

100★學測 精彩解析

• 武陵高中 / 洪榮良老師

數學 考科

【試題·答案】依據大考中心公布內容

》本書內容同步刊載於翰林我的網

發行人 / 陳炳亨
總召集 / 周耀琨
總編輯 / 蔣海燕
主編 / 陳俊龍
校對 / 吳崇欽 · 李忠穎
美編 / 楊意雯 · 曾惠玉

出版 / 民國一〇〇年二月
發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號
編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號
電話 / (06) 2619621 #314
E-mail / periodical@hanlin.com.tw
翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>



翰林出版

武陵高中 ■ 洪榮良 老師

100 年度的大學學測終於結束了。今年在國文科作文題目備受關注下，數學科考題沒有引起太多的關注與討論。只見媒體一面倒的認為今年的題目為「三年來最容易」，更有一家報紙說今年的題目是「有史以來最簡單」。真是如此嗎？恐未必見得。

1 各單元佔分分析

冊別	章節	單元	單選題	多選題	選填題	合計	總計
第一冊	一	數與坐標系					17.5
	二	數列與級數	3. *		A	7.5	
	三	多項式	2.	13.		10	
第二冊	一	指數與對數	3. *, 5.	11. *		8.5	23.5
	二	三角函數的基本概念		8. *	D	8	
	三	三角函數的性質與應用		7., 8. *		7	
第三冊	一	向量		10.		5	33
	二	空間中的直線與平面			B, E, G	15	
	三	圓與球面		9., 11. *, 12.		13	
第四冊	一	圓錐曲線	4.	11. *	F	11	26
	二	排列、組合					
	三	機率與統計 (I)	1., 6.		C	15	

註：1. 單選第 3 題考到數列與對數的概念，故兩個單元各佔一半分數。

2. 多選第 8 題考到三角函數，(1)(2)(3)選項屬於第二冊第二章的觀念，(4)(5)選項屬於第二冊第三章的觀念，故將配分作以下分配：第二冊第二章佔 3 分，第二冊第三章佔 2 分。

3. 多選第 11 題考到指數函數的圖形與圓及橢圓的圖形，故將配分作以下分配：第二冊第一章佔 1 分，第三冊第三章佔 3 分，第四冊第一章佔 1 分。

由上表分析可知，今年的試題偏重在二、三、四冊，有關第一冊的試題較少，以往學測考的很多的第一冊第一章有關數論的部分，這兩年甚至沒有出題。第四冊第二章排列組合的部分今年也沒有命題，只有在選填題 C，用到一點排列組合的概念。另外，第四冊第三章有關信賴區間的部分，今年也沒有命題，頗令人意外，第三冊的空間向量一直是學測常考的部分，尤其是空間圖形概念，空間的直線與平面、三元一次聯立方程式的解法都是常考的部分，今年亦不例外。

2 試題的特色

今年的題目若逐題分開來看，每一個題目均經過精心設計，但成為一份學測考題，題目似乎偏多了些。尤其在多選部分，許多題目的每一選項都是獨立的觀念，做了一個多選題，等於算了五個題目。今年題目的最大特色是有關圖形的題目特別多，幾乎佔了整份試題的一半，所以在未來的教學中，各單元與圖形的結合，勢必成為教學的重點。

這份試題涵蓋了 95 課綱中高一高二課程的大部份重要觀念，同學只需熟讀課本的基本定義、定理與重要的性質，應可做出大部分的題目；但有一些題目觀念簡單，計算卻頗為複雜，例如選填題的 C 考簡單的機率觀念，但計算方面卻很複雜；單選題第六題考中位數，原為一簡單觀念，但卻出了一堆含小數點的複雜數字，出題教授似乎不願讓同學太輕易得分；選填題 E 題目敘述冗長，但只要耐心的將題目分析清楚，並不難解出，只是社會組同學看到這一題牽涉到放射性物質，可能未戰先怯；整份試卷只有單選第 1 題，觀念計算都很簡單，是最容易得分的一題；選填題 F 看似複雜，其實只要用拋物線與橢圓的定義即可解出，是漂亮的一題；選填題 D 屬於過去常出現的考古題。整份試卷看似簡單，但想得高分，須有一定的程度。對頂尖的學生，應可拿到不錯的成績，但因為整份試卷沒有基本題，對中下程度的學生，可能沒有太多分數可拿。

3 結語

這幾年學測的題目難度已經比指考的社會組試題難度高，且會有一部分題目考的觀念不只一個，將來在準備學測時需統合各章的觀念，才能得高分；不過熟讀課本基本定義、定理、重要性質並熟練應用方法，當然還是得高分的不二法門。

武陵高中 ■ 洪榮良 老師

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 有一箱子，內有 3 黑球與 2 白球。有一遊戲，從箱子中任取出一球。假設每一顆球被取出的機率都相同，若取出黑球可得獎金 50 元，而取出白球可得獎金 100 元，則下列哪一個選項是此遊戲的獎金期望值？

(1) 70 元 (2) 75 元 (3) 80 元 (4) 85 元 (5) 90 元

答案 (1)

命題出處 第四冊第三章：機率與統計（I）

測驗目標 了解期望值的定義

詳解

	黑球	白球
獎金	50 元	100 元
機率	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

$$\text{故期望值} = 50 \times \frac{3}{5} + 100 \times \frac{2}{5} = 70 \text{ (元)}$$

難易度 易

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 336 頁類題 2

《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 221 頁範例 7

2. 多項式 $4(x^2+1) + (x+1)^2(x-3) + (x-1)^3$ 等於下列哪一個選項？

(1) $x(x+1)^2$ (2) $2x(x-1)^2$ (3) $x(x-1)(x+1)$
 (4) $2(x-1)^2(x+1)$ (5) $2x(x-1)(x+1)$

答案 (5)

命題出處 第一冊第三章：多項式

測驗目標 了解因式定理的用法與恆等式的觀念

詳解 此題可先從答案中尋找因式，五個答案中只出現了 x ， $x+1$ ， $x-1$ 三個因式，故可將 $x=0$ ， -1 ， 1 代入原式。

設 $f(x) = 4(x^2 + 1) + (x + 1)^2(x - 3) + (x - 1)^3$
 $f(0) = 4(0 + 1) + (0 + 1)^2(0 - 3) + (0 - 1)^3 = 0$ ，故 x 為 $f(x)$ 的因式；
 $f(-1) = 4(1 + 1) + (-1 + 1)^2(-1 - 3) + (-1 - 1)^3 = 0$ ，
 故 $x + 1$ 為 $f(x)$ 的因式；
 $f(1) = 4(1 + 1) + (1 + 1)^2(1 - 3) + (1 - 1)^3 = 0$ ，
 故 $x - 1$ 為 $f(x)$ 的因式；
 所以可設 $f(x) = 4(x^2 + 1) + (x + 1)^2(x - 3) + (x - 1)^3 = kx(x - 1)(x + 1)$
 $x = 2$ 代入得 $4 \times 5 + 9 \times (-1) + 1 = k \times 2 \times 1 \times 3$ ，故 $k = 2$

難易度 中

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 77 頁 多重選擇題 6.

《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 38 頁範例 1、第 38 頁類題 1

3. 設 $(a_{n+1})^2 = \frac{1}{\sqrt{10}}(a_n)^2$ ， n 為正整數，且知 a_n 皆為正。令 $b_n = \log a_n$ ，則數列 b_1, b_2, b_3, \dots 為
- (1) 公差為正的等差數列 (2) 公差為負的等差數列 (3) 公比為正的等比數列
 (4) 公比為負的等比數列 (5) 既非等差亦非等比數列

答案 (2)

命題出處 第一冊第二章：數列與級數、第二冊第一章：指數與對數

測驗目標 了解等差等比數列的意義與對數運算的性質

詳解 由 $(a_{n+1})^2 = \frac{1}{\sqrt{10}}(a_n)^2$ ，兩邊取以 10 為底的對數，

$$\text{得 } \log(a_{n+1})^2 = \log \frac{1}{\sqrt{10}}(a_n)^2 = \log 10^{-\frac{1}{2}} + \log(a_n)^2$$

$$\Rightarrow 2 \log a_{n+1} = -\frac{1}{2} + 2 \log a_n$$

$$\Rightarrow \log a_{n+1} - \log a_n = -\frac{1}{4}$$

即 $b_{n+1} - b_n = -\frac{1}{4}$ ，故數列 $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 為一公差為負的等差數列

難易度 稍難

類似題 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 27 頁範例 5

4. 坐標平面上滿足方程式 $(\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2})(\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2}) = 0$ 的點 (x, y) 所構成的圖形為

- (1) 只有原點 (2) 橢圓及原點 (3) 兩條相異直線
 (4) 橢圓及雙曲線 (5) 雙曲線及原點

答案 (3)

命題出處 第四冊第一章：圓錐曲線

測驗目標 了解方程式與圖形的關係

詳解 $(\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2})(\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2}) = 0$

$$\Rightarrow (\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2})(\frac{x}{3} - \frac{y}{4})(\frac{x}{3} + \frac{y}{4}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 0 \text{ 或 } \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 0 \text{ 或 } \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 0$$

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 0 \Rightarrow (x, y) = (0, 0)$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 0 \text{ 代表相交於 } (0, 0) \text{ 的兩相異直線，故答案選(3)}$$

難易度 中

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 271 頁範例 5

《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 188 頁範例 19

5. 請問下面哪一個選項是正確的？

- (1) $3^7 < 7^3$ (2) $5^{10} < 10^5$ (3) $2^{100} < 10^{30}$
 (4) $\log_2 3 = 1.5$ (5) $\log_2 11 < 3.5$

答案 (5)

命題出處 第二冊第一章：指數與對數

測驗目標 了解指對數的比較大小的方法

詳解 (1) $\log 3^7 = 7 \times \log 3 \approx 7 \times 0.4771 = 3.3397$

$$\log 7^3 = 3 \times \log 7 \approx 3 \times 0.8451 = 2.5353$$

$$\text{故 } \log 3^7 > \log 7^3 \Rightarrow 3^7 > 7^3$$

(2) $\log 5^{10} = 10 \times \log 5 = 10 \times (1 - \log 2) \approx 10 \times 0.6990 = 6.990$

$$\log 10^5 = 5$$

$$\text{故 } \log 5^{10} > \log 10^5 \Rightarrow 5^{10} > 10^5$$

(3) $\log 2^{100} = 100 \log 2 \approx 30.10$

$$\log 10^{30} = 30$$

$$\text{故 } \log 2^{100} > \log 10^{30} \Rightarrow 2^{100} > 10^{30}$$

$$(4) \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} \approx \frac{0.4771}{0.3010} = 1.5850$$

$$(5) 3.5 = \log_2 2^{3.5} = \log_2 (2^3 \times 2^{\frac{1}{2}}) = \log_2 (8 \times 1.414) \\ = \log_2 11.312 > \log_2 11$$

難易度 中

類似題 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 70 頁學測觀摩站多重選擇題第 2 題

6. 根據臺灣壽險業的資料，男性從 0 歲、1 歲、……到 60 歲各年齡層的死亡率（單位：%）依序為 1.0250，0.2350，0.1520，0.1010，0.0720，0.0590，0.0550，0.0540，0.0540，0.0520，0.0490，0.0470，0.0490，0.0560，0.0759，0.1029，0.1394，0.1890，0.2034，0.2123，0.2164，0.2166，0.2137，0.2085，0.2019，0.1948，0.1882，0.1830，0.1799，0.1793，0.1813，0.1862，0.1941，0.2051，0.2190，0.2354，0.2539，0.2742，0.2961，0.3202，0.3472，0.3779，0.4129，0.4527，0.4962，0.5420，0.5886，0.6346，0.6791，0.7239，0.7711，0.8229，0.8817，0.9493，1.0268，1.1148，1.2139，1.3250，1.4485，1.5851，1.7353。經初步整理後，已知 61 個資料中共有 24 個資料小於 0.2。請問死亡率資料的中位數為下列哪一個選項？
- (1) 0.2034 (2) 0.2164 (3) 0.2137 (4) 0.2085 (5) 0.2019

答案 (2)

命題出處 第四冊第三章：機率與統計（I）

測驗目標 了解中位數的定義

詳解 61 個資料的中位數為第 31 個資料（須先將所有資料由小排到大）由題目已知 61 個資料中有 24 個資料小於 0.2，故只須從大於或等於 0.2 的資料中找出第 7 個。大於或等於 0.2 的資料排列如下：
0.2019，0.2034，0.2051，0.2085，0.2123，0.2137，0.2164，……
故中位數為 0.2164

難易度 易

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 348 頁範例 15

《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 226 頁範例 11、類題 1、類題 2、類題 3

二、多選題 (占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

7. 設 O 、 A 、 B 分別為複數平面上代表 0 、 $1+i$ 、以及 $1-i$ 的點。請問下列哪些選項所對應的點落在 $\triangle OAB$ 的內部？

- (1) $\cos 60^\circ$ (2) $\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ$ (3) $\frac{4-3i}{5}$
- (4) $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ (5) $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^{25}$

答案 (1)(3)(5)

命題出處 第二冊第三章：三角函數的性質與應用

測驗目標 了解複數平面與極式的關係、棣美弗定理

詳解 O 、 A 、 B 三點在複數平面的位置如下圖：

由圖可知 \overline{OA} 與 \overline{OB} 均與 x 軸夾 45° 度角。

且 $\overline{OA} = \overline{OB} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $\overline{OC} = 1$

(1) $\cos 60^\circ = \frac{1}{2} + 0i$ ，故 $\cos 60^\circ$ 位於 x 軸上

距離原點 $\frac{1}{2}$ 單位之處，所以 $\cos 60^\circ$ 位於 $\triangle OAB$ 內部。

(2) $\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ$ 表與原點距離為 $\sqrt{\cos^2 50^\circ + \sin^2 50^\circ} = 1$ ，且與 x 軸夾 50° 度角的點，故此點在 $\triangle OAB$ 外部。（因為 $50^\circ > 45^\circ$ ）

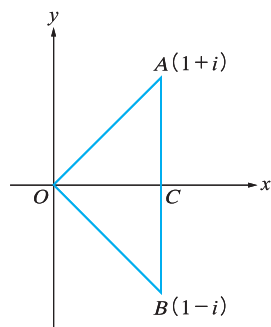
(3) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ 在複數平面對應到點 $(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$

$\therefore (\frac{4}{5}, -\frac{4}{5})$ 在 \overline{OB} 上 $\therefore (\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$ 在 $\triangle OAB$ 內部。

(4) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 在複數平面對應到點 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

$\therefore (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 在 \overline{OA} 上 $\therefore (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在 $\triangle OAB$ 外部。

(5) $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^{25} = \cos 750^\circ + i \sin 750^\circ = \cos 30^\circ + i \sin 30^\circ$ ，此點與原點距離為 $\sqrt{\cos^2 30^\circ + \sin^2 30^\circ} = 1$ ，且與 x 軸夾 30° 度角，故此點在 $\triangle OAB$ 內部。（因為 $30^\circ < 45^\circ$ ）



難易度 難

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 152 頁範例 25、第 154 頁範例 27 之類題 1

《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 105 頁範例 22、類題

8. 已知 $\sin\theta = -\frac{2}{3}$ 且 $\cos\theta > 0$ ，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) $\tan\theta < 0$ (2) $\tan^2\theta > \frac{4}{9}$ (3) $\sin^2\theta > \cos^2\theta$
 (4) $\sin 2\theta > 0$ (5) 標準位置角 θ 與 2θ 的終邊位在不同的象限

答案 (1)(2)

命題出處 第二冊第二章：三角函數的基本概念、第二冊第三章：三角函數的性質與應用

測驗目標 了解三角函數在每一象限的正負

詳解 $\sin\theta = -\frac{2}{3} < 0$ ， $\cos\theta > 0$ ，故 θ 為第四象限角，

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$(1) \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{2}{\sqrt{5}} < 0$$

$$(2) \tan^2\theta = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} > \frac{4}{9}$$

$$(3) \sin^2\theta = \frac{4}{9}，\cos^2\theta = \frac{5}{9}，\text{故 } \sin^2\theta < \cos^2\theta$$

$$(4) \sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta = 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{4\sqrt{5}}{9} < 0$$

$$(5) \cos 2\theta = 2 \cos^2\theta - 1 = 2 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 - 1 = \frac{1}{9} > 0$$

$\therefore \sin 2\theta < 0$ ， $\cos 2\theta > 0$ $\therefore 2\theta$ 為第四象限角

難易度 中偏易

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 126 頁第 15 題（90 學測）、第 127 頁第 19 題（94 學測）

《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 76 頁範例 3

9. 考慮坐標平面上以 $O(0, 0)$ 、 $A(3, 0)$ 、 $B(0, 4)$ 為頂點的三角形，令 C_1 、 C_2 分別為 $\triangle OAB$ 的外接圓、內切圓。請問下列哪些選項是正確的？
- (1) C_1 的半徑為 2
 - (2) C_1 的圓心在直線 $y=x$ 上
 - (3) C_1 的圓心在直線 $4x+3y=12$ 上
 - (4) C_2 的圓心在直線 $y=x$ 上
 - (5) C_2 的圓心在直線 $4x+3y=6$ 上

答案 (3)(4)

命題出處 第三冊第三章：圓與球面

測驗目標 了解直角三角形內切圓與外接圓的性質

詳解 O, A, B 三點的位置如右圖所示， C_1, C_2 為 $\triangle OAB$ 的外接圓與內切圓

(1) $\because \triangle OAB$ 為直角三角形

$$\therefore C_1 \text{ 為以 } \overline{AB} \text{ 直徑的圓，故半徑為 } \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{5}{2}$$

(2)(3) C_1 的圓心為 \overline{AB} 的中點 $(\frac{3}{2}, 2)$ ，

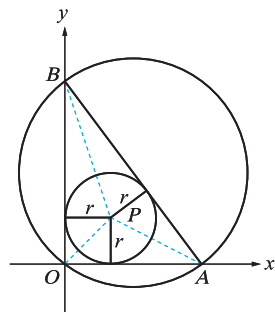
此點在直線 $4x+3y=12$ 上，不在 $y=x$ 上

(4)(5) 如圖， P 為 $\triangle OAB$ 的內切圓 C_2 的圓心，故 P 到 $\triangle OAB$ 的三邊距離相等均為圓 C_2 的半徑 r 。

連接 $\overline{PA}, \overline{PB}, \overline{PO}$ ，可得 $\triangle OAB$ 的面積 = $\triangle POA$ 的面積 + $\triangle PAB$ 的面積 + $\triangle POB$ 的面積

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 3 \times r + \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r \Rightarrow r = 1$$

故 P 的坐標為 $(1, 1)$ ，此點在 $y=x$ 上，不在 $4x+3y=6$ 上。



難易度 中

類似題 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 154 頁範例 3

10. 坐標平面中，向量 \vec{w} 與向量 $\vec{v} = (2, \sqrt{5})$ 互相垂直且等長。請問下列哪些選項是正確的？
- (1) 向量 \vec{w} 必為 $(\sqrt{5}, -2)$ 或 $(-\sqrt{5}, 2)$
 - (2) 向量 $\vec{v} + \vec{w}$ 與 $\vec{v} - \vec{w}$ 等長
 - (3) 向量 $\vec{v} + \vec{w}$ 與 \vec{w} 的夾角可能為 135°
 - (4) 若向量 $\vec{u} = a\vec{v} + b\vec{w}$ ，其中 a, b 為實數，則向量 \vec{u} 的長度為 $\sqrt{a^2 + b^2}$
 - (5) 若向量 $(1, 0) = c\vec{v} + d\vec{w}$ ，其中 c, d 為實數，則 $c > 0$

答案 (1)(2)(5)

命題出處 第三冊第一章：向量

測驗目標 了解平面向量的性質

詳解 設 $\vec{w} = (x, y)$

$$\because \vec{w} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{w} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 2x + \sqrt{5}y = 0 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$\because |\vec{w}| = |\vec{v}| \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} \Rightarrow x^2 + y^2 = 9 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

解 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 可得 $(x, y) = (-\sqrt{5}, 2)$ 或 $(\sqrt{5}, -2)$

(1) 正確

(2) $\vec{v} + \vec{w} = (2 - \sqrt{5}, \sqrt{5} + 2)$, $\vec{v} - \vec{w} = (2 + \sqrt{5}, \sqrt{5} - 2)$, 故
 $|\vec{v} + \vec{w}| = |\vec{v} - \vec{w}| = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2 + (\sqrt{5} + 2)^2} = \sqrt{18}$

(3) 設 $\vec{v} + \vec{w}$ 與 \vec{w} 的夾角為 θ

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{(\vec{v} + \vec{w}) \cdot \vec{w}}{|\vec{v} + \vec{w}| \times |\vec{w}|} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w} + |\vec{w}|^2}{|\vec{v} + \vec{w}| \times |\vec{w}|} \\ &= \frac{|\vec{w}|^2}{|\vec{v} + \vec{w}| \times |\vec{w}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ \end{aligned}$$

(4) $\vec{u} = a\vec{v} + b\vec{w} = (2a - \sqrt{5}b, \sqrt{5}a + 2b)$ 或 $(2a + \sqrt{5}b, \sqrt{5}a - 2b)$,
 $|\vec{u}| = \sqrt{(2a - \sqrt{5}b)^2 + (\sqrt{5}a + 2b)^2} = 3\sqrt{a^2 + b^2}$

(5) $c\vec{v} + d\vec{w} = (1, 0)$
 $\Rightarrow (2c - \sqrt{5}d, \sqrt{5}c + 2d) = (1, 0)$ 或
 $(2c + \sqrt{5}d, \sqrt{5}c - 2d) = (1, 0)$
 $\Rightarrow \begin{cases} 2c - \sqrt{5}d = 1 \\ \sqrt{5}c + 2d = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2c + \sqrt{5}d = 1 \\ \sqrt{5}c - 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{2}{9}$

註：此題亦可用圖形解之。

難易度 稍難

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 187 頁 單選 2。
 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 113 頁 範例 2

11. 在坐標平面上，圓 C 的圓心在原點且半徑為 2，已知直線 L 與圓 C 相交，請問 L 與下列哪些圖形一定相交？

- (1) x 軸 (2) $y = (\frac{1}{2})^x$ (3) $x^2 + y^2 = 3$
- (4) $(x - 2)^2 + y^2 = 16$ (5) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

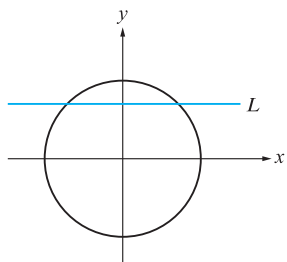
答案 (4)(5)

命題出處 第二冊第一章：指數與對數、第三冊第三章：圓與球面、第四冊第一

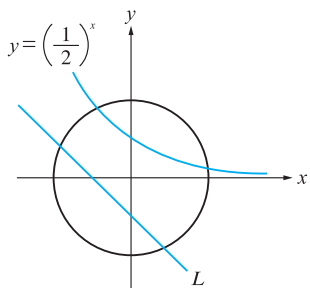
章：圓錐曲線

測驗目標 了解每一種函數或方程式的圖形

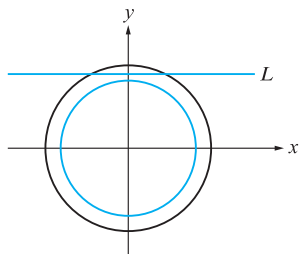
詳解 (1) 錯誤，如圖，若 $L \parallel x$ 軸即不成立。



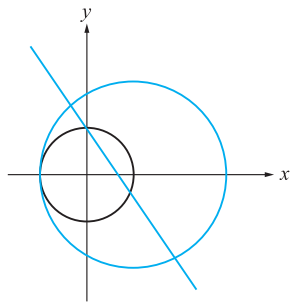
(2) 錯誤，如下圖， L 與 $y = (\frac{1}{2})^x$ 不相交。



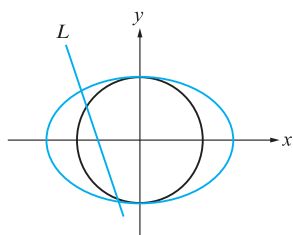
(3) 錯誤，如圖， L 與 $x^2 + y^2 = 3$ (中間較小的圓) 不相交。



(4) 正確，如圖，圓 $(x-2)^2 + y^2 = 16$ 的圖形包含圓 $C: x^2 + y^2 = 4$ ，故任何與圓 C 相交的直線 L 均與 $(x-2)^2 + y^2 = 16$ 相交。



(5) 正確，如圖，橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 圖形包含圓 $C: x^2 + y^2 = 4$ ，故任何與圓 C 相交的直線 L 均與 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 相交。



註：只要圖形 Γ 包含圓 $C: x^2+y^2=4$ ，任何與圓 C 相交的直線 L 均與 Γ 相交。

難易度 難

類似題 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 157 頁範例 6

12. 坐標空間中，考慮球面 $S: (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$ 與 $A(1, 0, 0)$ 、 $B(-1, 0, 0)$ 兩點。請問下列哪些選項是正確的？
- (1) 原點在球面 S 上
 - (2) A 點在球面 S 之外部
 - (3) 線段 \overline{AB} 與球面 S 相交
 - (4) A 點為直線 AB 上距離球心最近的點
 - (5) 球面 S 和 xy 、 yz 、 xz 平面分別截出的三個圓中，以與 xy 平面所截的圓面積為最大

答案 (1)(3)(4)

命題出處 第三冊第三章：圓與球面

測驗目標 了解球與點、球與平面位置關係的判斷方法

詳解 $S: (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$ ，球心 $P(1, 2, 3)$ ，半徑 $r=\sqrt{14}$

(1) 原點 O 與球心 P 的距離 $\overline{OP}=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14}=r$ ，故 O 在球面上。

(2) $\overline{AP}=\sqrt{(1-1)^2+(2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{13}<r$ ，故 A 在球面 S 的內部。

(3) $\overline{BP}=\sqrt{(-1-1)^2+(2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{17}>r$ ，故 B 在球面 S 的外部，所以 \overline{AB} 與球面 S 相交。

(4) 直線 AB 上距離球心 P 最近的點即為 P 在直線 AB 上的投影點 Q 。
 $\overrightarrow{AB}=(-2, 0, 0)=-2(1, 0, 0)$

設 $Q(k, 0, 0)$

$\because \overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{AB} \quad \therefore (k-1, -2, -3) \cdot (1, 0, 0) = 0 \Rightarrow k=1$

故 $Q(1, 0, 0)$ ，即 $Q=A$

(5) 平面愈接近球心，與球面 S 所截出的圓面積愈大。

球心 $P(1, 2, 3)$ 距離 xy 平面 3 個單位，距離 yz 平面 1 個單位，

距離 xz 平面 2 個單位；故求面 S 與 yz 平面所截出圓面積最大。

難易度 中

類似題 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 162 頁範例 12、第 163 頁範例 13

13. 設 $f(x) = x(x-1)(x+1)$ ，請問下列哪些選項是正確的？

(1) $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) > 0$

(2) $f(x) = 2$ 有整數解

(3) $f(x) = x^2 + 1$ 有實數解

(4) $f(x) = x$ 有不等於零的有理數解

(5) 若 $f(a) = 2$ ，則 $f(-a) = 2$

答案 (3)

命題出處 第一冊第三章：多項式

測驗目標 了解多項式根的性質

詳解 (1) $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) < 0$
 $(\because 1 - \sqrt{2} < 0)$

(2) $f(x) = 2 \Rightarrow x(x-1)(x+1) = 2 \Rightarrow x^3 - x - 2 = 0$

令 $g(x) = x^3 - x - 2$

若 $\frac{b}{a}$ 為 $g(x) = 0$ 的有理根，則 $a \mid 1$ ， $b \mid 2$ ，故 $\frac{b}{a}$ 可為 ± 1 ， ± 2 。

但 $g(1) \neq 0$ ， $g(-1) \neq 0$ ， $g(2) \neq 0$ ， $g(-2) \neq 0$ ，故

$g(x) = x^3 - x - 2 = 0$ 沒有整數解，即 $f(x) = x^3 - x = 2$ 沒有整數解。

(3) $f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow x^3 - x = x^2 + 1 \Rightarrow x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ 為一整係數三次方程式，此方程式必有三個根；因為虛根必成共軛虛根出現，故此方程式必有一實根。

(4) $f(x) = x \Rightarrow x(x-1)(x+1) = x \Rightarrow x(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x = 0$ 或 $\pm\sqrt{2}$ ，故 $f(x) = x$ 沒有不等於 0 的有理根。

(5) $f(a) = 2 \Rightarrow a(a-1)(a+1) = 2$ ，則

$$f(-a) = -a(-a-1)(-a+1) = -a(a+1)(a-1) = -2$$

難易度 稍難

類似題 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 50 頁範例 16、第 51 頁範例 17

第貳部分：選填題（占 35 分）

- 說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (14~35)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知首項為 a 、公比為 r 的無窮等比級數和等於 5；首項為 a 、公比為 $3r$ 的無窮等比級數和等於 7，則首項為 a 、公比為 $2r$ 的無窮等比級數和等於 $\frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\textcircled{16}}$ 。

答案 ⑭ 3 ⑮ 5 ⑯ 6

命題出處 第一冊第二章：數列與級數

測驗目標 了解無窮級數總和的公式

詳解 由無窮等比級數的總和公式，可得

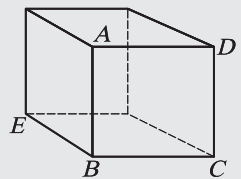
$$\begin{cases} \frac{a}{1-r}=5 \\ \frac{a}{1-3r}=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5-5r \\ a=7-21r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{35}{8} \\ r=\frac{1}{8} \end{cases},$$

$$\text{所求} = \frac{a}{1-2r} = \frac{\frac{35}{8}}{1-2 \times \frac{1}{8}} = \frac{35}{6}$$

難易度 易

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 53 頁填充 A
《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 32 頁範例 13

B. 空間中一長方體如右圖所示，其中 $ABCD$ 為正方形， \overline{BE} 為長方體的一邊。已知 $\cot \angle AEB = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ ，則 $\cot \angle CED =$



$\frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。

答案 ⑰ 7 ⑱ 5

命題出處 第三冊第二章：空間中的直線與平面

測驗目標 了解空間圖形

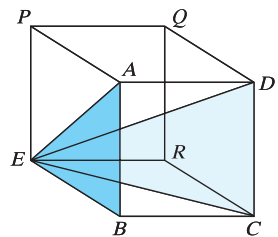
詳解 如圖， $\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ$

設 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = a$

$$\cot \angle AEB = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{BE}}{a} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\Rightarrow \overline{BE} = \frac{2\sqrt{6}}{5} a$$



$$\overline{CE} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{BE}^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}a\right)^2} = \frac{7}{5}a$$

$$\text{故 } \cot \angle CED = \frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\frac{7}{5}a}{a} = \frac{7}{5}$$

難易度 中

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 226 頁第 19 題 (93 學測)
《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 74 頁範例 1

C. 高三甲班共有 20 位男生、15 位女生，需推派 3 位同學參加某項全校性活動。班會中大家決定用抽籤的方式決定參加人選。若每個人中籤的機率相等，則推派的三位同學中有男也有女的機率為 $\frac{\textcircled{19}\textcircled{20}}{\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}$ 。

答案 ①9 ②0 ③1 ④1 ⑤9

命題出處 第四冊第三章：機率與統計 (I)

測驗目標 了解機率的定義與求法

詳解 所求 = 1 - (3 位全為男的機率) - (3 位全為女的機率)

$$= 1 - \frac{C_3^{20}}{C_3^{35}} - \frac{C_3^{15}}{C_3^{35}} = 1 - \frac{228}{1309} - \frac{91}{1309} = \frac{990}{1309} = \frac{90}{119}$$

難易度 易

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 314 頁類題 1、第 333 頁範例 5
《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 216 頁範例 2

D. 四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=1$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CD}=5$ ， $\overline{DA}=7$ ，且 $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ ，則對角線 \overline{AC} 長為 $\sqrt{\textcircled{24}\textcircled{25}}$ 。

答案 ②4 ③2

命題出處 第二冊第二章：三角函數的基本概念

測驗目標 了解餘弦定理的用法

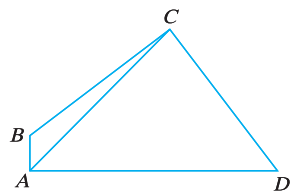
詳解 設 $\overline{AC}=x$ ， $\angle B=\theta$ ，則

$$\angle D = 180^\circ - \theta$$

$\triangle ABC$ 中，

$$\cos \theta = \frac{1^2 + 5^2 - x^2}{2 \times 1 \times 5} = \frac{26 - x^2}{10};$$

$\triangle ACD$ 中，



$$\cos(180^\circ - \theta) = \frac{7^2 + 5^2 - x^2}{2 \times 7 \times 5} = \frac{74 - x^2}{70};$$

$$\therefore \cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$$

$$\therefore \frac{74 - x^2}{70} = -\frac{26 - x^2}{10} \Rightarrow x = \sqrt{32}$$

難易度 中

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 116 頁範例 10 及其類題
《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 78 頁範例 5

E. 一礦物內含 A 、 B 、 C 三種放射性物質，放射出同一種輻射。已知 A 、 B 、 C 每公克分別會釋放出 1 單位、2 單位、1 單位的輻射強度，又知 A 、 B 、 C 每過半年其質量分別變為原來質量的 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 倍。於一年前測得此礦物的輻射強度為 66 單位，而半年前測得此礦物的輻射強度為 22 單位，且目前此礦物的輻射強度為 8 單位，則目前此礦物中 A 、 B 、 C 物質之質量分別為 ②⑥、②⑦、②⑧ 公克。

答案 ②⑥ 4 ②⑦ 1 ②⑧ 2

命題出處 第三冊第二章：空間中的直線與平面

測驗目標 了解三元一次方程式的解法

詳解 設目前礦物中 A 、 B 、 C 物質之質量分別為 x 克， y 克， z 克；
則半年前之質量分別為 $2x$ 克， $3y$ 克， $4z$ 克；
一年前之質量分別為 $4x$ 克， $9y$ 克， $16z$ 克；

$$\text{依題意可列式：} \begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x + 6y + 4z = 22 \\ 4x + 18y + 16z = 66 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

難易度 稍難

類似題 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 144 頁範例 17

F. 設 $E_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (其中 $a > 0$) 為焦點在 $(3, 0)$ 、 $(-3, 0)$ 的橢圓；

E_2 : 焦點在 $(3, 0)$ 且準線為 $x = -3$ 的拋物線。

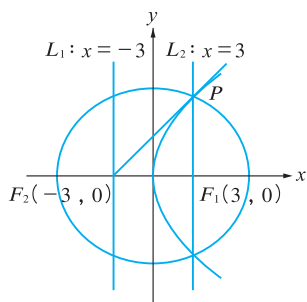
已知 E_1 、 E_2 的交點在直線 $x = 3$ 上，則 $a = \underline{\text{②⑨} + \text{③⑦}\sqrt{\text{③①}}}$ 。

答案 ②⑨ 3 ③⑦ 3 ③① 2

命題出處 第四冊第一章：圓錐曲線

測驗目標 了解拋物線與橢圓的定義

詳解 設 P 為橢圓 E_1 與拋物線 E_2 的交點



P 在 E_2 上，根據拋物線的定義， $d(P, L_1) = \overline{PF_1} = 6$
 P 在 E_1 上，根據橢圓的定義， $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a \Rightarrow \overline{PF_2} = 2a - 6$
 $\because P$ 在直線 $x=3$ 上 $\therefore \overline{PF_1} \perp x$ 軸
 故 $\overline{PF_2}^2 = \overline{PF_1}^2 + \overline{F_1F_2}^2 \Rightarrow (2a-6)^2 = 6^2 + 6^2$
 $\Rightarrow 2a-6 = \pm 6\sqrt{2} \Rightarrow a = 3 \pm 3\sqrt{2}$ ($3-3\sqrt{2} < 0$ ，不合)

難易度 難

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 274 頁範例 7
 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 176 頁範例 6

G. $H: x-y+z=2$ 為坐標空間中一平面， L 為平面 H 上的一直線。已知點 $P(2, 1, 1)$ 為 L 上距離原點 O 最近的點，則 $(2, \underline{\text{㉓㉔}}, \underline{\text{㉕㉖}})$ 為 L 的方向向量。

答案 ㉓— ㉔ 1 ㉕— ㉖ 3

命題出處 第三冊第二章：空間中的直線與平面

測驗目標 了解平面與直線的關係與外積的求法

詳解 設直線 L 的方向向量為 $\vec{d} = (2, b, c)$

$\because L$ 在 H 上 $\therefore \vec{d}$ 與平面 H 的法向量 $\vec{n} = (1, -1, 1)$ 垂直
 故 $\vec{d} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow 2 - b + c = 0 \dots\dots\dots \text{①}$

$\because P(2, 1, 1)$ 為直線 L 上距離原點 O 最近的點 $\therefore \overline{OP} \perp L$
 故 $\overline{OP} \cdot \vec{d} = 0 \Rightarrow (2, 1, 1) \cdot (2, b, c) = 0 \Rightarrow 4 + b + c = 0 \dots\dots\dots \text{②}$

解①②，得 $b = -1, c = -3$

【另解】亦可用外積：

$$\begin{aligned} \because \vec{d} \perp \vec{n}, \vec{d} \perp \overline{OP} \\ \therefore \vec{d} \parallel \vec{n} \times \overline{OP} = (-2, 1, 3) \end{aligned}$$

$$\text{故 } \frac{2}{-2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{3} \Rightarrow b = -1, c = -3$$

難易度 中

類似題 《學測歷屆試題·數學 1~4 冊》第 209 頁概念 9 之要點 2
 《大滿貫復習講義·數學 1~4 冊》第 142 頁範例 15

參考公式及可能用到的數值

- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間距離為 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ， $x_2\neq x_1$
- 首項為 a 且公比為 r 的等比數列前 n 項之和 $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r\neq 1$
- 三角函數的和角公式： $\sin(A+B)=\sin A \cos B + \sin B \cos A$
 $\cos(A+B)=\cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2=a^2+b^2-2ab \cos C$
- 棣美弗定理：設 $z=r(\cos\theta+i \sin\theta)$ ，則 $z^n=r^n(\cos n\theta+i \sin n\theta)$ ， n 為一正整數
- 算術平均數： $M(=\bar{X})=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$
 (樣本) 標準差： $S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (x_i-\bar{X})^2}=\sqrt{\frac{1}{n-1}((\sum_{i=1}^n x_i^2)-n\bar{X}^2)}$
- 參考數值： $\sqrt{2}\approx 1.414$ ； $\sqrt{3}\approx 1.732$ ； $\sqrt{5}\approx 2.236$ ； $\sqrt{6}\approx 2.449$ ； $\pi\approx 3.142$
- 對數值： $\log_{10}2\approx 0.3010$ ， $\log_{10}3\approx 0.4771$ ， $\log_{10}5\approx 0.6990$ ， $\log_{10}7\approx 0.8451$

翰林出版

決勝

高分完全掌握

勝

國文 **大勝執**

- ◆ 歸納各類考試重點，掌握大考決勝關鍵
- ◆ 分十二篇進行課程整理復習：
 - (1)文字辨識 (2)詞語錦囊 (3)文句精要 (4)文法要略
 - (5)修辭要覽 (6)生活應用文述要 (7)(8)國學知識彙要
 - (9)文化、民俗與制度概要 (10)文學作家與作品精粹
 - (11)文學鑑賞與應用 (12)作文指引
- ◆ 各篇以「應考對策」→「大考試題」→「重點整理」方式進行，掌握大考趨勢
- ◆ 含括各版本精華，不論使用哪一版課本都適用
- ❖ 隨書附贈試題本



歷史 **大勝執**

- ◆ 引導→復習→練習，完整復習三步驟
- ◆ 內容結合統整與歸納，重點絕不缺漏
- ◆ 精選試題題型多元，充分練習得心應手
- ◆ 試題題題解析，符合學習需求
- ❖ 隨書附大事年表與解答本



翰林出版
HAN LIN PUBLISHING CO., LTD.

升學領導品牌



(產品封面以成書為準)

輕鬆學習得高分