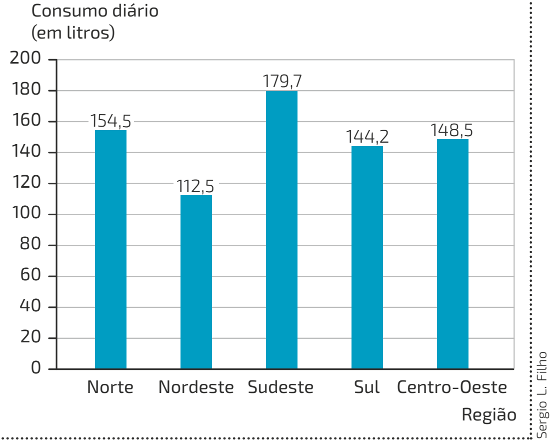
d) 3 005 mL 3 L 5 mL

e) $\frac{5}{4}$ L 1 L 250 mL

f) $2\frac{1}{5}$ L 2 L 200 mL

22. Observe o gráfico e resolva as questões.

Consumo diário de água *per capita* no Brasil por região – 2016



INCT – Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia. **Diagnóstico dos Serviços de Água e Esgoto**. Disponível em: <http://etes-sustentaveis.org/wp-content/uploads/2018/03/Diagnostico_AE2016.pdf>. Acesso em: 15 maio 2018.

a) Em qual das regiões houve o maior consumo de água *per capita*? E em qual houve o menor consumo? Sudeste; Nordeste

b) Uma pessoa que mora na região Sudeste consumiu, em média, quantos litros de água por semana em 2016? 1 257,9 L

c) Quantos litros de água, em média, uma pessoa que mora na mesma região que você consumiu por dia em 2016? Resposta pessoal.

d) Escreva em litros e mililitros o consumo de água diário *per capita* de cada região. Norte: 154 L 500 mL; Nordeste: 112 L 500 mL; Sudeste: 179 L 700 mL; Sul: 144 L 200 mL; Centro-Oeste: 148 L 500 mL

> A ONU recomenda que, para atender a todas as necessidades, o consumo médio diário *per capita* de água seja de 110 L.

- Ao trabalhar a atividade **19**, destaque a importância da doação de sangue, mesmo que, de maneira geral, os alunos ainda não tenham idade suficiente para essa prática. Explique que a doação de sangue não traz malefícios à saúde do doador, e o sangue que for doado pode salvar a vida de outras pessoas.

BNCC em foco

- A atividade **19** contempla a **Competência geral 10**, uma vez que estimula os alunos a pensarem de maneira solidária e determinada, incentivando a tomada de decisão com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos e solidários.

- Informe aos alunos, na atividade **22**, que *per capita* é uma expressão latina que significa "por cabeça", empregada costumeiramente em indicadores estatísticos para apontar uma média por pessoa de um dado valor, como consumo ou renda.

BNCC em foco

- As atividades **23** a **26**, assim como outras atividades do capítulo, contribuem para que os alunos enfrentem situações-problema em diversos contextos, expressem suas respostas e sintetizem soluções. Desse modo, a **Competência específica de Matemática 6** é contemplada.

23. A bomba de combustível de certo posto tem vazão cuja medida é 550 mL por segundo. Calcule quantos segundos essa bomba leva para abastecer um veículo com:

a) 33 L de combustível. 60 s

b) 38,5 L de combustível. 70 s

c) 30,8 L de combustível. 56 s

d) 31,9 L de combustível. 58 s

24. Em uma padaria foram preparados, em certo dia, 6 bules de café com medida de capacidade de 2,4 L cada um. Sabendo que todo café preparado nesse dia foi vendido em xícaras cuja medida de capacidade de cada uma é 75 mL cada, responda.

a) Quantas xícaras de café foram vendidas nesse dia? 192 xícaras

b) Cada xícara de café foi vendida a R$ 3,40. Qual foi a quantia arrecadada com a venda de café? R$ 652,80

25. As cisternas são reservatórios que acumulam água proveniente da chuva que, em geral, é consumida em épocas de seca. No sítio de João foi construída uma cisterna com medida de capacidade de 22 500 L.

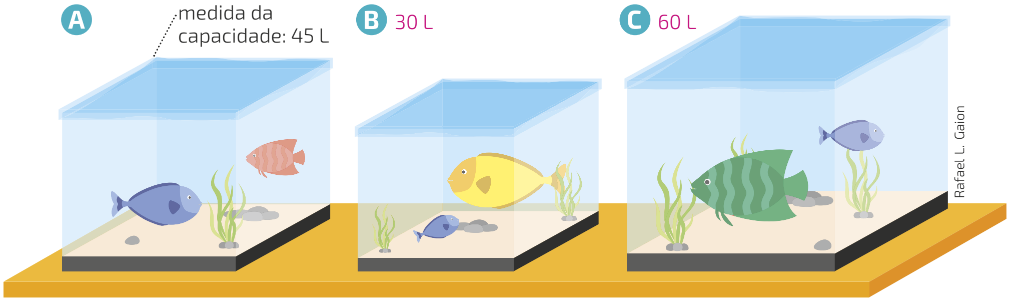
Supondo que essa cisterna esteja com 80% da medida de sua capacidade e que o consumo doméstico seja de 400 L diários, por quantos dias sem chuva essa cisterna poderá suprir esse consumo? 45 dias


Alipio Z. da Silva/kino.com.br

Cisterna em São José do Campestre, no Rio Grande do Norte, em 2015.

26. O aquário **B** tem $\frac{2}{3}$ da medida da capacidade do aquário **A**, e o aquário **C** tem o dobro da medida da capacidade do **B**.

Qual é a medida da capacidade, em litros, dos aquários **B** e **C**?



Rafael L. Gaion

27. Copie os itens a seguir substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) 25 550 L = ■ kL 25,55

b) 2,25 hL = ■ L 225

c) 56,5 L = ■ daL 5,65

d) 1,56 L = ■ dL 15,6

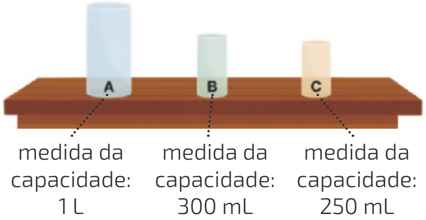
e) 25 cL = ■ L 0,25

f) 944 mL = ■ L 0,944

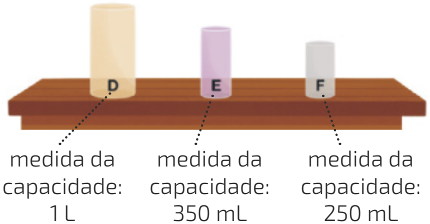
g) 378 L = ■ hL 3,78

h) 14,22 kL = ■ L 14 220

28. Observe como Milena fez para obter 200 mL de água no recipiente **A** utilizando os recipientes **B** e **C**.



Utilizando os recipientes representados ao lado, escreva um procedimento para obter 450 mL no recipiente **D**.



Ilustrações: Débora Kamogawa

Possível resposta: 1º passo – encha o recipiente **E** e despeje o conteúdo no **D**; 2º passo – encha o recipiente **E** novamente e despeje o conteúdo no **F** até enchê-lo; 3º passo – despeje o restante da água do recipiente **E** no **D**, obtendo assim 450 mL.

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo? grandezas e unidades de medida de temperatura, de energia e de capacidade

2. Escreva, com suas palavras, o que são grandezas. Dê alguns exemplos de grandezas discretas e de grandezas contínuas. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam: tudo aquilo que pode ser medido.

3. Dentre as unidades do SI, quais você mais utiliza no dia a dia? Cite algumas situações em que essas unidades estão presentes. Resposta pessoal.

4. Escreva o que você entende por medidas de: Resposta pessoal.

- temperatura.
- energia.
- capacidade.

5. Cite outras situações, além das apresentadas neste capítulo, em que as unidades de medida de temperatura, energia e capacidade são utilizadas. Resposta pessoal.

6. Em situações que envolvem medida de temperatura, qual unidade de medida aparece com maior frequência em seu dia a dia? Espera-se que os alunos respondam graus Celsius.

7. Você acha importante conhecer a quantidade de energia contida nos alimentos? Justifique. Resposta pessoal.

- A atividade **28** privilegia a estratégia e o raciocínio lógico dos alunos, e pode ser complementada sugerindo outras duas situações:
  - Obter 500 mL de água com três recipientes: um de 300 mL, um de 400 mL e um de 700 mL.

    R Possível resposta: 1º) encha o recipiente de 400 mL, despeje o conteúdo no recipiente de 300 mL e os 100 mL restantes no recipiente de 700 mL; 2º) encha o recipiente de 400 mL novamente e despeje o conteúdo no recipiente de 700 mL para obter 500 mL.
  - Obter 1 L com dois recipientes: um de 7 L e outro de 4 L.

    R Possível resposta: 1º) encha o recipiente de 4 L e despeje o conteúdo no recipiente de 7 L; 2º) encha o recipiente de 4 L novamente e despeje o conteúdo no recipiente de 7 L até enchê-lo, obtendo assim 1 L no recipiente de 4 L.

Avaliação

- A seção **Explorando o que estudei** pode contribuir para um importante momento do processo de ensino: a avaliação. Observe e faça anotações enquanto os alunos respondem às questões propostas, a fim de identificar possíveis dificuldades que venham surgir ao relacionar as grandezas temperatura, energia e capacidade com as respectivas unidades de medida, além dos significados envolvidos e as situações em que elas são utilizadas. Desse modo, caso perceba a necessidade, pondere sobre fazer uma revisão dos conteúdos trabalhados no capítulo com a turma, a fim de contribuir com a solução de alguma dificuldade.

Nesse capítulo, serão retomados alguns conceitos relacionados a ângulos, como as ideias de ângulo, as medições e construções com o transferidor e a classificação em agudo, reto, obtuso e raso, a fim de auxiliar os alunos na compreensão dos novos conteúdos que serão trabalhados.

Serão apresentados os conceitos de ângulos complementares e suplementares, ângulos opostos pelo vértice e ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal.

- A contextualização apresentada nas páginas de abertura aproxima-se do conceito de ângulo por meio das manobras que um *skatista* pode executar, para, assim, relacionar as ideias de giro e ângulo. Esta ligação, além de tornar o estudo do conteúdo mais atrativo, desperta o interesse dos alunos para o tema porque usa como exemplo a modalidade Megarrampa e suas manobras impressionantes. Uma sugestão de condução do trabalho é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas podem ser respondidas na lousa e, nesse momento, é importante que a turma seja incentivada a participar. Para complementar o assunto, pergunte aos alunos se já conheciam a modalidade Megarrampa e as dimensões da pista. Pergunte também qual foi a informação apresentada no texto que mais acharam interessante.

Capítulo 8

Ângulos

A Megarrampa, uma modalidade de *skate*, teve o primeiro campeonato realizado em 2008, no Brasil. A pista mede mais de 100 metros de comprimento e seu ponto mais alto fica a quase 30 metros do solo, o equivalente à altura de um prédio de 8 andares.

Na Megarrampa, os *skatistas* atingem velocidades superiores a 70 km/h e realizam manobras radicais com o *skate*. Nessa velocidade, o competidor pode se ferir com gravidade em uma queda. Por isso, é importante que ele use todos os equipamentos de segurança e saiba como agir quando perceber que não conseguirá completar a manobra.

Bob Burnquist, ex-atleta brasileiro internacionalmente conhecido, possui uma Megarrampa construída no quintal de sua casa. Ele foi o primeiro *skatista* a realizar e registrar, na Megarrampa, a manobra conhecida como "900", que corresponde a um giro de 900° no ar.


Christian Pondella/Getty Images

Bob Burnquist realizando uma manobra com *skate* na Megarrampa durante um evento em Los Angeles, nos Estados Unidos, em 2012.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

Ⓐ Em sua opinião, o que é necessário para que a prática de *skate* não se torne uma atividade perigosa?

Ⓑ No texto, o que significa "900"?

Ⓒ A quantas voltas corresponde um giro de 900°?

Pensando nisso...

Ⓐ Resposta pessoal. Possíveis respostas: utilizar equipamentos de proteção; ter orientação de um profissional; praticar em local adequado.

Ⓑ Significa o ângulo do giro na manobra.

Ⓒ duas voltas e meia

- No item **A**, os alunos possivelmente citarão os equipamentos de proteção. Aproveite para reforçar a importância da orientação profissional na prática desse esporte.
- Ao abordar o item **B**, verifique se os alunos conhecem outras manobras em que o *skatista* realiza giros e relacione com o item **C**, questionando-os para que digam a quantas voltas correspondem.
- Para auxiliar os alunos a responderem ao item **C**, apresente na lousa um esquema das duas voltas e meia para que eles compreendam melhor essa medida, haja vista que ela é maior que 360°. Em seguida, peça que representem os giros das manobras citadas no item **B**.

BNCC em foco

- Aproveite para fazer uma ligação entre o tema da abertura com a **Competência geral 3**, de modo a destacar, por exemplo, a arte de rua e os movimentos relacionados a ela que costumam acompanhar a modalidade do *skate*. Pergunte aos alunos se eles conhecem alguma manifestação da arte urbana e cite o grafite e o estêncil, a dança de rua e o movimento *Hip-Hop*. Se possível, leve algumas imagens da arte espalhada nas ruas para os alunos apreciarem ou mostre por meio da internet, como no *site* dos artistas brasileiros OSGEMEOS: <www.osgemeos.com.br/pt>. Acesso em: 6 set. 2018.

Objetivos do capítulo

- Compreender as ideias de ângulo e identificar seus elementos.
- Reconhecer o grau como unidade de medida de ângulo.
- Medir ângulos utilizando o transferidor.
- Construir ângulos.
- Classificar ângulos em reto, raso, obtuso ou agudo.
- Identificar e calcular as medidas de ângulos complementares e de ângulos suplementares.
- Reconhecer ângulos opostos pelo vértice.
- Verificar relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, identificando ângulos correspondentes, ângulos alternos e ângulos colaterais.

- Ao trabalhar o tópico **Ideias de ângulo**, aproveite e peça que os alunos citem outras situações do dia a dia em que seja possível observar elementos que dão ideia de ângulo, como em objetos da sala de aula.
- Ao abordar a associação de ângulo com ideia de giro em torno de um ponto fixo, explique aos alunos que o sentido horário é o mesmo sentido do movimento dos ponteiros do relógio, e o anti-horário é o sentido contrário ao dos ponteiros.

Ideias de ângulo

Podemos observar a presença dos ângulos em diversas situações, como em uma manobra de um *skatista*, na estrutura do telhado de uma casa ou no giro dos ponteiros de um relógio.

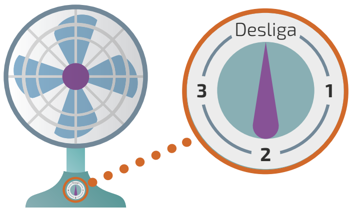

alexmisu/Shutterstock.com

Ângulo na estrutura de um telhado.

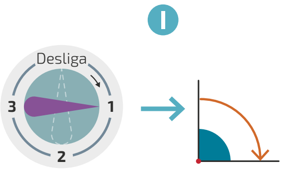
EmBaSy/Shutterstock.com

Ângulo no giro de um ponteiro do relógio.

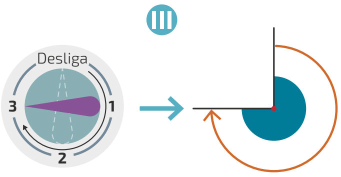
O ângulo pode ser associado à **ideia de giro** em torno de um ponto fixo. Veja na imagem ao lado a posição do seletor de um ventilador.



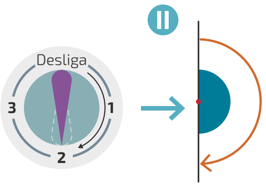
Podemos realizar os seguintes giros nesse seletor.



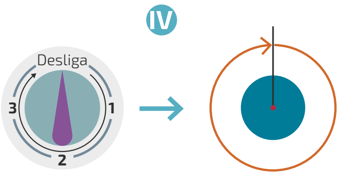
Um quarto de volta no sentido horário.



Três quartos de volta no sentido horário.



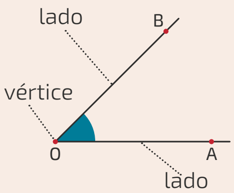
Meia-volta no sentido horário.



Uma volta no sentido horário.

Ilustrações: Rafael L. Gaion/ Sergio L. Filho

Em **III**, após girarmos o seletor do ventilador três quartos de volta no sentido horário, ele ficou na posição **3**. No entanto, o seletor ficaria nessa mesma posição se ele pudesse ser girado um quarto de volta no sentido anti-horário.



Sergio L. Filho

Ângulo é uma figura geométrica formada por duas semirretas de mesma origem.

Na figura, as semirretas OA e OB são os **lados** do ângulo, e o ponto **O** é o **vértice** do ângulo e a origem das semirretas.

Indicamos esse ângulo por $\hat{O}$, $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$.

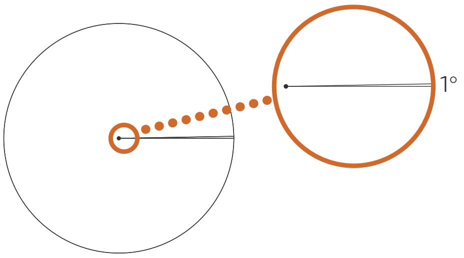
Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **7**, **8** e **9** do 3º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

Ângulos

Das unidades utilizadas para indicar medidas de ângulos, podemos destacar o **grau**. Para termos ideia da medida de um grau, podemos imaginar uma circunferência dividida em 360 partes iguais. Um grau (1°) é a medida de um ângulo com vértice no centro da circunferência correspondente a uma dessas divisões. Se considerarmos uma volta completa, teremos um ângulo cuja medida é 360°.

Essa ideia de dividir a circunferência em 360 partes iguais é atribuída aos babilônios, civilização que viveu na Mesopotâmia, onde atualmente é o Iraque. Veja ao lado a representação de 1°.



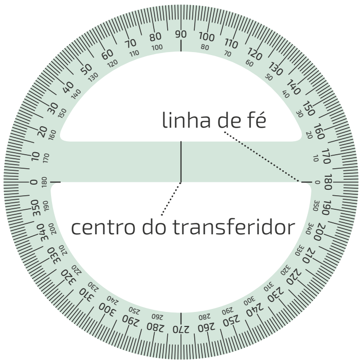
Sergio L. Filho

Medindo ângulos

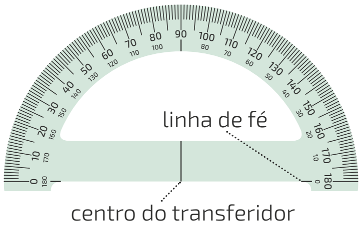
Podemos medir a abertura de um ângulo, ou seja, determinar sua medida, utilizando um **transferidor**.

Nos transferidores, há duas graduações: uma no sentido horário e outra no anti-horário. Isso facilita a leitura da medida de um ângulo, pois medimos de acordo com a posição em que ele se encontra.

Transferidor de 360°

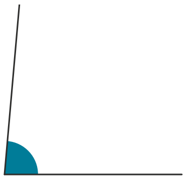


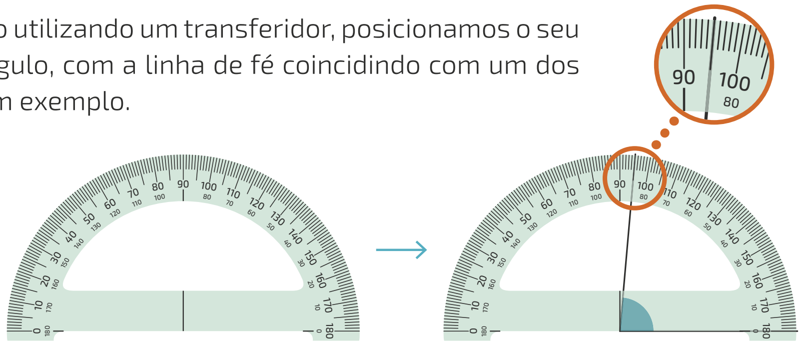
Transferidor de 180°



Para medir um ângulo utilizando um transferidor, posicionamos o seu centro no vértice do ângulo, com a linha de fé coincidindo com um dos lados do ângulo. Veja um exemplo.

Sergio L. Filho





Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

Nesse caso, a medida do ângulo é 85°.

- Antes de apresentar o tópico **Medindo ângulos**, converse com os alunos para identificar o conhecimento prévio deles sobre o transferidor. Se possível, leve transferidores para a sala de aula e apresente alguns ângulos para observar se eles sabem medi-los.
- No exemplo apresentado no final da página, explique que a medida do ângulo não é de 95°, pois nesse caso medição foi feita no sentido anti-horário.
- A citação a seguir ressalta a importância do conceito de ângulo, tanto para o campo da Geometria como para outros campos da Matemática.

> [...]
>
> Muitas são as dependências internas e externas no ensino de ângulos, como aquelas que relacionam tópicos de um currículo da matemática, a noção de ângulo se constitui num conceito chave para o estudo de figuras semelhantes, casos de congruência de triângulos, construção de polígonos regulares, relações métricas num triângulo, trigonometria, geometria analítica, geometria espacial entre outros. Usam-se ângulos para a construção de representações relacionadas à estatística, à porcentagem e às probabilidades, considerando que uma das metas da geometria é auxiliar os alunos a aprender, entender e aplicar propriedades e relações geométricas.
>
> [...]

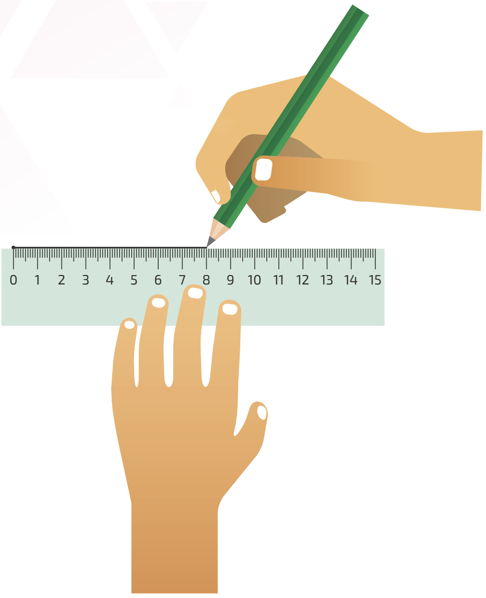
SILVA, Fabricio de Oliveira da. Aplicação de ângulos contida em livros didáticos e a prática e, sala de aula com alunos de 7ª série. **Nucleus**, Ituverava, v. 9. n. 1, p. 190. 2012.

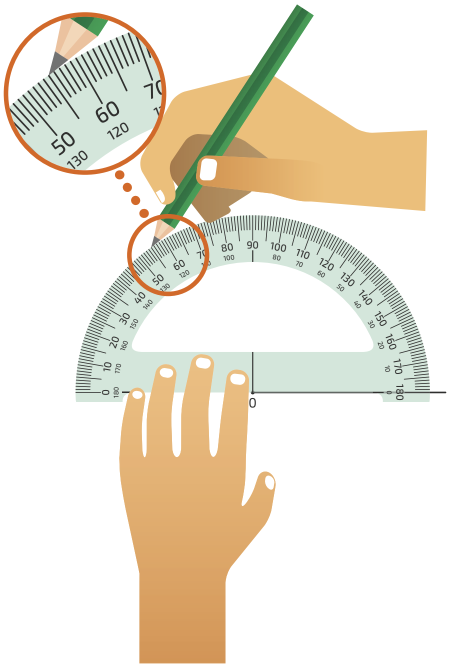
- Verifique a possibilidade de levar réguas e transferidores para a sala de aula, a fim de que os alunos construam alguns ângulos, conforme apresentado na página. Se julgar necessário, peça que construam outros ângulos.

Construção de ângulos

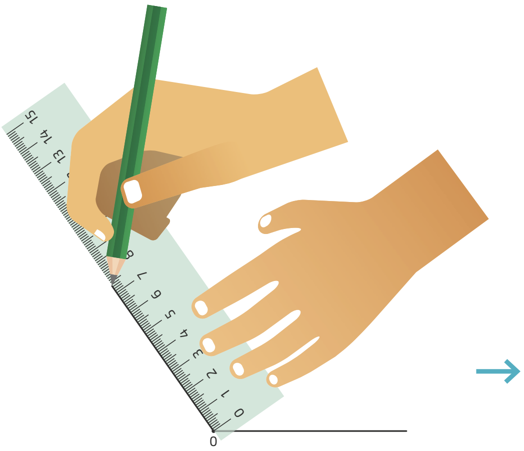
Com um transferidor, podemos construir um ângulo a partir de uma medida dada. Veja, por exemplo, como construir um ângulo de 125° utilizando régua e transferidor.

- Com o auxílio de uma régua, traçamos uma linha, que será um dos lados do ângulo.
- Marcamos o vértice **O**, posicionamos o centro do transferidor nele e alinhamos o lado do ângulo com a linha de fé. Em seguida, marcamos 125°.

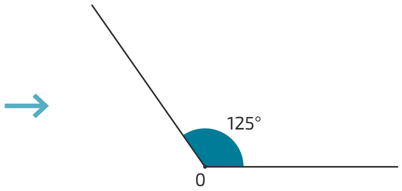




- Por último, traçamos o outro lado do ângulo.



Podemos traçar os lados com quaisquer medidas de comprimento, pois eles não determinam a medida do ângulo.



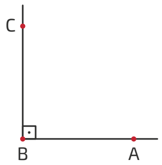
Ilustrações: Bárbara Sarzi/ Cynthia Sekiguchi/ Ronaldo Lucena

Classificação dos ângulos

De acordo com a medida, os ângulos podem ser classificados em **reto**, **raso**, **obtuso** ou **agudo**.

- Reto

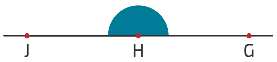
Ângulo que corresponde a um quarto de volta, cuja medida é 90°. Podemos indicá-lo pelo símbolo ∟.



$\text{med}(\hat{B}) = 90°$

- Raso

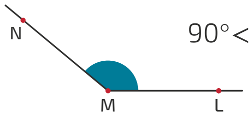
Ângulo que corresponde a meia-volta, cuja medida é 180°.



$\text{med}(\hat{H}) = 180°$

- Obtuso

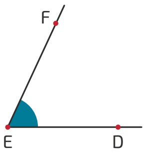
Ângulo cuja medida é maior que 90° e menor que 180°.



$90° < \text{med}(\hat{M}) < 180°$

- Agudo

Ângulo cuja medida é menor que 90°.



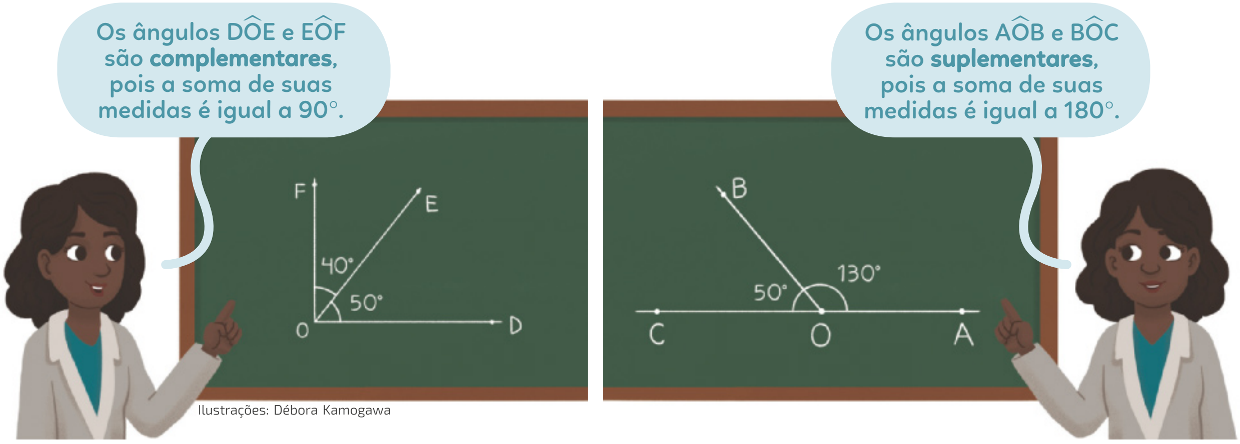
$\text{med}(\hat{E}) < 90°$

Ilustrações: Sergio L. Filho

As medidas dos ângulos apresentados podem ser verificadas com um transferidor.

Ângulos complementares e suplementares

Leia o que a professora de Matemática está dizendo.



Ilustrações: Débora Kamogawa

- Após apresentar o tópico de **Classificação dos ângulos**, peça que os alunos classifiquem o ângulo construído na página anterior.
- Apresente a **Atividade complementar** abaixo após trabalhar com o tópico **Ângulos complementares e suplementares**, de modo a auxiliar os alunos na compreensão do conteúdo abordado.

Atividade complementar

Sabendo que $\text{med}(\hat{O}) = 56°$, resolva.

- Quanto mede o ângulo:
  - complementar a $\hat{O}$?
    R 34°
  - suplementar a $\hat{O}$?
    R 124°
- Classifique o ângulo $\hat{O}$, seu complementar e seu suplementar em: agudo, reto, obtuso ou raso.
  R $\hat{O}$: agudo; complementar de $\hat{O}$: agudo; suplementar de $\hat{O}$: obtuso

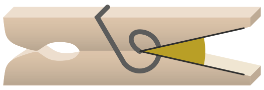
Dizemos que dois ângulos são **suplementares** se a soma de suas medidas for igual a 180°, e que são **complementares** se a soma de suas medidas for igual a 90°.

Escreva as medidas de dois ângulos complementares. Depois, escreva as medidas de dois ângulos suplementares. Resposta pessoal. Possíveis respostas: complementares: 71° e 19°; suplementares: 115° e 65°.

Atividades

Anote no caderno

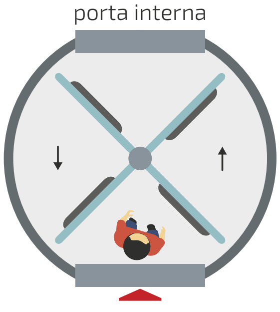
1. Observe nas imagens alguns ângulos em destaque.



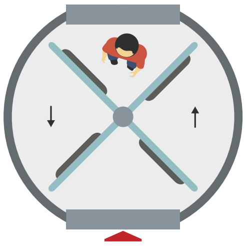
Ilustrações: Ronaldo Lucena

Agora, olhe à sua volta e escreva outras três situações em que é possível identificar ângulos. Compare a sua resposta com a de um colega.
Resposta pessoal.

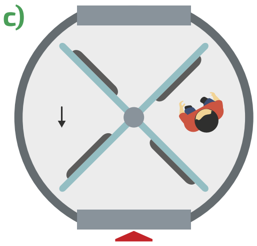
2. A figura ao lado representa a vista de cima de uma pessoa entrando em um banco por uma porta giratória. Sabendo que essa porta gira no sentido anti-horário, qual das figuras a seguir corresponde à posição da pessoa após a porta dar um giro de $\frac{3}{4}$ de volta? Esse giro corresponde a um ângulo cuja medida é de quantos graus? d; 270°



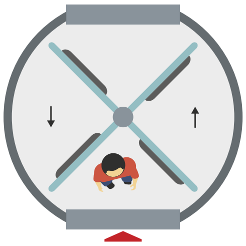
a)



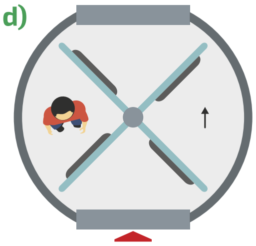
c)



b)



d)



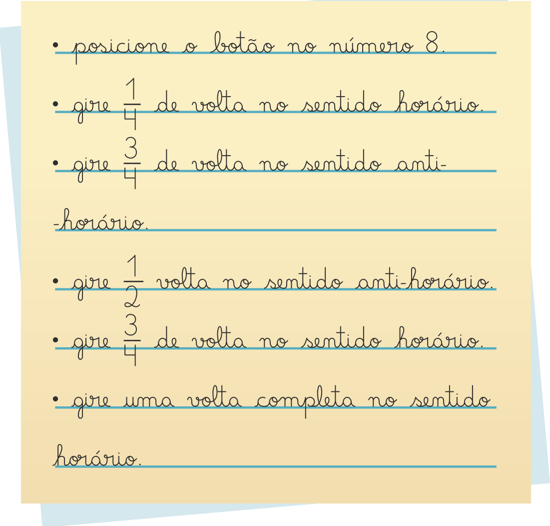
Ilustrações: Ronaldo Lucena

- Caso não haja transferidores suficientes para os alunos realizarem as atividades que necessitam de medições, reproduza e entregue os que estão disponíveis nas **Páginas para reprodução**. Para melhor manuseá-lo, sugira aos alunos que o colem em uma cartolina para depois recortar.

BNCC em foco

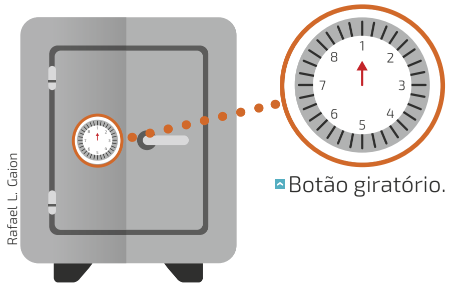
- A atividade **2** e as atividades **3** e **6** da próxima página relacionam o conteúdo de ângulos com frações. Se julgar necessário, peça aos alunos que consultem o capítulo **2** e retome o conteúdo com eles, a fim de auxiliá-los em suas resoluções. Atividades como essas propiciam a compreensão das relações entre diferentes campos da Matemática, no caso a Aritmética e a Geometria, portanto oriente-os para que sejam capazes de construir e aplicar os conhecimentos matemáticos, desenvolvendo, desse modo, a autoestima e a perseverança na busca de soluções, o que contempla a **Competência específica de Matemática 3**.

3. Para registrar o segredo de um cofre, Vítor escreveu em um papel uma sequência de operações que deveriam ser feitas com o botão giratório do cofre.



- posicione o botão no número 8.
- gire $\frac{1}{4}$ de volta no sentido horário.
- gire $\frac{3}{4}$ de volta no sentido anti-horário.
- gire $\frac{1}{2}$ volta no sentido anti-horário.
- gire $\frac{3}{4}$ de volta no sentido horário.
- gire uma volta completa no sentido horário.

Neste cofre, o botão e a seta indicadora giram, enquanto o painel com os números é fixo.

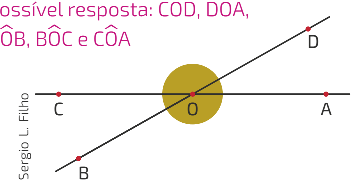


Botão giratório.

Escreva a sequência dos números correspondentes às operações que devem ser realizadas no botão do cofre para que ele seja aberto. 8; 2; 4; 8; 6; 6

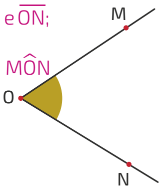
4. Identifique e escreva o nome de cinco dos ângulos da figura a seguir.

Possível resposta: $C\hat{O}D$, $D\hat{O}A$, $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}A$

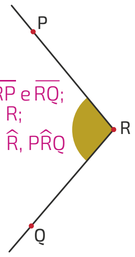


5. Em cada item, identifique os lados, o vértice e o nome do ângulo.

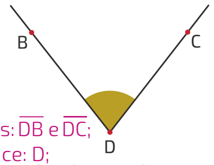
a) lados: $\overline{OM}$ e $\overline{ON}$; vértice: O; ângulo: $\hat{O}$, $M\hat{O}N$ ou $N\hat{O}M$



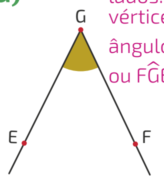
c) lados: $\overline{RP}$ e $\overline{RQ}$; vértice: R; ângulo: $\hat{R}$, $P\hat{R}Q$ ou $Q\hat{R}P$



b) lados: $\overline{DB}$ e $\overline{DC}$; vértice: D; ângulo: $\hat{D}$, $B\hat{D}C$ ou $C\hat{D}B$



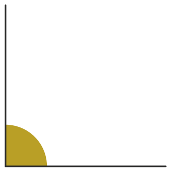
d) lados: $\overline{GE}$ e $\overline{GF}$; vértice: G; ângulo: $\hat{G}$, $E\hat{G}F$ ou $F\hat{G}E$



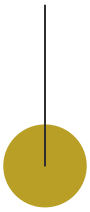
Ilustrações: Sergio L. Filho

6. Determine a medida, em graus, correspondente a um ângulo obtido em um giro de:

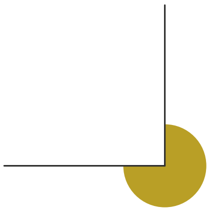
a) $\frac{1}{4}$ de volta. 90°



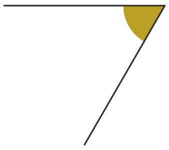
d) 1 volta. 360°



b) $\frac{3}{4}$ de volta. 270°

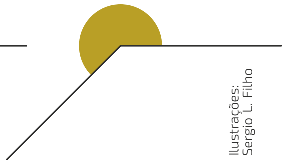


e) $\frac{1}{6}$ de volta. 60°



c) $\frac{1}{2}$ de volta. 180°

f) $\frac{5}{8}$ de volta. 225°



Ilustrações: Sergio L. Filho

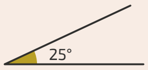
- Como a atividade **4** apresenta diversas soluções, escreva algumas delas na lousa para os alunos discutirem e verificarem se as respostas dadas estão corretas.
- Na resolução da atividade **6**, retome com os alunos a maneira de multiplicar uma fração por um número natural, nesse caso por 360. Para saber quantos graus correspondem $\frac{3}{5}$ de volta, por exemplo, efetuamos o seguinte cálculo:

$$\frac{3}{5} \cdot 360 = \frac{3 \cdot 360}{5} =$$
$$= \frac{1080}{5} = 216;\ 216°$$

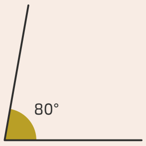
- A atividade **8** estimula nos alunos o desenvolvimento da capacidade de realizar estimativas e aproximações. Aproveite para avaliar as técnicas utilizadas, verificando se elas foram eficientes.
- Na atividade **10**, caso não haja transferidores para todos os alunos, reúna-os em duplas para que possam realizar as construções ou, então, verifique a possibilidade de trazer alguns transferidores para a sala de aula. Aproveite o trabalho com essa atividade para conferir a habilidade dos alunos no manuseio do transferidor.

Respostas

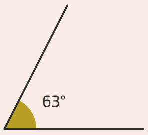
10. a)



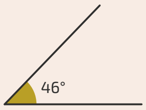
b)



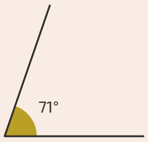
c)



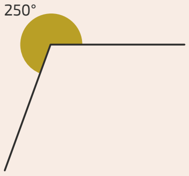
d)



e)



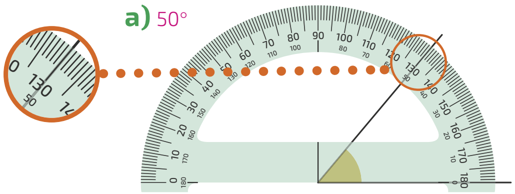
f)



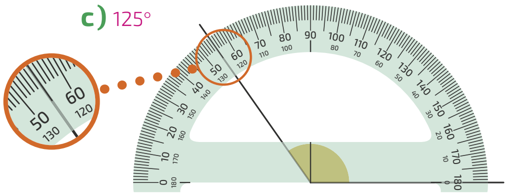
Ilustrções: Sergio L. Filho

7. Obtenha, em graus, a medida de cada ângulo.

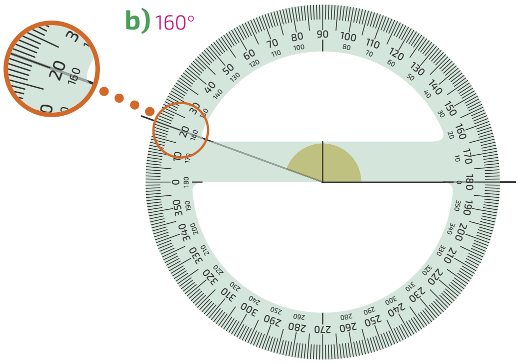
a) 50°



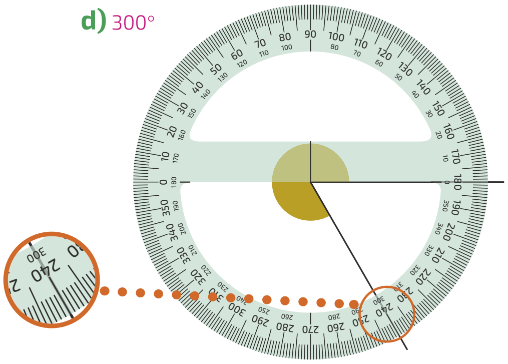
c) 125°



b) 160°



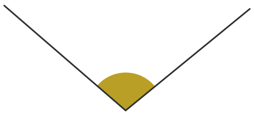
d) 300°



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

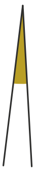
8. Estime a medida de cada ângulo. Depois, com um transferidor, realize a medição e compare os resultados obtidos.

a) 100°

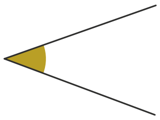


c) 170°

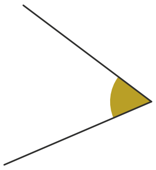
e) 10°



b) 40°



d) 60°



f) 135°

Ilustrações: Sergio L. Filho

9. Observando a figura e sem realizar medições, compare as medidas dos ângulos indicados copiando cada item e substituindo o ■ pelo símbolo > ou <.

a) med($\hat{b}$) $\overset{<}{\blacksquare}$ med($\hat{e}$)

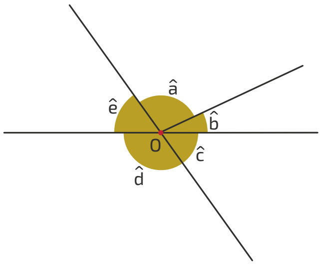
b) med($\hat{a}$) $\overset{>}{\blacksquare}$ med($\hat{c}$)

c) med($\hat{d}$) $\overset{>}{\blacksquare}$ med($\hat{b}$)

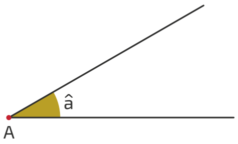
d) med($\hat{e}$) $\overset{<}{\blacksquare}$ med($\hat{d}$)

e) med($\hat{b}$) $\overset{<}{\blacksquare}$ med($\hat{a}$)

f) med($\hat{d}$) $\overset{>}{\blacksquare}$ med($\hat{c}$)



Podemos indicar o ângulo a seguir por â.

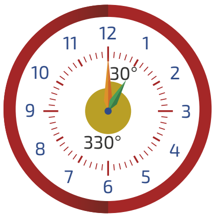


Ilustrações: Sergio L. Filho

10. Com o auxílio de um transferidor e de uma régua, construa ângulos cujas medidas estão indicadas a seguir. Respostas nas orientações ao professor.

a) 25° **b)** 80° **c)** 63° **d)** 46° **e)** 71° **f)** 250°

11. Os ponteiros de um relógio formam entre si ângulos que variam de acordo com o horário. À 1 h, por exemplo, a medida dos ângulos formados são de 30° e 330°.



Cynthia Sekiguchi

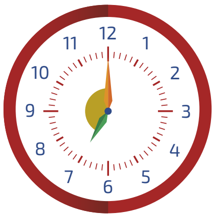
Determine em quais horas exatas os ponteiros do relógio formam um ângulo:

a) reto. 3 h e 9 h

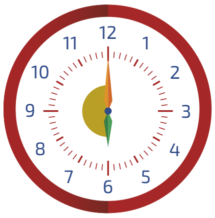
b) raso. 6 h

12. Determine a medida do ângulo indicado em cada relógio. Em seguida, classifique-o em reto, agudo, raso ou obtuso.

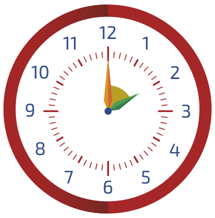
a)
150°; obtuso



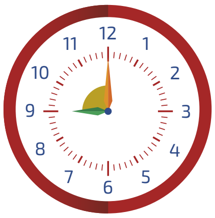
b)
180°; raso



c)
60°; agudo



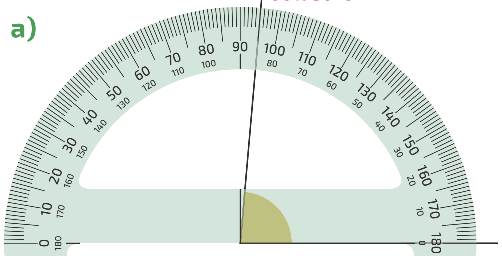
d)
90°; reto



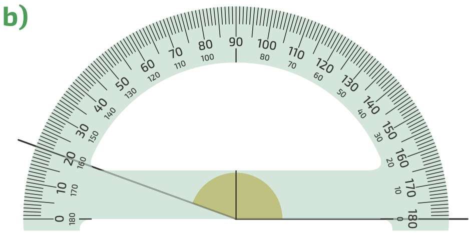
Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

13. Classifique cada ângulo em reto, agudo, raso ou obtuso. reto: c; agudo: a, d; raso: e; obtuso: b

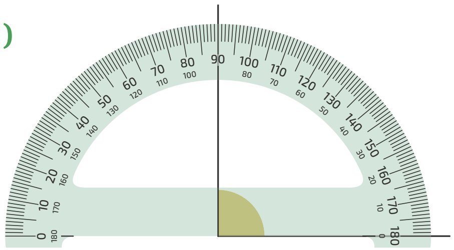
a)



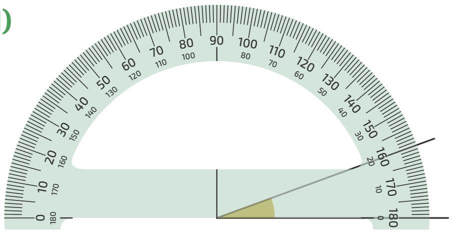
b)



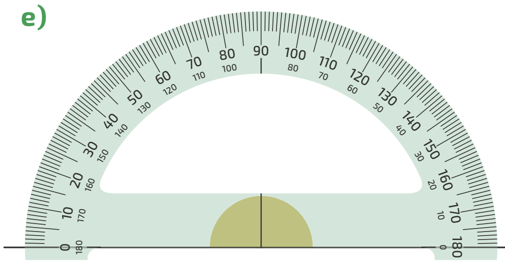
c)



d)



e)



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi

14. Construa, em seu caderno, um ângulo com medida menor ou igual a 180°. Depois, peça a um colega que estime essa medida. Por fim, juntos, realizem a medição com um transferidor. Resposta pessoal.

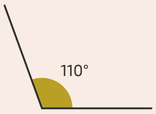
- A atividade **11** pode ser complementada com os itens a seguir. Resolva-os na lousa com a ajuda dos alunos.
  - Cite quatro horas exatas do dia em que o menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio seja agudo e quatro em que o menor ângulo seja obtuso.

    R Possível resposta: 1 h, 2 h, 10 h e 11 h; 4 h, 5 h, 7 h e 8 h
  - Em quais horas exatas do dia o menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio é reto? E raso?

    R 3 h, 9 h; 6 h
- A atividade **14** possibilita desenvolver a habilidade de realizar construções com o transferidor, além de estimular a realização de estimativas. Se achar conveniente, exponha algumas construções para toda a turma para que eles realizem outras estimativas.

Resposta

14. Resposta pessoal. Possível resposta:

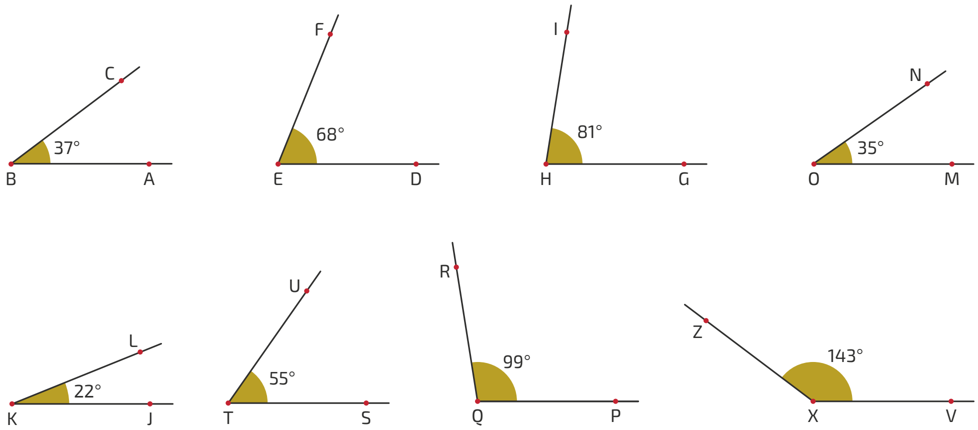


Sergio L. Filho

- A atividade **18** apresenta um desafio que pode ser resolvido por tentativa e erro. Porém, uma maneira de obter a medida dos ângulos sem realizar muitos cálculos é escrever uma equação que permita calcular o valor deles. Com isso, é possível também que os alunos compreendam relações entre os diferentes campos da Matemática, que nesse caso são a Álgebra e a Geometria.
Uma sugestão de equação é:
$x + (x + 24°) = 180°$
Resolvendo-a, obtém-se $x = 78°$, assim o menor ângulo mede 78° e o maior 102°.
Se necessário, peça que consultem o capítulo **6** desse volume e retome com eles o conteúdo de equações.

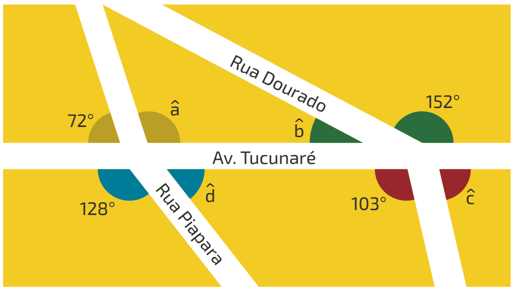
15. De acordo com as informações apresentadas, escreva os pares de ângulos que são:

a) complementares $D\hat{E}F$ e $J\hat{K}L$; $M\hat{O}N$ e $T\hat{S}U$ **b)** suplementares $A\hat{B}C$ e $V\hat{X}Z$; $G\hat{H}I$ e $P\hat{Q}R$



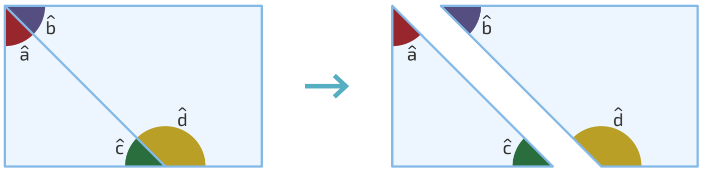
Ilustrações: Sergio L. Filho

16. Veja parte do mapa de certa cidade. Nele, os ângulos indicados com a mesma cor são suplementares. Determine as medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.
$med(\hat{a}) = 108°$; $med(\hat{b}) = 28°$; $med(\hat{c}) = 77°$; $med(\hat{d}) = 52°$



Ingridhi Borges

17. Fernanda traçou um segmento de reta em uma folha de papel retangular e identificou os ângulos formados. Em seguida, ela recortou essa folha sobre o segmento traçado conforme as figuras a seguir.



Ilustrações: Sergio L. Filho

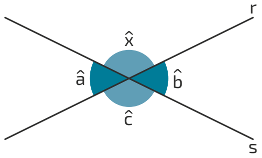
a) Qual a soma das medidas dos ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$? Esses ângulos são complementares ou suplementares? 90°; complementares

b) Qual a soma das medidas dos ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Esses ângulos são complementares ou suplementares? 180°; suplementares

18. Calcule as medidas de dois ângulos suplementares, sabendo que um deles é 24° maior que o outro. 78° e 102°

Ângulos opostos pelo vértice

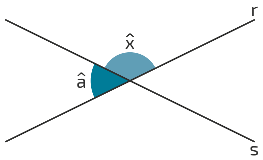
Na figura abaixo, estão representados as retas concorrentes **r** e **s** e os quatro ângulos formados por elas.



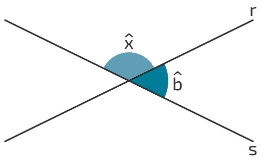
Duas retas concorrentes formam dois pares de ângulos chamados **opostos pelo vértice** (o.p.v.).

Vamos verificar a relação existente entre dois ângulos o.p.v., nesse caso, $\hat{a}$ e $\hat{b}$.

- Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{x}$ são suplementares, assim como os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{x}$.



$$\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{x}) = 180°$$



$$\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{x}) = 180°$$

- Temos então a seguinte igualdade:

$$\underbrace{\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{x})}_{180°} = \underbrace{\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{x})}_{180°}$$

Subtraindo $\text{med}(\hat{x})$ nos dois membros da igualdade, obtemos:

$$\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{x}) - \text{med}(\hat{x}) = \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{x}) - \text{med}(\hat{x})$$

$$\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{b})$$

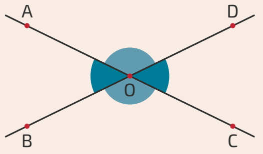
Portanto, dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais.

Quando dois ângulos têm medidas iguais, dizemos que eles são **congruentes**. No exemplo acima, os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são congruentes. Indicamos essa congruência por $\hat{a} \equiv \hat{b}$.

Quando os lados de um ângulo forem obtidos pelo prolongamento dos lados de outro ângulo, dizemos que eles são opostos pelo vértice.

Na imagem, há dois pares de ângulos opostos pelo vértice:

- AÔB e CÔD
- AÔD e BÔC



Ilustrações: Sergio L. Filho

Se um dos ângulos formados por duas retas concorrentes mede 58°, quais as medidas dos demais ângulos formados por essas retas? 122°; 58°; 122°

- Avalie a possibilidade de realizar a **Atividade complementar** abaixo com os alunos. Com ela, é possível verificar, por meio de sobreposição, que dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, isto é, são congruentes.

Atividade complementar

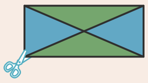
Construção geométrica

Materiais

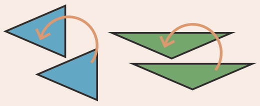
- papel
- régua
- lápis de cor
- tesoura com pontas arredondadas

Desenvolvimento

- Na folha de papel, desenhe duas retas concorrentes, obtendo dois pares de ângulos opostos pelo vértice. Indique cada par de ângulos de uma cor e recorte-os. O corte deve ficar exatamente sobre as retas traçadas, conforme mostra a imagem abaixo.



- Em seguida, sobreponha os pares de ângulos indicados pela mesma cor, verificando que apresentam a mesma medida. Como os pares de mesma cor são opostos pelo vértice, verifica-se que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.



Ilustrções: Sergio L. Filho

- Para a resolução do item **a** da atividade **20**, leve para a sala de aula alguns transferidores e tesouras com pontas arredondadas. Se julgar necessário, peça que os alunos realizem as medições com diferentes aberturas da tesoura.

BNCC em foco

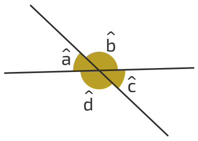
- A atividade **22** relaciona a Álgebra e a Geometria ao apresentar a medida dos ângulos opostos pelo vértice por equações. Esse momento é oportuno para avaliar a capacidade dos alunos na construção e aplicação dos conhecimentos matemáticos, assim como no desenvolvimento da autoestima e da perseverança na busca de soluções, contemplando a **Competência específica de Matemática 3**.

Atividades

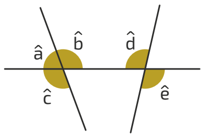
Anote no caderno

19. Escreva os pares de ângulos opostos pelo vértice indicados em cada figura.

I) $\hat{a}$ e $\hat{c}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$

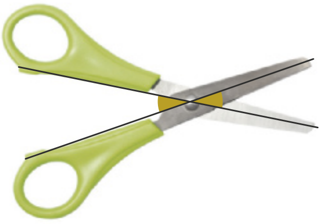


II) $\hat{b}$ e $\hat{c}$; $\hat{d}$ e $\hat{e}$



Ilustrações: Sergio L. Filho

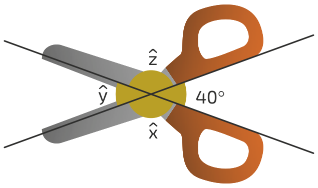
20. O princípio do funcionamento da tesoura é que, fechando os cabos, as lâminas também se fecham. Na fotografia, Rui traçou duas retas, como representado.



IB Photography/Shutterstock.com

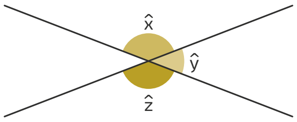
a) Os ângulos indicados na fotografia são congruentes? Justifique. Sim, pois os ângulos são opostos pelo vértice.

b) Sem realizar medições, determine as medidas dos ângulos indicados a seguir. $\hat{x} = 140°$; $\hat{y} = 40°$; $\hat{z} = 140°$



Ronaldo Lucena

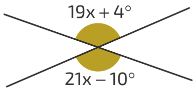
21. A soma das medidas de $\hat{x}$ e $\hat{z}$ na figura é igual a 276°. Qual a medida do complementar de $\hat{y}$? 42°



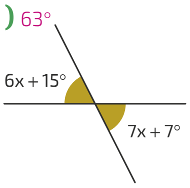
Ronaldo Lucena

22. Em cada figura, determine a medida dos ângulos indicados.

I) 137°

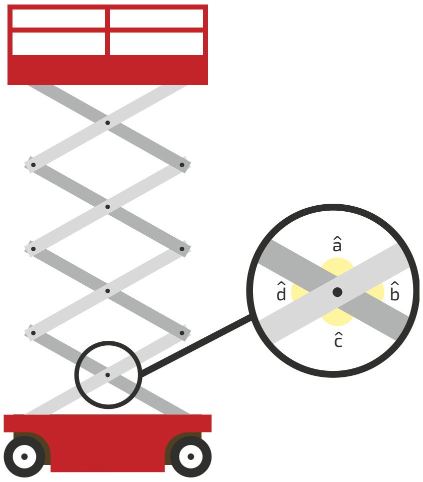


II) 63°



Ilustrações: Sergio L. Filho

23. O elevador pantográfico é um equipamento de manutenção que permite o acesso de cargas ou pessoas a locais mais altos. Observe no esquema a representação de articulações de um desses elevadores.



Rafael Luís Gaion

a) No esquema, quais são os pares de ângulos opostos pelo vértice? $\hat{a}$ e $\hat{c}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$

b) As medidas de $\hat{a}$ e $\hat{c}$ indicadas no esquema são sempre iguais? Justifique. Sim, pois são ângulos opostos pelo vértice.

c) Quando o elevador sobe, a medida do ângulo $\hat{a}$ aumenta ou diminui? E a medida do ângulo $\hat{b}$? diminui; aumenta

d) Quando o elevador desce, o que ocorre com a medida do ângulo $\hat{a}$? E com a medida do ângulo $\hat{b}$? aumenta; diminui

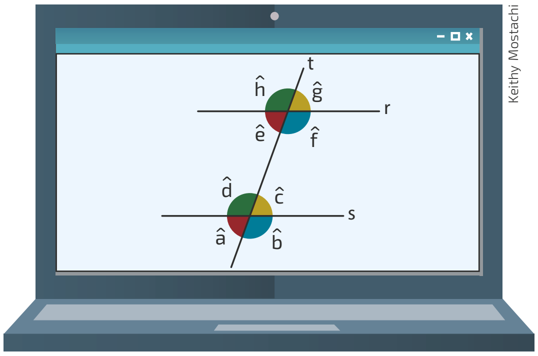
e) A soma das medidas dos ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ sofre variação de acordo com a altura do elevador? Justifique. não; Espera-se que os alunos respondam que $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são ângulos suplementares, ou seja, a soma das medidas é sempre 180°.

Ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal

Utilizando um programa de computador, Mateus traçou duas retas **r** e **s** paralelas e uma reta **t** transversal, que cruza as paralelas.

Note que a reta **t** formou 8 ângulos com as retas paralelas. Dependendo da posição que ocupam, esses ângulos recebem nomes especiais.

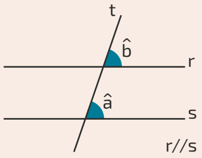
Na imagem feita por Mateus, os pares de ângulos indicados pela mesma cor são chamados **ângulos correspondentes**.



Keithy Mostachi

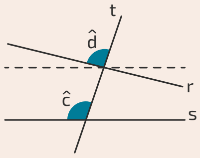
Neste caso, indicamos que as retas **r** e **s** são paralelas pela notação r//s.

- Dois ângulos correspondentes têm medidas iguais quando são formados por retas paralelas e uma transversal.



$\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{b})$

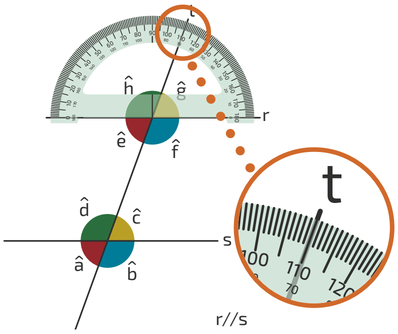
- No entanto, quando as retas não são paralelas, as medidas dos ângulos correspondentes são diferentes.

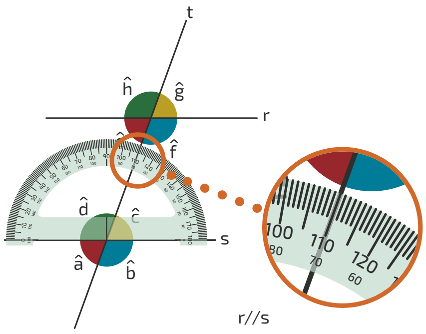


$\text{med}(\hat{c}) \neq \text{med}(\hat{d})$

Ilustrações: Sergio L. Filho

De acordo com as imagens a seguir, qual a medida dos ângulos correspondentes $\hat{c}$ e $\hat{g}$? E qual a medida dos ângulos correspondentes $\hat{d}$ e $\hat{h}$? 70°; 110°





Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/ Ronaldo Lucena

BNCC em foco

- O trabalho com o tópico **Ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal** possibilita aos alunos verificarem as relações entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, de maneira a identificarem os ângulos correspondentes, alternos e colaterais, com e sem o uso de *softwares* de geometria dinâmica, contemplando, assim, a habilidade **EF07MA23**.

- Ao trabalhar com o tópico dessa página, caso necessário, relembre com os alunos o que são retas paralelas. Explique que um feixe de retas paralelas é um conjunto de retas todas paralelas entre si.
- Para facilitar a compreensão dos alunos a respeito das relações que serão apresentadas posteriormente, uma maneira de iniciar o trabalho com esse tópico é apresentar a imagem e pedir que eles identifiquem os pares de ângulos que possuem mesma medida. Nesse caso, possivelmente responderão que são os ângulos opostos pelo vértice.
- Ao abordar a imagem que mostra duas retas não paralelas, explique aos alunos que a linha tracejada representa uma reta paralela à reta **s**.

Material digital

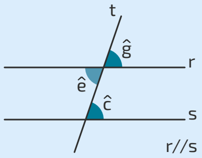
- Para complementar o estudo do tópico **Ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal**, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 8**, elaborada com objetivo de desenvolver a habilidade **EF07MA23**. As atividades dessa sequência buscam explorar a noção de retas paralelas cortadas por uma transversal e identificar os ângulos formados pelas interseções.

- Antes de apresentar as demonstrações aos alunos, desenhe na lousa as mesmas representações das retas **r**, **s** e **t** e dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{c}$, $\hat{e}$ e $\hat{g}$, indicadas na página, e ressalte que **r** e **s** são paralelas. Realize alguns questionamentos, a fim de encorajá-los a verificar a propriedade de que os ângulos alternos internos e externos são congruentes, a partir de relações que já conhecem, como entre os ângulos opostos pelo vértice $\left(\text{med}(\hat{e}) = \text{med}(\hat{g}) \text{ e } \text{med}(\hat{c}) = \text{med}(\hat{a})\right)$ e ângulos correspondentes $\left(\text{med}(\hat{c}) = \text{med}(\hat{g})\right)$.

Agora, vamos analisar outros pares de ângulos apresentados na imagem que Mateus construiu. Nela, o par de ângulos $\hat{e}$ e $\hat{c}$ é um exemplo de **ângulos alternos internos** e o par $\hat{a}$ e $\hat{g}$, um exemplo de **ângulos alternos externos**.

Vamos verificar a relação existente entre esses pares de ângulos.

Ângulos alternos internos ($\hat{e}$ e $\hat{c}$)



Temos que $\hat{g}$ e $\hat{e}$ são o.p.v., assim:

$$\text{med}(\hat{g}) = \text{med}(\hat{e})$$

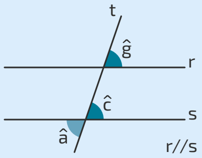
Temos ainda que $\hat{g}$ e $\hat{c}$ são correspondentes, assim:

$$\text{med}(\hat{g}) = \text{med}(\hat{c})$$

Portanto, concluímos que:

$$\text{med}(\hat{e}) = \text{med}(\hat{c})$$

Ângulos alternos externos ($\hat{a}$ e $\hat{g}$)



Temos que $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são o.p.v., assim:

$$\text{med}(\hat{c}) = \text{med}(\hat{a})$$

Temos ainda que $\hat{g}$ e $\hat{c}$ são correspondentes, assim:

$$\text{med}(\hat{c}) = \text{med}(\hat{g})$$

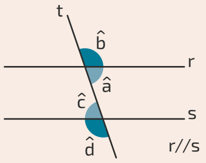
Portanto, concluímos que:

$$\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{g})$$

Com isso, demonstramos que os ângulos alternos internos $\hat{e}$ e $\hat{c}$ são congruentes, assim como os ângulos alternos externos $\hat{a}$ e $\hat{g}$.

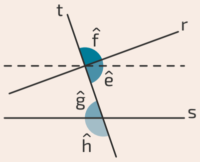
Se fizermos o mesmo procedimento para os outros pares de ângulos alternos (internos ou externos), vamos concluir que eles também são congruentes.

- Dois ângulos alternos (internos ou externos) têm medidas iguais quando são formados por retas paralelas e uma transversal.



$$\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{c})$$
$$\text{med}(\hat{b}) = \text{med}(\hat{d})$$

- No entanto, quando as retas não são paralelas, as medidas dos ângulos alternos são diferentes.



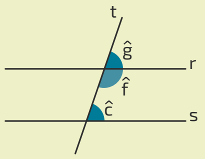
$$\text{med}(\hat{e}) \neq \text{med}(\hat{g})$$
$$\text{med}(\hat{f}) \neq \text{med}(\hat{h})$$

Ilustrações: Sergio L. Filho

Outros pares de ângulos que podemos destacar na imagem construída por Mateus são os chamados colaterais. O par de ângulos $\hat{c}$ e $\hat{f}$ é um exemplo de **ângulos colaterais internos** e o par $\hat{a}$ e $\hat{h}$, um exemplo de **ângulos colaterais externos**.

Vamos verificar a relação existente entre esses pares de ângulos.

Ângulos colaterais internos ($\hat{c}$ e $\hat{f}$)



Temos que $\hat{c}$ e $\hat{g}$ são correspondentes, assim:

$$med(\hat{c}) = med(\hat{g})$$

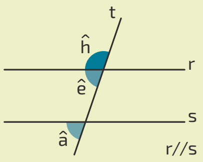
Temos ainda que $\hat{f}$ e $\hat{g}$ são suplementares, assim:

$$med(\hat{f}) + med(\hat{g}) = 180°$$

Portanto, concluímos que:

$$med(\hat{f}) + med(\hat{c}) = 180°$$

Ângulos colaterais externos ($\hat{a}$ e $\hat{h}$)



Temos que $\hat{a}$ e $\hat{e}$ são correspondentes, assim:

$$med(\hat{a}) = med(\hat{e})$$

Temos ainda que $\hat{e}$ e $\hat{h}$ são suplementares, assim:

$$med(\hat{e}) + med(\hat{h}) = 180°$$

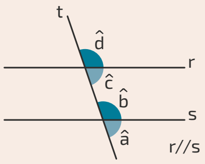
Portanto, concluímos que:

$$med(\hat{a}) + med(\hat{h}) = 180°$$

Com isso, demonstramos que os ângulos colaterais internos $\hat{c}$ e $\hat{f}$ são suplementares, assim como os ângulos colaterais externos $\hat{a}$ e $\hat{h}$.

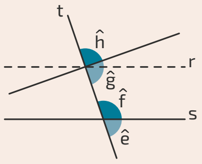
Se fizermos o mesmo procedimento para os outros pares de ângulos colaterais (internos ou externos), vamos concluir que eles também são suplementares.

- Dois ângulos colaterais (internos ou externos) são suplementares quando eles são formados por retas paralelas e uma transversal.



$$med(\hat{b}) + med(\hat{c}) = 180°$$
$$med(\hat{a}) + med(\hat{d}) = 180°$$

- No entanto, quando as retas não são paralelas, os ângulos colaterais não são suplementares.



$$med(\hat{f}) + med(\hat{g}) \neq 180°$$
$$med(\hat{h}) + med(\hat{e}) \neq 180°$$

Ilustrações: Sergio L. Filho

- Após trabalhar com o conceito apresentado nessa página, peça aos alunos que respondam à questão abaixo.
  - Sabendo que os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são colaterais internos e formados por retas paralelas e uma transversal, quanto mede $\hat{y}$, se $med(\hat{x}) = 72°$.

  R 108°

Em seguida, para verificar se realmente entenderam o conceito, pergunte se a medida de $\hat{y}$ continuaria sendo a mesma se as retas não fossem paralelas. Espera-se que respondam que não, pois se as retas não forem paralelas os ângulos não são suplementares.

De maneira geral, quando um par de retas paralelas é cortado por uma transversal, temos que os pares de ângulos:

- correspondentes têm medidas iguais;
- alternos têm medidas iguais;
- colaterais são suplementares.

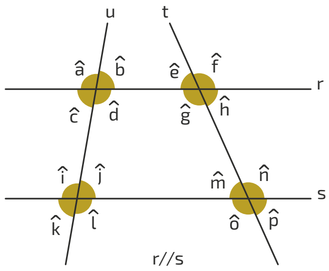
Na seção **Explorando tecnologias**, na página **260**, veja como utilizar um *software* de geometria para construir um par de retas paralelas cortado por uma transversal e verificar as relações entre os pares de ângulos formados.

Atividades

Anote no caderno

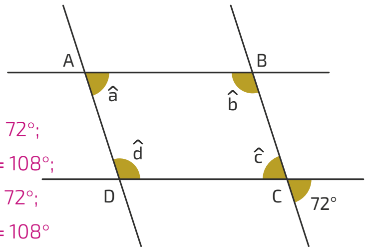
24. Em relação às transversais **u** e **t**, identifique na figura abaixo os pares de ângulos:

- correspondentes $\hat{a}$ e $\hat{i}$; $\hat{b}$ e $\hat{j}$; $\hat{c}$ e $\hat{k}$; $\hat{d}$ e $\hat{l}$; $\hat{e}$ e $\hat{m}$; $\hat{f}$ e $\hat{n}$; $\hat{g}$ e $\hat{o}$; $\hat{h}$ e $\hat{p}$
- alternos internos $\hat{c}$ e $\hat{j}$; $\hat{d}$ e $\hat{i}$; $\hat{g}$ e $\hat{n}$; $\hat{h}$ e $\hat{m}$
- alternos externos $\hat{a}$ e $\hat{l}$; $\hat{b}$ e $\hat{k}$; $\hat{e}$ e $\hat{p}$; $\hat{f}$ e $\hat{o}$
- colaterais internos $\hat{c}$ e $\hat{i}$; $\hat{d}$ e $\hat{j}$; $\hat{g}$ e $\hat{m}$; $\hat{h}$ e $\hat{n}$
- colaterais externos $\hat{a}$ e $\hat{k}$; $\hat{b}$ e $\hat{l}$; $\hat{e}$ e $\hat{o}$; $\hat{f}$ e $\hat{p}$



Sergio L. Filho

25. Quais são as medidas dos ângulos indicados no paralelogramo ABCD?

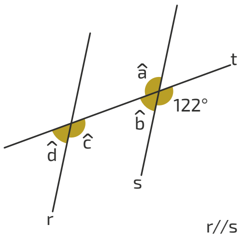


med($\hat{a}$) = 72°;
med($\hat{b}$) = 108°;
med($\hat{c}$) = 72°;
med($\hat{d}$) = 108°

Sergio L. Filho

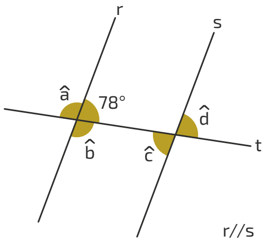
26. Em cada figura, determine as medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.

I)



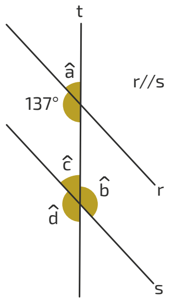
med($\hat{a}$) = 122°;
med($\hat{b}$) = 58°;
med($\hat{c}$) = 122°;
med($\hat{d}$) = 58°

II)



med($\hat{a}$) = 102°;
med($\hat{b}$) = 102°;
med($\hat{c}$) = 78°;
med($\hat{d}$) = 78°

III)



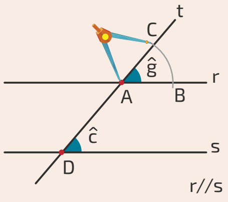
med($\hat{a}$) = 43°;
med($\hat{b}$) = 137°;
med($\hat{c}$) = 43°;
med($\hat{d}$) = 137°

Ilustrações: Sergio L. Filho

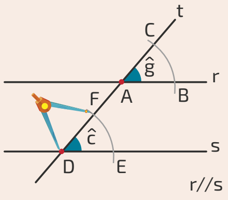
- Na seção **Explorando tecnologias**, na página **260**, veja como utilizar um *software* de geometria dinâmica para verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

- Antes de trabalhar com a seção de atividades, apresente aos alunos os procedimentos a seguir, com os quais é possível verificar, utilizando o compasso, se dois ângulos são congruentes.

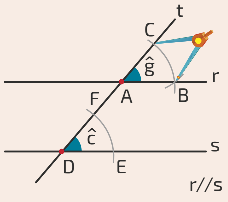
Considere as retas paralelas **r** e **s**, a transversal **t** e os pontos **A** e **D** correspondentes às interseções de **t** com **r** e **s**, respectivamente. Com a ponta-seca do compasso em **A** e uma abertura qualquer, trace um arco que corte as retas **r** e **t**, obtendo os pontos **B** e **C**.

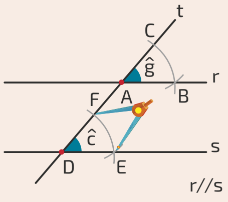


Com a mesma abertura no compasso e a ponta-seca em **D**, trace um arco que corte as retas **s** e **t**, obtendo os pontos **E** e **F**.



Com o compasso, meça a distância entre **B** e **C** e entre **E** e **F**. Como as medida são iguais, concluímos que os ângulos ĝ e ĉ são congruentes.

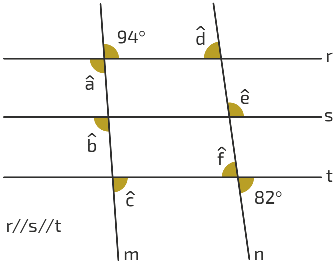




Ilustrações: Keithy Mostachi/Sergio L. Filho

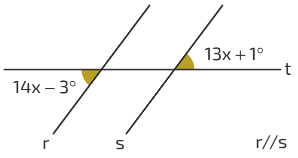
Peça aos alunos que verifiquem se os outros pares de ângulos correspondentes também são congruentes.

27. Determine as medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{e}$ e $\hat{f}$.
$\text{med}(\hat{a}) = 94°$; $\text{med}(\hat{b}) = 94°$; $\text{med}(\hat{c}) = 86°$; $\text{med}(\hat{d}) = 82°$; $\text{med}(\hat{e}) = 98°$; $\text{med}(\hat{f}) = 82°$



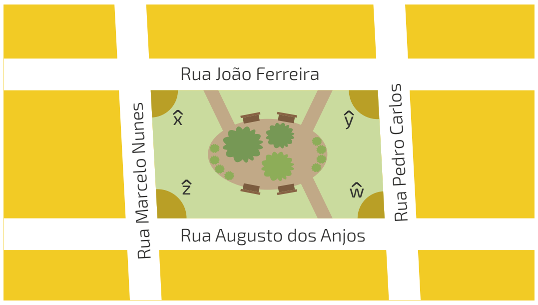
Sergio L. Filho

28. Determine as medidas dos ângulos indicados na figura. 53°



Sergio L. Filho

29. Veja parte do mapa de uma cidade.



Ingridhi Borges

As ruas João Ferreira e Augusto dos Anjos são paralelas, assim como as ruas Marcelo Nunes e Pedro Carlos. Determine as medidas dos ângulos internos da praça indicados na imagem, sabendo que o menor ângulo entre as ruas Marcelo Nunes e João Ferreira, indicado por $\hat{x}$, mede 87°.
$\text{med}(\hat{x}) = 87°$; $\text{med}(\hat{y}) = 93°$; $\text{med}(\hat{z}) = 93°$; $\text{med}(\hat{w}) = 87°$

30. Classifique cada sentença em verdadeira ou falsa.

a) Três retas paralelas cortadas por uma transversal determinam seis pares de ângulos alternos internos. V

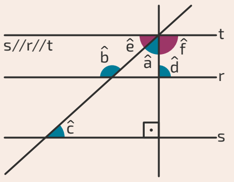
b) A soma das medidas de dois ângulos colaterais externos nem sempre é igual a 180°. V

c) Ângulos correspondentes nem sempre têm a mesma medida. F

31. Uma figura é composta de duas retas paralelas cortadas por uma transversal que determina dois pares de ângulos alternos internos. A medida de um desses pares de ângulos é representada por $8x - 10°$ e a do outro, por $9x + 3°$. Quais as medidas dos ângulos formados nessa figura? 102° e 78°

- Ao abordar a atividade **29**, lembre os alunos de que em um paralelogramo os pares de ângulos opostos têm medidas iguais.
- Na atividade **30**, peça aos alunos que justifiquem a sentença que considerarem falsa.

- Veja uma possível resolução para o desafio proposto na atividade **34**:



Trace uma reta **t** paralela à reta **r** passando pelo ponto de interseção das transversais e marque os ângulos $\hat{e}$ e $\hat{f}$. Como uma das retas que intersecta **s**, **r** e **t** é perpendicular à **s**, e **s**, **r** e **t** são paralelas, então essa reta também será perpendicular à **r** e **t** e, portanto, $\text{med}(\hat{d}) = \text{med}(\hat{f}) = 90°$. Temos também que $\hat{c}$ é congruente a $\hat{e}$, pois são alternos internos e $\text{med}(\hat{e}) + \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{f}) = 180°$. Sendo assim:

$$\text{med}(\hat{e}) + \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{f}) = 180°$$

$$\text{med}(\hat{c}) + \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{d}) = 180° =$$

$$= (x - 6°) + x + 90° = 180°$$

$$x = 48°$$

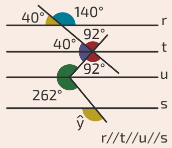
Portanto, $\text{med}(\hat{a}) = 48°$ e $\text{med}(\hat{c}) = x - 6° = 42°$. Temos que $\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{e}) = 180°$, pois $\hat{b}$ e $\hat{e}$ são colaterais internos e $\text{med}(\hat{e}) = \text{med}(\hat{c}) = 42°$, então:

$$\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{e}) = 180°$$

$$\text{med}(\hat{b}) + 42° = 180°$$

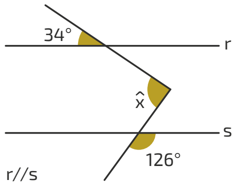
$$\text{med}(\hat{b}) = 138°$$

- A atividade **35** apresenta um desafio. Possivelmente os alunos obterão a medida de $\hat{x}$, pois o ângulo $\hat{x}$ é suplementar do ângulo de 92°. Logo, $\text{med}(\hat{x}) = 180° - 92° = 88°$. Para determinar a medida de $\hat{y}$, considere a figura abaixo.



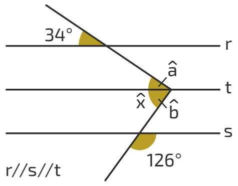
Ilustrações: Sergio L. Filho

32. Sem utilizar instrumentos de medida de ângulos, como podemos obter a medida do ângulo $\hat{x}$?



Para obter a medida desse ângulo, traçamos a reta **t** passando pelo vértice de $\hat{x}$ e paralela às retas **r** e **s**, obtendo os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$.

Note que $\hat{a}$ é correspondente ao ângulo de 34° e $\hat{b}$ é suplementar do ângulo de 126°.



Adicionando as medidas de $\hat{a}$ e $\hat{b}$, obtemos a medida do ângulo $\hat{x}$.

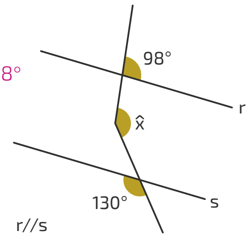
$$\text{med}(\hat{x}) = \underbrace{\text{med}(\hat{a})}_{34°} + \underbrace{\text{med}(\hat{b})}_{180° - 126°}$$

$$\text{med}(\hat{x}) = 34° + 54° = 88°$$

Agora, determine a medida do ângulo $\hat{x}$ em cada figura.

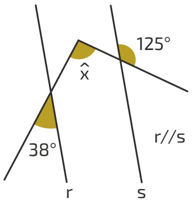
I)

$\text{med}(\hat{x}) = 148°$



II)

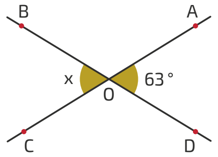
$\text{med}(\hat{x}) = 93°$



Ilustrações: Sergio L. Filho

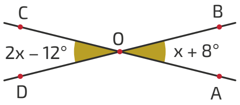
33. Quais são as medidas dos ângulos indicados em cada figura, sabendo que elas são formadas por retas que se cruzam?

I)



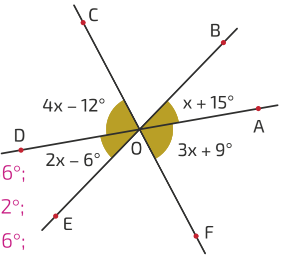
$\text{med}(B\hat{O}C) = 63°$

II)



$\text{med}(A\hat{O}B) = 28°$;
$\text{med}(C\hat{O}D) = 28°$

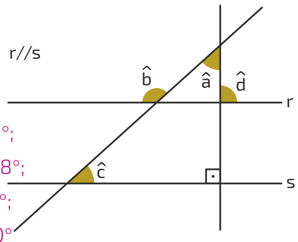
III)



$\text{med}(A\hat{O}B) = 36°$;
$\text{med}(C\hat{O}D) = 72°$;
$\text{med}(D\hat{O}E) = 36°$;
$\text{med}(A\hat{O}F) = 72°$

Ilustrações: Sergio L. Filho

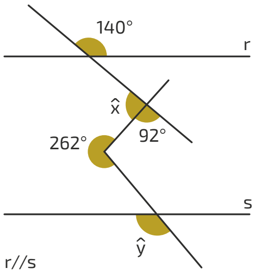
34. Determine as medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$ na figura, sabendo que $\text{med}(\hat{a}) = x$ e $\text{med}(\hat{c}) = x - 6°$.



$\text{med}(\hat{a}) = 48°$;
$\text{med}(\hat{b}) = 138°$;
$\text{med}(\hat{c}) = 42°$;
$\text{med}(\hat{d}) = 90°$

Sergio L. Filho

35. Quais as medidas dos ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$, sendo **r** e **s** retas paralelas? $\text{med}(\hat{x}) = 88°$;
$\text{med}(\hat{y}) = 130°$



Sergio L. Filho

Note que o ângulo de 262° pode ser decomposto em dois outros ângulos, um correspondente ao ângulo de $\underbrace{132°}_{40° + 92°}$ e outro correspondente ao ângulo $\hat{y}$. Assim, $\text{med}(\hat{y}) = 262° - 132° = 130°$.

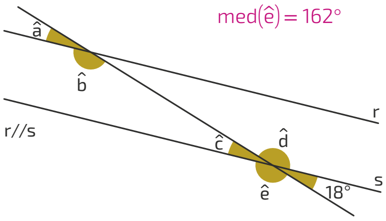
Avaliação

- Aproveite as atividades dessa página para avaliar a capacidade dos alunos de aplicar nas resoluções os conteúdos de ângulos opostos pelo vértice, ângulos complementares e suplementares e ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal. Para isso, peça que escrevam um passo a passo em cada resolução, explicando os conceitos usados para obter a medida dos ângulos.

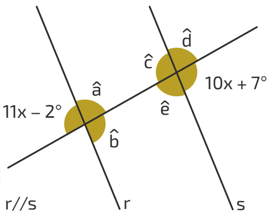
36. Em cada item, determine as medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$ e $\hat{e}$.

I)

$\text{med}(\hat{a}) = 18°$; $\text{med}(\hat{b}) = 162°$; $\text{med}(\hat{c}) = 18°$; $\text{med}(\hat{d}) = 162°$; $\text{med}(\hat{e}) = 162°$



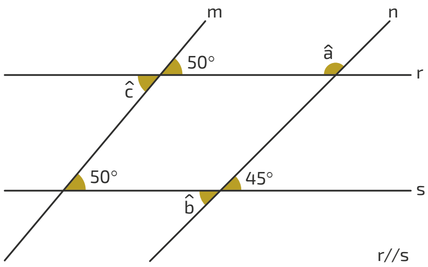
II)



Ilustrações: Sergio L. Filho

$\text{med}(\hat{a}) = 83°$;
$\text{med}(\hat{b}) = 97°$;
$\text{med}(\hat{c}) = 97°$;
$\text{med}(\hat{d}) = 83°$;
$\text{med}(\hat{e}) = 83°$

37. Observe a figura.



Sergio L. Filho

De acordo com essa figura, qual das afirmações é falsa? Justifique.

a) O ângulo $\hat{a}$ mede 135°.

b) Os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são complementares.

c) Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são suplementares.

Afirmação **b**, pois $\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = 95°$.

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo?
ideias de ângulos, medição e construção de ângulos, ângulos complementares e ângulos suplementares, ângulos opostos pelo vértice e ângulos formados por um feixe de retas paralelas e uma transversal

2. Cite outras situações que você conhece, além das apresentadas no capítulo, em que os ângulos estão presentes. Resposta pessoal.

3. Veja as placas de sinalização.

Proibido retornar.

Vire à direita.

Sentido circular obrigatório.

Ilustrações: Rafael L. Gaion

A seta de cada placa sugere um giro cuja medida é de quantos graus?
Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam 180°, 90° e 360°.

4. Há algum ângulo que é complementar a um ângulo obtuso? Justifique.
não; Espera-se que os alunos respondam que um ângulo obtuso é maior que 90°.

5. Um par de retas paralelas, quando cortada por uma transversal, forma oito ângulos. Que nomes especiais recebem os pares de ângulos congruentes?
correspondentes, alternos internos e alternos externos

Avaliação

- Aproveite as questões apresentadas na seção **Explorando o que estudei** para avaliar o conhecimento dos alunos a respeito dos conteúdos estudados no decorrer do capítulo. Peça que realizem as atividades individualmente e, em seguida, promova uma discussão, de modo que eles exponham suas ideias e interpretações a respeito do tema.

BNCC em foco

- A seção apresentada nessas páginas visa desenvolver o tema contemporâneo **Educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira, africana e indígena**, com um assunto relacionado às origens da capoeira no Brasil.
- Junto aos alunos, realize uma leitura das cenas e questione se algum deles pratica ou já praticou a capoeira. Explique que a música é um acompanhamento fundamental no jogo de capoeira e, muitas vezes, define o ritmo do jogo. Alguns dos instrumentos mais comuns são o berimbau, o atabaque e o pandeiro. Verifique a possibilidade de apresentar aos alunos alguns dos toques mais característicos da capoeira, como o Angola, o São Bento Pequeno, o São Bento Grande e o Benguela, facilmente encontrados na internet. Dessa forma, esperamos desenvolver o que é proposto na **Competência geral 3**, valorizando uma manifestação artística de grande relevância na cultura brasileira. Ao final, ressalte que a capoeira, além de ser uma manifestação de resistência e luta, ainda é arte, dança, música, e uma excelente prática desportiva.

Cidadania: explore essa ideia

Capoeira: manifestação cultural

Na época do Brasil colonial, os escravos eram proibidos de praticar qualquer tipo de luta. Com a necessidade de desenvolver formas de proteção contra a violência dos colonizadores, eles então misturavam a dinâmica e os ritmos de suas danças com movimentos de golpes e **esquivas**. Assim surgiu a Capoeira, como símbolo de resistência física e cultural dos escravos brasileiros.

Por esse e outros motivos, essa manifestação cultural foi reconhecida pela Unesco (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura), em 2014, como Patrimônio Cultural Imaterial da Humanidade. O título é uma conquista para a cultura afro-brasileira, ajudando a preservar a prática não só no Brasil, como também pelo mundo.

Os capoeiristas formam um círculo e, ao centro, dois deles "jogam" a capoeira, cujos movimentos exigem muita preparação física e elasticidade corporal. Enquanto isso, os outros participantes cantam, batem palmas e tocam instrumentos musicais, como o berimbau, o atabaque, o pandeiro, o reco-reco, o caxixi e o agogô.

Esquiva › ação de quem tenta evitar um golpe, desviando o corpo.

Relacionando saberes

- A leitura do texto pode ser realizada coletivamente e em conjunto com o professor do componente curricular **História**. Instigue os alunos a expressarem suas opiniões, sempre tomando cuidado para que haja respeito mútuo. Informe a eles que a capoeira é reconhecida pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional (Iphan) como patrimônio cultural imaterial brasileiro, e a Roda de Capoeira é um Patrimônio Cultural Imaterial da Humanidade, por ser uma expressão da resistência negra durante a escravidão e até os dias atuais. Mais informações podem ser vistas em: <https://nacoesunidas.org/roda-de-capoeira-e-declarada-patrimonio-imaterial-da-humanidade>. Acesso em: 6 set. 2018.

Veja o nome de alguns movimentos realizados na capoeira.

Ilustrações: Nik Neves

Analisando com cidadania Anote no caderno Respostas nas orientações ao professor.

1. Você já participou de alguma roda de capoeira? Se sim, conte essa experiência.
2. Qual foi a importância da capoeira para os escravos africanos na época em que o Brasil era uma colônia?
3. Qual é a importância da capoeira nos dias de hoje?

Analisando com a Matemática Anote no caderno

4. Utilizando um transferidor, meça e classifique em agudo, reto, raso ou obtuso os ângulos indicados nos movimentos apresentados.
5. Em sua opinião, o que exige maior flexibilidade do corpo, uma abertura de pernas com um ângulo agudo ou obtuso?

- Explique aos alunos que os nomes dos movimentos apresentados podem variar de acordo com o grupo capoeirista ou a região do Brasil.

Respostas

1. Resposta pessoal.
2. Uma vez que os escravos africanos eram proibidos de praticar qualquer tipo de luta, a capoeira, que era um tipo de luta disfarçada de dança, ajudou-os a criar resistência contra a violência dos colonizadores.
3. Possível resposta: É uma manifestação que preserva aspectos históricos e culturais afro-brasileiros. A capoeira é um tipo de esporte que contribui em diversos aspectos pedagógicos, físicos, motores, musicais, sociais, folclóricos, ritualístico e filosófico.
4. bênção: reto; ginga: agudo; meia-lua de compasso: obtuso; bananeira de cabeça com pernas estendidas: raso
5. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam um ângulo obtuso.

- Na questão **1**, estimule os alunos a contarem suas experiências para a turma. Caso nenhum deles já tenha participado de uma roda de capoeira, pergunte se já viram uma roda acontecer e peça que relatem o que mais lembram, como algum movimento específico ou alguma canção.
- A questão **2** parte de uma interpretação do texto, mas auxilie os alunos a formularem suas respostas. Estimule-os a pensar em como eram as condições de uma pessoa escravizada, ressaltando a violência real e simbólica à qual estava submetida, de modo que, além dos maus-tratos, havia a tentativa de aniquilação de suas manifestações culturais. Assim, a capoeira também era um elo com as raízes.
- Para complementar a questão **3**, pesquise se em sua cidade há algum grupo de capoeira que se apresenta ao público, sugerindo aos alunos que façam uma visita para conhecer ou praticar.

Capítulo 9

Polígonos e formas circulares

A evolução dos *videogames* possibilitou reproduzir nos jogos imagens muito próximas da realidade. Nessas criações, os profissionais da computação gráfica têm recorrido à modelagem poligonal, que permite construir modelos tridimensionais em malhas formadas por polígonos. Para garantir imagens de melhor qualidade, é utilizada uma grande quantidade de polígonos, o que também possibilita melhores expressões e movimentos específicos dos personagens.

Por isso, quando for jogar, lembre-se de todo o trabalho e dedicação dos profissionais envolvidos para garantir a sua diversão.

Esse capítulo proporcionará a ampliação dos conhecimentos dos alunos sobre polígonos, com a identificação de seus elementos e suas características. Eles serão levados a compreender as especificidades dos triângulos e suas aplicações, bem como construí-los usando régua e compasso. Além disso, será tratada a soma das medidas dos ângulos internos de polígonos e as relações entre ângulos internos e externos.

Prosseguindo com os estudos, os alunos serão estimulados a entender as diferenças entre círculos e circunferências, bem como a identificar seus elementos e estabelecer o π como a razão entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do comprimento de seu diâmetro, além de utilizar esses conceitos para compreender e resolver problemas.

- Essas páginas de abertura permitem aos alunos conhecerem a técnica de modelagem poligonal, utilizada, por exemplo, na criação de gráficos de jogos eletrônicos e de filmes de animação. Isso possibilita que eles identifiquem a utilização de polígonos de maneira contextualizada e observem as relações entre a Matemática, as artes e a tecnologia. Uma sugestão de condução do trabalho é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas nessa abertura podem ser respondidas individualmente ou em grupos de dois ou três e, ao final, é importante que as respostas sejam discutidas pela turma. Para complementar o estudo do tema, proponha que pesquisem e tragam para a sala de aula imagens criadas com a técnica de modelação poligonal, em que seja possível visualizar e identificar os polígonos. Outra possibilidade é propor a um profissional de computação gráfica, ou até mesmo a um aluno que conheça um pouco do assunto, que apresente essa técnica à turma.

Fotomontagem de Janaina Oliveira. Fotos: Gorodenkoff, Mikhail Bakunovich, Kenny CMK/Shutterstock.com

Jovem jogando um jogo no computador.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A Você costuma jogar *videogame*? Quais tipos de jogos você prefere?

B De acordo com o texto, em que consiste a modelagem poligonal?

C Os primeiros *videogames* foram lançados na década de 1970, alguns deles fazendo grande sucesso comercial por mais de 10 anos. Pesquise entre os adultos de seu convívio sobre esses jogos e registre as principais diferenças que eles observam em relação aos *videogames* atuais.

Pensando nisso...

A Resposta pessoal.

B Consiste basicamente em construir modelos tridimensionais em malhas formadas por polígonos, por meio de um programa computacional.

C Resposta pessoal.

- Na questão **A**, comente com os alunos que é possível identificar polígonos nos elementos dos jogos menos realistas. Pergunte a eles em quais situações os polígonos podem ser identificados nos jogos.
- Para o trabalho com a questão **C**, verifique a possibilidade de levar os alunos ao laboratório de informática para que pesquisem imagens de *videogames* e jogos desde a década de 70, a fim de observarem as diferenças.

BNCC em foco

- As páginas de abertura do capítulo possibilitam o trabalho com os objetivos principais da **Competência geral 2**, por estimular o pensamento científico e exercitar a curiosidade intelectual para a solução de problemas com uma abordagem atrativa, como é o caso dos *videogames*, e a **Competência geral 5**, tendo em vista que promove a cultura digital incentivando o uso consciente das tecnologias de um modo crítico, significativo e ético.
- O tema dessas páginas compreende o que trata o tema contemporâneo **Ciência e tecnologia**, levando os alunos a reconhecerem que a Matemática está diretamente relacionada ao mundo dos *videogames* e o da computação gráfica, que é amplamente usada, por exemplo, para modelar imagens 3D em aparelhos de ultrassonografia, jogos, cinema, em *softwares* de arquitetura etc.

Objetivos do capítulo

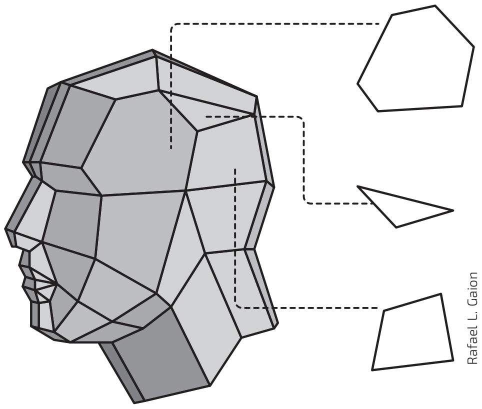
- Reconhecer polígonos e identificar seus elementos.
- Classificar polígonos quanto a quantidade de lados, vértices e ângulos internos.
- Identificar polígonos regulares.
- Reconhecer polígonos convexos e polígonos não convexos.
- Classificar triângulos quanto às medidas dos comprimentos dos lados e dos ângulos internos.
- Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos.
- Construir triângulos usando régua e compasso e compreender sua condição de existência.
- Identificar os ângulos de polígonos.
- Calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo e de um polígono.
- Identificar os elementos da circunferência e do círculo, bem como diferenciá-los.
- Construir circunferências com compasso.
- Estabelecer o número π como razão entre as medidas do comprimento da circunferência e do seu diâmetro.

- Ao trabalhar os conteúdos relacionados a polígonos, retome o conceito de linha poligonal, dizendo aos alunos que é uma linha formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ou seja, que não pertencem à mesma reta. Dê alguns exemplos de linhas poligonais abertas, fechadas, simples (quando não há segmentos de reta que se cruzam) e não simples (quando há segmentos de reta que se cruzam). Desenhe na lousa alguns exemplos de polígonos e de não polígonos.

Os polígonos

Observe um modelo computacional construído por Mário e algumas figuras utilizadas.

As figuras destacadas são formadas por uma linha poligonal simples e fechada. Essas figuras são chamadas polígonos.


Rafael L. Gaion

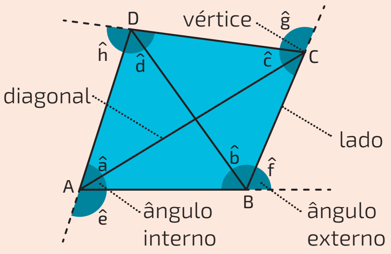
A palavra **polígono** tem origem grega, em que *poli* significa muitos e *gono* significa ângulo.

As figuras formadas por uma linha poligonal simples e fechada são chamadas **polígonos**.

Nesta coleção, exceto quando dito o contrário, apresentaremos os polígonos com suas regiões internas coloridas, conforme imagem a seguir.

No polígono ABCD, podemos destacar os seguintes elementos:

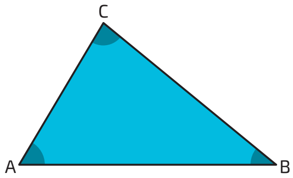
- 4 vértices: A, B, C e D.
- 4 lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$.
- 4 ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.
- 4 ângulos externos: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.
- 2 diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.



No polígono ABCD acima também podemos indicar o ângulo interno de vértice **A**, por exemplo, por $\hat{A}$, $B\hat{A}D$ ou $D\hat{A}B$. Observe que a quantidade de ângulos externos é igual à dos ângulos internos. Para visualizarmos o ângulo externo de vértice **A**, por exemplo, podemos prolongar tanto o lado $\overline{DA}$, como na imagem acima, quanto o lado $\overline{BA}$.

Em um polígono, o segmento de reta que une dois vértices não consecutivos é chamado diagonal. No caso do polígono ABCD há somente duas diagonais, isto é, $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. No entanto, há polígonos que possuem mais de duas diagonais, e um único polígono que não possui diagonais, o triângulo. Veja alguns exemplos.

- Neste polígono não podemos traçar diagonal alguma, pois todos os vértices são consecutivos.



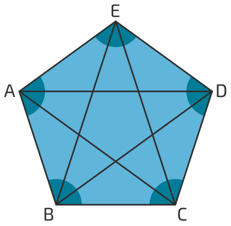
Ilustrações: Ronaldo Lucena

Avaliação

- No trabalho inicial com o conceito de polígono, é possível resgatar os conhecimentos prévios dos alunos por meio de uma discussão com toda a turma, pedindo para que identifiquem outros polígonos no modelo computacional apresentado e citem características comuns a eles. Peça também que destaquem diferenças entre esses polígonos. Com base nessa conversa, é possível tomar um ponto de partida para avançar e chegar aos objetivos propostos.

- No polígono ao lado podemos traçar 5 diagonais, que são $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$.

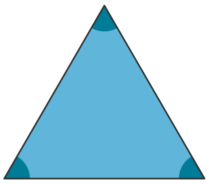
  Note que, no polígono ABCDE, $\overline{AC}$ e $\overline{CA}$ representam a mesma diagonal. Assim, devemos considerar apenas uma das notações. O mesmo ocorre com as demais diagonais.



Quando todos os lados de um polígono possuem a mesma medida de comprimento e todos os ângulos internos possuem a mesma medida, dizemos que o polígono é **regular**.

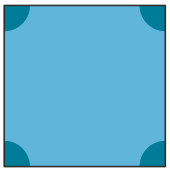
Os polígonos podem ser classificados de acordo com a quantidade de lados, vértices e ângulos internos. Veja alguns exemplos.

Triângulo



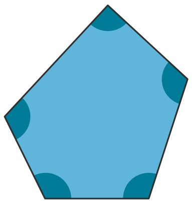
3 lados, 3 vértices e 3 ângulos internos.

Quadrilátero



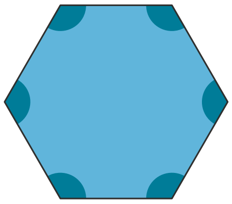
4 lados, 4 vértices e 4 ângulos internos.

Pentágono



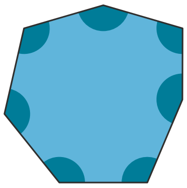
5 lados, 5 vértices e 5 ângulos internos.

Hexágono



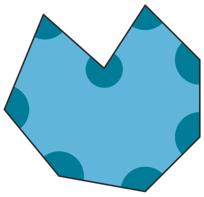
6 lados, 6 vértices e 6 ângulos internos.

Heptágono



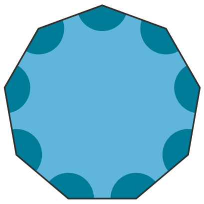
7 lados, 7 vértices e 7 ângulos internos.

Octógono



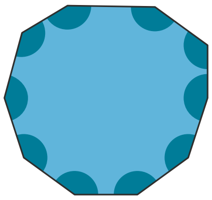
8 lados, 8 vértices e 8 ângulos internos.

Eneágono



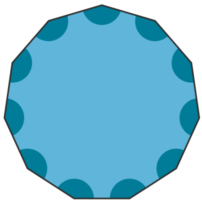
9 lados, 9 vértices e 9 ângulos internos.

Decágono



10 lados, 10 vértices e 10 ângulos internos.

Undecágono



11 lados, 11 vértices e 11 ângulos internos.

Ilustrações: Ronaldo Lucena

Note que, em cada polígono, as quantidades de lados, vértices e ângulos internos são iguais.

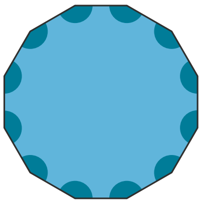
- Ao afirmar que o pentágono ABCDE apresentado no início dessa página tem cinco diagonais, alguns dos alunos podem supor que a quantidade de diagonais é igual à quantidade de lados. Para evitar que haja essa confusão, sugira que determinem a quantidade de diagonais de um hexágono que, por sua vez, tem nove diagonais ou de outros polígonos.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **7**, **8** e **9** do 3º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

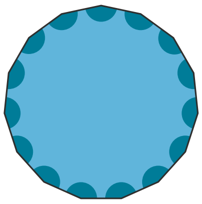
- Peça aos alunos que desenhem alguns polígonos em uma folha de papel e, em seguida, troquem as folhas com um colega para determinarem quais são convexos e quais são não convexos, justificando suas respostas.

Dodecágono



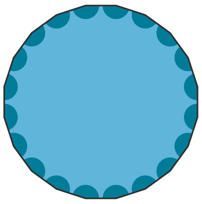
12 lados, 12 vértices e 12 ângulos internos.

Pentadecágono



15 lados, 15 vértices e 15 ângulos internos.

Icoságono



20 lados, 20 vértices e 20 ângulos internos.

Ilustrações: Ronaldo Lucena

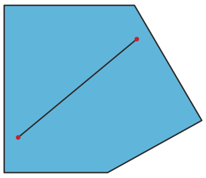
Quantas diagonais partem de cada vértice de um quadrado? E de um hexágono?

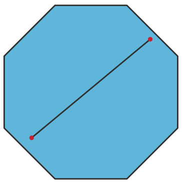
1; 3

Polígonos convexos e polígonos não convexos

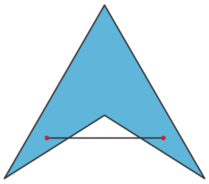
Os polígonos podem ser classificados em convexos ou não convexos.

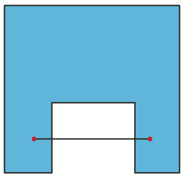
- Dizemos que um polígono é **convexo** quando todo segmento de reta cujas extremidades pertencem ao interior desse polígono tem todos os seus pontos no interior do polígono.





- Dizemos que um polígono é **não convexo** quando existe pelo menos um segmento de reta cujas extremidades pertencem ao interior desse polígono, sem ter todos os seus pontos no interior do polígono.





Ilustrações: Ronaldo Lucena

Um hexágono regular é um polígono convexo ou não convexo? Por quê?

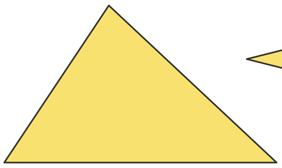
convexo; Porque todo segmento de reta cujas extremidades pertencem a esse hexágono tem todos os seus pontos no interior do polígono.

Atividades

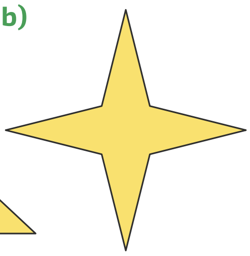
Anote no caderno

1. Classifique cada polígono em convexo ou não convexo. convexos: **a** e **c**; não convexos: **b** e **d**

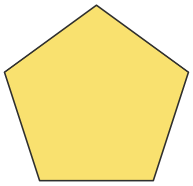
a)



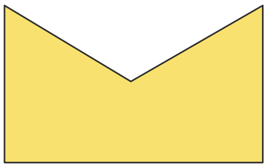
b)



c)



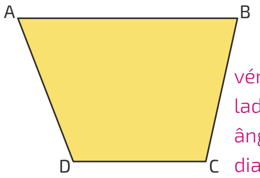
d)



Ilustrações: Ronaldo Lucena

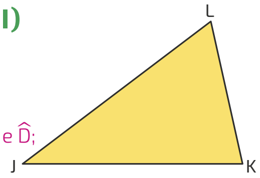
2. Em cada polígono, nomeie os vértices, os lados, os ângulos internos e, caso possua, as diagonais.

I)



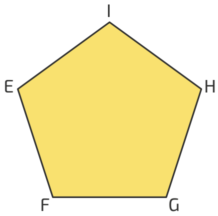
vértices: A, B, C e D;
lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$;
ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$;
diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$

III)



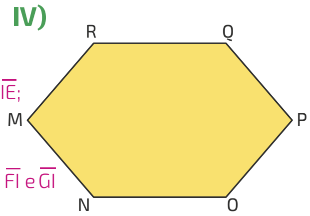
vértices: J, K e L;
lados: $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{JL}$;
ângulos internos: $\hat{J}$, $\hat{K}$ e $\hat{L}$

II)



vértices: E, F, G, H e I;
lados: $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$ e $\overline{IE}$;
ângulos internos:
$\hat{E}$, $\hat{F}$, $\hat{G}$, $\hat{H}$ e $\hat{I}$;
diagonais: $\overline{EG}$, $\overline{EH}$, $\overline{FH}$, $\overline{FI}$ e $\overline{GI}$

IV)



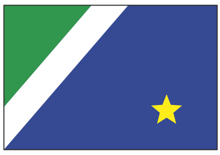
vértices: M, N, O, P, Q e R;
lados: $\overline{MN}$, $\overline{NO}$, $\overline{OP}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$ e $\overline{MR}$; ângulos internos:
$\hat{M}$, $\hat{N}$, $\hat{O}$, $\hat{P}$, $\hat{Q}$ e $\hat{R}$;
diagonais: $\overline{MO}$, $\overline{MP}$, $\overline{MQ}$, $\overline{NP}$, $\overline{NQ}$, $\overline{NR}$, $\overline{OQ}$, $\overline{OR}$ e $\overline{PR}$

Ilustrações: Ronaldo Lucena

3. Observe as bandeiras de alguns estados.

Pará.

Acre.

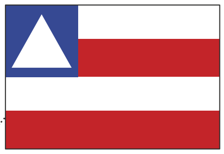


Mato Grosso do Sul.

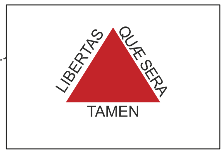
Bandeira de alguns estados brasileiros – 2016

IBGE. **Atlas geográfico escolar**. 7. ed. Rio de Janeiro, 2016.

Renan Oliveira



Bahia.



Minas Gerais.

Santa Catarina.

Ilustrações: Rafael L. Gaion

Quais dessas bandeiras apresentam, em sua composição, um:

a) triângulo? Acre, Mato Grosso do Sul, Minas Gerais, Bahia e Pará

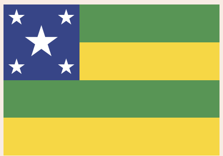
b) quadrilátero? Mato Grosso do Sul, Santa Catarina e Bahia

c) pentágono? Santa Catarina

d) heptágono? Santa Catarina

Para resolver esta atividade, considere que cada polígono tem uma única cor.

- Para complementar a atividade **3**, apresente bandeiras de outros estados para que os alunos possam realizar uma atividade parecida. Veja algumas sugestões.



Bandeira de Sergipe.

Bandeira do Piauí.

Bandeira de Rondônia.

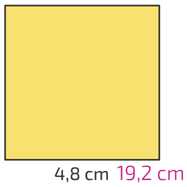
Bandeira do Rio Grande do Sul.

Ilustrações: Sergio L. Filho

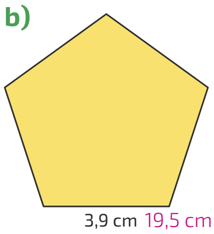
Verifique se os alunos identificaram triângulos nas bandeiras de Rondônia e do Rio Grande do Sul e quadriláteros nas bandeiras de Sergipe, do Piauí, de Rondônia e do Rio Grande do Sul.

4. Calcule a medida do perímetro de cada polígono, sabendo que são regulares e que em cada um deles está indicada a medida do comprimento de um de seus lados.

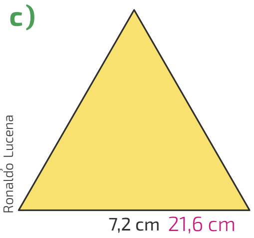
a)



b)



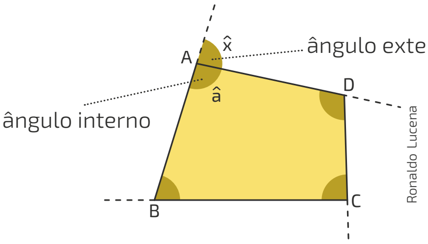
c)



Ilustrações: Ronaldo Lucena

> Lembre-se de que a medida do perímetro de um polígono é dada pela soma das medidas do comprimento de todos os seus lados.

5. Observe que, em um polígono, cada ângulo externo é obtido a partir do prolongamento de um dos seus lados.



Ronaldo Lucena

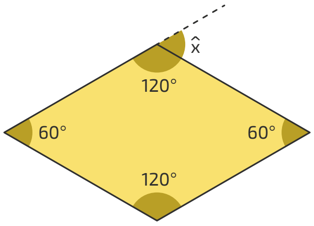
a) Quantos graus obteremos ao somar as medidas de $\hat{a}$ e $\hat{x}$, ou seja, as medidas do ângulo interno e do ângulo externo indicados acima? 180°

b) Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{x}$ são ângulos complementares ou suplementares?
ângulos suplementares

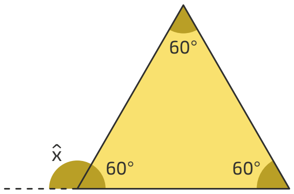
Em cada vértice de um polígono, a soma das medidas do ângulo interno e do ângulo externo é igual a 180°.

6. Com o auxílio de uma régua, verifique quais polígonos são regulares. b; c; f

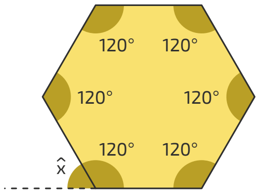
a)



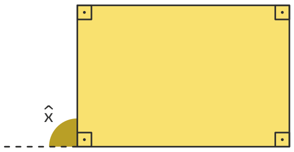
b)



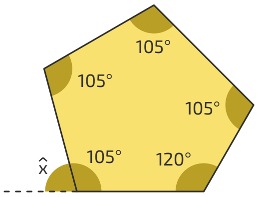
c)



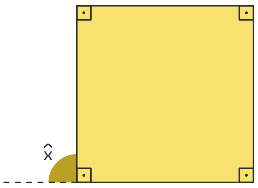
d)



e)



f)



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Agora, determine a medida de $\hat{x}$ em cada polígono. a: 60°; b: 120°; c: 60°; d: 90°; e: 75°; f: 90°

- Complemente a atividade **4** com as seguintes questões:
  - Qual é a medida do perímetro de um heptágono regular cuja medida do comprimento do lado é 8,1 cm?
    R 56,7 cm
  - Qual é a medida do comprimento do lado de um icoságono (polígono com 20 lados) regular cuja medida do perímetro é 70,4 cm?
    R 3,52 cm
- Na atividade **6**, explique aos alunos que um polígono é regular quando satisfaz duas condições simultâneas, isto é, as medidas dos comprimentos de todos os lados são iguais e todos os ângulos internos possuem mesma medida. No caso dos itens **a** e **d**, apenas uma dessas condições é satisfeita, e em **e**, nenhuma delas.

BNCC em foco

- As atividades **5** e **6** permitem que os alunos relacionem o ângulo interno ao ângulo externo de polígonos, contemplando, nesse primeiro momento e de modo parcial, a habilidade **EF07MA27**.

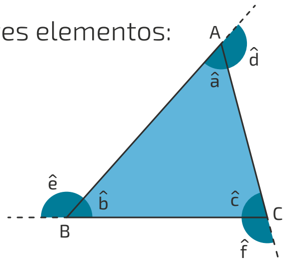
- No item **b** da atividade **5**, verifique se os alunos observam que o ângulo formado pelo ângulo interno e o ângulo externo de cada vértice do polígono tem medida igual a 180°, ou seja, em cada vértice, os ângulos internos e externo são suplementares.

Os triângulos

Já estudamos que os triângulos são polígonos que possuem 3 lados, 3 vértices e 3 ângulos internos.

No triângulo ABC (ΔABC), podemos destacar os seguintes elementos:

- vértices: A, B e C;
- lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$;
- ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$;
- ângulos externos: $\hat{d}$, $\hat{e}$ e $\hat{f}$.



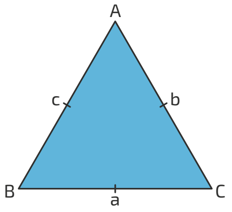
No triângulo, o lado $\overline{AB}$ é oposto ao ângulo $\hat{c}$, $\overline{BC}$ é oposto ao $\hat{a}$ e $\overline{AC}$ é oposto ao $\hat{b}$.

Podemos classificar os triângulos quanto às medidas dos comprimentos dos lados.

- Triângulo equilátero

Possui todos os lados com medidas de comprimento iguais.

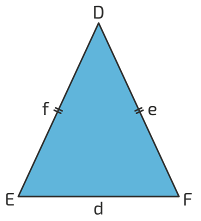
$a = b = c$



- Triângulo isósceles

Possui pelo menos dois lados com medidas de comprimento iguais.

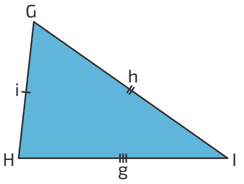
$e = f$



- Triângulo escaleno

Possui todos os lados com medidas de comprimento diferentes.

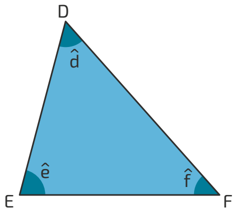
$g \neq h, g \neq i$ e $h \neq i$



Também podemos classificar os triângulos quanto às medidas dos ângulos internos.

- Triângulo acutângulo

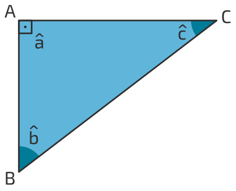
Possui todos os ângulos internos agudos.



$\text{med}(\hat{d}) < 90°$
$\text{med}(\hat{e}) < 90°$
$\text{med}(\hat{f}) < 90°$

- Triângulo retângulo

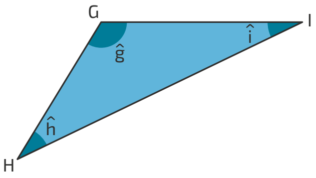
Possui um ângulo interno reto.



$\text{med}(\hat{a}) = 90°$

- Triângulo obtusângulo

Possui um ângulo interno obtuso.



$90° < \text{med}(\hat{g}) < 180°$

Ilustrações: Ronaldo Lucena

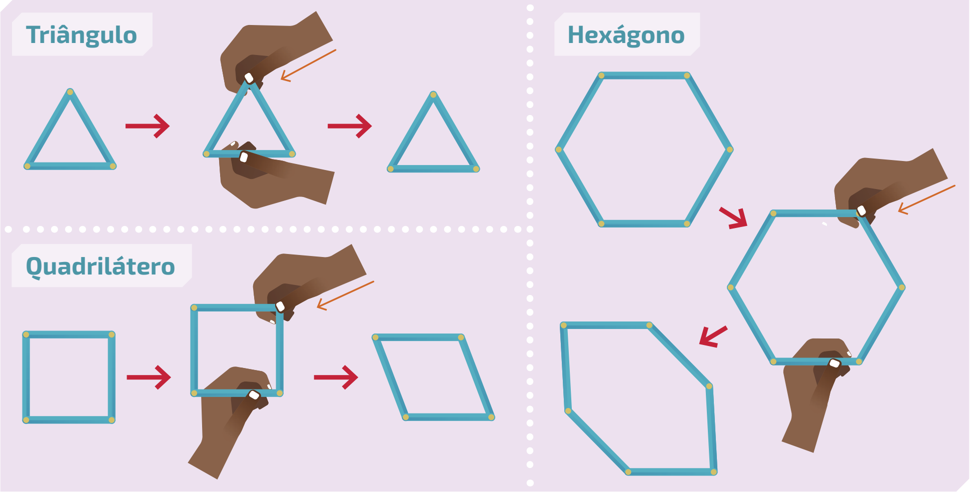
- Lembre os alunos de que é possível indicar a medida do comprimento do lado de um triângulo escrevendo a letra minúscula que corresponde ao vértice oposto.
- Comente que um ângulo é agudo quando a medida é menor que 90°; é reto quando a medida é 90° e é obtuso quando a medida é maior que 90° e menor que 180°.

BNCC em foco

- O conteúdo abordado nessa página proporciona aos alunos o reconhecimento da rigidez geométrica dos triângulos. A fim de contemplar a habilidade **EF07MA25**, cite alguns elementos arquitetônicos que apresentam a forma triangular, mostrando algumas imagens ou levando-os ao laboratório de informática para que realizem uma pesquisa.
- Os conteúdos abordados dessa página até a **205** possibilitam que os alunos construam triângulos usando régua e compasso, reconheçam a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verifiquem que a soma dos ângulos internos é 180°. Dessa forma, contempla-se a habilidade **EF07MA24**.
- As explicações sobre as propriedades do triângulo, sobretudo a que destaca sua rigidez, são fundamentais para os alunos compreenderem os conceitos relacionados a essa figura e aplicá-los, quando for oportuno, nos vários âmbitos de suas vidas, o que vai ao encontro do que descreve a **Competência geral 1**, que visa incentivar o aluno a utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico de maneira a intervir positivamente na sociedade.
- Além disso, as construções de triângulos e fluxogramas propostas desenvolvem as capacidades de comunicação por meio de diferentes linguagens, como a matemática, a gráfica e a verbal, contemplando a **Competência geral 4**.

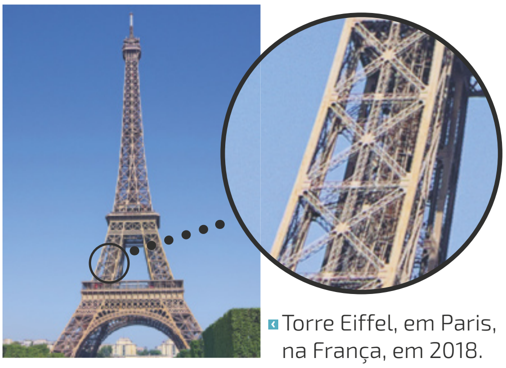
Uma importante característica dos triângulos é sua **rigidez**. Entre os polígonos, o triângulo é o único com essa característica, sendo os demais deformáveis.

Observe algumas formas construídas com palitos de sorvete e tachinhas e note que apenas a forma triangular não pôde ser deformada.



Ilustrações: Bárbara Sarzi

Muitas construções e estruturas, como as de telhados, torres e pontes, utilizam a propriedade da rigidez do triângulo. Veja alguns exemplos.



G. Evgenij/Shutterstock.com

Torre Eiffel, em Paris, na França, em 2018.

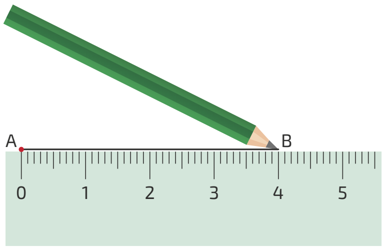
Nut Witchuwatanakorn/Shutterstock.com

Estrutura de um telhado.

Construção de um triângulo

Veja como Marcelo construiu o ΔABC com comprimento dos lados medindo 4 cm, 3 cm e 2 cm.

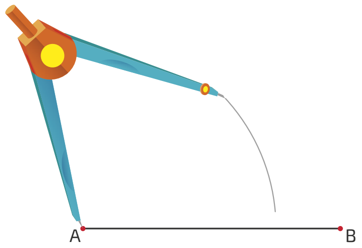
- Inicialmente, ele traçou o segmento AB com 4 cm.



Cynthia Sekiguchi/Keithy Mostachi/Ronaldo Lucena

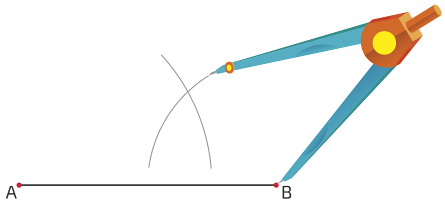
- Com os alunos, construa formas triangulares, quadrangulares, pentagonais e outras, utilizando canudos e barbante ou palitos de sorvete e tachinhas, para que eles manuseiem e verifiquem, na prática, a característica da rigidez do triângulo.
- Leve para a sala de aula compassos e réguas para os alunos construírem o triângulo ABC sugerido. Caso não haja régua e compasso para todos, possibilite que se juntem em duplas para realizarem a construção.

- Depois, com a ponta-seca do compasso em **A** e uma abertura de 3 cm, ele traçou um arco de circunferência.



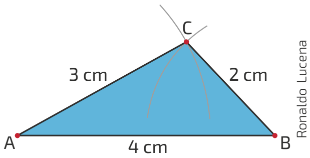
- Com a ponta-seca do compasso em **B** e abertura de 2 cm, ele traçou outro arco de circunferência.

  O ponto em que os arcos se cruzam é o vértice **C** do triângulo.



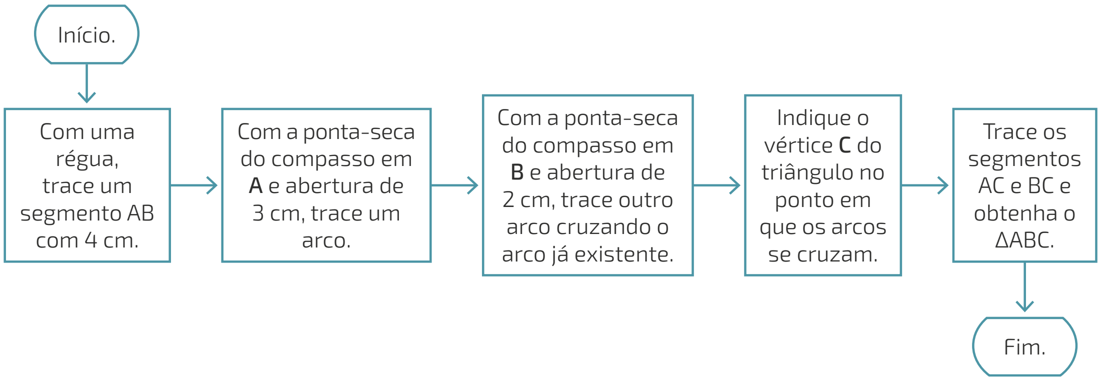
Ilustrações: Keithy Mostachi/Ronaldo Lucena

- Por último, Marcelo traçou os segmentos AC e BC, obtendo o ΔABC.



Ronaldo Lucena

Veja um fluxograma que resume os procedimentos realizados por Marcelo na construção do ΔABC.



Agora, construa em seu caderno um ΔABC equilátero com comprimento dos lados medindo 7 cm. Depois, descreva por escrito e por meio de um fluxograma os procedimentos que devem ser realizados para essa construção.
Resposta nas orientações ao professor.

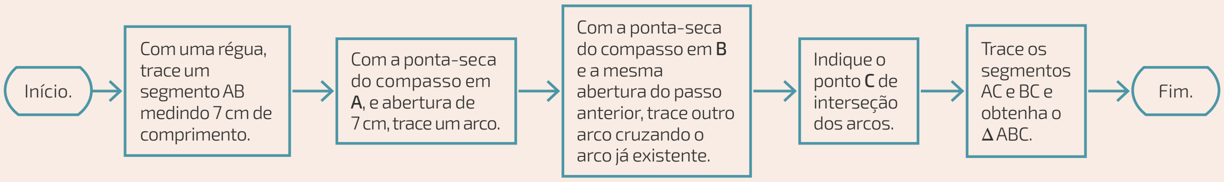
BNCC em foco

- Ao final da página **197** é proposta a construção de um triângulo equilátero juntamente com a descrição por escrito e por meio de um fluxograma dos procedimentos realizados, contemplando, desse modo, a habilidade **EF07MA28**.
- A atividade sugerida no fim da página proporciona que os alunos enfrentem uma situação-problema, expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões utilizando diferentes registros e linguagens, de maneira a desenvolver a **Competência específica de Matemática 6**.

- Na questão apresentada no final da página, espera-se que os alunos descrevam os seguintes procedimentos: Inicialmente, utilizando a régua, trace o segmento AB com 7 cm. Depois, com a ponta-seca do compasso em **A** e abertura de 7 cm, trace um arco. Com a mesma abertura do compasso e ponta-seca em **B**, trace outro arco cruzando com o arco já traçado. Para finalizar, indique o ponto **C** de interseção dos arcos e construa os segmentos AC e BC obtendo o ΔABC.

Resposta

Deve ser construído um triângulo equilátero com medida do comprimento do lado de 7 cm. Possível resposta:



- Ao trabalhar o conteúdo dessa página, proponha a seguinte **Atividade complementar** aos alunos a fim de auxiliá-los na compreensão da condição de existência de um triângulo.

Atividade complementar

Condição de existência de um triângulo

Materiais

- palitos de churrasco ou canudos

Desenvolvimento

- Organize a turma em duplas e distribua palitos de churrasco ou canudos, com comprimento medindo 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6,5 cm, 9 cm, 12 cm e 15 cm.
- Peça construam triângulos utilizando três desses palitos e depois reproduzam a figura no caderno, identificando a medida do comprimento dos lados.

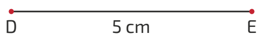
Em seguida, faça os seguintes questionamentos:

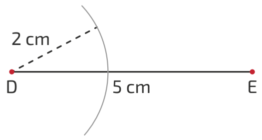
- É possível formar uma figura que lembre um triângulo com quaisquer desses três palitos?
  R Não
- Qual deve ser a relação entre as medidas dos comprimentos dos palitos para formar uma figura que lembre um triângulo?
  R A soma das medidas dos comprimentos de quaisquer dois desses palitos deve ser maior que a medida do comprimento do outro.
- Utilizando esses palitos, quais as medidas do comprimento dos lados que formam uma figura que lembre um triângulo com a maior medida de perímetro? E com a menor medida de perímetro?
  R 9 cm, 12 cm e 15 cm; 3 cm, 4 cm e 5 cm

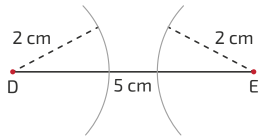
A atividade pode ser complementada usando palitos com outras medidas de comprimento.

Condição de existência de um triângulo

Utilizando o mesmo procedimento, Marcelo tentou desenhar o ΔDEF com comprimento dos lados medindo 2 cm, 2 cm e 5 cm.







Note que os arcos traçados não se cruzam e, assim, não determinam o 3º vértice do ΔDEF. Dessa maneira, podemos afirmar que não existe um triângulo com comprimento dos lados medindo 2 cm, 2 cm e 5 cm.

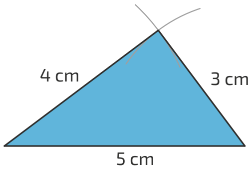
Nos triângulos, a soma das medidas do comprimento de quaisquer dois lados é sempre maior do que a medida do comprimento do 3º lado. Observe exemplos.

Note que:

$3 < 4 + 5$

$4 < 3 + 5$

$5 < 3 + 4$

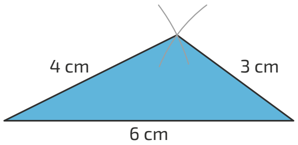


Note que:

$3 < 4 + 6$

$4 < 3 + 6$

$6 < 3 + 4$

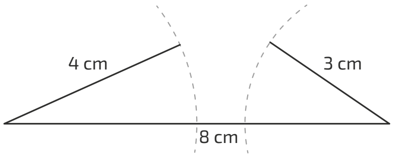


Note que:

$3 < 4 + 8$

$4 < 3 + 8$

$8 > 3 + 4$

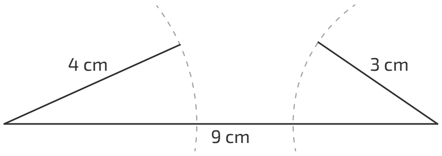


Note que:

$3 < 4 + 9$

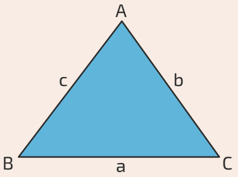
$4 < 3 + 9$

$9 > 3 + 4$

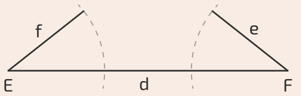


Em um triângulo, a medida do comprimento de um lado qualquer é menor do que a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois lados.

- $a < b + c$
- $b < a + c$
- $c < a + b$



- $d > e + f$



Ilustrações: Ronaldo Lucena

De maneira prática, três medidas podem corresponder ao comprimento dos lados de um triângulo se a maior delas for menor do que a soma das outras duas.

As medidas 90 cm, 90 cm e 180 cm podem corresponder ao comprimento dos lados de um triângulo? Justifique sua resposta. Não, pois a medida do comprimento do maior lado é igual à soma das medidas dos comprimentos dos outros dois.

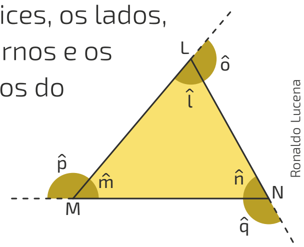
- Caso os alunos não percebam a regularidade da condição de existência de um triângulo, oriente-os na construção de um quadro como o apresentado ao lado. Na coluna "Observações", eles deverão anotar as suas considerações e também se foi possível ou não construir um triângulo com os palitos escolhidos.

Figura	Lado **a** (cm)	Lado **b** (cm)	Lado **c** (cm)	Observações
1				
2				
3				
4				
5				

Atividades

Anote no caderno

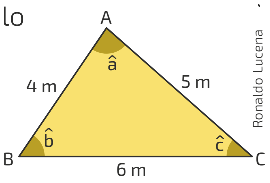
7. Nomeie os vértices, os lados, os ângulos internos e os ângulos externos do triângulo.



Ronaldo Lucena

vértices: L, M e N;
lados: $\overline{LM}$, $\overline{MN}$ e $\overline{NL}$;
ângulos internos: $\hat{l}$, $\hat{m}$ e $\hat{n}$;
ângulos externos: $\hat{o}$, $\hat{p}$ e $\hat{q}$

8. Observe o triângulo ao lado e resolva.



Ronaldo Lucena

a) Qual lado do triângulo mede 6 m de comprimento? $\overline{BC}$

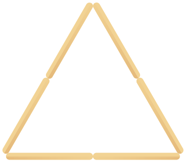
b) Qual ângulo é oposto ao lado $\overline{AC}$? $\hat{b}$

c) Qual é a medida do comprimento do lado $\overline{AB}$? 4 m

d) Calcule a medida do perímetro do triângulo. 15 m

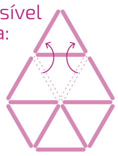
9. Junte-se a um colega e resolvam os problemas.

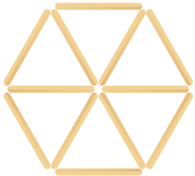
a) Utilizando palitos de sorvete, construam a figura ao lado. Em seguida, mudem a posição de dois palitos de maneira a obter uma imagem formada por duas figuras que lembrem triângulos.



b) Construam a figura abaixo utilizando palitos.

b) II: Possível resposta:





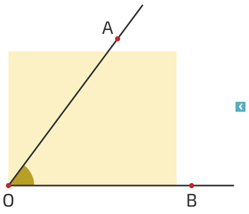
Ilustrações: Bárbara Sarzi

a) Possível resposta:

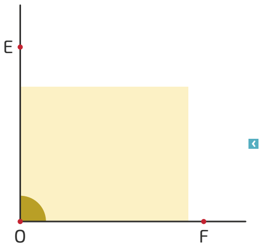
I) Quantas figuras que lembram triângulos podem ser identificadas nessa imagem? 6 figuras que lembram triângulos

II) Mudem a posição de dois palitos de maneira a obter uma imagem formada por 5 figuras que lembrem triângulos.

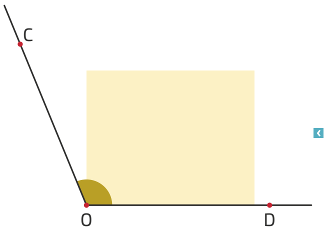
10. Observe como Daniel verificou se um ângulo é agudo, reto ou obtuso, utilizando um pedaço de papel retangular.



AÔB é agudo.



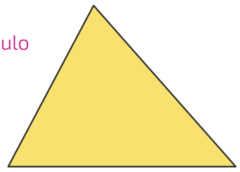
EÔF é reto.



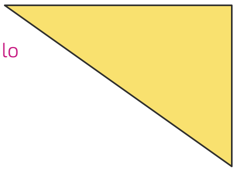
CÔD é obtuso.

Com um pedaço de papel retangular, classifique os triângulos quanto às medidas dos ângulos internos.

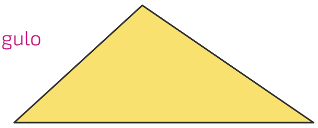
a) acutângulo



b) retângulo

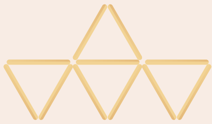


c) obtusângulo



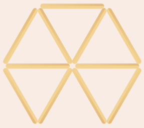
Ilustrações: Ronaldo Lucena

- Lembre os alunos, na atividade **8**, de que a medida do perímetro de um polígono é igual à soma das medidas dos comprimentos de todos os seus lados.
- Veja algumas sugestões de construção de outras figuras com palitos de sorvete para complementar a atividade **9**:
  - Mova quatro palitos de maneira a obter uma imagem formada por três figuras que lembrem triângulos.

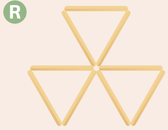


R

  - Retire dois palitos de maneira a obter uma imagem formada por três figuras que lembrem triângulos.

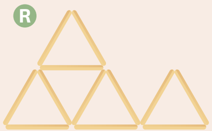


R



  - Acrescente três palitos de maneira a obter uma imagem formada por seis figuras que lembrem triângulos.

R



Ilustrações: Bárbara Sarzi

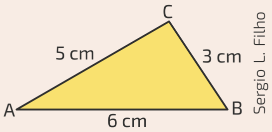
Essa atividade, além de estimular o raciocínio lógico dos alunos, contribui para a interação entre eles e a troca de experiências e estratégias para resolver o problema.

- Para a realização da atividade **10**, providencie pedaços retangulares de papel aos alunos. É possível verificar o modo de obter duas retas perpendiculares – ou seja, um ângulo reto – utilizando a dobradura proposta na atividade **18** do capítulo **7** do volume do **6º** ano dessa coleção.

BNCC em foco

- Na atividade **11**, é proposta a construção de um triângulo dadas as medidas dos comprimentos de seus três lados, assim como a descrição dos procedimentos realizados por escrito e por meio de um fluxograma, contemplando a habilidade **EF07MA26**. Essa atividade proporciona aos alunos enfrentarem uma situação-problema expressando suas respostas e sintetizando suas conclusões por meio de diferentes registros e linguagens, de modo a desenvolver a **Competência específica de Matemática 6**.

- Veja um possível triângulo construído pelos alunos na atividade **11**:

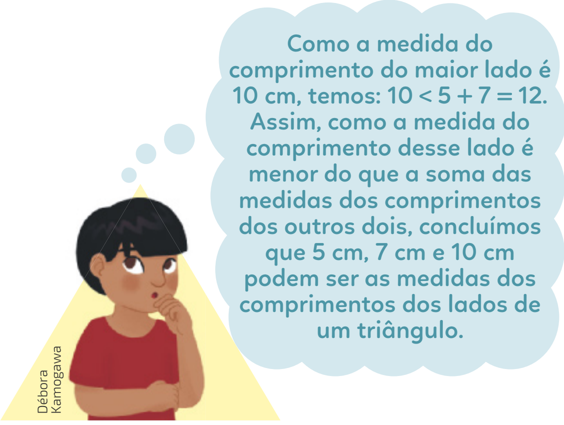


Sergio L. Filho

- Na atividade **12**, peça que os alunos construam, com régua e compasso, os triângulos sugeridos nos itens. Para isso, sugira que utilizem o mesmo procedimento apresentado nas páginas **196** e **197**.

11. Utilizando os procedimentos apresentados nas páginas **196** e **197**, construa um triângulo cujos comprimentos dos lados medem 6 cm, 5 cm e 3 cm. Depois, descreva os procedimentos que você realizou organizando-os em um fluxograma. Respostas nas orientações ao professor.

12. Para verificar mentalmente se 5 cm, 7 cm e 10 cm podem ser as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo, Tiago comparou a medida do comprimento do maior lado com a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois lados.



Débora Kamogawa

Do mesmo modo, verifique quais dos itens a seguir podem ser as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo. a, c, d

a) 7 cm, 5 cm e 4 cm

b) 8 cm, 3 cm e 2 cm

c) 5 cm, 5 cm e 5 cm

d) 13 cm, 8 cm e 7 cm

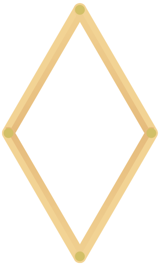
13. Verifique se cada afirmativa é verdadeira ou falsa. Caso seja falsa, reescreva-a corrigindo.

a) Existem triângulos que possuem mais de um ângulo obtuso. F; Possível resposta: não existem triângulos que possuem mais de um ângulo obtuso.

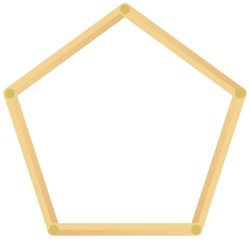
b) É possível construir um triângulo retângulo que seja isósceles. V

c) Um triângulo equilátero também é isósceles. V

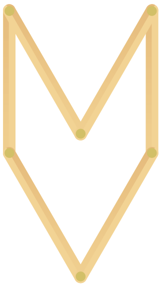
14. Utilizando palitos de sorvete iguais e tachinhas, Mônica construiu algumas figuras que podem ser associadas a polígonos.



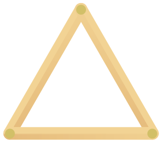
Quadrilátero.



Pentágono.



Hexágono.



Triângulo.

Ilustrações: Bárbara Sarzi

> Dizemos que um polígono é equilátero quando o comprimento de todos os lados tem medidas iguais.

a) Entre as figuras construídas por Mônica, qual não pode ser deformada? A figura que lembra um triângulo.

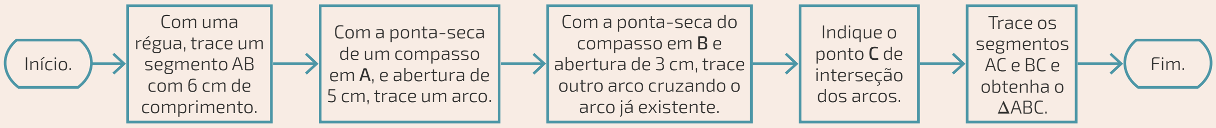
b) Quais das figuras construídas por Mônica lembram polígonos equiláteros? E polígonos regulares? todas as figuras; triângulo e pentágono

15. Em certo triângulo, a medida do comprimento do maior lado é 9 cm e do menor, 3 cm. Quais são as possíveis medidas do comprimento, em centímetros, do 3º lado desse triângulo, sabendo que elas são inteiras? 7 cm, 8 cm ou 9 cm

16. Rogério pretende cercar uma região triangular utilizando 25 m de alambrado. Sabendo que essa região deve ter comprimento dos lados com medidas em metros e inteiras, escreva as medidas do comprimento dos lados de três possíveis regiões a serem cercadas utilizando todo o alambrado. Possível resposta: 10 m, 10 m e 5 m; 6 m, 8 m e 11 m; 12 m, 5 m e 8 m; 11 m, 7 m e 7 m

Resposta

11. Deve ser construído um triângulo com comprimentos dos lados medindo 6 cm, 5 cm e 3 cm. Possível resposta:

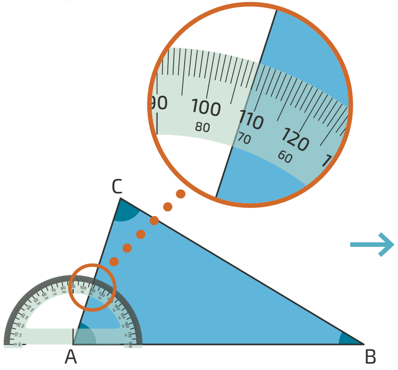


Ângulos nos polígonos

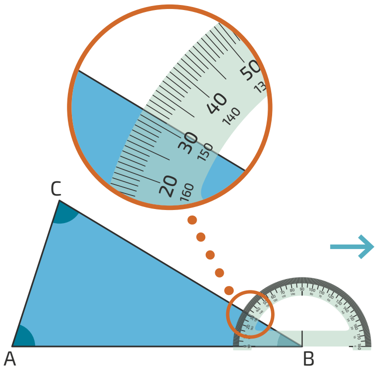
Soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo

Com um transferidor, Marcela mediu os ângulos internos de dois triângulos.

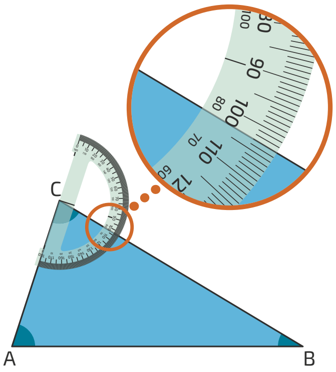
I



$\text{med}\left(\hat{A}\right) = 72^\circ$

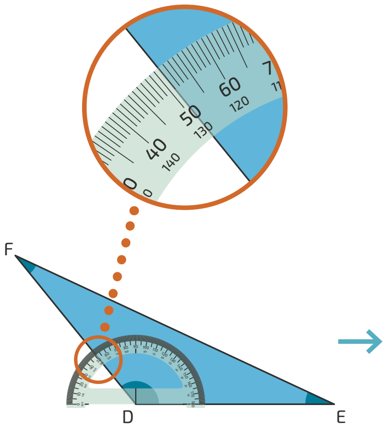


$\text{med}\left(\hat{B}\right) = 31^\circ$

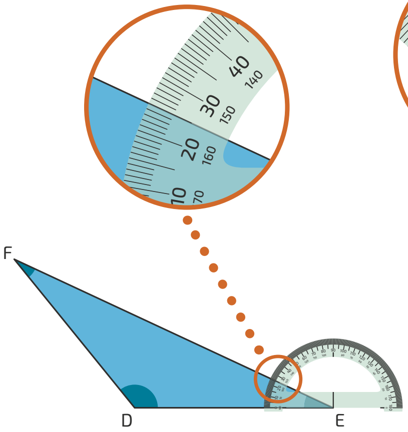


$\text{med}\left(\hat{C}\right) = 77^\circ$

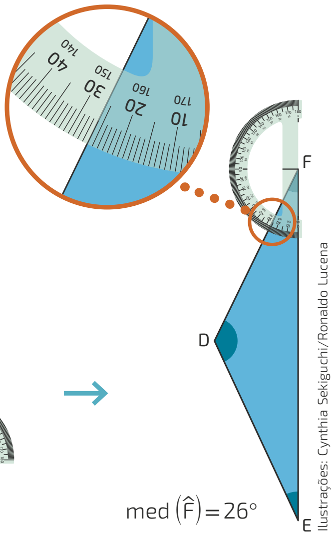
II



$\text{med}\left(\hat{D}\right) = 129^\circ$



$\text{med}\left(\hat{E}\right) = 25^\circ$



$\text{med}\left(\hat{F}\right) = 26^\circ$

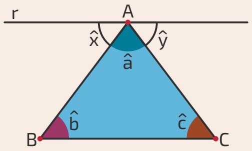
Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/Ronaldo Lucena

Em seguida, Marcela adicionou as medidas obtidas em cada triângulo.

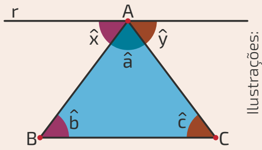
- ΔABC: $\text{med}\left(\hat{A}\right) + \text{med}\left(\hat{B}\right) + \text{med}\left(\hat{C}\right) = 72^\circ + 31^\circ + 77^\circ = 180^\circ$
- ΔDEF: $\text{med}\left(\hat{D}\right) + \text{med}\left(\hat{E}\right) + \text{med}\left(\hat{F}\right) = 129^\circ + 25^\circ + 26^\circ = 180^\circ$

Observando os resultados, podemos notar que ao adicionarmos as medidas dos ângulos internos de cada triângulo obtemos o mesmo valor, ou seja, 180°. Isso ocorre em qualquer triângulo.

- Veja uma maneira de demonstrarmos que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°: construa um triângulo ABC qualquer em uma folha de papel e destaque os seus ângulos internos. Trace uma reta **r** paralela ao segmento BC e que passe pelo vértice **A**, formando dois novos ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$. Veja:



Como a reta **r** e o segmento BC são paralelos, temos que os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{b}$ são alternos internos, ou seja, $\text{med}(\hat{x}) = \text{med}\left(\hat{b}\right)$. Da mesma maneira, $\hat{y}$ e $\hat{c}$ também são alternos internos, logo $\text{med}(\hat{y}) = \text{med}(\hat{c})$.



Ilustrações: Sergio L. Filho

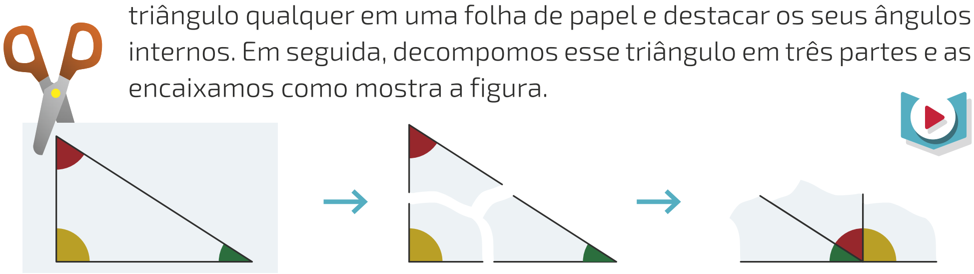
Note que, no vértice **A**, o ângulo formado pela por $\hat{x}$, $\hat{a}$ e $\hat{y}$ mede 180°; logo:

$$\text{med}(\hat{x}) + \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{y}) = \text{med}(\hat{a}) + \text{med}\left(\hat{b}\right) + \text{med}(\hat{c}) = 180^\circ$$

BNCC em foco

- No tópico dessa página, assim como nas atividades, os alunos são levados a verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, como descrito na habilidade **EF07MA24**.

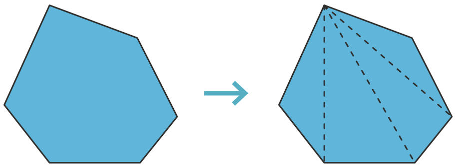
Para verificar essa soma de maneira prática, podemos construir um triângulo qualquer em uma folha de papel e destacar os seus ângulos internos. Em seguida, decompomos esse triângulo em três partes e as encaixamos como mostra a figura.



Note que ao encaixar as partes obtemos um ângulo raso, ou seja, cuja medida é 180°.

Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo

Vimos que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Com essa informação, podemos determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo utilizando a ideia da decomposição, isto é, dividindo o polígono em triângulos e multiplicando a quantidade de triângulos por 180°. Veja, por exemplo, como podemos obter a soma das medidas dos ângulos internos de um hexágono convexo.



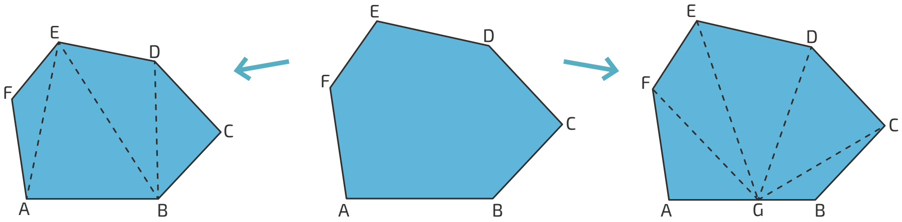
Note que o hexágono foi decomposto em 4 triângulos. Assim:

$$4 \cdot 180° = 720°$$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos internos de um hexágono é 720°.

Ao decompormos um polígono em triângulos, cada triângulo obtido deve ser formado por exatamente 3 vértices do polígono.

Veja a seguir, por exemplo, duas decomposições do hexágono ABCDEF convexo.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Nesse caso a decomposição está **correta**. Note que os vértices dos triângulos também são vértices do hexágono.

Nesse caso a decomposição está **incorreta**. Note que o vértice **G** de cada triângulo formado não é um vértice do hexágono.

Qual é o nome do polígono regular que pode ser decomposto em dois triângulos? Qual é a soma dos ângulos internos desse polígono? quadrado; 360°

BNCC em foco

- O tópico apresentado nessa página, bem como algumas das atividades propostas em seguida, procuraram desenvolver nos alunos a habilidade de calcular a medida dos ângulos internos de polígonos regulares sem o uso de fórmulas. Dessa forma, desenvolve-se parcialmente a habilidade de **EF07MA27**.

- Ressalte aos alunos que a ideia de decomposição de um polígono em triângulos também é válida para polígonos não convexos.

Material digital

- Para complementar o estudo relacionado aos polígonos e as medidas de seus ângulos internos, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 9**, elaborada com o objetivo de desenvolver a habilidade **EF07MA27**. As atividades dessa sequência propõem a construção de mosaicos, de modo a identificar polígonos regulares, assim como nomeá-los e compará-los, identificando seus elementos, além de semelhanças e diferenças entre eles.

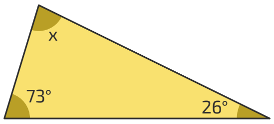
No material digital audiovisual dessa coleção, disponibilizamos um vídeo para complementar o trabalho com o conteúdo de triângulos. Nele são destacadas a ideia de rigidez do triângulo, sua construção, aspectos da condição de existência e a verificação da soma das medidas dos ângulos internos, com base na utilização do GeoGebra, um *software* de geometria dinâmica.

Atividades

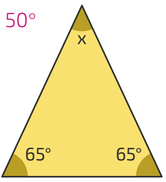
Anote no caderno

17. Determine a quantos graus corresponde a medida **x** em cada triângulo.

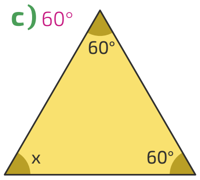
a) 81°



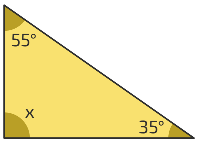
b) 50°



c) 60°



d) 90°

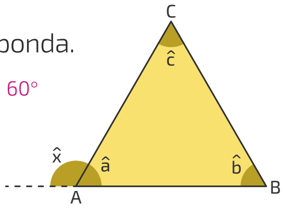


Ilustrações: Ronaldo Lucena

18. A propriedade a seguir é válida para qualquer triângulo e pode ser demonstrada.

> Em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Observe o triângulo equilátero a seguir.



Ronaldo Lucena

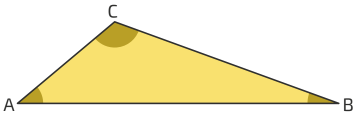
a) Sabendo que o triângulo equilátero é um polígono regular, responda.

- Qual é a medida de cada ângulo interno do triângulo ABC? 60°
- Quanto mede $\hat{x}$? 120°
- Qual é a soma das medidas de $\hat{b}$ e $\hat{c}$? O que você pôde perceber com relação à medida de $\hat{x}$ e à soma das medidas de $\hat{b}$ e $\hat{c}$? 120°; são iguais

b) Em um triângulo cujos ângulos internos medem 94°, 35°e 51°, verifique que a medida de qualquer ângulo externo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.
$180° - 94° = 35° + 51°$; $180° - 35° = 51° + 94°$; $180° - 51° = 35° + 94°$

> Dois ângulos são adjacentes quando possuem lados em comum. Caso não possuam lados em comum, dizemos que são não adjacentes.

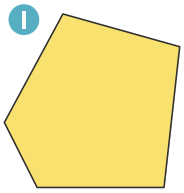
19. No ΔABC, temos que $\text{med}\left(\hat{B}\right) = \dfrac{\text{med}\left(\hat{A}\right)}{2}$ e $\text{med}\left(\hat{C}\right) = 3 \cdot \text{med}\left(\hat{A}\right)$. Quais são as medidas de $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$? $\text{med}\left(\hat{A}\right) = 40°$, $\text{med}\left(\hat{B}\right) = 20°$ e $\text{med}\left(\hat{C}\right) = 120°$



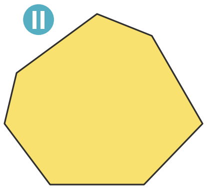
Ronaldo Lucena

20. Observe.

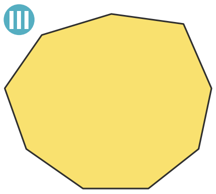
I



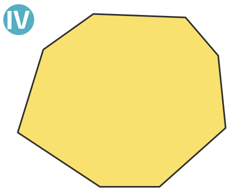
II



III



IV



Ilustrações: Ronaldo Lucena

a) Classifique esses polígonos de acordo com a quantidade de lados.
I: pentágono; II: heptágono; III: eneágono; IV: octógono

b) Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de cada um desses polígonos? I: 540°; II: 900°; III: 1 260°; IV: 1 080°

21. Qual é a medida de cada um dos ângulos internos de um:

a) quadrado? 90°

b) hexágono regular? 120°

c) octógono regular? 135°

d) decágono regular? 144°

Avaliação

- Durante o trabalho com essa página, procure avaliar os alunos na resolução das atividades. Observe se diferenciam ângulos internos de externos, se utilizam a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo para resolver os problemas e se compreendem o que são ângulos não adjacentes. Além disso, verifique se percebem que, em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele, e se classificam os polígonos de acordo com a quantidade de lados e calculam a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono. Com base em suas observações, faça uma reflexão para identificar possíveis falhas e acertos nos processos de ensino-aprendizagem, com a intenção de mudar estratégias ou confirmar aquelas que surtiram bons efeitos.

- Antes do trabalho com a atividade **18**, apresente aos alunos a demonstração da propriedade apresentada, de maneira que os alunos possam compreender o conceito para depois aplicá-lo na atividade. Seja $\hat{x}$ um ângulo externo adjacente a $\hat{a}$ do triângulo ABC, temos que $\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = 180°$ pois, a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180°. Além disso, $\text{med}(\hat{x}) + \text{med}(\hat{a}) = 180°$, pois são suplementares. Como, $\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = 180°$ e $\text{med}(\hat{x}) + \text{med}(\hat{a}) = 180°$, temos $\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = \text{med}(\hat{x}) + \text{med}(\hat{a})$. Portanto, $\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = \text{med}(\hat{x})$, ou seja, a medida do ângulo externo $\hat{x}$ é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

- Antes de iniciar a resolução dessa atividade, proponha aos alunos uma pesquisa para obter mais informações sobre mosaicos e para que vejam fotos de lugares onde estão presentes.

Relacionando saberes

- O contexto da atividade tem relação com o componente curricular **Arte**, possibilitando um trabalho com o respectivo professor para que dê mais detalhes sobre como são feitos os mosaicos, bem como os materiais utilizados e sua relação com a cultura local. Essa atividade pode ser realizada com os alunos organizados em duplas, o que permite uma discussão acerca do assunto tratado.

BNCC em foco

- A situação da atividade proposta nessa página está inserida no contexto de construção de mosaicos e contribui para que os alunos compreendam e calculem as medidas dos ângulos internos de polígonos, contemplando a habilidade **EF07MA27**.

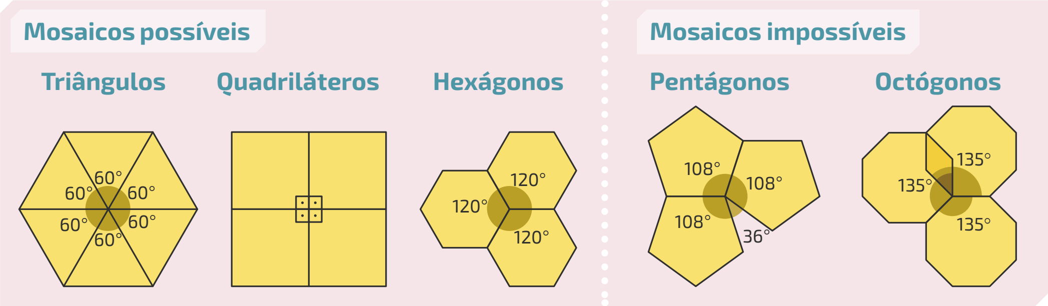
Matemática em destaque

22. As figuras geométricas planas estão presentes em diversos padrões visuais criados pelo homem ou observados na natureza. Na fotografia podemos reconhecer alguns polígonos que se encaixam perfeitamente, formando um padrão conhecido como mosaico.

Parque Guell, em Barcelona, na Espanha, em 2017.

Jan Wlodarczyk/Alamy/Fotoarena

a) Alguns mosaicos são construídos com encaixes de um único tipo de polígono regular. Porém, apenas certos polígonos regulares permitem isso. Observe alguns exemplos.



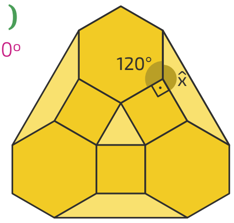
Analise a situação apresentada e escreva por que é possível construir um mosaico utilizando um único tipo de polígono regular, com quadrados, triângulos e hexágonos, e não com pentágonos e octógonos.

a) Resposta esperada: para que o mosaico formado de apenas um tipo de polígono regular tenha um encaixe perfeito, a medida de cada ângulo interno deve ser um divisor de 360º.

b) Obtenha o valor de $\hat{x}$ em cada mosaico a seguir.

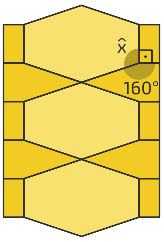
I)

150º



II)

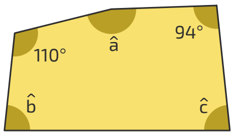
110º



Ilustrações: Ronaldo Lucena

- Após a resolução da atividade, peça aos alunos que construam e pintem mosaicos compostos de polígonos e identifiquem quais foram utilizados. Para isso, reproduza e forneça a malha quadriculada que se encontra nas **Páginas para reprodução**. Aproveite para pedir aos alunos que pesquisem outros mosaicos construídos com vários tipos de polígonos.

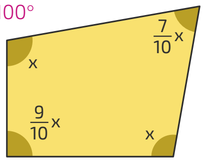
23. Determine a medida dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$ do polígono ao lado, sabendo que $\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c})$ e $\text{med}(\hat{b}) = \text{med}(\hat{c})$. $\text{med}(\hat{a}) = 168°$, $\text{med}(\hat{b}) = 84°$ e $\text{med}(\hat{c}) = 84°$



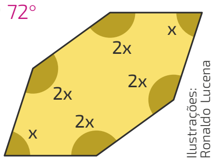
Ronaldo Lucena

24. Calcule a medida **x**, em graus, de cada polígono.

a) 100°



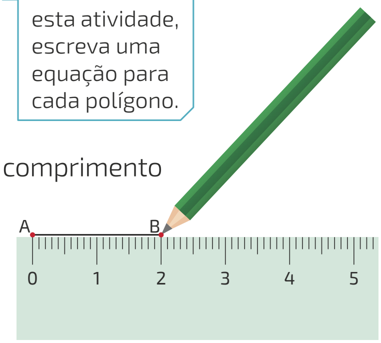
b) 72°



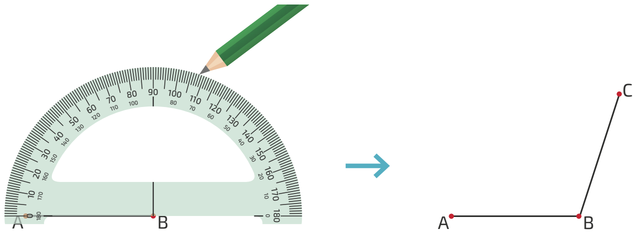
Ilustrações: Ronaldo Lucena

Para resolver esta atividade, escreva uma equação para cada polígono.

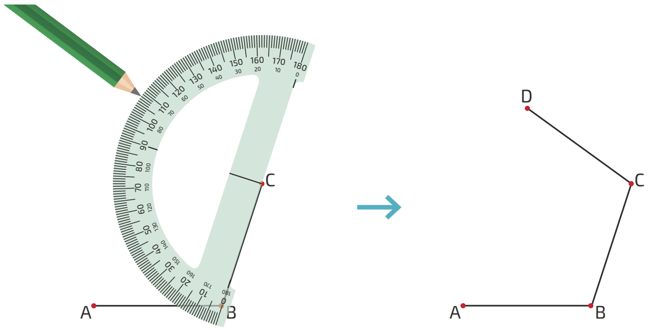
25. Veja como Miguel construiu um pentágono regular com comprimento dos lados medindo 2 cm.



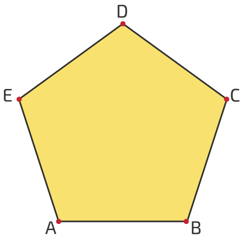
- Inicialmente, ele obteve a medida de cada ângulo interno do pentágono, ou seja, 108°. Depois, traçou $\overline{AB}$ com 2 cm.
- Posicionando o centro do transferidor em **B** e alinhando o lado $\overline{AB}$ com a linha de fé, Miguel marcou 108°, traçou um segmento cuja medida do comprimento é 2 cm a partir de **B** e marcou o vértice **C**.



- Posicionando o centro do transferidor em **C** e alinhando o lado $\overline{BC}$ com a linha de fé, Miguel marcou 108° e, de maneira parecida, obteve o vértice **D**.



- Realizando o mesmo procedimento, ele obteve o vértice **E** e traçou, finalmente, os dois últimos lados do polígono.



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/ Keithy Mostachi/Ronaldo Lucena

Agora, de maneira parecida, construa o quadrado ABCD com comprimento dos lados medindo 4 cm. Em seguida, descreva por escrito e por meio de um fluxograma os procedimentos que você utilizou nessa construção.
Respostas nas orientações ao professor.

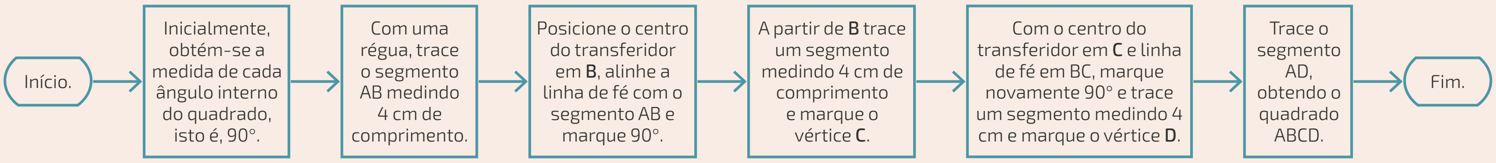
BNCC em foco

- A atividade **25** possibilita aos alunos, além de construírem um quadrado, representarem os passos necessários para essa construção por meio de um fluxograma, o que contempla a habilidade **EF07MA28**. Além disso, essa atividade também proporciona que os alunos enfrentem uma situação problema, expressem suas respostas e sintetizem suas conclusões utilizando diferentes registros e linguagens, proporcionando o desenvolvimento da **Competência específica de Matemática 6**.

- Veja uma possível resposta dada pelos alunos na atividade **25**:
  - Com uma régua, trace o segmento AB medindo 4 cm de comprimento. Em seguida, posicione o centro do transferidor em **B**, alinhando a linha de fé com o segmento AB e marque 90°. A partir de **B**, trace um segmento medindo 4 cm de comprimento e marque o vértice **C** do quadrado. Com o centro do transferidor em **C** e alinhando a linha de fé com o segmento BC, marque novamente 90° e trace um segmento medindo 4 cm de comprimento e marque o vértice **D**. Para finalizar, trace o segmento AD, obtendo o quadrado ABCD.

Resposta

25. Deve ser construído um quadrado ABCD com comprimento de lado medindo 4 cm. Possível resposta:



Início.

Inicialmente, obtém-se a medida de cada ângulo interno do quadrado, isto é, 90°.

Com uma régua, trace o segmento AB medindo 4 cm de comprimento.

Posicione o centro do transferidor em **B**, alinhe a linha de fé com o segmento AB e marque 90°.

A partir de **B** trace um segmento medindo 4 cm de comprimento e marque o vértice **C**.

Com o centro do transferidor em **C** e linha de fé em BC, marque novamente 90° e trace um segmento medindo 4 cm e marque o vértice **D**.

Trace o segmento AD, obtendo o quadrado ABCD.

Fim.

BNCC em foco

- Nessa página e nas páginas seguintes, tanto na teoria quanto nas atividades propostas, os alunos serão estimulados a desenvolver a habilidade de construir circunferências utilizando compasso, reconhecê-los como lugar geométrico e utilizá-las para composições artísticas e resolução de problemas que envolvam objetos equidistantes, o que possibilita o desenvolvimento da habilidade **EF07MA22**.

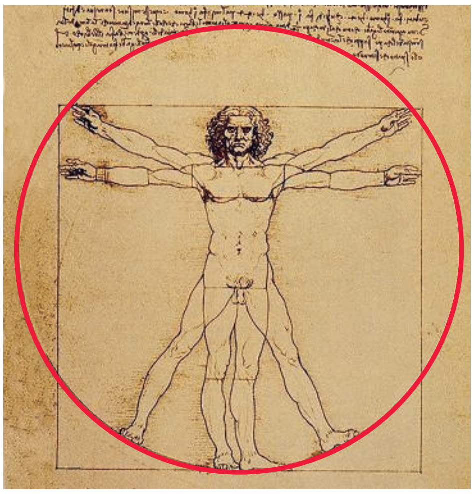
- Explique aos alunos que, na imagem, o corpo humano está inserido na forma ideal da circunferência e nas perfeitas proporções do quadrado.

Formas circulares

Circunferência

A figura geométrica destacada na imagem ao lado é chamada **circunferência**.

Circunferência é uma linha fechada em um plano, na qual todos os seus pontos estão a uma mesma medida de distância de um ponto fixo, chamado **centro**.



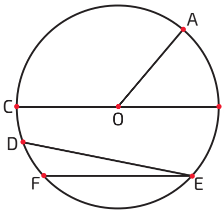
Reprodução/Galeria da Academia de Veneza, Itália

O homem vitruviano. 1490. Leonardo da Vinci (1452-1519). Lápis e tinta sobre papel.

Assim, chamamos de circunferência o lugar geométrico de todos os pontos em um plano que possuem a propriedade de estarem a uma mesma medida de distância de um ponto fixo.

Lugar geométrico é um conjunto de pontos do plano que possuem uma mesma propriedade.

Na circunferência ao lado podemos destacar os seguintes elementos.

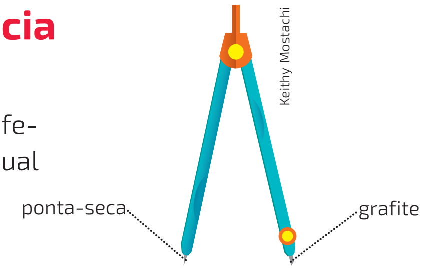


Ronaldo Lucena

- O centro da circunferência, indicado pelo ponto **O**.
- O segmento de reta que liga o centro **O** a um ponto qualquer da circunferência é chamado **raio**. Exemplos: $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$.
- O segmento que une dois pontos quaisquer de uma circunferência é chamado **corda**. Exemplos: $\overline{CB}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$.
- Uma corda que passa pelo centro da circunferência é chamada **diâmetro**. O segmento CB é um exemplo de diâmetro. A medida do comprimento do diâmetro (d) é igual ao dobro da medida do comprimento do raio (r), ou seja, $d = 2r$.

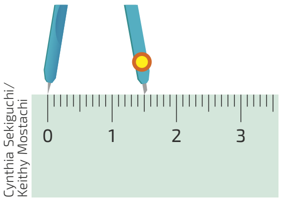
Construindo uma circunferência com o compasso

Veja como podemos construir uma circunferência com medida do comprimento do raio igual a 1,5 cm utilizando régua e compasso.

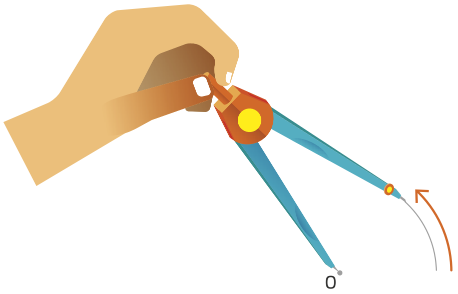


Keithy Mostachi

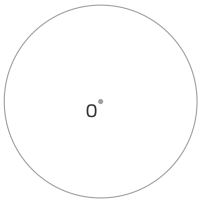
Abra o compasso com uma abertura de 1,5 cm e marque um ponto **O**, que será o centro da circunferência. Fixe a ponta-seca em **O** e gire o compasso uma volta completa.



Cynthia Sekiguchi/ Keithy Mostachi



Bárbara Sarzi/ Keithy Mostachi



Ronaldo Lucena

Utilizando régua e compasso, construa, em seu caderno, uma circunferência com medida do comprimento do raio igual a 6 cm. Resposta pessoal.

Medida do comprimento da circunferência

Utilizando uma fita métrica, Camila mediu o comprimento da circunferência e o comprimento do diâmetro da circunferência de alguns objetos circulares e registrou no quadro a seguir.

Objeto	Medida do comprimento da circunferência (C)	Medida do comprimento do diâmetro da circunferência (d)
Pneu de bicicleta	204 cm	65 cm
Prato	61 cm	19,4 cm
Medalha	22 cm	7 cm

Ronaldo Lucena


José Viotr Elorza/ASC Imagens

Medição do comprimento da circunferência utilizando uma fita métrica.

Utilizando uma calculadora, Camila determinou a razão entre as medidas do comprimento da circunferência e do comprimento do diâmetro de cada objeto.

- Pneu de bicicleta: $\frac{204}{65} \simeq 3{,}1384$
- Prato: $\frac{61}{19{,}4} \simeq 3{,}1443$
- Medalha: $\frac{22}{7} \simeq 3{,}1428$

O sinal ≃ representa aproximação.

Em cada caso o resultado obtido é uma aproximação do número **pi**, indicado pela letra grega π (lê-se pi). Temos que $\pi = 3{,}14159265...$, porém utilizaremos $\pi \simeq 3{,}14$, ou seja, uma aproximação com duas casas decimais.

A razão entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do comprimento de seu diâmetro é igual a π em todas as circunferências. Sendo assim:

$$\pi = \frac{\text{medida do comprimento da circunferência}}{\text{medida do comprimento do diâmetro}}$$

$$\pi = \frac{C}{d}$$

$$C = d \cdot \pi$$

BNCC em foco

- Essas páginas estabelecem o número π como a razão entre a medida do comprimento de uma circunferência e a medida do comprimento de seu diâmetro, contribuindo para a resolução de problemas e contemplando a habilidade **EF07MA33**.

- Na situação proposta no tópico **Medida do comprimento da circunferência**, veja a possibilidade de realizar atividade parecida na prática, providenciando assim fitas métricas e pedindo aos alunos que levem para a sala de aula objetos com formato circular.

Avaliação

- Antes de iniciar o trabalho com as atividades dessa página, realize uma avaliação com a intenção de observar o que os alunos compreendem por círculo. Procure questioná-los se existem diferenças entre círculos e circunferências e pergunte em quais elementos do cotidiano é possível identificar figuras com formatos parecidos, pedindo para que os classifiquem. Observe em quais aspectos os alunos confundem os dois e, para o trabalho com o tópico dessa página, busque atitudes que possam contribuir para esclarecer essas confusões.

- Além de identificar os elementos de uma circunferência e de um círculo, os alunos devem ser capazes de diferenciar essas duas figuras geométricas. Enfatize que o círculo é uma figura geométrica plana formada por uma circunferência e por todos os pontos de seu interior.

Vimos que a medida do comprimento do diâmetro é o dobro da medida do comprimento do raio, ou seja, $d = 2r$. Portanto, a fórmula para o cálculo da medida do comprimento da circunferência pode ser escrita da seguinte maneira:

$$C = 2r \cdot \pi$$
$$C = 2\pi r$$

Determinar a medida do comprimento de uma circunferência é o mesmo que determinar a medida de seu perímetro.

Utilizando essa fórmula e considerando $\pi = 3{,}14$, calcule a medida aproximada do comprimento de uma circunferência cujo comprimento do raio é igual a 5 cm. 31,4 cm

Círculo

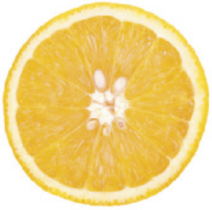
Observe as imagens abaixo.


outc/Shutterstock.com

Jogo de dardos.


Evgeny Karandaev/Shutterstock.com

Pires e xícara com café.

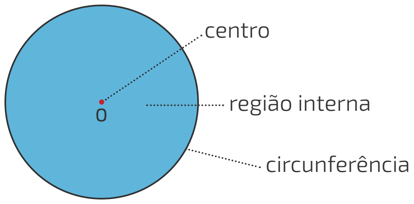

Ratana Prongjai/Shutterstock.com

Fatia de laranja.

Essas imagens lembram uma figura geométrica chamada **círculo**.

Círculo é uma figura geométrica plana formada por uma circunferência e por todos os pontos de seu interior.

Observe a seguir os elementos que podemos destacar em um círculo.



Ronaldo Lucena

Atividades

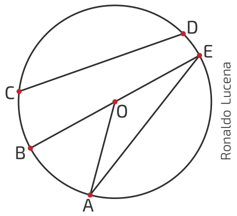
Anote no caderno

26. Na figura abaixo, **O** é o centro da circunferência. Em relação aos segmentos que aparecem na circunferência, quais são:

a) cordas? $\overline{AE}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CD}$

b) raios? $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OE}$

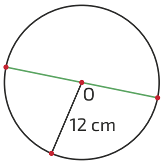
c) diâmetros? $\overline{BE}$



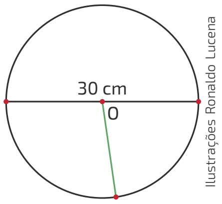
Ronaldo Lucena

27. Calcule a medida do comprimento dos segmentos verdes de cada circunferência de centro **O**.

a) 24 cm



b) 15 cm

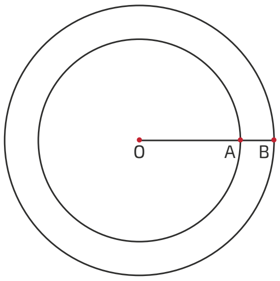


Ilustrações Ronaldo Lucena

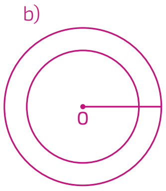
28. Paula construiu duas circunferências concêntricas, ou seja, de mesmo centro **O**, com comprimento dos raios medindo 6 cm e 8 cm.

a) Qual é a medida do segmento AB? 2 cm

b) Utilizando um compasso, construa duas circunferências concêntricas com comprimento dos raios medindo 5 cm e 7 cm.

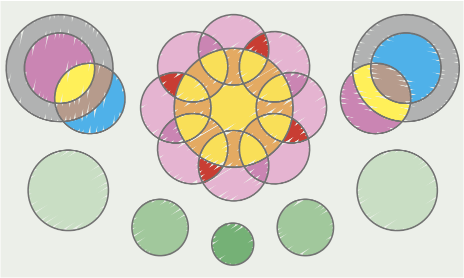


Ronaldo Lucena



29. Utilizando um compasso, Renato construiu algumas circunferências em uma folha de papel e depois coloriu. Observe ao lado como ficou seu desenho.

Agora, assim como Renato, construa algumas circunferências e pinte, realizando uma bela composição de cores. Resposta pessoal.



Ronaldo Lucena

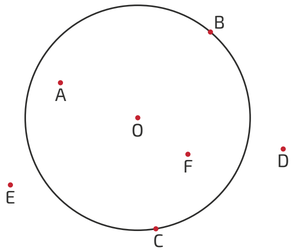
30. A circunferência ao lado tem centro **O** e raio com 2 cm de medida de comprimento.

Em relação a **O**, quais pontos distam:

a) exatamente 2 cm? B e C

b) menos de 2 cm? A e F

c) mais de 2 cm? D e E



Ronaldo Lucena

31. Para a realização de um jogo de perguntas e respostas, o professor de Rosana levou os alunos até o pátio da escola e combinou que, após a leitura da pergunta, os alunos deveriam correr até um sino. Aquele que pegasse o sino teria o direto de responder à pergunta.

a) Para a realização desse jogo é importante que todos os alunos fiquem a uma mesma medida de distância do sino? Por quê? Sim, para que nenhum aluno seja prejudicado por estar mais distante do sino que os demais.

b) Junte-se a dois colegas e descrevam uma maneira de organizar todos os alunos da turma de modo que cada um fique exatamente a uma mesma medida de distância do sino. Resposta pessoal.

c) Veja o que Rosana está dizendo.

Débora Kamogawa

De acordo com o que ela disse, onde os alunos devem se posicionar para que todos fiquem a uma mesma medida de distância do sino? Sobre a circunferência desenhada no chão.

d) A maneira descrita por você e seus colegas no item **b** de organizar a turma é parecida com a sugestão dada por Rosana? Caso não seja, avalie qual é a mais adequada para a situação. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que também organizariam a turma em uma circunferência com o sino no centro.

- Na atividade **29**, caso não haja compassos para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a atividade ou, então, verifique a possibilidade de levar alguns compassos para a sala de aula.

- Na atividade **32**, leia o texto apresentado de maneira coletiva com a turma. Incentive os alunos a utilizarem a calculadora, que pode contribuir significativamente com os cálculos o que não era possível na época em que viveu Arquimedes. Dessa forma, diga aos alunos após a realização da atividade que, mesmo sem esse instrumento, Arquimedes conseguiu determinar uma boa aproximação do número π.

BNCC em foco

- A atividade **32** contempla parcialmente a habilidade **EF07MA33**, pois aborda a natureza histórica do número π.

Material digital

- Antes de prosseguir com os estudos e, se julgar oportuno, avalie a aprendizagem dos alunos em relação a algumas habilidades trabalhadas no decorrer desse bimestre. O material digital apresenta uma proposta de avaliação para o 3º bimestre que pode ser utilizada nesse momento como ferramenta auxiliar do processo de ensino e aprendizagem.

32. Arquimedes nasceu por volta de 287 a.C. na Grécia, sendo considerado por muitos um dos maiores matemáticos de todos os tempos.

> [...]
>
> Os trabalhos de Arquimedes são obras-primas de exposição matemática e lembram, consideravelmente, artigos de revistas especializadas modernas. Além de exibirem grande originalidade, habilidade computacional e rigor nas demonstrações, são escritos numa linguagem altamente acabada e objetiva. [...]

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 194.

Uma de suas contribuições para a Matemática foram seus estudos a respeito do cálculo aproximado do valor de π. Arquimedes concluiu que π é maior do que $\frac{223}{71}$ e menor do que $\frac{22}{7}$, ou seja, $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$.

32. a) $\frac{223}{71} \simeq 3{,}1408$, $\frac{22}{7} \simeq 3{,}1428$; Até a segunda casa decimal.

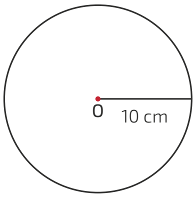
a) Com o auxílio de uma calculadora, escreva as frações $\frac{223}{71}$ e $\frac{22}{7}$ como números decimais. Até qual casa decimal os valores obtidos são iguais?

b) Leia a afirmação a seguir e julgue-a verdadeira ou falsa. verdadeira

> Arquimedes concluiu em seus estudos que o valor de π até a segunda casa decimal é dado por 3,14.

c) Em qual das fichas ao lado estão indicadas as medidas que completam corretamente a frase a seguir? II

Considerando os estudos de Arquimedes a respeito do valor de π, a medida do comprimento da circunferência de centro **O** ao lado é ■.

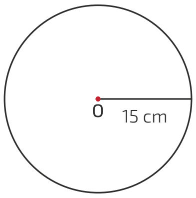


I maior do que 62,85 cm e menor do que 62,82 cm.

II maior do que 62,82 cm e menor do que 62,85 cm.

III maior do que 62,85 cm e menor do que 63,20 cm.

d) Qual é a medida aproximada do comprimento da circunferência de centro **O** ao lado considerando $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$? 94,2 cm



Ilustrações Ronaldo Lucena

33. Escolha alguns objetos circulares e meça o comprimento da circunferência e o comprimento do diâmetro da circunferência. Construa um quadro com o nome dos objetos e as medidas obtidas.

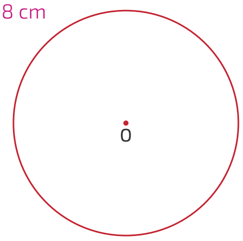
a) Para cada objeto, calcule a razão entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do comprimento do diâmetro da circunferência. Resposta pessoal.

b) As razões calculadas no item **a** estão próximas do valor do número π? Espera-se que os alunos respondam que sim.

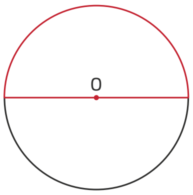
Nas atividades **34** a **36**, considere $\pi = 3{,}14$.

34. Calcule a medida aproximada do comprimento da linha vermelha na circunferência de cetro **O**, sabendo que a medida do:

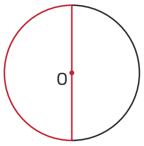
a) raio é 11 cm.
69,08 cm



b) diâmetro é 18 cm.
46,26 cm



c) raio é 7 cm.
35,98 cm



Ilustrações: Ronaldo Lucena

35. A medida aproximada do comprimento do diâmetro do pneu da bicicleta de Felipe é 0,66 m.

a) Quantos metros serão percorridos se o pneu der 50 voltas?
aproximadamente 103,62 m

b) São necessárias aproximadamente quantas voltas do pneu dessa bicicleta para que sejam percorridos 3 000 m? 1 448 voltas

36. Qual é a medida do comprimento do raio de uma circunferência cujo comprimento mede:

a) 21,98 cm? 3,5 cm
b) 43,96 cm? 7 cm
c) 59,66 cm? 9,5 cm

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo?
polígonos, ângulos nos polígonos, triângulos, circunferência e círculo

2. Cite alguns objetos que possuam alguma parte que pode ser associada a polígonos. Resposta pessoal.

3. Pela quantidade de ângulos internos de um polígono é possível saber a quantidade de lados e de vértices que ele possui? Justifique.
Sim, pois a quantidade de lados, vértices e ângulos internos de um polígono é igual.

4. É possível que dois ângulos internos de um triângulo sejam retos? Por quê?
Não, pois a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° e, se dois ângulos têm 90°, o terceiro ângulo será nulo (0°), e a construção do triângulo será impossível.

5. Que critérios podemos utilizar para classificar os triângulos?
Quanto às medidas do comprimento dos lados e quanto às medidas dos ângulos internos.

6. Dados três segmentos com medidas de comprimento quaisquer, é possível construir um triângulo cujos lados tenham essas medidas? Por quê?
não; Espera-se que os alunos respondam que devem ser obedecidas as condições de existência de um triângulo.

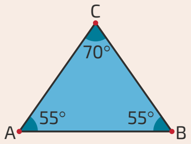
7. Existem triângulos que sejam isósceles e acutângulos ao mesmo tempo? E isósceles e obtusângulos? Justifique por meio de exemplos.
sim; sim; Resposta pessoal.

8. Qual procedimento você utiliza para obter a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo? Espera-se que os alunos respondam que decompondo o polígono em triângulos e multiplicando a quantidade de triângulos obtidos por 180°.

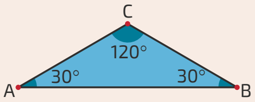
9. Qual é a diferença entre uma circunferência e um círculo? Na circunferência consideramos apenas o contorno no qual todos os seus pontos estão a uma mesma medida de distância de um ponto fixo, chamado centro, e no círculo consideramos o contorno e todos os pontos de seu interior.

10. Qual procedimento você utilizaria para determinar o comprimento de uma circunferência conhecendo a medida do comprimento de raio?
A fórmula $C = 2\pi r$.

- Para a atividade **35**, traga para a sala de aula algumas calculadoras para que os alunos possam resolver as questões. Veja uma possível solução para esse desafio:
  - **a)** Sendo a medida do comprimento do diâmetro do pneu da bicicleta igual a 0,66 m, temos: $C = d \cdot \pi = 0{,}66 \cdot 3{,}14 = 2{,}0724$ m. Sendo assim, multiplicamos a medida do comprimento da circunferência do pneu pela quantidade de voltas: $2{,}0724 \cdot 50 = 103{,}62$ m.
  - **b)** Basta dividir o total percorrido pela medida do comprimento da circunferência: $3\,000 : 2{,}0724 \simeq 1\,447{,}5969$, aproximadamente 1 448 voltas.
- Alguns exemplos para a atividade **2** da seção **Explorando o que estudei** são: azulejos, placas de trânsito, construções, entre outros.
- Veja exemplos para a atividade **7**.
  - Isósceles e acutângulo:



  - Isósceles e obtusângulo:



Ilustrações: Sergio L. Filho

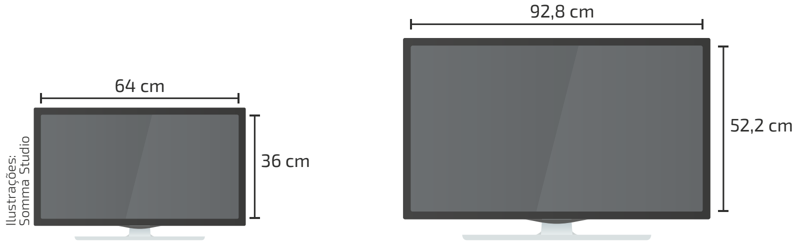
Avaliação

- A seção **Explorando o que estudei** pode contribuir significativamente para avaliar os alunos quanto aos conteúdos estudados no capítulo. Procure observar de que maneira eles relacionam polígonos às formas dos elementos do cotidiano, se compreenderam os elementos, as propriedades e os conceitos envolvidos no estudo de triângulos, se calculam a medida dos ângulos internos de um polígono e os conceitos de circunferência e círculo. Essa avaliação também contribui para que eles mesmos percebam quais são suas dificuldades e possam, junto ao professor, caminhar no sentido de resolvê-las.

Capítulo 10

Proporcionalidade

Medidas aproximadas da tela de alguns televisores



Ilustrações: Somma Studio

Televisor de 29 polegadas.

Televisor de 42 polegadas.

Atualmente, há uma grande diversidade nos tamanhos de tela entre os diferentes aparelhos eletrônicos, como televisores, *smartphones* e computadores. Esse tamanho é medido em polegadas com base na diagonal da tela.

A maioria das telas de televisores disponíveis no mercado possui formato “16 : 9”, ou *widescreen*, o que se refere a um tamanho padrão proporcional para tais telas. Por exemplo, se o comprimento de um dos lados mede 90 cm, o outro lado pode medir 160 cm (ou 1,6 m). Dessa maneira, as imagens com resolução adequada a esse formato são transmitidas em diferentes aparelhos com telas *widescreen* sem serem distorcidas.

O capítulo que se inicia levará os alunos à compreensão dos conceitos de proporcionalidade, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais. Além disso, compreender e associar razões a frações utilizando essa relação na resolução de problemas também será um dos objetivos trabalhados.

Do mesmo modo, será abordada a variação de proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa, possibilitando aos alunos elaborar e resolver problemas utilizando expressões algébricas para expressar a relação entre elas.

- As páginas de abertura trazem informações sobre os tamanhos de telas e destaca, nas imagens, dois formatos comuns de telas de televisores. Com esse tema, o aluno poderá perceber de maneira intuitiva, a relação entre a medida da largura e a medida da altura, associando o conceito de razão a uma situação real. Uma sugestão para conduzir o trabalho com a abertura do capítulo é organizar os alunos em duplas para realizar a leitura e responder às questões. Em seguida, promova um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões.

Material digital

- No material digital, é apresentado um **Plano de desenvolvimento** para o 4º bimestre capaz de auxiliar nos planejamentos e desenvolvimentos das aulas, em que são descritos em um quadro os objetivos específicos, os objetos de conhecimento e as habilidades específicas **EF07MA09**, **EF07MA17**, **EF07MA19**, **EF07MA20**, **EF07MA21**, **EF07MA30**, **EF07MA31** e **EF07MA32**, previstas para os capítulos **10**, **11** e **12** sugeridos para esse período.
Além disso, são elencadas as principais práticas didático-pedagógicas e atividades recorrentes previstas para o conteúdo abordado nesse bimestre.

Pensando nisso... Respostas nas orientações ao professor.

A Em sua opinião, o que significam os números 16 e 9 na expressão "16 : 9"?

B Os televisores apresentados no esquema têm formato *widescreen*? Justifique.

C Em média, quantas horas por dia você assiste a programas na televisão?

Andrey_Popov/ Shutterstock.com/ID/BR

Família assistindo à televisão.

- Para complementar o estudo do tema, pergunte aos alunos se eles possuem televisão com sinal digital em suas residências e quais são as vantagens desse sistema. Sugira que pesquisem outros formatos de telas, como as de *smarthphones*, *tablets* e monitores de computador.

Pensando nisso...

A Resposta pessoal. Possível resposta: significa que, se dividirmos a medida da largura em 16 unidades, a medida da altura corresponderá a 9 dessas unidades.

B Sim, ambos os aparelhos possuem lados proporcionais a 16 e 9 unidades de medida de comprimento.

C Resposta pessoal.

- Na questão **A**, pergunte aos alunos se eles conhecem outras proporções de telas, como a 4 : 3.
- A questão **C** possibilita uma discussão sobre quantas horas, em média, os alunos gastam assistindo a programas na televisão; leve-os a concluir que não é recomendado dedicar muitas horas a essa atividade.

Objetivos do capítulo

- Compreender o conceito de razão.
- Associar razão à fração.
- Identificar e compreender algumas razões em contextos reais.
- Distinguir grandezas proporcionais e não proporcionais.
- Compreender o conceito de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

BNCC em foco

- O tópico **Razões**, bem como as atividades propostas nas páginas seguintes, levarão os alunos a utilizar a associação entre razão e fração, para expressar a razão de duas partes de uma mesma grandeza ou de grandezas diferentes, contemplando, assim, a habilidade **EF07MA09**.

- Lembre com os alunos o conceito de grandeza, assunto estudado no capítulo **7** desse volume.

Razões

Observe a quantidade mínima de cloro recomendada para o tratamento da água de uma piscina.

CLORO (g)	ÁGUA (L)
1	1 000
2	2 000
10	10 000
50	50 000
65	65 000

Rafael Lam

Podemos notar que a quantidade de cloro varia de acordo com a quantidade de água, pois temos 1 g de cloro para 1 000 L de água, 2 g de cloro para 2 000 L de água, e assim por diante. Escrevendo razões para representar as informações do quadro, temos:

1 g para 1 000 L	2 g para 2 000 L	10 g para 10 000 L	50 g para 50 000 L	65 g para 65 000 L
$\frac{1}{1\,000}$	$\underset{:2}{\overset{:2}{\frac{2}{2\,000} = \frac{1}{1\,000}}}$	$\underset{:10}{\overset{:10}{\frac{10}{10\,000} = \frac{1}{1\,000}}}$	$\underset{:50}{\overset{:50}{\frac{50}{50\,000} = \frac{1}{1\,000}}}$	$\underset{:65}{\overset{:65}{\frac{65}{65\,000} = \frac{1}{1\,000}}}$

Note que, ao simplificar as frações, obtemos uma fração irredutível, que é a mesma em todos os casos. A fração $\frac{1}{1\,000}$, ou 1 : 1 000, é a **razão** entre as grandezas quantidade de cloro (em gramas) e quantidade de água (em litros). Essa razão é lida **1 g de cloro está para 1 000 L de água**, ou, de maneira simplificada, **1 está para 1 000**.

Outra razão que pode ser escrita nessa situação é $\frac{1\,000}{1}$, ou 1 000 : 1, que se lê **1 000 L de água está para 1 g de cloro** ou **1 000 está para 1**.

De acordo com as informações apresentadas, com 15 g de cloro é possível tratar quantos litros da água de uma piscina? 15 000 L

O conceito de razão nos permite fazer comparações entre dois números. Para saber, por exemplo, quantas vezes o número 12 é maior do que o número 6, ou seja, saber qual é a razão entre 12 e 6, procedemos da seguinte maneira:

$$\frac{12}{6} = 12 : 6 = 2$$

Assim, sabemos que o número 12 é o dobro de 6.

A palavra razão tem origem no latim *ratio*, que significa divisão.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **10**, **11** e **12** do 4º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

Também podemos determinar quantas vezes o número 6 é menor do que o número 12, ou seja, saber qual é a razão entre 6 e 12. Procedemos então da seguinte maneira:

$$\frac{6}{12} = 6 : 12 = 0,5$$

Assim, sabemos que o número 6 é a metade de 12.

> Podemos comparar duas grandezas por meio de uma razão.
>
> A razão entre os números **x** e **y**, nesta ordem, com $y \neq 0$, pode ser indicada pela fração $\frac{x}{y}$ ou pelo quociente x : y.

Atividades

Anote no caderno

1. Escreva uma razão para representar cada frase.

a) Em um campeonato de vôlei, determinada equipe venceu 8 dos 13 jogos que disputou. $\frac{8}{13}$ ou 8 : 13

b) Para preparar certo bolo são necessários 60 g de açúcar para cada 100 g de farinha. $\frac{60}{100}$ ou 60 : 100

2. Ana está poupando dinheiro para fazer uma viagem. A cada R$ 10,00 que ganha, ela poupa R$ 3,00.

a) Quantos reais Ana poupará se ganhar R$ 400,00? R$ 120,00

b) Que razão representa quanto Ana poupa em relação ao que ganha? $\frac{3}{10}$ ou 3 : 10

3. A água doce apropriada para o consumo é escassa em algumas regiões, por isso devemos consumi-la de maneira consciente em nossas atividades diárias. Uma torneira aberta gasta cerca de 16 litros de água por minuto. Portanto, quando a fechamos ao escovar os dentes ou ao lavar a louça, por exemplo, estamos reduzindo o consumo de água e evitando seu desperdício.

a) Sabendo que uma torneira gotejando pode desperdiçar 46 L de água por dia, quantos litros de água podem ser desperdiçados em uma semana? 322 L

b) De acordo com as informações apresentadas, escreva um problema e dê para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente. Resposta pessoal.

c) Realize uma pesquisa e escreva uma lista de atitudes que contribuem para o consumo consciente de água. Resposta pessoal.

4. A gasolina comum comercializada no Brasil é composta de uma mistura de gasolina pura e etanol anidro combustível (EAC). Nesse caso, em 1 000 L de gasolina comum, 270 L são etanol e 730 L são gasolina pura. O etanol, entre outros fatores, ajuda a reduzir a emissão de monóxido de carbono no meio ambiente.

a) Qual deve ser a razão entre a quantidade de etanol e a quantidade de gasolina pura na gasolina comum comercializada? $\frac{27}{73}$ ou 27 : 73

b) Quantos litros de etanol há em 7 500 L de gasolina comum? 2 025 L

- Na atividade **1**, incentive os alunos a representarem a razão das frases das duas maneiras apresentadas na teoria.

BNCC em foco

- Aproveite o assunto da atividade **2** e ressalte a importância de poupar dinheiro, estabelecendo uma relação com o tema contemporâneo **Educação financeira e fiscal**. Pergunte se eles costumam guardar parte do que ganham e diga que este é um hábito financeiro importante, tanto para a aquisição de algo desejado quanto, e principalmente, para ter tranquilidade e segurança em caso de imprevistos e emergências.
- A atividade **3** cita algumas atitudes fundamentais para evitar o desperdício de água e solicita que os alunos acrescentem outras. Faça uma relação com o tema contemporâneo **Educação ambiental** e auxilie-os na pesquisa, perguntando, inicialmente, se eles empregam estas atitudes no cotidiano. Ressalte que são ações simples, mas com um valor imenso ao meio ambiente. Se achar conveniente, produzam, em conjunto, alguns cartazes com informações relacionadas à economia de água e coloquem próximo a pontos estratégicos da escola, como bebedouros, pias e torneiras.

- No item **b** da atividade **3**, incentive a troca dos problemas elaborados pelos alunos, de modo a proporcionar a interação entre eles. Veja uma possível questão elaborada pelos alunos:
  - Considere que uma torneira gaste 16 litros de água por minuto e que uma pessoa costuma deixá-la aberta por 4 minutos ao escovar os dentes. Quanto essa pessoa poderá economizar, em litros, se ela reduzir o tempo de escovação para 1 minuto?

    R 4 litros

No item **c**, verifique a possibilidade de levar os alunos ao laboratório de informática ou à biblioteca para que possam pesquisar atitudes que contribuem para o consumo de água consciente. Peça que pesquisem dados referentes ao desperdício de água no Brasil e no mundo.

- No trabalho com proporcionalidade de grandezas, é importante os alunos compreenderem que há grandezas que, apesar de estarem associadas, não são proporcionais. Explique a eles que, ao estudarmos para uma prova, por exemplo, a quantidade de horas de estudos e a nota obtida, de maneira geral, estariam relacionados, ou seja, quanto mais horas de estudo, maior provavelmente seria a nota. Contudo, um estudo de 2 horas não garante que a nota obtida seja o dobro da obtida com 1 hora de estudo. Peça aos alunos que citem outras situações parecidas com essa.

BNCC em foco

- As atividades propostas a partir desse tópico objetivam levar os alunos a resolver e elaborar problemas que envolvam a proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas, utilizando expressões algébricas para expressar a relação entre elas. Dessa forma, a habilidade **EF07MA17** é contemplada.

Grandezas proporcionais

Em algumas situações, duas ou mais grandezas podem estar relacionadas, e essa relação pode ser de proporcionalidade direta ou de proporcionalidade inversa.

Neste tópico, vamos estudar, por meio de alguns exemplos, o que são grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

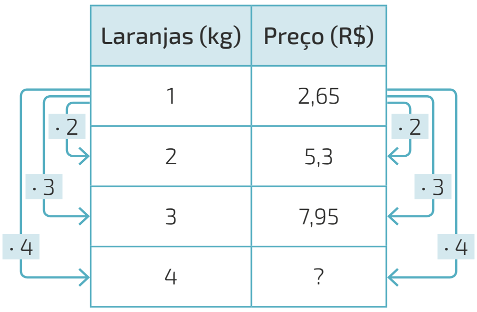
Grandezas diretamente proporcionais

Observe o preço da laranja em certa quitanda.

Rafael L. Gaion

- Quanto uma pessoa terá de pagar por 4 kg dessas laranjas?

Para responder a essa questão, observe o seguinte esquema.



Laranjas (kg)	Preço (R$)
1	2,65
2	5,3
3	7,95
4	?

Podemos notar que, de 1 kg para 4 kg, a medida da massa das laranjas foi multiplicada por 4. Como o preço a ser pago pelas laranjas está diretamente relacionado à sua medida de massa, temos que o preço a ser pago também será multiplicado por 4.

$$2,65 \cdot 4 = 10,6$$

Assim, uma pessoa vai pagar R$ 10,60 por 4 kg de laranja.

Nesse caso, o valor a ser pago depende da medida da massa das laranjas. Se essa medida aumentar 2 vezes, o preço a ser pago também aumentará 2 vezes. Se essa medida diminuir pela metade, o preço a ser pago também diminuirá pela metade, e assim por diante.

Dessa maneira, dizemos que a medida da massa das laranjas e o preço a ser pago são **grandezas diretamente proporcionais**.

Veja, em cada linha do esquema, que se dividirmos o preço pela medida da massa das laranjas, obteremos como resultado uma **constante**, no caso, 2,65.

$$\frac{2,65}{1} = 2,65 \qquad \frac{5,3}{2} = 2,65 \qquad \frac{7,95}{3} = 2,65 \qquad \frac{10,60}{4} = 2,65$$

Quando duas grandezas **x** e **y** são diretamente proporcionais, concluímos que $\frac{x}{y}$ é igual a uma constante de proporcionalidade, com $y \neq 0$.

Sendo assim, de acordo com a situação apresentada e com base na constante de proporcionalidade obtida, podemos escrever uma fórmula para calcular o total a ser pago em relação à quantidade de laranjas.

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{total a ser} \\ \text{pago em reais}}}{P} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{constante de} \\ \text{proporcionalidade}}}{2{,}65} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{quantidade de laranja} \\ \text{em quilogramas}}}{q}$$

A fórmula ao lado relaciona as grandezas massa das laranjas e preço.

Utilizando essa fórmula, calcule quanto uma pessoa terá de pagar por 10 kg dessas laranjas. R$ 26,50

Veja outros exemplos de grandezas diretamente proporcionais.

1º

	Preço (R$)	Quantidade de gasolina (L)	
	4,89	1	
· 15	73,35	15	· 15

O preço é diretamente proporcional à quantidade de gasolina.

2º

	Quantidade de farinha (kg)	Quantidade de receitas	
	5	15	
· 4	20	60	· 4

A quantidade de farinha utilizada é diretamente proporcional à quantidade de receitas preparadas.

Obtenha a constante de proporcionalidade no 2º exemplo apresentado. Depois, escreva uma fórmula por meio da qual seja possível calcular a quantidade R de receitas de acordo com a quantidade q de farinha. 3; $R = 3 \cdot q$

Nem sempre duas grandezas são proporcionais. Em uma partida de futebol, por exemplo, a quantidade de gols não é proporcional à duração da partida. Se durante os 20 min iniciais de jogo forem feitos 2 gols, isso não significa que durante os próximos 20 min serão feitos mais 2 gols.

Grandezas inversamente proporcionais

Para colher o milho que plantou, Francisco utilizará duas colheitadeiras que, juntas, vão colher toda a plantação em 6 dias. Se Francisco decidir utilizar 6 colheitadeiras, em quantos dias, mantendo o ritmo de trabalho, será feita toda a colheita?

Para responder a essa questão, observe o seguinte esquema.

		Quantidade de colheitadeiras	Medida do tempo (em dias)		
		2	6		
	· 2	4	3	: 2	
· 3		6	?		: 3

Dirceu Portugal/Fotoarena

Colheita de milho em Campo Mourão, no Paraná, em 2018.

- Destaque aos alunos que, no exemplo apresentado no tópico **Grandezas inversamente proporcionais**, considera-se que todas as colheitadeiras mantêm o mesmo ritmo de trabalho.

BNCC em foco

- O tópico **Grandezas inversamente proporcionais** levará os alunos a observarem um aspecto quantitativo que pode estar presente nas práticas agrícolas, possibilitando que organizem, investiguem, representem e comuniquem informações referentes a essa prática social e cultural. Com isso, contempla-se a **Competência específica de Matemática 4**.

- Ao responderem à última questão proposta nessa página, verifique se os alunos compreendem que para obter a constante de proporcionalidade deve-se multiplicar a quantidade de operários pela quantidade de dias que estes levam para realizar tal tarefa. Assim, $42 \cdot 18 = 6 \cdot 126 = 756$.

Material digital

- Para complementar o estudo relacionado às grandezas proporcionais, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 10**, elaborada com objetivo de desenvolver as habilidades **EF07MA09** e **EF07MA17**. As atividades dessa sequência possibilitam compreender o conceito de proporcionalidade, assim como reconhecer as situações que envolvem proporcionalidade em diferentes contextos, identificando a ideia de grandezas direta e inversamente proporcionais.

Observando o esquema, podemos notar que, de duas para seis, a quantidade de colheitadeiras foi multiplicada por 3. Nesse caso, como as colheitadeiras vão manter o ritmo de trabalho, a medida do tempo gasto para fazer a colheita será reduzida à terça parte, ou seja, será dividida por 3.

$$6 : 3 = 2$$

Assim, se Francisco utilizar 6 colheitadeiras, a colheita será realizada em dois dias.

Nesse caso, a medida do tempo de colheita depende da quantidade de colheitadeiras. Se a quantidade de colheitadeiras dobrar, a medida do tempo de colheita será diminuída pela metade. Se a quantidade de colheitadeiras diminuir pela metade, a medida do tempo de colheita será o dobro, e assim por diante. Logo, se Francisco utilizar apenas uma colheitadeira, a colheita será feita em 12 dias.

Dessa maneira, dizemos que a quantidade de colheitadeiras e a medida do tempo da colheita são **grandezas inversamente proporcionais**.

Veja, em cada linha do esquema, que, se multiplicarmos a quantidade de colheitadeiras pela medida do tempo de colheita, obteremos 12 como resultado.

$2 \cdot 6 = 12$ $4 \cdot 3 = 12$ $6 \cdot 2 = 12$

> Quando duas grandezas **x** e **y** são inversamente proporcionais, concluímos que $x \cdot y$ é igual a uma constante de proporcionalidade.

De acordo com essa situação, e sabendo em quantos dias a colheita será realizada se apenas uma colheitadeira for utilizada, podemos escrever uma fórmula para calcular a medida de tempo de colheita em relação à quantidade de colheitadeiras.

$$\text{medida do tempo em dias} \rightarrow T = \dfrac{12 \leftarrow \text{constante de proporcionalidade}}{\underset{\uparrow\ \text{quantidade de colheitadeiras}}{c}}$$

Nessa fórmula, o total de dias está relacionado à quantidade de colheitadeiras.

Usando essa fórmula, calcule em quantos dias a colheita será feita se forem utilizadas 8 colheitadeiras. 1,5 dia

Veja outros exemplos de grandezas inversamente proporcionais.

1º

Quantidade de operários	Medida do tempo (em dias)
42	18
6	126

: 7 · 7

A quantidade de operários é inversamente proporcional à quantidade de dias de trabalho para executar certa tarefa.

2º

Velocidade média (km/h)	Medida do tempo (em horas)
15	18
45	6

· 3 : 3

A velocidade média de um veículo é inversamente proporcional à medida do tempo de viagem.

Obtenha a constante de proporcionalidade no 1º exemplo apresentado. Depois, escreva uma fórmula por meio da qual seja possível calcular a medida de tempo T para executar certa tarefa de acordo com a quantidade q de operários.

$T = \dfrac{756}{q}$

Atividades

Anote no caderno

5. Verifique em cada item se as grandezas são proporcionais.

a) A medida da altura de Aline aos 13 anos de idade era 1,55 m e aos 26 anos, 1,76 m. Nesse caso, as grandezas “idade” e “altura” são proporcionais? não

b) Em certa fábrica, uma máquina produz 188 peças em 4 h e 94 peças em 2 h de funcionamento. Nesse caso, as grandezas “quantidade de peças produzidas” e a “medida do tempo de funcionamento” são proporcionais? sim

c) Em um supermercado, o preço do pacote de arroz de 1 kg de certa marca custa R$ 3,70 e o de 5 kg, R$ 17,20. Nesse caso, as grandezas “massa” e “preço” são proporcionais? não

6. Marcos, Bete e Raul fizeram juntos um investimento de R$ 3 000,00. Marcos aplicou R$ 500,00, Bete, R$ 1 000,00 e Raul, R$ 1 500,00. Após certo período, esse investimento rendeu R$ 600,00, que eles dividiram em partes diretamente proporcionais às quantias aplicadas.

Para calcular quantos reais Raul recebeu de rendimento, podemos construir o seguinte esquema:

		Quantidade aplicada (R$)	Rendimento (R$)	
: 2	**Total**	3 000	600	: 2
	Raul	1 500	?	

Assim, segue que:

$$600 : 2 = 300$$

Portanto, Raul recebeu R$ 300,00 do rendimento.

Agora, determine quantos reais do rendimento recebeu cada um dos outros investidores. Marcos: R$ 100,00; Bete: R$ 200,00

7. Uma das maneiras de economizar energia elétrica em residências é utilizar lâmpadas de LED. Ao lado, é apresentado o consumo de energia elétrica de duas lâmpadas, uma LED e outra fluorescente, que têm medidas de intensidade luminosa equivalentes.

Tipo de lâmpada	Consumo de energia elétrica por hora em watts (W)
LED	7 W
Fluorescente	15 W

a) Caso permaneça ligada em média 5 h por dia, em 30 dias no mês, qual será o consumo de energia elétrica mensal, em watts-hora (Wh), da lâmpada:

- de LED? 1 050 Wh
- fluorescente? 2 250 Wh

b) Se em um dia uma lâmpada fluorescente consome 360 Wh, qual será o consumo de uma lâmpada de LED nesse mesmo período? 168 Wh

c) Quantas lâmpadas são utilizadas em sua residência? Resposta pessoal.

- Complemente a atividade **5** pedindo que os alunos escrevam, no item **b**, a constante de proporcionalidade entre as grandezas.
  Ⓡ 47

- Na questão **6**, peça que construam uma tabela, parecida com a apresentada, para determinar quanto Marcos e Bete receberam de rendimento.
- Para complementar a atividade **7**, sugira aos alunos as questões a seguir.
  - Qual é a diferença de consumo, em watts-hora (Wh) entre as lâmpadas apresentadas, se ficarem ligadas durante 5 horas por dia em um período de 30 dias?
    Ⓡ 1 200 Wh
  - Nesse período, em relação a uma lâmpada fluorescente, cerca de quantos reais são economizados utilizando-se uma lâmpada de LED, sabendo que certa companhia de energia elétrica cobra R$ 0,67992 por quilowatt-hora consumido (1 000 W = 1 kW) ?
    Ⓡ R$ 0,82

BNCC em foco

- A atividade **7**, por informar aos alunos alguns princípios de economia doméstica, contempla habilidades referidas na **Competência geral 10**, pois fornece referências para que os alunos pratiquem ações com autonomia e responsabilidade, provenientes de decisões baseadas em proposições éticas e sustentáveis. Da mesma maneira, é contemplado o tema contemporâneo **Educação para o consumo**, tendo em vista que estimula o consumo ético e responsável mostrando que as lâmpadas de LED são mais vantajosas economicamente.

- Na atividade **10**, item **c**, observe se os alunos compreendem a estrutura de um problema e se percebem o que é essencial em sua formulação. Veja uma possível pergunta elaborada por eles:
  - Se uma pessoa gastou R$ 74,50 na compra de certa metragem desse tecido, quantos metros ela comprou?

    R 5 metros
- Na atividade **12**, peça aos alunos que calculem, a partir da fórmula, quanto Andressa poupou por mês durante os 10 meses, e quanto deve poupar para juntar a mesma quantia em 8 meses. Veja um possível problema formulado pelos alunos na atividade **12**, item **c**:
  - Andressa decidiu aumentar sua meta e deseja guardar R$ 840,00. Determine uma fórmula para calcular o valor que Andressa terá que poupar em cada mês.

    R $\frac{840}{p} = q$, em que **p** é a quantidade de meses e **q** é a quantia poupada a cada mês.

8. c) 3; $P = 3 \cdot m$, em que **m** é a medida do comprimento do lado e **P** é a medida do perímetro.

8. A seguir estão apresentadas as medidas do comprimento dos lados e dos perímetros de alguns triângulos equiláteros.

Medida do comprimento do lado (cm)	2	4	5	7	8
Medida do perímetro (cm)	6	12	15	21	24

a) As grandezas "medida do comprimento do lado" e "medida do perímetro" são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? diretamente proporcionais

b) Qual é a medida do comprimento do lado de um triângulo equilátero que tem 57 cm de medida de perímetro? 19 cm

c) Calcule a constante de proporcionalidade e escreva uma fórmula para calcular a medida do perímetro do triângulo equilátero.

9. Em uma escola estão matriculados 973 alunos. Para cada 5 alunos do Ensino Fundamental, outros 2 alunos estudam no Ensino Médio. Quantos alunos dessa escola estudam no Ensino Fundamental? E quantos estudam no Ensino Médio? 695 alunos; 278 alunos

10. Na loja de Paulo, certo tecido é vendido por R$ 14,90 o metro. Podemos calcular o preço **P** a pagar por uma quantidade **q** desse tecido, em metros, pela fórmula $P = 14,90 \cdot q$.

a) As grandezas "quantidade de tecido" e "preço a pagar" são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? E qual é a constante de proporcionalidade? diretamente proporcionais; 14,9

b) Quanto uma pessoa pagará na compra de 8 metros desse tecido? R$ 119,20

c) De acordo com o enunciado dessa atividade, elabore uma pergunta e dê para um colega responder. Depois, verifique se ele respondeu corretamente. Resposta pessoal.

11. Marina pretende comprar um computador em uma loja na internet. Essa loja oferece, como forma de pagamento, o preço à vista em até 12 parcelas iguais, sem acréscimos. A seguir são apresentadas algumas possibilidades de pagamento.

Quantidade de parcelas	1	2	3	4	5
Valor de cada parcela (R$)	1200	600	400	300	240

a) As grandezas "quantidade de parcelas" e "valor de cada parcela" são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? Qual é a constante de proporcionalidade? inversamente proporcionais; 1200

b) Qual será o valor de cada parcela se Marina comprar o computador em:

- 6 vezes? R$ 200,00
- 8 vezes? R$ 150,00
- 12 vezes? R$ 100,00

12. Leia o problema abaixo.

> "Durante 10 meses Andressa poupou a mesma quantia por mês e obteve, ao final, um total de R$ 420,00. Agora, utilizando a mesma estratégia, ela quer juntar esse mesmo valor em 8 meses.

Podemos calcular o valor que Andressa terá de poupar em cada mês utilizando a fórmula: $\frac{420}{p} = q$, em que **p** é a quantidade de meses e **q** é a quantia poupada a cada mês.

a) As grandezas "quantidade de meses" e "quantia poupada a cada mês" são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? inversamente proporcionais

b) Quantos reais Andressa terá de poupar por mês se quiser juntar a mesma quantia em 6 meses? R$ 70,00

c) Elabore um problema parecido com o proposto e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se ele resolveu corretamente. Resposta pessoal.

13. Em cada item, verifique se as grandezas apresentadas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Depois, elabore um problema para cada um deles e dê para um colega resolver. Ao final, verifique se as respostas estão corretas.

a) A medida da vazão de uma torneira e a medida do tempo gasto para encher um recipiente. inversamente proporcionais; Resposta pessoal.

b) A quantidade de carne, em quilogramas, e o preço a pagar. diretamente proporcionais; Resposta pessoal.

14. Em um edifício, as vidraças são limpas uma vez por semana por uma equipe de 14 funcionários em 6 h de trabalho.

Funcionários de uma empresa limpando as janelas de um edifício.

Orest Iyzhechka/Shutterstock.com/ID/BR

Considerando que o ritmo de trabalho se mantenha, responda às questões.

a) Se aumentar a quantidade de funcionários, a medida do tempo para limpar as vidraças vai aumentar ou diminuir? diminuir

b) Nesse caso, as grandezas "quantidade de funcionários" e a "medida do tempo de trabalho" são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? Justifique. inversamente proporcionais; Espera-se que os alunos digam que, se a quantidade de funcionários dobrar, a medida do tempo necessária para limpar os vidros será diminuída pela metade; se a quantidade de funcionários diminuir pela metade, a medida do tempo necessária para limpar os vidros será o dobro, e assim por diante.

c) Quantas horas seriam necessárias para limpar as vidraças se trabalhassem na equipe 12 funcionários? E 16 funcionários? 7 h; 5,25 h ou 5 h 15 min

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo? razões, grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

2. Qual é a diferença entre grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais? Quando duas grandezas **x** e **y** são diretamente proporcionais, temos que $\frac{x}{y}$ é igual a uma constante de proporcionalidade, com $y \neq 0$. Já quando duas grandezas **x** e **y** são inversamente proporcionais, temos que $x \cdot y$ é igual a uma constante de proporcionalidade.

3. Observe.

© 2018 King Features Syndicate/Ipress

BROWNE, Chris. **Hagar, o horrível**. Disponível em: <www.hagardunor.net/comicsByDate.php?date=20030812>. Acesso em: 21 ago. 2018.

a) Por que um dos personagens pediu contas separadas?

b) Supondo que o preço de cada prato seja diretamente proporcional à quantidade de alimento nele contida, sugira preços para o menor e para o maior prato. Resposta pessoal.

3. a) Possível resposta: o personagem que pediu contas separadas recebeu um jantar bem menor do que o outro personagem e, por isso, também pretende pagar uma quantia menor ao restaurante.

- Na atividade **13**, veja alguns exemplos de problemas elaborados pelos alunos:
  - Uma torneira enche um balde em 2 minutos. Quantos minutos são necessários para 2 torneiras, com a mesma medida da vazão, encherem o mesmo balde?

    R 1 minuto
  - Um açougue vende certo corte de carne a R$ 18,90 o quilograma. Quanto pagará uma pessoa que comprar 5 quilogramas desse corte de carne?

    R R$ 94,50

Avaliação

- A seção **Explorando o que estudei** pode ser trabalhada como um instrumento de avaliação. Para isso, observe e anote como os alunos compreenderam os conceitos de inversamente e diretamente proporcional e, principalmente, se essas relações são incorporadas em contextos cotidianos. Verifique a possibilidade de retomar alguns conceitos presentes no capítulo com a intenção de contribuir com aqueles que apresentam alguma dificuldade e, conforme suas observações, trace novos caminhos para conduzir os conteúdos dos capítulos seguintes.

- Na questão **3**, é importante que os alunos interpretem a tirinha. O item **a** objetiva fazer o aluno perceber que, ao pedir contas separadas, o personagem pretende pagar apenas seu consumo, que foi bem menor que o do outro personagem. Para resolver o item **b**, o aluno deve estimar as quantidades de alimento nos pratos e compará-las.

BNCC em foco

- A seção apresentada nessas páginas objetiva desenvolver a **Competência geral 10**, pois o assunto trabalhado está relacionado com as vantagens e as desvantagens dos tipos de combustíveis mais comuns utilizados no Brasil, estimulando a escolha baseada em princípios éticos e sustentáveis.
- Junto aos alunos, realize uma leitura das cenas e questione se eles já repararam nos tipos de combustíveis disponíveis nos postos de abastecimento. Diga que, embora seja importante verificar os preços e optar pelo que oferece mais economia, também é fundamental pautar as escolhas com consciência, pensando, por exemplo, nos reflexos que ela terá no meio ambiente. Dessa forma, as práticas sociais e de consumo passam a estar diretamente ligadas à preservação da natureza, como orienta o tema contemporâneo **Educação ambiental**.

- Leia o texto coletivamente e instigue os alunos a expressarem suas opiniões, sempre tomando cuidado para que haja respeito mútuo. Informe que fontes renováveis de energia são aquelas naturalmente reabastecidas e que podem ser aproveitadas sem possibilidade de esgotamento, como o sol, o vento, a chuva, as marés e os recursos de origem vegetal, que podem ser replantados e gerar novamente matéria-prima.

Cidadania: explore essa ideia

Biocombustíveis

Atualmente existem diferentes opções de combustíveis que podem ser utilizados em carros, motocicletas, ônibus, caminhões etc. Há vantagens e desvantagens em relação ao uso de cada tipo.

Os combustíveis provenientes do petróleo, como a gasolina, são altamente poluentes, além de serem uma fonte não renovável, isto é, um dia poderá chegar ao fim. Já os combustíveis de origem vegetal, como o etanol, além de serem produzidos a partir de fontes renováveis, reduzem a emissão de gases que intensificam o efeito estufa. No Brasil, o biocombustível mais utilizado é o etanol, que pode ser obtido da cana-de-açúcar.

Apesar das desvantagens de sua utilização, os combustíveis de fontes não renováveis ainda fornecem a maior parte de todo o combustível utilizado no mundo, o que reforça ainda mais a necessidade de pesquisas envolvendo combustíveis alternativos, além da conscientização da população sobre a redução do consumo e a opção por fontes renováveis.

Analisando com cidadania

Anote no caderno Respostas nas orientações ao professor.

1. Se você fosse o motorista, qual combustível escolheria? Por quê?
2. Por que o biocombustível é considerado uma fonte de energia renovável e menos poluente em relação à emissão de gases na atmosfera?
3. Qual meio de transporte você utiliza para chegar à escola? Converse com seus colegas e, juntos, analisem quais opções poluem menos ou não poluem o meio ambiente.

Analisando com a Matemática

Anote no caderno

4. Quanto custa abastecer 40 L de etanol no posto da cena?
5. Sabendo que um carro consome cerca de 1 L de etanol para percorrer 9 km, quantos quilômetros, aproximadamente, é possível percorrer com 40 L desse biocombustível?
6. De acordo com o preço apresentado na cena e a estimativa de consumo da questão anterior, quantos reais serão gastos com etanol para uma viagem cuja medida da distância é 315 km?

Relacionando saberes

- Aproveite para fazer uma relação com o componente curricular **Ciências** e promova uma conversa para os alunos entenderem mais detalhadamente o ciclo dos biocombustíveis. Veja as etapas elencadas abaixo:
  - As plantas que servem de matéria-prima dos biocombustíveis são colhidas e processadas.
  - Os produtos processados são convertidos em biocombustíveis para abastecer os veículos ou compor a mistura em combustíveis fósseis.
  - Ao utilizar os biocombustíveis, o CO_2 (gás carbônico) é liberado na atmosfera.
  - O CO_2 é absorvido pelas plantas durante a fotossíntese. Assim, os biocombustíveis criam um ciclo sustentável, diferentemente dos combustíveis fósseis.

Respostas

1. Resposta pessoal.
2. Porque a matéria-prima para o biocombustível são as plantas, que são fontes renováveis. O gás emitido pelo biocombustível, no caso CO_2, é absorvido pelas plantas durante a fotossíntese, poluindo menos o meio ambiente.
3. Resposta pessoal.
4. R$ 115,60
5. aproximadamente 360 quilômetros
6. R$ 101,15

- Na atividade **3**, ressalte a valorização da bicicleta como meio de transporte, dizendo que o “combustível” usado nesse caso é a energia do indivíduo, ou seja, além de não causar impacto ambiental, ainda promove o bem-estar físico e mental. Na impossibilidade de usar a bicicleta, há ainda a prática das caronas, em que um grupo de pessoas se reúne, diminuindo a quantidade de veículos em circulação, e economizando recursos financeiros.

Nesse capítulo, os alunos serão estimulados a reconhecer e a compreender simetrias em diferentes contextos, como as de reflexão e seus eixos, as de rotação e os ângulos envolvidos e as de translação, medindo a distância e verificando o sentido e a direção das translações.

Também serão levados a construir figuras simétricas utilizando esses conceitos e a reconhecer o plano cartesiano e os elementos que o compõem, podendo, desse modo, avançar para o estudo do último tópico do capítulo, de transformação de polígonos no plano cartesiano.

- A contextualização apresentada na abertura desse capítulo trata da tendência artística hiper-realista e permite observar a grande perfeição na reprodução de uma imagem real. Pergunte aos alunos se, à primeira vista, imaginaram que o casal de idosos fosse real. Com a leitura e a discussão do tema, é possível introduzir o conceito de ampliação de figuras de maneira mais significativa, verificando o conhecimento prévio dos alunos. Uma sugestão de condução do trabalho com a abertura do capítulo é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas nessa abertura de capítulo podem ser respondidas individualmente ou em grupos de dois ou três integrantes. Ao final, é importante que as respostas sejam discutidas pela turma.

Capítulo 11

Simetria e transformação de figuras

O escultor australiano Ron Mueck, nascido em 1958, radicado em Londres, inova em materiais e técnicas ao construir obras de arte hiper-realistas. Inicialmente ele as esculpe à mão em argila e depois, utilizando materiais como silicone, fibra de vidro, resina acrílica, poliéster e pelos naturais e artificiais, colados fio a fio, Ron molda e funde as peças com perfeição, conseguindo imprimir fortes expressões nos personagens. Veja, por exemplo, a obra **Casal sob um guarda-chuva** (**Couple Under an Umbrella**), de 2013, apresentada na fotografia, que retrata um casal embaixo de um guarda-sol, com quase 3 m de altura.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A Quais características da escultura mais lhe chamaram a atenção?

B A escultura **Casal sob um guarda-chuva**, do artista Ron Mueck, é uma ampliação ou uma redução de um modelo real?

C Você conhece ou já viu na região em que mora alguma escultura hiper-realista? Em caso afirmativo, comente sobre essa obra de arte.

Para complementar o trabalho com as páginas, proponha aos alunos que pesquisem outras obras do artista Ron Mueck, pedindo que verificaquem se cada obra representa uma ampliação, uma reprodução ou uma redução em relação às dimensões reais.

© Ron Mueck and Anthony d'Offay, London/ Bertrand Rindoff Petroff/Getty Images

Casal sob um guarda-chuva, escultura do artista Ron Mueck.

Pensando nisso...

- Ⓐ Resposta pessoal.
- Ⓑ ampliação
- Ⓒ Resposta pessoal.

- Na questão **C**, se for o caso, estimule os alunos a comentarem se a obra que eles conhecem é uma ampliação, redução ou apenas reprodução do original. Caso não saibam informar sobre esculturas desse tipo, questione se já viram qualquer tipo de escultura e quais as características dela, como a medida da altura aproximada, o material utilizado, se é realista ou não, entre outras. Avalie a possibilidade de antecipar uma pesquisa e apresente-lhes algumas imagens de obras de arte hiper-realistas para que comentem sobre elas.
- O estudo de simetria tem como objetivo auxiliar em conceituações de semelhança e congruência, de maneira que os alunos desenvolvam a capacidade de perceber se duas figuras possuem ou não a mesma forma e o mesmo tamanho, independentemente da posição que elas ocupam no plano.

BNCC em foco

- As páginas de abertura propiciam o trabalho com a **Competência geral 3**, pois estimulam o desenvolvimento e o apuramento do senso estético ao apresentarem a obra de Ron Mueck. Introduzir esses conhecimentos artísticos junto dos estudos matemáticos é uma maneira de contribuir para a formação dos alunos e auxiliá-los na formulação de suas interpretações das obras, além de possibilitar o contato com as artes plásticas e valorizar sua produção.

Objetivos do capítulo

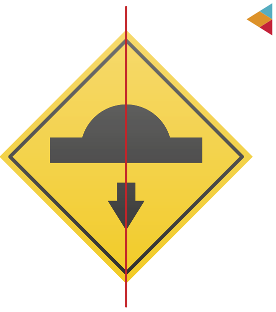
- Compreender o conceito de simetria de reflexão.
- Identificar se uma figura plana possui um ou mais eixos de simetria.
- Reconhecer e construir figuras simetricas por reflexão.
- Compreender o conceito de transformação por rotação.
- Reconhecer e construir figuras simétricas por rotação.
- Determinar o ângulo de rotação de figuras simétricas por rotação.
- Compreender o conceito de transformação por translação.
- Reconhecer e construir figuras simétricas por translação.
- Reconhecer os elementos de um plano cartesiano.
- Realizar transformações de polígonos no plano cartesiano.

Simetria de reflexão

A reta divide a figura ao lado em duas partes.

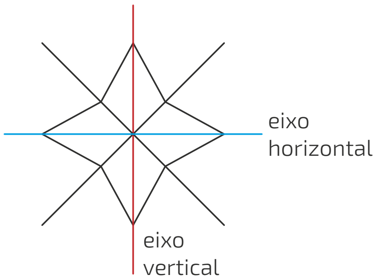
Ao dobrarmos a figura ao longo dessa reta, as duas partes vão se sobrepor. Nesse caso, dizemos que essa figura possui **simetria de reflexão**, e a reta é o **eixo de simetria**.

Existem figuras que apresentam mais de um eixo de simetria. A figura abaixo, por exemplo, tem quatro eixos de simetria. O eixo de simetria horizontal está indicado em azul e o vertical, em vermelho.



Rafael L. Gaion

Placa de trânsito.

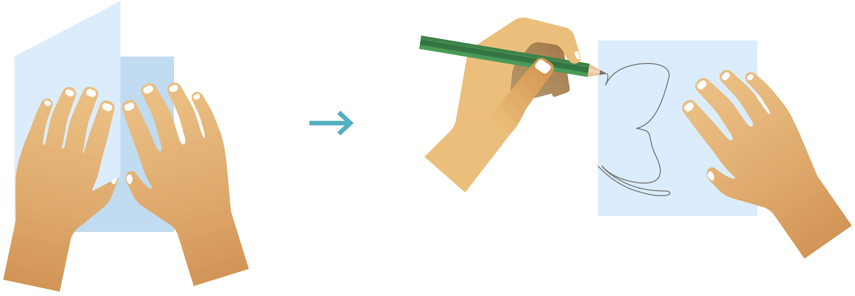


Ronaldo Lucena

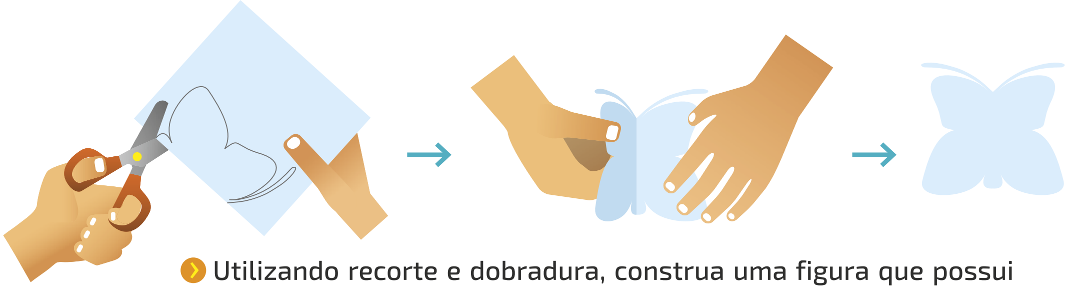
- O eixo de simetria divide a figura em duas partes, de maneira que, se dobrarmos essa figura ao longo desse eixo, as duas partes vão se sobrepor, isto é, uma ficará exatamente sobre a outra.
- Quando uma figura não apresenta eixo de simetria, dizemos que ela não possui simetria de reflexão.

Veja como podemos obter uma figura que possui simetria de reflexão com recorte e dobradura.

- Dobramos uma folha de papel ao meio e marcamos bem o vinco, que representará o eixo de simetria. Depois, desenhamos uma figura qualquer, como mostra a imagem.



- Recortamos a figura desenhada com uma tesoura e depois a desdobramos, obtendo uma figura que possui simetria de reflexão.



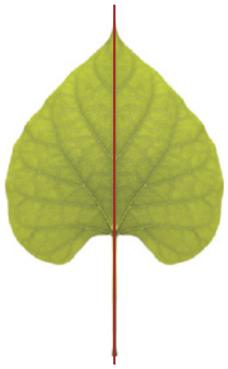
Ilustrações: Bárbara Sarzi/ Ronaldo Lucena

Utilizando recorte e dobradura, construa uma figura que possui simetria de reflexão. Resposta pessoal.

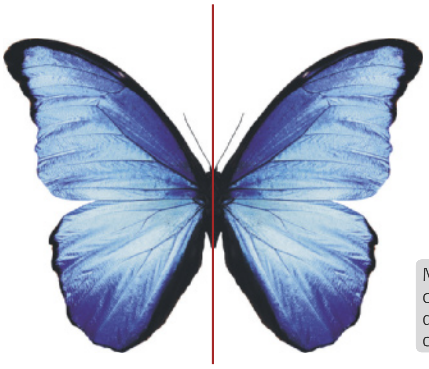
BNCC em foco

- Os tópicos abordados nas páginas **226** a **235** procuram desenvolver nos alunos a habilidade de reconhecer e construir figuras simétricas por reflexão, rotação e translação usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, atrelando esse estudo a representações planas em diversas manifestações artísticas e culturais. Desse modo, contempla-se a habilidade **EF07MA21**.
- Algumas atividades propostas nessas páginas são possíveis de serem resolvidas utilizando um *software* de geometria dinâmica, conforme indicamos em determinados momentos nessas orientações. De acordo com isso, verifique a possibilidade de levar os alunos para o laboratório de informática com a intenção de proporcionar a eles mais experiências envolvendo a matemática e a tecnologia. A partir dessa ação, é possível desenvolver nos alunos a habilidade de utilizar processos e ferramentas matemáticas e tecnologias digitais para modelar e resolver problemas validando estratégias e resultados, contemplando, assim, a **Competência específica de Matemática 5**.

A ideia de simetria de reflexão está presente em vários elementos da natureza. Nas fotografias, a reta em vermelho é o eixo de simetria.


songglod/Shutterstock.com

Folha.


Vladimirkarp/ Shutterstock.com

Medida do comprimento da envergadura: cerca de 15 cm.

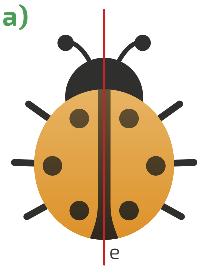
Borboleta-azul.

Atividades

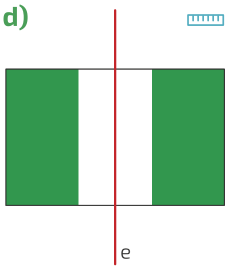
Anote no caderno

1. Em quais das figuras o eixo **e** é eixo de simetria? a; c; d; f

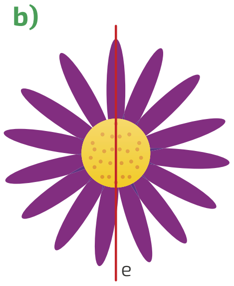
a)



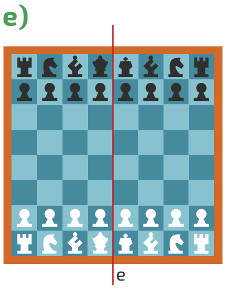
d)



b)

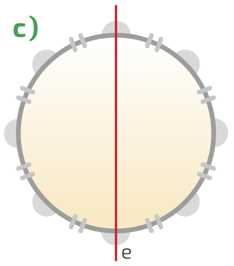


e)

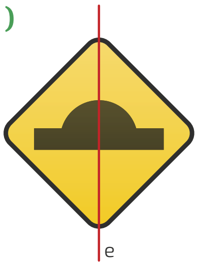


Bárbara Sarzi

c)



f)

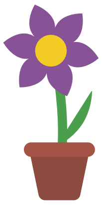


Ilustrações: Rafael L. Gaion

2. Observe as figuras.

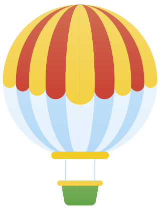
I)

IV)

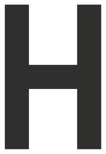


II)

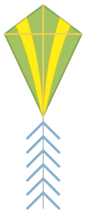
V)



III)



VI)



Ilustrações: Rafael L. Gaion

Quais das figuras:

a) não têm eixo de simetria? II e IV

b) têm apenas um eixo de simetria? V e VI

c) têm mais de um eixo de simetria? Quantos eixos de simetria tem cada uma delas? I e III; I: três eixos e III: dois eixos

- Ao resolver as atividades, os alunos são levados a construir conhecimento por meio de situações que exploram a observação e a análise de figuras em vários contextos. Aproveite para explorar o conhecimento prévio dos alunos, levando-os a fazer conjecturas para a realização das atividades.

BNCC em foco

- A atividade **1** pode ser complementada reproduzindo as placas de trânsito disponíveis nas **Páginas para reprodução**. Distribua-as aos alunos e peça que anotem quais placas apresentam simetria de reflexão, a fim de traçar nelas o eixo. Aproveite essa atividade com as placas para fazer uma relação com o tema contemporâneo **Educação para o trânsito**, de modo a realizar uma discussão com a turma sobre seus significados. Complemente pedindo que eles observem o caminho de casa até a escola e verifiquem se alguma dessas placas está presente no trajeto.

- Após os alunos resolverem a atividade **2**, peça que pesquisem e recortem de jornais e revistas imagens de outros objetos que possuam eixos de simetria a fim de trazerem para a sala de aula. Em seguida, solicite que tracem o(s) eixo(s) de simetria de cada imagem.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **10**, **11** e **12** do 4º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

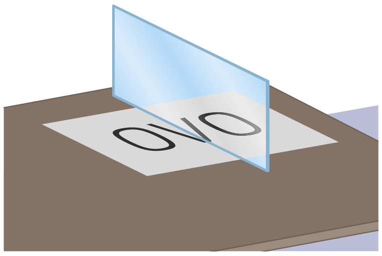
- Ao trabalhar a questão **3**, solicite que os alunos escrevam partes de algumas palavras espelhadas e mostrem a um colega para que ele as identifique.

Relacionando saberes

- A atividade **3** pode proporcionar um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Língua Portuguesa**. Peça aos alunos que escrevam outras palavras com as características de espelhamento apresentadas. Para isso, oriente-os a, inicialmente, identificar as letras que possuem eixo de simetria, tanto horizontal quanto vertical, e depois pensarem em palavras que podem ser formadas com essas letras. Se for possível, conte com o auxílio do professor responsável pelo componente sugerindo que ele comente, de modo sucinto e atrativo, algo sobre a Poesia Concreta, que explora os aspectos gráficos e visuais das palavras, mostrando a eles poemas como "Viva Vaia" (1972), Espelho (1993) e "Rever" (2003), de Augusto de Campos.

- Veja na seção **Explorando tecnologias**, na página **261**, como construir figuras simétricas por reflexão, usando um *software* de geometria dinâmica.

3. Em uma folha de papel, Carolina escreveu parte de uma palavra e traçou um eixo. Sobre esse eixo, ela posicionou um espelho e obteve a palavra OVO.



Escreva a palavra obtida em cada item ao posicionar um espelho sobre o eixo **e**.

a) UVA

b) AMA

c) VOA

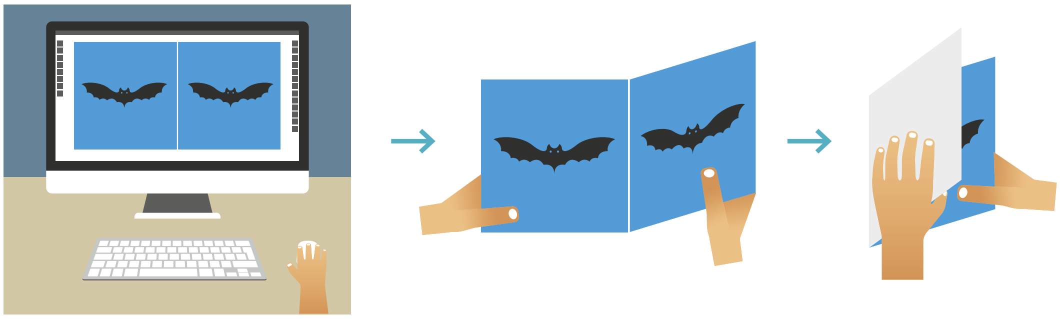
d) ATUM

e) DEDO

f) BECO

Ilustrações: Rafael L. Gaion

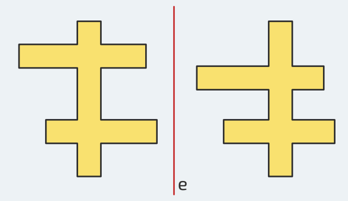
4. Após imprimir o desenho que fez no computador, Priscila percebeu que, ao dobrar a folha sobre o eixo, as figuras se sobrepuseram.



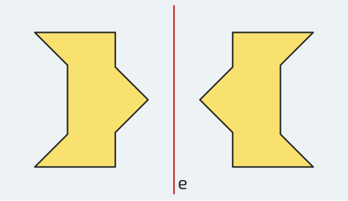
Dizemos que essas figuras são simétricas por reflexão em relação ao eixo ou que uma figura é o reflexo da outra.

Verifique quais das figuras são simétricas por reflexão em relação ao eixo **e**.
b, c, d

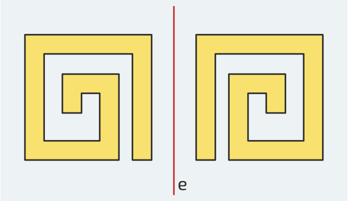
a)



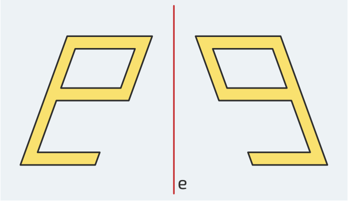
b)



c)



d)

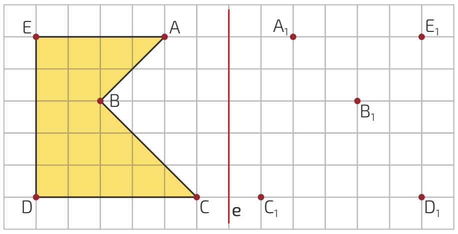


Ilustrações: Bárbara Sarzi/ Rafael L. Gaion

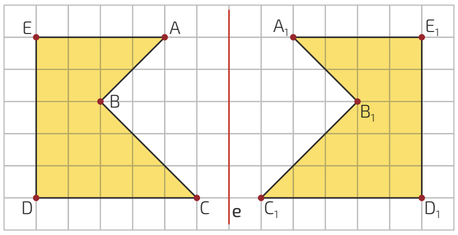
Na seção **Explorando tecnologias**, na página **261**, veja como utilizar um *software* de geometria para construir figuras simétricas por reflexão.

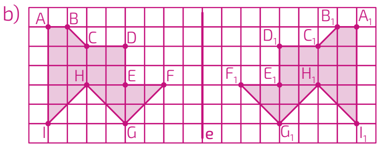
5. Observe como podemos desenhar figuras simétricas utilizando malha quadriculada.

- Inicialmente, desenhe uma figura na malha quadriculada e trace um eixo **e**. Depois, marque alguns pontos simétricos aos vértices da figura em relação ao eixo **e**.



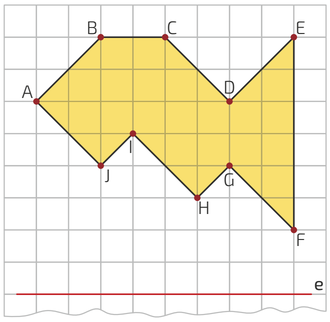
- Em seguida, trace $\overline{A_1B_1}$, $\overline{B_1C_1}$, $\overline{C_1D_1}$, $\overline{D_1E_1}$ e $\overline{A_1E_1}$, obtendo assim, a figura simétrica a ABCDE por reflexão em relação ao eixo **e**.



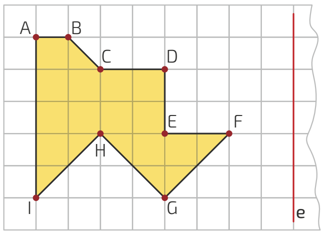


Reproduza as figuras a seguir em uma malha quadriculada e, da maneira apresentada, obtenha a figura simétrica a figura dada por reflexão em relação ao eixo **e**.

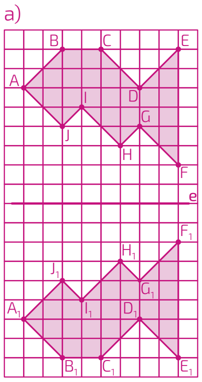
a)



b)



Ilustrações: Sergio L. Filho



6. O Taj Mahal é um dos monumentos mais famosos da Índia, construído há mais de 370 anos. Podemos observar a simetria de reflexão na vista frontal dessa construção, como mostra a imagem.

Em seu caderno, faça um desenho inspirado no Taj Mahal, de modo que seja possível identificar simetria de reflexão. Resposta pessoal.

Taj Mahal, em Agra, na Índia, em 2018.

dreamloveyou/Shutterstock.com

- Para o trabalho com a atividade **5**, reproduza a malha quadriculada disponível nas **Páginas para reprodução** e distribua aos alunos.

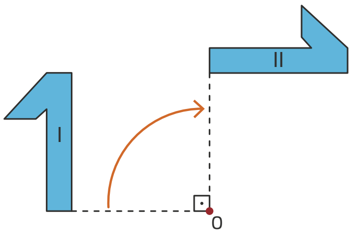
Relacionando saberes

- O Taj Mahal é considerado um Patrimônio da Humanidade pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco).
Converse com os alunos sobre um pouco da história desse mausoléu, fazendo uma integração com o componente curricular **História**. Se necessário, conte com o auxílio do professor responsável, na intenção de dizer que a construção decorreu da história de amor entre o imperador Shah Jahan e sua esposa Mumtaz Mahal, para quem o monumento de mármore branco foi erguido, após sua morte em decorrência do 14º parto. Diga também que a construção, que contou com milhares de operários e recebeu os materiais mais nobres do mundo, está localizada em Agra, na Índia, e é uma das Novas Sete Maravilhas do Mundo. Leia mais informações sobre a história do monumento em: <https://super.abril.com.br/historia/imperador-construiu-o-taj-mahal-para-a-amada>. Acesso em: 2 out. 2018.

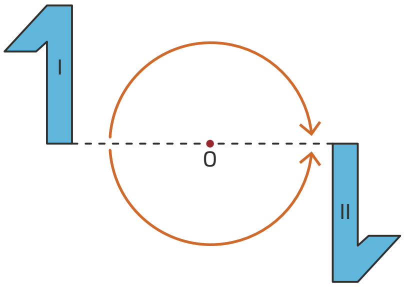
- Verifique se os alunos perceberam que, no primeiro caso, girar a figura 90° no sentido horário é o mesmo que girá-la 270° no sentido anti-horário, que no caso do giro de 180°, o sentido poderá ser tanto horário quanto anti-horário e, no último caso, ao girar a figura 150° em torno do ponto **O** no sentido anti-horário, obtém-se a mesma transformação da figura apresentada em relação ao giro de 210° no sentido horário. Esses questionamentos têm o objetivo de levar os alunos a perceber que, ao obter a transformação por rotação de determinada figura, para obter a mesma transformação girando em torno do mesmo ponto no sentido contrário, basta subtrair a medida do ângulo de 360°.

Rotação de uma figura e simetria de rotação

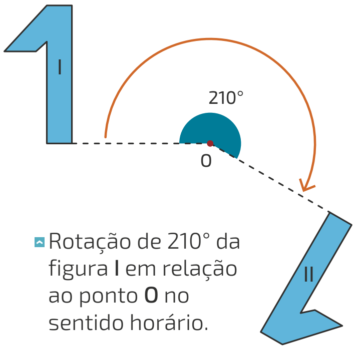
Em cada item, a figura **II** foi obtida por uma rotação da figura **I** em relação ao ponto **O**, com diferentes ângulos e sentidos.



Rotação de 90° da figura **I** em relação ao ponto **O** no sentido horário.



Rotação de 180° da figura **I** em relação ao ponto **O** no sentido horário ou no anti-horário.

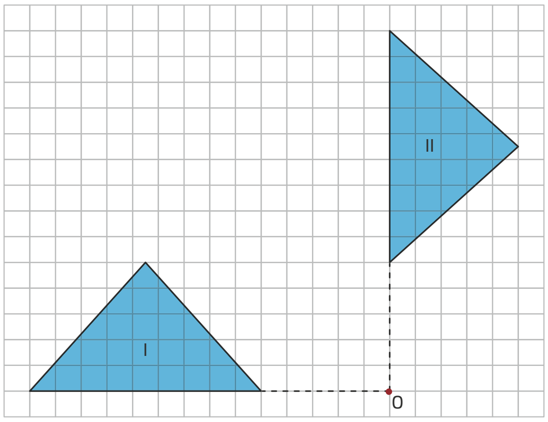


Rotação de 210° da figura **I** em relação ao ponto **O** no sentido horário.

Ilustrações: Ronaldo Lucena

A transformação que gira cada um dos pontos de uma figura em determinado ângulo em relação a um ponto **O**, no sentido horário ou anti-horário, é chamada **rotação**.

Na imagem abaixo, a figura **II** foi obtida por rotação da figura **I** em determinado ângulo em relação ao ponto **O**.

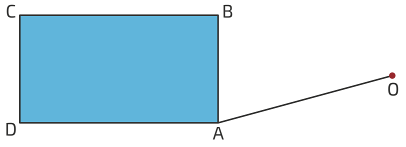


Sergio L. Filho

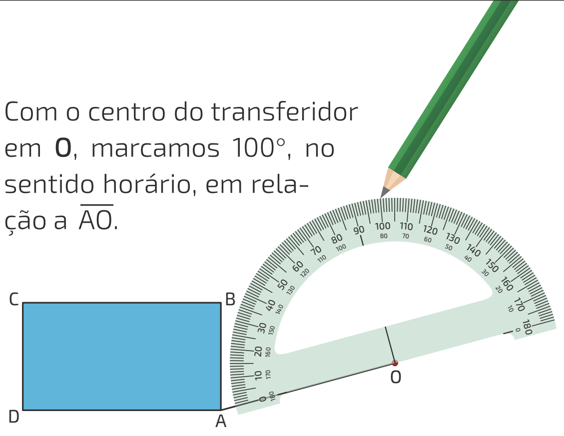
As figuras **I** e **II** são **simétricas por rotação** em relação ao ponto **O**.

A seguir, construiremos uma figura simétrica ao retângulo ABCD, por rotação de 100°, em relação ao ponto **O**, no sentido horário, utilizando régua, compasso e transferidor.

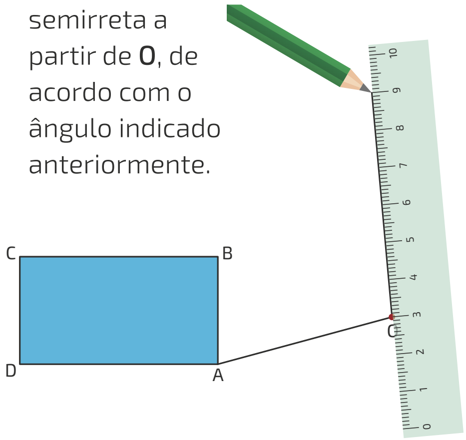
1º Traçamos um segmento de reta ligando o vértice **A** do retângulo ao ponto **O**.



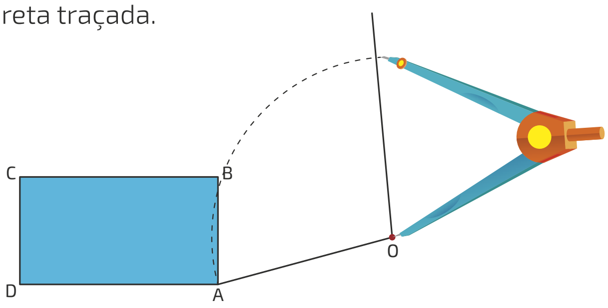
2º Com o centro do transferidor em **O**, marcamos 100°, no sentido horário, em relação a $\overline{AO}$.



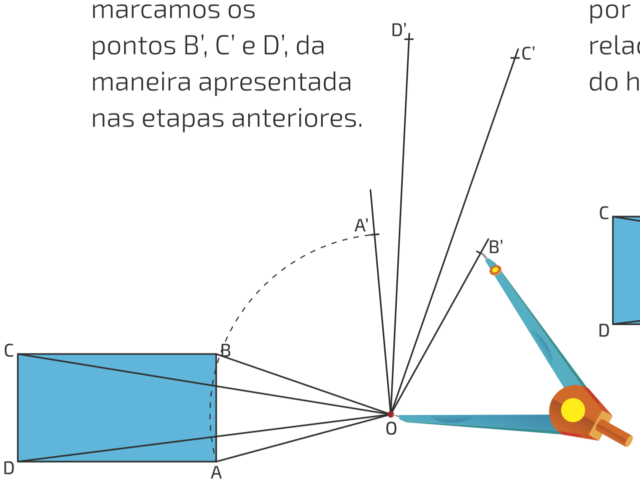
3º Traçamos uma semirreta a partir de **O**, de acordo com o ângulo indicado anteriormente.



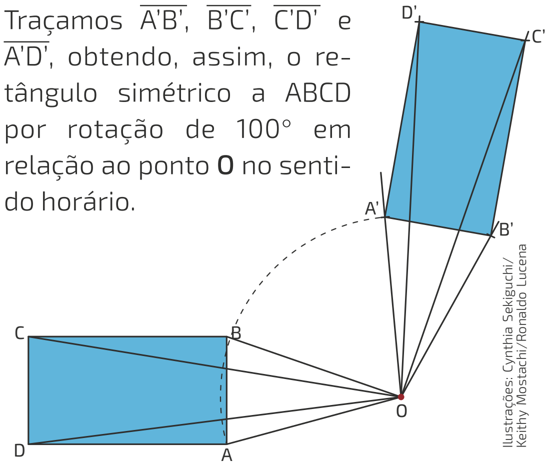
4º Com a ponta-seca do compasso em **O** e abertura igual a $\overline{AO}$, marcamos o ponto A' sobre a semirreta traçada.



5º Traçamos as semirretas OB, OC e OD e, em seguida, marcamos os pontos B', C' e D', da maneira apresentada nas etapas anteriores.



6º Traçamos $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$ e $\overline{A'D'}$, obtendo, assim, o retângulo simétrico a ABCD por rotação de 100° em relação ao ponto **O** no sentido horário.



Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/Keithy Mostachi/Ronaldo Lucena

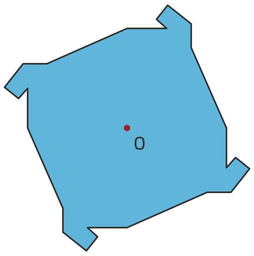
Na seção **Explorando tecnologias**, na página **261**, veja como utilizar um *software* de geometria para construir figuras simétricas por rotação.

- Em algumas atividades desse capítulo, será necessária a utilização de malha quadriculada. Providencie malhas quadriculadas e entregue-as aos alunos ou, então, reproduza a disponível nas **Páginas para reprodução**.
- Na página **261**, na seção **Explorando tecnologias**, veja como construir figuras simétricas por rotação, usando um *software* de geometria dinâmica.

- Para o trabalho com a atividade **10**, leve para a sala de aula réguas, compassos e transferidores. Caso não haja instrumentos suficientes para todos os alunos, verifique a possibilidade de reuni-los em grupos para realizarem a atividade. Acompanhe de perto a construção dos alunos, a fim de avaliar se estão utilizando corretamente os instrumentos, como o transferidor, para a marcação do ângulo, e o compasso, para a marcação dos arcos.

Ao rotacionar uma figura em determinado ângulo em relação a um ponto e ela permanecer a mesma, dizemos que essa figura possui **simetria de rotação**.

A figura ao lado, por exemplo, quando rotacionada 90° em relação ao ponto **O**, permanece a mesma. Dizemos, então, que essa figura possui simetria de rotação.

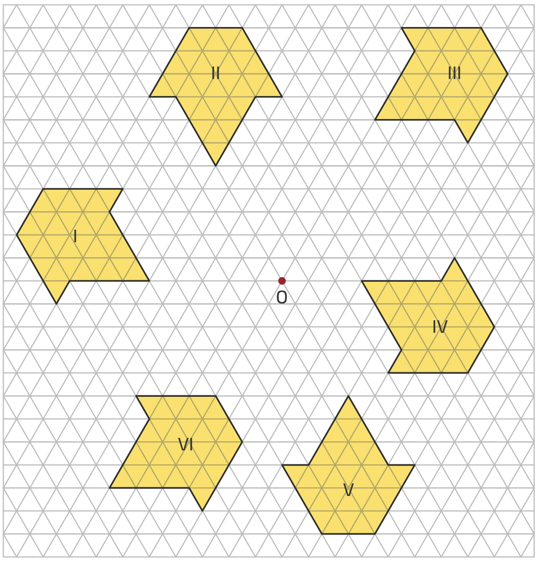


Sergio L. Filho

Atividades

Anote no caderno

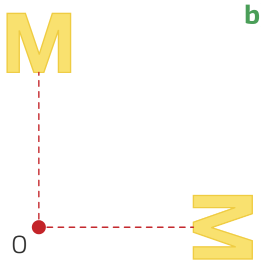
7. Quais das figuras são simétricas à figura **I** por rotação em relação ao ponto **O**? II, V



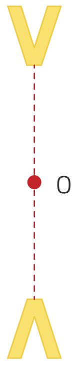
Sergio L. Filho

8. Em quais dos itens a letra sofreu uma rotação em torno do ponto **O**? a, b

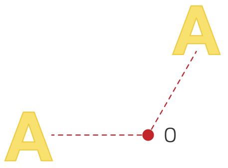
a)



b)

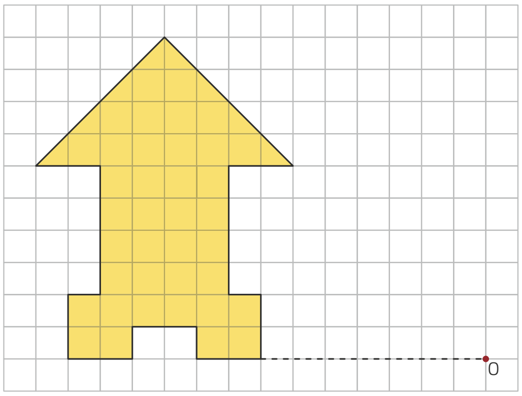


c)



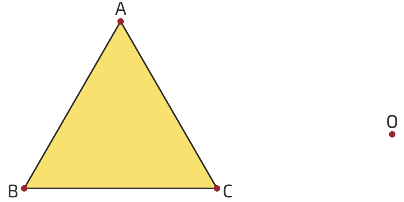
Ilustrações: Rafael L. Gaion

9. Reproduza a figura a seguir em uma malha quadriculada. Depois, obtenha uma figura simétrica a ela, por rotação de 270° no sentido anti-horário em relação ao ponto **O**. Resposta nas orientações ao professor.



Sergio L. Filho

10. Reproduza em seu caderno o triângulo ABC e o ponto **O**. Em seguida, construa uma figura simétrica ao triângulo ABC em relação ao ponto **O**, com um ângulo de 75°, utilizando régua, compasso e transferidor. Resposta nas orientações ao professor.



Ronaldo Lucena

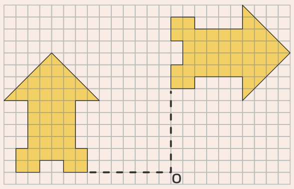
a) O que mudaria se o ângulo fosse de 30°? A posição da figura.

b) Em qual sentido você realizou a construção? Resposta pessoal.

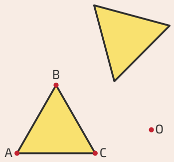
c) O triângulo que você construiu possui as mesmas medidas do triângulo ABC? sim

Respostas

9.



10. Possível resposta:



Ilustrações: Sergio L. Filho

Matemática em destaque

11. O holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972) foi um notável artista de sua época. Curiosamente, mesmo não se considerando um matemático e afirmando não ter grande aptidão para lidar com números e conceitos algébricos ou geométricos, deixou um importante legado em obras que retratam, por exemplo, a simetria e a transformação de figuras. Observe uma das obras de Escher.

Limite circular III. 1959. Maurits Cornelis Escher. Xilogravura.

Claudia Souza

a) Que tipo de simetria é possível identificar nessa obra? simetria de rotação

b) Em quantos graus, no mínimo, em torno do centro, essa obra pode ser rotacionada de modo que ela permaneça a mesma? 180°

c) Em seu caderno, inspire-se na obra apresentada e desenhe uma composição que possua simetria de rotação. Resposta pessoal.

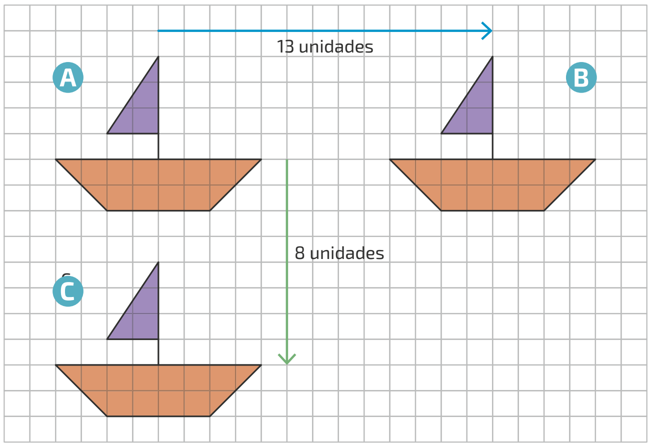
- Ao trabalhar essa atividade, explique aos alunos que uma das inspirações de Escher ao utilizar elementos matemáticos em suas obras foi o palácio de Alhambra, em Granada, na Espanha. Esse palácio foi construído pelos árabes no século XIII durante a invasão da Espanha e apresenta ornamentos decorativos nas paredes, onde é possível observar mosaicos construídos com polígonos regulares. Na resolução do item **b**, verifique se os alunos perceberam que na obra **Limite circular III**, apresentada na página, as cores que a compõem devem ser consideradas na obtenção do ângulo de rotação. Caso seja necessário, sugira que utilizem o transferidor na resolução desse item.

BNCC em foco

- A atividade dessa página colabora com o desenvolvimento das habilidades previstas na **Competência geral 3**, uma vez que apresenta uma nova referência artística, auxiliando os alunos na formulação de interpretações e na compreensão da obra, valorizando, desse modo, diferentes manifestações artísticas.

Translação de uma figura e simétrica de uma figura por translação

Observe, na malha quadriculada, três figuras com a mesma forma e tamanho.



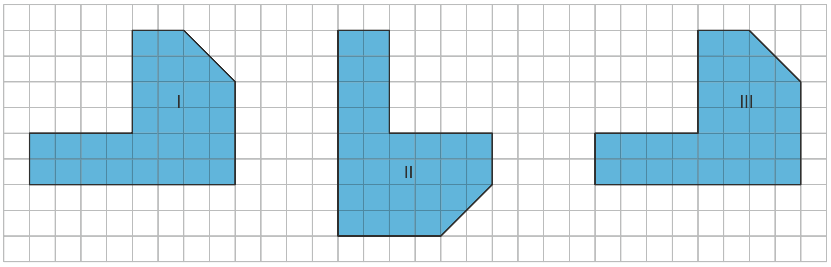
A figura **B** foi obtida deslocando cada um dos pontos da figura **A**, na direção horizontal, 13 unidades à direita, conforme indica a seta azul.

Já a figura **C** foi obtida deslocando cada um dos pontos da figura **A**, na direção vertical, 8 unidades para baixo, conforme indica a seta verde.

Nesse caso, dizemos que as figuras **B** e **C** foram obtidas por meio da translação da figura **A**.

> A transformação que desloca cada um dos pontos de uma figura de acordo com uma medida de distância, uma direção e um sentido, mantendo seu tamanho e sua forma, é chamada **translação**.

Observe as imagens a seguir.



Ilustrações: Sergio L. Filho

Veja que a figura **I**, quando deslocada a certa medida de distância, direção e sentido, mantendo seu tamanho e sua forma, não coincidirá com a figura **II**. Já quando a figura **I** for deslocada na direção horizontal 22 unidades à direita, mantendo seu tamanho e sua forma, coincidirá com a figura **III**. Dizemos, portanto, que as figuras **I** e **III** são **simétricas por translação**.

Na seção **Explorando tecnologias**, nas páginas **262** e **263**, veja como utilizar um *software* de geometria para construir figuras simétricas por translação.

- Complemente o conteúdo trabalhado nessa página, entregando aos alunos a malha quadriculada disponível nas **Páginas para reprodução** e pedindo para que desenhem uma figura e depois obtenham outra figura por translação, indicando uma direção, um sentido e uma medida de distância.
- Nas páginas **262** e **263**, na seção **Explorando tecnologias**, apresentamos uma possibilidade de construção de figuras simétricas por translação, usando um *software* de geometria dinâmica.

Material digital

- Para complementar o trabalho com os tópicos abordados nas páginas **226** a **235**, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 11**, elaborada com objetivo de desenvolver a habilidade **EF07MA21**. As atividades dessa sequência possibilitam reconhecer figuras simétricas por reflexão, bem como identificar eixo(s) de simetria, e verificar transformações por reflexão, translação e rotação, além de observar a simetria em figuras presentes na natureza e em objetos construídos pelo homem.

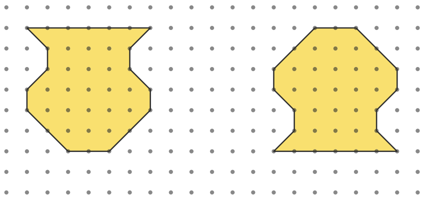
No material digital audiovisual dessa coleção disponibilizamos um vídeo que permite a visualização de situações e experiências da realidade, abordando relações entre a arte e a matemática, no que diz respeito aos conceitos de simetria e de transformações de figuras.

Atividades

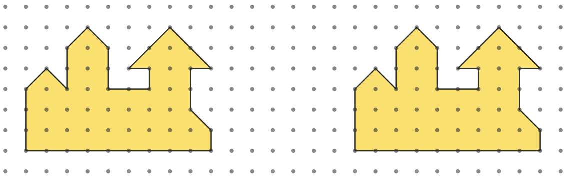
Anote no caderno

12. Em qual item são apresentadas figuras simétricas por translação? b

a)



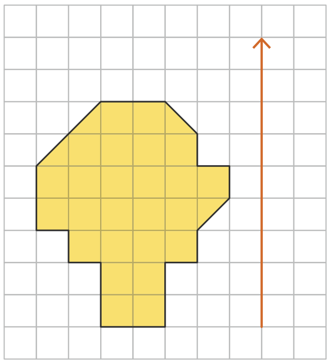
b)



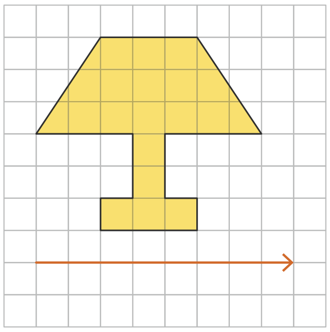
Ilustrações: Sergio L. Filho

13. Reproduza em uma malha quadriculada cada figura a seguir e, de acordo com a seta, obtenha uma figura simétrica por translação. Respostas nas orientações ao professor.

a)



b)



Ilustrações: Sergio L. Filho

A seta indica a medida da distância, a direção e o sentido da translação.

14. Junte-se a um colega para construir uma figura em uma malha quadriculada. Indiquem uma direção, uma medida de distância e um sentido por meio de uma seta e peçam a outra dupla que obtenha uma figura simétrica a essa por translação, de acordo com a seta. Resposta pessoal.

15. Os azulejos portugueses são famosos por apresentarem temas variados em suas superfícies, como relatos de episódios históricos, cenas mitológicas e elementos geométricos. Observe a imagem abaixo, obtida pela translação da parte destacada. Desenhe, em seu caderno, um mosaico com essas mesmas características. Resposta pessoal.

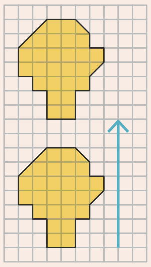
Francesco Scatena/Shutterstock.com

Azulejo português.

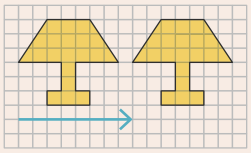
- Na atividade **13**, oriente os alunos em relação à posição em que será construída a figura, pois, dependendo dessa posição, não será possível traçar na malha a figura simétrica de acordo com a direção, a medida da distância e o sentido estabelecidos.

Respostas

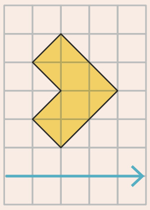
13. a)



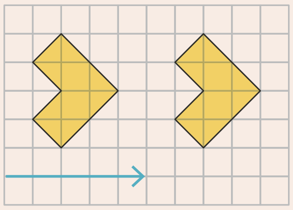
b)



- Na atividade **14**, incentive o trabalho em duplas, o que contribui para a troca de experiências e a interação entre os alunos. Veja uma possível figura que pode ser construída por eles:



R



Ilustrações: Sergio L. Filho

Estudando o plano cartesiano


Georgios Kollidas/Shutterstock.com

René Descartes (1596-1650).

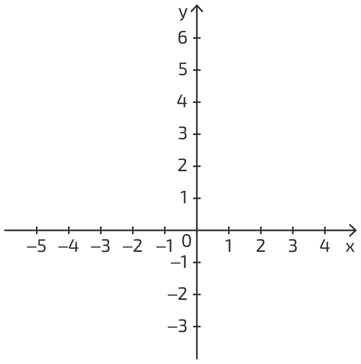
Em diversas situações utilizamos códigos para facilitar a localização de algo. Algumas dessas situações são simples, como a localização de uma poltrona em um cinema ou em um ônibus. Já outras são complexas, como aquelas que utilizam sistemas de localização por satélites para determinar um ponto específico em qualquer lugar do planeta.

Esses sistemas de localização se desenvolveram com base nas ideias do filósofo francês René Descartes (1596-1650). Em 1637 ele publicou o tratado **Discurso sobre o método**, em que apresentava uma maneira de localizar pontos e figuras em um sistema baseado em dois eixos que se cruzam em um único ponto.

Esse sistema, que introduzia a noção de **coordenadas**, foi aperfeiçoado no decorrer do tempo e, anos mais tarde, em homenagem a Descartes, ficou conhecido como **plano cartesiano**.

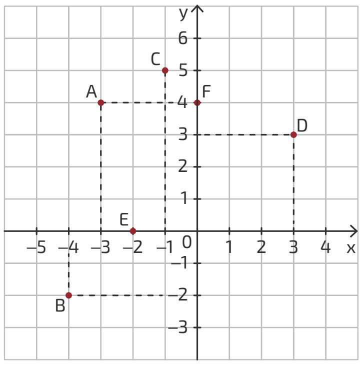
O plano cartesiano é composto de duas retas numeradas, uma horizontal e outra vertical, que se cruzam perpendicularmente em um ponto chamado **origem**. A reta horizontal é chamada **eixo das abscissas** (**eixo x**) e a reta vertical, **eixo das ordenadas** (**eixo y**).

Plano cartesiano



A localização de um ponto no plano cartesiano é indicada por meio de **coordenadas cartesianas**, que são representadas por um **par ordenado** na forma (x, y).

No plano cartesiano ao lado, as coordenadas cartesianas do ponto **A** são (–3, 4), em que –3 indica a posição de **A** em relação ao eixo das abscissas e 4 indica a posição de **A** em relação ao eixo das ordenadas. O número –3 é a abscissa do ponto **A** e o 4, a ordenada de **A**. A localização do ponto **A** pode ser indicada por A(–3, 4).



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Nesse mesmo plano cartesiano, as coordenadas dos outros pontos são B(–4, –2), C(–1, 5), D(3, 3), E(–2, 0), F(0, 4).

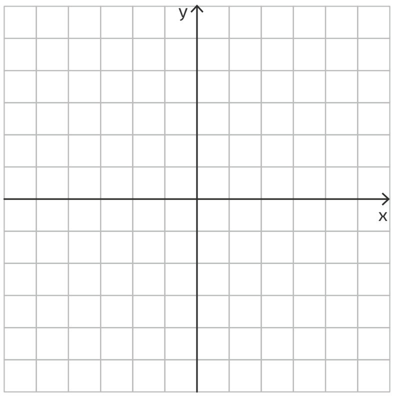
- Ao final do trabalho com a página **236**, sugira aos alunos o texto a seguir, que apresenta parte de uma das lendas sobre a ideia inicial de Descartes para a criação do sistema cartesiano.

> [...] Outra lenda, parecida com a história da queda da maçã de Isaac Newton, dá conta de que o estalo inicial da geometria analítica teria ocorrido a Descartes ao observar uma mosca que caminhava pelo forro de seu quarto, junto a um dos cantos. Teria chamado a sua atenção que o caminho da mosca sobre o forro poderia ser descrito se, e somente se, a relação ligando as distâncias dela às paredes adjacentes fosse conhecida. Embora essa história seja apócrifa, é inquestionável seu valor pedagógico.
>
> [...]

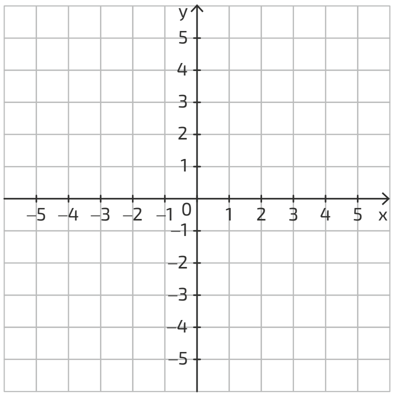
EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 389.

Observe como podemos construir um plano cartesiano em uma malha quadriculada.

1º Traçamos duas retas perpendiculares entre si, a reta horizontal **x** e a vertical **y**.



2º Tomando como unidade de medida os lados dos quadrinhos da malha, enumeramos as retas **x** e **y**.

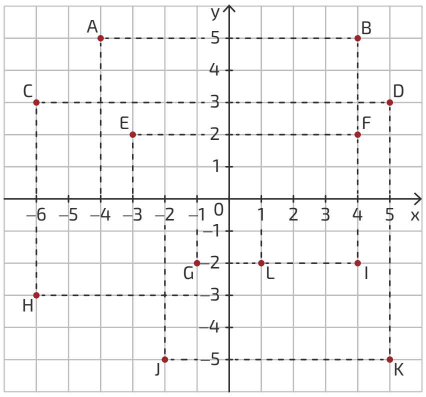


Ilustrações: Ronaldo Lucena

Atividades

Anote no caderno

16. Observe o plano cartesiano.



Ronaldo Lucena

a) Escreva as coordenadas cartesianas dos pontos indicados.

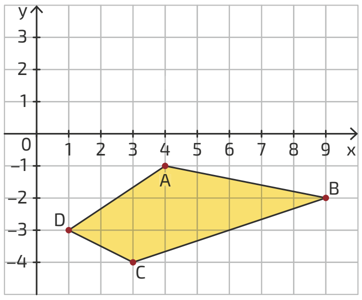
b) Escreva as coordenadas dos pares de pontos simétricos em relação ao:

- eixo **x**. F(4, 2), I(4, –2); C(–6, 3), H(–6, –3)
- eixo **y**. A(–4, 5), B(4, 5); G(–1, –2), L(1, –2)

17. Em um plano cartesiano, quais são as coordenadas de um ponto simétrico ao de coordenadas (–4, 6) em relação ao eixo **x**? E em relação ao eixo **y**? (–4, –6); (4, 6)

16. a) A(–4, 5); B(4, 5); C(–6, 3); D(5, 3); E(–3, 2); F(4, 2); G(–1, –2); H(–6, –3); I(4, –2); J(–2, –5); K(5, –5); L(1, –2)

18. Observe o quadrilátero ABCD representado no plano cartesiano.



Ronaldo Lucena

a) Quais são as coordenadas dos vértices desse quadrilátero? A(4, –1), B(9, –2), C(3, –4), D(1, –3)

b) Quais devem ser as coordenadas dos vértices de um quadrilátero simétrico a ABCD em relação ao eixo **y**? E em relação ao eixo **x**? (–4, –1), (–9, –2), (–3, –4), (–1, –3); (4, 1), (9, 2), (3, 4), (1, 3)

Agora, junte-se a um colega e representem em um plano cartesiano o quadrilátero ABCD e os quadriláteros simétricos a ele em relação aos eixos **x** e **y**.
Resposta nas orientações ao professor.

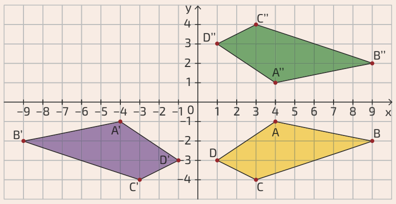
BNCC em foco

- As atividades **18** dessa página, **20**, **21** e **22** das páginas seguintes têm o objetivo de desenvolver nos alunos a habilidade de reconhecer e representar o simétrico de figuras no plano cartesiano em relação aos eixos e à origem. Dessa maneira, contempla-se a habilidade **EF07MA20**.

- Na atividade **18**, motive os alunos a trabalharem em duplas, de modo que contribuam um com o outro e tornem o trabalho mais rico com os diferentes modos de pensar.

Resposta

18.



Sergio L. Filho

- Antes do trabalho com as atividades dessa página, sugira a **Atividade complementar** proposta, que traz a ideia de plano cartesiano inserido em um jogo.

Atividade complementar

Batalha-naval

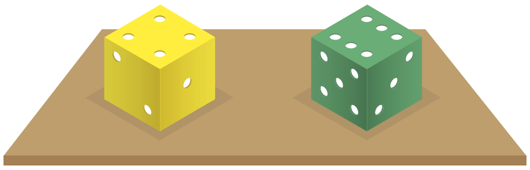
Materiais

- tabuleiro

Desenvolvimento

- Esse jogo deve ser disputado por dois participantes. Reproduza e entregue um tabuleiro disponível nas **Páginas para reprodução** para cada um deles, que deverá marcar, aleatoriamente, no seu tabuleiro, os quadradinhos que representam suas embarcações, tanto na vertical como na horizontal. Não é permitido sobrepor as embarcações, ou seja, um quadradinho não deve pertencer a mais de uma embarcação.
- Um participante não pode mostrar a localização de suas embarcações ao outro participante. O primeiro a jogar anunciará três localizações dizendo suas coordenadas, que deverão ser registradas pelo outro jogador em seu tabuleiro (com um X, por exemplo). Depois de indicadas as localizações, o outro participante avisará se a embarcação foi ou não atingida.
- Para manter o controle do jogo e não repetir localizações já anunciadas, é conveniente que o participante faça um registro das localizações que já foram atingidas no tabuleiro do outro.
- Após a marcação das três localizações, é a vez de o outro participante jogar. As embarcações são afundadas quando todas as suas partes forem atingidas. Vence o jogo o participante que afundar primeiro todas as embarcações do outro.

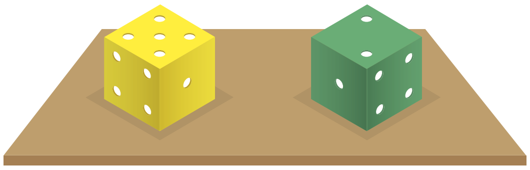
19. Observe os dados lançados por Júlio.



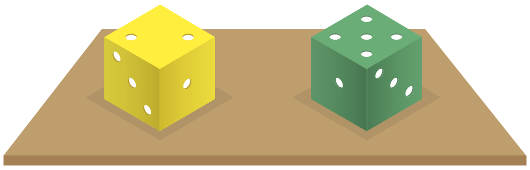
Júlio indicou os números obtidos nesses dados por meio do par ordenado (4, 6), em que o número 4 foi obtido no dado amarelo e o 6, no dado verde.

a) Escreva o par ordenado correspondente a cada lançamento a seguir.

1º lançamento (5, 2)



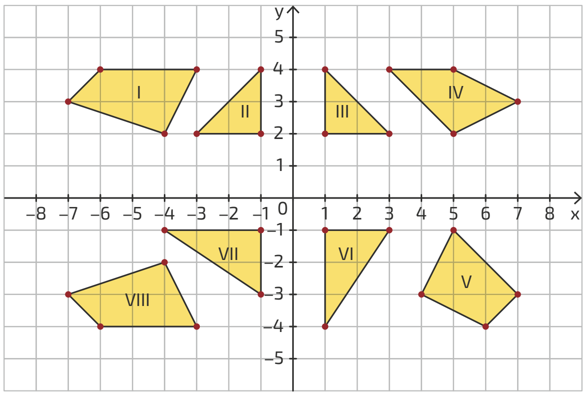
2º lançamento (2, 5)



Ilustrações: Sergio L. Filho

b) Os dois pares ordenados que você escreveu no item **a** são iguais? Justifique.
não; Espera-se que os alunos respondam que (5, 2) indica que foram obtidos 5 pontos no dado amarelo e 2 no dado verde, e (2, 5) indica que foram obtidos 2 pontos no dado amarelo e 5 no dado verde.

20. Observe os polígonos na imagem abaixo.

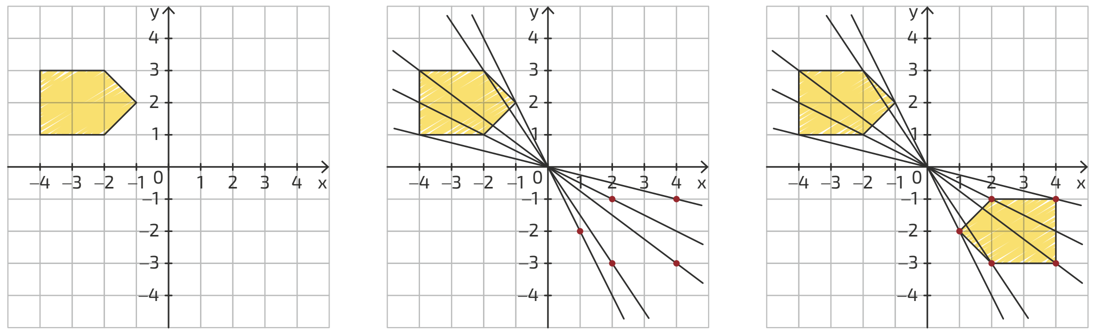


Ronaldo Lucena

Quais polígonos são simétricos em relação ao:

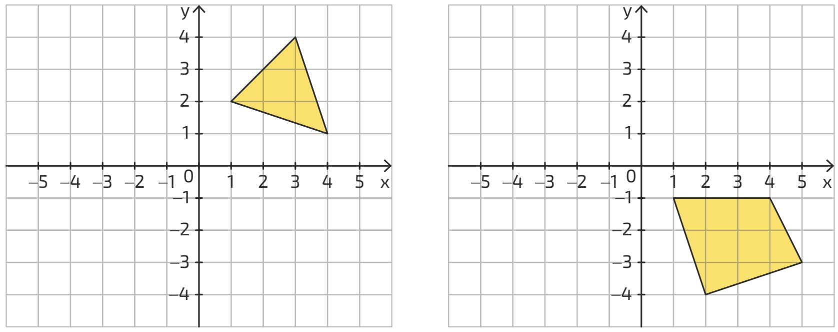
- eixo **x**? I, VIII
- eixo **y**? II, III

21. Observe como Joel construiu uma figura simétrica à figura dada por rotação de 180° no plano cartesiano.



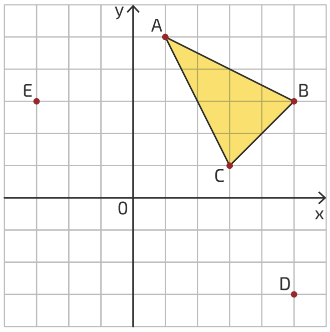
a) O polígono obtido por Joel é simétrico em relação à origem? sim

b) Em cada item, reproduza e construa em seu caderno as simétricas das figuras apresentadas por rotação de 180° em relação à origem do plano cartesiano. Resposta nas orientações ao professor.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

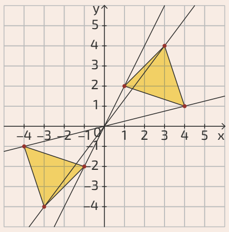
22. Escreva o enunciado de um problema que envolva o plano cartesiano abaixo e dê para um colega resolver. Em seguida, verifique se a resposta dele está correta. Resposta pessoal.

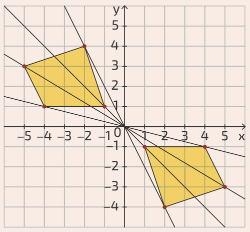


Ronaldo Lucena

Respostas

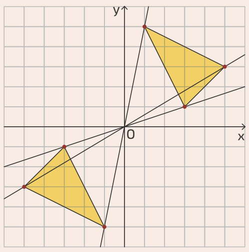
21. b)





- Veja uma possível questão formulada pelos alunos na atividade **22**:
  - Eduardo quer mover um quadro triangular da parede de seu quarto de maneira simétrica. Para guiá-lo nessa tarefa, ele construiu um esquema do plano cartesiano em seu caderno. Sabendo que Eduardo realizou um giro de 180° em relação à origem do plano, em qual posição o quadro ficou? Represente no plano cartesiano o esquema feito por Eduardo e a nova posição do quadro.

R



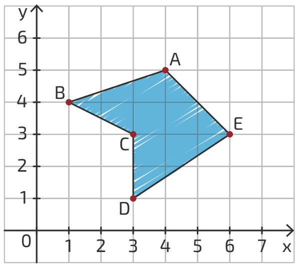
Ilustrações: Sergio L. Filho

BNCC em foco

- O tópico e as atividades apresentados nessa página estimulam os alunos a reconhecer e realizar transformações de polígonos no plano cartesiano, a partir da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro, contemplando a habilidade **EF07MA19**.

Transformação de polígonos no plano cartesiano

Ricardo construiu o polígono ABCDE no plano cartesiano, cujos vértices correspondem aos pontos de coordenadas:



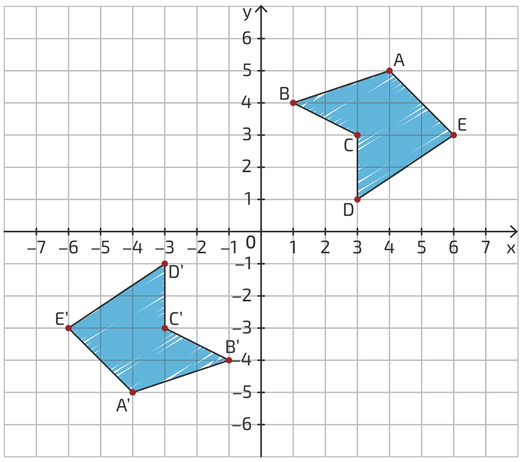
A(4, 5) D(3, 1)

C(3, 3) B(1, 4) E(6, 3)

Em seguida, ele multiplicou por –1 as coordenadas de cada um desses vértices, obtendo os pontos de coordenadas:

A'(–4, –5) B'(–1, –4) C'(–3, –3) D'(–3, –1) E'(–6, –3)

Depois, Ricardo construiu no mesmo plano cartesiano o polígono A'B'C'D'E'.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Os polígonos ABCDE e A'B'C'D'E' são simétricos em relação à origem do plano cartesiano. Nesse caso, o polígono A'B'C'D'E' foi obtido por meio da rotação de 180° do polígono ABCDE em relação à origem.

Ao multiplicar as coordenadas dos vértices de um polígono, representado no plano cartesiano, por –1, obtemos um polígono simétrico a esse polígono em relação à origem do plano.

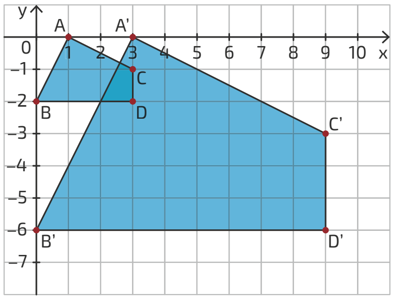
A medida da distância do ponto A até a origem é igual à medida da distância da origem ao ponto A'? O mesmo acontece com os demais pontos correspondentes desses polígonos? sim; sim

A distância entre dois pontos é o comprimento do segmento de reta que une esses pontos.

Agora, veja a construção que Paula realizou.

Débora Kamogawa

> Indiquei no plano cartesiano os pontos de coordenadas (1, 0), (0, −2), (3, −1) e (3, −2) e construí o quadrilátero ABCD. Em seguida, multipliquei por 3 as coordenadas de cada um desses pontos e obtive (3, 0), (0, −6), (9, −3) e (9, −6). Construí então o quadrilátero A'B'C'D'.



Ronaldo Lucena

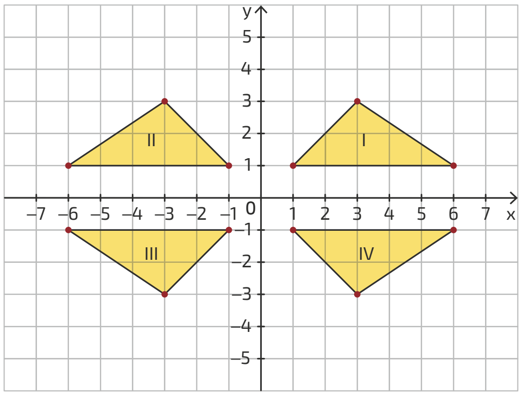
Nessa construção, Paula obteve duas figuras semelhantes, sendo o quadrilátero A'B'C'D' uma ampliação do quadrilátero ABCD.

Qual é a razão entre as medidas de comprimento de $\overline{B'D'}$ e $\overline{BD}$? $\frac{3}{1}$

Atividades

Anote no caderno

23. Observe os polígonos desenhados no plano cartesiano abaixo.

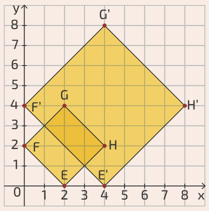


Ronaldo Lucena

Qual dos polígonos foi obtido multiplicando por −1 as coordenadas do vértice do polígono I? E qual foi obtido multiplicando por −1 as coordenadas dos vértices do polígono II? III; IV

- Complemente a teoria dessa página pedindo aos alunos que façam a ampliação de outros polígonos a partir da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. Veja mais um exemplo:
  - Inicialmente apresente o quadrado EFGH de vértices (2, 0),(0, 2), (2, 4) e (4, 2) e em seguida peça que multipliquem por 2 cada coordenada dos vértices, obtendo um novo quadrado E'F'G'H' ampliado.

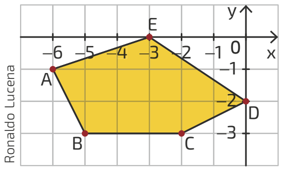
R



Sergio L. Filho

- Nas atividades **24**, **25** e **26**, providencie malha quadriculada para os alunos realizarem as construções. Caso seja necessário, reproduza a malha disponível nas **Páginas para reprodução**.

24. Reproduza o polígono ABCDE. Depois, multiplique as coordenadas que representam os vértices desse polígono por –1 e construa outro polígono com as coordenadas obtidas. Resposta nas orientações ao professor.

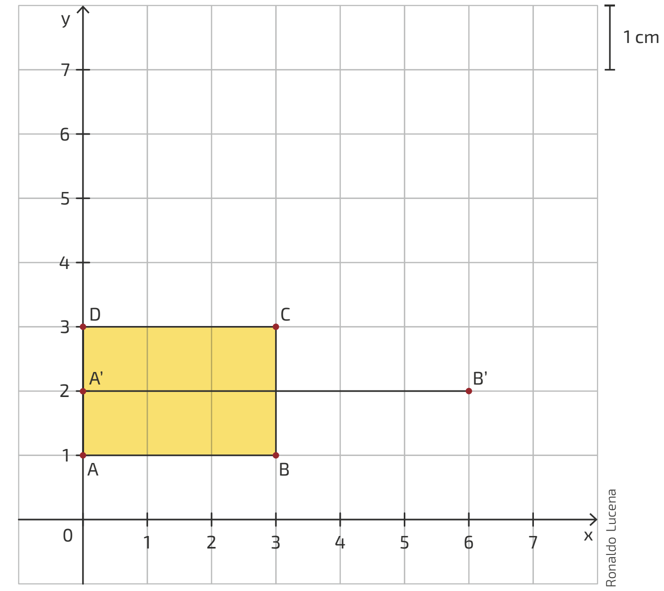


Para facilitar a construção, utilize uma malha quadriculada.

O polígono obtido é simétrico ao polígono ABCDE em relação à origem? sim

25. Construa um polígono ABCDE cujas coordenadas dos vértices são: A(–2, 1), B(–4, 0), C(–6, 1), D(–3, 5) e E(–1, 3). Em seguida, multiplique as coordenadas dos vértices por 2 e construa um novo polígono A'B'C'D'E' no mesmo plano cartesiano com as coordenadas obtidas. Resposta nas orientações ao professor.

26. Carolina construiu o polígono ABCD, conforme apresentado no plano cartesiano abaixo, e iniciou a construção do polígono A'B'C'D', como mostra a imagem.



a) Por qual número Carolina multiplicou as coordenadas dos vértices do polígono? Quais os outros vértices desse polígono? 2; C'(6, 6), D'(0, 6)

b) Copie a imagem em uma malha quadriculada e conclua a construção iniciada por Carolina. Resposta nas orientações ao professor.

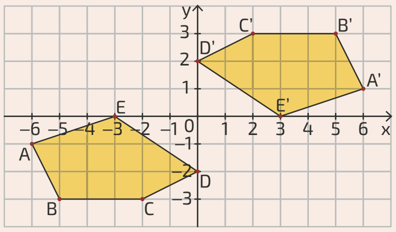
c) Qual é a medida do comprimento do lado AB do polígono ABCD? 3 cm

d) Qual é a medida do perímetro do polígono ABCD? E a do polígono A'B'C'D'? 10 cm; 20 cm

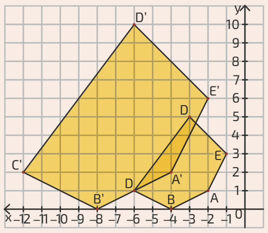
e) Determine a razão entre a medida do perímetro dos polígonos A'B'C'D' e ABCD. $\frac{2}{1}$

Respostas

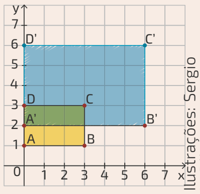
24.



25.

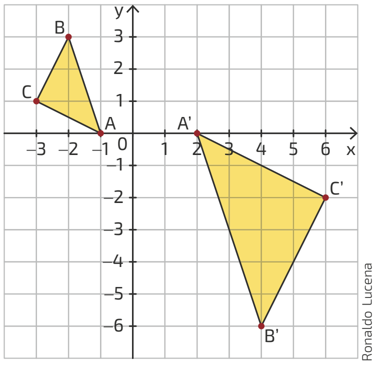


26. c)



Ilustrações: Sergio L. Filho

27. Na imagem abaixo, o triângulo A'B'C' foi obtido com a multiplicação das coordenadas dos vértices do triângulo ABC.



Ronaldo Lucena

Os triângulos ABC e A'B'C' são semelhantes.

a) Por qual número foram multiplicadas as coordenadas dos vértices do triângulo ABC? –2

b) O triângulo A'B'C' é uma ampliação ou uma redução do triângulo ABC? ampliação

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo?
simetria de reflexão, simetria de rotação e transformação de polígonos no plano cartesiano

2. Ao realizarmos a translação ou a rotação de uma figura, quais de suas características são mantidas? a forma e o tamanho

3. Além das transformações de rotação e de translação, cite outro tipo de transformação que você conhece. Possível resposta: transformação de reflexão.

4. Leia a frase.

> A figura **B** foi obtida rotacionando 180° a figura **A** em relação ao ponto **O** no sentido horário. Já a figura **C** foi obtida rotacionando 180° a figura **A** em relação ao ponto **O** no sentido horário. Nesse caso, as figuras **B** e **C** coincidem.

Essa afirmação está correta? Justifique sua resposta por meio de um desenho. sim; Resposta pessoal.

5. Quais são as coordenadas do ponto simétrico ao ponto A(4, 5) em relação:

- ao eixo **x**? (4, –5)
- ao eixo **y**? (–4, 5)
- à origem do plano cartesiano? (–4, –5)

6. O polígono ABC possui os vértices com coordenadas (1, 1), (2, 3) e (3, 1). Quais serão as coordenadas dos vértices do polígono simétrico ao polígono ABC em relação à origem do plano cartesiano? (–1, –1), (–2, –3) e (–3, –1)

Avaliação

- A seção **Explorando o que estudei** proporciona um momento de reflexão e avaliação sobre os conteúdos estudados nesse capítulo. Observe e avalie como os alunos respondem às questões propostas, verificando possíveis dificuldades para então tomar decisões, com a intenção de alinhar a prática pedagógica às possibilidades dos alunos. Além de referenciar o trabalho futuro com a turma, esse momento pode sugerir a retomada de alguns conceitos estudados no capítulo, de maneira a realizar uma revisão e sanar possíveis dúvidas que ainda restaram.

Esse capítulo tem o objetivo de ampliar os conhecimentos dos alunos quanto a medidas de área e de volume. Sendo assim, serão estimulados a calcular a medida da área de quadriláteros e triângulos e a resolver e elaborar problemas que os envolvem, bem como a decompor figuras em quadrados, retângulos e/ou triângulos para calcular áreas por equivalência.

Ademais, avançarão no conceito de medida de volume reconhecendo as unidades de medidas mais usuais, chegando à resolução e à elaboração de problemas envolvendo cálculo da medida do volume de paralelepípedos retângulos e cubos.

- Essas páginas de abertura apresentam informações relacionadas à alimentação, destacando a importância de consumir moderadamente alimentos ricos em açúcar, sal e gordura. São destacadas duas bebidas industrializadas, com a quantidade de sódio em cada uma delas e a quantidade, em mL, de bebida contida em suas embalagens. A proposta é incentivar os alunos a buscarem alimentos mais saudáveis no momento do lanche e identificar o conhecimento prévio deles em relação a medidas de capacidade, em especial o litro, conceito tratado no capítulo, ao estabelecer sua relação com o dm^3. Uma sugestão para a condução do trabalho é realizar uma leitura coletiva do texto e, em seguida, promover um debate, a fim de observar as diferentes interpretações e opiniões dos alunos. As questões propostas podem ser respondidas individualmente ou em grupos de dois ou três. Ao final, é importante que as respostas sejam discutidas pela turma.

Capítulo 12

Medidas de área e de volume

Alimentação saudável
Veja mais informações sobre alimentos no *site*: <https://saudebrasilportal.com.br/eu-quero-me-alimentar-melhor>. Acesso em: 24 ago. 2018.

Para serem saudáveis e prevenir doenças e obesidade, os lanches do dia a dia não devem conter excesso de açúcar, sódio e gordura. Por esse motivo, na hora do lanche é importante dar preferência a alimentos e sucos naturais, sem adição de açúcar ou conservantes. As bebidas, especificamente, contribuem muito para a ingestão excessiva de açúcar e sódio, principalmente se for refrigerante ou achocolatado.

Observe, por exemplo, a quantidade média de sódio presente em algumas bebidas, por embalagem apresentada.

Ilustrações: Ronaldo Lucena

quantidade de sódio: 28 mg

Refrigerante.

quantidade de sódio: 122 mg

Bebida láctea achocolatada.

Pensando nisso...

Respostas nas orientações ao professor.

A De modo geral, como é indicada a quantidade de bebida nas embalagens industrializadas?

B Em um litro, qual das bebidas acima contém mais sódio?

C Com que frequência você costuma ingerir essas bebidas? Você acha importante controlar o consumo delas?

Frutas e canecas com sucos naturais.

Olga Pink/Shutterstock.com

Pensando nisso...

A Espera-se que os alunos digam que é indicada por meio de unidades de medidas, como o litro e o mililitro.

B bebida láctea achocolatada

C Resposta pessoal.

- Na questão **B**, verifique se os alunos perceberam que na embalagem de refrigerante há 350 mL e na de bebida láctea achocolatada, 200 mL.

BNCC em foco

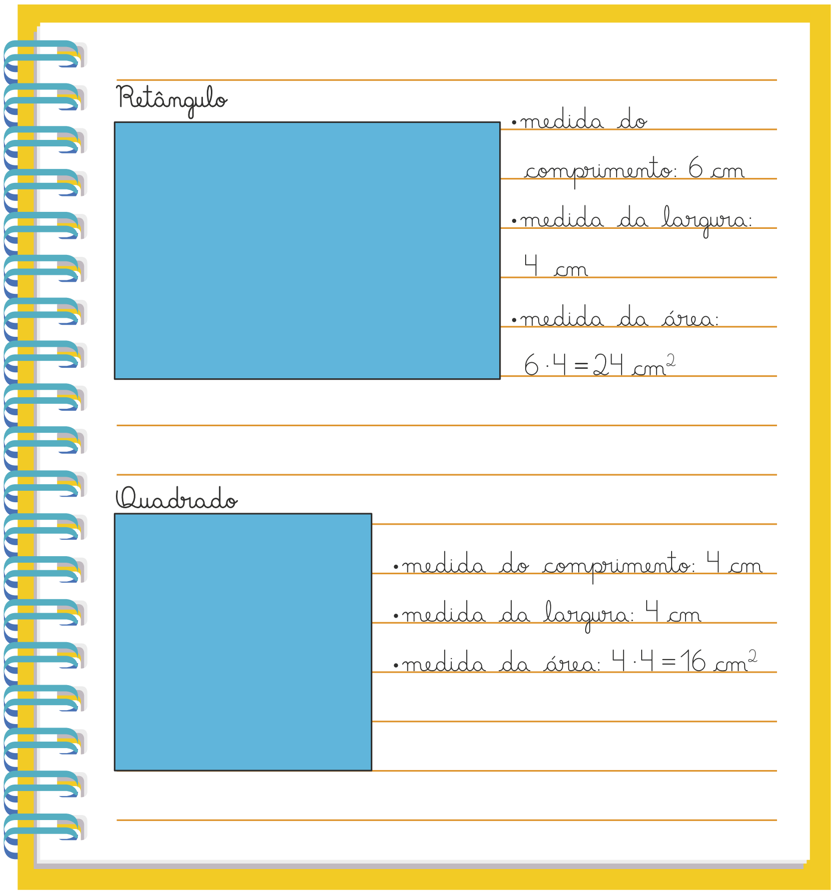
- As páginas de abertura relacionam-se diretamente com o desenvolvimento da **Competência geral 8** à medida que estimulam o autocuidado e promovem a saúde física, oferecendo embasamento informativo sobre alimentos, principalmente algumas bebidas comuns entre a faixa etária dos alunos, mostrando que o consumo excessivo pode ser prejudicial sobretudo pela quantidade de sódio contida nesses produtos.
- Aproveite para trabalhar, por meio do assunto dessas páginas, o tema contemporâneo **Educação alimentar e nutricional**, com foco na autonomia de escolha que advém da informação, ou seja, ao terem ciência dos componentes dos produtos alimentícios que ingerem, os alunos podem optar pelos que mais lhe trarão benefícios e descartar os que podem ser prejudiciais à saúde.

Material digital

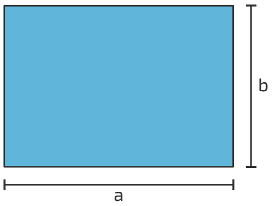
- O material digital dessa coleção apresenta o projeto **Horta Comunitária** que, além de proporcionar o trabalho com medida de área, possibilita uma integração com o componente curricular **Ciências**, e o trabalho com alguns dos temas contemporâneos destacados na BNCC, sobretudo, **Educação alimentar e nutricional**. Esse projeto propõe a realização de uma horta comunitária com acesso livre para os moradores do bairro, promovendo a conscientização de uma alimentação saudável.

Medida de área

Utilizando uma régua, Luciana mediu o comprimento e a largura das figuras a seguir e determinou, em centímetros quadrados, a medida da área de cada uma delas.

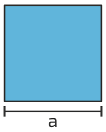


Podemos calcular a medida da área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura, ou seja:



$$A = a \cdot b$$

Sabendo que no quadrado todos os lados possuem mesma medida de comprimento, escreva uma fórmula para determinar a medida da área do quadrado ao lado. $A = a \cdot a$ ou $A = a^2$



Ilustrações: Sergio L. Filho

Objetivos do capítulo

- Estabelecer expressões para o cálculo da medida de área de quadriláteros e triângulos.
- Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área.
- Reconhecer figuras que podem ser decompostas em quadrados, retângulos e/ou triângulos para calcular a medida de área por equivalência.
- Compreender o conceito de medida de volume.
- Reconhecer algumas unidades de medida de volume.
- Estabelecer relação entre unidades de medida de volume (dm^3 e m^3) e de capacidade.
- Calcular a medida do volume do paralelepípedo retângulo e do cubo.

Material digital

- Para auxiliar no processo de acompanhamento da aprendizagem dos alunos, o material digital dessa coleção disponibiliza um modelo de **Ficha de acompanhamento individual**, elaborado com base nos objetivos previstos para os capítulos **10**, **11** e **12** do 4º bimestre. No decorrer do trabalho com esse capítulo é possível preencher essas fichas, de modo a reorientar o trabalho com alguns alunos, caso tais objetivos não tenham sido atingidos. As fichas também configuram um instrumento para refletir sobre a prática docente, uma vez que elas podem ser usadas como parâmetro para avaliar se o trabalho com determinados conteúdos refletiu o resultado esperado.

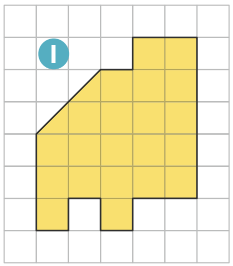
BNCC em foco

- Os conteúdos e as atividades apresentados no decorrer do capítulo até a página **250** têm o objetivo de levar os alunos a estabelecerem expressões de cálculo de medida de área de triângulos e quadriláteros e a resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo de medidas de áreas de figuras que podem ser decompostas em quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre as medidas das áreas. Desse modo, contemplam-se as habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**.

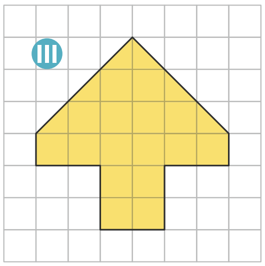
Atividades

Anote no caderno

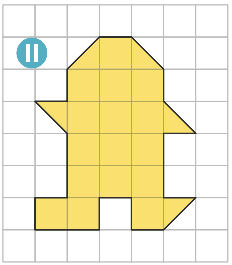
1. Considerando cada ☐ da malha como unidade de medida de área, estime a medida da área de cada polígono.



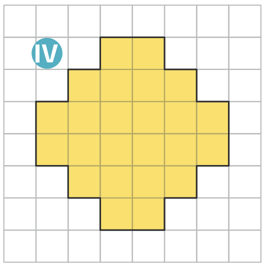
I: 22 unidades



III: 19 unidades



II: 18,5 unidades

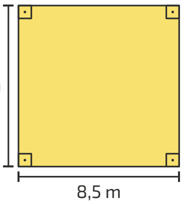


IV: 24 unidades

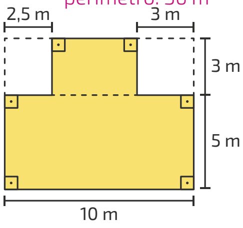
Ilustrações: Sergio L. Filho

2. Calcule a medida da área e a medida do perímetro de cada figura.

a) medida da área: $72{,}25\ \text{m}^2$; medida do perímetro: 34 m

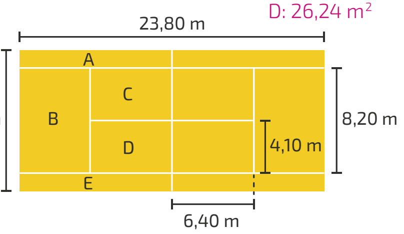


b) medida da área: $63{,}5\ \text{m}^2$; medida do perímetro: 36 m



Ilustrações: Sergio L. Filho

3. Calcule, em metros quadrados, a medida da área de cada região retangular indicada pelas letras na representação da quadra de tênis a seguir. A e E: $16{,}66\ \text{m}^2$; B: $52{,}48\ \text{m}^2$; C e D: $26{,}24\ \text{m}^2$



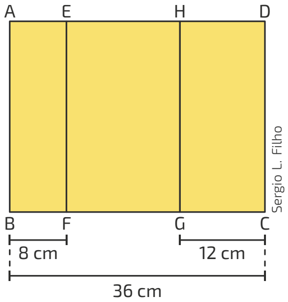
Ronaldo Lucena

Para resolver esta atividade, desconsidere a medida da área ocupada pelas linhas.

4. Elabore duas questões referentes à situação apresentada abaixo e dê para um colega resolver. Depois, confira as respostas de seu colega.

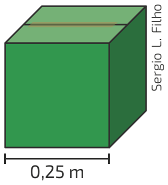
O retângulo ABCD tem $972\ \text{cm}^2$ de medida de área e foi dividido em três retângulos menores, ABFE, EFGH e HGCD.

Resposta pessoal.



Sergio L. Filho

5. Uma fábrica produz caixas cúbicas cujo exterior é pintado com tinta verde, conforme a figura. Cada litro de tinta utilizada na pintura cobre uma área com medida de $15\ \text{m}^2$. Quantos litros de tinta são necessários para pintar 120 caixas cúbicas como a apresentada? 3 L



Sergio L. Filho

6. Os moradores de determinado condomínio decidiram fazer um espaço de lazer com brinquedos para as crianças. Observe a seguir as possíveis medidas das dimensões dos espaços, todos retangulares, disponíveis para esse fim.

A 9 m por 12 m

B 10 m por 11 m

C 15 m por 8 m

D 7 m por 13 m

E 9 m por 11 m

Com qual delas se obtém a maior medida de área possível e a medida do perímetro igual ou menor a 40 m? E

- Verifique a possibilidade de distribuir aos alunos uma malha quadriculada, disponível nas **Páginas para reprodução**, para que eles realizem uma atividade parecida com a **1**. Peça-lhes que desenhem figuras nessas malhas e troquem com um colega, que deverá determinar a medida aproximada ou exata da área de cada figura com base na definição de unidade de medida de área. Depois, diga-lhes que, juntos, deverão verificar se as respostas estão corretas.
- Veja duas possíveis questões formuladas pelos alunos na atividade **4**:
  - Qual é a medida da área de cada um dos retângulos obtidos na divisão?
    R Retângulo ABFE: $216\ \text{cm}^2$, retângulo EFGH: $432\ \text{cm}^2$ e retângulo HGCD: $324\ \text{cm}^2$.
  - Quantos centímetros quadrados a mais de área tem o retângulo EFGH em relação ao retângulo ABFE?
    R $216\ \text{cm}^2$

- Veja uma possível resolução para o desafio **5**:
  - Determine a medida da área de uma das faces do cubo: $(0{,}25)^2 = 0{,}0625\ \text{m}^2$. Multiplique o resultado pela quantidade de faces $0{,}0625 \cdot 6 = 0{,}375\ \text{m}^2$, obtendo a medida da área da superfície total da caixa. Em seguida, multiplique pela quantidade de caixas $0{,}375 \cdot 120 = 45\ \text{m}^2$. Para finalizar, divida o resultado obtido por $15\ \text{m}^2$, que corresponde ao rendimento de cada lata: $45 : 15 = 3$ latas.
- Caso um ou mais alunos apresentem dificuldades em resolver o desafio, junte-os em duplas para que possam se ajudar, ou ainda, verifique a possibilidade de guiá-los individualmente na resolução do desafio, propondo questionamentos que não levam à resposta imediata, mas contribuem para guiar o pensamento e propiciam a resolução do problema.

- Peça aos alunos que registrem no caderno os procedimentos utilizados para a resolução da atividade **7**.
- Para que os alunos compreendam a ideia de decompor uma figura em outras, realize a **Atividade complementar** a seguir, em que um tangram possibilita que os alunos manipulem e construam figuras que podem ser associadas a polígonos. Estimule a interação entre os alunos realizando a atividade em duplas, para que possam compartilhar estratégias e desenvolver o espírito de trabalho em grupo.

Atividade complementar

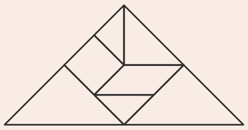
Tangram

Materiais

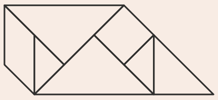
- cartolina
- tesoura com pontas arredondadas

Desenvolvimento

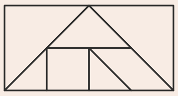
- Junte os alunos em duplas e reproduza as peças do tangram disponíveis nas **Páginas para reprodução**, pedindo que as colem em um pedaço de cartolina e depois recortem.
- Em seguida, devem formar algumas figuras, que podem ser associadas a polígonos, como nos exemplos:
  - Triângulo



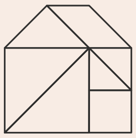
  - Pentágono



  - Quadrilátero

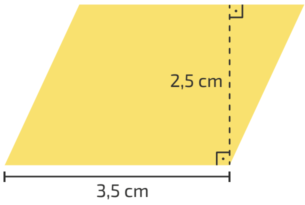


  - Hexágono



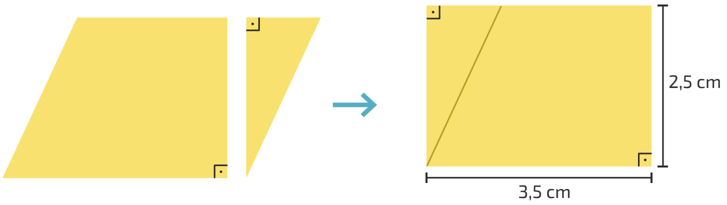
Ilustrações: Sergio L. Filho

7. Veja como Robson fez para calcular a medida da área do paralelogramo abaixo.



> O paralelogramo é um quadrilátero que possui dois pares de lados opostos paralelos e os ângulos opostos com medidas iguais.
> O tracejado que aparece na imagem indica a altura (h) do paralelogramo.

Primeiro ele cortou a figura para obter, em uma das partes, um triângulo retângulo. Depois, deslocou o triângulo e obteve outra figura, sem fazer sobreposições.



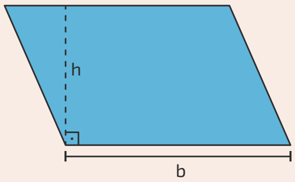
a) Qual figura Robson obteve após deslocar o triângulo? retângulo

b) Como pode ser calculada a medida da área da figura obtida? Qual é essa medida? Multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura; 8,75 cm²

c) O que você pode concluir com relação à medida da área da figura obtida e à medida da área do paralelogramo inicial? Por quê?

7. c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que as medidas das áreas são iguais, e que, ao cortar e deslocar parte da figura sem sobreposições, nenhuma parte da figura original se perdeu.

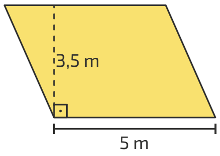
> Calculamos a medida da área de um paralelogramo multiplicando as medidas do comprimento de sua base (b) e de sua altura (h).
>
> $A = b \cdot h$



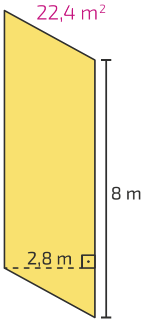
Ilustrações: Ronaldo Lucena

8. Calcule a medida da área dos paralelogramos a seguir.

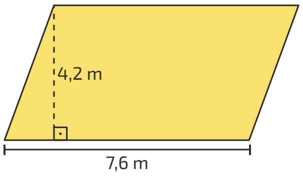
a) 17,5 m²



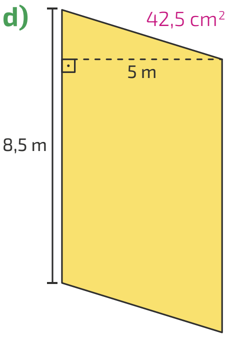
b) 22,4 m²



c) 31,92 m²



d) 42,5 cm²

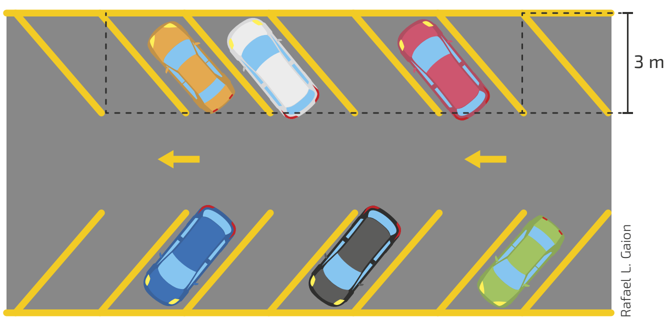


Ilustrações: Ronaldo Lucena/Sergio L. Filho

9. Em um estacionamento, as vagas são dispostas conforme a representação ao lado.

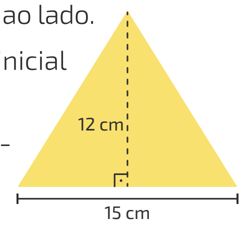
Sabendo que todas as vagas na imagem são iguais, determine a medida da área de cada vaga. 7,5 m^2

Para resolver essa atividade, desconsidere a espessura das faixas que delimitam as vagas.

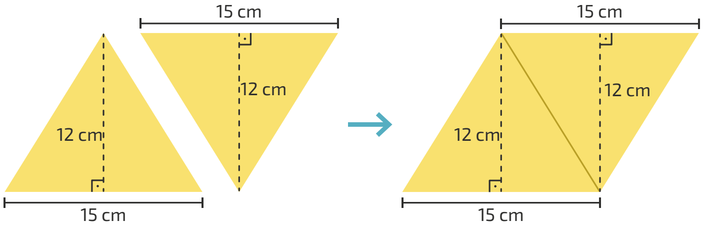


Rafael L. Gaion

10. Veja como Ana calculou a medida da área do triângulo representado ao lado.



- Primeiro ela desenhou e recortou um triângulo igual ao triângulo inicial e com as mesmas medidas.
- Depois, ela uniu os dois triângulos, de maneira que, juntos, formassem um paralelogramo com medidas do comprimento da base e da altura iguais às do triângulo inicial.



A altura de um triângulo é um segmento de reta que une um vértice ao lado oposto (ou ao seu prolongamento), de tal maneira que estes sejam perpendiculares. Nesse caso, esse lado oposto é chamado base do triângulo.

- Em seguida, Ana calculou a medida da área do paralelogramo e dividiu o resultado por 2.

De acordo com os procedimentos utilizados por Ana e as medidas indicadas, responda:

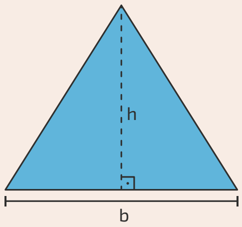
a) Qual é a medida da área do paralelogramo obtido? 180 cm^2

b) Qual é a medida da área do triângulo apresentado inicialmente? 90 cm^2

c) Você considera corretos os procedimentos realizados por Ana para calcular a medida da área do triângulo? Justifique. sim; Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que, na situação apresentada, a medida da área do triângulo corresponde à metade da medida da área do paralelogramo.

Calculamos a medida da área de um triângulo multiplicando as medidas do comprimento de sua base (b) e de sua altura (h) e dividindo o resultado por 2.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



Ilustrações: Ronaldo Lucena

- Considere a possibilidade de complementar a atividade **9** levando os alunos ao estacionamento da escola ou à quadra poliesportiva, pedindo que calculem a medida da área das vagas e de possíveis figuras geométricas formadas pelas linhas das divisões da quadra. Leve uma fita métrica ou uma trena para a realização das medições.
- Na atividade **10**, é importante que os alunos associem o conceito de medida de altura aos polígonos, especialmente ao triângulo.

BNCC em foco

- A atividade **10** possibilita aos alunos validarem a estratégia utilizada por Ana e reconhecer os processos e as ferramentas matemáticas empregados nesse contexto para resolver um problema. Desse modo, a **Competência específica de Matemática 5** é contemplada.

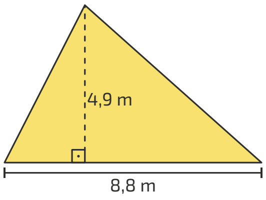
Material digital

- Para complementar o estudo relacionado à medida de área, no material digital dessa coleção disponibilizamos a **Sequência didática 12**, elaborada com objetivo de desenvolver as habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**. As atividades dessa sequência possibilitam resolver problemas envolvendo cálculo de medida de área, reconhecendo suas unidades padronizadas, além da compreensão do que é o metro quadrado e sua utilidade.

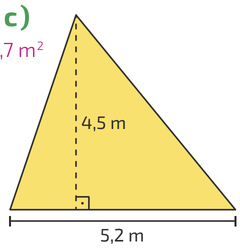
- A atividade **13** solicita que os alunos criem um problema a partir de outro já proposto, portanto, observe se eles compreendem a estrutura de um problema e se percebem o que é essencial em sua formulação. Podem ser parecidos no contexto, nas operações que devem ser realizadas e nas ações que devem ser desenvolvidas. Procure estimular os raciocínios divergentes, indutivos e lógico-dedutivos, ampliando o repertório textual dos alunos. Caso alguns alunos apresentem dificuldades em resolver o desafio ou elaborar um problema, junte-os em duplas para que possam contribuir um com o outro. Veja um problema possível de ser elaborado:
  - Qual é a medida da altura de um triângulo cuja medida da área é igual a 45 m² e a medida do comprimento da base é 9 m? R 10 m

11. Calcule a medida da área das figuras a seguir.

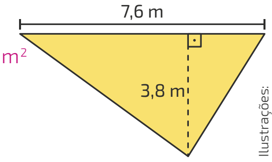
a) 21,56 m²



c) 11,7 m²

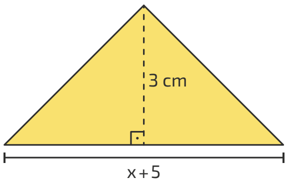


b) 14,44 m²



Ilustrações: Ronaldo Lucena

12. Observe o triângulo a seguir.



Ronaldo Lucena

a) Escreva uma fórmula que determina a medida da área desse triângulo. $A = \frac{3x + 15}{2}$

b) Qual é a medida da área desse triângulo quando x = 2 cm? 10,5 cm²

13. Responda ao problema que Aline está propondo.

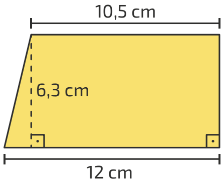
Débora Kamogawa

8,5 m

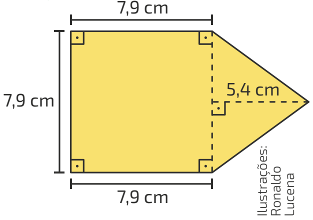
Agora, assim como Aline, proponha a um colega um problema relacionado ao cálculo da medida da área de um triângulo. Em seguida, verifique se ele o resolveu corretamente. Resposta pessoal.

14. Calcule a medida da área das figuras a seguir decompondo-as em quadrados, retângulos ou triângulos.

a) A = 70,875 cm²



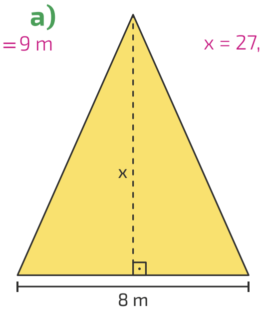
b) A = 83,74 cm²



Ilustrações: Ronaldo Lucena

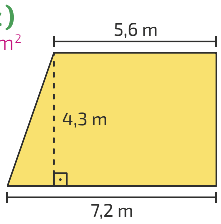
15. Em cada figura, calcule a medida **x**.

a) x = 9 m



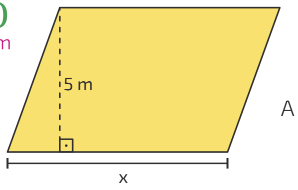
A = 36 m²

c) x = 27,52 m²



A = x

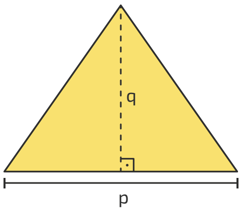
b) x = 7,6 m

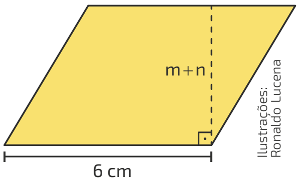


A = 38 m²

Ilustrações: Ronaldo Lucena

16. Observe as figuras abaixo.





Ilustrações: Ronaldo Lucena

a) Escreva uma expressão algébrica que represente a medida da área do paralelogramo. 6m + 6n

b) Calcule a medida da área do:
- triângulo para p = 2,5 cm e q = 2,8 cm. 3,5 cm²
- paralelogramo para m = 2 cm e n = 1 cm. 18 cm²

Medidas de volume

Veja nas imagens a seguir algumas situações nas quais são utilizadas medidas de volume.

Água

Av. Brasil nº 1234
CEP 80.987-654 Curitiba-PR
CNPJMF 12.345.678/0001-23
Inscrição Estadual 123.45678-90

Vencimento 20/04/2019
Valor a pagar (R$) R$ 54,52

NOME DO CLIENTE: ARMANDO SILVA TÁVORA
MATRÍCULA: 8045.1156
ENDEREÇO: Av. Marquês de Pombal Vila Lisboa
NÚMERO: 1758
LADO
CEP: 80123-456
LOCAL: CURITIBA - PR
FONE: 185
ROTEIRO DE LEITURA: 148-32-05-000-61980
HIDRÔMETRO: 7-000083248-4-2
CAT - RES - COM: 011 001 000

HISTÓRICO DE CONSUMO/m³

04/18	05/18	06/18	07/18	08/18	09/18	10/18	11/18	12/18
10	13	12	12	10	11	14	13	12

DESCRIÇÃO DOS SERVIÇOS LANÇADOS (Composição dos valores da fatura em

FAIXAS DE CONSUMO	VOLUME	VALOR R$/m³		TOTAL
RESIDENCIAL		ÁGUA	ESGOTO	ÁGUA
MÍNIMO	10	1,89		18,90
EXCEDENTE	4	2,84		11,36

REFERÊNCIA: 03/2019
DATA LEITURA: 04/04/2019
LEITURA ANTERIOR: 1356
DIAS DE CONSUMO: 30
LEITURA ATUAL: 1370
MÉDIA DE CONSUMO/m³ ÚLTIMOS 5 MESES: 13,8
CONSUMO/m³: 14
MOTIVO DA AUSÊNCIA DE LEITURA

VALORES	
ÁGUA	30,26
ESGOTO	24,26
SERVIÇOS	0,00
TOTAL	54,52

Vencimento 20/04/2019
Valor a pagar (R$) R$ 54,52

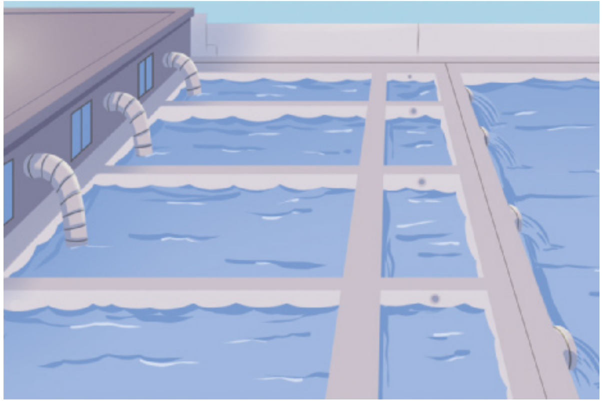
LEITURA ANTERIOR
1356
LEITURA ATUAL
1370
CONSUMO/m³
14

Caio Tanaka

O valor da fatura de água de uma residência está relacionado à medida do volume de água consumido no mês.

É preciso saber qual é a medida do volume de areia necessário em uma construção.

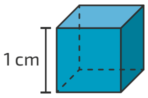
Na confecção de uma embalagem é preciso saber a medida do volume do produto a ser embalado.



Ilustrações: Rafael Lam

Em uma estação de tratamento é necessário saber a medida do volume de água em cada tanque para que sejam aplicadas as quantidades corretas dos produtos para o tratamento.

Entre as unidades de medida de volume mais utilizadas estão o **centímetro cúbico** (cm^3), o **decímetro cúbico** (dm^3) e o **metro cúbico** (m^3).



Ronaldo Lucena

Um centímetro cúbico corresponde à medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 cm.

Um decímetro cúbico corresponde à medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 dm e um metro cúbico, à de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 m.

- Ao trabalhar o conceito de medida de volume, proponha aos alunos que pesquisem na fatura de água de suas residências o consumo mensal em metros cúbicos. Depois, peça-lhes que convertam essa medida em litros e calculem o consumo *per capita* da residência, verificando quanto cada morador consome, em média, mensalmente, e também diariamente.

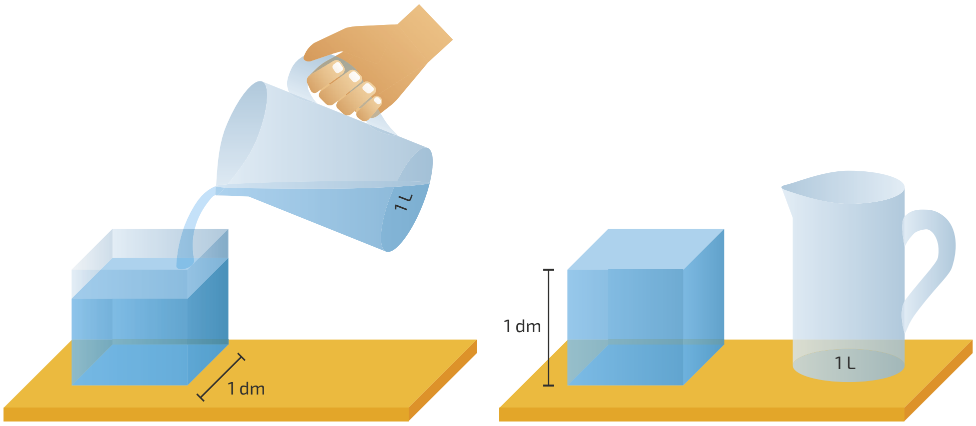
Relacionando saberes

- Aproveite que as explicações teóricas trazem como exemplo uma estação de tratamento de água e faça uma relação com o componente curricular **Ciências**, conversando com os alunos sobre o processo de tratamento da água. Diga que, depois da captação, a água recebe um agente químico para aglutinar as partículas de sujeira maiores. Após isso, a água vai para um tanque no qual essas partículas se aglutinam em flocos ainda maiores e passam pela sedimentação, em que o lodo é separado da água. Em seguida, há ainda a filtração em filtros de carvão, a desinfecção com cloro ou ozônio, a fluoretação e a correção do pH com cal hidratada, para, só depois, a água passar por análises laboratoriais que atestam sua qualidade. Veja mais informações em: <http://educacao.globo.com/artigo/o-tratamento-da-agua.html>. Acesso em: 7 set. 2018.

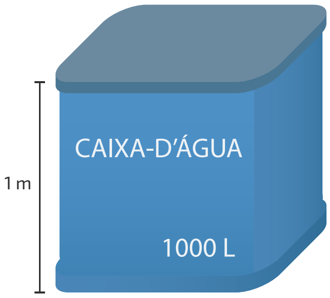
- Realize uma conversa com a turma e pergunte em quais outras situações é possível evidenciar noções de medida de volume.

Decímetro cúbico e metro cúbico

Um recipiente em forma de cubo cuja medida interna do comprimento da aresta é 1 dm tem exatamente 1 L de medida de capacidade.



Já um recipiente em forma de cubo cuja medida interna do comprimento da aresta é 1 m tem exatamente 1 000 L de medida de capacidade.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

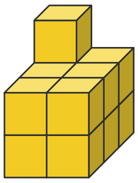
Além das situações apresentadas, cite outras em que seja necessário conhecimento acerca de medidas de volume. Resposta pessoal.

Atividades

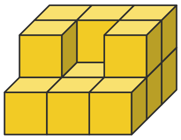
Anote no caderno

17. Calcule, em centímetros cúbicos, a medida do volume das pilhas, sabendo que o comprimento da aresta de cada cubo mede 1 cm.

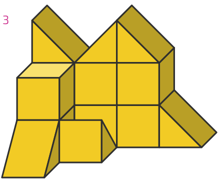
a) 13 cm³



b) 14 cm³



c) 11 cm³



Ilustrações: Ronaldo Lucena

Nessa atividade não há cubos atrás das pilhas.

- Se possível, leve para a sala de aula um recipiente cúbico com 1 dm de medida de aresta interna. Com uma jarra graduada, despeje 1 L de água no recipiente (enchendo-o) para que os alunos verifiquem, na prática, que 1 dm^3 equivale a 1 L.
- Realize a **Atividade complementar** a seguir, pois ela possibilita aos alunos compreender de maneira prática o conceito de medida de volume e comparar medidas de volumes de diferentes objetos.

Atividade complementar

Construção de um recipiente graduado

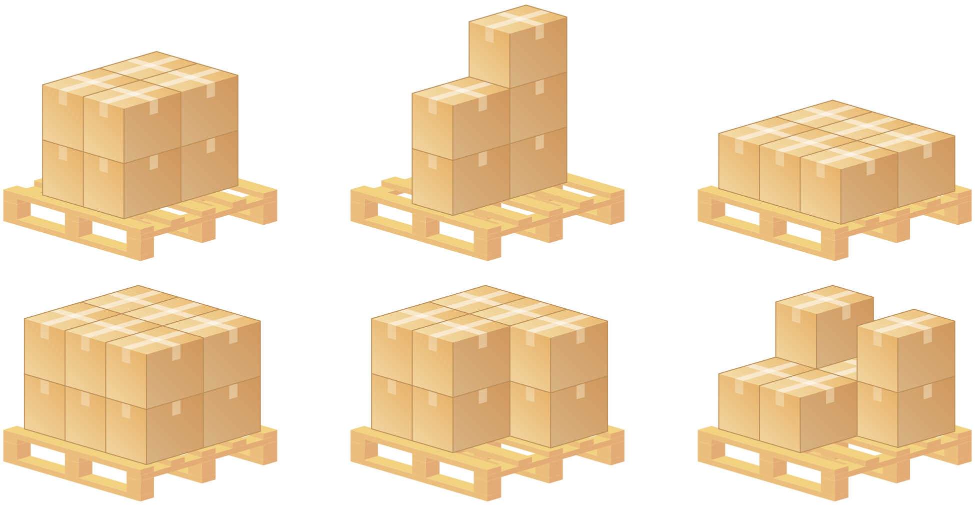
Materiais

- um recipiente transparente com medida de capacidade de pelo menos 2 L
- fita adesiva branca
- objetos de diferentes formatos de plástico ou de metal (que não absorvam água)
- recipiente graduado

Desenvolvimento

- Cole verticalmente no recipiente um pedaço de fita adesiva branca. Com o auxílio de uma jarra graduada, despeje 1 L de água no recipiente. O nível que a água alcançará deverá ser representado na fita pelo número 0. Adicione mais 50 mL de água no recipiente e faça uma marcação na fita de 50 cm³, pois 1 mL = 1 cm³. Em seguida, coloque mais 50 mL, marcando na fita 100 cm³, e assim sucessivamente, até a borda do recipiente. Em seguida, retire parte da água do recipiente deixando-o com 1 L.
- Insira no recipiente cada objeto de uma vez, de modo que fique totalmente submerso. Verifique, com os alunos, na fita com a graduação, a medida do volume correspondente a cada objeto mergulhado. Na sequência dessa atividade e antes de mergulhar objetos no recipiente, os alunos podem estimar a medida do seu volume e registrar esse valor. Ao final, eles devem comparar a medida estimada com a medida obtida. É importante que participem do processo de construção da graduação do recipiente, pois isso trará mais significado ao estudo.
- Explique aos alunos que em um recipiente em forma de cubo com 1 cm de medida de aresta interna cabe exatamente 1 mL.

18. As pilhas representadas a seguir são formadas por caixas cujo volume de cada uma mede 1 m^3. Todas essas caixas serão carregadas em um caminhão.

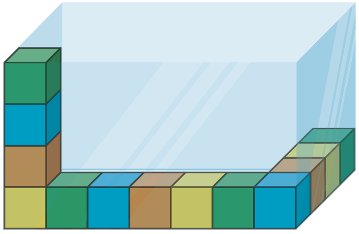


Ilustrações: Rafael L. Gaion

a) No total, quantos metros cúbicos essas caixas ocuparão no caminhão? 48 m^3

b) Sabendo que cada caixa tem 35 kg, qual é a medida da massa da carga que o caminhão transportará? 1680 kg

19. Cada cubo que aparece dentro da caixa de vidro tem volume medindo 1 dm^3. Calcule, em litros, a medida da capacidade dessa caixa. 112 L

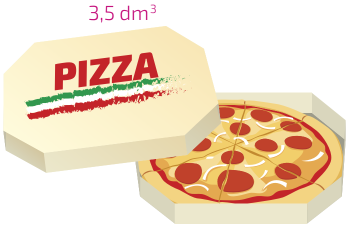


Ronaldo Lucena

20. Por meio de estimativas, copie a medida correspondente à medida do volume interno de cada objeto.

a)
3,5 cm^3
3,5 dm^3
3,5 m^3

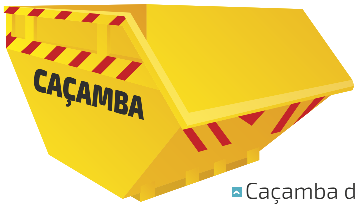
3,5 dm^3



Emablagem de *pizza*.

b)
5 cm^3
5 dm^3
5 m^3

5 m^3



Caçamba de entulhos.

c)
1000 cm^3
1000 dm^3
1000 m^3

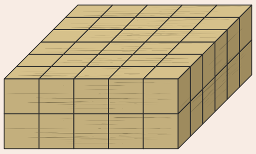
1000 cm^3

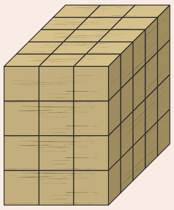
Ilustrações: Rafael L. Gaion

Caixa de leite.

- Na atividade **20**, os alunos são estimulados a raciocinar de maneira lógica e estimar a medida do volume de objetos. Além dos exemplos apresentados, proponha outras situações em que eles possam estimar mentalmente, aproveitando circunstâncias cotidianas ou que lhes façam sentido. O intuito é apresentar diferentes situações de maneira que os alunos percebam que estimar não é "chutar" um valor, mas sim procurar referências, evidências e elementos presentes nas imagens e nas situações de modo a realizar um cálculo aproximado.
- Veja duas maneiras de organizar uma pilha, bem como suas vantagens e desvantagens, na página **18** do capítulo **1** do volume do 6º ano dessa coleção.

- Na introdução do conceito de medida de volume do paralelepípedo retângulo, em que é apresentada uma pilha de 60 cubinhos, é importante que os alunos percebam que, independente da forma de construção da pilha, se forem utilizados os 60 cubinhos, a medida do volume será sempre a mesma. Peça a eles que citem outros paralelepípedos retângulos que podem ser formados com esses 60 cubinhos, dizendo a quantidade de cubinhos correspondentes as medidas do comprimento, da largura e da altura do paralelepípedo retângulo. Veja algumas possibilidades.

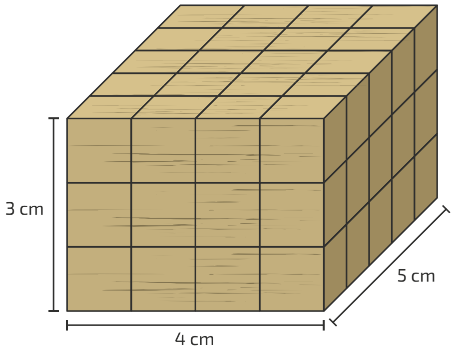




Ilustrações: Ronaldo Lucena

Medida do volume do paralelepípedo retângulo e do cubo

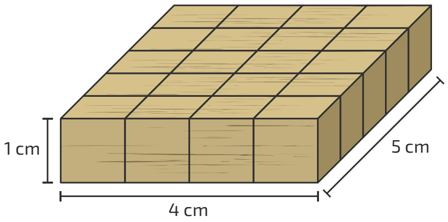
Paulo construiu o paralelepípedo retângulo a seguir utilizando cubinhos cujo comprimento da aresta mede 1 cm, ou seja, com 1 cm^3 de medida de volume.



O paralelepípedo retângulo também é chamado **bloco retangular**.

Qual é a medida do volume desse paralelepípedo retângulo?

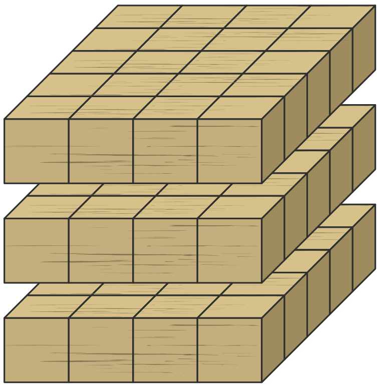
A medida do volume desse paralelepípedo é igual à soma das medidas dos volumes dos cubinhos. Para obtermos essa soma, não precisamos contar os cubinhos um a um. Inicialmente, determinamos a quantidade de cubinhos de cada camada que forma o paralelepípedo. Nesse caso, calculamos:



$4 \cdot 5 = 20 \longrightarrow$ 20 cubinhos

Como esse paralelepípedo é formado por 3 camadas de cubinhos, multiplicamos a quantidade de cubinhos de cada camada por 3.

$3 \cdot 20 = 60 \longrightarrow$ 60 cubinhos



Ilustrações: Ronaldo Lucena

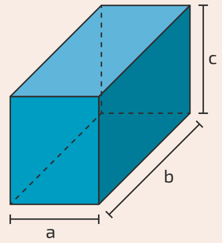
Assim, um paralelepípedo retângulo que mede 5 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura tem a medida do volume equivalente ao de 60 cubinhos, cujo volume de cada um mede 1 cm^3.

Portanto, a medida do volume desse paralelepípedo retângulo é 60 cm^3.

- A medida **V** do volume de um paralelepípedo retângulo é dada pela fórmula:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

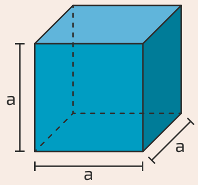
em que **a**, **b** e **c** são as medidas de suas dimensões.



- O cubo é um caso particular de paralelepípedo retângulo cujas dimensões têm medidas iguais. Assim, a medida **V** do volume do cubo é dada pela fórmula:

$$V = a \cdot a \cdot a \quad \text{ou} \quad V = a^3$$

em que **a** é a medida do comprimento da aresta do cubo.



Ilustrações: Ronaldo Lucena

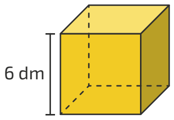
Para calcular a medida do volume de um paralelepípedo retângulo ou de um cubo, as dimensões devem estar na mesma unidade de medida. Quando essas medidas são dadas em centímetros, a medida do volume será indicada em centímetros cúbicos (cm^3); quando são dadas em metros, a medida do volume será indicada em metros cúbicos (m^3), e assim por diante.

Meça as dimensões de uma caixa de sapatos e calcule a medida do seu volume.
Resposta pessoal.

Atividades

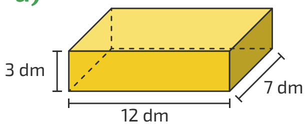
Anote no caderno

21. Qual dos paralelepípedos retângulos tem medida de volume igual à do cubo representado ao lado? c

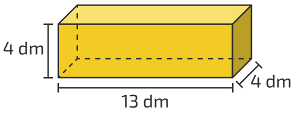


Cubo.

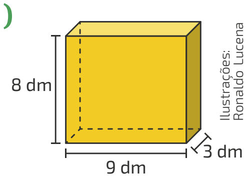
a)



b)



c)



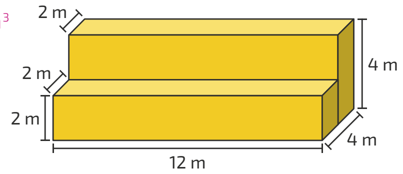
Ilustrações: Ronaldo Lucena

22. Qual a medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede:

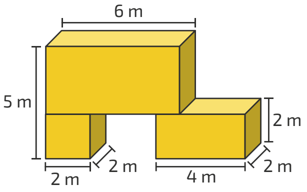
a) 8 cm? 512 cm^3 **b)** 29 cm? $24\,389 \text{ cm}^3$ **c)** 13,5 dm? $2\,460{,}375 \text{ dm}^3$ **d)** 1,8 m? $5{,}832 \text{ m}^3$

23. Calcule a medida do volume de cada composição, sabendo que elas são formadas por paralelepípedos retângulos.

a) 144 m^3



b) 60 m^3



Ilustrações: Ronaldo Lucena

BNCC em foco

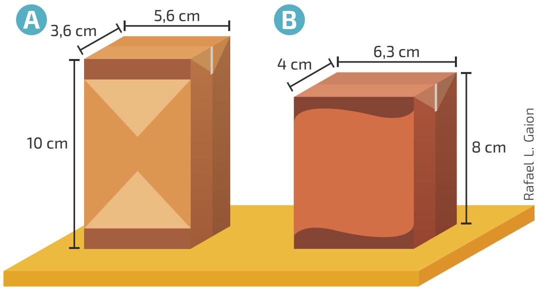
- As atividades propostas nessa página e na página seguinte têm objetivo de desenvolver nos alunos a habilidade de resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo de medidas de volume de blocos retangulares utilizando metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico. Dessa maneira, contempla-se a habilidade **EF07MA30**.

- Ao trabalhar a atividade **24**, peça aos alunos que tragam para a sala de aula caixas com forma de paralelepípedo retângulo para medirem suas dimensões e calcularem a medida do volume interno. Após realizar a atividade, explique que, a medida do volume interno de uma embalagem será sempre maior que a medida do volume do produto contido nela. Se for possível, peça também que tragam produtos em forma de paralelepípedo retângulo e suas embalagens, para fazerem comparações entre a medida do volume calculado da embalagem e a medida do volume do produto indicado nela.
  Veja um exemplo de questão que pode ser elaborada no item **e**:
  - Quantas embalagens como as apresentadas são necessárias para envasilhar 50 400 cm³ de achocolatado?
    R São necessárias 250 embalagens.
- Em relação à atividade 26, para mais informações sobre contêineres, consulte as páginas **12** e **13** do capítulo **1** do volume do 6º ano dessa coleção.

Material digital

- Se julgar oportuno, avalie a aprendizagem dos alunos em relação a algumas habilidades trabalhadas no decorrer desse bimestre. O material digital apresenta uma proposta de avaliação para o 4º bimestre que pode ser utilizada nesse momento como ferramenta auxiliar do processo de ensino e aprendizagem.

24. Observe a representação de duas caixas cujo formato lembra o de um paralelepípedo retângulo.



Rafael L. Gaion

a) Calcule a medida do volume, em centímetros cúbicos, de cada caixa.
A: 201,6 cm³; B: 201,6 cm³

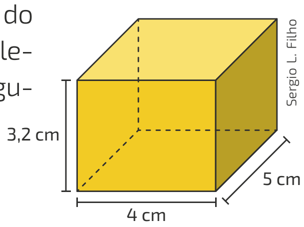
b) O que podemos observar em relação à medida do volume dessas caixas? E em relação às medidas de suas dimensões? são iguais; são diferentes

c) Qual deve ser a medida da largura e do comprimento de uma caixa com forma de paralelepípedo retângulo, de maneira que a medida da altura seja 10 cm e a do seu volume seja 50% maior do que o das caixas apresentadas? Compare sua resposta com a de um colega. Possíveis respostas: 5,04 cm e 6 cm; 4 cm e 7,56 cm; 9 cm e 3,36 cm.

d) Em sua opinião, por que muitas indústrias optam por embalagens cujo formato lembra o de um paralelepípedo retângulo?

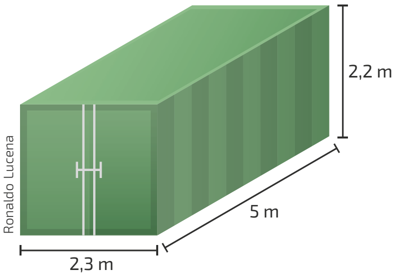
e) Elabore uma questão relacionada à situação apresentada e dê para um colega resolver. Depois, confira a resposta dada por ele. Resposta pessoal.

25. Qual é a medida do comprimento da aresta de um cubo cuja medida do volume é igual à medida do volume do paralelepípedo retângulo ao lado?
4 cm



Sergio L. Filho

26. Um contêiner com forma de paralelepípedo retângulo tem as dimensões internas indicadas abaixo.

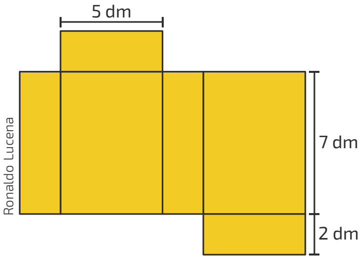


Ronaldo Lucena

a) Quantos metros cúbicos cabem no interior desse contêiner? 25,3 m²

b) A quantos litros a medida da capacidade desse contêiner corresponde?
25 300 L

27. Veja a planificação de um paralelepípedo retângulo e responda.

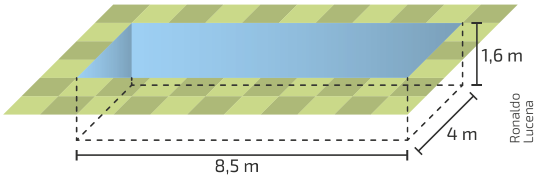


Ronaldo Lucena

a) Qual é a medida da área dessa planificação em decímetros quadrados?
118 dm²

b) Determine a medida do volume do paralelepípedo retângulo obtido ao montar a planificação. 70 dm³

28. A região interna da piscina representada abaixo tem a forma de um paralelepípedo retângulo. Se forem colocados nessa piscina 51 m³ de água, qual será a medida da altura atingida pela água?
1,5 m



Ronaldo Lucena

24. d) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos concluam que esse formato, entre outras vantagens, facilita o armazenamento e o transporte dos produtos.

- Veja uma possível resolução para o desafio **28**:
  Se **x** é a medida da altura, em metros, da água na piscina, então:
  $4 \cdot 8,5 \cdot x = 51$
  $34 \cdot x = 51$
  $x = 1,5$
  Portanto, a medida da altura atingida pela água é de 1,5 m.

- Caso os alunos tenham dificuldade para resolver esse desafio, oriente-os para que considerem um paralelepípedo retângulo cuja medida do volume seja 51 m³ e, em seguida, determinem a medida de uma das dimensões desse paralelepípedo sabendo que as outras duas dimensões possuem 4 m e 8,5 m de medida de comprimento.

Explorando o que estudei

Anote no caderno

1. Quais foram os conteúdos abordados neste capítulo?
medidas de área, volume e volume do paralelepípedo retângulo e do cubo

2. Explique o que você entende por medida de área. Que unidades de medida de área você conhece? Resposta pessoal.

3. Podemos calcular a medida do comprimento do lado de um quadrado conhecendo apenas a medida da sua área? Justifique. sim; Espera-se que os alunos respondam que a raiz quadrada da medida da área do quadrado corresponde à medida do comprimento do seu lado.

4. Quais unidades de medida de volume você conhece? Resposta pessoal.
Espera-se que os alunos respondam centímetro cúbico, decímetro cúbico e metro cúbico.

5. A fotografia ao lado é de uma melancia produzida na cidade de Icapuí (CE) e exportada para a Europa.

a) A qual figura geométrica espacial essa melancia se assemelha? Resposta pessoal.
Espera-se que os alunos respondam cubo.

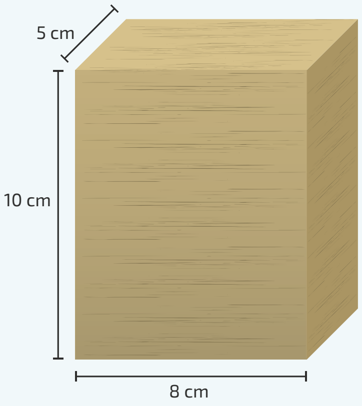
b) Que medida é necessário conhecer para calcular a medida do volume aproximado dessa melancia?
A medida do comprimento da aresta.

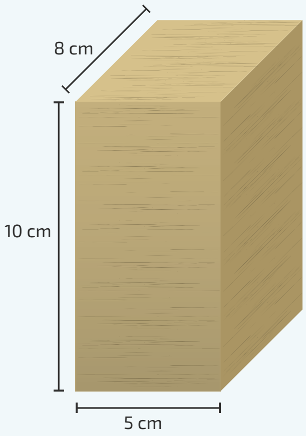
c) Em sua opinião, qual a vantagem em produzir melancias com esse formato?
Resposta pessoal.

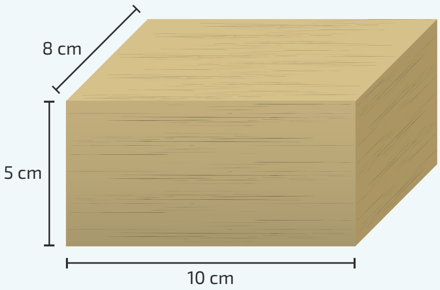

Valentyn Volkov/Shutterstock.com

Melancia.

6. Cada peça de madeira a seguir tem forma de paralelepípedo retângulo.







Ilustrações: Ronaldo Lucena

Sem realizar cálculos, é possível afirmar que essas peças têm a mesma medida de volume? Justifique. sim; Espera-se que os alunos respondam que elas têm as mesmas dimensões.

Avaliação

- A seção **Explorando o que estudei** pode contribuir para uma avaliação dos conteúdos estudados nesse capítulo. Enquanto os alunos realizam as atividades propostas, observe-os e faça anotações, procurando relatar as dificuldades apresentadas por eles para, então, traçar novas estratégias de auxílio ao aprendizado. Identifique como eles compreenderam o conceito de medida de área e medida de volume e se reconhecem as unidades mais utilizadas. Caso perceba a necessidade, faça um resumo e relembre com os alunos os conceitos fundamentais do capítulo.

- Ao final do trabalho com a questão **5**, explique aos alunos que a chamada “melancia quadrada”, que na verdade tem a forma cúbica, possui, entre outras vantagens, facilidade no transporte e no armazenamento e comodidade de acomodação na geladeira, além de não possuir sementes. Sua forma, bem diferente da convencional, deve-se à utilização de um molde, no qual ela se desenvolve e se modela.
- Na questão **6**, espera-se que os alunos percebam que as três peças de madeira têm as mesmas dimensões, diferenciando-se apenas pela posição e, portanto, possuem a mesma medida de volume.

BNCC em foco

- Na seção **Explorando tecnologias**, propomos algumas construções que envolvem a resolução de problemas por meio de tecnologias digitais de informação e comunicação, conforme a **Competência específica de Matemática 5**. Com isso, é esperado que os alunos compreendam as tecnologias apresentadas e as utilizem de forma crítica e significativa, tanto em sua vida pessoal quanto coletiva, incluindo as práticas escolares.

- Nessa seção, são utilizados *softwares* livres que podem ser baixados em qualquer computador, sendo um deles de geometria dinâmica, o GeoGebra, e uma planilha eletrônica, o Calc, do pacote LibreOffice.
- Durante o trabalho com essa seção, os conteúdos de matemática que podem ser trabalhados são: ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, transformações de reflexão, rotação e translação, tabelas e gráficos, probabilidade, fórmulas, entre outros.
- Oriente os alunos a abrirem uma nova janela do programa ao início de cada tópico.

Explorando tecnologias

Os constantes avanços tecnológicos são notados pelas versões de equipamentos eletrônicos lançados praticamente todos os dias, além das novas linguagens e programas computacionais.

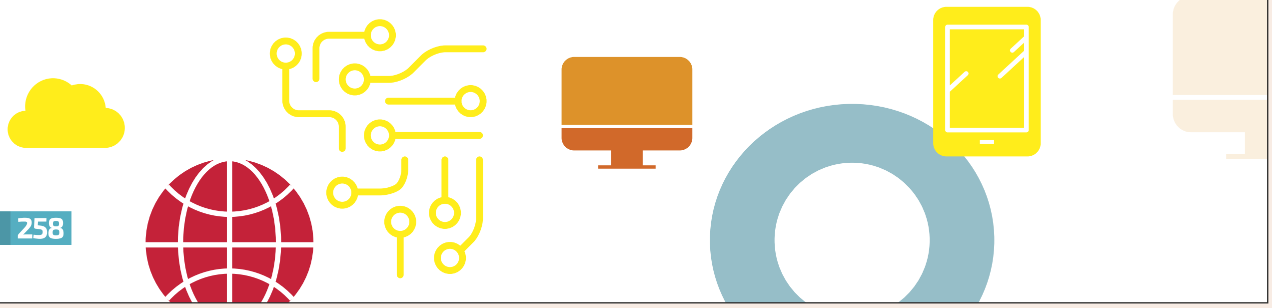
As gerações atuais, já inseridas na cultura digital, de modo geral, lidam facilmente com esses avanços. Entretanto, é necessário que desenvolvam habilidades cada vez mais refinadas e específicas para destacarem-se no mundo do trabalho, que também tem sido muito influenciado pela tecnologia.

Compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) é imprescindível para se comunicar por meio das diferentes linguagens e mídias, produzir conhecimentos, resolver problemas e desenvolver projetos autorais e coletivos.

Nesta seção, indicamos possibilidades de utilização de alguns programas computacionais que contribuem para a visualização e a verificação de propriedades matemáticas, uma vez que permitem construções e efeitos pouco viáveis de serem realizados apenas com lápis, papel e instrumentos físicos de medição e desenho. Com isso, esperamos ampliar o repertório de utilização das tecnologias digitais, a fim de favorecer a capacidade de se comunicar e resolver problemas por meio de alguns recursos tecnológicos disponíveis gratuitamente.

Convidamos você para conhecer e explorar o uso de tais recursos computacionais e experimentar, de diferentes maneiras, os conteúdos matemáticos presentes em seu livro, o que torna o estudo mais interessante e dinâmico.

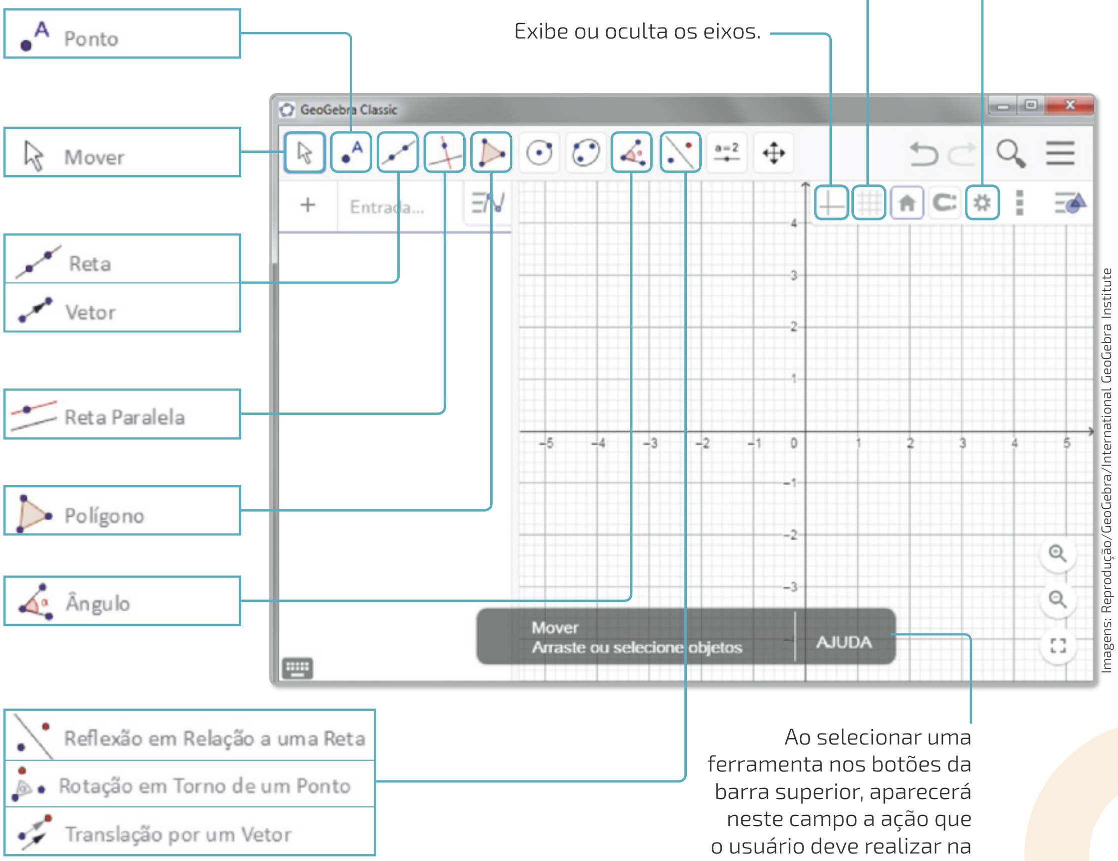
Sumário



GeoGebra

GeoGebra é um programa computacional gratuito que combina recursos de construções geométricas, algébricas, gráficos, tabelas e cálculos. Sua interface é simples e exibe comandos para realizar diferentes tipos de construções. Para fazer o *download* e instalá-lo, basta acessar o endereço eletrônico <www.geogebra.org>. Acesso em: 24 ago. 2018. O *site* também possui informações e materiais de apoio para a utilização do programa.

Veja algumas ferramentas do GeoGebra que serão úteis nessa seção.



Mover
Arraste ou selecione objetos

Configura elementos, como eixos, malha e objetos. Para um objeto, selecione-o e altere características, como cor, estilo e exibição.

Exibe ou oculta a malha.

Exibe ou oculta os eixos.

Ao selecionar uma ferramenta nos botões da barra superior, aparecerá neste campo a ação que o usuário deve realizar na **Janela de Visualização**.

Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

- Os tópicos das páginas **260** a **263**, que descrevem como realizar algumas construções e apresentam imagens obtidas do GeoGebra, foram realizados utilizando-se a versão **6.0.487.0-offline** do programa.
- Nas construções previstas para o GeoGebra nesse volume, utilizamos apenas a **Janela de Visualização**. Assim, para desabilitar as outras janelas, clique sobre o botão ☰ e, em **Exibir**, deixe apenas a opção **Janela de Visualização** marcada.
- Se possível, realize uma leitura dessa página com os alunos. Comente com eles que, na imagem apresentada do programa, como a ferramenta **Mover** está selecionada, o comando que o usuário deve realizar está descrito na parte inferior da **Janela de Visualização**: "Arraste ou selecione objetos". Para verificar como eles podem utilizar as demais ferramentas, oriente-os a selecionar as ferramentas desejadas e ler as informações que são exibidas.
- Ressalte também que é preciso clicar no botão para que seja aberta a aba em que aparecem as configurações de malha, eixos e objetos.

BNCC em foco

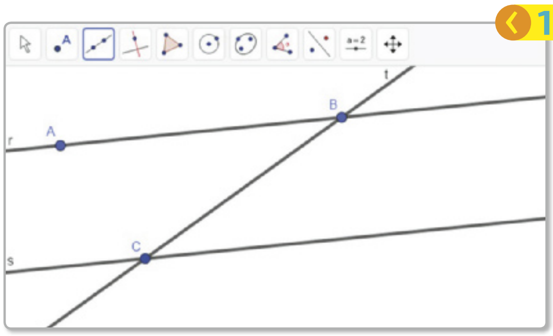
- Conforme a habilidade **EF07MA23** da BNCC, propomos, nesse tópico, uma construção envolvendo retas paralelas cortadas por uma transversal, no GeoGebra, a fim de que os alunos verifiquem relações entre os ângulos formados por elas.

- Antes de iniciar essa construção com os alunos, oriente-os a ocultar os eixos e a malha, conforme indicado na página **259**.
- Caso os nomes dos pontos não apareçam na **Janela de Visualização**, diga aos alunos para clicarem sobre os pontos com o botão direito do *mouse* e marcarem a opção **Exibir Rótulo**. Esse comando também vale para os demais objetos criados.
- Um objeto também pode ser renomeado. Para isso, basta clicar com o botão direito do *mouse* sobre ele e selecionar a opção **Renomear**.
- A ordem de clique nos três pontos que formam um ângulo determina qual ângulo será marcado, pois os ângulos são criados em sentido anti-horário.
- Após os alunos medirem os ângulos, no passo **3**, oriente-os a deixar apenas as suas medidas aparecendo nos rótulos. Para isso, basta clicar nos ângulos, depois no botão ⚙ e, na aba **Básico**, marcar a opção **Valor** em "**Exibir rótulo:**".

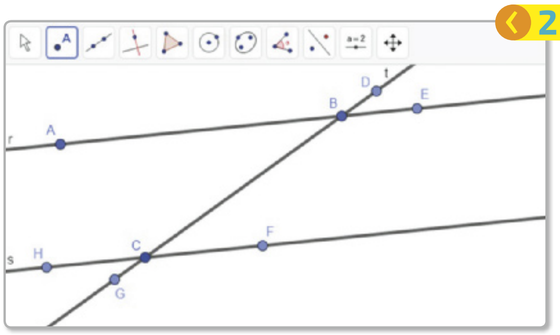
Ângulos formados por retas paralelas e uma transversal

Vamos utilizar o programa GeoGebra para medir os ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal e verificar algumas relações entre suas medidas.

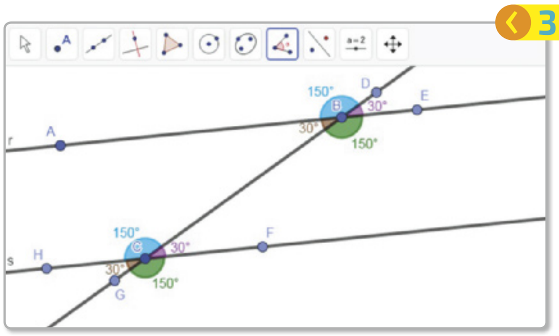
Imagens: Reprodução/GeoGebra/ International GeoGebra Institute



1 Utilizando a ferramenta **Reta**, marque dois pontos distintos na **Janela de Visualização**, nesse caso indicados por **A** e **B**, para construir uma reta **r**. Selecione a opção **Reta Paralela** e construa uma reta **s** paralela à **r**, clicando em um ponto não pertencente à **r**, indicado por **C**, e em **r**. Então, com a ferramenta **Reta**, clique em **B** e **C** para construir uma reta **t**, transversal às retas **r** e **s**.



2 Agora, de maneira parecida como foi indicado na imagem, construa os pontos **E** sobre a reta **r**, **H** e **F** sobre a reta **s**, e **D** e **G**, sobre a reta **t**. Para isso, selecione a ferramenta **Ponto** e clique sobre as retas.



O programa indica o ângulo e sua medida no sentido anti-horário da ordem dos cliques.

3 Para medir o ângulo $E\hat{B}D$, por exemplo, selecione a ferramenta **Ângulo** e clique em **E**, **B** e **D**, nessa ordem. Repita esse procedimento para medir os outros sete ângulos formados pelas retas.

Mude as cores de maneira que os ângulos correspondentes fiquem com a mesma cor. Para isso, clique sobre o ângulo e selecione o botão de configuração ⚙, em ◪.

Respostas nas orientações ao professor.

1. Classifique os pares de ângulos abaixo em alternos (internos ou externos) ou colaterais (internos ou externos).

a) $F\hat{C}B$ e $C\hat{B}E$ **b)** $G\hat{C}H$ e $D\hat{B}E$ **c)** $A\hat{B}C$ e $B\hat{C}F$ **d)** $G\hat{C}H$ e $A\hat{B}D$

2. Classifique os quatro ângulos formados pelas retas **r** e **t**, na sua construção, em agudo, obtuso ou reto.

3. Escreva dois exemplos de pares de ângulos suplementares dessa construção.

4. Mova o ponto **A**, o **B** ou o **C** de sua construção. Os ângulos correspondentes permanecem congruentes? Justifique.

Respostas

1. a) colaterais internos
b) alternos externos
c) alternos internos
d) colaterais externos

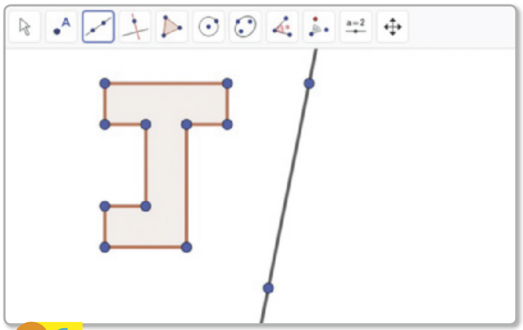
2. Possível resposta: $A\hat{B}D$ e $C\hat{B}E$: obtusos; $A\hat{B}C$ e $D\hat{B}E$: agudos

3. Possível resposta: $A\hat{B}D$ e $D\hat{B}E$; $B\hat{C}F$ e $F\hat{C}G$

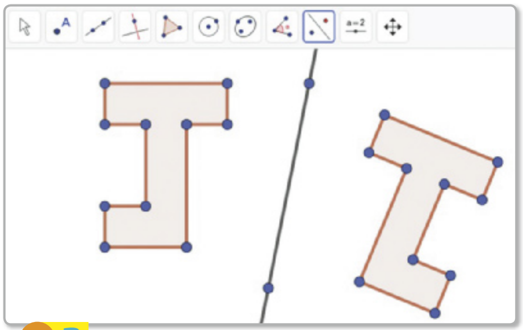
4. sim; Espera-se que os alunos respondam que as retas **r** e **s** permanecem paralelas ao mover um dos pontos indicados e que, por conta disso, os pares de ângulos correspondentes permanecem congruentes.

Figuras simétricas por reflexão e por rotação

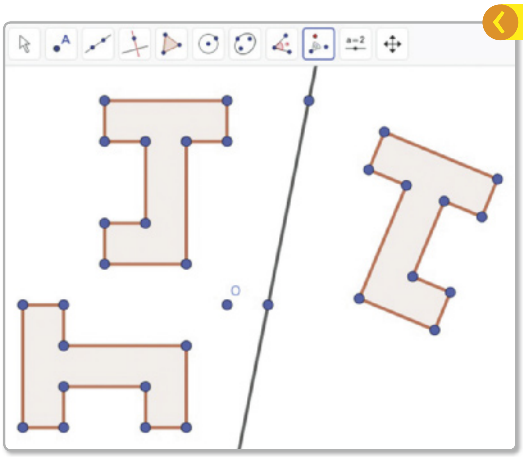
Veja a seguir como podemos construir no GeoGebra uma figura simétrica a uma dada figura por reflexão em relação a um eixo e por rotação em relação a um ponto.



1 Selecione a ferramenta **Polígono** e construa um polígono qualquer. Selecione a ferramenta **Reta**, marque dois pontos distintos e obtenha uma reta.



2 Para obter uma figura simétrica ao polígono construído no passo 1 por reflexão em relação à reta, selecione a opção **Reflexão em Relação a uma Reta**, clique na região interna do polígono e, em seguida, sobre a reta.



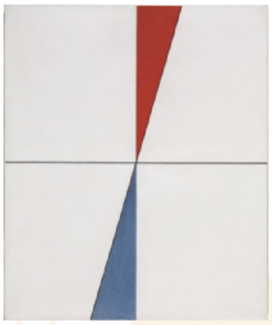
3 Agora, vamos obter uma figura simétrica ao polígono construído no passo 1 por rotação em relação a um ponto. Para isso, selecione a opção **Ponto** e marque um ponto **O**, como na figura ao lado. Utilizando a ferramenta **Rotação em Torno de um Ponto**, clique na região interna do polígono construído no passo 1 e, em seguida, sobre o ponto **O**. Na janela que será exibida, insira a medida do ângulo e o sentido desejado, nesse caso 90° no sentido anti-horário, e clique em **OK**.

Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

Respostas nas orientações ao professor.

1. Com a ferramenta **Mover**, mude de posição os vértices do polígono construído no passo **1**. O que você pode observar em relação ao que ocorre com os polígonos obtidos nos demais passos?

2. Utilizando as ferramentas necessárias para a construção de figuras simétricas por rotação, construa uma figura parecida com a obra de arte ao lado.



Ponto no ponto. 1931-1934. Sophie Taeuber-Arp. Óleo sobre tela.

Reprodução/Galeria de Arte Viva de A. E. Gallatin, Nova York, NY

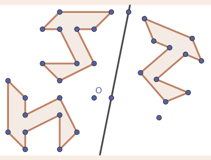
BNCC em foco

- Ao realizar os passos e a questão **2** desse tópico, os alunos poderão construir figuras obtidas por simetrias de rotação e reflexão, vinculando esses conceitos à representação de uma obra de arte, conforme a habilidade **EF07MA21** da BNCC.

- Antes de iniciar essa construção com os alunos, oriente-os a ocultar os eixos e a malha, conforme indicado na página **259**.
- Caso os alunos apresentem dificuldade em resolver a questão **2**, oriente-os a construir o triângulo vermelho da obra de arte, e a rotacioná 180° em qualquer sentido em relação ao vértice que é comum ao triângulo azul.

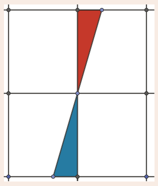
Respostas

1. Possível resposta:



Resposta pessoal. Espera-se que os alunos verifiquem que os polígonos construídos nos passos **2** e **3** continuam sendo simétricos ao polígono do passo **1**.

2. Possível resposta:



Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

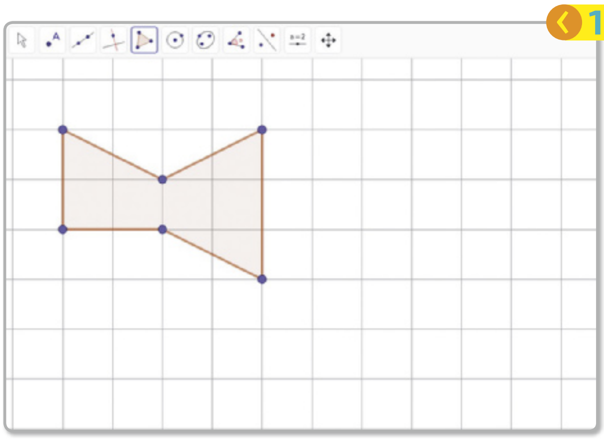
BNCC em foco

- Por meio da construção de figuras simétricas por translação com *softwares* de geometria dinâmica, complementamos o tópico anterior no trabalho com a habilidade **EF07MA21** da BNCC.

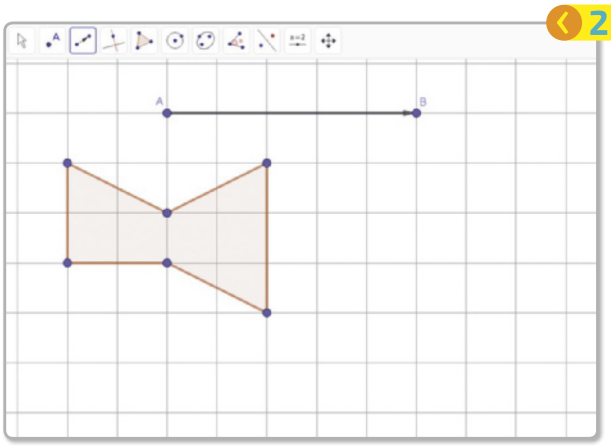
- Antes da realização do passo **1**, oriente os alunos a configurarem a malha quadriculada da seguinte maneira: clique no botão ⚙ e, na aba **Malha**, selecione a opção **Malha Principal** em **Tipo de malha**.
- Se julgar conveniente, comente com os alunos que um vetor é um objeto matemático que será definido e utilizado em anos posteriores.

Figuras simétricas por translação

Vamos utilizar o GeoGebra para construir uma figura simétrica a uma dada figura por translação.

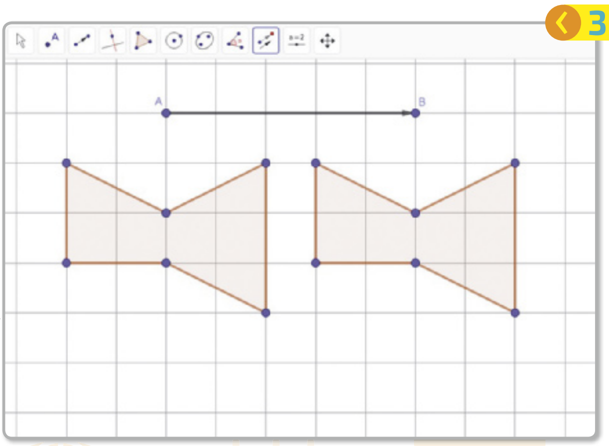


1 Com a exibição da malha quadriculada habilitada, selecione a ferramenta **Polígono** e construa um polígono qualquer.



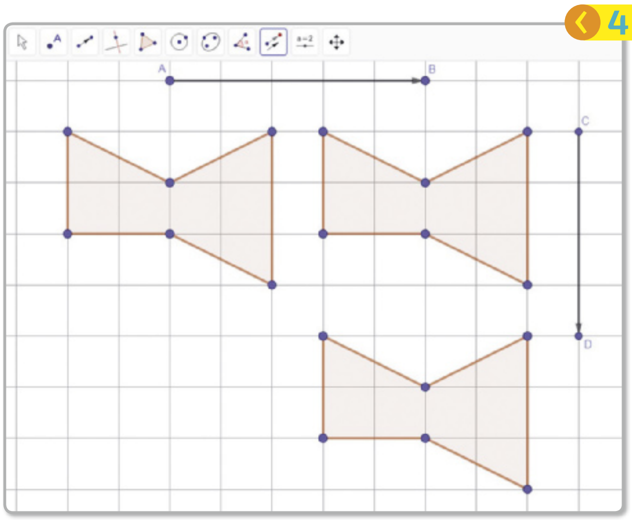
2 Para obter uma figura simétrica ao polígono construído no passo **1** por translação, construa um segmento de reta orientado, chamado vetor, conforme indicado ao lado. Para isso, selecione a ferramenta **Vetor** e clique em dois pontos, nesse caso, **A** e **B**.

O vetor construído no exemplo determina a direção (horizontal), o sentido (para a direita) e a medida da distância (5 unidades da malha) que a figura vai transladar.

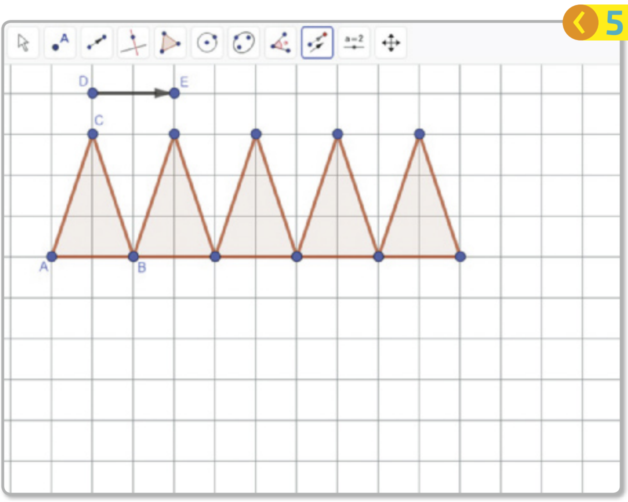


Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

3 Agora, selecione a ferramenta **Translação por um Vetor**, clique na região interna do polígono e, em seguida, no vetor. Com isso, obtemos a figura simétrica ao polígono construído no passo **1** por translação, de acordo com a direção, o sentido e a medida do comprimento do vetor.



4 A partir de outro vetor, indicando verticalmente 4 unidades da malha para baixo, obtenha uma figura simétrica ao polígono obtido no passo **3**, por translação. Para isso, selecione a ferramenta **Vetor** e clique em dois pontos, nesse caso, **C** e **D**, conforme a imagem ao lado. Para finalizar, selecione a ferramenta **Translação por um Vetor**, clique na região interna do polígono obtido no passo **3** e, em seguida, no vetor definido por **C** e **D**.



Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

5 A fim de construir várias figuras simétricas a um dado polígono por translação, uma possibilidade é construir inicialmente um polígono e utilizar um mesmo vetor para compor as demais figuras. Em um novo arquivo, realize esse procedimento a partir de um triângulo ABC e um vetor definido por **D** e **E**, conforme indicado ao lado.

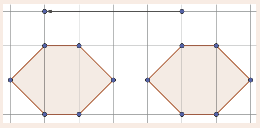
Respostas nas orientações ao professor.

1. O polígono obtido no passo **4** é simétrico ao polígono construído no passo **1**? Justifique.
2. Após o passo **5**, clique sobre uma das extremidades do vetor, segure e arraste. O que você pôde observar?
3. Construa um hexágono qualquer e, em seguida, obtenha uma figura simétrica a ele transladando-o 4 unidades da malha horizontalmente para a esquerda.
4. Construa um polígono qualquer e obtenha figuras simétricas em relação a ele por translação utilizando um único vetor, conforme feito no passo **5**.

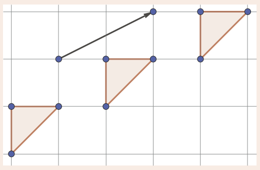
- No passo **5**, diga aos alunos que para obter a próxima figura, eles devem clicar no último triângulo construído e no vetor.

Respostas

1. Sim, pois o polígono do passo **4** corresponde ao polígono do passo **1** deslocado 5 unidades horizontalmente para a direita e 4 unidades verticalmente para baixo.
2. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que os polígonos construídos se aproximam ou se afastam uns dos outros, dependendo da medida do comprimento do vetor, e se alinham de acordo com a direção e sentido para os quais o vetor estiver apontando.
3. Possível resposta:



4. Possível resposta:



Imagens: Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

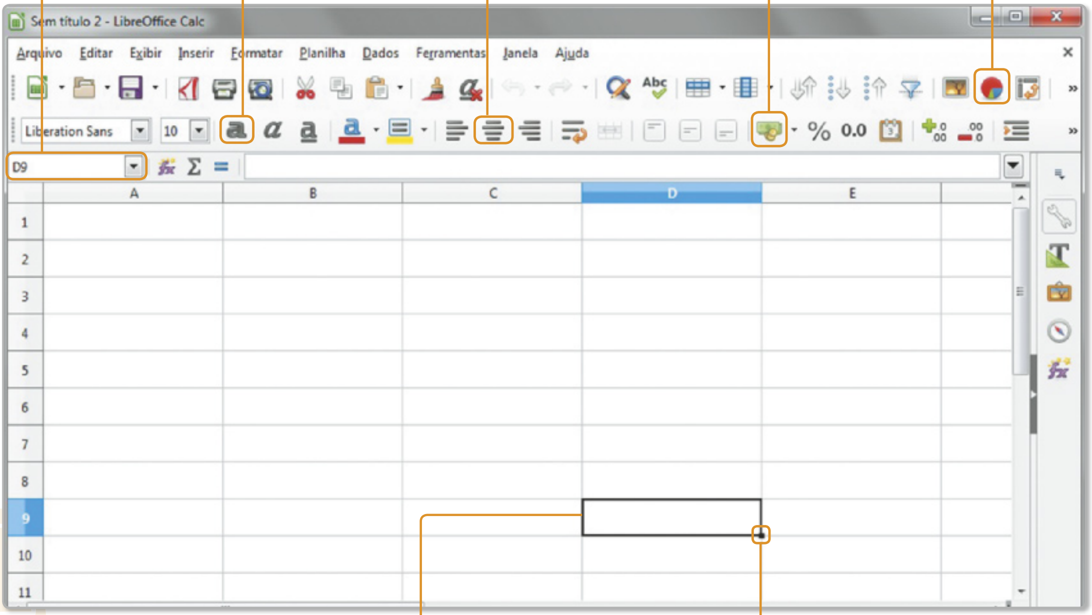
- Nos tópicos das próximas páginas, que descrevem como realizar alguns procedimentos e apresentam imagens obtidas do Calc, utilizamos a versão **5.4.7.2** do programa.
- Inicialmente, leia com os alunos a descrição das ferramentas destacadas nessa página, que serão utilizadas nos tópicos seguintes.
- Comente com os alunos que o encontro entre uma linha e uma coluna é chamado **célula** em uma planilha eletrônica. Verifique se eles percebem como localizar cada célula, utilizando uma letra, referente à coluna, e um número, referente à linha.

Planilha eletrônica

As planilhas eletrônicas são tabelas que podem ser preenchidas com diversos tipos de informações, como textos, dados numéricos e fórmulas. Elas facilitam a organização dos dados e possuem recursos para realizar cálculos e construir gráficos. Uma planilha é dividida em regiões retangulares, denominadas células, indicadas pelo cruzamento de uma linha (representada por um número) com uma coluna (representada por uma letra).

Calc é a planilha eletrônica do LibreOffice, uma versão gratuita de aplicações que inclui, além da planilha, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalá-la, basta acessar o *site* <https://pt-br.libreoffice.org>. Acesso em: 25 ago. 2018.

No esquema a seguir, são apresentados alguns recursos da planilha eletrônica do LibreOffice, que serão utilizados nos exemplos e atividades propostas nesta seção.



Indica a célula ou intervalo selecionado.

Formata um texto em negrito.

Centraliza um texto.

Formata uma célula como valor monetário.

Insere um gráfico e seus elementos, a partir de células selecionadas.

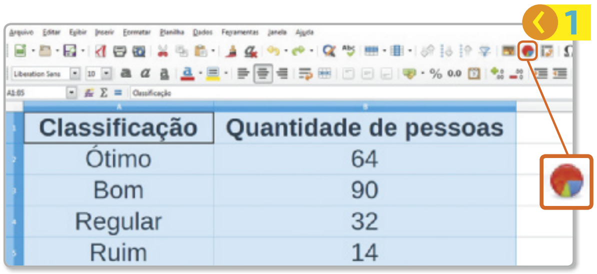
Célula selecionada.

Alça de preenchimento.

Imagens: Reprodução/Calc/The Document Foundation

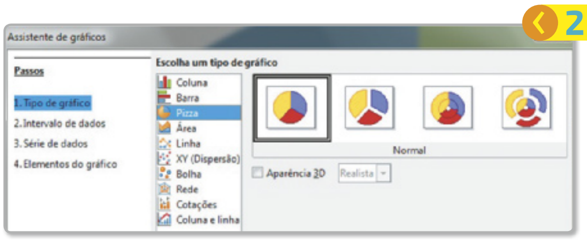
Gráfico de setores

A seguir, vamos construir um gráfico de setores utilizando o Calc com base em dados fictícios para uma das perguntas da atividade **10**, na página **86**: "Você considera o transporte público coletivo **ótimo**, **bom**, **regular** ou **ruim**?".



Classificação	Quantidade de pessoas
Ótimo	64
Bom	90
Regular	32
Ruim	14

1 Digite na planilha as informações conforme registrado ao lado. Em seguida, selecione o intervalo de células de **A1** a **B5**, clicando em **A1**, segurando o clique e arrastando até **B5**. Então, clique no botão destacado na imagem.



2 Será exibida na tela a caixa de diálogo **Assistente de gráficos**, em que se configuram os elementos do gráfico. Para criar um gráfico de setores, selecione a opção **Pizza**, em **Tipo de gráfico**, conforme indicado.

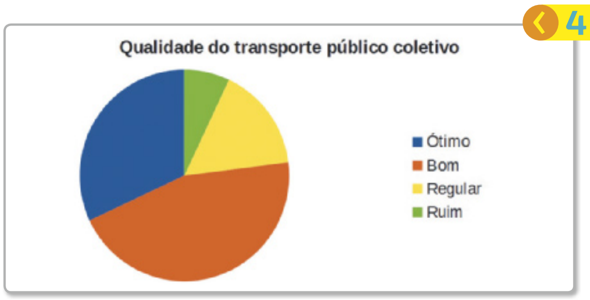
É possível construir outros tipos de gráficos, de acordo com a seleção.

Título: Qualidade do transporte público coletivo

☑ Exibir legenda

● À direita

3 Em **Elementos do gráfico**, preencha o campo **Título** com "Qualidade do transporte público coletivo", e deixe a opção **Exibir legenda** selecionada.



Imagens: Reprodução/Calc/The Document Foundation

4 Clique no botão **Concluir** para gerar o gráfico.

Como não há uma opção para inserir a fonte de pesquisa dos dados do gráfico, uma maneira de incluí-la é digitá-la em uma célula abaixo do gráfico.

Respostas nas orientações ao professor.

1. Em sua opinião, o gráfico construído contribui para facilitar a compreensão das informações apresentadas? Por quê?
2. Com a ajuda do professor, realizem uma pesquisa com todos os alunos da turma a partir da seguinte pergunta: "Qual é o meio de transporte que você mais utiliza para ir à escola?". Então, construa, no Calc, um gráfico de setores com os resultados obtidos.

BNCC em foco

- O objetivo desse tópico é que os alunos utilizem uma planilha eletrônica para registrar os dados de uma pesquisa na forma de uma tabela e, em seguida, obter um gráfico de setores associado a ela, conforme a habilidade **EF07MA36** da BNCC. Ainda segundo essa habilidade, ao realizar a atividade da questão **2**, eles poderão planejar e realizar uma pesquisa que envolve um tema de sua realidade social.

- Ao trabalhar a questão **2** com os alunos, se julgar conveniente, registre na lousa as respostas na forma de uma tabela. Depois, solicite que eles anotem as informações no caderno e, em seguida, construam o gráfico no Calc.

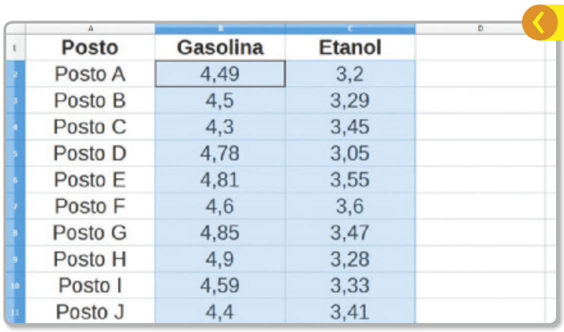
Respostas

1. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que sim e justifiquem dizendo que o gráfico de setores, nesse caso, permite comparar o resultado de cada possibilidade de resposta para a pesquisa em relação ao todo.
2. Resposta pessoal.

- Explique aos alunos que o intervalo de células **B2:C11** refere-se às células das colunas **B** e **C** que estão nas linhas **2** a **11**.
- Explique aos alunos que é possível inserir bordas e outras opções de formatação na aparência da tabela. Diversos ajustes podem ser feitos por meio da opção **Células...**, no menu **Formatar**. Utilizando a aba **Bordas**, por exemplo, os alunos podem inserir fios para separar as células de uma tabela inserida na planilha.
- Peça aos alunos que calculem, por escrito ou em uma calculadora, a média aritmética dos preços da gasolina. Verifique se eles percebem que o valor R$ 4,62, exibido no programa, está arredondado ao centésimo mais próximo. Explique-lhes que isso ocorre porque a célula está configurada para exibir um valor monetário com apenas duas casas decimais.
- A fim de verificar a resposta da questão **2**, oriente os alunos a deletar o valor da célula correspondente, em cada casa. Para isso, basta clicar sobre a célula e pressionar a tecla **Delete**.

Pesquisa de preços

A seguir, vamos organizar no Calc um quadro fictício com os preços do litro de gasolina e de etanol em alguns postos de combustível. Em seguida, vamos determinar o menor e o maior preço, além do preço médio do litro da gasolina.



Posto	Gasolina	Etanol
Posto A	4,49	3,2
Posto B	4,5	3,29
Posto C	4,3	3,45
Posto D	4,78	3,05
Posto E	4,81	3,55
Posto F	4,6	3,6
Posto G	4,85	3,47
Posto H	4,9	3,28
Posto I	4,59	3,33
Posto J	4,4	3,41

1 Insira as informações como na planilha ao lado e selecione o intervalo **B2:C11**, clicando em **B2**, segurando o clique e arrastando até **C11**.

Posto	Gasolina	Etanol
Posto A	R$ 4,49	R$ 3,20
Posto B	R$ 4,50	R$ 3,29
Posto C	R$ 4,30	R$ 3,45
Posto D	R$ 4,78	R$ 3,05
Posto E	R$ 4,81	R$ 3,55
Posto F	R$ 4,60	R$ 3,60
Posto G	R$ 4,85	R$ 3,47
Posto H	R$ 4,90	R$ 3,28
Posto I	R$ 4,59	R$ 3,33
Posto J	R$ 4,40	R$ 3,41

2 Clique no botão **Formatar como moeda**, para que os preços dos combustíveis das células selecionadas sejam exibidos como valores monetários.

Posto	Gasolina	Etanol
Posto A	R$ 4,49	R$ 3,20
Posto B	R$ 4,50	R$ 3,29
Posto C	R$ 4,30	R$ 3,45
Posto D	R$ 4,78	R$ 3,05
Posto E	R$ 4,81	R$ 3,55
Posto F	R$ 4,60	R$ 3,60
Posto G	R$ 4,85	R$ 3,47
Posto H	R$ 4,90	R$ 3,28
Posto I	R$ 4,59	R$ 3,33
Posto J	R$ 4,40	R$ 3,41
Preço médio:	R$ 4,62	
Menor preço:	R$ 4,30	
Maior preço:	R$ 4,90	

=MÉDIA(B2:B11)

=MÍNIMO(B2:B11)

=MÁXIMO(B2:B11)

Imagens: Reprodução/Calc/ The Document Foundation

3 Para apresentar o preço médio da gasolina, o menor e o maior preço, insira os textos e as fórmulas conforme indicado.

O preço médio é igual à média aritmética dos preços considerados.

Respostas nas orientações ao professor.

1. Termine de escrever as fórmulas na planilha para obter os valores do preço médio, do menor preço e do maior preço do etanol. Quais foram os resultados obtidos?
2. Se desconsiderarmos o menor preço pesquisado de cada combustível, o respectivo preço médio vai aumentar ou diminuir? E se desconsiderarmos o maior preço?
3. Realize uma pesquisa de preços de algum produto (que pode ser feita pela internet, por exemplo) e construa uma planilha parecida com a apresentada.

Atividade complementar

- Nas células **B15** e **C15**, insira uma fórmula para calcular a amplitude dos valores da gasolina e do etanol, respectivamente.
  R Possível resposta: = B14 – B13 e = C14 – C13

Respostas

1. preço médio: R$ 3,36; menor preço: R$ 3,05; maior preço: R$ 3,60
2. aumentar; diminuir
3. Resposta pessoal.

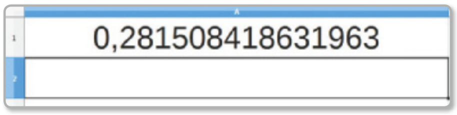
Sorteio de números

No Calc, existem funções que podemos utilizar para obter números aleatórios. Veremos a seguir como podemos inserir essas funções.

fórmula digitada

=ALEATÓRIO()

valor exibido



0,281508418631963

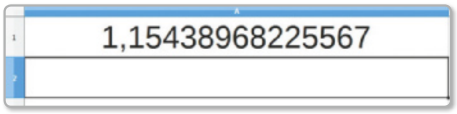
1 Na célula **A1**, digite a fórmula indicada acima e tecle **Enter**. O resultado obtido é um número decimal aleatório entre 0 e 1. Assim, de maneira geral, o número obtido é diferente a cada vez que se utiliza a fórmula.

> O valor aleatório é alterado toda vez que se realiza alguma ação na planilha.

fórmula digitada

=ALEATÓRIO()*10

valor exibido



1,15438968225567

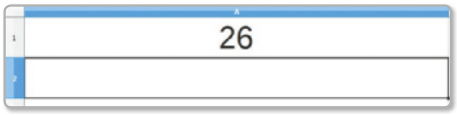
2 Para obter números maiores, basta realizar uma multiplicação. Por exemplo, para obter números aleatórios entre 0 e 10, multiplique o valor aleatório por 10, apagando a fórmula inserida no passo **1** e usando a que está indicada acima.

> O asterisco (*) indica a operação de multiplicação.

fórmula digitada

=ALEATÓRIOENTRE(1;100)

valor exibido



26

Imagens: Reprodução/ Calc/The Document Foundation

3 Existe também uma função para que sejam obtidos números inteiros. Por exemplo, para sortear números inteiros de 1 a 100, digite a fórmula indicada acima e tecle **Enter**.

Respostas nas orientações ao professor.

1. Qual é a probabilidade de se sortear um número par nas condições do passo **3**?
2. Qual fórmula pode ser digitada em uma célula da planilha eletrônica para simular o sorteio no lançamento de um dado de 6 faces?
3. Com o professor e os colegas, atribuam um número para cada aluno da turma. Em seguida, cada um deve sortear um desses números utilizando a planilha eletrônica, anotando os resultados na lousa.

- A questão **3** consiste em um experimento em que são realizados sorteios, com reposição, de um elemento em um conjunto de **n** elementos. Após a obtenção dos resultados, faça perguntas como: Quantas pessoas foram sorteadas mais de uma vez? Quantas pessoas não foram sorteadas? Por que isso ocorreu?

Respostas

1. A probabilidade é $\frac{50}{100}$, ou seja, $\frac{1}{2}$.
2. Possível resposta: =ALEATÓRIOENTRE(1;6)
3. Resposta pessoal.

BNCC em foco

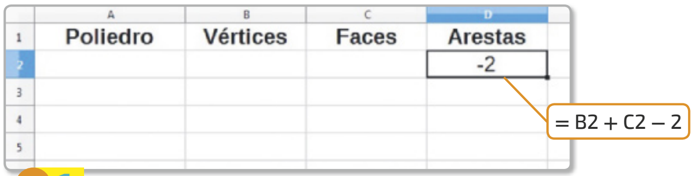
- O estudo da relação de Euler está associado à **Competência específica de Matemática 3** da BNCC no que diz respeito à relação entre Álgebra e Geometria. Se julgar conveniente, desenhe na lousa os poliedros citados nesse tópico.

- Comente com os alunos que os valores inseridos nas colunas **Vértices** e **Faces** devem ser inteiros e maiores ou iguais a 4, para que o poliedro exista. Se julgar conveniente, diga-lhes que o poliedro com a menor quantidade de vértices (4), faces (4) e arestas (6) é uma pirâmide de base triangular.

Fórmulas

Na página **135**, no capítulo **6**, estudamos uma relação entre a quantidade de vértices, faces e arestas de um poliedro, conhecida como relação de Euler. Veja, a seguir, como obter a quantidade de arestas de um poliedro qualquer, a partir da quantidade de vértices e de faces, utilizando o Calc.

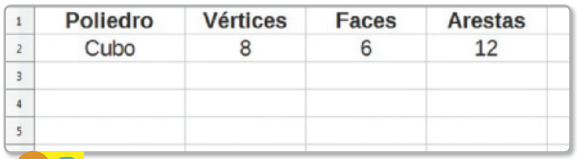
O valor −2, que aparece na célula **D2**, é calculado considerando o valor zero nas colunas correspondentes à quantidade de vértices e de faces.



	A	B	C	D
1	Poliedro	Vértices	Faces	Arestas
2				-2
3				
4				
5				

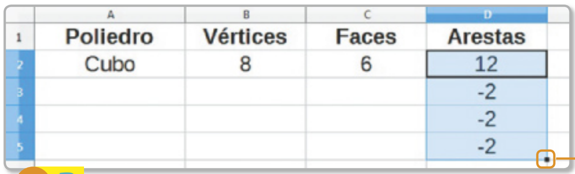
= B2 + C2 − 2

1 Digite as palavras indicadas como na planilha eletrônica acima. Como V + F = A + 2, temos que $\underbrace{A}_{D2} = \underbrace{V}_{B2} + \underbrace{F}_{C2} - 2$, ou seja, **D2 = B2 + C2 − 2**. Então, insira a fórmula indicada na célula **D2** e tecle **Enter**.



1	Poliedro	Vértices	Faces	Arestas
2	Cubo	8	6	12
3				
4				
5				

2 Ao inserir a quantidade de vértices e de faces de um cubo, por exemplo, nas células **B2** e **C2**, respectivamente, a quantidade de arestas é exibida na célula **D2**.



	A	B	C	D
1	Poliedro	Vértices	Faces	Arestas
2	Cubo	8	6	12
3				-2
4				-2
5				-2

Alça de preenchimento.

Imagens: Reprodução/Calc/The Document Foundation

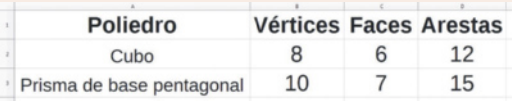
3 Para calcular a quantidade de arestas de outros poliedros, nas linhas abaixo, dadas as respectivas quantidades de vértices e faces, selecione a célula **D2**, clique na **Alça de preenchimento**, segure o clique e arraste para baixo até a linha desejada. Com isso, na célula **D3**, por exemplo, será inserida a fórmula = B3 + C3 − 2.

Respostas nas orientações ao professor.

1. Quantas arestas possui um poliedro com 5 vértices e 5 faces?
2. Insira na planilha as informações correspondentes a um prisma de base pentagonal. Qual é a quantidade de arestas obtida?
3. No passo **1**, qual fórmula você deveria inserir na célula **B2** para determinar a quantidade de vértices de um poliedro, dadas as quantidades de faces e arestas?

Respostas

1. 8 arestas
2. Veja abaixo uma possível resposta. 15 arestas



Poliedro	Vértices	Faces	Arestas
Cubo	8	6	12
Prisma de base pentagonal	10	7	15

Reprodução/GeoGebra/International GeoGebra Institute

3. = D2 − C2 + 2

Sugestões de livros e *sites*

Livros

- **Atlas da situação mundial**, de Dan Smith. Tradução de Mário Vilela. São Paulo: Companhia Editora Nacional.

Reprodução/Companhia Editora Nacional

- **Para entender o mundo**: os grandes desafios de hoje e de amanhã, de Odile Gandon. São Paulo: SM.
- **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**, de Nílson José Machado. São Paulo: Scipione. (Vivendo a Matemática).

Reprodução/Scipione

- **A história dos números**, de Hélio Gordon. São Paulo: FTD. (História-ciência, técnica, invenções e profissões).
- **Frações**, de David L. Stienecker. São Paulo: Moderna. (Problemas, jogos & enigmas).
- **Frações sem mistérios**, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).
- **Tecendo Matemática com arte**, de Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes. Porto Alegre: Artmed.
- **Como encontrar a medida certa**, de Carlos Alberto Marcondes dos Santos e Nelson Gentil. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).

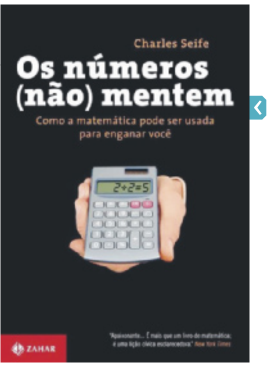
Reprodução/Ática

- **O aprendiz**, de Egidio Trambaiolli Neto. São Paulo: FTD. (O contador de histórias e outras histórias da Matemática).
- **A revelação**, de Egidio Trambaiolli Neto. São Paulo: FTD. (O contador de histórias e outras histórias da Matemática).
- **Proporções**, de Luiz Márcio Imenes e outros. São Paulo: Atual. (Pra que serve Matemática?).
- **Jogos de Matemática e de raciocínio lógico**, de Juan Diego Sánchez Torres. Petrópolis: Vozes.
- **Mania de Matemática**: diversão e jogos de lógica e Matemática, de Ian Stewart. Rio de Janeiro: Zahar.

Reprodução/Zahar

Reprodução/Zahar

- **101 ilusões de óptica**, de Sam Taplin. São Paulo: Edições Usborne.
- **Os mistérios dos números**: uma viagem pelos grandes enigmas da Matemática, de Marcus du Sautou. Rio de Janeiro: Zahar.
- **A música dos números primos**: a história de um problema não resolvido na Matemática, de Marcus du Sautoy. Rio de Janeiro: Zahar.
- **Uma proporção ecológica**, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).
- **O que fazer primeiro?**, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).



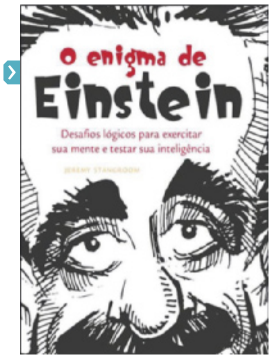
Reprodução/Zahar

- **Os números (não) mentem**: como a Matemática pode ser usada para enganar, de Charles Selfie. Rio de Janeiro: Zahar.
- **Contando a História da Matemática**: a invenção dos números, de Oscar Guelli. São Paulo: Ática.
- **O que você vai ser quando crescer?**, de Dinah Sales de Oliveira. São Paulo: Moderna.
- **Ideias geniais na Matemática**: maravilhas, curiosidades, enigmas e soluções brilhantes da mais fascinante das ciências, de Surendra Verma. Belo Horizonte: Gutenberg.
- **Sustentabilidade planetária, onde eu entro nisso?**, de Fabio Feldmann. São Paulo: Terra Virgem.

Reprodução/Terra Virgem

- **A geometria na sua vida**, de Nílson José Machado. São Paulo: Ática. (Saber Mais).
- **Cabe na mala**, de Ana Maria Machado e Claudius. Londrina: Salamandra.
- **Aventura decimal**, de Luzia Faraco Ramos. São Paulo: Ática. (A descoberta da Matemática).
- **O fantasma do espelho**, de Karen Dolby. São Paulo: Scipione. (Salve-se quem puder).

- **O enigma de Einstein**, de Jeremy Stangroom. São Paulo: Marco Zero.
- **Matemática divertida e curiosa**, de Malba Tahan. Rio de Janeiro: Record.



Reprodução/Marco Zero

Sites

- Arte & Matemática. Disponível em: <**www2.tvcultura.com.br/artematematica/home.html**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Escola Britânica. Disponível em: <**https://escola.britannica.com.br/levels/fundamental/article/matem%C3%A1tica/481856**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Domínio Público. Disponível em: <**www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.do**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- IBGE educa. Disponível em: <**https://educa.ibge.gov.br**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- iMática. Disponível em: <**www.matematica.br**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Disponível em: <**www.inep.gov.br**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Jornal da USP Especial. Disponível em: <**http://jornal.usp.br/especial/matematica**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Malba Tahan. Disponível em: <**www.malbatahan.com.br**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Olimpíada Brasileira de Matemática. Disponível em: <**www.obm.org.br**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Disponível em: <**www.obmep.org.br**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Tv Escola. Disponível em: <**https://tvescola.org.br**>. Acesso em: 4 out. 2018.
- Khan Academy. Disponível em: <**https://pt.khanacademy.org/math**>. Acesso em: 4 out. 2018.

Respostas

capítulo 1 Múltiplos e divisores

1. a) 8, 96, 58, 100, 60, 90, 44, 52
b) 33, 51, 93, 96, 60, 90
c) 8, 44, 52, 60, 96, 100
d) 100, 35, 60, 90
e) 35, 77, 49
f) 100, 60, 90

2. a) 27 minutos; 45 minutos
b) • sim • não • sim

3. múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88 e 96; múltiplos de 12: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 e 96
a) 0, 24, 48, 72 e 96
b) 24

4. b; c

6. a) 144 **b)** 48 **c)** 72 **d)** 144

7. a) 42 **b)** 91 **c)** 60 **d)** 480

9. 7 horas da manhã de terça-feira

10. 48 km

11. 10 embalagens de canetas, 5 embalagens de lápis e 6 embalagens de borrachas

12. 630 caixas

14. Possíveis respostas:
a) 1, 2, 5, 10 **c)** 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
b) 1, 3, 7, 21 **d)** 1, 2, 71, 142

15. 36 anos

16. 18 grupos de 1 aluno cada, 9 grupos de 2 alunos cada, 6 grupos de 3 alunos cada, 3 grupos de 6 alunos cada, 2 grupos de 9 alunos cada e 1 grupo de 18 alunos

17. a) • 1, 2, 4 e 8 • 1, 2 e 4
• 1, 2, 3, 4, 6 e 12 • 1, 2 e 4
b) • 8 • 12 • 4 • 4

18. a) 4 **b)** 13 **c)** 6 **d)** 1

20. 8 buquês, cada um com 2 rosas brancas e 3 rosas vermelhas

21. a) 90 cm **b)** 22 pedaços

22. a) 75 **c)** 126 **e)** 240
b) 208 **d)** 168 **f)** 270

23. 8 h 40 min

24. a) 14 **c)** 15 **e)** 35
b) 22 **d)** 39 **f)** 55

25. a) 12 **c)** 55 **e)** 81
b) 24 **d)** 75 **f)** 56

26. 42 m **27.** 72 figurinhas

28. 14 de outubro **29.** 21 minutos

30. a) 2 **b)** 5 **c)** 4 **d)** 2

31. a) 4 alunos
b) A: 7 grupos; B: 9 grupos

32. a) 53 saquinhos **b)** 3 balas; 5 balas

33. a) 7 **b)** 8 **c)** 10

34. a) 37 livros
b) • 32 prateleiras
• 36 prateleiras
• 25 prateleiras

35. a) 6 m
b) 23 pedaços
c) Não, pois 4 não é divisor de 18 e, assim, não seria possível dividir a fita azul em pedaços de 4 m sem sobras.

36. b) 2 438 195 760

capítulo 2 Frações

1. 20 computadores

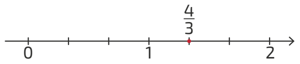
2. $\frac{2}{3}$

3. a) 2 h **b)** 4 m **c)** 10 kg **d)** 1,5 L

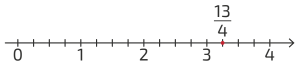
4. 256 km

5. a) R$ 54 000,00 **b)** R$ 900,00

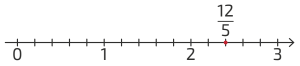
6. a) $\frac{4}{3}$; $1\frac{1}{3}$



b) $\frac{13}{4}$; $3\frac{1}{4}$



c) $\frac{12}{5}$; $2\frac{2}{5}$



Ilustrações: Sergio L. Filho

7. a) $2\frac{1}{4}$ **c)** $4\frac{5}{8}$ **e)** $5\frac{3}{8}$
b) $2\frac{4}{6}$ **d)** $3\frac{1}{7}$ **f)** $6\frac{9}{23}$

8. a) $\frac{7}{4} < \frac{11}{2}$ **c)** $\frac{9}{10} > \frac{18}{24}$ **e)** $\frac{27}{8} > \frac{21}{14}$
b) $\frac{3}{5} > \frac{13}{25}$ **d)** $\frac{16}{20} < \frac{21}{15}$ **f)** $\frac{12}{25} < \frac{29}{20}$

9. Possíveis respostas:
a) $\frac{2}{5}$ e $\frac{8}{20}$ **c)** $\frac{14}{6}$ e $\frac{35}{15}$ **e)** $\frac{2}{3}$ e $\frac{30}{45}$
b) $\frac{8}{18}$ e $\frac{12}{27}$ **d)** $\frac{7}{2}$ e $\frac{42}{12}$ **f)** $\frac{34}{28}$ e $\frac{51}{42}$

10. a) Alice e Sílvia

b) Mônica

c) • 29 pontos • 15 pontos • 29 pontos

11. a; c; d; f

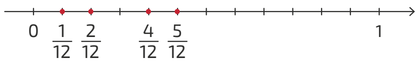
13. $\frac{14}{5}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{7}{12}$ e $\frac{21}{5}$ $\frac{16}{4}=4$; $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$; $\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$

14. a) • amarelo: $\frac{1}{12}$ • azul: $\frac{2}{12}$ • verde: $\frac{5}{12}$

• vermelho: $\frac{4}{12}$

b) $\frac{1}{12}<\frac{2}{12}<\frac{4}{12}<\frac{5}{12}$

c)



Sergio L. Filho

15. a) Não, pois não foi informado o total de moradores que votaram.

b) sim

c) $\frac{4}{15}<\frac{29}{50}$; Helena foi eleita.

16. a) entre 13 e 15 anos **b)** sim

17. I) $\frac{4}{5}>\frac{3}{4}$ **II)** $\frac{5}{3}<\frac{7}{4}$ **III)** $\frac{7}{10}>\frac{9}{15}$

18. a) $\frac{9}{7}$ **c)** $\frac{27}{10}$ **e)** $\frac{51}{40}$

b) $\frac{7}{3}$ **d)** $\frac{35}{12}$ **f)** $\frac{5}{18}$

19. a) • $\frac{1}{3}$ • $\frac{1}{36}$

20. • $\frac{1}{8}$ • $\frac{1}{2}$ • $\frac{5}{8}$

21. a) Ásia; Oceania

b) • $\frac{60}{200}$ • $\frac{279}{400}$

c) $\frac{93}{200}$

22. a) $\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{14}{15}$ **d)** $\frac{1}{5}$

23. a) $\frac{7}{4}$ **b)** $\frac{25}{12}$ **c)** $\frac{7}{4}$ **d)** $\frac{107}{72}$

24. $\frac{3}{20}$

25. A-II; B-III; C-I

a) não

b) O resultado obtido é a própria fração.

26. b) Pedro calculou apenas uma vez o mmc ou frações equivalentes, e Rafael calculou duas vezes o mmc ou frações equivalentes.

28. a) $\frac{9}{2}$ **c)** $\frac{7}{4}$ **e)** $\frac{162}{35}$

b) $\frac{45}{14}$ **d)** $\frac{10}{21}$ **f)** 20

29. tinta branca: 9 L; tinta vermelha: 5 L; tinta azul: 6 L

30. a) $\frac{1}{2}$

b) José Augusto: 210 votos; Leia: 112 votos; Everaldo: 168 votos

c) José Augusto e Everaldo

d) $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$ e $\frac{3}{8}$

31. a) $\frac{7}{20}$ **b)** R$ 630,00 **c)** R$ 162,00

32. a) $\frac{1}{10}$ de 1 h; 6 min **b)** $\frac{3}{8}$ de 1 L; 375 mL

33. a) • $\frac{1}{6}$ • $\frac{1}{18}$

b) • 140 ingressos • 40 ingressos

34. a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{3}{7}$ **c)** $\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{7}{15}$ **e)** $\frac{4}{15}$ **f)** 2

36. A: 3; B: 4; C: 5; D: 6

37. a) A-IV; B-III; C-I; D-II

b) C; A propriedade comutativa da multiplicação: em uma multiplicação, podemos trocar a ordem dos fatores que o resultado não se altera.

c) D; A propriedade do elemento neutro da multiplicação: em uma multiplicação de dois fatores em que um deles é igual a 1, o resultado é igual ao outro fator. Dizemos, então, que o número 1 é o elemento neutro da multiplicação.

d) A; A propriedade associativa da multiplicação: em uma multiplicação de três ou mais fatores, podemos associar esses fatores de maneiras diferentes, pois o resultado não se altera.

39. I) R$ 78,00 **II)** 45 L **III)** 8 horas

b) sim

40. a) 21 **b)** $\frac{5}{2}$ **c)** $\frac{1}{16}$ **d)** $\frac{2}{9}$ **e)** $\frac{7}{15}$ **f)** 12

41. $\frac{7}{2}$ voltas ou 3 voltas e meia

42. $\frac{1}{60}$

43. a) $\frac{1}{60}$ **b)** R$ 60,00 **c)** R$ 855,00

44. 14 copos

45. carrinho verde: 12 voltas;
carrinhos azul: 10 voltas

47. a) $\frac{10}{7}$ **b)** $\frac{8}{3}$ **c)** $\frac{7}{8}$ **d)** 1

48. a) $\frac{12}{20}$ ou $\frac{3}{5}$

b) $\frac{45}{30}$ ou $\frac{3}{2}$

c) $\frac{8}{9}$

d) $\frac{30}{30}$ ou 1

49. $\frac{1}{6}$

50. **a)** 32 **b)** $\frac{49}{64}$ **c)** $\frac{27}{125}$ **d)** $\frac{16}{81}$

51. **a)** A: 3 **b)** B: 5 **c)** C: 4 **d)** D: 8

52. **a)** $\frac{4}{25}$ **c)** $\frac{512}{9}$ **e)** $\frac{1}{10\,000}$

b) $\frac{343}{8}$ **d)** $\frac{11}{64}$ **f)** $\frac{216}{25}$

53. $\left(\frac{7}{2}\right)^3 > \left(\frac{3}{4}\right)^2 > \left(\frac{2}{5}\right)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)^4$

54. **a)** $\frac{256}{81}$ **c)** $\frac{169}{36}$ **e)** 256

b) $\frac{32}{243}$ **d)** $\frac{343}{729}$ **f)** $\frac{225}{64}$

56. **a)** 7 **c)** $\frac{1}{6}$ **e)** $\frac{9}{12}$

b) $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{7}{13}$ **f)** $\frac{1}{2}$

58. A: $\frac{8}{9}$; B: $\frac{2}{3}$; C: $\frac{9}{8}$; D: $\frac{9}{32}$; E: $\frac{81}{256}$; F: $\frac{3}{4}$

59. **a)** $\frac{7}{9}$ **b)** $\frac{13}{64}$ **c)** $\frac{4}{81}$

capítulo 3 Números decimais

1. 5,5: tamanho da tela, em polegadas; 13: resolução da câmera, em *megapixels*; 64: capacidade de armazenamento, em *gigabytes*; 1 150,64: preço à vista do produto, em reais; 10: quantidade máxima de parcelas; 141,16: valor de cada parcela, em reais; 3,9: taxa mensal de juro, em porcentagem; 1 411,60: preço a prazo do produto, em reais; 290,96: total de acréscimo, em reais.

2. **a)** 0,2; $\frac{2}{10}$ **b)** 0,012; $\frac{12}{1\,000}$

3. A: azul: $\frac{3}{10}$ e 0,3; vermelho: $\frac{5}{10}$ e 0,5; verde: $\frac{2}{10}$ e 0,2

B: azul: $\frac{38}{100}$ e 0,38; vermelho: $\frac{35}{100}$ e 0,35;

verde: $\frac{27}{100}$ e 0,27

4. **a)** $\frac{5}{10}$; $\frac{1}{2}$

b) $\frac{256}{100}$; $\frac{64}{25}$

c) $\frac{562}{10}$; $\frac{281}{5}$

d) $\frac{708}{100}$; $\frac{177}{25}$

e) $\frac{8\,512}{1\,000}$; $\frac{1064}{125}$

f) $\frac{104}{100}$; $\frac{26}{25}$

5. **a)** 3,9; 4,02; 4,1; 5,3; 7,02

b) 0,5; 0,99; 1,2; 1,23; 2,2

c) 54,9; 55,3; 55,8; 56,3; 56,8

6.

Sergio L. Filho

7. **a)** Possíveis respostas: 74,81; 78,14; 71,48.

b) Possíveis respostas: 47,18; 78,14; 84,17.

c) 81,74 ou 87,14

8. A: 45,1; B: 21,1; C: 16,7; D: 15,3; E: 11,3

9. **a)** AB = 1,5 cm; CD = 1,3 cm; EF = 1,8 cm; EF = 1,4 cm

b) $\overline{CD}$, $\overline{GH}$, $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$

10. **a)** caneta esferográfica; lapiseira

b) cola líquida e corretivo líquido

c) lapiseira

d) B: 3,72; C: 1,53; D: 4,73; E: 5,87; F: 2,71

11. **a)** 138,9

b) 110

c) 7,72

d) 0,585

12. R$ 429,75

13. **a)** 19,5

b) 18

c) 16,7

d) 281,8

14. **a)** 1 328,867

1 328,867

b) 14,907

14,907

- sim; Pois em uma adição, ao trocarmos a ordem das parcelas, a soma não se altera.

15. **a)** 23,105

b) 1,5823

c) 20,0203

d) 0,0103

16. **a)** 2011

b) 10,559 milhões

c) 2014; 0,24 milhão

17. **a)** R$ 8,00; R$ 7,44

b) R$ 3,00; R$ 3,37

c) R$ 4,00; R$ 3,51

d) R$ 20,00; R$ 19,38

18. **a)** • II e IV • I e IV **b)** I, II e III

19. **a)** R$ 130,56

b) R$ 62,51

c) R$ 80,94

d) R$ 75,12

20. a-III; b-V; c-II; d-IV; e-I; f-IV

21. R$ 21 375,00

22. **a)** medida da área: 16,048 m^2;
medida do perímetro: 16,78 m
b) medida da área: 19,581 m^2;
medida do perímetro: 18,94 m

23. R$ 11 726,00

24. **a)** 240
b) 6
c) 40
d) 168
a: 262,88; b: 6,409368; c: 51,007488; d: 169,58214

25. **a)** 20,1
b) 3 660,2
c) 0,02
d) 10 238,5
e) 36 891
f) 12,2

26. **a)** • 303,36 • 3,0336
b) • 86,26 • 862,6
c) • 466,038 • 4 660,38

27. **a)** monitor de LCD 17": R$ 438,50;
impressora multifuncional: R$ 368,20;
notebook: R$ 2 258,08
b) • R$ 80,30 • R$ 33,70 • R$ 437,12

28. **a)** propriedades: comutativa e associativa
b) • 22,5 • 90,2 • 75 030 • 2 000,3
• 4 000,6 • 63,2

29. **a)** 10
b) 99 020
c) 0,265
d) 10 000
e) 0,01

30. **a)** 42,7
b) 16
c) 10
d) 13,4

31. **a)** 4,375
b) 6,12
c) 7,6
d) 7,2
e) 5
f) 3,26

32. **a)** 1,95 L **b)** 0,05 L **c)** 9 copos

34. **a)** 4,07
b) 3,05
c) 4,04
d) 6,05

35. **a)** 837,56
b) 1 000; 1 000

36. **a)** 41,8 m
b) 43 m

37. **a)** 3,25
b) 6,8
c) 5,625
d) 8,111...

38. **a)** • 45,5 • 8,75 • 8
b) • 4 • 8

39. **a)** 12,5
b) 6
c) 7,1
d) 0,009

40. Alice: 0,65 kg; Carlos: 0,7 kg

41. c
R$ 60,30

42. **a)** $(0,3)^3 = 0,027$
b) $(2,5)^2 = 6,25$
c) $(9,7)^2 = 94,09$
d) $(1,01)^3 = 1,030301$

43. **a)** $(3,8)^2 = 14,44\ m^2$
b) $(4,6)^2 = 21,16\ m^2$

44. **a)** <
b) >
c) <
d) >

45. **a)** 2,5
b) 28,09
c) 8,7

46. a: 2,2; b: 3,7

47. 86,49

49. **a)** 3,75
b) 5,96
c) 2,83
d) 14,41

50. **a)** R$ 3,15
b) 256 g
c) 360 m
d) 549 mL
e) 8,7 t
f) 34 min

51. **a)** 12,5
b) 54
c) 28,5

52. 63 alunos

53. a) 77
b) 76
c) 468

54. *skate*: R$ 246,40; patins: R$ 280,00

55. a) R$ 97,75

56. R$ 34 105,00; R$ 33 081,85

57. R$ 1 055,00

58. R$ 3,40

60. a) loja **A**; loja **B**

capítulo 4 Estatística e probabilidade

1. a) 780 imigrantes
b) 1913; 6 848 imigrantes
c) 11 432 imigrantes

2. a) 2016 e 2017
b) aumentar

3. a) Sudeste; Centro-Oeste
b) 45,52 milhões de habitantes
c) sim
d) II

4. a) Ticuna
b) Kaingangs; 15 000
c) não; Porque a tabela apresenta a população aproximada de apenas algumas etnias indígenas, assim não é possível relacionar a população de cada etnia com a população indígena total.

5. a) Desperdício de alimentos no mundo.
b) • 10% • 50% • 30% • 10%
c) no manuseio e transporte; no campo e no varejo e consumidor final

6. a) junho e julho de 2018
b) 161,5 kWh
c) não
d) 26 kWh
e) 161,5 kWh

7. a) R$ 4,65; R$ 4,36
b) município **I**: R$ 4,56; município **II**: R$ 4,28
c) município **II**

8. a) média aritmética: 25 minutos; amplitude: 2 minutos

b) 25 minutos; Como a média aritmética é 25 minutos e a amplitude de 2 minutos é relativamente pequena, é provável que Pedro percorra o trajeto nos próximos dias em aproximadamente 25 minutos.

9. a) média: 11 horas; amplitude: 17 horas
b) Não, pois a amplitude da quantidade de horas de estudo desse aluno nessas semanas é grande quando comparada à média.

10. a) Possível resposta: não, porque crianças pequenas não saberiam opinar.
b) Possível resposta: no final da tarde, porque é o horário em que as pessoas estão voltando para casa após o trabalho ou após as aulas.
c) Possível resposta: nas proximidades dos pontos de ônibus.
e) Possível resposta: não, porque seria muito trabalhoso entrevistar todas as pessoas.
f) amostral

11. a) Quais locais da escola devem receber melhorias?; os alunos da escola
b) laboratório de informática

13. a) $\frac{1}{5}$ ou, aproximadamente, 20%
b) sim
c) sim

14. a) vermelha, rosa, verde, azul e roxa
b) roxa; sim
c) não; não
d) Vermelha, rosa e verde, pois há três bolinhas de cada uma dessas cores na urna.

15. a) 100 lançamentos

capítulo 5 Números positivos e números negativos

1. a) Montreal, Quebec e Washington
b) −15 °C; Quebec
c) Montreal
d) Dallas
e) não

2. a) −400 m
b) 6 962 m
c) −8 648 m
d) 3 670 m

3. a) R$ 173,11
b) 22/07
c) R$ 560,00; R$ 182,00

4. a) 1º; 3º; 4º e 5º bimestres; 2º e 6º bimestres
b) 6º bimestre; R$ 20 000,00
c) 3º e 4º bimestres

5. a) 37 °C
b) −20 °C
c) 100 °C
d) 0 °C

6. a) dias 2, 3, 4 e 6 de abril de 2018
b) −0,82%; dia 2 de abril de 2018
c) dia 3 de abril de 2018

7. I) A: −25; B: −15; C: −10; D: 15; E: 20; F: 25
II) A: −12; B: −6; C: −4; D: 2; E: 8; F: 14
III) A: −21; B: −15; C: −12; D: 6; E: 15; F: 21

8. a) −14 e −12
b) −9 e −7
c) 127 e 129
d) −2 e 0
e) 98 e 100
f) −21 e −19
g) 0 e 2
h) 199 e 201

9. A: 20 °C; B: 11 °C; C: 5 °C; D: −4 °C; E: −5 °C; F: −20 °C

10. A: −3, 65; B: −1, 81; C: −1, 24; D: −0, 3; E: 0,8; F: 2,27; G: 3,49
A: −4; B: −2; C: −1; D: 0; E: 1; F: 2; G: 3

11. a) 13: 12 e 14; −9: −10 e −8; −19: −20 e −18; 21: 20 e 22; −14: −15 e −13
b) 13: −13; −9: 9; −19: 19; 21: −21; −14: 14

12. a) A: −7, 5; B: −5; C: 2,5; D: 7,5
b) A: 7,5; B: 5; C: 2,5; D: 7,5
c) B e C

13. a) 17
b) 4,9
c) 3
d) 0,6
e) 13,2
f) 8,5

14. −2, 8 e 2,8; 14 e −14

15. A: $\frac{13}{2}$; B: 4; C: 2,5; D: −3; E: $-\frac{21}{5}$; F: −6, 8

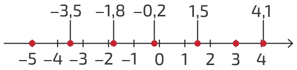
16. A: −5, 5; B: 5,5

17. a) A: −6; B: −4, 5; C: −1, 5; D: 3; E: 4,5
b) • E • C • D

18. a) • no domingo • na sexta-feira • no sábado
b) domingo, segunda-feira, terça-feira, quarta-feira e quinta-feira
c) domingo, segunda-feira e quarta-feira

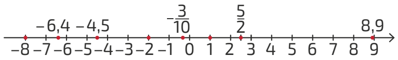
19. a) > **d)** > **g)** >
b) > **e)** < **h)** <
c) < **f)** <

20. a)



b) • −5; −3, 5; −1, 8 • 3; 4,1
c) −1, 8; −0, 2; 1,5

21. a) −8; −6, 4; −4, 5; −2; $-\frac{3}{10}$; 1; $\frac{5}{2}$; 8,9
b) 8,9; −8
c) −4, 5; −2; $-\frac{3}{10}$; 1; $\frac{5}{2}$
d)



Ilustrações: Sergio L. Filho

22. a) −99
b) −567

23. a) conservas em geral; pratos cozidos congelados, peixes congelados, sorvetes, carnes congeladas, do tipo bovino, suíno e ovino, e aves congeladas
c) Não, pois a medida da temperatura do *freezer* está muito baixa para o patê e muito alta para a *pizza* e o sorvete.
d) Sim, pois a medida da temperatura máxima a que o sorvete pode ser armazenado é igual à medida da temperatura mínima a que a *pizza* pode ser armazenada, ou seja, o *freezer* deve ser ajustado para −18 °C.

24. a) 47
b) 8
c) 11
d) −30
e) −11
f) −19

25. a) (−40) + (−25) = −65
b) (+35) + (−55) = −20

26. −4, 8

27. −5 e +17

28. a) −12; −17
b) Carol: 2; Tiago: 3
c) Tiago

29. a) −27
b) 20
c) 10
d) −49
a: −27,06; b: 20,48; c: 10,49; d: −49,11

30. a) R$ 77,50
b) R$ 17,50
c) R$ 432,50
d) R$ 152,50

31. a) −R$ 39,10
b) −R$ 106,74

32. a) <
b) <
c) <
d) >

33. a) −71
b) 32
c) −27
d) −85
e) −177
f) −21

34. a) −31
b) 28
c) 0
d) 9
e) −8

35. a) R$ 123,50
b) 4,8 °C

36. a) 1
b) 4,9
c) −10
d) −17

37. a) −13
b) 1
c) −14, 4
d) 11,2
e) −11, 16

38. a) I: comutativa; II: elemento oposto; III: associativa; IV: elemento neutro; V: elemento oposto
b) I: associativa; II: elemento oposto; III: elemento neutro; IV: elemento neutro

39. a) +15
b) −10; −30

40. a) 68
b) −2,229
c) −40,7
d) 37,55

41. 56 °C

42. a) positivo
b) Corinthians/SP: 20 gols;
Palmeiras/SP: 16 gols;
Santos/SP: 10 gols;
Avaí/SC: −19 gols;
Ponte Preta/SP: −15 gols;
Atlético/GO: −18 gols
c) Corinthians; Avaí

43. a) 58 °C
b) 29 s

44. a) 13
b) −4
c) 32
d) −9,84

45. a) Possíveis respostas: −100 − 0 = −100; 500 − 0 = 500; 0 − 0 = 0

46. Patrícia: 2 pontos; Roberto: 26 pontos; César: −6 pontos

47. a) −10
b) −32
c) −21
d) −54
e) 20

48. a) −48
b) −70
c) −48
d) −100
f) −102

49. a) −R$ 224,00
b) R$ 192,00
c) R$ 32,00

50. a) II
b) 12 °C

51. a) −56; 112; −224
b) 81; −243; 729
c) −48; −96; −192

52. a) (−6) · 4
b) (−2) · (−4)
c) (−2) · (−4) · 3

53. positivo: a, c, f; negativo: b, d, e

54. I) 90; **II)** −56
a) 90
b) 56
c) −90
d) −56
e) 56

56. B: −400 m; C: −2 000 m

57. a) −7
b) −4
c) −12
d) +8
e) +7
f) −5

58. a) −14,4
b) 13,32
c) −50,96
d) 18,63

59. d; 18

60. a) $(-9)\cdot(+7)+(-4)\cdot(-7)=-35$
b) $-8+(+5)\cdot(-6)-(-12)=-26$
c) $(-11)\cdot(-4)-(+3)\cdot(-5)=59$

61. a) 8
b) −16
c) −65
d) 12
e) 18
f) −18

62. a) 60
b) −720
c) −60
d) −168

63. a) −13
b) 23
c) 1
d) 11
e) −56

64. a) −390
b) 230
c) −210
d) −440
e) 200
f) −4 200

65. $(-2)\cdot(+5)\cdot(-4)=40$; $(-2)\cdot(+5)\cdot(+9)=-90$; $(-2)\cdot(-4)\cdot(+9)=72$; $5\cdot(-4)\cdot(+9)=-180$

66. a) −60; −59, 04
b) 100; 100,98
c) −130; −132, 1364
d) 2; 1,872
e) 612; 610,878
f) −66; −68,598

67. a) $\left(-56\right):\left(-8\right)=\left(+7\right)$
$\left(-56\right):\left(+7\right)=\left(-8\right)$
b) $\left(+48\right):\left(-12\right)=\left(-4\right)$
$\left(+48\right):\left(-4\right)=\left(-12\right)$
c) $\left(-54\right):\left(+6\right)=\left(-9\right)$
$\left(-54\right):\left(-9\right)=\left(+6\right)$
d) $\left(-11,7\right):\left(+1,8\right)=\left(-6,5\right)$
$\left(-11,7\right):\left(-6,5\right)=\left(+1,8\right)$
e) $\left(-7,14\right):\left(+2,1\right)=\left(-3,4\right)$
$\left(-7,14\right):\left(-3,4\right)=\left(+2,1\right)$
f) $\left(-\frac{35}{24}\right):\left(-\frac{7}{3}\right)=\left(+\frac{5}{8}\right)$
$\left(-\frac{35}{24}\right):\left(-\frac{5}{8}\right)=\left(-\frac{7}{3}\right)$

68. a) −6
b) 8
c) −15
d) 12

69. a) −14
b) 1 377
c) −1

70. I) A: −156; B: −94
II) C: −495; D: −494; E: −433

72. −R$ 28,00

73. a) −12
b) 0
c) 9
d) 2

74. a) $-48:(8\cdot 3)=-2$
b) $-7\cdot(5-2):3=-7$
c) $(7\cdot 6):(9-12)=-14$
d) $12:(2-4)\cdot(5+1)=-36$

75. a) positivo
b) negativo
c) positivo
d) positivo
e) negativo
f) positivo

76. a) −125
b) $\frac{1}{81}$
c) 0,04
d) $-\frac{4}{9}$
e) 9,261
f) 1

77. a) =
b) ≠
c) ≠
d) =
e) ≠
f) =

79. a) $\frac{1}{36}$
b) 343
c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{16}{81}$
e) −64
f) −1

80. a-IV; b-III; c-II; d-V; e-I

81. **a)** $-0,216$
b) 72,25
c) 70,7281
d) 104,8576

82. **a)** 2^8
b) 8^5
c) $(-0,3)^{24}$
d) 6^{10}
e) $\left(-\frac{4}{3}\right)^0$
f) $(13,5)^{-4}$
g) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-6}$
h) $\left(-\frac{8}{5}\right)^{-9}$

83. A: 5; B: 11; C: 3; D: -7; E: -3; F: -2

84. **a)** =
b) <
c) =
d) >
e) <
f) >

85. **a)** $\left(\frac{4}{3}\right)^{48}$
b) $\left(\frac{5}{8}\right)^{18}$
c) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-10}$

86. **a)** 259
b) 93
c) 16
d) 67
e) 161

capítulo 6 Expressões algébricas, fórmulas e equações

1. **a)** $3x$
b) $\frac{x}{2}$
c) $\frac{3}{4}x$
d) x^2
e) $3 + 5x$
f) $\frac{20}{100}x$ ou $0,2x$

2. **a)** $1\,420 + 0,04x$ ou $1\,420 + \frac{4}{100}x$
b) • R$ 1 588,00 • R$ 2 034,00 • R$ 1 776,52

3. • $h + 293$
• $(h + 293) - 41$ ou $h + 252$
• $[(h + 293) - 41] + 229$ ou $(h + 252) + 229$ ou $h + 481$
cachoeira do Aracá: 365 m;
torre Eiffel: 324 m;
torre CN: 553 m

4. **a)** $3x - 5$ **c)** $4c - 4$ **e)** $16s + 6$
b) $12 - 6d$ **d)** $y - 4$ **f)** $t + 5$

5. a-III; b-II; c-I

6. **a)** III
b) • 3 casas para a frente • 5 casas para trás
• 7 casa para a frente • 4 casa para trás

7. **a)** • R$ 0,058 • R$ 0,042 • R$ 0,022
b) IV

8. **a)** A variável **d** representa a medida da distância percorrida, em quilômetros, e a variável **t**, a medida do tempo de viagem que o táxi ficou parado, em minutos.
b) R$ 47,10

9. 66

10. Fabiana: 1,72 m; Leonardo: 1,79 m; Renata: 1,59 m

11. I: 8; II: 8; III: 8; IV: 12

12. **a)** 16 bolinhas; 19 bolinhas
b) I e IV
c) sim
d) 25 bolinhas; 43 bolinhas
d) sim, $a_1 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + 3$ para $n > 1$

13. definidas de maneira recursiva: **b** e **c**; definidas pela fórmula do termo geral: **a** e **d**

14. **a)** $(1, 2, 2, 4, 8, 32, 256)$
b) não
c) sim; Possível resposta: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ e $a_n = a_{n-2} \cdot a_{n-1}$, para $n > 2$

15. **a)** $2p - 1$
b) 39 palitos
c) sim; sim
d) sim; Possível resposta: $a_1 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$

16. (5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41)

17. **a)** 4, 6, 8, 10, 12 ...
b) $q = 2n + 2$
c) 16
d) 9
e) sim; Possível resposta: $a_1 = 4$ e $a_n = a_{n-1} + 2$, para $n > 1$

18. a) $n^3 - 4$; $n^3 - 4$

b) Sim, porque, ao simplificá-las, obtemos a mesma expressão algébrica.

c) a-III; b-II

19. b) $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $a_{n-1} + a_{n-2} = 1$, para $n > 2$

c) 21 e 34

21. $A = 12$; $B = 7$; $C = 14$; $D = 9$

22. b; e; h

23. b; c

24. 7

25. a) $x = 8$ **b)** $y = 4$ **c)** $z = 5$ **d)** $x = 6$

26. a-III; b-II; c-I

27. a) $4x = 12$

b) 3 kg

28. $68x = 7\,140$; 105 m

29. $x = 8$

30. a) $3x + 5 = 11$; $x = 2$

b) $6x - 12 = 12$; $x = 4$

c) $4x + 10 = 22$; $x = 3$

d) $3x + 3 = 18$; $x = 5$

31. 16 anos

32. a) $95 + 5x = 160$ **b)** 13 L

33. 41; 42; 43

34. a) $x + (x + 120) + 2x = 660$

b) 135 espectadores

35. a-II: $x = 3$; b – III: $x = 1$; c – I: $x = 2$

36. a) $x = 7$

b) $x = 3$

c) $x = 6$

d) $x = 4$

e) $x = 3$

f) $x = 2$

37. I) $A = 6$; $B = 1$; $C = 4$

II) $A = 6$; $B = 11$; $C = 7$

38. Mariana: R$ 39,70; Pedro: R$ 21,70

40. $x = 17$

41. a) II **b)** 4 150 agasalhos

42. infantil: 249 alunos; fundamental: 972 alunos; médio: 193 alunos

43. a) $6x + 4 = 8x$

capítulo 7 Grandezas e medidas de temperatura, energia e capacidade

1. a) Possível resposta: capacidade de armazenamento.

b) Possíveis respostas: comprimento, massa, temperatura e idade.

c) Possíveis respostas: comprimento e intensidade luminosa.

d) Possíveis respostas: velocidade e consumo de combustível.

2. a) Possível resposta: termômetro.

b) Possível resposta: balança.

c) Possível resposta: régua.

d) Possível resposta: relógio.

e) Possível resposta: velocímetro.

f) Possível resposta: transferidor.

3. quantidade de água em um copo: contínua; quantidade de páginas de um livro: discreta; quantidade de atletas participantes de uma olimpíada: discreta; tempo de percurso entre duas cidades: contínua; profundidade de um rio: contínua; quantidade de carros em um estacionamento: discreta

4. a) não

c) sim

e) verdadeira

5. A: 13; B: 1,53; C: 48; D: 36; E: 2 071

6. a) 0 °C

b) kelvin; K

7. I) 180 s

II) 0,65 kg

8. a) Curitiba; 12,5 °C

b) Rio Branco: 7,9 °C;
Macapá: 7,8 °C;
Salvador: 4,5 °C;
Brasília: 9 °C;
Campo Grande: 9,8 °C;
Rio de Janeiro: 14,8 °C;
Curitiba: 11,7 °C

c) Brasília e Rio de Janeiro

d) Salvador

9. −15 °C

10. a) 40 °C

b) 2 °C

c) 37 °C; 36,8 °C; 37,4 °C

12. 14 °F = −10 °C;

−76 °F = −60 °C

13. a)
- 198 K
- 234 K

b) líquido **A**: máx.: 185 °C, mín.: −13 °C;
líquido **B**: máx.: 215 °C, mín.: −19 °C

c) 30 °C

14. a) sardinha; alface

b) 368,2 kcal

c) 244,8 kcal

d) aproximadamente 130 g

16. **a)** Elaine: 2 267 kcal; Rafael: 3 225 kcal; Diego: 1 413 kcal; Márcio: 950 kcal; Bruna: 850 kcal
b) 1 417 kcal
c) 9 891 kcal
d) 3 556,4 kJ

17. **a)** litro
b) mililitro
c) mililitro
d) litro
e) mililitro
f) litro

18. **a)** 1 290 mL
b) 5 110 mL
c) 7 195 mL
d) 6 500 mL
e) 1 500 mL
f) 10 500 mL

19. **a)** 14 de maio
b) 1 095 mL
c) 425 mL

20. **a)** 6 L
b) 7,5 L

21. **a)** 4 L 200 mL
b) 2 L 535 mL
c) 8 L 420 mL
d) 3 L 5 mL
e) 1 L 250 mL
f) 2 L 200 mL

22. **a)** Sudeste; Nordeste
b) 1 257,9 L
d) Norte: 154 L 500 mL; Nordeste: 112 L 500 mL; Sudeste: 179 L 700 mL; Sul: 144 L 200 mL; Centro-Oeste: 148 L 500 mL

23. **a)** 60 s
b) 70 s
c) 56 s
d) 58 s

24. **a)** 192 xícaras **b)** R$ 652,80

25. 45 dias

26. B: 30 L; C: 60 L

27. **a)** 25,55
b) 225
c) 5,65
d) 15,6
e) 0,25
f) 0,944
g) 3,78
h) 14 220

28. Possível resposta: 1º passo – encha o recipiente **E** e despeje o conteúdo no **D**; 2º passo – encha o recipiente **E** novamente e despeje o conteúdo no **F** até enchê-lo; 3º passo – despeje o restante da água do recipiente **E** no **D**, obtendo assim 450 mL.

capítulo 8 Ângulos

2. d; 270°

3. 8; 2; 4; 8; 6; 6

4. Possível resposta: $C\hat{O}D$, $D\hat{O}A$, $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}A$

5. **a)** lados: $\overline{OM}$ e $\overline{ON}$;
vértice: O;
ângulo: $\hat{O}$, $M\hat{O}N$ ou $N\hat{O}M$
b) lados: $\overline{DB}$ e $\overline{DC}$;
vértice: D;
ângulo: $\hat{D}$, $B\hat{D}C$ ou $C\hat{D}B$
c) lados: $\overline{RP}$ e $\overline{RQ}$;
vértice: R;
ângulo: $\hat{R}$, $P\hat{R}Q$ ou $Q\hat{R}P$
d) lados: $\overline{GE}$ e $\overline{GF}$;
vértice: G;
ângulo: $\hat{G}$, $E\hat{G}F$ ou $F\hat{G}E$

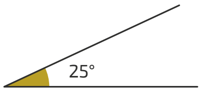
6. **a)** 90°
b) 270°
c) 180°
d) 360°
e) 60°
f) 225°

7. **a)** 50°
b) 160°
c) 125°
d) 300°

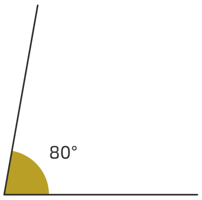
8. **a)** 100°
b) 40°
c) 170°
d) 60°
e) 10°
f) 135°

9. **a)** <
b) >
c) >
d) <
e) <
f) >

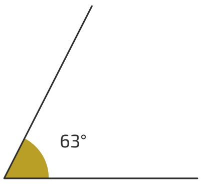
10. a)



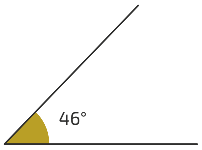
b)



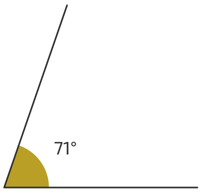
c)



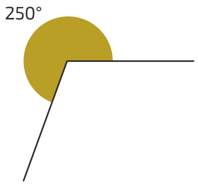
d)



e)



f)



Ilustrações: Sergio L. Filho

11. a) 3 h e 9 h
b) 6 h

12. a) 150°; obtuso
b) 180°; raso
c) 60°; agudo
d) 90°; reto

13. reto: c; agudo: a, d; raso: e; obtuso: b

15. a) $D\hat{E}F$ e $J\hat{K}L$; $M\hat{O}N$ e $T\hat{S}U$
b) $A\hat{B}C$ e $V\hat{X}Z$; $G\hat{H}I$ e $P\hat{Q}R$

16. $med(\hat{a})=108°$; $med(\hat{b})=28°$; $med(\hat{c})=77°$; $med(\hat{d})=52°$

17. a) 90°; complementares
b) 180°; suplementares

18. 78° e 102°

19. I) $\hat{a}$ e $\hat{c}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$ **II)** $\hat{b}$ e $\hat{c}$; $\hat{d}$ e $\hat{e}$

20. a) Sim, pois os ângulos são opostos pelo vértice.
b) $\hat{x}=140°$; $\hat{y}=40°$; $\hat{z}=140°$

21. 42°

22. I) 137°
II) 63°

23. a) $\hat{a}$ e $\hat{c}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$
b) Sim, pois são ângulos opostos pelo vértice.
c) diminui; aumenta
d) aumenta; diminui
e) não

24.
- $\hat{a}$ e $\hat{i}$; $\hat{b}$ e $\hat{j}$; $\hat{c}$ e $\hat{k}$; $\hat{d}$ e $\hat{l}$; $\hat{e}$ e $\hat{m}$; $\hat{f}$ e $\hat{n}$; $\hat{g}$ e $\hat{o}$; $\hat{h}$ e $\hat{p}$
- $\hat{c}$ e $\hat{j}$; $\hat{d}$ e $\hat{i}$; $\hat{g}$ e $\hat{n}$; $\hat{h}$ e $\hat{m}$
- $\hat{a}$ e $\hat{l}$; $\hat{b}$ e $\hat{k}$; $\hat{e}$ e $\hat{p}$; $\hat{f}$ e $\hat{o}$
- $\hat{c}$ e $\hat{i}$; $\hat{d}$ e $\hat{j}$; $\hat{g}$ e $\hat{m}$; $\hat{h}$ e $\hat{n}$
- $\hat{a}$ e $\hat{k}$; $\hat{b}$ e $\hat{l}$; $\hat{e}$ e $\hat{o}$; $\hat{f}$ e $\hat{p}$

25. $med(\hat{a})=72°$;
$med(\hat{b})=108°$;
$med(\hat{c})=72°$;
$med(\hat{d})=108°$

26. I) $med(\hat{a}) = 122°$;
$med(\hat{b}) = 58°$;
$med(\hat{c}) = 122°$;
$med(\hat{d}) = 58°$

II) $med(\hat{a}) = 102°$;
$med(\hat{b}) = 102°$;
$med(\hat{c}) = 78°$;
$med(\hat{d}) = 78°$

III) $med(\hat{a}) = 43°$;
$med(\hat{b}) = 137°$;
$med(\hat{c}) = 43°$;
$med(\hat{d}) = 137°$

27. $med(\hat{a})=94°$; $med(\hat{b})=94°$; $med(\hat{c})=86°$; $med(\hat{d})=82°$; $med(\hat{e})=98°$; $med(\hat{f})=82°$

28. 53°

29. $\text{med}(\hat{x}) = 87°$; $\text{med}(\hat{y}) = 93°$; $\text{med}(\hat{z}) = 93°$; $\text{med}(\hat{w}) = 87°$

30. **a)** V **b)** V **c)** F

31. 102° e 78°

32. **I)** $\text{med}(\hat{x}) = 148°$ **II)** $\text{med}(\hat{x}) = 93°$

33. **I)** $\text{med}(B\hat{O}C) = 63°$

II) $\text{med}(A\hat{O}B) = 28°$;
$\text{med}(C\hat{O}D) = 28°$

III) $\text{med}(A\hat{O}B) = 36°$;
$\text{med}(C\hat{O}D) = 72°$;
$\text{med}(D\hat{O}E) = 36°$;
$\text{med}(A\hat{O}F) = 72°$

34. $\text{med}(\hat{a}) = 48°$; $\text{med}(\hat{b}) = 138°$; $\text{med}(\hat{c}) = 42°$; $\text{med}(\hat{d}) = 90°$

35. $\text{med}(\hat{a}) = 88°$; $\text{med}(\hat{b}) = 130°$

36. **I)** $\text{med}(\hat{a}) = 18°$;
$\text{med}(\hat{b}) = 162°$;
$\text{med}(\hat{c}) = 18°$;
$\text{med}(\hat{d}) = 162°$;
$\text{med}(\hat{e}) = 162°$

II) $\text{med}(\hat{a}) = 83°$;
$\text{med}(\hat{b}) = 97°$;
$\text{med}(\hat{c}) = 97°$;
$\text{med}(\hat{d}) = 83°$;
$\text{med}(\hat{e}) = 83°$

37. Afirmação **b**, pois $\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = 95°$.

capítulo 9 Polígonos e formas circulares

1. convexos: **a** e **c**; não convexos: **b** e **d**

2. **I)** vértices: A, B, C e D; lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$;
ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$; diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$

II) vértices: E, F, G, H e I; lados: $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$ e $\overline{IE}$;
ângulos internos: $\hat{E}$, $\hat{F}$, $\hat{G}$, $\hat{H}$ e $\hat{I}$;
diagonais: $\overline{EG}$, $\overline{EH}$, $\overline{FH}$, $\overline{FI}$ e $\overline{GI}$

III) vértices: J, K e L; lados: $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{JL}$;
ângulos internos: $\hat{J}$, $\hat{K}$ e $\hat{L}$

IV) vértices: M, N, O, P, Q e R; lados: $\overline{MN}$, $\overline{NO}$, $\overline{OP}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$ e $\overline{MR}$; ângulos internos: $\hat{M}$, $\hat{N}$, $\hat{O}$, $\hat{P}$, $\hat{Q}$ e $\hat{R}$;
diagonais: $\overline{MO}$, $\overline{MP}$, $\overline{MQ}$, $\overline{NP}$, $\overline{NQ}$, $\overline{NR}$, $\overline{OQ}$, $\overline{OR}$ e $\overline{PR}$

3. **a)** Acre, Mato Grosso do Sul, Minas Gerais, Bahia e Pará
b) Mato Grosso do Sul, Santa Catarina e Bahia
c) Santa Catarina
d) Santa Catarina

4. **a)** 19,2 cm **b)** 19,5 cm **c)** 21,6 cm

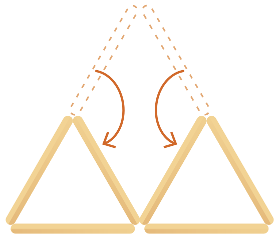
5. **a)** 180°
b) ângulos suplementares

6. b; c; f
a: 60°; b: 120°; c: 60°; d: 90°; e: 75°; f: 90°

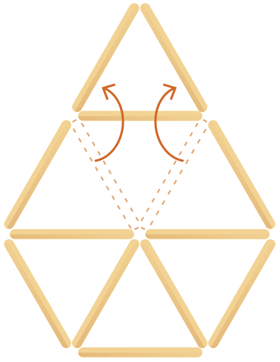
7. vértices: L, M e N; lados: $\overline{LM}$, $\overline{MN}$ e $\overline{NL}$; ângulos internos: $\hat{l}$, $\hat{m}$ e $\hat{n}$; ângulos externos: $\hat{o}$, $\hat{p}$ e $\hat{q}$

8. **a)** $\overline{BC}$ **c)** 4 m
b) $\hat{b}$ **d)** 15 m

9. **a)** Possível resposta:



b) I: 6 figuras que lembram triângulos
II: Possível resposta:



Ilustrações: Barbara Sarzi

10. **a)** acutângulo
b) retângulo
c) obtusângulo

12. a, c, d

13. **a)** F; Possível resposta: não existem triângulos que possuem mais de um ângulo obtuso.
b) V
c) V

14. a) A figura que lembra um triângulo.
b) todas as figuras; triângulo e pentágono

15. 7 cm, 8 cm ou 9 cm

16. Possível resposta:
10 m, 10 m e 5 m;
6 m, 8 m e 11 m;
12 m, 5 m e 8 m;
11 m, 7 m e 7m

17. a) 81° **b)** 50° **c)** 60° **d)** 90°

18. a) • 60° • 120° • 120°; são iguais
b) 180° – 94° = 35° + 51°;
180° – 35° = 51° + 94°;
180° – 51° = 35° + 94°

19. $\text{med}(\hat{A}) = 40°$, $\text{med}(\hat{B}) = 20°$ e $\text{med}(\hat{C}) = 120°$

20. a) I: pentágono;
II: heptágono;
III: eneágono;
IV: octógono
b) I: 540°; II: 900°; III: 1 260°; IV: 1 080°

21. a) 90° **c)** 135°
b) 120° **d)** 144°

22. b) I: 150°;
II: 110°

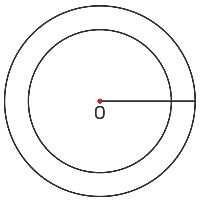
23. $\text{med}(\hat{a}) = 168°$, $\text{med}(\hat{b}) = 84°$ e $\text{med}(\hat{c}) = 84°$

24. a) 100°
b) 72°

26. a) $\overline{AB}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CD}$ **b)** $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OE}$ **c)** $\overline{BE}$

27. a) 24 cm **b)** 15 cm

28. a) 2 cm
b)



Sergio L. Filho

30. a) B e C **b)** A e F **c)** D e E

31. a) Sim, para que nenhum aluno seja prejudicado por estar mais distante do sino que os demais.
c) Sobre a circunferência desenhada no chão.

32. a) $\frac{223}{71} \simeq 3{,}1408$, $\frac{22}{7} \simeq 3{,}1428$;
Até a segunda casa decimal.
b) verdadeira
c) II
d) 94,2 cm

34. a) 69,08 cm
b) 46,26 cm
c) 35,98 cm

35. a) aproximadamente 103,62 m
b) 1 448 voltas

36. a) 3,5 cm
b) 7 cm
c) 9,5 cm

capítulo 10 Proporcionalidade

1. a) $\frac{8}{13}$ ou 8 : 13
b) $\frac{60}{100}$ ou 60 : 100

2. a) R$ 120,00
b) $\frac{3}{10}$ ou 3 : 10

3. a) 322 L

4. a) $\frac{27}{73}$ ou 27 : 73
b) 2 025 L

5. a) não
b) sim
c) não

6. Marcos: R$ 100,00; Bete: R$ 200,00

7. a) • 1 050 Wh
• 2 250 Wh
b) 168 Wh

8. a) diretamente proporcionais
b) 19 cm
c) 3; P = 3 · m, em que **m** é medida do comprimento do lado e **P** é a medida do perímetro.

9. 695 alunos; 278 alunos

10. a) diretamente proporcionais; 14,9
b) R$ 119,20

11. a) inversamente proporcionais; 1 200
b) • R$ 200,00 • R$ 150,00 • R$ 100,00

12. a) inversamente proporcionais
b) R$ 70,00

13. a) inversamente proporcionais
b) diretamente proporcionais

14. a) diminuir
b) inversamente proporcionais
c) 7 h; 5,25 h ou 5 h 15 min

capítulo

11 Simetria e transformação de figuras

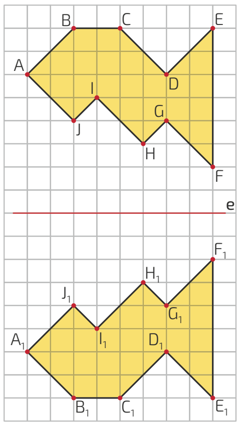
1. a; c; d; f

2. a) II e IV
b) V e VI
c) I e III; I: três eixos e III: dois eixos

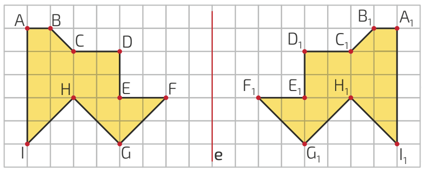
3. a) UVA
b) AMA
c) VOA
d) ATUM
e) DEDO
f) BECO

4. b, c, d

5. a)



b)

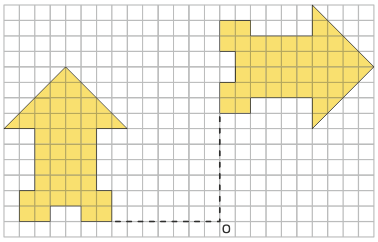


Ilustrações: Sergio L. Filho

7. II, V

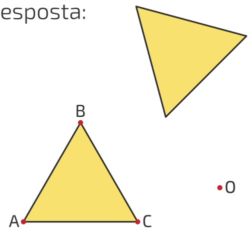
8. a, b

9.



Sergio L. Filho

10. Possível resposta:



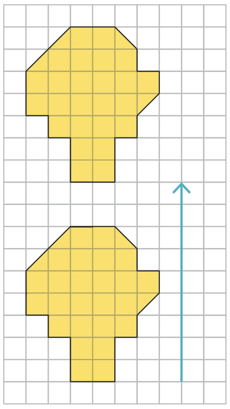
Sergio L. Filho

a) A posição da figura.
c) sim

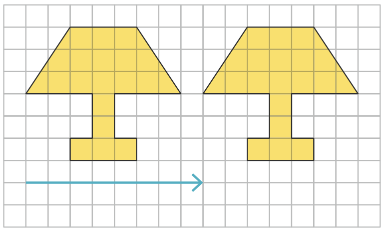
11. a) simetria de rotação
b) 180°

12. b

13. a)



b)



Ilustrações: Sergio L. Filho

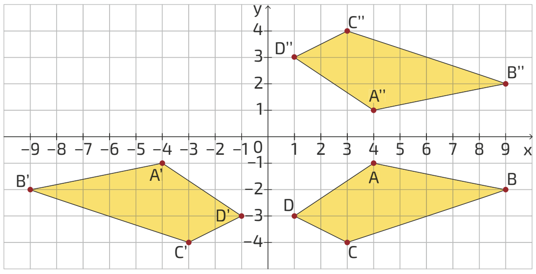
16. a) A(−4, 5); B(4, 5); C(−6, 3); D(5, 3); E(−3, 2); F(4, 2); G(−1, −2); H(−6, −3); I(4, −2); J(−2, −5); K(5, −5); L(1, −2)

b) • F(4, 2); I(4, −2); C(−6, 3); H(−6, −3)
• A(−4, 5); B(4, 5); G(−1, −2); L(1, −2)

17. (−4, −6); (4, 6)

18. a) A(4, −1), B(9, −2), C(3, −4), D(1, −3)

b) (−4, −1), (−9, −2), (−3, −4), (−1, −3); (4, 1), (9, 2), (3, 4), (1, 3)



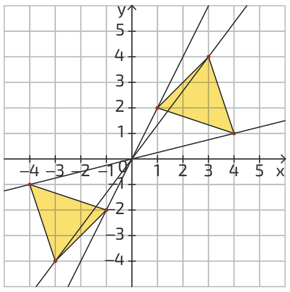
Sergio L. Filho

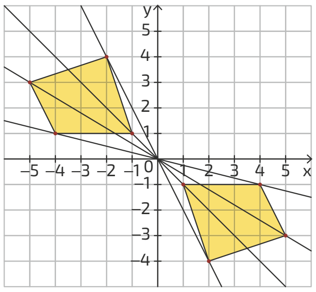
19. a) (5, 2); (2, 5)
b) não

20. • I, VIII
• II, III

21. **a)** sim

b)

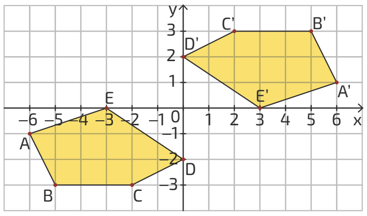




Ilustrações: Sergio L. Filho

23. III; IV

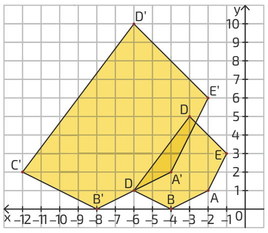
24.



Sergio L. Filho

sim

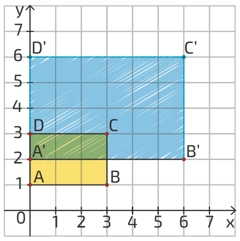
25.



Sergio L. Filho

26. **a)** 2; C'(6, 6), D'(0, 6)

b)



Sergio L. Filho

c) 3 cm

d) 10 cm; 20 cm

e) $\frac{2}{1}$

27. **a)** −2

b) ampliação

capítulo

12 Medidas de área e de volume

1. I: 22 unidade; II: 18,5 unidades;
III: 19 unidades; IV: 24 unidades

2. **a)** medida da área: 72,25 m²;
medida do perímetro: 34 m
b) medida da área: 63,5 m²;
medida do perímetro: 36 m

3. A e E: 16,66 m²; B: 52,48 m²; C e D: 26,24 m²

5. 3 L

6. E

7. **a)** retângulo
b) Multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura: 8,75 cm²

8. **a)** 17,5 m² **b)** 22,4 m² **c)** 31,92 m² **d)** 42,5 cm²

9. **a)** 7,5 m²
b) Possível resposta: maior facilidade para estacionar e melhor aproveitamento da área do estacionamento.

10. **a)** 180 cm² **b)** 90 cm² **c)** sim

11. **a)** 21,56 m² **b)** 14,44 m² **c)** 11,7 m²

12. **a)** $A = \frac{3x + 15}{2}$ **b)** 10,5 cm²

13. 8,5 m

14. **a)** A = 70,875 cm² **b)** A = 83,74 cm²

15. **a)** x = 9 m **b)** x = 7,6 m **c)** x = 27,52 m²

16. **a)** 6m + 6n
b) • 3,5 cm² • 18 cm²

17. **a)** 13 cm³ **b)** 14 cm³ **c)** 11 cm³

18. **a)** 48 m³ **b)** 1680 kg

19. 112 L

20. **a)** 3,5 dm³ **b)** 5 m³ **c)** 1000 cm³

21. c

22. **a)** 512 cm³ **b)** 24 389 cm³ **c)** 2 460,375 dm³ **d)** 5,832 m³

23. **a)** 144 m³ **b)** 60 m³

24. **a)** A: 201,6 cm³; B: 201,6 cm³
b) são iguais; são diferentes
c) Possíveis respostas: 5,04 cm e 6 cm; 4 cm e 7,56 cm; 9 cm e 3,36 cm.

25. 4 cm

26. **a)** 25,3 m² **b)** 25 300 L

27. **a)** 118 dm² **b)** 70 dm³

28. 1,5 m

Bibliografia

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrindo padrões pitagóricos**: geométricos e numéricos. 4. ed. São Paulo: Atual, 2012.

BOYER, Carl; MERZBACH, Uta. **História da Matemática**. 3. ed. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 25 set. 2018.

CARDOSO, Virgínia Cardia. **Materiais didáticos para as quatro operações**. 3. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1996.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da Matemática**: números e operações. 2. ed. São Paulo: Scipione, 1995.

COLL, César et al. **O construtivismo na sala de aula**. 6. ed. Tradução de Cláudia Schilling. São Paulo: Ática, 1999.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José. **Fundamentos de Matemática elementar**: geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FREITAS, Ladir Souza de; GARCIA, Airton Alves. **Matemática passo a passo, com teorias e exercícios de aplicação**. São Paulo: Avercamp, 2011.

GUEDJ, Denis. **O teorema do papagaio**. Tradução de Eduardo Brandão. São Paulo: Companhia. das Letras, 1999.

GUELLI, Oscar. **Jogando com a Matemática**. 8. ed. São Paulo: Ática, 1998. (Contando a História da Matemática).

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 2.

KENNEDY, Edward S. **História da Trigonometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula).

LIMA, Elon Lages et al. **A Matemática do Ensino Médio**. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. v. 1.

________. **A Matemática do Ensino Médio**. 7. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. v. 2.

________. **A Matemática do Ensino Médio**. 7. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. v. 3.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Alberto P. (Org.). **Aprendendo e ensinando Geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 2012.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MORGADO, Augusto et al. **Análise combinatória e probabilidade**. 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. (Coleção do Professor de Matemática).

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 2004.

OCHI, Fusako Hori et al. **O uso de quadriculados no ensino da Geometria**. 3. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1997.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SCHLIEMANN, Analúcia; NUNES, Terezinha; CARRAMBER, David. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria; CÂNDIDO, Patrícia. (Org.). **Resolução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2000. (Matemática de 0 a 6).

SOUZA, Eliane; DINIZ, Maria. **Álgebra**: das variáveis às equações e funções. 2. ed. São Paulo: IME-USP, 1996.

STAREPRAVO, Ana Ruth. **Jogando com a Matemática**: números e operações. Curitiba: Aymará, 2009.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. 87. ed. Rio de Janeiro: Record, 2001.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 1997.

ISBN 978-854740163-4

9 788547 401634