

翰林 104 學測

精彩解析

數學考科

家齊女中 / 黃峻棋 老師

【試題·答案】依據大考中心公布內容

發行人 / 陳炳亨
總召集 / 周耀琨
總編輯 / 蔣海燕
主編 / 江欣穎
校對 / 黃秉璿 · 蔡東聖 · 李遠茵
美編 / 黃素美 · 蘇昭禎

出版 / 民國一〇四年二月
發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號
編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號
電話 / (06) 2619621#314
E-mail / periodical@hanlin.com.tw
翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>

NO.00847



翰林出版



一 前言

今年的大學學測在 2 月 1 日、2 日舉行。儘管這幾年課綱內容不斷地修正、微調，大學學測的命題機制已慢慢地趨於“標準化”。怎麼說呢？從考生的級分來看，頂標大約是 12~13 級分，前標大約 10~11 級分，均標大約 7~8 級分，後標大約 4~5 級分，底標大約 3 級分。從試題的難易度來看，簡易或中等偏易的題目大約占 30 分，中等難度的題目大約占 50 分，而中等偏難或困難的題目大約占 20 分。那同學最關心的，大概要考幾分（原始分數）才能得到滿級分？以這幾年的統計來看，大概只能錯“一題半”，換句話說原始分數要在 90 分以上，我想今年也差不多會是如此。



二 試題分析

底下，筆者利用兩個表格來分析大學學測考試重點和今年大學學測試題內容，如此便能讓讀者很清楚地對照出將來的考試趨勢。

1 104 大學學測考試重點

第一冊	數與式	① 有理數、無理數的表示法 ② 實數的大小關係 ③ 乘法公式、根式運算 ④ 分點公式 ⑤ 一次方程式與不等式
	多項式函數	① 一次、二次函數圖形（含坐標化） ② 除法原理、綜合除法 ③ 餘式、因式定理（含插值多項式） ④ 複數的運算 ⑤ 一次因式檢驗法 ⑥ 勘根定理 ⑦ 虛根成對性質 ⑧ 多項式不等式
	指數與對數函數	① 指數律 ② 指數函數的圖形與性質 ③ 對數的定義與對數律 ④ 對數函數的圖形與性質 ⑤ 指、對數方程式與不等式 ⑥ 指、對數應用（首數、尾數與等比級數）

第二冊	數列與級數	① 數列的規則性（一階遞迴數列） ② 等差、等比數列綜合應用 ③ 歸納法的應用 ④ Σ 的應用
	排列、組合	① 簡單邏輯概念（含集合的運算） ② 基本計數原理 ③ 直線排列、重複排列 ④ 一般組合、重複組合 ⑤ 二項式定理
	機 率	① 樣本空間與事件 ② 古典機率的定義與性質 ③ 條件機率 ④ 獨立事件 ⑤ 貝氏定理
	數據分析	① 平均數、標準差（含資料平移） ② 數據標準化 ③ 散佈圖 ④ 相關係數（含資料平移） ⑤ 最小平方法 ⑥ 迴歸直線方程式
第三冊	三 角	① 直角三角形的邊角關係 ② 廣義角與極坐標 ③ 正、餘弦定理 ④ 差角公式 ⑤ 三角測量（含三角函數值表）
	直線與圓	① 斜率與直線方程式 ② 兩直線的關係（代數與幾何意義） ③ 線性規劃 ④ 圓方程式 ⑤ 圓與直線的關係



第三冊	平面向量	① 平面向量表示法 ② 線性組合 ③ 直線參數式 ④ 向量內積 ⑤ 向量正射影 ⑥ 柯西不等式 ⑦ 距離公式 ⑧ 面積與二階行列式（含克拉瑪公式）
第四冊	空間向量	① 空間立體圖形 ② 空間坐標化 ③ 向量的內積 ④ 外積、體積與行列式
	空間中的平面與直線	① 平面方程式 ② 兩平面的關係 ③ 空間直線方程式 ④ 直線與平面的關係
	矩陣	① 矩陣與線性方程組 ② 矩陣的乘法 ③ 乘法反方陣（二階） ④ 轉移矩陣
	二次曲線	① 拋物線、橢圓、雙曲線的定義（不含退化情形） ② 二次曲線的標準式 ③ 圖形的平移、伸縮

2 104 大學學測試題分布

題號	題型	命題出處	考試重點 (測驗目標)	難易度
1	單選	第二冊第一章 數列與級數	數列的規則性	易
2	單選	第一冊第三章 指數與對數函數	等比級數	易
3	單選	第二冊第三章 機率	獨立事件	中
4	單選	第三冊第二章 直線與圓	線性規劃	中

題號	題型	命題出處	考試重點 (測驗目標)	難易度
5	多選	第二冊第四章 數據分析	平均數、標準差、 相關係數	中
6	多選	第一冊第二章 多項式函數	因式定理、多項式 方程式的根	中
7	多選	第一冊第三章 指數與對數函數	指數函數的圖形與 性質	中偏易
8	多選	第四冊第四章 二次曲線	二次曲線的標準式	中偏難
9	多選	第三冊第三章 平面向量	平面向量表示法、 向量內積	中
10	多選	第二冊第二章 排列、組合	簡單邏輯概念、集 合的運算	中
A	選填	第三冊第一章 三角	三角測量	中偏易
B	選填	第二冊第三章 機率	條件機率	中偏易
C	選填	第二冊第二章 排列、組合	重複組合	中
D	選填	第四冊第二章 空間中的平面與直 線	兩平面的關係、空 間直線方程式	中
E	選填	第三冊第三章 平面向量	直線參數式	中偏易
F	選填	第一冊第三章 指數與對數函數	指、對數的應用 (單利、複利)	中偏易
G	選填	第四冊第三章 矩陣	轉移矩陣、矩陣乘 法	中
H	選填	第四冊第一章 空間向量	空間立體圖形	中偏易
I	選填	第四冊第一章 空間向量	空間立體圖形、餘 弦定理	難
J	選填	第三冊第一章 三角	直角三角形的邊角 關係	中偏易



結 論

今年的考題中，第一冊占 20 分，第二冊占 30 分，第三冊占 25 分，第四冊占 25 分。整體來說，難度是屬於中等偏易，但是部分的題目計算偏多（例如 2、A、D、I），且閱讀量大（例如 3、5、8、10、G、J），雖然難度不高，但對中等程度的學生是一大挑戰，恐怕今年的均標大概只有 6~7 級分吧！

個人覺得比較有爭議的題目應該是選填 G，雖然這題也可以用簡單的代數觀念解之，但如果用轉移矩陣的概念（三階轉移矩陣），也只有較優秀的學生會解吧！說不定還有超課綱之嫌。

這幾年的學測題目的難度都是中等偏易，取而代之的是用計算與閱讀來鑑別出學生的程度，這或許可以當作往後老師教學時的一個參考。



第壹部分：選擇題（占 50 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 每週同一時間點記錄某植物的成長高度，連續五週的數據為

$$a_1=1, a_2=2, a_3=6, a_4=15, a_5=31。$$

請問此成長高度數列滿足下列選項中哪一個式子？

(1) $a_{t+1}=3a_t-1, t=1, 2, 3, 4$

(2) $a_t=t!, t=1, 2, 3, 4, 5$

(3) $a_{t+1}=a_t+t^2, t=1, 2, 3, 4$

(4) $a_t=2^t-1, t=1, 2, 3, 4, 5$

(5) $a_{t+1}=ta_t+1, t=1, 2, 3, 4$

答案 (3)

命題出處 第二冊第一章 數列與級數

測驗目標 數列的規則性

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 64 頁範例 1

詳解 $a_1=1, a_2=2, a_3=6, a_4=15, a_5=31$

$$\begin{array}{cccc} & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ & 1 & 4 & 9 & 16 \end{array}$$

$$\Rightarrow a_2=a_1+1^2, a_3=a_2+2^2, a_4=a_3+3^2, a_5=a_4+4^2$$

$$\therefore a_{t+1}=a_t+t^2, t=1, 2, 3, 4$$

故選(3)



2. 第 1 天獲得 1 元、第 2 天獲得 2 元、第 3 天獲得 4 元、第 4 天獲得 8 元、依此每天所獲得的錢為前一天的兩倍，如此進行到第 30 天，試問這 30 天所獲得的錢，總數最接近下列哪一個選項？

- (1) 10,000 元
- (2) 1,000,000 元
- (3) 100,000,000 元
- (4) 1,000,000,000 元
- (5) 1,000,000,000,000 元

答案 (4)

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

測驗目標 等比級數

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 66 頁範例 3

詳解 由題意知第 1 天得 $2^0 = 1$ 元

第 2 天得 $2^1 = 2$ 元

第 3 天得 $2^2 = 4$ 元

⋮

∴ 第 30 天得 2^{29} 元

$$\begin{aligned} \therefore \text{總數為 } 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{29} &= \frac{1 \times (2^{30} - 1)}{2 - 1} \\ &= 1,073,741,823 \text{ (元)} \end{aligned}$$

故選(4)

註：此題亦可不用全部計算出數字

$$\because 2^{30} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \approx 1000 \times 1000 \times 1000$$

3. 有兩組供機器運作的配件 A 、 B ，其單獨發生故障的機率分別為 0.1 、 0.15 。只有當 A 、 B 都發生故障時，此機器才無法運作。 A 、 B 兩配件若用串接方式，前面故障會導致後面故障，但若後面故障則不會影響前面的故障情形；若用並列方式，則故障情形互不影響。若考慮以下三種情形：

(一) 將 B 串接於 A 之後

(二) 將 A 串接於 B 之後

(三) 將 A 、 B 獨立並列

在情況(一)、(二)、(三)之下，機器無法運作的機率分別為 P_1 、 P_2 、 P_3 。

請選出正確的選項。

(1) $P_1 > P_2 > P_3$

(2) $P_2 > P_1 > P_3$

(3) $P_3 > P_2 > P_1$

(4) $P_3 > P_1 > P_2$

(5) $P_1 = P_2 > P_3$

答案 (2)

命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 獨立事件

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 98 頁範例 8

詳解 (一) $A \rightarrow B : P_1 = P(A') = 0.1$

(二) $B \rightarrow A : P_2 = P(B') = 0.15$

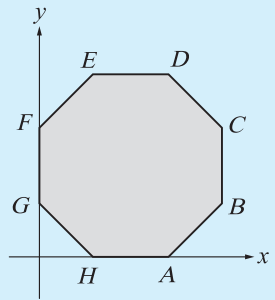
(三) A 、 B 獨立並列： $P_3 = P(A' \cap B')$
 $= P(A') \times P(B')$
 $= 0.1 \times 0.15$

$\therefore P_2 > P_1 > P_3$

故選(2)



4. 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部，如右圖。已知目標函數 $ax + by + 3$ (其中 a, b 為實數) 的最大值只發生在 B 點。請問當目標函數改為 $3 - bx - ay$ 時，最大值會發生在下列哪一點？



- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D
- (5) E

答案 (1)

命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 線性規劃

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第150頁範例6

詳解 將圖形坐標化

由題意知 \overline{AB} 之斜率為 1 ($\because \angle BAH = 135^\circ$)

\therefore 目標函數 $ax + by + 3$ 之最大值發生在 B 點

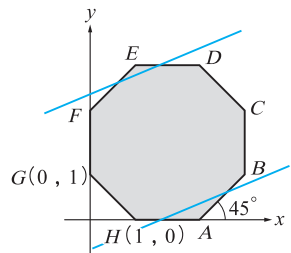
$$\therefore \text{斜率} -\frac{a}{b} > 1, \text{ 即 } \frac{a}{b} < -1 \left(\frac{b}{a} > -1 \right)$$

又目標函數改為 $3 - bx - ay$ 時，

$$\text{其斜率為 } 0 < -\frac{b}{a} < 1$$

$\therefore 3 - bx - ay$ 之最大值會發生在 A 點

故選(1)



二、多選題（占 30 分）

說明：第 5 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 小明參加某次路跑 10 公里組的比賽，下表為小明手錶所記錄之各公里的完成時間、平均心率及步數：

	完成時間	平均心率	步數
第一公里	5:00	161	990
第二公里	4:50	162	1000
第三公里	4:50	165	1005
第四公里	4:55	162	995
第五公里	4:40	171	1015
第六公里	4:41	170	1005
第七公里	4:35	173	1050
第八公里	4:35	181	1050
第九公里	4:40	171	1050
第十公里	4:34	188	1100

在這 10 公里的比賽過程，請依據上述數據，選出正確的選項。

- (1) 由每公里的平均心率得知小明最高心率为 188
- (2) 小明此次路跑，每步距離的平均小於 1 公尺
- (3) 每公里完成時間和每公里平均心率的相關係數為正相關
- (4) 每公里步數和每公里平均心率的相關係數為正相關
- (5) 每公里完成時間和每公里步數的相關係數為負相關

答案 (2)(4)(5)

命題出處 第二冊第四章 數據分析

測驗目標 平均數、相關係數

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 116 頁精彩試題觀摩學測 2

詳解 (1) ×：由圖表得知，平均心率最高為 188，
所以小明在第 10 公里的最高心率應大於 188

(2) ○：平均步數大於 1000 步，所以每步距離的平均小於 1 公尺

(3) ×：完成每公里的時間愈短，心率愈高 ∴為負相關

(4) ○：每公里步數愈多，心率愈高 ∴為正相關

(5) ○：每公里完成時間愈少，步數愈多 ∴為負相關

故選(2)(4)(5)



6. 設 $f(x)$ 是首項係數為 1 的實係數二次多項式。請選出正確的選項。

- (1) 若 $f(2) = 0$ ，則 $x-2$ 可整除 $f(x)$
- (2) 若 $f(2) = 0$ ，則 $f(x)$ 為整係數多項式
- (3) 若 $f(\sqrt{2}) = 0$ ，則 $f(-\sqrt{2}) = 0$
- (4) 若 $f(2i) = 0$ ，則 $f(-2i) = 0$
- (5) 若 $f(2i) = 0$ ，則 $f(x)$ 為整係數多項式

答案 (1)(4)(5)

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 因式定理、多項式方程式的根

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 33 頁範例 17

詳解 (1) ○：由因式定理得知 $f(2) = 0 \Leftrightarrow f(x)$ 含有 $x-2$ 之因式

(2) ×：令 $f(x) = x^2 + ax + b$

$\therefore f(2) = 0 \Leftrightarrow 4 + 2a + b = 0$ ， a, b 不一定為整數

(反例： $a = \sqrt{2}$ ， $b = -2\sqrt{2} - 4$)

(3) ×：承(2)， $f(\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow 2 + \sqrt{2}a + b = 0$ ， a, b 不一定為有理數

(反例： $a = \sqrt{2}$ ， $b = -4$ ，則 $f(-\sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2} \times \sqrt{2} - 4 \neq 0$)

(4) ○： $\therefore f(x)$ 為實係數多項式

\therefore 由虛根成對性質可知 $f(2i) = 0 \Leftrightarrow f(-2i) = 0$

(5) ○：承(4)， $f(2i) = 0 \Leftrightarrow f(-2i) = 0$

$\therefore f(x) = (x-2i)(x+2i) = x^2 + 4$ 為整係數多項式

故選(1)(4)(5)

7. 坐標平面上，在函數圖形 $y=2^x$ 上，標示 A 、 B 、 C 、 D 四個點，其 x 坐標分別為 -1 、 0 、 1 、 2 。請選出正確的選項。

- (1) 點 B 落在直線 AC 下方
- (2) 在直線 AB 、直線 BC 、直線 CD 中，以直線 CD 的斜率最大
- (3) A 、 B 、 C 、 D 四個點，以點 B 最靠近 x 軸
- (4) 直線 $y=2x$ 與 $y=2^x$ 的圖形有兩個交點
- (5) 點 A 與點 C 對稱於 y 軸

答案 (1)(2)(4)

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

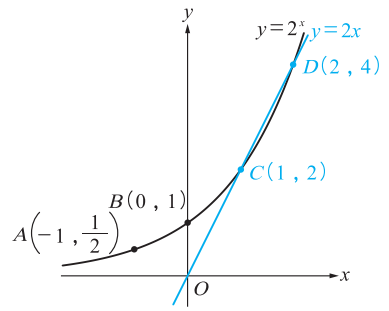
測驗目標 指數函數的圖形與性質

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 48 頁範例 5

詳解 作圖如右

- (1) ○ : ∵ $y=2^x$ 的圖形具有凹口向上性
∴ B 點在直線 AC 之下方
 - (2) ○ : ∵ 圖形為嚴格遞增函數
∴ 直線 CD 的斜率最大
 - (3) × : 最靠近 x 軸為 A 點
 - (4) ○ : $y=2x$ 與 $y=2^x$ 的圖形有兩個交點
 - (5) × : 點 A, C 沒有對稱於 y 軸
- 故選(1)(2)(4)



8. 坐標平面上有一雙曲線，其漸近線為 $x-y=0$ 和 $x+y=0$ 。關於此雙曲線的性質，請選出正確的選項。

- (1) 此雙曲線的方程式為 $\frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{r^2} = 1$ 或 $\frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{r^2} = -1$ ，其中 r 為非零實數
- (2) 此雙曲線的貫軸長等於共軛軸長
- (3) 若點 (a, b) 為此雙曲線在第一象限上一點，則當 $a > 1000$ 時， $|a-b| < 1$
- (4) 若點 $(a, b), (a', b')$ 為此雙曲線在第一象限上兩點且 $a < a'$ ，則 $b < b'$
- (5) 此雙曲線同時對稱於 x 軸與 y 軸

答案 (1)(2)(4)(5)

命題出處 第四冊第四章 二次曲線

測驗目標 二次曲線的標準式（雙曲線）

難易度 中偏難

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第235頁範例14

詳解 (1) ○ : 漸近線為 $x-y=0, x+y=0$ 的雙曲線可為

$$\frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{r^2} = 1 \text{ (開口左、右) 或 } \frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{r^2} = -1 \text{ (開口上、下)}$$

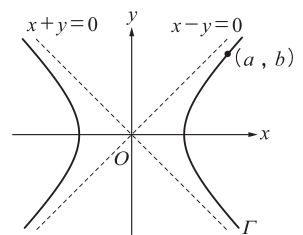
- (2) ○ : ∵ 漸近線互相垂直 ∴ 此雙曲線為等軸雙曲線
故貫軸長等於共軛軸長

- (3) × : 設雙曲線如右圖

$$\text{令 } \Gamma: \frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{r^2} = 1 \Rightarrow x^2 - y^2 = r^2$$

∴ (a, b) 在圖形上 ($a > 1000$)

- ① 當 a 值遠大於 r 時， $a \approx b$ (∵ 漸近線為 $x=y$)
∴ $|a-b| < 1$
- ② 若 $a \approx r$ 時， $|a-b|$ 可能 > 1





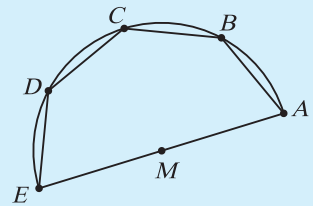
(4) ○：承(3)，此雙曲線在第一象限為遞增函數

∴若 $a < a' \Rightarrow b < b'$

(5) ○：中心在原點的雙曲線同時對稱於 x 軸與 y 軸

故選(1)(2)(4)(5)

9. 如圖，以 M 為圓心、 $\overline{MA} = 8$ 為半徑畫圓， \overline{AE} 為該圓的直徑， B 、 C 、 D 三點皆在圓上，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若 $\overrightarrow{MD} = 8(\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ))$ 。請選出正確的選項。



(1) $\overrightarrow{MA} = 8(\cos \theta, \sin \theta)$

(2) $\overrightarrow{MC} = 8(\cos(\theta + 45^\circ), \sin(\theta + 45^\circ))$

(3) (內積) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} = 8$

(4) (內積) $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = 0$

(5) $\overrightarrow{BD} = 8(\cos \theta + \cos(\theta + 90^\circ), \sin \theta + \sin(\theta + 90^\circ))$

答案 (2)(4)

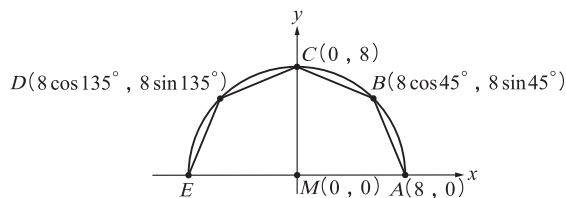
命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 平面向量表示法、向量內積

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第169頁範例7

詳解



將圖形坐標化，令 $M(0, 0)$ ， $A(8, 0)$

由題意知 B 、 C 、 D 為 \widehat{AE} 的四等分點

∴ $D(8 \cos 135^\circ, 8 \sin 135^\circ)$ ，即 $\theta = 45^\circ$

(1) ×： $\overrightarrow{MA} = (8, 0)$

(2) ○： $\overrightarrow{MC} = (0, 8) = (8 \cos 90^\circ, 8 \sin 90^\circ)$

(3) ×： $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} = 64$

(4) ○： $\overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = 0$

(5) ×： $\overrightarrow{BD} = 8(\cos 135^\circ - \cos 45^\circ, \sin 135^\circ - \sin 45^\circ)$

故選(2)(4)

10. 某一班共有 45 人，問卷調查有手機與平板電腦的人數。從統計資料顯示此班有 35 人有手機，而有 24 人有平板電腦。設：

- A 為同時有手機與平板電腦的人數
- B 為有手機，但沒有平板電腦的人數
- C 為沒有手機，但有平板電腦的人數
- D 為沒有手機，也沒有平板電腦的人數

請選出恆成立的不等式選項。

- (1) $A > B$
- (2) $A > C$
- (3) $B > C$
- (4) $B > D$
- (5) $C > D$

答案 (2)(3)(4)

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 集合的運算

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 77 頁範例 1

詳解 ① 設有手機的集合為 H ， $n(H) = 35$

設有平板的集合為 P ， $n(P) = 24$

$$\therefore n(H \cup P) \leq 45$$

$$\Leftrightarrow n(H) + n(P) - n(H \cap P) \leq 45$$

$$\therefore n(H \cap P) \geq 35 + 24 - 45 = 14$$

$$\text{即 } 14 \leq n(H \cap P) \leq 24$$

$\therefore n(A)$ 最多 24 人，最少 14 人

② 由①得 $n(B)$ 最多 21 人，最少 11 人

③ 由①得 $n(C)$ 最多 10 人，最少 0 人

④ 由①、②、③得 $n(D) = n(H' \cap P') = n(H \cup P)'$

$$= 45 - n(H \cup P)$$

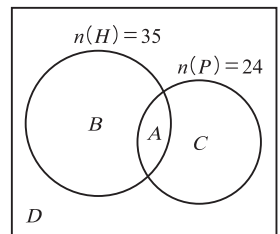
$$= 45 - (n(H) + n(P) - n(H \cap P))$$

$$= 45 - 35 - 24 + n(H \cap P)$$

$$= n(H \cap P) - 14$$

$\therefore n(D)$ 最多 10 人，最少 0 人

故選(2)(3)(4)



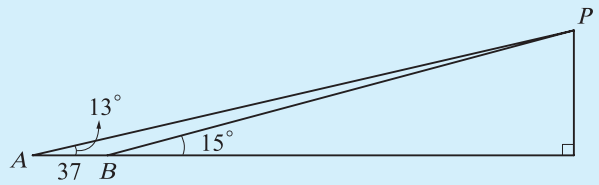


第貳部分：選填題（占 50 分）

說明：1. 第 A. 至 J. 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（11-37）。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 如圖，老王在平地點 A 測得遠方山頂點 P 的仰角為 13° 。老王朝著山的方向前進 37 公丈後來到點 B，再測得山頂點 P 的仰角為 15° 。則山高約為 ⑪ ⑫ 公丈。



（四捨五入至個位數， $\tan 13^\circ \approx 0.231$ ， $\tan 15^\circ \approx 0.268$ ）

答案 62

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 三角測量

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 137 頁範例 16

詳解 如右圖

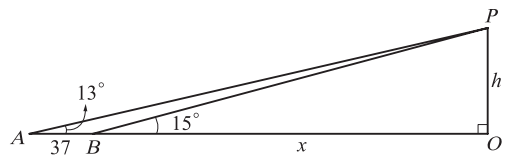
$$\tan 13^\circ = \frac{h}{37+x} \approx 0.231 \dots\dots ①$$

$$\tan 15^\circ = \frac{h}{x} \approx 0.268 \dots\dots ②$$

$$\text{由①、②得} \begin{cases} h \approx 0.231 \times 37 + 0.231x \\ h \approx 0.268x \end{cases}$$

$$\therefore 0.037x \approx 0.231 \times 37 \Rightarrow x \approx 231 \text{ 代入②}$$

$$\therefore h \approx 231 \times 0.268 \approx 62 \text{ (公丈)}$$



B. 不透明袋中有 3 白 3 紅共 6 個球，球大小形狀相同，僅顏色相異。甲、乙、丙、丁、戊 5 人依甲第一、乙第二、……、戊第五的次序，從袋中各取一球，取後不放回。試問在甲、乙取出不同色球的條件下，戊取得紅球的機率為

⑬。

⑭。

答案 $\frac{1}{2}$

命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 條件機率

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 96 頁範例 6

詳解 [解法一]

甲乙丙丁戊

$$\text{紅白紅白紅} : \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{紅白白紅紅} : \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{紅白白白紅} : \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{2}$$

$$\text{白紅紅白紅} : \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{白紅白紅紅} : \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{白紅白白紅} : \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{2}$$

$$\therefore \text{所求為} \frac{\frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 6}{\frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times 2} = \frac{1}{2}$$

[解法二]

甲、乙取不同色 \Rightarrow 必為 1 白 1 紅，此時袋中剩下 2 白 2 紅

$$\text{故所求為} \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

C. 小燦預定在陽台上種植玫瑰、百合、菊花和向日葵等四種盆栽。如果陽台上的空間最多能種 8 盆，可以不必擺滿，並且每種花至少一盆，則小燦買盆栽的方法共有 15 16 種。

答案 70

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 重複組合

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 85 頁範例 14

詳解 設玫瑰買 x 盆，百合 y 盆，菊花 z 盆，向日葵 w 盆

$$\therefore x + y + z + w \leq 8, \text{ 且 } x, y, z, w \geq 1$$

$$\Rightarrow (x-1) + (y-1) + (z-1) + (w-1) \leq 4$$

$$\Rightarrow x' + y' + z' + w' \leq 4, \text{ 其中 } x', y', z', w' \text{ 為非負整數}$$

$$\Rightarrow x' + y' + z' + w' + w = 4, \text{ 其中 } w \text{ 為非負整數}$$

$$\therefore \text{共有 } H_4^3 = C_4^3 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 70 \text{ (種)}$$



D. 平面 $x-y+z=0$ 與三平面 $x=2$, $x-y=-2$, $x+y=2$ 分別相交所得的三直線可圍成一個三角形。此三角形之周長化成最簡根式，可表為 $a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$ ，其中 a, b, c, d 為正整數且 $b < d$ ，則 $a = \underline{17}$ ， $b = \underline{18}$ ， $c = \underline{19}$ ， $d = \underline{20}$ 。

答案 6, 2, 2, 6

命題出處 第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 兩平面的關係、空間直線方程式

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第204頁範例7

詳解 三直線分別為

$$L_1: \begin{cases} x-y+z=0 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=t-2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$L_2: \begin{cases} x-y+z=0 \\ x-y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=k \\ y=k+2 \\ z=2 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

$$L_3: \begin{cases} x-y+z=0 \\ x+y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\ell \\ y=2-\ell \\ z=2-2\ell \end{cases}, \ell \in \mathbb{R}$$

設三直線所圍之三角形為 ABC ，如右圖

$$A: \text{解 } L_1, L_3 \Rightarrow A(2, 0, -2)$$

$$B: \text{解 } L_1, L_2 \Rightarrow B(2, 4, 2)$$

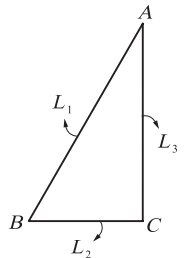
$$C: \text{解 } L_2, L_3 \Rightarrow C(0, 2, 2)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}, \overline{AC} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 4^2} = 2\sqrt{6},$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 之周長為 } 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$$

$$\therefore a=6, b=2, c=2, d=6$$



E. 坐標平面上，直線 L_1 與 L_2 的方程式分別為 $x+2y=0$ 與 $3x-5y=0$ 。為了確定平面上某一定點 P 的坐標，從 L_1 上的一點 Q_1 偵測得向量 $\overrightarrow{Q_1P} = (-7, 9)$ ，再從 L_2 上的點 Q_2 偵測得向量 $\overrightarrow{Q_2P} = (-6, -8)$ ，則 P 點的坐標為 $(\underline{21}, \underline{22})$ 。

答案 (9, 1)

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 直線參數式

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第174頁範例11

詳解 令 $Q_1(-2t, t)$, $Q_2(5k, 3k)$, $P(x, y)$

$$\therefore \overline{Q_1P} = (x+2t, y-t) = (-7, 9)$$

$$\overline{Q_2P} = (x-5k, y-3k) = (-6, -8)$$

$$\therefore \begin{cases} x+2t = -7 \\ x-5k = -6 \end{cases} \Rightarrow 2t+5k = -1 \dots\dots\dots ①$$

$$\begin{cases} y-t = 9 \\ y-3k = -8 \end{cases} \Rightarrow -t+3k = 17 \dots\dots\dots ②$$

解 ①、② 得 $t = -8$, $k = 3$

$\therefore x = 9, y = 1$, 即 P 點坐標為 $(9, 1)$

F. 小華準備向銀行貸款 3 百萬元當做創業基金，其年利率為 3%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利（每年複利一次）計息還款，但給小華創業優惠改以單利計息還款。試問在此優惠下，小華在三年期滿還款時可以比一般複利計息少繳 23 24 25 26 元。

答案 8181

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

測驗目標 指、對數的應用（單利、複利）

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第73頁精彩試題觀摩學測2、指考1

詳解 (1) 若複利計算：

$$\text{小華必須還 } 3000000 \times (1+0.03)^3 = 3278181 \text{ (元)}$$

(2) 若單利計算：

$$\text{小華必須還 } 3000000 \times (1+0.03 \times 3) = 3270000 \text{ (元)}$$

$$\therefore \text{少繳 } 3278181 - 3270000 = 8181 \text{ (元)}$$

G. 某一公司，有 A 、 B 、 C 三個營業據點，開始時各有 36 位營業員，為了讓營業員了解各據點業務狀況，所以進行兩次調動。每次調動都是：

將當時 A 據點營業員中的 $\frac{1}{6}$ 調到 B 據點、 $\frac{1}{6}$ 調到 C 據點；

將當時 B 據點營業員中的 $\frac{1}{6}$ 調到 A 據點、 $\frac{1}{3}$ 調到 C 據點；

將當時 C 據點營業員中的 $\frac{1}{6}$ 調到 A 據點、 $\frac{1}{6}$ 調到 B 據點。

則兩次的調動後， C 據點有 27 28 位營業員。



答案 44

命題出處 第四冊第三章 矩陣

測驗目標 轉移矩陣、矩陣乘法

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第215頁範例5

詳解 [解法一]

$$\text{設此狀態的轉移矩陣為 } M = \begin{pmatrix} A & B & C \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix}, \text{ 初始狀態 } A_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A_1 = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{5}{6} \\ \frac{7}{6} \end{pmatrix}$$

$$\therefore A_2 = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{5}{6} \\ \frac{7}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{28}{36} \\ \frac{22}{18} \end{pmatrix}$$

$$\therefore C \text{ 據點共有 } \frac{22}{18} \times 36 = 44 \text{ 人}$$

[解法二]

$$\text{第一次調動：} A \text{ 剩下：} \left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) \times 36 = 36 \text{ 人}$$

$$B \text{ 剩下：} \left(1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \times 36 = 30 \text{ 人}$$

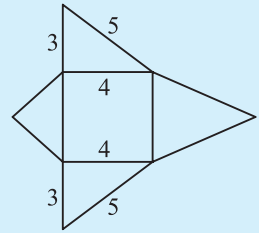
$$C \text{ 剩下：} \left(1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}\right) \times 36 = 42 \text{ 人}$$

$$\text{第二次調動：} A \text{ 剩下：} 36 - \frac{1}{6} \times 36 - \frac{1}{6} \times 36 + \frac{1}{6} \times 30 + \frac{1}{6} \times 42 = 36 \text{ 人}$$

$$B \text{ 剩下：} 30 - \frac{1}{6} \times 30 - \frac{1}{3} \times 30 + \frac{1}{6} \times 36 + \frac{1}{6} \times 42 = 28 \text{ 人}$$

$$C \text{ 剩下：} 108 - 36 - 28 = 44 \text{ 人}$$

H. 有一底面為正方形的四角錐，其展開圖如右圖所示，其中兩側面的三角形邊長為 3，4，5，則此角錐的體積為 $\frac{\textcircled{29} \textcircled{30} \sqrt{\textcircled{31}}}{3}$ 。（化為最簡根式）



答案 $\frac{16\sqrt{5}}{3}$

命題出處 第四冊第一章 空間向量

測驗目標 空間立體圖形

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 186 頁範例 3

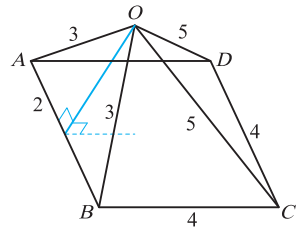
詳解 作圖如右

$\therefore \triangle OAD$ 與 $\triangle OBC$ 為直角三角形

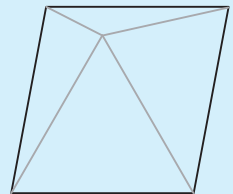
\therefore 此角錐的高為 $\triangle OAB$ 的高，

$$\text{即為 } \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \text{體積為 } 4 \times 4 \times \sqrt{5} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{5}}{3}$$



I. 在空間中，一個斜面的「坡度」定義為斜面與水平面夾角 θ 的正切值 $\tan \theta$ 。若一金字塔（底部為一正方形，四個斜面為等腰三角形）的每一個斜面的坡度皆為 $\frac{2}{5}$ ，如圖。則相鄰斜



面的夾角的餘弦函數的絕對值為 $\frac{\textcircled{32} \textcircled{33}}{\textcircled{34} \textcircled{35}}$ 。

（化為最簡分數）

答案 $\frac{25}{29}$

命題出處 第四冊第一章 空間向量

測驗目標 空間立體圖形、餘弦定理

難易度 難

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 196 頁精彩試題觀摩指考 2、3



詳解 略圖如右

由“坡度”的定義得知 $\tan \theta = \frac{\overline{OH}}{\overline{EH}} = \frac{2}{5}$ ，

其中 H 為正方形 $ABCD$ 之中心， E 為 \overline{AB} 之中點

令 $\overline{EH} = 5$ ， $\overline{OH} = 2 \Rightarrow \overline{OE} = \sqrt{29}$ ， $\overline{BE} = 5$

$\therefore \overline{OB} = \sqrt{54} = \overline{OA} = \overline{OC}$

又 $\overline{AC} = 10\sqrt{2}$ ，並且作 $\overline{AG} \perp \overline{OB}$ ， $\overline{CG} \perp \overline{OB}$ ，

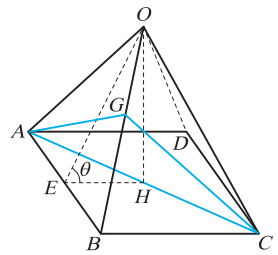
則 $\angle AGC$ 為相鄰兩平面之二面角

$$\cos \angle AOB = \frac{54 + 54 - 100}{2 \times \sqrt{54} \times \sqrt{54}} = \frac{8}{2 \times 54} = \frac{2}{27} = \frac{\overline{OG}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OG}}{\sqrt{54}}$$

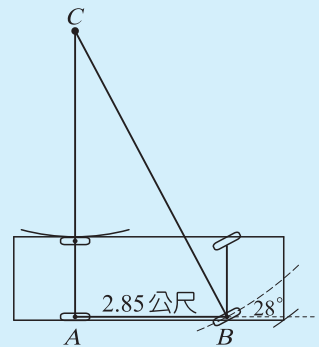
$$\therefore \overline{OG} = \frac{2\sqrt{54}}{27} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{27}} \quad \therefore \overline{AG}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{OG}^2 = 54 - \frac{8}{27} = \frac{1450}{27}$$

$$\therefore |\cos \angle AGC| = \left| \frac{\overline{AG}^2 + \overline{CG}^2 - \overline{AC}^2}{2 \times \overline{AG} \times \overline{CG}} \right|$$

$$= \left| \frac{\frac{2900}{27} - 200}{2 \times \frac{1450}{27}} \right| = \left| \frac{\frac{2500}{27}}{\frac{2900}{27}} \right| = \frac{25}{29}$$



- J.** 右圖為汽車迴轉示意圖。汽車迴轉時，將方向盤轉動到極限，以低速讓汽車進行轉向圓周運動，汽車轉向時所形成的圓周的半徑就是迴轉半徑，如圖中的 \overline{BC} 即是。已知在低速前進時，圖中 A 處的輪胎行進方向與 \overline{AC} 垂直， B 處的輪胎行進方向與 \overline{BC} 垂直。在圖中，已知軸距 \overline{AB} 為 2.85 公尺，方向盤轉到極限時，輪子方向偏了 28 度，試問此車的迴轉半徑 \overline{BC} 為 36.37 公尺。
(小數點後第一位以下四捨五入， $\sin 28^\circ \approx 0.4695$ ， $\cos 28^\circ \approx 0.8829$)



答案 6.1

命題出處 第三冊第一章 三角

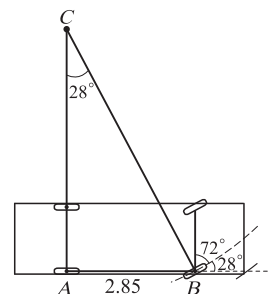
測驗目標 直角三角形的邊角關係

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第121頁範例1

詳解 由題圖可知 $\angle C = 28^\circ$

$$\therefore \sin 28^\circ = \frac{2.85}{\overline{BC}} \quad \therefore \overline{BC} \approx \frac{2.85}{0.4695} \approx 6.1$$



參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式：
 $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
 $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n \mu_x^2 \right)}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

相關係數 $r_{x, y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{n \sigma_x \sigma_y}$

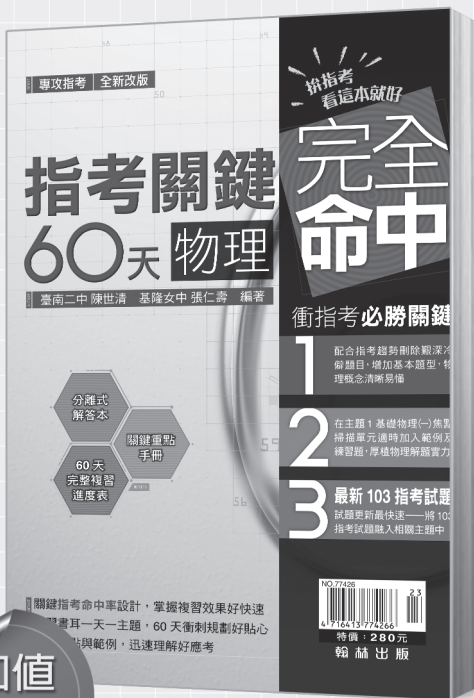
迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_y = r_{x, y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 = $\frac{1}{3}$ 底面積 \times 高

贏戰指考 Easy go!



指考關鍵60天

高三學生適用

科目：國文、英文、數學甲（自然組）、數學乙（社會組）、
物理、化學、生物、歷史、地理、公民與社會

- ⌚ 完整60天考前複習計畫。
- ⌚ 打破章節以主題統整方式彙整。
- ⌚ 精挑模擬試題，大考題型完全透析。
- ⌚ 完整重點整理，輕鬆複習，確實掌握致勝關鍵。

加值
配套

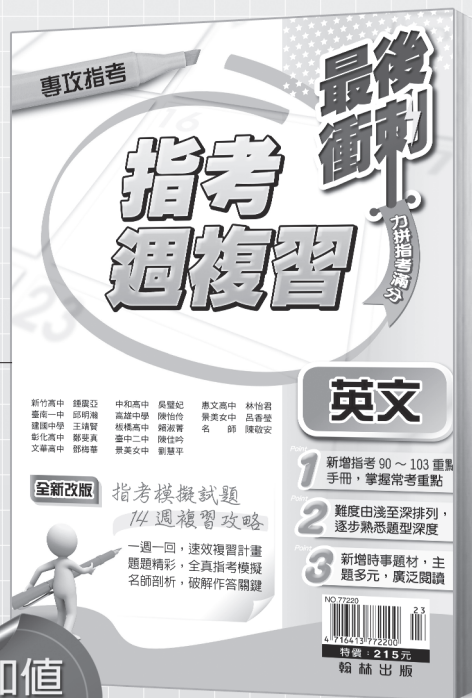
物理、化學、生物、歷史、公民與社會
附關鍵重點手冊、英文附複習評量卷

指考週複習

高三學生適用

科目：國文、英文、數學甲（自然組）、數學乙（社會組）、
物理、化學、生物、歷史、地理、公民與社會

- ⌚ 依大考內容規劃複習進度，一週一練，掌握大考命題核心。
- ⌚ 搭配複習評量計畫，精確掌握複習進度，應考最安心。
- ⌚ 全省北中南老師齊力編寫，結合多元題型掌握指考命題趨勢。
- ⌚ 全真模擬指考命題方式，讓你輕鬆拿高分。
- ⌚ 分離式解答本，題題詳解，對照學習最輕鬆。



加值
配套

英文、數學甲、數學乙
附重點手冊

(產品封面請以成書為準)