

翰林103學測

精彩解析

數學考科

家齊女中／黃峻棋 老師



【試題·答案】依據大考中心公布內容

發行人／陳炳亨
總召集／周耀琨
總編輯／蔣海燕
主編／蘇宜庭
校對／葉瑞賢
美編／黃素美

◎本書內容同步刊載於翰林我的網

出版／民國一〇三年二月
發行所／    臺南市新樂路 76 號
編輯部／    臺南市新忠路 8-1 號
電話／(06)2619621#314
E-mail／periodical@hanlin.com.tw
翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>

NO.00847



翰林出版

數學考科

大學學測數學考科在 1 月 18 日考完。針對今年的試題，我們做了以下的分析：

一 大學學測範圍每個單元的考試重點：

1. 數與式：(1)有理數與無理數 (2)實數的性質 (3)乘法公式 (4)數線上的幾何
2. 多項式函數：(1)簡單多項式函數及圖形 (2)因式定理、餘式定理與插值多項式
(3)多項式方程式 (4)多項式不等式
3. 指數與對數函數：(1)指數、對數比較大小 (2)函數圖形的性質 (3)首數、尾數與查表
4. 數列與級數：(1)數列的規律性 (2)等差與等比數列 (3)遞迴數列
5. 排列、組合：(1)邏輯、集合與計數原理 (2)直線排列、重複排列 (3)組合、重複組合
(4)二項式定理、帕斯卡三角形
6. 機率：(1)古典機率的定義 (2)條件機率、貝氏定理
7. 數據分析：(1)平均數、標準差 (2)標準化 (3)散佈圖、相關係數、最小平方方法
8. 三角：(1)廣義角與極坐標 (2)正弦定理、餘弦定理 (3)三角測量與查表
9. 直線與圓：(1)直線方程式及其圖形 (2)線性規劃 (3)圓與直線的關係
10. 平面向量：(1)向量的線性組合 (2)向量內積及應用 (3)面積與二階行列式
(4)兩直線的幾何關係
11. 空間向量：(1)空間坐標化 (2)向量內積及應用 (3)外積的性質
12. 空間中的平面與直線：(1)平面方程式 (2)空間直線表示法 (3)平面與直線的關係
(4)三元一次聯立方程組
13. 矩陣：(1)線性方程組與矩陣列運算 (2)矩陣的運算與乘法反方陣 (3)轉移矩陣
14. 二次曲線：(1)二次曲線的定義 (2)二次曲線的圖形 (3)二次曲線的標準式

二 試題分析

題號	命題出處	考試重點
1	第一冊 第三章 指數與對數函數	對數的運算性質
2	第四冊 第一章 空間向量	空間坐標系
3	第三冊 第二章 直線與圓	圓方程式的圖形
4	第一冊 第一章 數與式	數線上的幾何 (絕對值不等式)
5	第二冊 第二章 排列、組合	二項式定理
6	第二冊 第三章 機率	條件機率與貝氏定理、獨立事件
7	綜合題型 (方程式的圖形)	格子點
8	第一冊 第一章 數與式	根式運算 (比較大小)
9	第三冊 第三章 平面向量	平面向量的坐標表示法、向量的平行

10	第一冊 第二章 多項式函數	二次函數的圖形、勘根定理
11	第二冊 第一章 數列與級數	等差數列
12	第二冊 第四章 數據分析	平均數
A	第三冊 第一章 三角	三角形的邊角關係
B	第一冊 第二章 多項式函數	二次函數圖形的平移
C	第三冊 第二章 直線與圓	直線方程式、坐標化
D	第四冊 第二章 空間中的平面與直線	空間直線的參數方程式、空間向量的內積
E	第三冊 第三章 平面向量	向量的內積
F	第二冊 第二章 排列、組合	基本計數原理
G	第四冊 第三章 矩陣	轉移矩陣
H	第三冊 第一章 三角	正弦定理

第一冊：25分；第二冊：25分；第三冊：30分；第四冊：15分；綜合試題：5分。

試題特色

整體而言，這份試題比去年簡單，屬於中等偏易的試題。它的特性如下：

1. 試題難易度中間偏易，沒有特別艱深的題目，大部分的考生均有充份的時間可作答。
2. 單選題具有穩定軍心的效果，同學應該都可以拿到基本分數。
3. 部分試題，如多選 8、9、11、12，選填 B、H 會用到較精細數據的判斷或大量計算，可明顯區分出學生的計算能力，具鑑別度。
4. 個人覺得這份考題美中不足的地方是第四冊第四章的二次曲線居然沒有考題。雖然較難的部分沒有命題，學生可能很高興，但是試題分布不均恐怕是命題委員要儘量避免的。

數學考科

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 請問下列哪一個選項等於 $\log(2^{(3^3)})$?

- (1) $5 \log(2^3)$
- (2) $3 \times 5 \log 2$
- (3) $5 \log 2 \times \log 3$
- (4) $5(\log 2 + \log 3)$
- (5) $3^3 \log 2$

答案 (5)

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

測驗目標 對數的運算性質

解析 由對數的運算性質可知

$$\log(2^{(3^3)}) = 3^3 \cdot \log 2$$

故選(5)

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 47 頁範例 2

2. 令 $A(5, 0, 12)$ 、 $B(-5, 0, 12)$ 為坐標空間中之兩點，且令 P 為 xy 平面上滿足 $\overline{PA} = \overline{PB} = 13$ 的點。請問下列哪一個選項中的點可能為 P ?

- (1) $(5, 0, 0)$
- (2) $(5, 5, 0)$
- (3) $(0, 12, 0)$
- (4) $(0, 0, 0)$
- (5) $(0, 0, 24)$

答案 (4)

命題出處 第四冊第一章 空間向量

測驗目標 空間坐標系

解析 $\because P$ 在 xy 平面上

\therefore 令 $P(x, y, 0)$
 又 $\overline{PA} = \sqrt{(x-5)^2 + y^2 + 12^2} = 13 \Rightarrow (x-5)^2 + y^2 = 25 \dots\dots ①$
 $\overline{PB} = \sqrt{(x+5)^2 + y^2 + 12^2} = 13 \Rightarrow (x+5)^2 + y^2 = 25 \dots\dots ②$
 解①、②得 $x=0, y=0$
 $\therefore P(0, 0, 0)$ ，故選(4)
 (本題亦可直接將點代入驗算)

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第198頁範例6

3. 在坐標平面上，以 $(1, 1)$ ， $(-1, 1)$ ， $(-1, -1)$ 及 $(1, -1)$ 等四個點為頂點的正方形，與圓 $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ 有幾個交點？

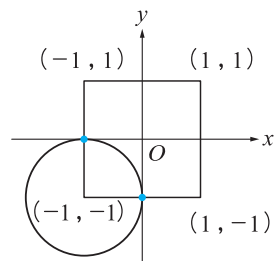
(1) 1個
 (2) 2個
 (3) 3個
 (4) 4個
 (5) 0個

答案 (2)

命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 圓方程式的圖形(作圖)

解析 圓方程式 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$
 圓心 $(-1, -1)$ ，半徑1
 作圖如右 \therefore 有2個交點
 故選(2)



難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第163頁範例11

4. 請問滿足絕對值不等式 $|4x - 12| \leq 2x$ 的實數 x 所形成的區間，其長度為下列哪一個選項？

(1) 1
 (2) 2
 (3) 3
 (4) 4
 (5) 6

答案 (4)

命題出處 第一冊第一章 數與式

測驗目標 數線上的幾何(絕對值不等式)

解 析 $|4x - 12| \leq 2x$

$$\Rightarrow -2x \leq 4x - 12 \leq 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x \leq 4x - 12 \\ 4x - 12 \leq 2x \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 6x \geq 12 \\ 2x \leq 12 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 6$$

\therefore 不等式的長度為 $6 - 2 = 4$ ，故選(4)

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 13 頁範例 9

5. 設 $(1 + \sqrt{2})^4 = a + b\sqrt{2}$ ，其中 a, b 為整數。請問 b 等於下列哪一個選項？

- (1) $C_0^4 + 2C_2^4 + 2^2C_4^4$
- (2) $C_1^4 + 2C_3^4 + 2^2C_5^4$
- (3) $C_0^4 + 2C_1^4 + 2^2C_2^4 + 2^3C_3^4 + 2^4C_4^4 + 2^5C_5^4 + 2^6C_6^4$
- (4) $2C_1^4 + 2^2C_3^4 + 2^3C_5^4$
- (5) $C_0^4 + 2^2C_2^4 + 2^4C_4^4 + 2^6C_6^4$

答 案 (2)

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 二項式定理

解 析 由二項式定理可知

$$\begin{aligned} (1 + \sqrt{2})^4 &= C_0^4 + C_1^4 \cdot \sqrt{2} + C_2^4 \cdot (\sqrt{2})^2 + C_3^4 \cdot (\sqrt{2})^3 + C_4^4 \cdot (\sqrt{2})^4 \\ &\quad + C_5^4 \cdot (\sqrt{2})^5 + C_6^4 \cdot (\sqrt{2})^6 \\ &= a + b\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\therefore b = C_1^4 + 2C_3^4 + 2^2C_5^4$$

故選(2)

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 91 頁範例 16

6. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 70%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 70%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率最接近下列哪一個選項？

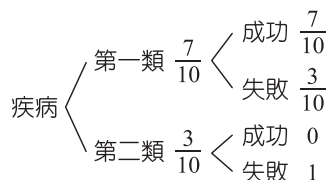
- (1) 0.25
- (2) 0.3
- (3) 0.35
- (4) 0.4
- (5) 0.45

答案 (2)

命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 條件機率與貝氏定理、獨立事件

解析



$$\therefore \text{第一次療程失敗的機率為 } \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \times 1 = \frac{51}{100}$$

$$\text{而第一次失敗且第二次成功的機率為 } \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}$$

(\because 第二次成功表示此疾病必定是第一類型)

$$\therefore P(\text{第二次成功} \mid \text{第一次失敗}) = \frac{\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}}{\frac{51}{100}} \approx 0.288 \approx 0.3$$

故選(2)

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第104頁範例9

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 設坐標平面上， x 坐標與 y 坐標皆為整數的點稱為格子點。請選出圖形上有格子點的選項。

(1) $y = x^2$

(2) $3y = 9x + 1$

(3) $y^2 = -x - 2$

(4) $x^2 + y^2 = 3$

(5) $y = \log_2 x + \frac{1}{2}$

答案 (1)(3)(5)

命題出處 綜合題型 (方程式的圖形)

測驗目標 格子點

解析 (1) ○ : 令 $x=1, y=1$

$$(2) \times : 3y = 9x + 1 \Rightarrow y = 3x + \frac{1}{3}$$

\therefore 當 x 為整數時, y 不可能為整數

(3) ○ : 令 $x=-6, y=\pm 2$

(4) × : $x^2 + y^2 = 3$ 的圖形上沒有格子點

$$(5) \circ : y = \log_3 x + \frac{1}{2} = \log_3 x + \log_3 3 = \log_3 3x$$

\therefore 令 $x=3, y=1$

故選(1)(3)(5)

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 157 頁範例 5

8. 關於下列不等式, 請選出正確的選項。

(1) $\sqrt{13} > 3.5$

(2) $\sqrt{13} < 3.6$

(3) $\sqrt{13} - \sqrt{3} > \sqrt{10}$

(4) $\sqrt{13} + \sqrt{3} > \sqrt{16}$

(5) $\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{3}} > 0.6$

答案 (1)(4)

命題出處 第一冊第一章 數與式

測驗目標 根式運算 (比較大小)

解析 (1) ○ : $(\sqrt{13})^2 = 13, 3.5^2 = 12.25 \therefore \sqrt{13} > 3.5$

(2) × : $(\sqrt{13})^2 = 13, 3.6^2 = 12.96 \therefore \sqrt{13} > 3.6$

(3) × : $(\sqrt{13})^2 = 13, (\sqrt{10} + \sqrt{3})^2 = 13 + 2\sqrt{30}$
 $\therefore \sqrt{13} < \sqrt{10} + \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{13} - \sqrt{3} < \sqrt{10}$

(4) ○ : $(\sqrt{13} + \sqrt{3})^2 = 16 + 2\sqrt{39}, (\sqrt{16})^2 = 16$
 $\therefore \sqrt{13} + \sqrt{3} > \sqrt{16}$

(5) × : $\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{13} + \sqrt{3}}{10} < \frac{3.7 + 1.8}{10} = 0.55$

故選(1)(4)

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 11 頁範例 6

9. 一物體由坐標平面中的點 $(-3, 6)$ 出發，沿著向量 \vec{v} 所指的方向持續前進，可以進入第一象限。請選出正確的選項。

- (1) $\vec{v} = (1, -2)$
- (2) $\vec{v} = (1, -1)$
- (3) $\vec{v} = (0.001, 0)$
- (4) $\vec{v} = (0.001, 1)$
- (5) $\vec{v} = (-0.001, 1)$

答案 (2)(3)(4)

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 平面向量的坐標表示法

解析 設 $P(x, y)$ ，其中 $x > 0, y > 0$

$$\text{令 } A(-3, 6) \quad \therefore \overrightarrow{AP} = (x+3, y-6)$$

$$(1) \text{ 若 } \overrightarrow{AP} \parallel \vec{v} = (1, -2), \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y-6}{-2} = t$$

$$\text{則 } x = t - 3 > 0 \text{ 且 } y = -2t + 6 > 0$$

$$\therefore t > 3 \text{ 且 } t < 3 \text{ (矛盾)}$$

$$(2) \text{ 若 } \overrightarrow{AP} \parallel \vec{v} = (1, -1), \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y-6}{-1} = t$$

$$\text{則 } x = t - 3 > 0 \text{ 且 } y = -t + 6 > 0$$

$$\therefore 3 < t < 6 \text{ (合)}$$

(3) 若 $\overrightarrow{AP} \parallel \vec{v} = (0.001, 0)$ ，亦即將 A 點往右平移 \therefore 必過第一象限

$$(4) \text{ 若 } \overrightarrow{AP} \parallel \vec{v} = (0.001, 1), \quad \frac{x+3}{0.001} = \frac{y-6}{1} = t$$

$$\text{則 } x = 0.001t - 3 > 0 \text{ 且 } y = t + 6 > 0$$

$$\therefore t > 3000 \text{ (合)}$$

$$(5) \text{ 若 } \overrightarrow{AP} \parallel \vec{v} = (-0.001, 1), \quad \frac{x+3}{-0.001} = \frac{y-6}{1} = t$$

$$\text{則 } x = -0.001t - 3 > 0 \text{ 且 } y = t + 6 > 0$$

$$\therefore t > -6 \text{ 且 } t < -3000 \text{ (矛盾)}$$

故選(2)(3)(4)

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第172頁範例2

10. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，且已知 $f(1) > 0$ 、 $f(2) < 0$ 、 $f(3) > 0$ 。

令 $g(x) = f(x) + (x-2)(x-3)$ ，請選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
- (2) $y = g(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
- (3) $g(1) > f(1)$
- (4) $g(x) = 0$ 在 1 與 2 之間恰有一個實根
- (5) 若 α 為 $f(x) = 0$ 的最大實根，則 $g(\alpha) > 0$

答案 (3)(4)

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 二次函數的圖形、勘根定理

解析 $\because f(x)$ 為二次函數且 $f(1) > 0$ ， $f(2) < 0$ ， $f(3) > 0$

$\therefore f(x)$ 為開口向上的拋物線，如右圖

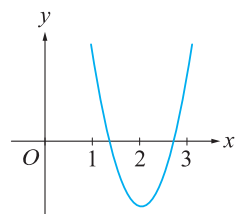
且 $f(x) = 0$ 在 $(1, 2)$ ， $(2, 3)$ 之間各有一實根

- (1) \times ：開口向上
- (2) \times ： $g(x) = f(x) + (x-2)(x-3)$ 為開口向上之拋物線
- (3) \bigcirc ： $g(1) = f(1) + 2 > f(1)$
- (4) \bigcirc ：承(3)， $g(1) > 0$ ， $g(2) = f(2) < 0$
 $\therefore g(x) = 0$ 在 $(1, 2)$ 之間恰有一實根
- (5) \times ： $\because \alpha$ 為 $f(x) = 0$ 的最大實根 $\therefore 2 < \alpha < 3$
 $\therefore g(\alpha) = f(\alpha) + (\alpha-2)(\alpha-3) < 0$

故選(3)(4)

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 37 頁範例 19，第 38 頁範例 20



11. 設 $a_1 = 1$ 且 a_1, a_2, a_3, \dots 為等差數列。請選出正確的選項。

- (1) 若 $a_{100} > 0$ ，則 $a_{1000} > 0$
- (2) 若 $a_{100} < 0$ ，則 $a_{1000} < 0$
- (3) 若 $a_{1000} > 0$ ，則 $a_{100} > 0$
- (4) 若 $a_{1000} < 0$ ，則 $a_{100} < 0$
- (5) $a_{1000} - a_{10} = 10(a_{100} - a_1)$

答案 (2)(3)(5)

命題出處 第二冊第一章 數列與級數

測驗目標 等差數列

解析 (1) \times ： $\because a_1 = 1$ ， $a_{100} = 1 + 99d > 0 \Rightarrow d > -\frac{1}{99}$

$\therefore a_{1000} = 1 + 999d$ 可能小於 0

(2) ○ : $a_{100} < 0 \Rightarrow d < -\frac{1}{99}$
 $\therefore a_{1000} < 0$

(3) ○ : $a_{1000} = 1 + 999d > 0 \Rightarrow d > -\frac{1}{999}$
 $\therefore a_{100} = 1 + 99d > 0$

(4) × : $a_{1000} = 1 + 999d < 0 \Rightarrow d < -\frac{1}{999}$
 $\therefore a_{100} = 1 + 99d$ 有可能大於 0

(5) ○ : $a_{1000} - a_{100} = 990d$
 $a_{1000} - a_1 = 99d \quad \therefore a_{1000} - a_{100} = 10(a_{1000} - a_1)$

故選(2)(3)(5)

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 69 頁範例 2

12. 所謂某個年齡範圍的失業率，是指該年齡範圍的失業人數與勞動力人數之比，以百分數表達（進行統計分析時，所有年齡以整數表示）。下表為去年某國四個年齡範圍的失業率，其中的年齡範圍有所重疊。

年齡範圍	35~44 歲	35~39 歲	40~44 歲	45~49 歲
失業率	12.66 (%)	9.80 (%)	13.17 (%)	7.08 (%)

請根據上表選出正確的選項。

- (1) 在上述四個年齡範圍中，以 40~44 歲的失業率為最高
- (2) 40~44 歲勞動力人數多於 45~49 歲勞動力人數
- (3) 40~49 歲的失業率等於 $\left(\frac{13.17 + 7.08}{2}\right)\%$
- (4) 35~39 歲勞動力人數少於 40~44 歲勞動力人數
- (5) 如果 40~44 歲的失業率降低，則 45~49 歲的失業率會升高

答案 (1)(4)

命題出處 第二冊第四章 數據分析

測驗目標 平均數

解析

年齡範圍	35~39 歲	40~44 歲	35~44 歲	45~49 歲
勞動人口	n_1	n_2	$n_1 + n_2$	n_3
失業人數	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	x_3
失業率	9.80 %	13.17 %	12.66 %	7.08 %

- (1) ○：由圖表可知失業率 13.17% 最高
- (2) ×： m_2 可能小於或等於 m_3 $\left(\because \frac{x_2}{m_2} > \frac{x_3}{m_3}\right)$
- (3) ×：40~49 歲的失業率等於 $\frac{x_2 + x_3}{m_2 + m_3} \times 100\%$
- (4) ○：由題意知 $\frac{x_1}{m_1} = 0.098 \dots\dots\dots ①$ ， $\frac{x_2}{m_2} = 0.1317 \dots\dots\dots ②$ ，
 $\frac{x_1 + x_2}{m_1 + m_2} = 0.1266 \dots\dots\dots ③$
 $\therefore x_1 = 0.098m_1, x_2 = 0.1317m_2$ 代入③
 $\therefore 0.098m_1 + 0.1317m_2 = 0.1266m_1 + 0.1266m_2$
 $\Rightarrow 0.0286m_1 = 0.0051m_2$
 $\therefore m_1 < m_2$
- (5) ×：每個年齡層的失業率不一定有相關（由圖表無法解讀）
 故選(1)(4)

難易度 中偏易

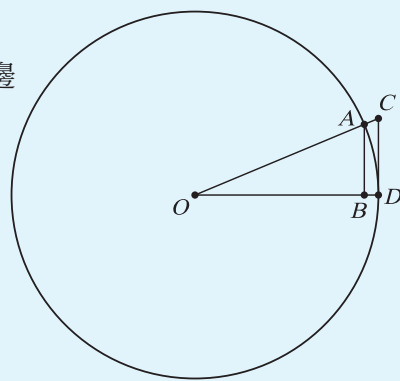
類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 112 頁範例 1

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（13~36）。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設圓 O 之半徑為 24， $\overline{OC} = 26$ ， \overline{OC} 交圓 O 於 A 點，
 \overline{CD} 切圓 O 於 D 點， B 為 A 點到 \overline{OD} 的垂足，如右邊
 的示意圖。則 $\overline{AB} = \frac{\textcircled{13} \textcircled{14} \textcircled{15}}{\textcircled{16} \textcircled{17}}$ 。（化為最簡分數）



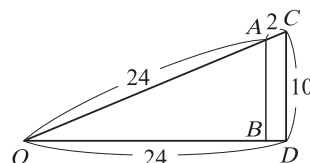
答案 13 1 14 2 15 0 16 1 17 3

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 三角形的邊角關係

解析 如右圖

$\triangle OCD$ 為 5-12-13 的直角三角形



$$\text{且 } \triangle OAB \sim \triangle OCD \quad \therefore \frac{24}{AB} = \frac{26}{10} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{120}{13}$$

(另解：本題亦可用恆等關係解之)

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第127頁範例1

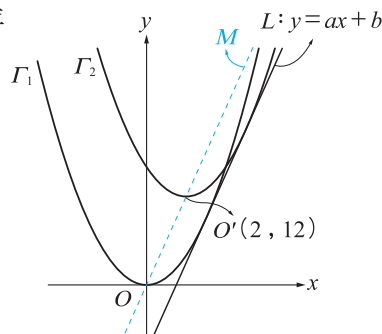
B. 坐標平面上，若直線 $y = ax + b$ (其中 a, b 為實數) 與二次函數 $y = x^2$ 的圖形恰交於一點，亦與二次函數 $y = (x - 2)^2 + 12$ 的圖形恰交於一點，則 $a =$ 18， $b =$ 19 20。

答案 18 6 19 - 20 9

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 二次函數圖形的平移

解析 $\Gamma_2: y = (x - 2)^2 + 12$ 表示將 $\Gamma_1: y = x^2$ 向右平移 2 單位，向上平移 12 單位，略圖如右，其中直線 $L: y = ax + b$ 與直線 M 平行且 M 為過 $(0, 0)$ ， $(2, 12)$ 的直線



$$\therefore \text{直線 } M \text{ 的斜率等於 } \frac{12-0}{2-0} = 6, \text{ 即 } a = 6$$

$$\text{令 } y = 6x + b, \text{ 且 } \begin{cases} y = x^2 \\ y = 6x + b \end{cases} \text{ 恰有一交點}$$

$$\therefore x^2 = 6x + b \Rightarrow x^2 - 6x - b = 0 \text{ 恰有一實根}$$

$$\therefore \text{判別式 } D = 36 + 4b = 0 \Rightarrow b = -9$$

故 $a = 6, b = -9$

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第23頁範例5

C. 小鎮 A 距離一筆直道路 6 公里，並與道路上的小鎮 B 相距 12 公里。今欲在此道路上蓋一家超級市場使其與 A, B 等距，則此超級市場與 A 的距離須為 $2\sqrt{22}$ 公里。(化為最簡根式)

答案 21 4 22 3

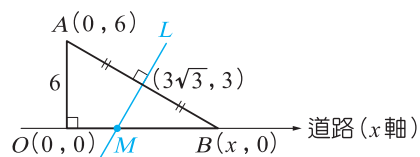
命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 直線方程式、坐標化

解析 由題意作圖如右，其中 L 為 \overline{AB} 之中垂線而 M 為超級市場所在地

$$\therefore \overline{AB} = 12 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 36} = 12 \Rightarrow x = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AB} \text{ 之斜率為 } -\frac{1}{\sqrt{3}}$$



故 L 之斜率為 $\sqrt{3} \Rightarrow L$ 之方程式為 $\sqrt{3}x - y = 6$

$\therefore L$ 與 x 軸交點 $M(2\sqrt{3}, 0)$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} = \sqrt{12 + 36} = 4\sqrt{3}$$

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 153 頁範例 2

- D. 坐標空間中有四點 $A(2, 0, 0)$ 、 $B(3, 4, 2)$ 、 $C(-2, 4, 0)$ 與 $D(-1, 3, 1)$ 。若點 P 在直線 CD 上變動，則內積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 之最小可能值為
- ⑳ 。(化為最簡分數)
- ㉑

答案 ㉓ 5 ㉔ 4

命題出處 第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 空間直線的參數方程式、空間向量的內積

解析 $\overrightarrow{CD} = (1, -1, 1)$

$$\therefore \overrightarrow{CD} \text{ 方程式: } \frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z}{1} (=t)$$

$\therefore P$ 在 \overrightarrow{CD} 上 \therefore 令 $P(t-2, -t+4, t)$

又 $\overrightarrow{PA} = (4-t, t-4, -t)$ ， $\overrightarrow{PB} = (5-t, t, 2-t)$

$$\therefore \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = (4-t)(5-t) + (t-4)t + (-t)(2-t)$$

$$= t^2 - 9t + 20 + t^2 - 4t + t^2 - 2t$$

$$= 3t^2 - 15t + 20 = 3\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

故當 $t = \frac{5}{2}$ 時， $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 有最小值 $\frac{5}{4}$

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 210 頁範例 7

- E. 設 \vec{w} ， \vec{v} 為兩個長度皆為 1 的向量。若 $\vec{w} + \vec{v}$ 與 \vec{w} 的夾角為 75° ，則 \vec{w} 與 \vec{v} 的內積為
- ⑳ $\frac{\sqrt{26}}{27}$ 。(化為最簡根式)
- ㉑

答案 ㉓ 1 ㉔ 3 ㉕ 2

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 向量的內積

解析 由題意知 $|\vec{w}| = |\vec{v}| = 1$

$$\text{又 } (\vec{w} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{w} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{v}$$

$$\Rightarrow |\vec{w} + \vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos 75^\circ = 1 + \vec{w} \cdot \vec{v} \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } |\vec{u} + \vec{v}|^2 &= |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v} \\ &= 2 + 2 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v} \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

令 $\vec{u} \cdot \vec{v} = t$ ，則 $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{2 + 2t} > 0$

\therefore 由①、②可得 $\sqrt{2 + 2t} \times 1 \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = 1 + t$

$$\Rightarrow 2(1 + t) \times \frac{8 - 4\sqrt{3}}{16} = (1 + t)^2$$

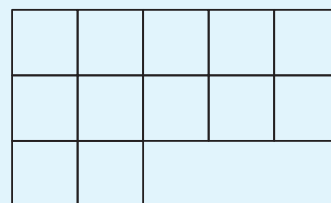
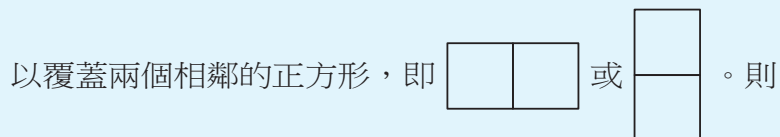
$$\Rightarrow t + 1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore t = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 176 頁範例 6

P. 一個房間的地面是由 12 個正方形所組成，如右圖。今想用長方形瓷磚鋪滿地面，已知每一塊長方形瓷磚可以覆蓋兩個相鄰的正方形，即



用 6 塊瓷磚鋪滿房間地面的方法有 28 29 種。

答案 ②8 1 ②9 1

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 基本計數原理

- 解析**
- 用 6 個 和 0 個 \Rightarrow 0 種
 - 用 5 個 和 1 個 \Rightarrow 3 種
 - 用 4 個 和 2 個 \Rightarrow 0 種
 - 用 3 個 和 3 個 \Rightarrow 6 種
 - 用 2 個 和 4 個 \Rightarrow 0 種

用 1 個 $\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$ 和 5 個 $\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \Rightarrow 2$ 種

用 0 個 $\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$ 和 6 個 $\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \Rightarrow 0$ 種

\therefore 共 11 種

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 82 頁範例 2

Q. 已知 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 是一個轉移矩陣，並且其行列式（值）為 $\frac{5}{8}$ 。則 $a+d = \frac{\textcircled{30}\textcircled{31}}{\textcircled{32}}$ 。
（化為最簡分數）

答案 ③0 1 ③1 3 ③2 8

命題出處 第四冊第三章 矩陣

測驗目標 轉移矩陣

解析 $\because \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 為轉移矩陣 $\therefore a, b, c, d$ 均大於等於 0

$$\text{且 } a+c=1, b+d=1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc = \frac{5}{8} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由①得 $b=1-d, c=1-a$ 代入②

$$\therefore ad - (1-d)(1-a) = ad - (1-a-d+ad) = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow a+d-1 = \frac{5}{8}$$

$$\text{故 } a+d = \frac{13}{8}$$

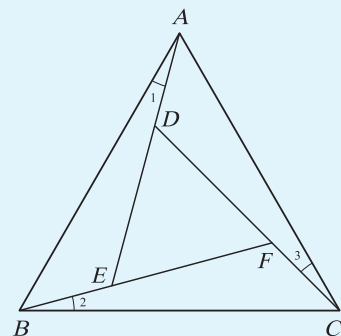
難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 221 頁範例 5

H. 如圖，正三角形 ABC 的邊長為 1，並且

$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 15^\circ$ 。已知 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ，則正三角

形 DEF 的邊長為 $\frac{\sqrt{33}}{34} - \frac{\sqrt{35}}{36}$ 。（化為最簡分數）



答案 33 6 34 2 35 2 36 2

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 正弦定理

解析 令 $\overline{DF} = x$ ， $\overline{CF} = y$

則 $\triangle ADC$ 中，由正弦定理可知

$$\frac{y}{\sin 15^\circ} = \frac{x+y}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\sin 120^\circ}$$

$$\therefore \frac{y}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}} = \frac{x+y}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

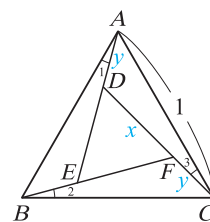
$$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{又 } x+y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 133 頁範例 6



參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n \mu_x^2 \right)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

$$\text{相關係數 } r_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{n \sigma_x \sigma_y}$$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_y = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$



複習選擇大滿貫， 應考邁向大滿貫

大滿貫 複習講義

科目

數學 1-4 冊、數學甲、數學乙、物理、化學、生物、
歷史 1-2 冊、歷史 3-4 冊、選修歷史、地理 1-4 冊、
公民與社會 1-4 冊

內容特色

- 觀念迅速了解
- 重點完全攻略
- 試題精選收錄
- 提升應考能力

各科加值配套

數學科：課後練習簿、解答本、團訂卷
物理科：解答本、團訂卷
化學科：解答本、團訂卷
生物科：解答本、團訂卷



歷史科：大事年表、模擬卷、解答本
地理科：解答本、團訂卷
公民科：解答本、團訂卷

Win 贏 複習講義

科目

數學 1~4 冊

內容特色

- 本書以基礎概念為核心，搭配歷屆精典考題快速精準掌握大考趨勢
- 全新的演練試題，搭配清晰易讀的解說，授課、自習最流暢
- 綜合各版本精華，最新學測考題，全面大改版



學習通 複習講義

科目

數學 1~4 冊

內容特色

- 24 週複習計畫，有效提升應考能力
- 整理近年常考題型，精準掌握學測命題方向
- 試題簡單新穎，專攻基本概念解題能力
- 複習、演練、測驗三合一，大考必勝



贏戰指考 Easy go!



指考關鍵60天

高三學生適用

科目：國文、英文、數學甲（自然組）、數學乙（社會組）、
物理、化學、生物、歷史、地理、公民與社會

- ⌚ 完整60天考前複習計畫。
- ⌚ 打破章節以主題統整方式彙整。
- ⌚ 精挑模擬試題，大考題型完全透析。
- ⌚ 完整重點整理，輕鬆複習，確實掌握致勝關鍵。

加值
配套

物理、化學、生物、歷史、公民與社會
附關鍵重點手冊、英文附複習評量卷

指考週複習

高三學生適用

科目：國文、英文、數學甲（自然組）、數學乙（社會組）、
物理、化學、生物、歷史、地理、公民與社會

- ⌚ 依大考內容規劃複習進度，一週一練，掌握大考命題核心。
- ⌚ 搭配複習評量計畫，精確掌握複習進度，應考最安心。
- ⌚ 全省北中南老師齊力編寫，結合多元題型掌握指考命題趨勢。
- ⌚ 全真模擬指考命題方式，讓你輕鬆拿高分。
- ⌚ 分離式解答本，題題詳解，對照學習最輕鬆。



(產品封面請以成書為準)



翰林出版
HAN LIN PUBLISHING CO., LTD.

升學 領導 品牌



輕鬆學習得高分