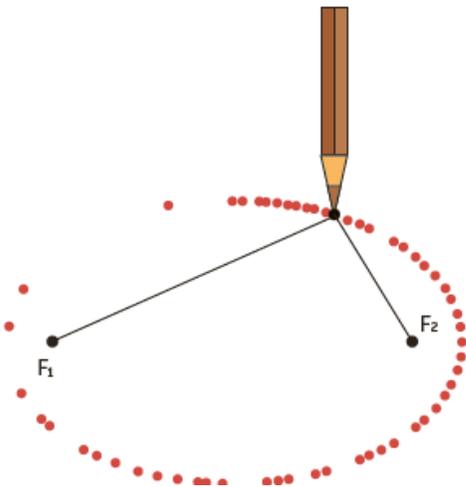


# Elipse

**Prof. Olavo**  
Matemática

# Elipse

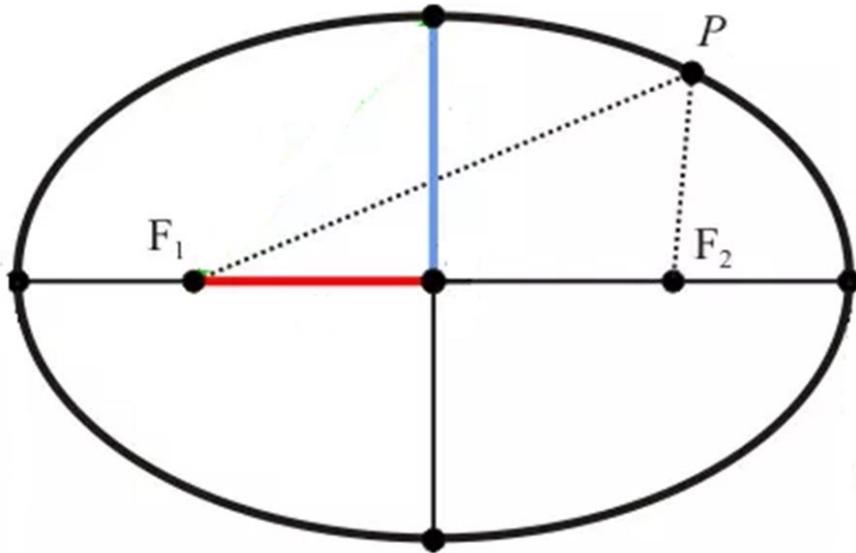
- Imagine um pedaço de barbante preso a dois pontos fixos,  $F_1$  e  $F_2$ , de modo que seu comprimento seja maior que a medida do segmento  $F_1F_2$ . Com um lápis, podemos esticar o barbante e, com ele esticado, desenhar uma curva, como sugere a ilustração:



A curva gerada pela ponta do lápis é uma elipse;  $F_1$  e  $F_2$  são os focos da elipse.

## Definição

Elipse é o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias a  $F_1$  e  $F_2$  é a constante  $2a$ .

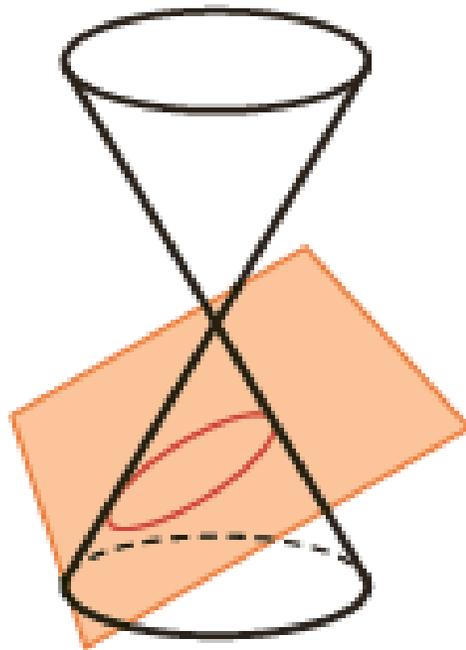


$$d_{P,F_1} + d_{P,F_2} = 2a$$

# Elipse

## Visão espacial

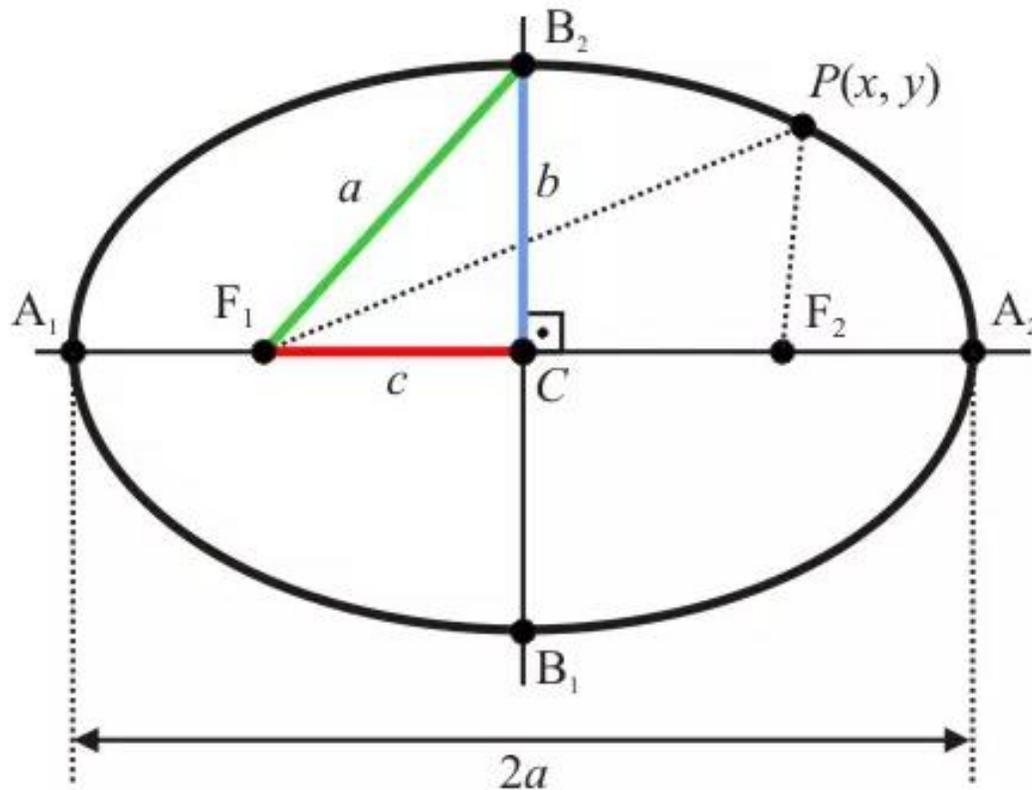
Elipse é uma figura obtida através de um corte oblíquo em um cone.



## Aplicações

- Os planetas movem-se em torno do Sol em trajetórias elípticas com o Sol num dos focos.
- As propriedades das elipses permitem a construção de refletores odontológicos, que são responsáveis pela concentração do foco de luz no dente que deve receber tratamento.

# Elipse



$F_1$  e  $F_2$  : focos.

$O$ :Centro da Elipse.

$F_1F_2$ =distância focal.

$2c$ =Comprimento da distância focal.

$A_1A_2$ = Eixo maior da Elipse

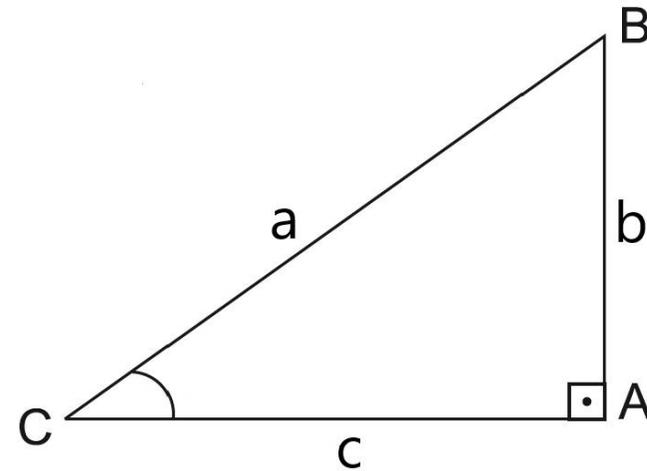
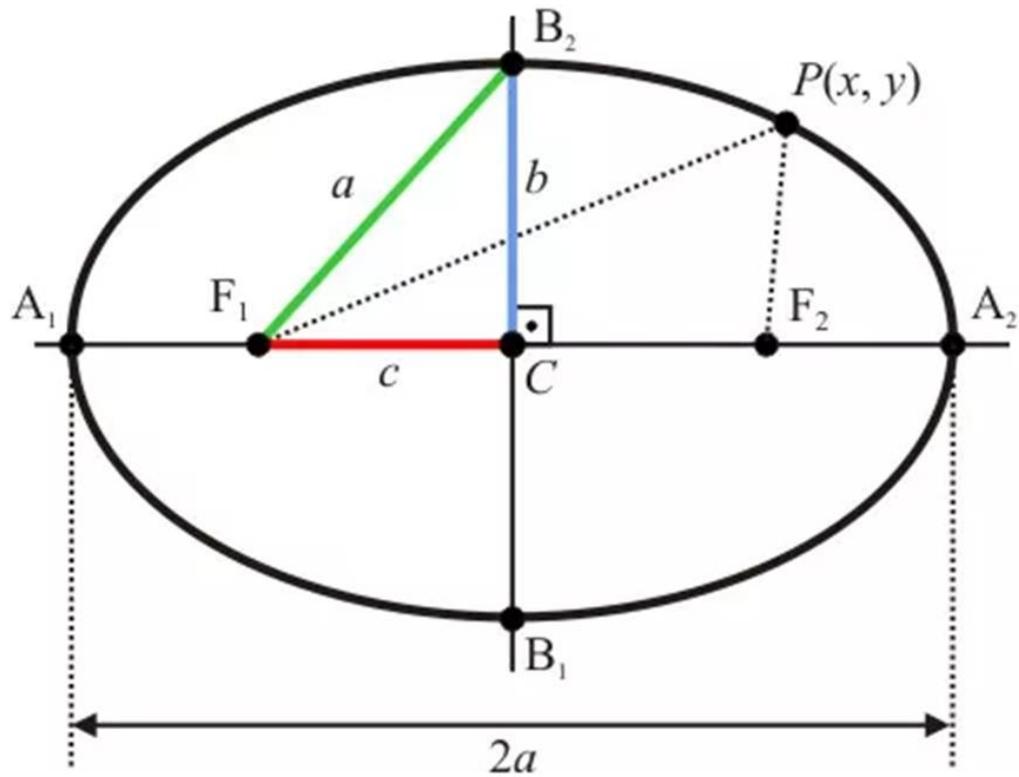
$2a$ = Comprimento do eixo maior.

$B_1B_2$ = Eixo menor da Elipse

$2b$ =Comprimento do eixo menor.

# Elipse

## Relação Importante



$$a^2 = b^2 + c^2$$

## Excentricidade

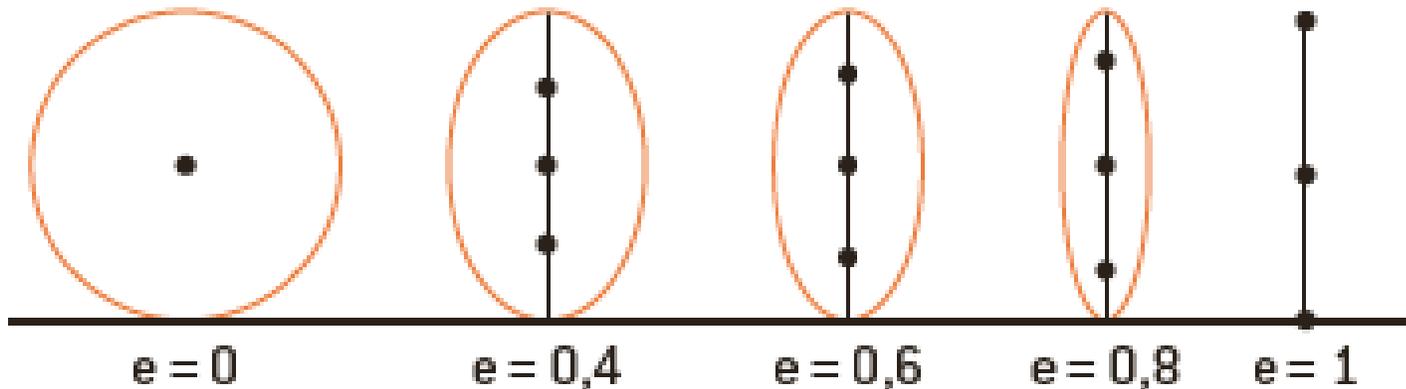
- Mede o grau de “achatamento” da elipse.

$$e = \frac{c}{a}$$

Com  $0 < e < 1$ .

# Elipse

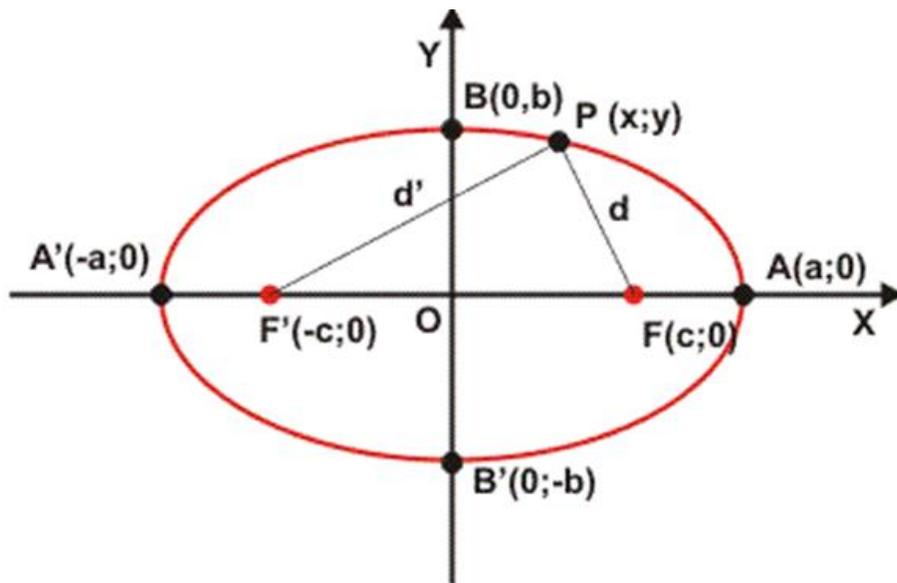
A medida que  $e$  tende a zero a elipse se aproxima de um círculo. E quanto mais próximo de 1, mais achatada ela fica.



# Elipse

## Equação da Elipse

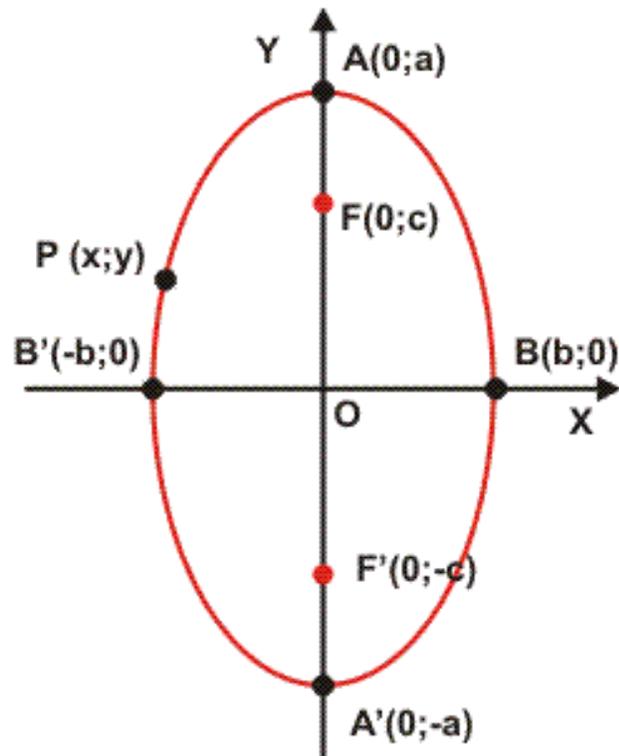
1º caso: Elipse com focos sobre o eixo x e centro na origem



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

# Elipse

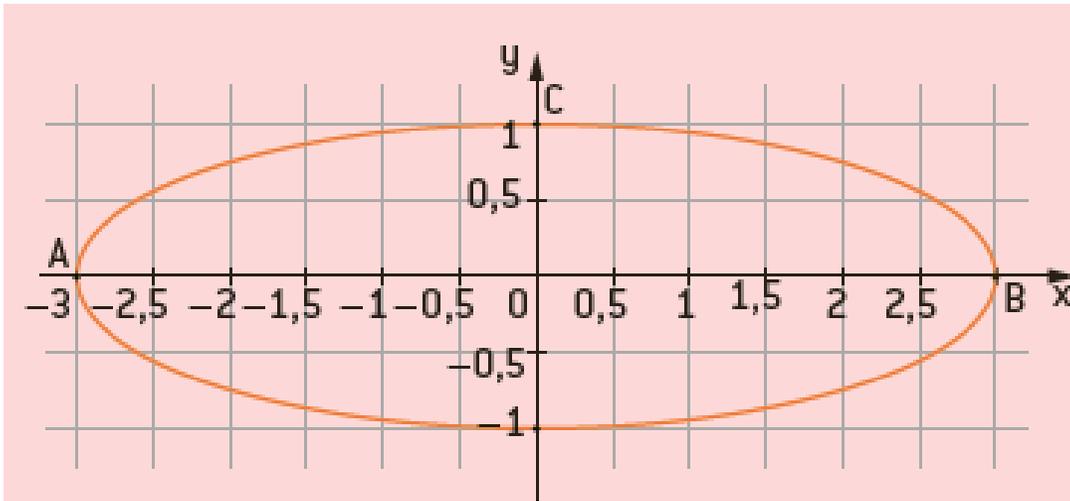
2º caso: Elipse com focos sobre o eixo y e centro na origem



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

## Exemplo 01

- Determine uma equação para a elipse que tem centro na origem do sistema cartesiano e vértices nos pontos A (3, 0), B (-3, 0), C (1,0) e D (-1,0).



$$a = 3$$

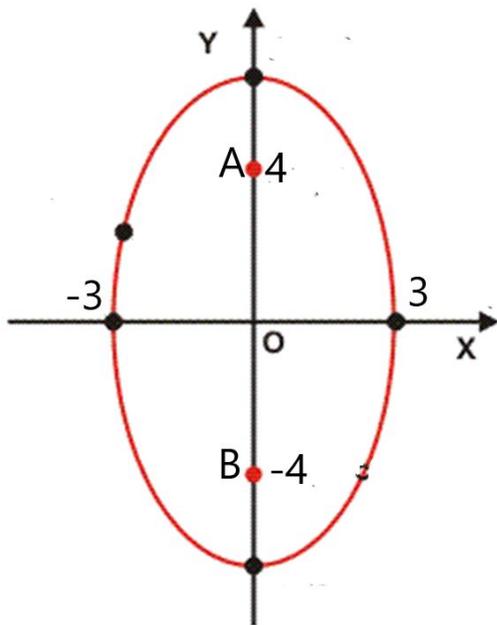
$$b = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$$

## Exemplo 02

- Determine uma equação para a elipse representada a seguir, que tem foco nos pontos A (0, 4) e B (0, -4) com centro no ponto (0,0) e eixo menor de medida 6.



Sendo  $2c$  a distancia focal, temos que:

$$2c=8 \quad \rightarrow \quad c=4$$

Sendo  $2b$  a medida do eixo menor, temos que:

$$2b=6 \quad \rightarrow \quad b=3$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$a^2=3^2+4^2$$

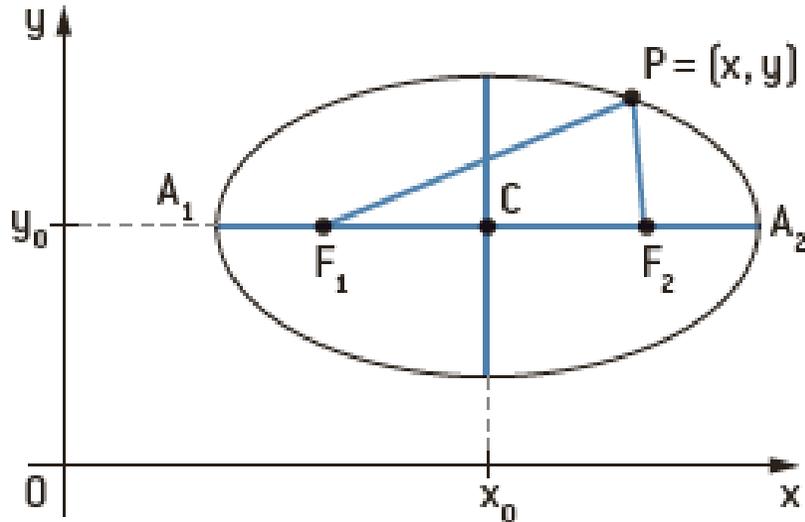
$$a^2=25$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

# Elipse

3º caso: Eixo Maior Paralelo ao eixo x

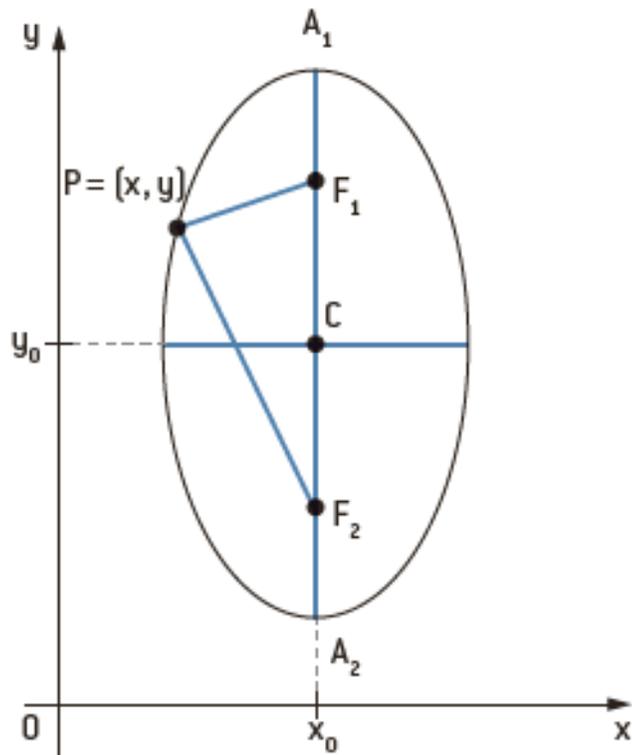


$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

Centro  $C(x_0, y_0)$

# Elipse

4º caso: Eixo Maior Paralelo ao eixo y



$$\frac{(x - x_0)^2}{b^2} + \frac{(y - y_0)^2}{a^2} = 1$$

Centro C(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>)

# OBRIQADO

**Prof. Olavo**  
Matemática