

翰林

105學測 精彩解析



【試題·答案】依據大考中心公布內容

家齊女中·黃峻棋 老師

發行人 / 陳炳亨

總召集 / 周耀琨

總編輯 / 蔣海燕

主編 / 江欣穎

校對 / 陳盈如 · 李遠茵 · 李毓珊

美編 / 邱意診 · 陳雅惠

◎ 本書內容同步刊載於翰林我的網

出版 / 民國一〇五年二月

發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號

編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號

電話 / (06) 2619621 #311

E-mail / periodical@hanlin.com.tw

翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>

NO.00847



Z X C V

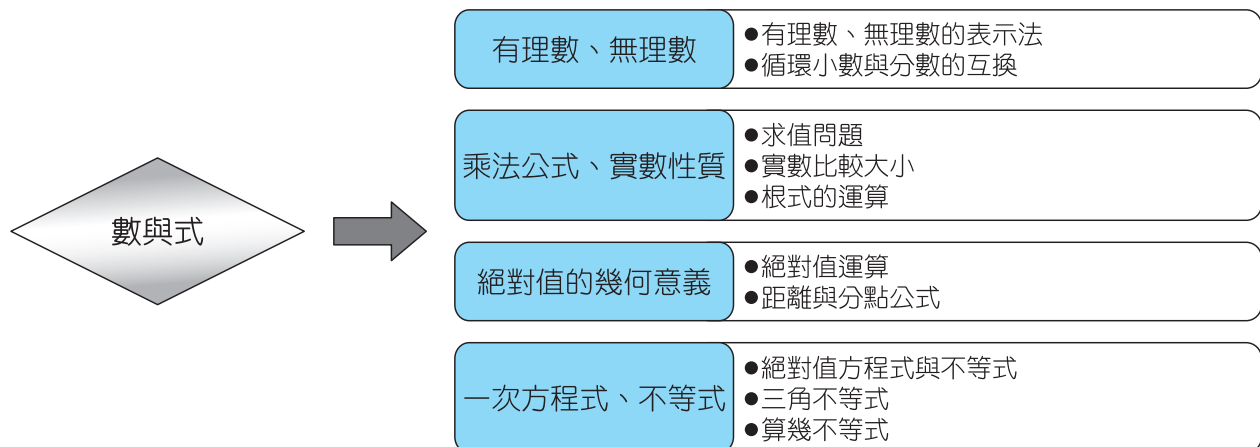


105年大學學測重點分析

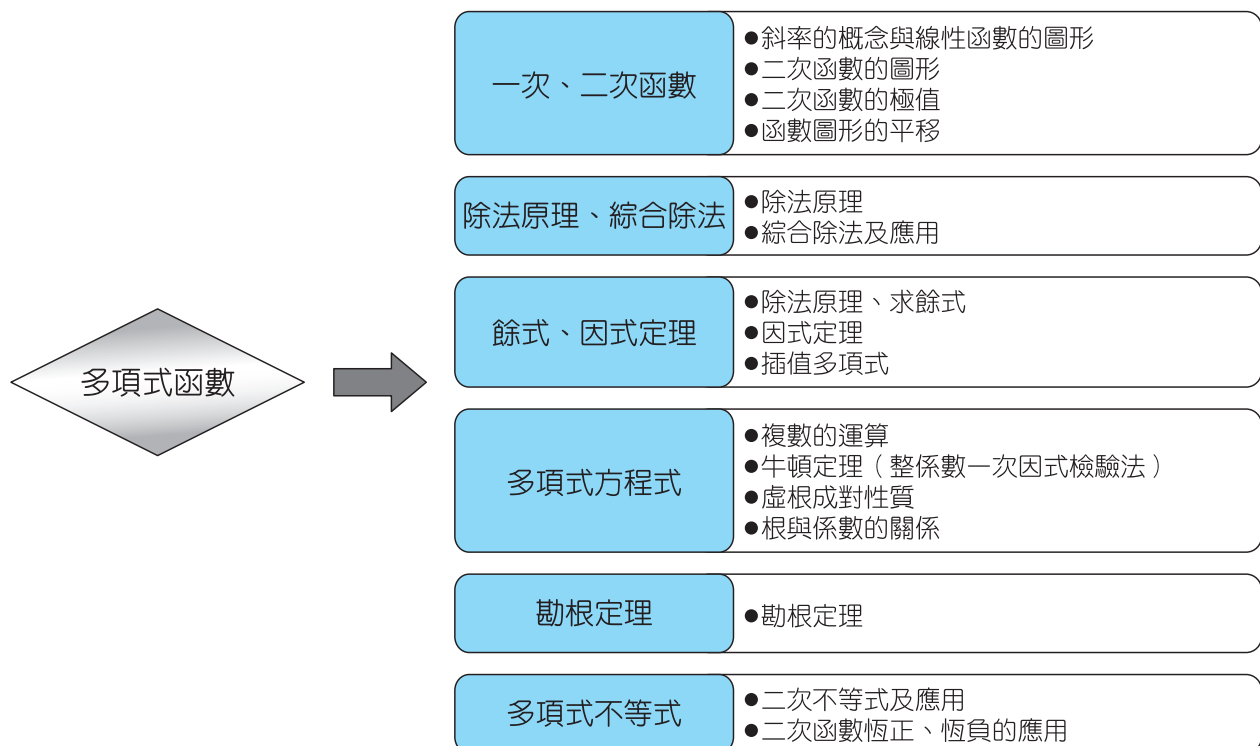
家齊女中 ◀ 黃峻棋 老師

為了方便老師教學和同學迅速統整記憶，筆者將目前課綱的考試重點以流程圖的方式呈現，如下：

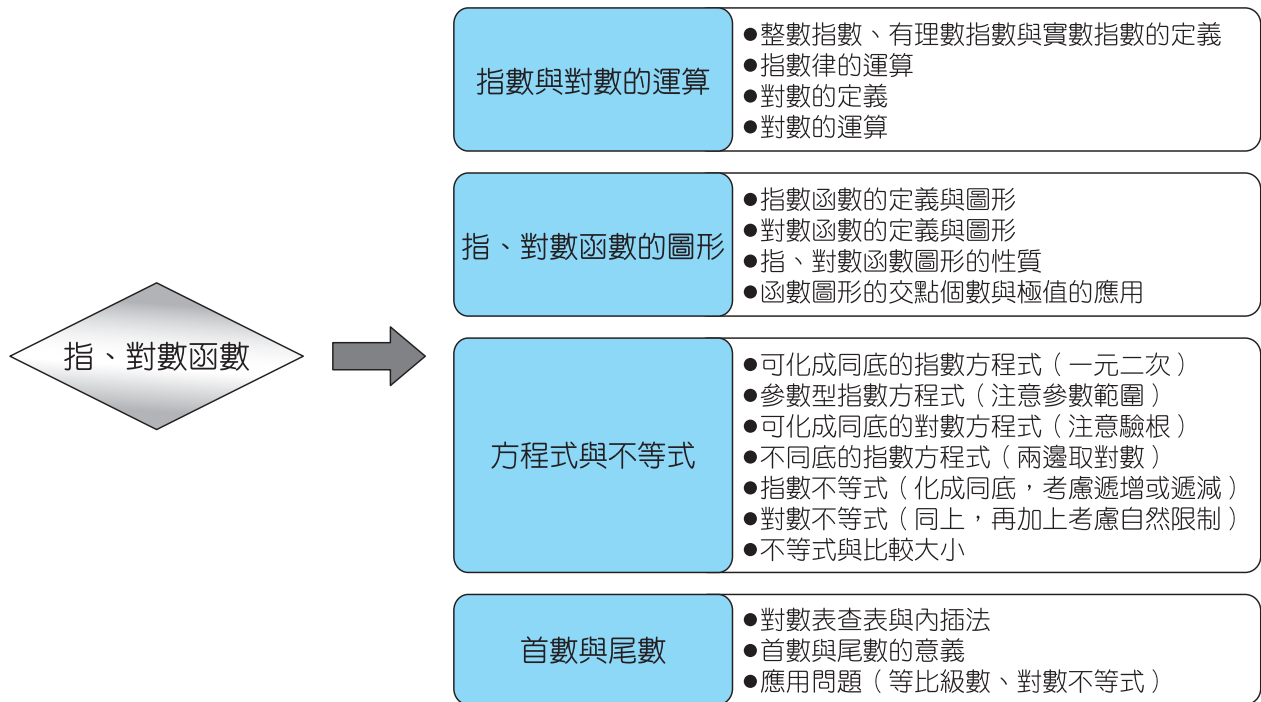
第 1 單元 數與式



第 2 單元 多項式函數



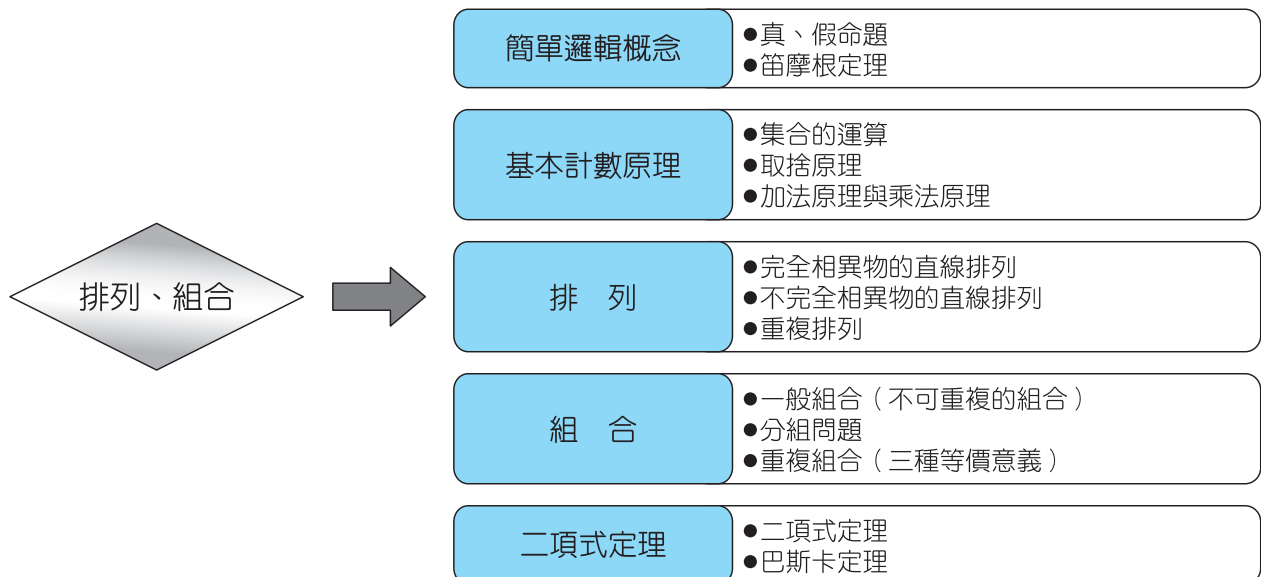
第 3 單元 指數與對數函數



第 4 單元 數列與級數



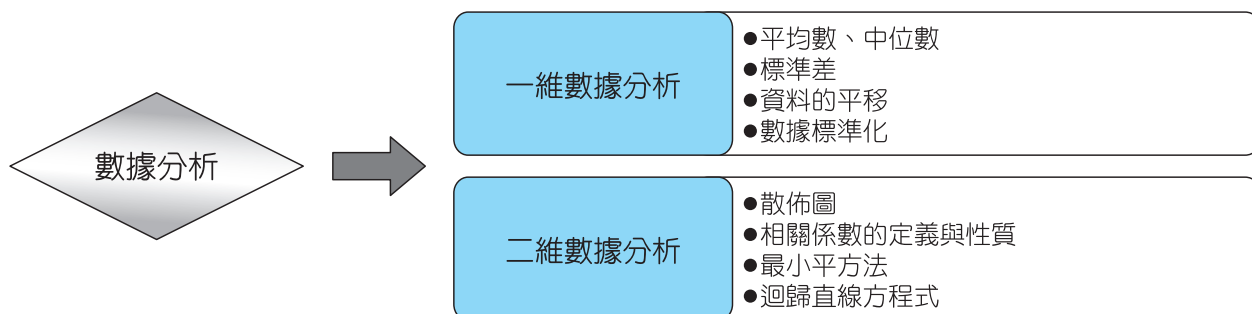
第 5 單元 排列、組合



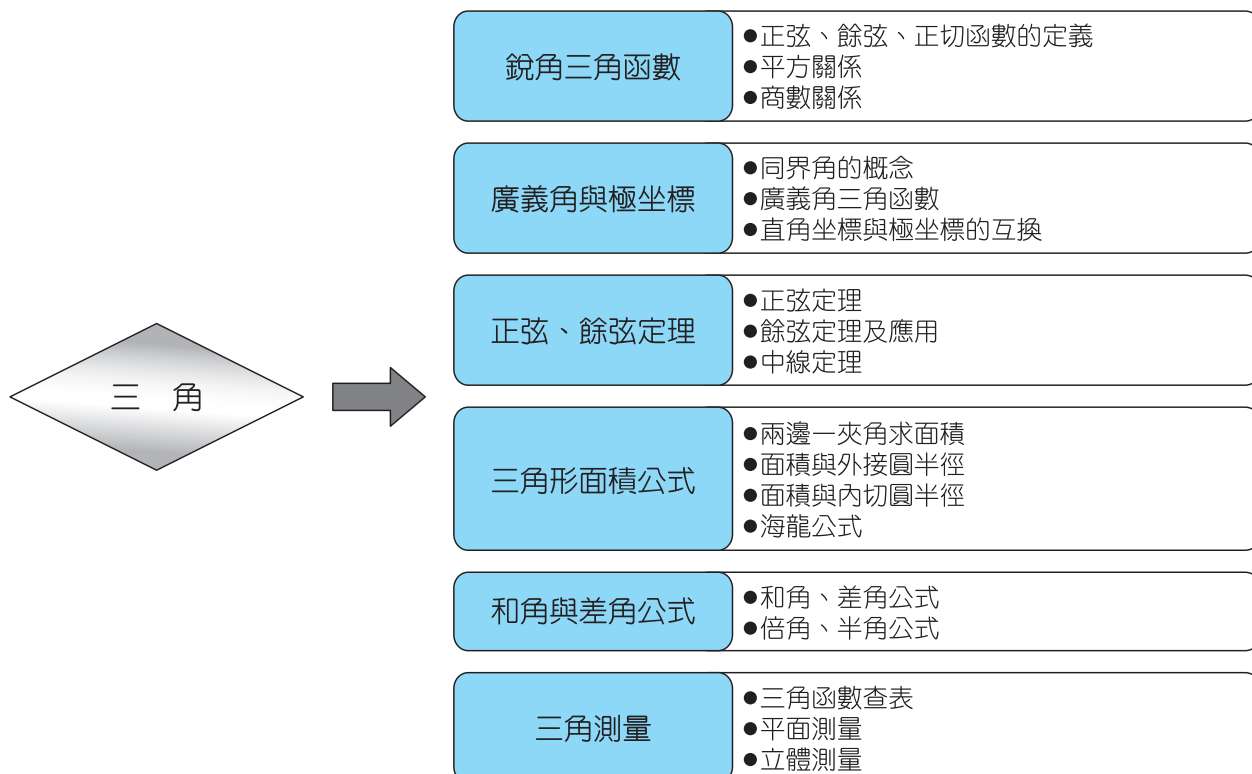
第 6 單元 機率



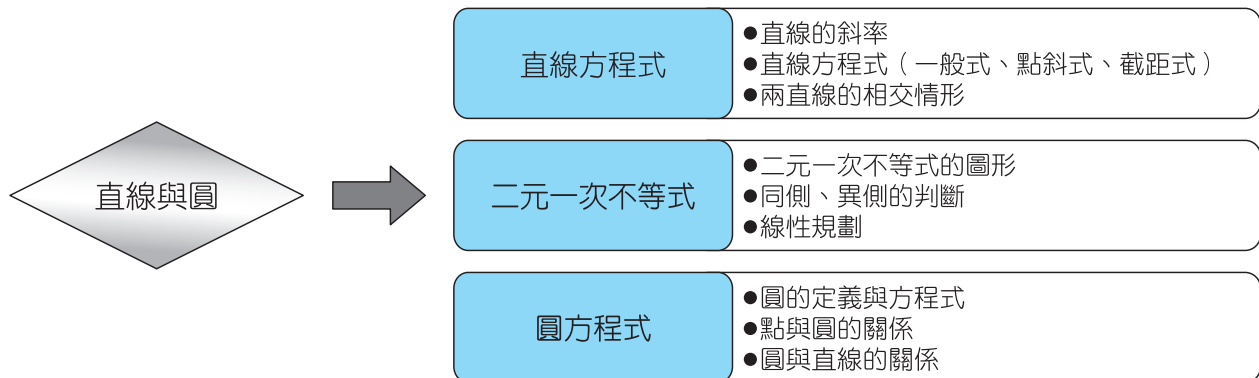
第 7 單元 數據分析



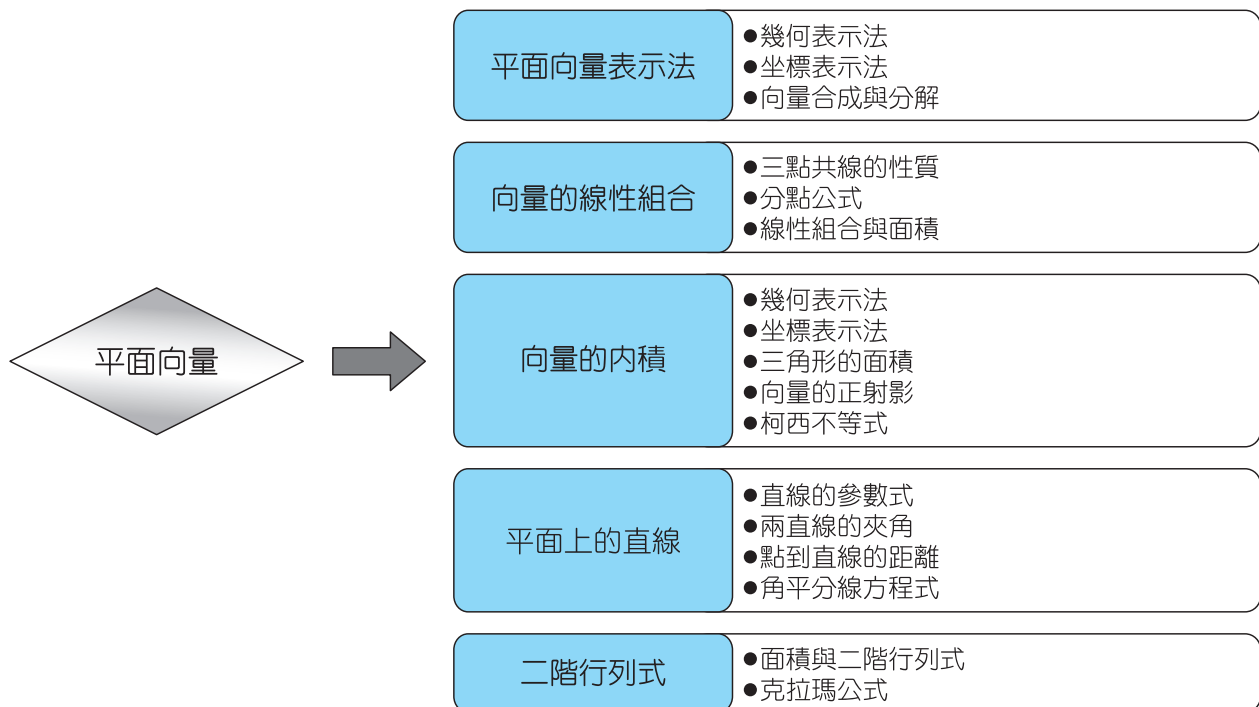
第 8 單元 三角



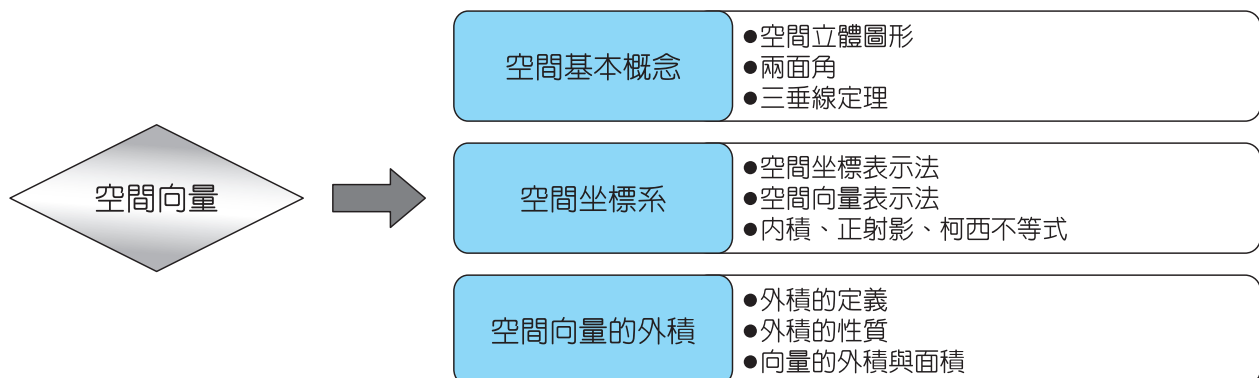
第 9 單元 直線與圓



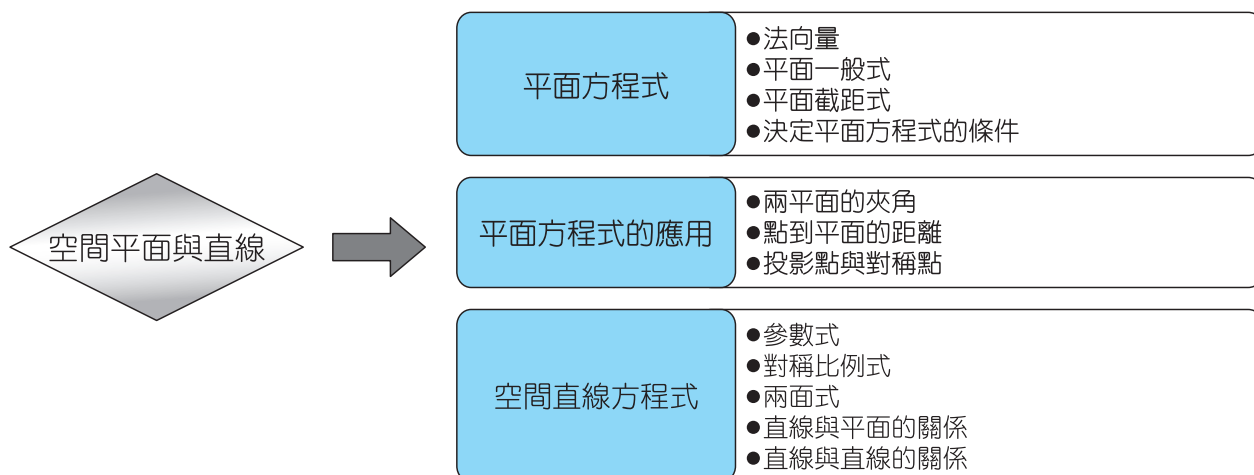
第 10 單元 平面向量



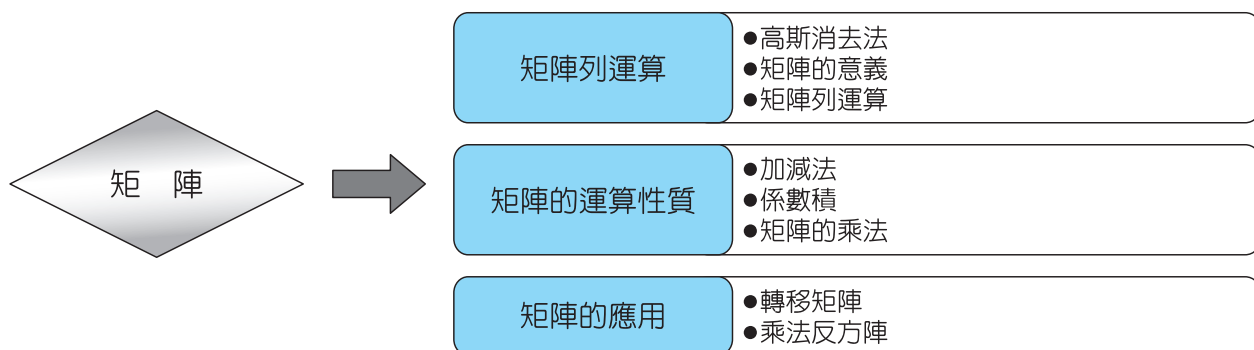
第 11 單元 空間向量



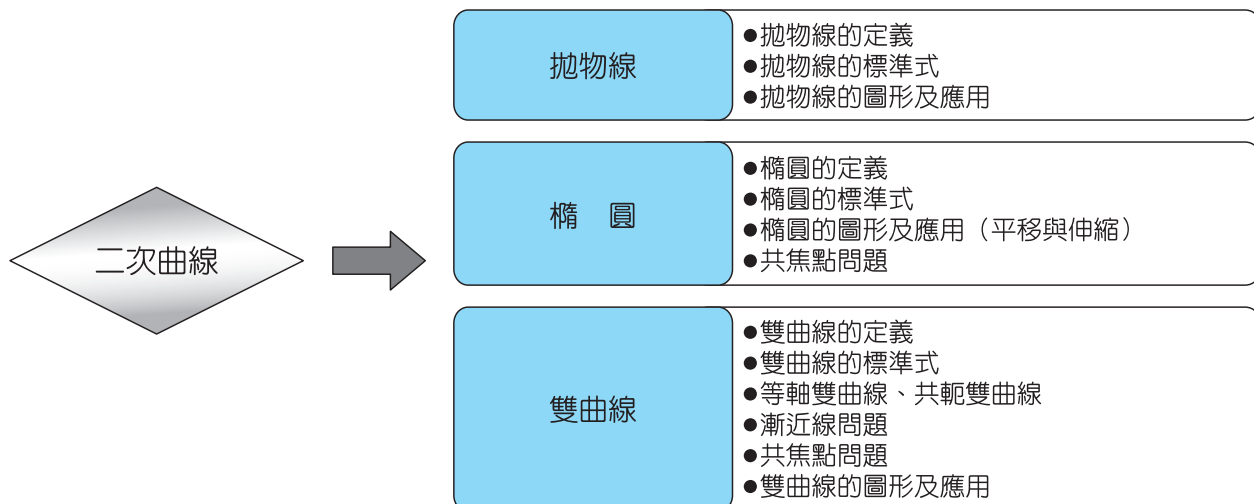
第 12 單元 空間中的平面與直線



第 13 單元 矩陣



第 14 單元 二次曲線




二 105 年大學學測試題分布

題號	題型	命題出處	測驗目標	難易度
1	單選	第一冊第二章 多項式函數	二次函數的極值	易
2	單選	第三冊第一章 三角	廣義角三角函數	中偏易
3	單選	第三冊第二章 直線與圓	直線與圓的關係	中偏易
4	單選	第一冊第三章 指數與對數函數	指數律的運算	中偏易
5	單選	第四冊第二章 空間中的平面與直線	空間直線方程式	中
6	單選	第二冊第一章 數列與級數	等比數列	中偏易
7	多選	第一冊第一章 數與式	三角不等式	易
8	多選	第二冊第四章 數據分析	平均數	中
9	多選	第四冊第二章 空間中的平面與直線	兩直線的關係	中
10	多選	第一冊第二章 多項式函數	多項式方程式的根、勘根定理	中
11	多選	第二冊第四章 數據分析	數據的平移、對數運算	中偏難
12	多選	第三冊第一章 三角	正弦與餘弦定理、 三角形面積公式	中
13	多選	第二冊第三章 機率	貝氏定理、公平原則	中偏難
A	選填	第二冊第二章 排列、組合 第四冊第三章 矩陣	排列組合、矩陣的定義	易
B	選填	第三冊第三章 平面向量	向量的線性組合與面積	中
C	選填	第四冊第四章 二次曲線	橢圓方程式	中
D	選填	第四冊第三章 矩陣	矩陣列運算	易
E	選填	第三冊第二章 直線與圓	二元一次不等式的圖形	中
F	選填	第二冊第三章 機率	古典機率（條件機率）	中偏易
G	選填	第四冊第一章 空間向量 第四冊第二章 空間中的平面與直線	空間坐標化、平面方程式	中偏難


三 結 論

綜合以上的分析，筆者做成幾點結論以供參考：

- 1 試題分布平均：第一冊 20 分，第二冊 30 分，第三冊 25 分，第四冊 25 分。
- 2 難易適中、鑑別度高：部分試題雖然跨單元命題，但不至於全部拿不到分數，例如：多選第 11 題，統計的閱讀量也控制在一定範圍內，簡單但是有陷阱；選填第 E、G 題，題意明顯但必須具備一定的計算能力，可分辨出學生的程度。而概念較難的題目如多選第 13 題，同學也不至於全錯。
- 3 筆者預估，今年的滿級分大概要 93 分以上。

F

3 坐標平面上兩圖形 Γ_1, Γ_2 的方程式分別為： $\Gamma_1: (x+1)^2+y^2=1$ 、 $\Gamma_2: (x+y)^2=1$ 。請問 Γ_1, Γ_2 共有幾個交點？

- 1 1 個 2 2 個 3 3 個 4 4 個 5 0 個

答案 2

命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 直線與圓的關係

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 159 頁精彩試題觀摩 1

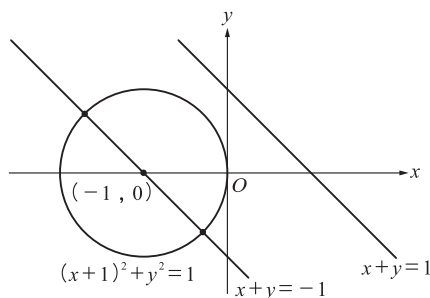
詳解 $\Gamma_1: (x+1)^2+y^2=1$

! 表圓心為 $(-1, 0)$ ，半徑為 1 的圓方程式

$\Gamma_2: (x+y)^2=1$

! $x+y=1$ 或 $x+y=-1$ ，表兩條平行直線

作圖如下



∴圖形交點有 2 個

故選 2

4 放射性物質的半衰期 T 定義為每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來的一半。鉛製容器中有兩種放射性物質 $A、B$ ，開始紀錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的兩倍，而 120 小時後兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 7.5 小時，請問物質 B 的半衰期為幾小時？

- 1 8 小時 2 10 小時 3 12 小時 4 15 小時 5 20 小時

答案 1

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

測驗目標 指數律的運算

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 43 頁範例 1

詳解 設物質 A 的原質量為 $2M$

物質 B 的原質量為 M

且物質 A 的半衰期為 $\frac{15}{2}$ 小時

物質 B 的半衰期為 t 小時

∴ 由題意知經過 120 小時之後，A、B 的質量相同

$$\therefore 2M \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{\frac{15}{2}}} = M \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{t}}$$

$$\therefore 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{t}} \quad \therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{t}+1}$$

$$\text{故 } 16 = \frac{120}{t} + 1 \quad \therefore t = 8$$

故選 1

5 坐標空間中一質點自點 $P(1, 1, 1)$ 沿著方向 $\vec{a} = (1, 2, 2)$ 等速直線前進，經過 5 秒後剛好到達平面 $x - y + 3z = 28$ 上，立即轉向沿著方向 $\vec{b} = (-2, 2, -1)$ 依同樣的速率等速直線前進。請問再經過幾秒此質點會剛好到達平面 $x = 2$ 上？

1 1 秒

2 2 秒

3 3 秒

4 4 秒

5 永遠不會到達

答案 2

命題出處 第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 空間直線方程式

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 204 頁範例 8

詳解 由題意知 L_1 之方程式為 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$

設 L 與平面 $E_1: x - y + 3z = 28$ 的交點為 Q

令 $Q(t+1, 2t+1, 2t+1)$ 代入 E_1

$$\therefore t+1 - 2t-1 + 6t+3 = 28 \quad \therefore t=5$$

$$\therefore Q(6, 11, 11)$$

$$\therefore PQ = \sqrt{5^2 + 10^2 + 10^2} = \sqrt{225} = 15$$

又 L_2 之方程式為 $\frac{x-6}{-2} = \frac{y-11}{2} = \frac{z-11}{-1}$

設 L_2 與平面 $E_2: x=2$ 的交點為 R

\therefore 令 $R(-2k+6, 2k+11, -k+11)$

! $-2k+6=2, k=2$

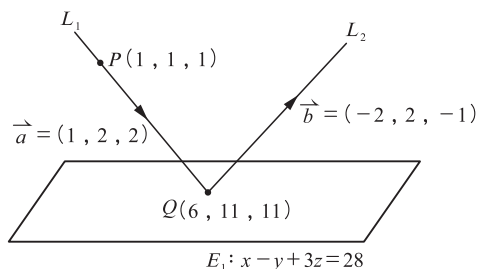
$\therefore R(2, 15, 9)$

$\therefore \overline{QR} = \sqrt{(-4)^2 + 4^2 + (-2)^2} = 6$

\therefore 此質點的速率 $= \frac{15}{5} = 3$

$\therefore \frac{6}{3} = 2$, 即經過 2 秒到達平面 $x=2$ 上

故選 2



6 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等比數列。已知前十項的和為 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 80$, 前五個奇數項的和為

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 120$, 請選出首項 a_1 的正確範圍。

1 $a_1 < 80$

2 $80 \leq a_1 < 90$

3 $90 \leq a_1 < 100$

4 $100 \leq a_1 < 110$

5 $110 \leq a_1$

答案 4

命題出處 第二冊第一章 數列與級數

測驗目標 等比數列

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 66 頁範例 3

詳解 $\sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{a_1 \cdot (1-r^{10})}{1-r} = 80 \dots\dots\dots 1$

又 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = \frac{a_1 \cdot (1-r^{10})}{1-r^2} = 120 \dots\dots\dots 2$

$\frac{1}{2}$ 得 $\frac{1-r^2}{1-r} = \frac{2}{3} \therefore 1+r = \frac{2}{3}, r = -\frac{1}{3}$ 代入 1

$$a_1 = \frac{80 \times \frac{4}{3}}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{10}} = \frac{\frac{320}{3}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}}$$

$$= \frac{\frac{320}{3} \times 3^{10}}{3^{10} - 1} \approx \frac{320}{3} \approx 107$$

故選 4

二、多選題 (占 35 分)

說明：第7題至第e題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得5分；答錯1個選項者，得3分；答錯2個選項者，得1分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。

$$1 \quad |x| + |x-5| = 1$$

$$2 \quad |x| + |x-5| = 6$$

$$3 \quad |x| - |x-5| = 1$$

$$4 \quad |x| - |x-5| = 6$$

$$5 \quad |x| - |x-5| = -1$$

答案 235

命題出處 第一冊第一章 數與式

測驗目標 實數的性質(絕對值)、三角不等式

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第13頁範例10

詳解 由三角不等式可得

$$|x| + |x-5| \geq 5 \text{ 且 } |x| - |x-5| \leq 5$$

∴方程式有實根者為235

故選235

8 下面是甲、乙兩個商場的奇異果以及蘋果不同包裝的價格表，例如：甲商場奇異果價格「35元/一袋2顆」表示每一袋有2顆奇異果，價格35元。

甲商場售價

奇異果價格	20元/一袋1顆	35元/一袋2顆	80元/一袋5顆	100元/一袋6顆
蘋果價格	45元/一袋1顆	130元/一袋3顆	260元/一袋6顆	340元/一袋8顆

乙商場售價

奇異果價格	18元/一袋1顆	50元/一袋3顆	65元/一袋4顆	95元/一袋6顆
蘋果價格	50元/一袋1顆	190元/一袋4顆	280元/一袋6顆	420元/一袋10顆

依據上述數據，請選出正確的選項。

- 1 在甲商場買一袋3顆裝的蘋果所需金額低於買三袋1顆裝的蘋果
- 2 乙商場的奇異果售價，一袋裝越多顆者，其每顆單價越低
- 3 若只想買奇異果，則在甲商場花500元最多可以買到30顆奇異果
- 4 如果要買12顆奇異果和4顆蘋果，在甲商場所需最少金額低於在乙商場所需最少金額
- 5 無論要買多少顆蘋果，在甲商場所需最少金額都低於在乙商場所需最少金額

答案 1 2 4

命題出處 第二冊第四章 數據分析

測驗目標 平均數

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 116 頁精彩試題觀摩

詳解

1 ○：買一袋 3 顆的蘋果為 130 元

買三袋 1 顆的蘋果為 $45 \times 3 = 135$ 元

2 ○：一袋 1 顆單價為 18 元

$$\text{一袋 3 顆單價為 } \frac{50}{3} = 16 \frac{2}{3}$$

$$\text{一袋 4 顆單價為 } \frac{65}{4} = 16 \frac{1}{4}$$

$$\text{一袋 6 顆單價為 } \frac{95}{6} = 15 \frac{5}{6}$$

3 ×：∵每個袋子中的水果均不能分開買 ∴ $500 = 80 \times 6 + 20$

∴最多可買 $30 + 1 = 31$ 顆

4 ○：1 甲商場

設奇異果每種包裝各買 x 、 y 、 z 、 w 袋

$$\therefore x + 2y + 5z + 6w = 12$$

! 序組 $(x, y, z, w) = (0, 1, 2, 0)$ 時

買奇異果最少花 $35 + 160 = 195$ 元

同理，買蘋果最少花 $45 + 130 = 175$ 元

$$\therefore \text{共花 } 195 + 175 = 370 \text{ 元}$$

2 乙商場

設奇異果每種包裝各買 x 、 y 、 z 、 w 袋

$$\therefore x + 3y + 4z + 6w = 12$$

! 序組 $(x, y, z, w) = (0, 0, 0, 2)$ 時

買奇異果最少花 $95 \times 2 = 190$ 元

同理，買蘋果最少花 190 元

$$\therefore \text{共花 } 190 + 190 = 380 \text{ 元}$$

5 ×：反例：若買 40 顆蘋果

甲商場花 $340 \times 5 = 1700$ 元

乙商場花 $420 \times 4 = 1680$ 元

故選 1 2 4

9 下列各直線中，請選出和 z 軸互為歪斜線的選項。

$$1 \quad L_1 : \begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}$$

$$2 \quad L_2 : \begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases}$$

$$3 \quad L_3 : \begin{cases} z=0 \\ x+y=1 \end{cases}$$

$$4 \quad L_4 : \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$5 \quad L_5 : \begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

答案 35

命題出處 第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 兩直線的關係

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 203 頁範例 7、
第 206 頁精彩試題觀摩 2、4

詳解 z 軸的方程式為 $\begin{cases} x=0 \\ y=0, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

$$1 \quad \times : L_1 : \begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases} \text{ 與 } z \text{ 軸交點為 } (0, 0, 0)$$

$$2 \quad \times : L_2 : \begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases} \text{ 與 } z \text{ 軸交點為 } (0, 0, 1)$$

$$3 \quad \circ : L_3 : \begin{cases} z=0 \\ x+y=1 \end{cases} \text{ 與 } z \text{ 軸歪斜 (不平行且不相交)}$$

$$4 \quad \times : L_4 : \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=1, s \in \mathbb{R} \\ z=s \end{cases} \text{ 與 } z \text{ 軸平行}$$

$$5 \quad \circ : L_5 : \begin{cases} x=k \\ y=1, k \in \mathbb{R} \\ z=1 \end{cases} \text{ 與 } z \text{ 軸歪斜 (不平行且不相交)}$$

故選 35

○ 設 a 、 b 、 c 皆為正整數，考慮多項式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 2$ 。請選出正確的選項。

1 $f(x) = 0$ 無正根

2 $f(x) = 0$ 一定有實根

3 $f(x) = 0$ 一定有虛根

4 $f(1) + f(-1)$ 的值是偶數

5 若 $a+c > b+3$ ，則 $f(x) = 0$ 有一根介於 -1 與 0 之間

答案 1 4 5

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 多項式方程式的根、勘根定理

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 35 頁範例 18

詳解 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 2$, a, b, c 均大於 0

1 ○ : 若 $t > 0$, $f(t)$ 恆不為 0 $\therefore f(x) = 0$ 沒有正根

2 × : 偶次方程式不一定有實根, 如圖 1

3 × : $f(x) = 0$ 可能有 4 個實根, 如圖 2

4 ○ : $f(1) + f(-1)$

$$= (a + b + c + 3) + (-a + b - c + 3)$$

$$= 2b + 6 \text{ 必為偶數}$$

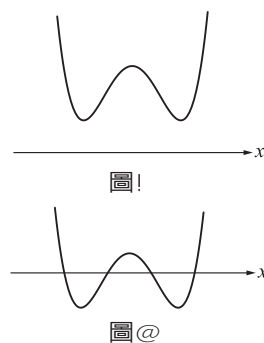
5 ○ : $f(0)f(-1)$

$$= 2 \times (-a + b - c + 3)$$

$$= 2 \times [(b + 3) - (a + c)] < 0 \quad (\because a + c > b + 3)$$

\therefore 由勘根定理可知, $f(x) = 0$ 在 -1 與 0 之間有實根

故選 1 4 5



q 一個 41 人的班級某次數學考試, 每個人的成績都未超過 59 分。老師決定以下列方式調整成績: 原始成績為 x 分的學生, 新成績調整為

$$40 \log_{10} \left(\frac{x+1}{10} \right) + 60 \text{ 分 (四捨五入到整數)}。請選出正確的選項。$$

1 若某人原始成績是 9 分, 則新成績為 60 分

2 若某人原始成績超過 20 分, 則其新成績超過 70 分

3 調整後全班成績的全距比原始成績的全距大

4 已知小文的原始成績恰等於全班原始成績的中位數, 則小文的新成績仍然等於調整後全班成績的中位數

5 已知小美的原始成績恰等於全班原始成績的平均, 則小美的新成績仍然等於調整後全班成績的平均 (四捨五入到整數)

答案 1 2 4

命題出處 第二冊第四章 數據分析

測驗目標 數據的平移、對數運算

難易度 中偏難

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 108 頁範例 3

詳解 1 ○：新成績 = $40 \times \log_{10} \frac{10}{10} + 60 = 60$

2 ○：若 $x > 20$ ，則 $\log_{10} \frac{x+1}{10} > \log_{10} \frac{21}{10} > \log_{10} 2 \approx 0.3010$

\therefore 新成績 $> 40 \times 0.3010 + 60 \approx 72$

3 ×：反例：設原始成績：最低 55 分，最高 59 分！全距為 4

新成績：最低 $40 \times \log_{10} \frac{56}{10} + 60$

最高 $40 \times \log_{10} \frac{60}{10} + 60$

\therefore 全距 = $40 \times \log_{10} \frac{60}{56} \approx 1.2$

\therefore 調整後：全距不一定變大

4 ○：調整後的順序不變，所以仍為中位數

5 ×： \therefore 新成績的調整不是線性關係

\therefore 調整後的成績平均數不一定是小美調整後的分數

反例：以 3 人為例

原成績：2、3、4！平均為 3

新成績： $40 \log_{10} \frac{3}{10} + 60$ ， $40 \log_{10} \frac{4}{10} + 60$ ，

$40 \log_{10} \frac{5}{10} + 60$

！平均為 $\frac{40}{3} \left(\log_{10} \frac{3}{10} + \log_{10} \frac{4}{10} + \log_{10} \frac{5}{10} \right) + 60$

$\approx 40 \log_{10} \frac{4}{10} + 60$

故選 1 2 4

W 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 20^\circ$ 、 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 4$ 。請選出正確的選項。

- 1 可以確定 $\angle B$ 的餘弦值
- 2 可以確定 $\angle C$ 的正弦值
- 3 可以確定 $\triangle ABC$ 的面積
- 4 可以確定 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑
- 5 可以確定 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑

答案 25

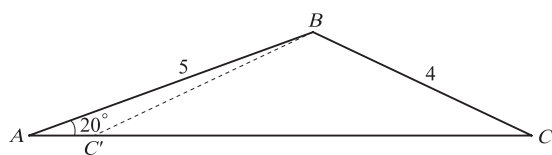
命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 正弦與餘弦定理、三角形面積公式

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第127頁範例6、
第128頁範例7、第130頁範例9

詳解 作圖如下



1 \times : $\angle B$ 的角度有兩種可能
 $\therefore \cos B$ 不確定

2 \circ : 由正弦定理 $\frac{4}{\sin 20^\circ} = \frac{5}{\sin C}$

$$\therefore \sin C = \frac{5}{4} \times \sin 20^\circ$$

3 \times : $\because \overline{AC}$ 有兩種可能
 $\therefore \triangle ABC$ 面積不確定

4 \times : $\triangle ABC$ 面積 $= r \times s$
 \therefore 面積不確定
 $\therefore r$ 亦不確定

5 \circ : 承 2, $\frac{4}{\sin 20^\circ} = 2R$
 $\therefore R$ 可確定

故選 25

e 甲、乙、丙、丁四位男生各騎一臺機車約 A 、 B 、 C 、 D 四位女生一起出遊，他們約定讓四位女生依照 A 、 B 、 C 、 D 的順序抽鑰匙來決定搭乘哪位男生的機車。其中除了 B 認得甲的機車鑰匙，並且絕對不會選取之外，每個女生選取這些鑰匙的機會都均等。請選出正確的選項。

- 1 A 抽到甲的鑰匙的機率大於 C 抽到甲的鑰匙的機率
- 2 C 抽到甲的鑰匙的機率大於 D 抽到甲的鑰匙的機率
- 3 A 抽到乙的鑰匙的機率大於 B 抽到乙的鑰匙的機率
- 4 B 抽到丙的鑰匙的機率大於 C 抽到丙的鑰匙的機率
- 5 C 抽到甲的鑰匙的機率大於 C 抽到乙的鑰匙的機率

答案 4 5

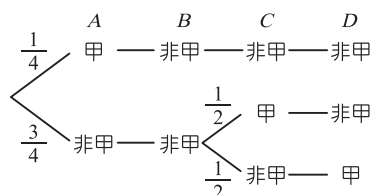
命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 貝氏定理、公平原則

難易度 中偏難

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 96 頁範例 6、第 97 頁範例 7

詳解



由上圖可知

$$P(A \text{ 抽到甲}) = \frac{1}{4}, P(C \text{ 抽到甲}) = \frac{3}{4} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

$$P(D \text{ 抽到甲}) = \frac{3}{4} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{3}{8}$$

$$\therefore$$

	A	B	C	D
$P(\text{抽到甲})$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$
$P(\text{抽到非甲})$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$

又每人抽到乙、丙、丁（非甲）的機率相等（公平原則）

$$\therefore$$

	A	B	C	D
$P(\text{抽到乙})$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{5}{24}$
$P(\text{抽到丙})$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{5}{24}$
$P(\text{抽到丁})$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{5}{24}$

1 × : A 抽到甲的機率為 $\frac{1}{4}$

C 抽到甲的機率為 $\frac{3}{8}$

2 × : C 抽到甲的機率為 $\frac{3}{8}$

D 抽到甲的機率為 $\frac{3}{8}$

3 × : A 抽到乙的機率為 $\frac{1}{4}$

B 抽到乙的機率為 $\frac{1}{3}$

4 ○ : B 抽到丙的機率為 $\frac{1}{3}$

C 抽到丙的機率為 $\frac{5}{24}$

5 ○ : C 抽到甲的機率為 $\frac{3}{8}$

C 抽到乙的機率為 $\frac{5}{24}$

故選 4 5

第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1 第 A. 至 G. 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14-31）。

2 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 考慮每個元（或稱元素）只能是 0 或 1 的 2×3 階矩陣，且它的第一列與第二列不相同且各列的元素不能全為零，這樣的矩陣共有 個。

答案 42

命題出處 第二冊第二章 排列、組合、第四冊第三章 矩陣

測驗目標 排列組合、矩陣的定義

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 210 頁範例 2

詳解 $\begin{bmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

第一列的情形有 $2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$ 種

第二列的情形有 $7 - 1 = 6$ 種（ \because 第一列與第二列不同）

\therefore 共有 $7 \times 6 = 42$ 個矩陣

B. 坐標平面上 O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 2)$ 、 $\vec{v} = (3, 4)$ 。令 Ω 為滿足

$\vec{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 、 $-3 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ，

則 Ω 的面積為 平方單位。（化成最簡分數）

答案 $\frac{7}{2}$

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 向量的線性組合與面積

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 167 頁範例 5

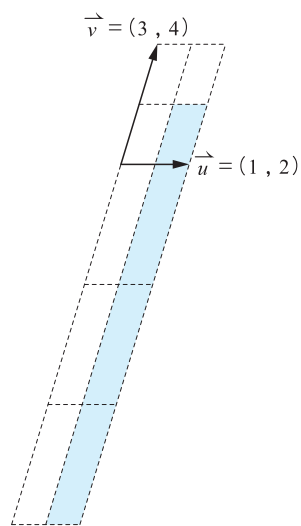
詳解 作圖如右

$$\vec{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}, \frac{1}{2} \leq x \leq 1, -3 \leq y \leq \frac{1}{2}$$

$\therefore P$ 點所形成的區域如陰影部分所示

$$\text{又 } \vec{u}、\vec{v} \text{ 所圍之平行四邊形面積為 } \left| \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \right| = 2$$

$$\therefore \text{所求為 } \frac{1}{4} \times 2 \times 7 = \frac{7}{2}$$



C. 從橢圓 Γ 的兩焦點分別作垂直於長軸的直線，交橢圓於四點。已知連此四點得一個邊長為 2 的正方形，則 Γ 的長軸長為 1 + $\sqrt{5}$ 。

答案 $1 + \sqrt{5}$

命題出處 第四冊第四章 二次曲線

測驗目標 橢圓方程式

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 224 頁範例 6

詳解 $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$ ， $ABCD$ 為正方形

$$\therefore 2c = 2! \quad c = 1$$

$$\text{令方程式 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

\therefore 圖形過 $(1, 1)$

$$\therefore \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \dots\dots\dots (*)$$

又 $a^2 = b^2 + 1! \quad b^2 = a^2 - 1$ 代入 $(*)$

$$\text{得 } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2 - 1} = 1! \quad a^2 - 1 + a^2 = a^4 - a^2$$

$$! \quad a^4 - 3a^2 + 1 = 0$$

$$\therefore a^2 = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (\text{取正號}) \quad (\because a^2 = b^2 + 1)$$

$$\therefore a^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4}$$

$$! \quad a = \sqrt{\frac{6 + 2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

$$! \quad 2a = 1 + \sqrt{5}$$

故長軸長為 $1 + \sqrt{5}$

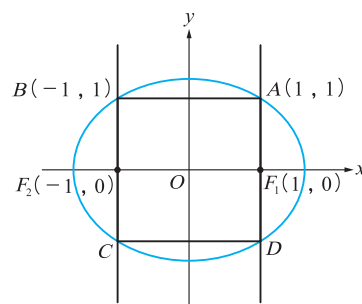
【另解】

由題意知，如右上圖

$$\overline{AF_1} = 1, \quad \overline{F_1F_2} = 2$$

$$! \quad \overline{AF_2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \text{長軸長為 } \overline{AF_1} + \overline{AF_2} = 1 + \sqrt{5}$$



D. 線性方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 2x+y+3z=6 \\ x-y=6 \\ x-2y-z=8 \end{cases}$ 經高斯消去法計算後，其增廣矩陣可化簡為

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \text{ 則 } a = \underline{p} \text{、} b = \underline{a} \text{、} c = \underline{s} \text{、} d = \underline{df} \text{。}$$

答案 1, 4, 1, -2

命題出處 第四冊第三章 矩陣

測驗目標 矩陣列運算

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 208 頁範例 1

詳解

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 0 & 6 \\ 1 & -2 & -1 & 8 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \times (-2) \\ \times (-1) \end{array} \right\} \times (-1) \\ \left. \begin{array}{l} \times (-1) \\ \times (-1) \end{array} \right\} \times (-1) \end{array}$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & 6 \\ 0 & -3 & -3 & 6 \\ 0 & -4 & -4 & 8 \end{array} \right] \begin{array}{l} \div (-3) \\ \div (-3) \\ \div (-4) \end{array}$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \times (-1) \\ \times (-1) \end{array} \right\} \times (-1) \end{array}$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \times (-2) \end{array} \right\} \times (-2) \end{array}$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\therefore a=1, b=4, c=1, d=-2$$

E. 設 a 為一實數，已知在第一象限滿足聯立不等式 $\begin{cases} x-3y \leq a \\ x+2y \leq 14 \end{cases}$ 的所有點所形成之區域面積為 $\frac{213}{5}$ 平方單位，則 $a = \underline{6}$ 。

答案 6

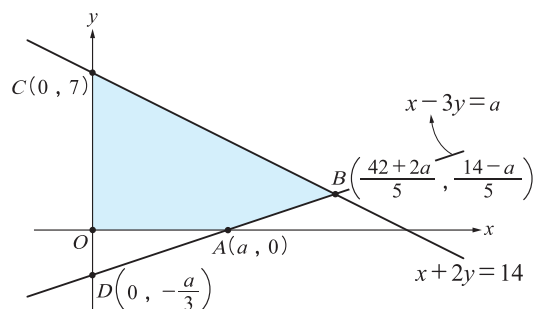
命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 二元一次不等式的圖形

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 148 頁範例 4

詳解 作圖如下



所求為陰影面積

面積 = $\triangle BCD - \triangle OAD$

$$= \frac{1}{2} \times \left| \left(7 + \frac{a}{3} \right) \times \frac{42+2a}{5} \right| - \frac{1}{2} \times \left| \left(-\frac{a}{3} \right) \times a \right|$$

$$= \frac{213}{5}$$

$$! \quad \frac{a+21}{3} \times \frac{2a+42}{5} - \frac{a^2}{3} = \frac{213}{5} \times 2$$

$$! \quad (a+21)(2a+42) - 5a^2 = 1278$$

$$! \quad 3a^2 - 84a + 396 = 0$$

$$! \quad a^2 - 28a + 132 = 0$$

$$! \quad (a-6)(a-22) = 0$$

$$\therefore a = 6 \text{ 或 } 22 \left(\text{不合} \because \text{面積} = \frac{213}{5} \right)$$

故 $a = 6$

F. 投擲一公正骰子三次，所得的點數依序為 a, b, c 。在 b 為奇數的條件下，行

列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} > 0$ 的機率為 $\frac{hj}{kl}$ 。（化成最簡分數）

答案 $\frac{19}{36}$

命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 古典機率（條件機率）

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 93 頁範例 3

詳解 $a \ b \ c$

$$6 \times 3 \times 6 = 108$$

$$\therefore \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} > 0 \iff ac - b^2 > 0$$

$$1 \ b=1 \text{ 時, } ac > 1 \quad \therefore 6 \times 6 - 1 = 35 \text{ 個}$$

$$2 \ b=3 \text{ 時, } ac > 9$$

$$\therefore$$

a	2	3	4	5	6
c	5, 6	4, 5, 6	3, 4, 5, 6	2, 3, 4, 5, 6	2, 3, 4, 5, 6

共 19 個

$$3 \ b=5 \text{ 時, } ac > 25$$

$$\therefore$$

a	5	6
c	6	5, 6

共 3 個

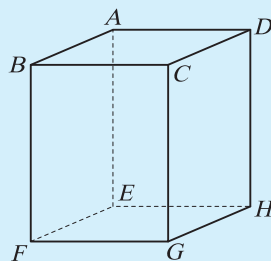
$$\therefore \text{滿足 } ac - b^2 > 0 \text{ 的情形共有 } 35 + 19 + 3 = 57 \text{ 個}$$

$$\therefore \text{機率為 } \frac{57}{108} = \frac{19}{36}$$

G. 如右圖所示， $ABCD-EFGH$ 為一長方體。若平面 BDG 上一

點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + a\overrightarrow{AE}$ ，則實數 $a = \frac{j}{z}$ 。

（化成最簡分數）



答案 $\frac{4}{3}$

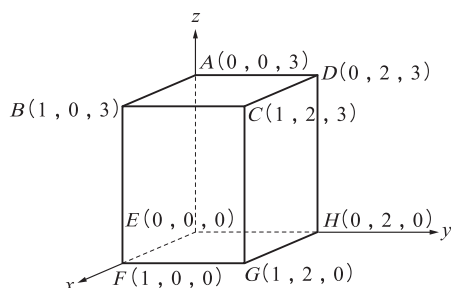
命題出處 第四冊第一章 空間向量、第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 空間坐標化、平面方程式

難易度 中偏難

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 189 頁範例 4、第 198 頁範例 1

詳解 設此長方體的邊長為 1, 2, 3, 並將圖形坐標化, 如下圖所示



令 $P(x, y, z)$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + 2 \overrightarrow{AD} + a \overrightarrow{AE}$$

$$\begin{aligned} \therefore (x, y, z-3) &= \frac{1}{3}(1, 0, 0) + 2(0, 2, 0) + a(0, 0, -3) \\ &= \left(\frac{1}{3}, 4, -3a\right) \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}, y = 4, z = 3 - 3a$$

又平面 BDG 的法向量

$$\begin{aligned} \vec{n} &\parallel \overrightarrow{BD} \times \overrightarrow{BG} \\ &= \left(\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \right) \\ &= (-6, -3, -2) \end{aligned}$$

$$\text{令 } \vec{n} = (6, 3, 2)$$

\therefore 平面 BDG 的方程式為 $6x + 3y + 2z = 12$

將 P 代入平面中, $2 + 12 + 6 - 6a = 12$

$$\therefore 6a = 8! \quad a = \frac{4}{3}$$

參考公式及可能用到的數值

1 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3 $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

$$\text{算術平均數 } \mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

$$\text{相關係數 } r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

$$\text{迴歸直線 (最適合直線) 方程式 } y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$$

6 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

F

14th

15th

16th

17th

18th

19th

20th

專攻指考

讀!

指考衝刺必備專書

28th



加值
配套

英文、數學甲、數學乙
附重點手冊

高三學生適用

科目：國文、英文、數學甲（自然組）、數學乙（社會組）、物理、化學、生物、歷史、地理、公民與社會

- ⌚ 規劃指考命題內容，依照複習進度編排每週一練。
- ⌚ 搭配複習評量計畫，精確掌握複習進度。
- ⌚ 全省北中南老師齊力編寫，結合多元題型掌握指考命題趨勢。
- ⌚ 命題方式仿照指考全真題型讓你輕鬆拿高分。
- ⌚ 分離式解答本，題題詳解，對照學習最輕鬆。

(產品封面以成書為準)



翰林出版
HAN LIN PUBLISHING CO., LTD.

升學領導品牌



輕鬆學習得高分

迎戰指考 選我就對了

學生讀者回函大獲肯定的指考準備叢書

指考關鍵 60天



**超值
配套**

物理、化學、生物、歷史、公民與社會附「重點手冊」
英文附「複習評量卷」

科目：國文、英文、數學甲(自然組)、數學乙(社會組)、
物理、化學、生物、歷史、地理、公民與社會

- 內容特色：**
- 完整 60 天考前複習計畫
 - 打破章節，以主題統整方式彙整
 - 精挑模擬試題，大考題型完全透析
 - 完整重點整理，輕鬆複習，確實掌握致勝關鍵
 - 歷史、地理：彩色印刷



翰林出版
HAN LIN PUBLISHING CO., LTD.

升學領導品牌



(產品封面以成書為準)

輕鬆學習得高分