

翰林

106 學測 精彩解析

數學考科

家齊高中
黃峻棋 老師

【試題·答案】依據大考中心公布內容

發行人 / 陳炳亨
總召集 / 陳彥良
總編輯 / 蔣海燕
主編 / 江欣穎
校對 / 陳盈如 · 黃美甄 · 李遠茵
美編 / 李湘悌 · 陳雅惠
◎ 本書內容同步刊載於翰林我的網

出版 / 民國一〇六年二月
發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號
編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號
電話 / (06)2619621 #312
E-mail / periodical@hanlin.com.tw
翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>



00847-02

翰林出版

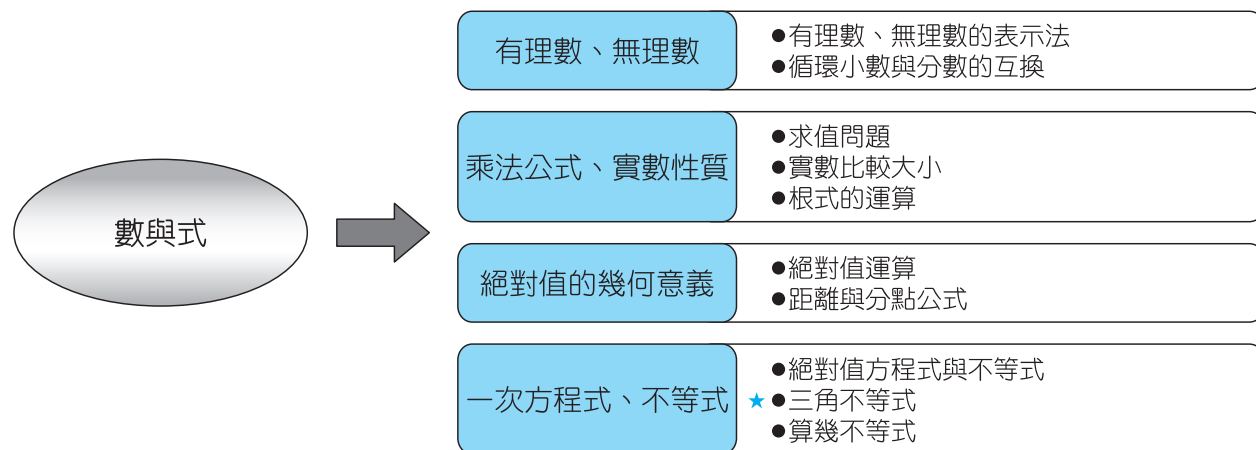
家齊高中 ◀ 黃峻棋 老師

一 前言

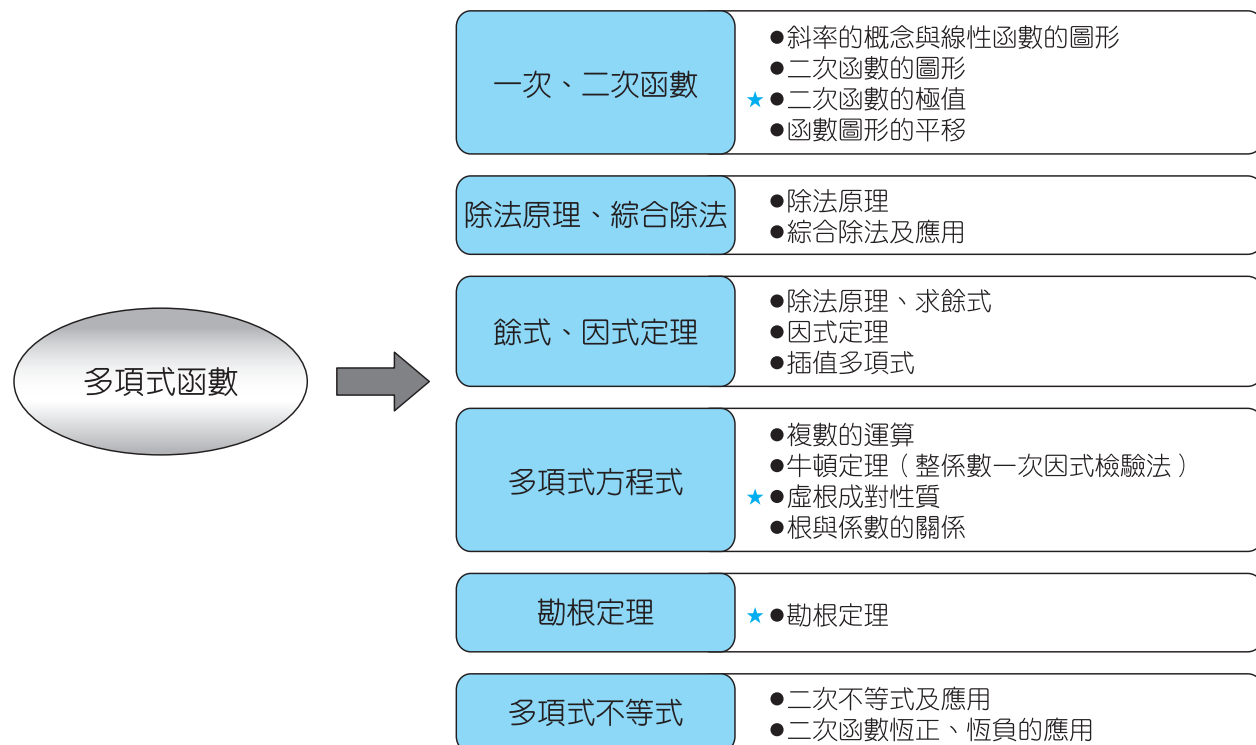
今年的學測是 103 課綱微調之後的第一次。整體而言，內容變動不大，比較需要注意的地方有兩個：一個是三角函數中廣義角涵蓋了弧度的用法，度與弧度的轉換必須非常的熟練；第二個是轉移矩陣的應用只限定在二階，難度顯然降低很多。底下筆者就把今年學測各單元的重點條列式的整理出來。

二 106 年大學學測考試重點（打★者代表 105 年學測考過的重點）

第 1 單元 數與式

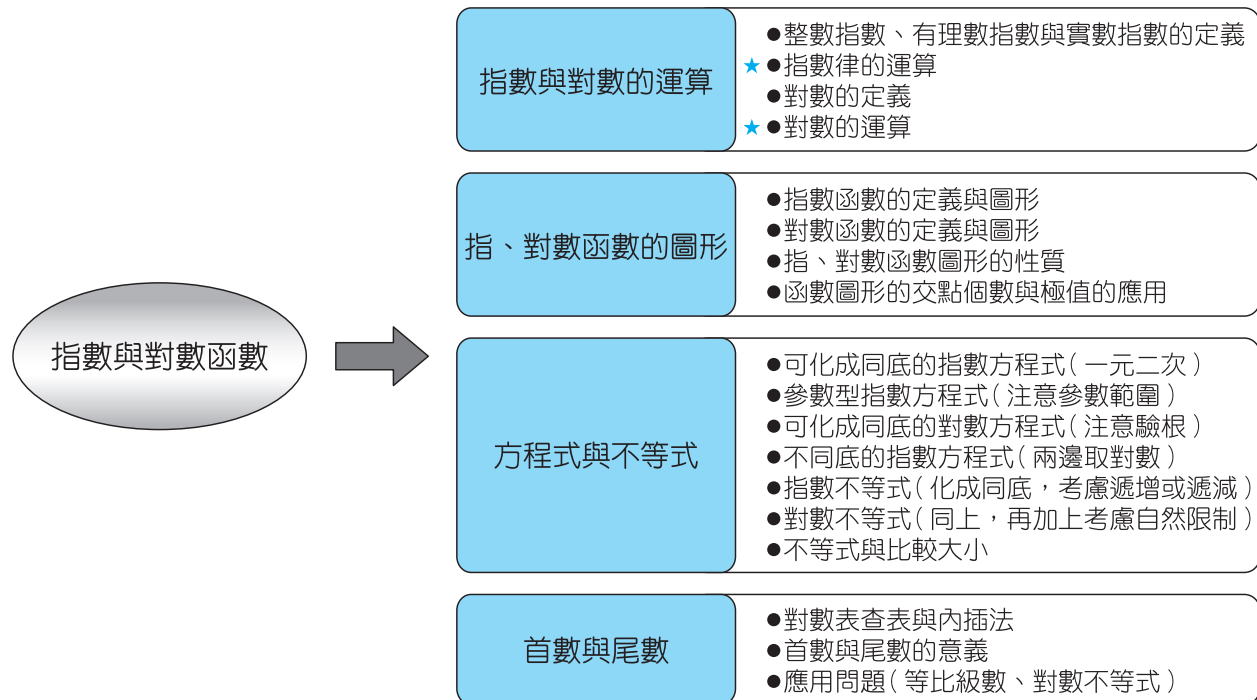


第 2 單元 多項式函數





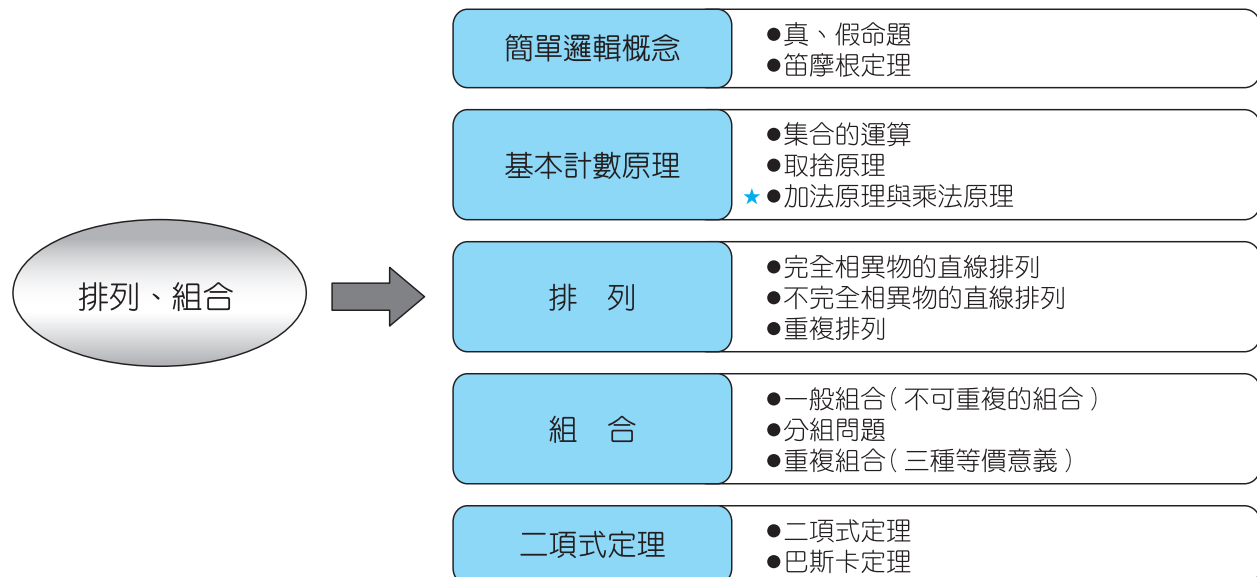
第 3 單元 指數與對數函數



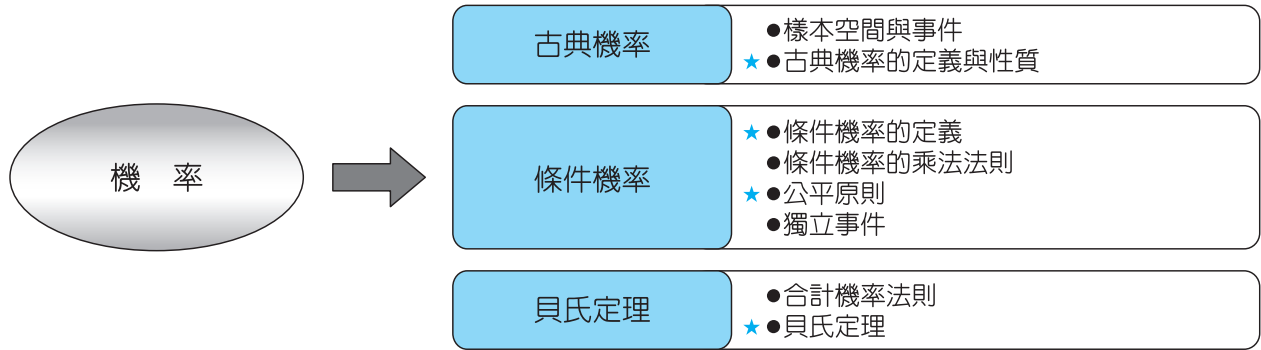
第 4 單元 數列與級數



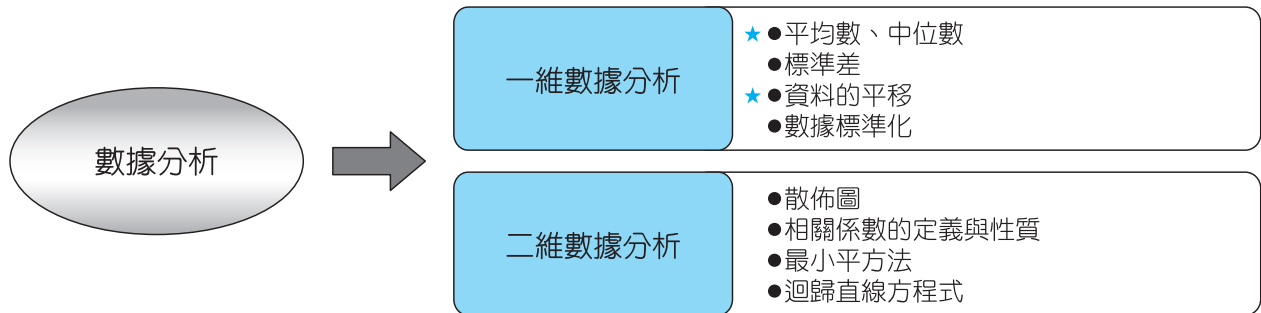
第 5 單元 排列、組合



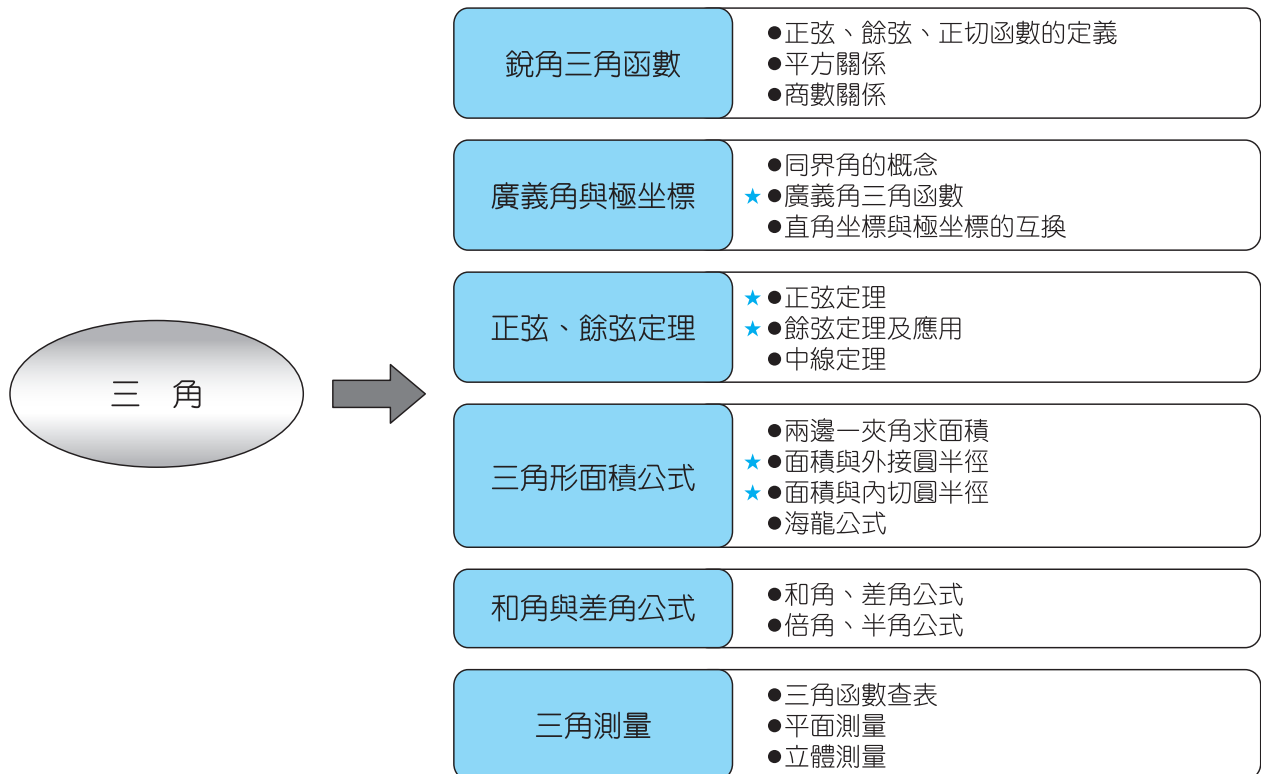
第 6 單元 機 率



第 7 單元 數據分析

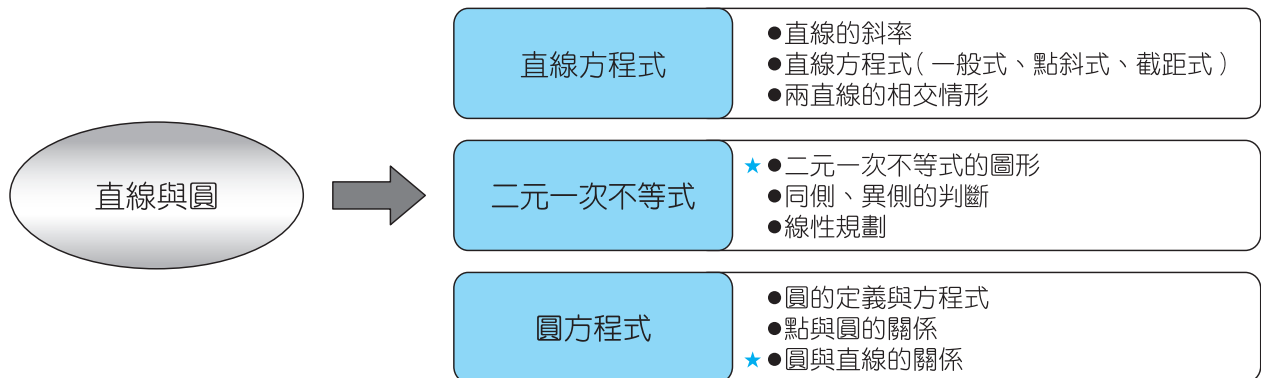


第 8 單元 三 角

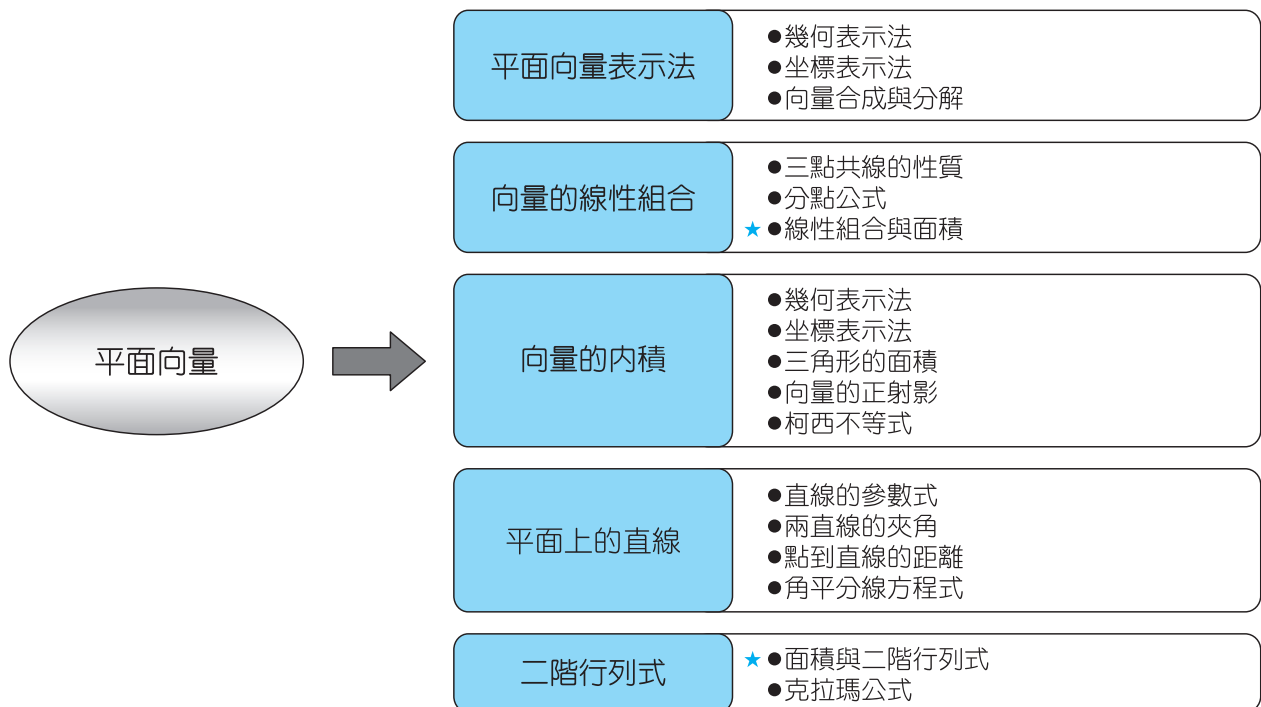




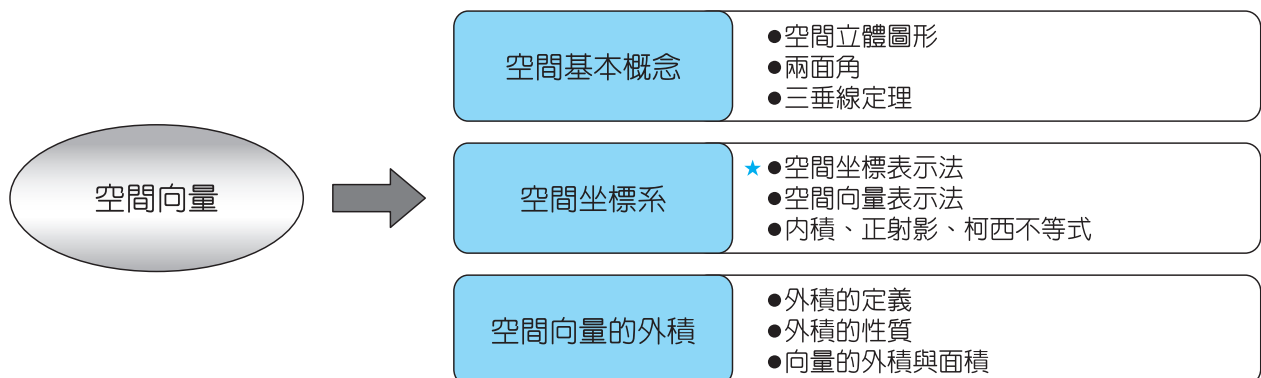
第 9 單元 直線與圓



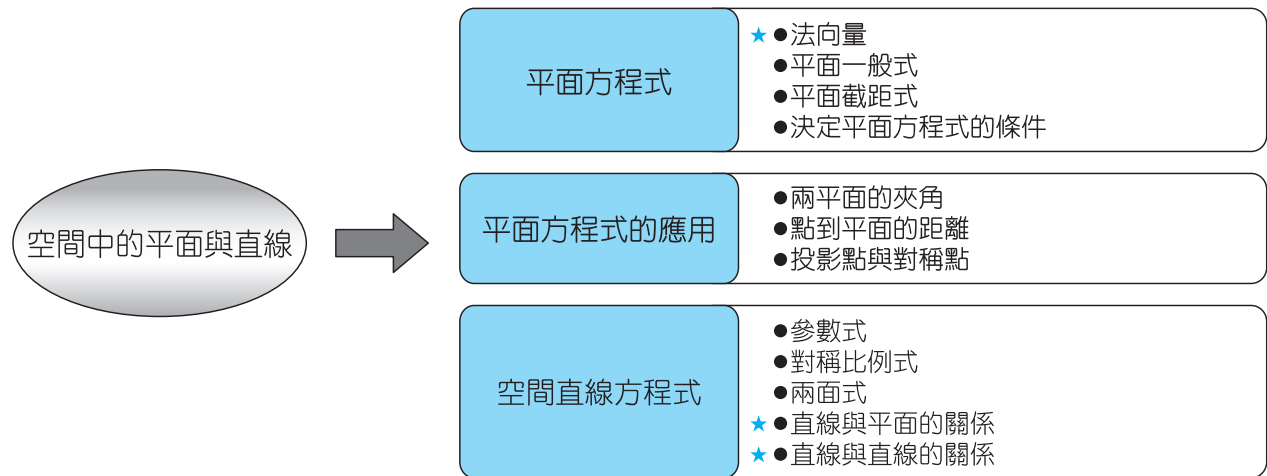
第 10 單元 平面向量



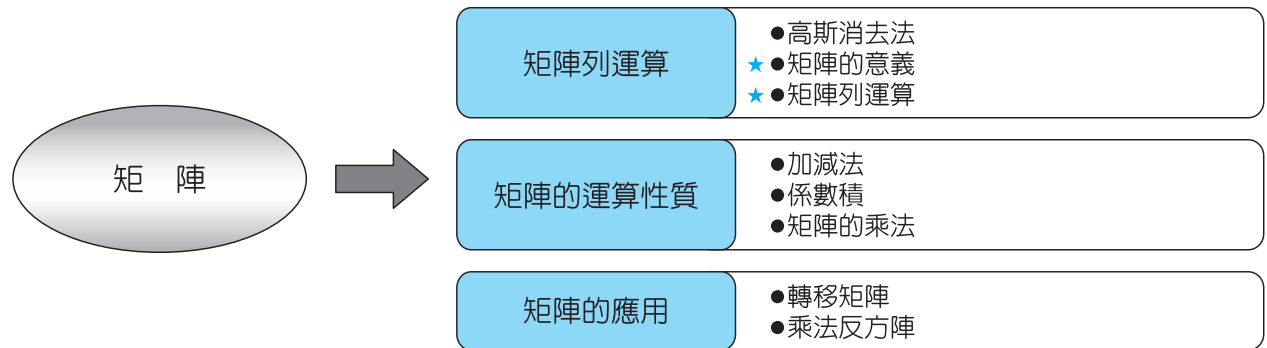
第 11 單元 空間向量



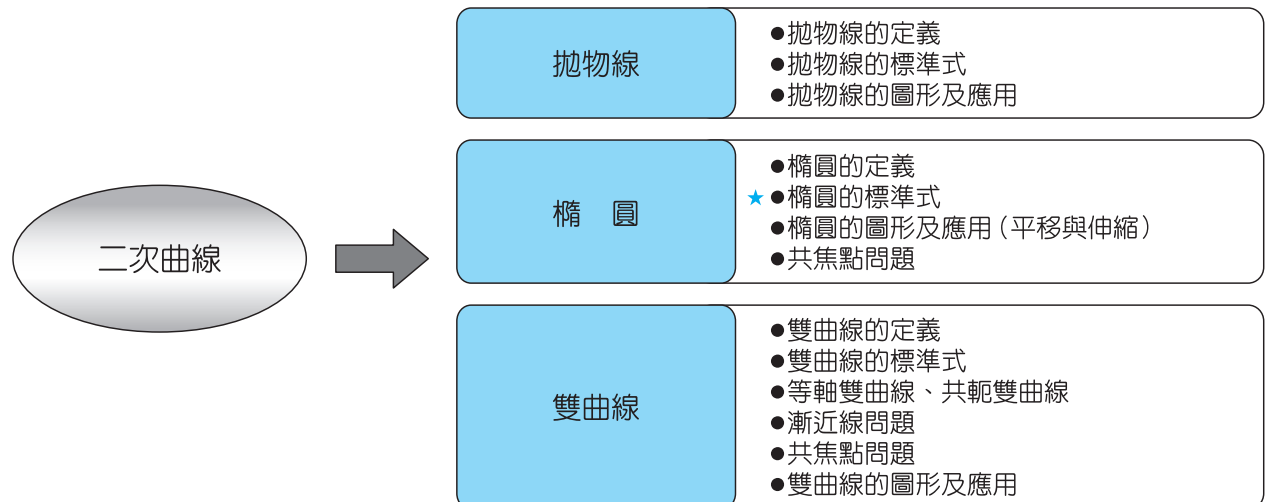
第 12 單元 空間中的平面與直線



第 13 單元 矩 陣



第 14 單元 二次曲線





106 年大學學測試題分布

題號	題型	命題出處	測驗目標	難易度
1	單選	第二冊第四章 數據分析	一維數據分析，加權平均數	易
2	單選	第一冊第三章 指數與對數函數	指數律	中偏易
3	單選	第四冊第四章 二次曲線	雙曲線的漸近線，拋物線	中
4	單選	第四冊第一章 空間向量 第一冊第二章 多項式函數	空間坐標系，二次函數的極值	中
5	單選	第二冊第四章 數據分析	散佈圖，相關係數	中偏易
6	單選	第三冊第一章 三角	度與弧度，廣義角三角函數	中偏易
7	單選	第二冊第二章 排列、組合	直線排列	中
8	多選	第一冊第二章 多項式函數	函數圖形的交點 (二次函數與三次、四次單項函數)	中
9	多選	第三冊第二章 直線與圓	點與圓的關係	中
10	多選	第四冊第二章 空間中的平面與直線	空間中直線與直線的關係	中
11	多選	第三冊第一章 三角	正、餘弦定理，面積公式	中
12	多選	第二冊第二章 排列、組合	集合的運算，取捨原理	中偏難
13	多選	第四冊第一章 空間向量	向量的內積	中
A	選填	第二冊第一章 數列與級數 第一冊第二章 多項式函數	遞迴數列(數列的規則) 插值多項式	中
B	選填	第三冊第三章 平面向量	向量的線性組合，三點共線	中
C	選填	第一冊第二章 多項式函數	方程式的根，一次因式檢驗法	中偏易
D	選填	第四冊第三章 矩陣 第二冊第一章 數列與級數	高斯消去法，等差數列	中
E	選填	第一冊第三章 指數與對數函數	對數的運算，內插法	中
F	選填	第二冊第三章 機率	古典機率	易
G	選填	第三冊第一章 三角	三角測量	中



四 結 論

1. 今年的考題相當靈活，跟往年不同的是，選項中的敘述加長（特別是單選題），無法很精準的判斷出答案。這對於中等程度的學生來說難度頗高。
2. 單選第 6 題是個陷阱題，如果弧度與度的觀念不夠清楚，可能不知題目在問什麼，進而用猜的。
3. 幾何的圖形考題增加，如果無法精準的舉例，選擇題可能慘兮兮。

整體而言，題目靈活，難易適中，預估高分群原始分數降 1~2 分，90 分以上的同學有機會滿級分，頂標 12，前標 10，均標 7。



第壹部分：選擇題（占 65 分）

家齊高中 ◀ 黃峻棋 老師

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知某校老師玩過「寶可夢」的比率為 r_1 ，而學生玩過的比率為 r_2 ，其中 $r_1 \approx r_2$ 。由下列選項中的資訊，請選出可以判定全校師生玩過「寶可夢」的比率之選項。

- (1) 全校老師與學生比率 (2) 全校老師人數 (3) 全校學生人數
(4) 全校師生人數 (5) 全校師生玩過「寶可夢」人數

答案 (1)

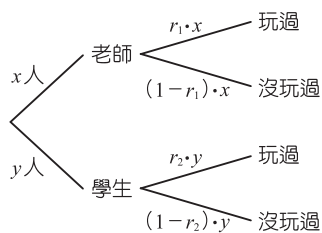
命題出處 第二冊第四章 數據分析

測驗目標 一維數據分析，加權平均數

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 105 頁類題 1

詳解 設全校老師有 x 人，全校學生有 y 人，則



$\because r_1, r_2$ 已知

\therefore 若 $x:y$ 已知，令 $x:y=t:k$

則可得全校師生玩過「寶可夢」的比例為 $\frac{r_1 t + r_2 k}{t + k}$

故選(1)



2. 某個手機程式，每次點擊螢幕上的數 a 後，螢幕上的數會變成 a^2 。當一開始時螢幕上的數 b 為正且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近 81^3 。試問實數 b 最接近下列哪一個選項？

- (1) 1.7 (2) 3 (3) 5.2 (4) 9 (5) 81

答案 (3)

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

測驗目標 指數律

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 43 頁類題 1

詳解 $b \xrightarrow{-\text{次}} b^2 \xrightarrow{-\text{次}} (b^2)^2 = b^4 \xrightarrow{-\text{次}} (b^4)^2 = b^8$

$$\therefore b^8 = 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$$

$$\therefore b = 3^{\frac{12}{8}} = 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \approx 3 \times 1.732 \approx 5.2$$

故選(3)

3. 設 $\Gamma: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ 為坐標平面上的一雙曲線，且其通過第一象限的漸近線為 ℓ 。

考慮動點 (t, t^2) ，從時間 $t=0$ 時出發。當 $t>0$ 時，請選出正確的選項。

- (1) 此動點不會碰到 Γ ，也不會碰到 ℓ
 (2) 此動點會碰到 Γ ，但不會碰到 ℓ
 (3) 此動點會碰到 ℓ ，但不會碰到 Γ
 (4) 此動點會先碰到 Γ ，再碰到 ℓ
 (5) 此動點會先碰到 ℓ ，再碰到 Γ

答案 (5)

命題出處 第四冊第四章 二次曲線

測驗目標 雙曲線的漸近線，拋物線

難易度 中

詳解 $\Gamma: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ 為開口上下之雙曲線

且動點 (t, t^2) 在拋物線 $y=x^2$ 上

又雙曲線的漸近線為 $by - ax = 0$ 或 $by + ax = 0$

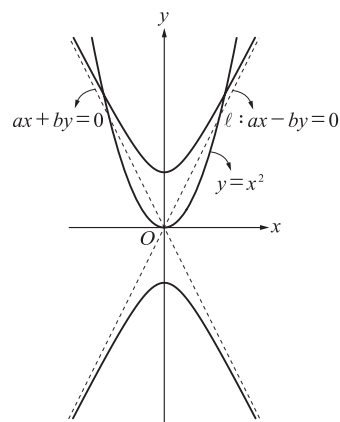
即 $ax - by = 0$ 或 $ax + by = 0$

由題意知 $ax - by = 0$ 與 $y = x^2$

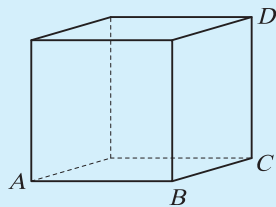
必有交點 $\left(\frac{a}{b}, \left(\frac{a}{b}\right)^2\right)$

\therefore 動點會先碰到 ℓ 再碰到 Γ

故選(5)



4. 在右圖的正立方體上有兩質點分別自頂點 A 、 C 同時出發，各自以等速直線運動分別向頂點 B 、 D 前進，且在 1 秒後分別同時到達 B 、 D 。請選出這段時間兩質點距離關係的正確選項。



- (1) 兩質點的距離固定不變
 (2) 兩質點的距離越來越小
 (3) 兩質點的距離越來越大
 (4) 在 $\frac{1}{2}$ 秒時兩質點的距離最小
 (5) 在 $\frac{1}{2}$ 秒時兩質點的距離最大

答案 (4)

命題出處 第四冊第一章 空間向量
 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 空間坐標系，二次函數的極值

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 189 頁類題 1

詳解 設正立方體的邊長 1，則原本兩質點的距離 $\overline{AC} = \sqrt{2}$

又質點的運動速率為 1 單位 / 秒

(等速運動，1 秒後由 $A \rightarrow B$ ， $C \rightarrow D$)

將圖形坐標化，如右圖

設 t 秒後，

第一個質點走到 P ，則 $P(1, t, 0)$

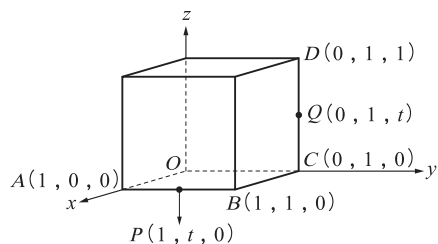
第二個質點走到 Q ，則 $Q(0, 1, t)$

則 $\overline{PQ} = \sqrt{1^2 + (t-1)^2 + (-t)^2} = \sqrt{2t^2 - 2t + 2}$

$$= \sqrt{2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}$$

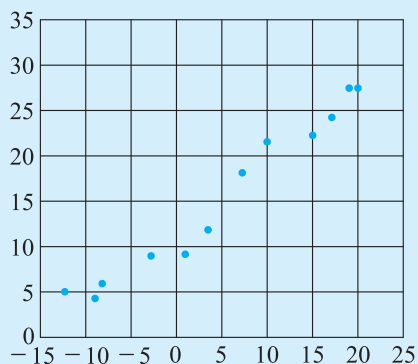
\therefore 當 $t = \frac{1}{2}$ 時， \overline{PQ} 有最小值 (兩質點的距離先變小再變大)

故選(4)





5. 下圖是某城市在 2016 年的各月最低溫（橫軸 x ）與最高溫（縱軸 y ）的散佈圖。



今以溫差（最高溫減最低溫）為橫軸且最高溫為縱軸重新繪製一散佈圖。試依此選出正確的選項。

- (1) 最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
- (2) 最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
- (3) 最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
- (4) 最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
- (5) 最高溫與溫差為零相關

答案 (4)

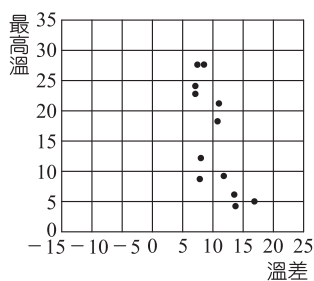
命題出處 第二冊第四章 數據分析

測驗目標 散佈圖，相關係數

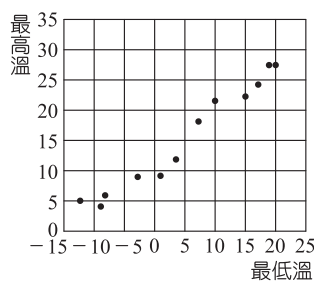
難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 112 頁類題

詳解 溫差（橫軸）與最高溫（縱軸）的散佈圖如圖(-)，原圖如圖(二)



圖(-)



圖(二)

由散佈圖得知

圖(-)大約為低度負相關

圖(二)為高度正相關

故選(4)

6. 試問有多少個實數 x 滿足 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ 且 $\cos x^\circ \leq \cos x$?

- (1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個
(4) 4 個 (5) 無窮多個

答案 (1)

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 度與弧度，廣義角三角函數

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 125 頁類題 3

詳解 $\because \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \quad \therefore -1 \leq \cos x \leq 0$

又 $\cos x^\circ > 0$ ($x^\circ \in$ 第一象限)

$\therefore \cos x^\circ \leq \cos x$ 不成立

故選(1)

7. 小明想要安排從星期一到星期五共五天的午餐計畫。他的餐點共有四種選擇：牛肉麵、大滷麵、咖哩飯及排骨飯。小明想要依據下列兩原則來安排他的午餐：

(甲) 每天只選一種餐點但這五天中每一種餐點至少各點一次

(乙) 連續兩天的餐點不能重複且不連續兩天吃麵食

根據上述原則，小明這五天共有幾種不同的午餐計畫？

- (1) 52 (2) 60 (3) 68 (4) 76 (5) 84

答案 (2)

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 直線排列

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 80 頁範例 5

詳解 (1) 若咖哩飯或排骨飯選 2 次：

$$C_1^2 \times \left(\frac{5!}{2!} - \frac{4!}{2!} - \frac{4!}{2!} \times 2! + 3! \times 2! \right) = 48 \text{ (種)}$$

選 1 種飯
全部
連兩天
連兩天吃麵
連兩天吃相同
且連兩天吃麵

排法
吃相同



(2) 若牛肉麵或大滷麵選 2 次：

$$\underbrace{C_1^2}_{\text{選 1 種麵}} \times \left(\frac{3!}{2!} \times 2! \right) = 12 \text{ (種)}$$

吃兩天

∴ 共有 $48 + 12 = 60$ 種

故選(2)

例如：

⊖	⊖	⊖	⊕	⊕
牛	咖	牛	排	大
牛		大		牛
大		牛		牛

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 8 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 設 m, n 為小於或等於 4 的相異正整數且 a, b 為非零實數。已知函數 $f(x) = ax^m$ 與函數 $g(x) = bx^n$ 的圖形恰有 3 個相異交點，請選出可能的選項。

- (1) m, n 皆為偶數且 a, b 同號
- (2) m, n 皆為偶數且 a, b 異號
- (3) m, n 皆為奇數且 a, b 同號
- (4) m, n 皆為奇數且 a, b 異號
- (5) m, n 為一奇一偶

答案 (1)(3)

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

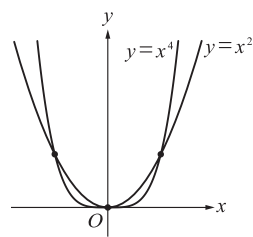
測驗目標 函數圖形的交點 (二次函數與三次、四次單項函數)

難易度 中

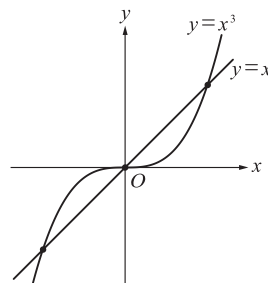
類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 23 頁類題 2

- 詳解**
- (1) ○：例如： $y = x^2, y = x^4$ ，有 3 個交點，如圖(一)
 - (2) ×：例如： $y = x^2, y = -x^2$ ，只有一交點 $(0, 0)$
 - (3) ○：例如： $y = x, y = x^3$ ，有 3 個交點，如圖(二)
 - (4) ×：例如： $y = x^3, y = -x^3$ ，只有一交點 $(0, 0)$
 - (5) ×：例如： $y = x^2$ 與 $y = x^3$ ，只有兩個交點

故選(1)(3)



圖(一)



圖(二)

9. 設 Γ 為坐標平面上的圓，點 $(0, 0)$ 在 Γ 的外部且點 $(2, 6)$ 在 Γ 的內部。請選出正確的選項。

- (1) Γ 的圓心不可能在第二象限
- (2) Γ 的圓心可能在第三象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10
- (3) Γ 的圓心可能在第一象限且此時 Γ 的半徑必定小於 10
- (4) Γ 的圓心可能在 x 軸上且此時圓心的 x 坐標必定小於 10
- (5) Γ 的圓心可能在第四象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10

答案 (5)

命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 點與圓的關係

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 155 頁範例 11

詳解 (1) \times ：作圖如右，圓心可能在第二象限

(2) \times ：圓心不可能在第三象限

(3) \times ：圓心可能在第一象限，且圓半徑可能大於 10

(4) \times ：若圓心 P_1 在 x 軸上，令 $P_1(x_1, 0)$

$$\text{則 } \overline{P_1A} = \sqrt{(x_1-2)^2 + 6^2}, \overline{P_1O} = |x_1|$$

$$\text{且 } \overline{P_1A} < \overline{P_1O} \Leftrightarrow x_1^2 - 4x_1 + 40 < x_1^2$$

$$\Leftrightarrow x_1 > 10$$

(5) \circ ：若圓心 P_2 在第四象限，令 $P_2(x_2, y_2)$

$$\text{則 } \overline{P_2A} = \sqrt{(x_2-2)^2 + (y_2-6)^2}, \overline{P_2O} = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

$$\text{且 } \overline{P_2A} < \overline{P_2O} \Leftrightarrow x_2^2 + y_2^2 - 4x_2 - 12y_2 + 40 < x_2^2 + y_2^2$$

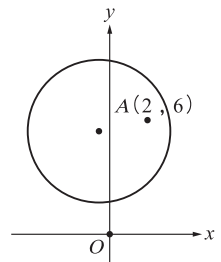
$$\Leftrightarrow 4x_2 > -12y_2 + 40$$

$$\Leftrightarrow x_2 > -3y_2 + 10$$

$$\therefore x_2 > 10 \quad (\because y_2 < 0)$$

$$\text{即圓半徑} > \overline{P_2A} = \sqrt{(x_2-2)^2 + (y_2-6)^2} > 10$$

故選(5)





10. 坐標空間中有三直線 $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$, $L_2 : \begin{cases} x-2y+2z = -4 \\ x+y-4z = 5 \end{cases}$,

$$L_3 : \begin{cases} x = -t \\ y = -2-t, t \text{ 為實數。請選出正確的選項。} \\ z = 4+4t \end{cases}$$

- (1) L_1 與 L_2 的方向向量互相垂直
- (2) L_1 與 L_3 的方向向量互相垂直
- (3) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_2
- (4) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_3
- (5) 有一個平面同時包含 L_2 與 L_3

答案 (2)(3)(4)

命題出處 第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 空間中直線與直線的關係

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 204 頁範例 7 類題 2

詳解 $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}, \vec{v}_1 = (2, 2, 1)$

$$L_2 : \begin{cases} x-2y+2z = -4 \\ x+y-4z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3y-6z = 9 \Leftrightarrow y-2z = 3$$

$$\text{令 } \begin{cases} x = 2k+2 \\ y = 2k+3, k \in \mathbb{R} \\ z = k \end{cases} \therefore \vec{v}_2 = (2, 2, 1)$$

$$L_3 : \begin{cases} x = -t \\ y = -2-t, t \in \mathbb{R} \\ z = 4+4t \end{cases} \therefore \vec{v}_3 = (-1, -1, 4)$$

(1) $\times : \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 4+4+1 = 9 \neq 0$

(2) $\circ : \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_3 = -2-2+4 = 0 \therefore \vec{v}_1$ 垂直 \vec{v}_3

(3) $\circ : \text{將 } L_2 \text{ 的定點 } (2, 3, 0) \text{ 代入 } L_1 \text{ 中, } \frac{1}{2} \neq \frac{4}{2} \neq 0$

$\therefore L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow \text{恰有一平面包含 } L_1, L_2$

(4) ○：解 L_1, L_3 聯立，將 L_1 改寫為參數式

$$\begin{cases} x=2\ell+1=-t \cdots\cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=2\ell-1=-2-t \cdots\cdots\cdots\textcircled{2} \\ z=\ell=4+4t \cdots\cdots\cdots\textcircled{3} \end{cases}$$

③代入①得 $8+8t+1=-t$

$\therefore t=-1, \ell=0$ (合)

$\therefore L_1, L_3$ 交於一點 $(1, -1, 0)$

\square 恰有一平面包含 L_1, L_3

(5) ×：解 L_2, L_3 聯立

$$\begin{cases} x=2k+2=-t \cdots\cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=2k+3=-2-t \cdots\cdots\cdots\textcircled{2} \\ z=k=4+4t \cdots\cdots\cdots\textcircled{3} \end{cases}$$

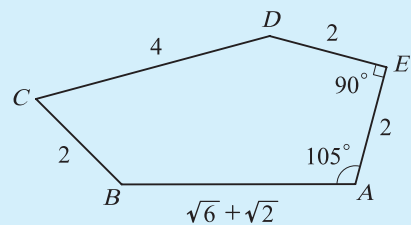
①-②得 $-1=2$ (不合)

$\therefore L_2, L_3$ 歪斜

故選(2)(3)(4)

11. 最近數學家發現一種新的可以無縫密舖平面的凸五邊形 $ABCDE$ ，其示意圖如右。關於這五邊形，請選出正確的選項。

- (1) $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$
- (2) $\angle DAB = 45^\circ$
- (3) $\overline{BD} = 2\sqrt{6}$
- (4) $\angle ABD = 45^\circ$
- (5) $\triangle BCD$ 的面積為 $2\sqrt{2}$



答案 (1)(4)

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 正、餘弦定理，面積公式

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 127 頁範例 6
第 128 頁範例 7

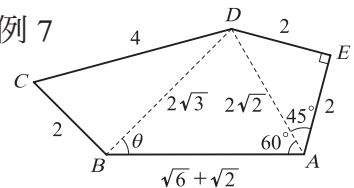
詳解 (1) ○： $\triangle AED$ 為等腰直角三角形

$$\therefore \overline{AD} = 2\sqrt{2}$$

(2) ×： $\angle DAB = 60^\circ$

$$\begin{aligned} (3) \times : \overline{BD}^2 &= (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cdot \cos 60^\circ \\ &= 8 + 8 + 2\sqrt{12} - 2\sqrt{12} - 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{BD} = 2\sqrt{3}$$





$$(4) \text{ } \circ : \text{由正弦定理 } \frac{2\sqrt{2}}{\sin \theta} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} \quad \therefore \sin \theta = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore \theta = 45^\circ$ 或 135° (不合), 即 $\angle ABD = 45^\circ$

$$(5) \text{ } \times : \cos C = \frac{4^2 + 2^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \angle C = 60^\circ$

$$\triangle BCD \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

故選(1)(4)

12. 某班級 50 位學生，段考國文、英文、數學及格的人數分別為 45、39、34 人，且英文及格的學生國文也都及格。現假設數學和英文皆及格的有 x 人，數學及格但英文不及格的有 y 人。請選出正確的選項。

(1) $x + y = 39$

(2) $y \leq 11$

(3) 三科中至少有一科不及格的學生有 $39 - x + y$ 人

(4) 三科中至少有一科不及格的學生最少有 11 人

(5) 三科中至少有一科不及格的學生最多有 27 人

答案 (2)(5)

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 集合的運算，取捨原理

難易度 中偏難

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 77 頁類題 2 (學測考古題)

詳解 如右圖

A : 國文及格, $n(A) = 45$

B : 英文及格, $n(B) = 39$

C : 數學及格, $n(C) = 34$

$$\Leftrightarrow n(A \cap B) = n(B) = 39$$

$$n(B \cap C) = x$$

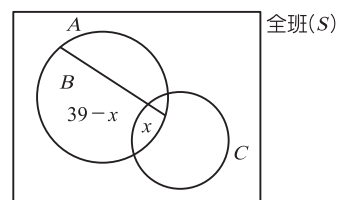
$$n(C - B) = n(C) - n(B \cap C) = y$$

(1) $\times : \because n(C) - n(B \cap C) = y$

$$\Leftrightarrow 34 - x = y \quad \therefore x + y = 34$$

(2) $\circ : \because n(B) + n(C - B) \leq 50 \Leftrightarrow 39 + y \leq 50 \quad \therefore y \leq 11$

$\underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{英文及格}} \quad \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{數學及格}}$
 但英文不及格



- (3) ×：由題意知，國英數都及格的有 x 人
 (∵英文及格者國文亦及格)
 ∴至少一科不及格者有 $50-x$ 人
 又 $23 \leq x \leq 34$ (由(1)、(2)得知)
 ∴ $-34 \leq -x \leq -23 \Leftrightarrow 16 \leq 50-x \leq 27$
- (4) ×：承(3)，最少有 16 人
- (5) ○：承(3)，最多有 27 人
- 故選(2)(5)

13. 空間中有一四面體 $ABCD$ 。假設 \overrightarrow{AD} 分別與 \overrightarrow{AB} 和 \overrightarrow{AC} 垂直，請選出正確的選項。

- (1) $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overline{DA}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- (2) 若 $\angle BAC$ 是直角，則 $\angle BDC$ 是直角
- (3) 若 $\angle BAC$ 是銳角，則 $\angle BDC$ 是銳角
- (4) 若 $\angle BAC$ 是鈍角，則 $\angle BDC$ 是鈍角
- (5) 若 $\overline{AB} < \overline{DA}$ 且 $\overline{AC} < \overline{DA}$ ，則 $\angle BDC$ 是銳角

答案 (3)(5)

命題出處 第四冊第一章 空間向量

測驗目標 向量的內積

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 192 頁類題 1

- 詳解** (1) ×：
$$\begin{aligned} \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} &= (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} + |\overrightarrow{AD}|^2 \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + |\overrightarrow{AD}|^2 \end{aligned}$$
- (2) ×：若 $\angle BAC = 90^\circ \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \quad \therefore \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = |\overrightarrow{AD}|^2 > 0$
 $\therefore \angle BDC$ 為銳角
- (3) ○：若 $\angle BAC < 90^\circ \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} > 0$
 $\therefore \angle BDC$ 為銳角
- (4) ×：若 $\angle BAC > 90^\circ \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0$ ，但 $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$ 不能判斷正負
 $\therefore \angle BDC$ 未知
- (5) ○：
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \theta \\ &< |\overrightarrow{AD}|^2 \cdot \cos \theta \quad (\because \overline{AB} < \overline{AD}, \overline{AC} < \overline{AD}) \\ &< |\overrightarrow{AD}|^2 \end{aligned}$$

 $\therefore \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + |\overrightarrow{AD}|^2 > 0$
 $\therefore \angle BDC$ 為銳角

故選(3)(5)



第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A. 至 G. 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14-34）。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 遞迴數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n = a_{n-1} + f(n-2)$ ，其中 $n \geq 2$ 且 $f(x)$ 為二次多項式。若 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 5, a_4 = 12$ ，則 $a_5 =$ ⑭⑮。

答案 25

命題出處 第二冊第一章 數列與級數
第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 遞迴數列（數列的規則），插值多項式

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 68 頁範例 5

詳解 $a_2 = a_1 + f(0) \Leftrightarrow f(0) = 1$
 $a_3 = a_2 + f(1) \Leftrightarrow f(1) = 3$
 $a_4 = a_3 + f(2) \Leftrightarrow f(2) = 7$
 \therefore 令 $f(x) = a(x-0)(x-1) + b(x-0) + c$
 $\Leftrightarrow f(0) = c = 1$
 $f(1) = b + 1 = 3 \quad \therefore b = 2$
 $f(2) = 2a + 4 + 1 = 7 \quad \therefore a = 1$
 即 $f(x) = x(x-1) + 2x + 1$
 $\Leftrightarrow a_5 = a_4 + f(3) = 12 + (6 + 6 + 1) = 25$

B. 在坐標平面上， $\triangle ABC$ 內有一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{6} \right)$ 及

$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{5} \overrightarrow{AC}$ 。若 A, P 連線交 \overline{BC} 於 M ，

則 $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}\textcircled{19}}, \frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{\textcircled{22}\textcircled{23}} \right)$ 。（化成最簡分數）

答案 $\left(\frac{40}{21}, \frac{25}{21} \right)$

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 向量的線性組合，三點共線

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 166 頁範例 4
第 167 頁範例 5

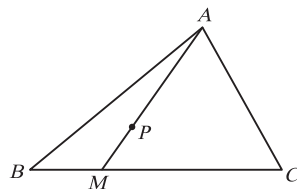
詳解 $\because A、P、M$ 三點共線

$$\therefore \text{令 } \overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AP}$$

$$= \frac{k}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{k}{5} \overrightarrow{AC}$$

$$\because M、B、C \text{ 三點共線 } \therefore \frac{k}{2} + \frac{k}{5} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{10}{7}$$

$$\therefore \overrightarrow{AM} = \frac{10}{7} \overrightarrow{AP} = \left(\frac{40}{21}, \frac{50}{42} \right) = \left(\frac{40}{21}, \frac{25}{21} \right)$$



C. 若 a 為正整數且方程式 $5x^3 + (a+4)x^2 + ax + 1 = 0$ 的根都是有理根，則 $a =$ 24。

答案 7

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 方程式的根，一次因式檢驗法

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 33 頁類題 2

詳解 $5x^3 + (a+4)x^2 + ax + 1 = 0$ 的有理根可能為 $\pm 1, \pm \frac{1}{5}$

$$\text{又 } a \text{ 為正整數 } \therefore \text{原式} \Leftrightarrow (x+1) \{5x^2 + (a-1)x + 1\} = 0$$

$$\text{其中 } 5x^2 + (a-1)x + 1 = 0 \text{ 亦有有理根 (可能為 } \pm 1, \pm \frac{1}{5} \text{)}$$

$$\therefore \text{將 } \pm 1, \pm \frac{1}{5} \text{ 代入檢驗}$$

$$\text{當 } x = -1 \text{ 時, } 5 - a + 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow a = 7 \text{ (合)}$$

D. 設 a_1, a_2, \dots, a_9 為等差數列且 k 為實數。若方程組

$$\begin{cases} a_1x - a_2y + 2a_3z = k + 1 \\ a_4x - a_5y + 2a_6z = -k - 5 \\ a_7x - a_8y + 2a_9z = k + 9 \end{cases} \text{ 有解, 則 } k = \underline{25 \ 26} \text{。}$$

答案 -5

命題出處 第四冊第三章 矩陣

第二冊第一章 數列與級數

測驗目標 高斯消去法，等差數列

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 208 頁範例 1



詳解 令此等差數列公差 d

$$\therefore \begin{cases} a_1 x - (a_1 + d)y + 2(a_1 + 2d)z = k + 1 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ (a_1 + 3d)x - (a_1 + 4d)y + 2(a_1 + 5d)z = -k - 5 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ (a_1 + 6d)x - (a_1 + 7d)y + 2(a_1 + 8d)z = k + 9 \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

由高斯消去法

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得 } 3dx - 3dy + 6dz = -2k - 6$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{2} \text{ 得 } 3dx - 3dy + 6dz = 2k + 14$$

\therefore 方程組有解

$$\therefore -2k - 6 = 2k + 14 \Leftrightarrow 4k = -20 \Leftrightarrow k = -5$$

註：本題亦可使用矩陣列運算的方式計算

E. 設 a, b, x 皆為正整數且滿足 $a \leq x \leq b$ 及 $b - a = 3$ 。若用內插法從 $\log a$ ， $\log b$ 求得 $\log x$ 的近似值為

$$\log x \approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b = \frac{1}{3} (1 + 2 \log 3 - \log 2) + \frac{2}{3} (4 \log 2 + \log 3),$$

則 x 的值為 27 28。

答案 47

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

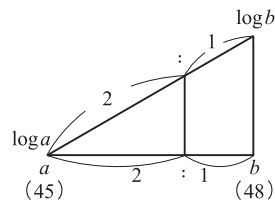
測驗目標 對數的運算，內插法

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 44 頁類題 1

詳解

$$\begin{aligned} \log x &\approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b \\ &= \frac{1}{3} (\log 10 + \log 9 - \log 2) + \frac{2}{3} (\log 16 + \log 3) \\ &= \frac{1}{3} \log 45 + \frac{2}{3} \log 48 \\ \therefore a &= 45, b = 48 \\ \therefore x &= \frac{1 \times 45 + 2 \times 48}{3} = \frac{141}{3} = 47 \end{aligned}$$



- F. 一隻青蛙位於坐標平面的原點，每步隨機朝上、下、左、右跳一單位長，總共跳了四步。青蛙跳了四步後恰回到原點的機率為 $\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}\textcircled{31}}$ 。（化成最簡分數）

答案 $\frac{9}{64}$

命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 古典機率

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 92 頁類題 1

詳解 全部有 $4^4 = 256$ 種可能

$$\text{上 2 次下 2 次或左 2 次右 2 次：} 2 \times \frac{4!}{2!2!} = 12 \text{ (種)}$$

$$\text{上下左右各 1 次：} 4! = 24 \text{ (種)}$$

$$\therefore p = \frac{36}{256} = \frac{9}{64}$$

- G. 地面上甲、乙兩人從同一地點同時開始移動。甲以每秒 4 公尺向東等速移動，乙以每秒 3 公尺向北等速移動。在移動不久之後，他們互望的視線被一圓柱體建築物阻擋了 6 秒後才又相見。此圓柱體建築物底圓的直徑為 $\textcircled{32}\textcircled{33}\textcircled{34}$ 公尺。

答案 14.4

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 三角測量

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 137 頁類題 1

詳解 設移動 t 秒後被阻擋

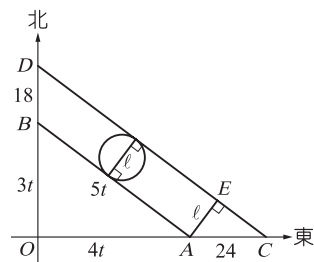
阻擋 6 秒時，

甲移動 24 公尺，乙移動 18 公尺

若圓柱體底圓的直徑為 ℓ ，作 $\overline{AE} \perp \overline{CD}$

則 $\triangle ACE \sim \triangle BAO$

$$\therefore \frac{24}{\ell} = \frac{5}{3} \Rightarrow \ell = \frac{72}{5} = 14.4 \text{ (公尺)}$$





參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu_X^2)}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 = $\frac{1}{3}$ 底面積 \times 高





指考 衝刺 必勝計畫

3 Step 完成考前衝刺，逆轉指考，晉級頂尖大學！

Step
複習

1



大滿貫複習講義

數學甲、數學乙、
物理(下)、化學(下)

分析指考趨勢，統整命題重點，
嚴選模擬試題，精準有效複習！



Step
衝刺

2



指考關鍵60天

國文、英文、數學甲、數學乙、
物理、化學、生物、歷史、
地理、公民與社會

打破章節，以主題彙整關鍵知識，
一天一進度，快速複習指考重點！

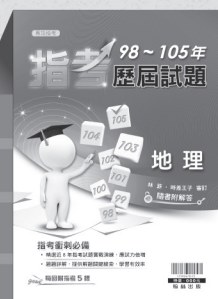
Step
練習

3



指考週複習

國文、英文、數學甲、
數學乙、物理、化學、
生物、歷史、地理、
公民與社會



指考歷屆試題

國文、英文、
數學甲、數學乙、
物理、化學、
歷史、地理

配合複習進度，演練符合指考趨勢模擬題及
實作歷屆試題，精熟指考題型與答題技巧！



翰林出版
HAN LIN PUBLISHING CO., LTD.

升學領導品牌



(產品封面以成書為準)

輕鬆學習得高分