# 大學入學考試中心 103 學年度學科能力測驗試題 數學考科

#### --作答注意事項---

考試時間:100分鐘

題型題數:單選題6題,多選題6題,選填題第A至H題共8題

作答方式:用2B鉛筆在「答案卡」上作答;更正時,應以橡皮擦擦拭,切勿

使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡,致機器掃描無法辨識答案

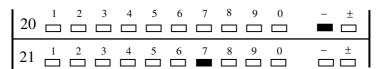
者,其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明:選填題的題號是 A,B,C,.....,而答案的格式每題可能不同,考生必須依各題的格式填答,且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例:若第 B 題的答案格式是  $\frac{18}{19}$  ,而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$  ,則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 □ 與第 19 列的 □ 畫記,如:

例:若第 C 題的答案格式是  $\frac{202)}{50}$  ,而答案是  $\frac{-7}{50}$  時,則考生必須分別在答案 卡的第 20 列的  $\frac{-7}{10}$  與第 21 列的  $\frac{7}{10}$  畫記,如:



※試題後附有參考公式及可能用到的數值

# 第壹部分:選擇題(占60分)

#### 一、單選題(占30分)

說明:第1題至第6題,每題有5個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項,請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者,得5分;答錯、未作答或畫記多於一個選項者,該題以零分計算。

- 1. 請問下列哪一個選項等於  $\log(2^{(3^5)})$ ?
  - (1)  $5\log(2^3)$
  - (2)  $3 \times 5 \log 2$
  - (3)  $5\log 2 \times \log 3$
  - (4)  $5(\log 2 + \log 3)$
  - $(5) 3^5 \log 2$
- - (1) (5,0,0)
  - (2) (5,5,0)
  - (3) (0,12,0)
  - (4) (0,0,0)
  - (5) (0,0,24)
- 3. 在坐標平面上,以 (1,1),(-1,1),(-1,-1) 及 (1,-1) 等四個點為頂點的正方形,與圓  $x^2+y^2+2x+2y+1=0$ 有幾個交點?
  - (1) 1 個
  - (2) 2 個
  - (3) 3 個
  - (4) 4 個
  - (5)0個

103 年學測 數學考科 第 2 頁 共 7 頁 4. 請問滿足絕對值不等式  $|4x-12| \le 2x$  的實數 x 所形成的區間, 其長度為下列哪一個選項?

- (1) 1
- (2)2
- (3)3
- (4) 4
- (5)6

5. 設  $(1+\sqrt{2})^6 = a+b\sqrt{2}$  , 其中 a,b 為整數。請問 b 等於下列哪一個選項?

- (1)  $C_0^6 + 2C_2^6 + 2^2C_4^6 + 2^3C_6^6$
- (2)  $C_1^6 + 2C_3^6 + 2^2C_5^6$
- (3)  $C_0^6 + 2C_1^6 + 2^2C_2^6 + 2^3C_3^6 + 2^4C_4^6 + 2^5C_5^6 + 2^6C_6^6$
- (4)  $2C_1^6 + 2^2C_3^6 + 2^3C_5^6$
- (5)  $C_0^6 + 2^2 C_2^6 + 2^4 C_4^6 + 2^6 C_6^6$

6. 某疾病可分為兩種類型:第一類占 70%,可藉由藥物 A 治療,其每一次療程的成功率為 70%,且每一次療程的成功與否互相獨立;其餘為第二類,藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型,且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下,進行第二次療程成功的條件機率最接近下列哪一個選項?

- (1) 0.25
- (2) 0.3
- (3) 0.35
- (4) 0.4
- (5) 0.45

## 二、多選題(占30分)

說明:第7題至第12題,每題有5個選項,其中至少有一個是正確的選項,請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定,所有選項均答對者,得5分;答錯1個選項者,得3分;答錯2個選項者,得1分;答錯多於2個選項或所有選項均未作答者,該題以零分計算。

- 7. 設坐標平面上, x 坐標與 y 坐標皆為整數的點稱為格子點。請選出圖形上有格子點的選項。
  - (1)  $y = x^2$
  - (2) 3y = 9x + 1
  - (3)  $y^2 = -x 2$
  - (4)  $x^2 + y^2 = 3$
  - (5)  $y = \log_9 x + \frac{1}{2}$
- 8. 關於下列不等式,請選出正確的選項。
  - (1)  $\sqrt{13} > 3.5$
  - (2)  $\sqrt{13} < 3.6$
  - (3)  $\sqrt{13} \sqrt{3} > \sqrt{10}$
  - (4)  $\sqrt{13} + \sqrt{3} > \sqrt{16}$
  - (5)  $\frac{1}{\sqrt{13} \sqrt{3}} > 0.6$
- 9. 一物體由坐標平面中的點 (-3,6)出發,沿著向量<sup>2</sup>所指的方向持續前進,可以進入第一象限。請選出正確的選項。
  - (1)  $\stackrel{\bigcirc}{v} = (1,-2)$
  - (2)  $\stackrel{\triangle}{v} = (1,-1)$
  - (3)  $\stackrel{\triangle}{v} = (0.001, 0)$
  - (4)  $\stackrel{\triangle}{v} = (0.001,1)$
  - (5)  $\stackrel{\triangle}{v} = (-0.001,1)$

- 10.設 f(x) 為實係數二次多項式,且已知 f(1)>0、 f(2)<0、 f(3)>0。
  - $\Rightarrow$  g(x) = f(x) + (x-2)(x-3),請選出正確的選項。
  - (1) y = f(x)的圖形是開口向下的拋物線
  - (2) y = g(x) 的 圖 形 是 開 口 向 下 的 拋 物 線
  - (3) g(1) > f(1)
  - (4) g(x) = 0 在 1 與 2 之間恰有一個實根
  - (5) 若  $\alpha$  為 f(x) = 0 的 最大 實 根 , 則  $g(\alpha) > 0$
- 11. 設  $a_1 = 1$ 且  $a_1, a_2, a_3, ...$  為 等 差 數 列 。 請 選 出 正 確 的 選 項 。
  - (1) 若  $a_{100} > 0$  ,則  $a_{1000} > 0$
  - (2) 若  $a_{100} < 0$ ,則  $a_{1000} < 0$
  - (3) 若  $a_{1000} > 0$  ,則  $a_{100} > 0$
  - (4) 若  $a_{1000} < 0$  ,則  $a_{100} < 0$
  - (5)  $a_{1000} a_{10} = 10(a_{100} a_{1})$
- 12.所謂某個年齡範圍的失業率,是指該年齡範圍的失業人數與勞動力人數之比, 以百分數表達(進行統計分析時,所有年齡以整數表示)。下表為去年某國四 個年齡範圍的失業率,**其中的年齡範圍有所重疊**。

請根據上表選出正確的選項。

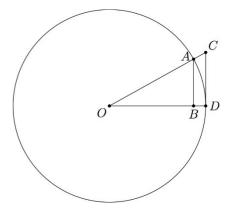
- (1) 在上述四個年齡範圍中,以 40~44 歲的失業率為最高
- (2) 40~44 歲勞動力人數多於 45~49 歲勞動力人數
- (3) 40~49 歲的失業率等於  $\left(\frac{13.17+7.08}{2}\right)$ %
- (4) 35~39 歲勞動力人數少於 40~44 歲勞動力人數
- (5) 如果 40~44 歲的失業率降低,則 45~49 歲的失業率會升高

# 第貳部分:選填題(占40分)

說明:1.第A至H題,將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(13-36)。 2.每題完全答對給5分,答錯不倒扣,未完全答對不給分。

A. 設圓 O 之半徑為 24, $\overline{OC} = 26$ , $\overline{OC}$  交圓 O 於 A 點, $\overline{CD}$  切圓 O 於 D 點,B 為 A 點到  $\overline{OD}$  的垂足,如右

邊的示意圖。則  $\overline{AB} = \frac{\boxed{\cancel{3}\cancel{14}\cancel{15}}}{\boxed{\cancel{16}\cancel{17}}}$ 。(化為最簡分數)



B. 坐標平面上, 若直線 y=ax+b(其中 a,b 為實數)與二次函數  $y=x^2$ 的圖形恰交於一

點,亦與二次函數  $y=(x-2)^2+12$  的圖形恰交於一點,則 a= 19 20。

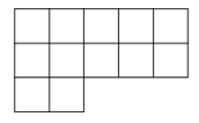
- C. 小鎮 A 距離一筆直道路 6 公里,並與道路上的小鎮 B 相距 12 公里。今欲在此道路上蓋一家超級市場使其與 A, B 等距,則此超級市場與 A 的距離須為  $21\sqrt{22}$  公里。(化為最簡根式)
- D. 坐標空間中有四點 A(2,0,0)、 B(3,4,2)、 C(-2,4,0)與 D(-1,3,1)。若點 P在直線 CD上

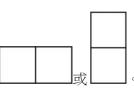
變動,則內積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 之最小可能值為 $\frac{23}{24}$ 。(化為最簡分數)

E. 設u,v為兩個長度皆為 1 的向量。若u+v與u的夾角為75°,則u與v的內積為



F. 一個房間的地面是由 12 個正方形所組成,如右 圖。今想用長方形瓷磚舖滿地面,已知每一塊 長方形瓷磚可以覆蓋兩個相鄰的正方形,即



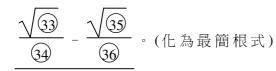


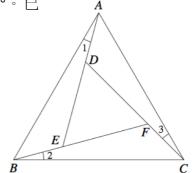
。則用 6 塊瓷磚舖滿房間地面

的方法有 ② ② 種。

- G. 已知 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 是一個轉移矩陣,並且其行列式(值)為 $\frac{5}{8}$ 。則 $a+d=\frac{30(3)}{32}$ 。(化為最簡分數)
- H. 如圖,正三角形 ABC 的邊長為 1,並且  $\angle 1=\angle 2=\angle 3=15^{\circ}$ 。已

知  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$  ,則正三角形 *DEF* 的邊長為





## 参考公式及可能用到的數值

- 1. 首項為a,公差為d的等差數列前n項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$  首項為a,公比為 $r(r^1 1)$ 的等比數列前n項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
- 2. 三角函數的和角公式:  $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$   $\cos(A+B) = \cos A \cos B \sin A \sin B$   $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 \tan A \tan B}$
- 3.  $\triangle ABC$  的正弦定理:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  (R 為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)  $\triangle ABC$  的餘弦定理:  $c^2 = a^2 + b^2 2ab\cos C$
- 4. 一維數據  $X: x_1, x_2, ..., x_n$ ,算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$ 標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n}((\sum_{i=1}^n x_i^2) n\mu_X^2)}$
- 5. 二維數據  $(X,Y):(x_1,y_1),(x_2,y_2),...,(x_n,y_n)$ ,相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^n (x_i \mu_X)(y_i \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$  迴歸直線(最適合直線)方程式  $y \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x \mu_X)$
- 6. 參考數值:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\pi \approx 3.142$
- 7. 對數值:  $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$