

翰林

108學測

精彩解析



數學 考科

● 家齊高中 · 黃峻棋 老師

試題答案依據大考中心公布內容

發行人 / 陳炳亨
總召集 / 陳彥良
總編輯 / 汪崇愛
主編 / 王維芬
校對 / 黃美甄
美編 / 林琬晴 · 陳雅惠
◎ 本書內容同步刊載於翰林官網

出版 / 民國一〇八年二月
發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號
編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號
電話 / (06) 2619621 #343
E-mail / periodical@hanlin.com.tw
翰林官網 <http://www.hle.com.tw>



00847-02

翰林出版

家齊高中 ◀ 黃峻棋 老師

一 最近三年五標參考

大學申請入學採計的科目今年起從五科變四科，甚至三科，……。不過，另一個統計數字說明，還是有七成左右的考生選擇考五科，看來大部分的考生沒有變輕鬆。而採計的科目變少會引發哪些現象，值得我們密切關注！

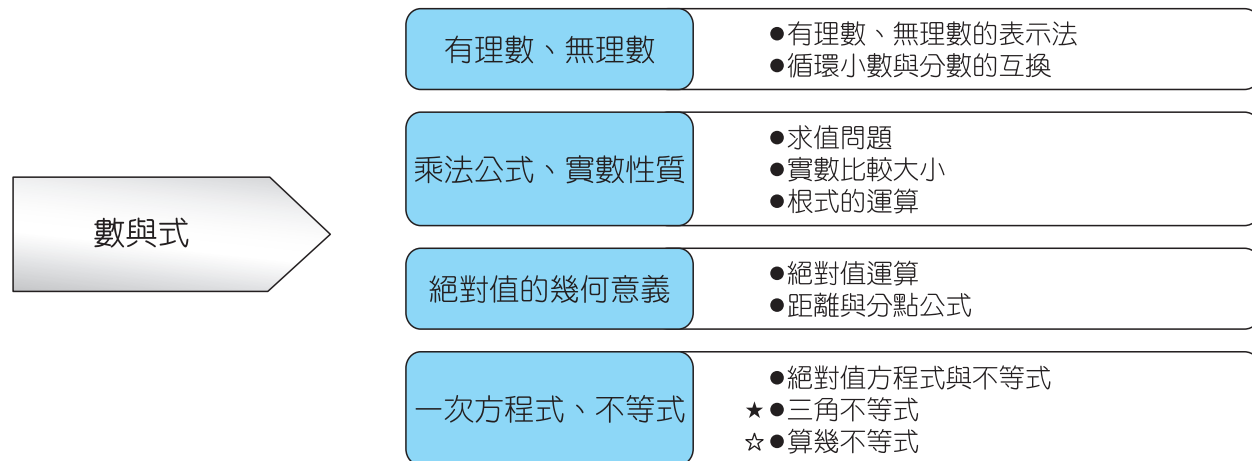
最近三年數學科的級距、五標提供給老師參考：

年度	105	106	107
級距	6.48	6.29	6.65
頂標	12	11	12
前標	10	9	10
均標	7	6	6
後標	4	3	4
底標	3	2	3

二 108年大學學測考試重點

打★者代表 105 年學測考過的重點
打★者代表 106 年學測考過的重點
打☆者代表 107 年學測考過的重點

第 1 單元 數與式



第 2 單元 多項式函數

多項式函數

一次、二次函數	<ul style="list-style-type: none"> ●斜率的概念與線性函數的圖形 ★☆☆●二次函數的圖形 ★☆☆●二次函數的極值 ●函數圖形的平移 ★●三次、四次單項函數的圖形
除法原理、綜合除法	<ul style="list-style-type: none"> ☆☆●除法原理 ●綜合除法及應用
餘式、因式定理	<ul style="list-style-type: none"> ●除法原理、求餘式 ●因式定理 ★●插值多項式
多項式方程式	<ul style="list-style-type: none"> ●複數的運算 ★●牛頓定理（整係數一次因式檢驗法） ★●虛根成對性質 ●根與係數的關係
勘根定理	<ul style="list-style-type: none"> ★●勘根定理
多項式不等式	<ul style="list-style-type: none"> ●二次不等式及應用 ●二次函數恆正、恆負的應用

第 3 單元 指數與對數函數

指數與對數函數

指數與對數的運算	<ul style="list-style-type: none"> ●整數指數、有理數指數與實數指數的定義 ★☆☆●指數律的運算 ●對數的定義 ★☆☆●對數的運算
指、對數函數的圖形	<ul style="list-style-type: none"> ●指數函數的定義與圖形 ●對數函數的定義與圖形 ●指、對數函數圖形的性質 ●函數圖形的交點個數與極值的應用
方程式與不等式	<ul style="list-style-type: none"> ●可化成同底的指數方程式（一元二次） ●參數型指數方程式（注意參數範圍） ●可化成同底的對數方程式（注意驗根） ●不同底的指數方程式（兩邊取對數） ●指數不等式（化成同底，考慮遞增或遞減） ☆☆●對數不等式（同上，再加上考慮自然限制） ●不等式與比較大小
首數與尾數	<ul style="list-style-type: none"> ★●對數表查表與內插法 ●首數與尾數的意義 ●應用問題（等比級數、對數不等式）

第4單元 數列與級數

數列與級數

數列的定義

- 數列的規律性
- ★ ☆ ● 等差數列
- ★ ● 等比數列及應用(與第3單元的對數結合)

一階遞迴數列

- 遞迴表示法
- ★ ● 有規則的遞迴數列

數學歸納法

- 歸納法的應用

 Σ 的性質

- 求和公式
- 分式級數求和

第5單元 排列、組合

排列、組合

簡單邏輯概念

- 真、假命題
- 笛摩根定理

基本計數原理

- ★ ● 集合的運算
- ★ ● 取捨原理
- ★ ● 加法原理與乘法原理

排 列

- ★ ● 完全相異物的直線排列
- 不完全相異物的直線排列
- 重複排列

組 合

- 一般組合(不可重複的組合)
- 分組問題
- 重複組合(三種等價意義)

二項式定理

- 二項式定理
- 巴斯卡定理

第6單元 機 率

機 率

古典機率

- 樣本空間與事件
- ★ ★ ☆ ● 古典機率的定義與性質

條件機率

- ★ ● 條件機率的定義
- 條件機率的乘法法則
- ★ ● 公平原則
- ☆ ● 獨立事件

貝氏定理

- 合計機率法則
- ★ ● 貝氏定理

第 7 單元 數據分析

數據分析

一維數據分析

- ★☆☆●平均數、中位數
- 標準差
- ★●資料的平移
- 數據標準化

二維數據分析

- ★●散佈圖
- ★●相關係數的定義與性質
- 最小平方法
- 迴歸直線方程式

第 8 單元 三角

三角

銳角三角函數

- ☆☆●正弦、餘弦、正切函數的定義
- 平方關係
- 商數關係

廣義角與極坐標

- 同界角的概念
- ★☆☆●廣義角三角函數
- 直角坐標與極坐標的互換
- ★●度與弧度之轉換

正弦、餘弦定理

- ★☆☆●正弦定理
- ★☆☆●餘弦定理及應用
- 中線定理

三角形面積公式

- ★●兩邊一夾角求面積
- ★●面積與外接圓半徑
- ★●面積與內切圓半徑
- 海龍公式

和角與差角公式

- ☆☆●和角、差角公式
- 倍角、半角公式

三角測量

- 三角函數查表
- ★☆☆●平面測量
- 立體測量

第 9 單元 直線與圓

直線與圓	直線方程式	<ul style="list-style-type: none"> ☆●直線的斜率 ●直線方程式(一般式、點斜式、截距式) ●兩直線的相交情形
	二元一次不等式	<ul style="list-style-type: none"> ★☆☆二元一次不等式的圖形 ●同側、異側的判斷 ●線性規劃
	圓方程式	<ul style="list-style-type: none"> ●圓的定義與方程式 ★●點與圓的關係 ★☆☆圓與直線的關係

第 10 單元 平面向量

平面向量	平面向量表示法	<ul style="list-style-type: none"> ●幾何表示法 ●坐標表示法 ●向量合成與分解
	向量的線性組合	<ul style="list-style-type: none"> ★●三點共線的性質 ☆☆●分點公式 ★★●線性組合與面積
	向量的內積	<ul style="list-style-type: none"> ☆☆●幾何表示法 ☆☆●坐標表示法 ●三角形的面積 ●向量的正射影 ●柯西不等式
	平面上的直線	<ul style="list-style-type: none"> ●直線的參數式 ●兩直線的夾角 ☆☆●點到直線的距離(兩平行線距離) ●角平分線方程式
	二階行列式	<ul style="list-style-type: none"> ★●面積與二階行列式 ●克拉瑪公式

第 11 單元 空間向量

空間向量	空間基本概念	<ul style="list-style-type: none"> ☆☆●空間立體圖形 ☆☆●兩面角 ●三垂線定理
	空間坐標系	<ul style="list-style-type: none"> ★★●空間坐標表示法 ●空間向量表示法 ★●內積、正射影、柯西不等式
	空間向量的外積	<ul style="list-style-type: none"> ●外積的定義 ●外積的性質 ●向量的外積與面積

第 12 單元 空間中的平面與直線

空間中的平面與直線

平面方程式	<ul style="list-style-type: none"> ★●法向量 ●平面一般式 ●平面截距式 ●決定平面方程式的條件
平面方程式的應用	<ul style="list-style-type: none"> ●兩平面的夾角 ●點到平面的距離 ●投影點與對稱點
空間直線方程式	<ul style="list-style-type: none"> ●參數式 ●對稱比例式 ●兩面式 ★☆●直線與平面的關係 ★●直線與直線的關係

第 13 單元 矩 陣

矩 陣

矩陣列運算	<ul style="list-style-type: none"> ★●高斯消去法 ★●矩陣的意義 ★●矩陣列運算
矩陣的運算性質	<ul style="list-style-type: none"> ●加減法 ●係數積 ☆●矩陣的乘法
矩陣的應用	<ul style="list-style-type: none"> ●轉移矩陣 ●乘法反方陣

第 14 單元 二次曲線

二次曲線

拋物線	<ul style="list-style-type: none"> ●拋物線的定義 ☆●拋物線的標準式 ★●拋物線的圖形及應用
橢 圓	<ul style="list-style-type: none"> ●橢圓的定義 ★☆●橢圓的標準式 ●橢圓的圖形及應用 (平移與伸縮) ●共焦點問題
雙曲線	<ul style="list-style-type: none"> ●雙曲線的定義 ☆●雙曲線的標準式 ●等軸雙曲線、共軛雙曲線 ★●漸近線問題 ●共焦點問題 ●雙曲線的圖形及應用

三 108年大學學測試題分布

題號	題型	命題出處	測驗目標	難易度
1	單選	第三冊第二章 直線與圓	圓與直線的關係、 點到直線的距離	中偏易
2	單選	第一冊第二章 多項式函數	多項式方程式的根	易
3	單選	第一冊第三章 指數與對數函數 第二冊第二章 排列、組合	指數律、 不定方程式的正整數解	易
4	單選	第二冊第二章 排列、組合	一般組合、加法原理	中
5	單選	第一冊第三章 指數與對數函數	對數的運算法則、指數不等式	中偏易
6	單選	第二冊第四章 數據分析	相關係數的性質、 迴歸直線方程式	中
7	多選	第二冊第一章 數列與級數	等差數列的定義	中
8	多選	第一冊第一章 數與式	分點公式	中偏易
9	多選	第二冊第三章 機率	古典機率的定義	中
10	多選	第三冊第一章 三角	銳角三角函數、正弦定理	中
11	多選	第二冊第三章 機率	貝氏定理	中
12	多選	第一冊第二章 多項式函數	多項式除法原理	中
13	多選	第四冊第二章 空間中的平面與直線	空間平面方程式、 直線與平面的關係、 點到平面的距離公式	中
A	選填	第四冊第三章 矩陣	矩陣的乘法、方程組的解	中偏易
B	選填	第四冊第四章 二次曲線	橢圓方程式	中偏易
C	選填	第三冊第二章 直線與圓	素養題	中
D	選填	第二冊第二章 排列、組合	集合的運算	中
E	選填	第三冊第一章 三角	餘弦定理	中
F	選填	第四冊第一章 空間向量 第四冊第二章 空間中的平面與直線	立體圖形、兩平行平面的距離	中偏易
G	選填	第三冊第三章 平面向量	向量坐標表示法、向量內積	中

四 試題分析

今年的試題算是近五年來最簡單的了，一來沒有太繁雜的數據計算，二來沒有太咬文嚼字的文字閱讀，取而代之的是一些簡單的估算和判斷。個人認為，整份試卷蠻符合數學素養的命題。

試題的分析如下：

1. 試題分布：第一冊 20 分。
 第二冊 35 分。
 第三冊 20 分（加一題素養題選填 C，共 25 分）。
 第四冊 20 分。

雖然第二冊排列組合的題目稍多，不過多半是簡單的題型。

2. 特殊題目：

(1) 單選第 4 題——排列組合的題型：

雖然閱讀量不大，不過卻有陷阱，如果少判讀一句話，可能會誤解題目的意思。

(2) 單選第 6 題——二維數據分析：

相關係數 -0.99 （接近完全負相關），所有的樣本點幾乎在同一條直線上

（ $y = ax + b$ ， $a < 0$ ），代點驗算時要小心計算，並且要估算一下數據。

(3) 選填 C——素養題：

這題應該是經典的素養題，生活化的情境，知道圓周長（ $2\pi r$ ），列出數學式，再用簡易的數學觀念判斷答案。符合數學素養的考法。

(4) 選填 D——集合的運算：

比較有難度的一題，如果同學直接用取捨原理列出公式，恐怕很難算出答案。關鍵字是每個人都至少領了兩張公投票，所以就不用考慮只領一張票的情形了。

(5) 選填 G——向量的分解（內積）：

這個題目的解題關鍵是坐標化，坐標表示出來後，再用餘弦定理或內積，就可求出夾角了。如果用幾何表示法，恐怕要算很久。

註：這個題目坐標化之後，如果想用正切的和角公式直接求值，要小心有陷阱，因為有一個角度為負角，所以要用正切的差角公式。

除了這五題之外，其他的題目應該都可以順利解出。因此，均標、前標、頂標可能都會提高 1 ~ 2 級分，至於要拿滿級分，可能要 94 分以上了。同學可以參考看看喔！



家齊高中 ◀ 黃峻棋 老師

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 點 $A(1, 0)$ 在單位圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 上。試問： Γ 上除了 A 點以外，還有幾個點到直線 $L: y = 2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個

答案 (3)

命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 圓與直線的關係、點到直線的距離

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 155 頁範例 11

詳解 圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ ，其圓心 $O(0, 0)$ ，半徑 $r = 1$

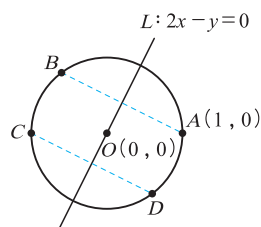
直線 $L: 2x - y = 0$

圓心 O 到直線 L 的距離

$$d(O, L) = \frac{0}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 0 \quad (\text{即直線 } L \text{ 通過圓心})$$

又 A 點到直線 L 的距離

$$\begin{aligned} d(A, L) &= \frac{2}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{5}} < r = 1 \end{aligned}$$



\therefore 依照圓的對稱性，除了 A 點之外，還有 3 個點到直線 L 的距離等於 $d(A, L)$ ，如上圖所示 B 、 C 、 D 三點
故選(3)

2. 下列哪一個選項是方程式 $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$ 的解？（註： $i = \sqrt{-1}$ ）

- (1) $-2i$ (2) $-i$ (3) i (4) 2 (5) 4

答案 (1)

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 多項式方程式的根

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 33 頁範例 17

詳解 〈解法一〉

解方程式 $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2(x-1) + 4(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2+4) = 0$$

$\therefore x = 1$ 或 $\pm 2i$ ，故選(1)

〈解法二〉

將各選項代入方程式中驗算即可得

故選(1)

3. 試問共有多少組正整數 (k, m, n) 滿足 $2^k 4^m 8^n = 512$?

(1) 1 組

(2) 2 組

(3) 3 組

(4) 4 組

(5) 0 組

答案 (3)

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 指數律、不定方程式的正整數解

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 43 頁範例 1、第 85 頁範例 13

詳解 $2^k 4^m 8^n = 2^k \times 2^{2m} \times 2^{3n} = 2^9$

$\Leftrightarrow k + 2m + 3n = 9$ ，其中 k, m, n 為正整數

k	4	2	1
m	1	2	1
n	1	1	2

\therefore 有 3 組正整數解

故選(3)

4. 廚師買了豬、雞、牛三種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材。若廚師想用完這六種食材作三道菜，每道菜可以只用一種食材或用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有幾種方法？

(1) 3

(2) 6

(3) 9

(4) 18

(5) 27

答案 (5)

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 一般組合、加法原理

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 83 頁範例 10

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第114頁範例9

詳解 每日平均售出的咖啡數量與當天平均氣溫的相關係數為 -0.99

(接近 -1 ，完全負相關)

\therefore 樣本點資料幾乎落在同一直線 $y=ax+b$ 上，且 $a<0$ ，

其中 x 代表平均氣溫， y 代表平均售出量

代入數據 $(15, 361)$ ， $(21, 135)$ (任意找兩點)

$$\therefore \begin{cases} 361=15a+b \\ 135=21a+b \end{cases} \Rightarrow a=-\frac{113}{3}, b=926$$

$$\text{當平均氣溫為 } 8^{\circ}\text{C 時, } y = \left(-\frac{113}{3}\right) \times 8 + 926 = \left(-\frac{904}{3}\right) + 926 \\ \approx 625 \text{ (杯)}$$

故選(2)

二、多選題 (占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 設各項都是實數的等差數列 a_1, a_2, a_3, \dots 之公差為正實數 α 。試選出正確的選項。

(1) 若 $b_n = -a_n$ ，則 $b_1 > b_2 > b_3 > \dots$

(2) 若 $c_n = a_n^2$ ，則 $c_1 < c_2 < c_3 < \dots$

(3) 若 $d_n = a_n + a_{n+1}$ ，則 d_1, d_2, d_3, \dots 是公差為 α 的等差數列

(4) 若 $e_n = a_n + n$ ，則 e_1, e_2, e_3, \dots 是公差為 $\alpha + 1$ 的等差數列

(5) 若 f_n 為 a_1, a_2, \dots, a_n 的算術平均數，則 f_1, f_2, f_3, \dots 是公差為 α 的等差數列

答案 (1)(4)

命題出處 第二冊第一章 數列與級數

測驗目標 等差數列的定義

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》複習講義評量卷第4回多選3

詳解 (1) \bigcirc : $\langle a_n \rangle$ 為等差數列且公差為正 $\therefore a_1 < a_2 < a_3 < \dots$

$$b_n = -a_n \quad \therefore b_1 > b_2 > b_3 > \dots$$

(2) \times : 反例：若 $\langle a_n \rangle : -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

$$\therefore c_n = a_n^2 \quad \therefore \langle c_n \rangle : 4, 1, 0, 1, 4, \dots$$

- (3) × : 反例 : 若 $\langle a_n \rangle : 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ (公差為 1)
 $\therefore d_n = a_n + a_{n+1} \therefore \langle d_n \rangle : 3, 5, 7, 9, \dots$ (公差為 2)
- (4) ○ : $\therefore e_n = a_n + n$
 $\therefore \langle e_n \rangle : a_1 + 1, a_2 + 2, a_3 + 3, a_4 + 4, \dots$
 公差為 $e_{n+1} - e_n = a_{n+1} - a_n + (n+1 - n) = \alpha + 1$
- (5) × : 令 $f_n = \frac{1}{n} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = \frac{1}{n} \times \frac{n \times [2a_1 + (n-1) \times \alpha]}{2}$
 $= a_1 + \frac{\alpha}{2} (n-1)$
 $\therefore f_1, f_2, f_3, \dots$ 是公差為 $\frac{\alpha}{2}$ 的等差數列

故選(1)(4)

8. 在數線上，甲從點 -8 開始做等速運動，同時乙也從點 10 開始做等速運動，乙移動的速率是甲的 a 倍，且 $a > 1$ 。試選出正確的選項。
- (1) 若甲朝負向移動而乙朝正向移動，則他們會相遇
 (2) 若甲朝負向移動且乙朝負向移動，則他們不會相遇
 (3) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，則乙先到達原點 0
 (4) 若甲朝正向移動且乙朝正向移動，則他們之間的距離會越來越大
 (5) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，且他們在點 -2 相遇，則 $a = 2$

答案 (4)(5)

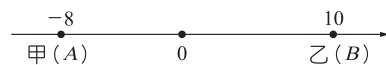
命題出處 第一冊第一章 數與式

測驗目標 分點公式

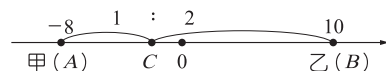
難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 11 頁範例 7

詳解 作數線圖如右



- (1) × : 甲、乙越離越遠
 (2) × : \therefore 乙的速度大於甲的速度 \therefore 乙會追上甲
 (3) × : 反例 : 若 $a = 1.1$ ，則甲會先到達原點 0
 (4) ○ : \therefore 乙的速度大於甲的速度
 \therefore 兩人越離越遠，即兩人的距離會越來越大
 (5) ○ : 當 $a = 2$ 時，兩人相遇的點令為 C 點
 則 $\overline{AC} : \overline{CB} = 1 : 2$
 $\therefore C$ 點坐標為 $\frac{2 \times (-8) + 1 \times 10}{1 + 2} = -2$



故選(4)(5)

9. 從 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 這七個數字中隨機任取兩數。試選出正確的選項。

- (1) 其和大於 10 的機率為 $\frac{1}{7}$ (2) 其和小於 5 的機率為 $\frac{1}{7}$
 (3) 其和為奇數的機率為 $\frac{4}{7}$ (4) 其差為偶數的機率為 $\frac{5}{7}$
 (5) 其積為奇數的機率為 $\frac{2}{7}$

答案 (3)(5)

命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 古典機率的定義

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》課後練習簿第 11 回多選 6

詳解 (1) ×：數字和大於 10：(4, 7), (5, 6), (5, 7), (6, 7)

$$\therefore P_1 = \frac{4}{C_2^7} = \frac{4}{21}$$

(2) ×：數字和小於 5：(1, 2), (1, 3)

$$\therefore P_2 = \frac{2}{C_2^7} = \frac{2}{21}$$

(3) ○：和為奇數（選 1 個奇數 1 個偶數）： $C_1^4 \times C_1^3 = 12$

$$\therefore P_3 = \frac{12}{C_2^7} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

(4) ×：差為 2：(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7)

差為 4：(1, 5), (2, 6), (3, 7)

差為 6：(1, 7)

$$\therefore P_4 = \frac{9}{C_2^7} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

(5) ○：積為奇數（選到兩個奇數）： $P_5 = \frac{C_2^4}{C_2^7} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

故選(3)(5)

10. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ 。試選出正確的選項。

- (1) $\sin A < \sin B$ (2) $\sin B < \sin C$ (3) $\cos A < \cos B$
 (4) $\sin C < \cos C$ (5) $\overline{AB} < \overline{BC}$

答案 (1)(2)

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 銳角三角函數、正弦定理

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 127 頁範例 6
第 139 頁精彩試題觀摩 3

詳解 $\because 50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ (即 $\angle A, \angle B$ 均為銳角)

(1) $\bigcirc : \sin A < \sin B$

(2) $\bigcirc : \triangle ABC$ 中, $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) > 60^\circ$
 $\therefore \sin B < \sin C$

(3) $\times : \cos A > \cos B$

(4) $\times : \text{承(2)}, 60^\circ < \angle C < 80^\circ$
 $\therefore 45^\circ < \angle C < 90^\circ \therefore \sin C > \cos C$

(5) $\times : \text{由正弦定理 } \frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{BC}}{\sin A}$

$\therefore \sin C > \sin B > \sin A \therefore \overline{AB} > \overline{BC}$

故選(1)(2)

11. 某地區衛生機構成功訪問了 500 人，其中年齡為 50 ~ 59 歲及 60 歲（含）以上者分別有 220 名及 280 名。這 500 名受訪者中，120 名曾做過大腸癌篩檢，其中有 75 名是在一年之前做的，有 45 名是在一年之內做的。已知受訪者中，60 歲（含）以上者曾做過大腸癌篩檢比率是 50 ~ 59 歲者曾做過大腸癌篩檢比率的 3.5 倍。試選出正確的選項。

(1) 受訪者中年齡為 60 歲（含）以上者超過 60 %

(2) 由受訪者中隨機抽取兩人，此兩人的年齡皆落在 50 ~ 59 歲間的機率大於 0.25

(3) 由曾做過大腸癌篩檢的受訪者中隨機抽取兩人，其中一人在一年之內受檢而另一人在一年之前受檢的機率為 $2 \cdot \left(\frac{45}{120}\right) \left(\frac{75}{119}\right)$

(4) 這 500 名受訪者中，未曾做過大腸癌篩檢的比率低於 75 %

(5) 受訪者中 60 歲（含）以上者，曾做過大腸癌篩檢的人數超過 90 名

答案 (3)(5)

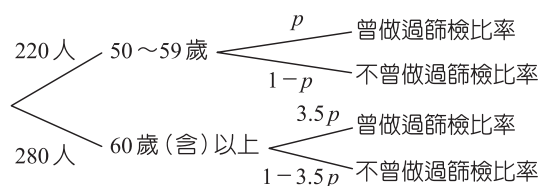
命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 貝氏定理

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 99 頁範例 9

詳解 設 p 為 50 ~ 59 歲曾做過大腸癌篩檢的比率



由題意知曾做過篩檢的人數有 120 人

$$\therefore 220 \times p + 280 \times 3.5p = 120 \quad \square \quad 1200p = 120 \quad \therefore p = \frac{1}{10}$$

(1) \times : $\frac{280}{500} = 0.56 = 56\%$

(2) \times : 所求機率為 $\frac{C_2^{220}}{C_2^{500}} = \frac{220 \times 219}{500 \times 499} < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0.25$

(3) \circ : 所求機率為 $\frac{C_1^{45} \times C_1^{75}}{C_2^{120}} = \frac{45 \times 75}{120 \times 119} = 2 \times \left(\frac{45}{120}\right) \times \left(\frac{75}{119}\right)$

(4) \times : 未曾做過篩檢的比率為 $\frac{380}{500} = 0.76 = 76\%$

(5) \circ : 60 歲 (含) 以上曾做過篩檢的人數為

$$3.5 \times \frac{1}{10} \times 280 = 98 \text{ (人)}$$

故選(3)(5)

12. 設 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 為實係數三次多項式, $g(x)$ 為實係數二次多項式。已知 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式分別為 $r_1(x)$, $r_2(x)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $-f_1(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $-r_1(x)$
- (2) $f_1(x) + f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x) + r_2(x)$
- (3) $f_1(x)f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)r_2(x)$
- (4) $f_1(x)$ 除以 $-3g(x)$ 的餘式為 $-\frac{1}{3}r_1(x)$
- (5) $f_1(x)r_2(x) - f_2(x)r_1(x)$ 可被 $g(x)$ 整除

答案 (1)(2)(5)

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 多項式除法原理

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 26 頁範例 9 及類題

詳解 由題意設 $f_1(x) = g(x) \cdot q_1(x) + r_1(x)$

$$f_2(x) = g(x) \cdot q_2(x) + r_2(x)$$

$$(1) \text{○} : -f_1(x) = -g(x) \cdot q_1(x) - r_1(x) \\ = g(x) \cdot \underbrace{[-q_1(x)] - r_1(x)}_{\text{餘式}}$$

$$(2) \text{○} : f_1(x) + f_2(x) = g(x) \cdot (q_1(x) + q_2(x)) + \underbrace{r_1(x) + r_2(x)}_{\text{餘式}}$$

(3) × : 設 $r_1(x), r_2(x)$ 皆為一次多項式, 則 $r_1(x)r_2(x)$ 為二次多項式
所以 $f_1(x)f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式不為 $r_1(x)r_2(x)$

$$(4) \text{×} : f_1(x) = -3 \cdot g(x) \left[\left(-\frac{1}{3} \right) \cdot q_1(x) \right] + \underbrace{r_1(x)}_{\text{餘式}}$$

$$(5) \text{○} : f_1(x)r_2(x) - f_2(x)r_1(x) \\ = g(x) \cdot q_1(x) \cdot r_2(x) + r_1(x) \cdot r_2(x) - (g(x) \cdot q_2(x) \cdot r_1(x) \\ + r_1(x) \cdot r_2(x)) \\ = g(x) \cdot (q_1(x)r_2(x) - q_2(x)r_1(x))$$

故選(1)(2)(5)

13. 坐標空間中有一平面 P 過 $(0, 0, 0)$, $(1, 2, 3)$ 及 $(-1, 2, 3)$ 三點。試選出正確的選項。

- (1) 向量 $(0, 3, 2)$ 與平面 P 垂直
- (2) 平面 P 與 xy 平面垂直
- (3) 點 $(0, 4, 6)$ 在平面 P 上
- (4) 平面 P 包含 x 軸
- (5) 點 $(1, 1, 1)$ 到平面 P 的距離是 1

答案 (3)(4)

命題出處 第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 空間平面方程式、直線與平面的關係、點到平面的距離公式

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 199 頁範例 2 類題 1
第 201 頁範例 5、第 204 頁範例 8

詳解 令 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 2, 3)$

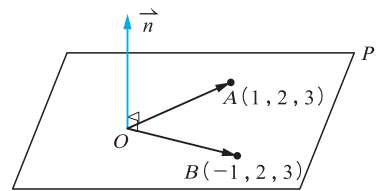
$$\text{則 } \overrightarrow{OA} = (1, 2, 3), \overrightarrow{OB} = (-1, 2, 3)$$

$$\therefore \text{法向量 } \vec{n} \parallel \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$$

$$= \left(\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \right) = (0, -6, 4)$$

$$\text{令 } \vec{n} = (0, 3, -2) \quad \therefore \text{平面 } P \text{ 的方程式為 } 3y - 2z = 0$$

- (1) × : 向量 $(0, 3, 2)$ 不平行 \vec{n}
 \therefore 向量 $(0, 3, 2)$ 不垂直平面 P
- (2) × : xy 平面的法向量 $\vec{n}' = (0, 0, 1)$
 $\therefore \vec{n} \cdot \vec{n}' = -2 \neq 0 \quad \therefore$ 兩平面不垂直
- (3) ○ : $(0, 4, 6)$ 代入平面 P 的方程式中得 $12 - 12 = 0$ (合)
 \therefore 點 $(0, 4, 6)$ 在平面 P 上



(4) ○ : x 軸的參數式 $\begin{cases} x=t \\ y=0, t \in \mathbb{R} \\ z=0 \end{cases}$

代入平面 P 的方程式中 (合) \therefore 平面 P 包含 x 軸

- (5) × : 令 $C(1, 1, 1)$

$$\therefore d(C, P) = \frac{|3-2|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

故選(3)(4)

第貳部分：選填題 (占 35 分)

說明：1. 第 A. 至 G. 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (14-30)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 x, y 為實數，且滿足 $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ ，則 $x+3y = \underline{\text{14} \text{ 15}}$ 。

答案 -4

命題出處 第四冊第三章 矩陣

測驗目標 矩陣的乘法、方程組的解

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 211 頁範例 3 及類題 2

詳解 由矩陣的乘法得 $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 3 = 6 \\ 2x + 4y - 1 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 3 \cdots \cdots \text{①} \\ 2x + 4y = -5 \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

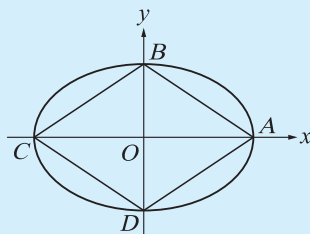
$$\text{①} \times 4 + \text{②} \text{ 得 } 14x = 7 \quad \therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\text{代入①得 } y = -\frac{3}{2} \quad \therefore x + 3y = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4$$

B. 如圖（此為示意圖）， A, B, C, D 是橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$

的頂點。若四邊形 $ABCD$ 的面積為 58，則 $a =$

 $\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。（化成最簡分數）



答案 $\frac{29}{4}$

命題出處 第四冊第四章 二次曲線

測驗目標 橢圓方程式

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 224 頁範例 6

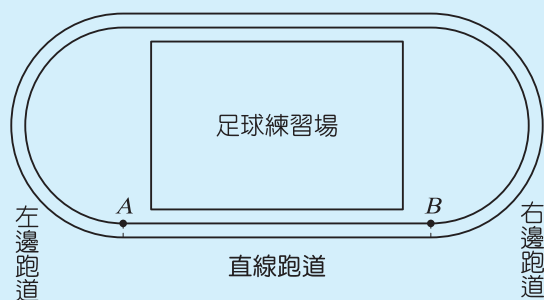
詳解 橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$

\Rightarrow 長軸 \overline{AC} 長 $2a$ ，又 $b=4$ ，短軸 \overline{BD} 長 $2b=8$

四邊形 $ABCD$ 面積 $= 2a \times 8 \times \frac{1}{2} = 8a = 58$

$\therefore a = \frac{58}{8} = \frac{29}{4}$

C. 某高中已有一個長 90 公尺、寬 60 公尺的足球練習場。若想要在足球練習場的外圍鋪設內圈總長度為 400 公尺的跑道，跑道規格為左右兩側各是直徑相同的半圓，而中間是上下各一條的直線跑道，直線跑道與足球練習場的長邊平行（如示意圖）。則圖中一條直線跑道 \overline{AB} 長度的最大可能整數值為 $\textcircled{19}\textcircled{20}\textcircled{21}$ 公尺。



答案 105

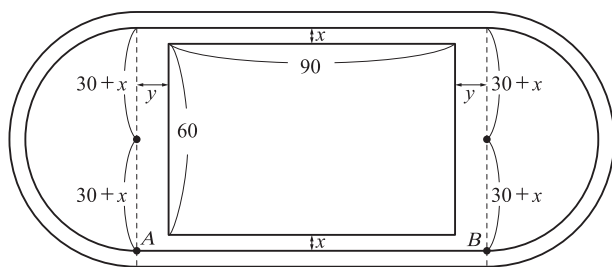
命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 素養題

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 158 頁類題 2

詳解 作圖如下



跑道內圈的總長度為

$$(\text{一個圓的圓周長}) + 2 \times \overline{AB} = 400$$

$$\text{即 } 2\pi(30+x) + 2 \times (90+2y) = 400$$

承上式，當 $x=0$ 時， $\overline{AB}=90+2y$ 有最大值

$$\therefore \overline{AB} = 200 - 30\pi \approx 200 - 94.26 = 105.74$$

即 \overline{AB} 長度的最大可能整數值為 105 公尺

- D. 某次選舉中進行甲、乙、丙三項公投案，每項公投案一張選票，投票人可選擇領或不領。投票結束後清點某投票所的選票，發現甲案有 765 人領票、乙案有 537 人領票、丙案有 648 人領票，同時領甲、乙、丙三案公投票的有 224 人，並且每個人都至少領了兩張公投票。根據以上資訊，可知同時領甲、乙兩案但沒有領丙案公投票者共有 22 23 24 人。

答案 215

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 集合的運算

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 77 ~ 78 頁範例 1 及類題

詳解 因為每個人都至少領兩張票

所以設只領甲、乙兩張票者有 x 人

只領乙、丙兩張票者有 y 人

只領甲、丙兩張票者有 z 人

而三張票都領者有 224 人

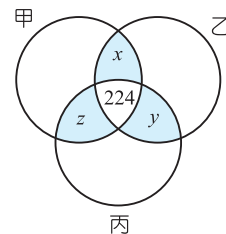
$$\therefore x+z+224=765 \Leftrightarrow x+z=541 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x+y+224=537 \Leftrightarrow x+y=313 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

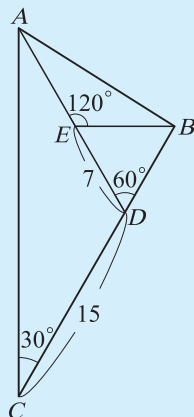
$$y+z+224=648 \Leftrightarrow y+z=424 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} - \textcircled{3} \text{ 得 } 2x=430 \quad \therefore x=215$$

\therefore 同時領甲、乙兩案但沒領丙案者共有 215 人



E. 如圖（此為示意圖），在 $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 交 \overline{BC} 於 D 點， \overline{BE} 交 \overline{AD} 於 E 點，且 $\angle ACB=30^\circ$ ， $\angle EDB=60^\circ$ ， $\angle AEB=120^\circ$ 。若 $\overline{CD}=15$ ， $\overline{ED}=7$ ，則 $\overline{AB}=\underline{\quad 25 \quad 26 \quad}$ 。



答案 13

命題出處 第三冊第一章 三角

測驗目標 餘弦定理

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第128頁範例7

詳解 如右圖

$\triangle BDE$ 為正三角形 $\therefore \overline{BE}=7$

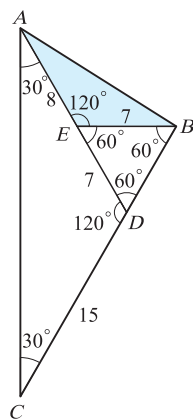
又 $\triangle ACD$ 為等腰三角形

$\therefore \overline{AD}=\overline{CD}=15$ ，則 $\overline{AE}=8$

在 $\triangle ABE$ 中，由餘弦定理知

$$\overline{AB}^2 = 7^2 + 8^2 - 2 \times 7 \times 8 \times \cos 120^\circ = 49 + 64 + 56 = 169$$

$\therefore \overline{AB}=13$



F. 坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z=0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z=6$ 上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值為 $\underline{\quad 27 \quad \sqrt{28} \quad}$ 。（化成最簡根式）

答案 $2\sqrt{3}$

命題出處 第四冊第一章 空間向量、第四冊第二章 空間中的平面與直線

測驗目標 立體圖形、兩平行平面的距離

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義·數學1-4冊》第201頁範例5

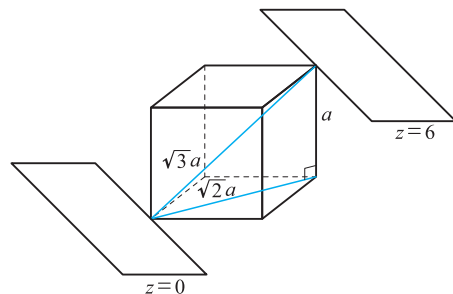
詳解 設正立方體的邊長為 a

又兩頂點最遠距離為 $\sqrt{3}a$

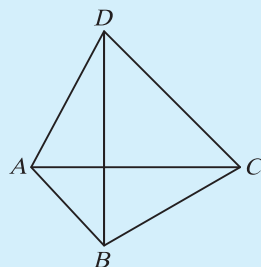
且兩平面 $z=0$ ， $z=6$ 的距離為6

$\therefore \sqrt{3}a=6$ 時，

$$a \text{ 有最小可能值 } \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$



G. 如圖（此為示意圖）， A, B, C, D 為平面上的四個點。已知 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ， \overrightarrow{AC} 、 \overrightarrow{BD} 兩向量等長且互相垂直，則 $\tan \angle BAD = \underline{\quad 29 \quad 30 \quad}$ 。



答案 -3

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 向量坐標表示法、向量內積

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義·數學 1-4 冊》第 169 頁範例 7

詳解 將平面四點坐標化，如右圖

$$\overrightarrow{AC} = (x, 0), \overrightarrow{BD} = (0, y-z)$$

$$\because |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$$

$$\Leftrightarrow x = y - z \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

$$\therefore (x-a, -z) = (a, z) + (a, y) = (2a, y+z)$$

$$\text{即 } x = 3a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

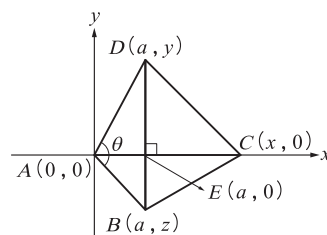
$$y = -2z \cdots \cdots \textcircled{3}$$

由①、②、③可得 $x = 3a, y = 2a, z = -a$

在 $\triangle ABD$ 中， $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2}a, |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{5}a$

$$\begin{aligned} \therefore \cos \angle BAD = \cos \theta &= \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AD}| |\overrightarrow{AB}|} \\ &= \frac{a^2 + yz}{\sqrt{10}a^2} = \frac{-a^2}{\sqrt{10}a^2} = -\frac{1}{\sqrt{10}} \end{aligned}$$

$$\therefore \tan \theta = -3$$



參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

$$\text{算術平均數 } \mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

$$\text{相關係數 } r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 = $\frac{1}{3}$ 底面積 \times 高

