

MATEMÁTICA Função exponencial

1. (Enem 2019) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros. O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor X , o segundo \sqrt{X} , o terceiro $X^{\frac{1}{3}}$, o quarto X^2 e o último X^3 . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

- a) O primeiro.
- b) O segundo.
- c) O terceiro.
- d) O quarto.
- e) O quinto.

2. (Uece 2019) Se $f:]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbb{R}$ é a função real de variável real definida por $f(x) = e^{tgx}$, pode-se afirmar corretamente que a imagem ou conjunto de valores de f é o conjunto de todos os números

- a) reais.
- b) reais maiores do que zero e menores do que um.
- c) reais menores do que um.
- d) reais positivos.

3. (Mackenzie 2019) Se f é uma função tal que $f(1) = m$, $f(e) = n$ e $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, então $f(2 + e)$ é

- a) m
- b) n
- c) $m^2 \cdot n$
- d) $m \cdot n^2$
- e) $m^2 + n$

4. (Ufms 2019) Em um laboratório, são analisadas separadamente duas colônias de bactérias, tipo A e tipo B , presentes em uma substância líquida que promove a redução do número dessas bactérias. As funções $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ e $g: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, onde $f(x) = 5 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ e $g(x) = 8 \left(\frac{1}{3}\right)^x$ descrevem o número de bactérias do tipo A e B , respectivamente, em função do tempo em segundos. A partir de qual valor de x o número de bactérias do tipo A é maior do que o número de bactérias do tipo B ?

- a) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{5}$
- b) $\log_{\frac{5}{8}} \frac{2}{3}$
- c) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{5}{8}$
- d) $\log_{\frac{3}{2}} \frac{8}{5}$
- e) $\log_{\frac{8}{5}} \frac{2}{3}$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

5. (Eear 2019) Considere que o número de células de um embrião, contadas diariamente desde o dia da fecundação do óvulo até o 30º dia de gestação, forma a sequência: 1, 2, 4, 8, 16, ...

A função que mostra o número de células, conforme o número de dias x , é $f: \{x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 30\} \rightarrow \mathbb{N}$; $f(x) =$

- a) 2^{x-1}
- b) $2x - 1$
- c) $2^x - 1$
- d) $x^2 - 1$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

GABARITO:

Resposta da questão 1: [C]

Tem-se que, dado $0 < a < 1$, temos $a^\alpha < a^\beta$ se, e somente se, $\alpha > \beta$, quaisquer que sejam α e β reais. Logo, sendo $0 < X < 1$, vem $X^3 < X^2 < X < X^{\frac{1}{2}} < X^{\frac{1}{3}}$.

Em consequência, podemos afirmar que o terceiro país obteve o maior IDH.

Resposta da questão 2: [D]

Tem-se que $e^\alpha > 0$ para todo α real. Dessa forma, temos $e^{tg x} > 0$ para todo $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Ademais, como $e^{tg x}$ tende a zero quando x tende a $-\frac{\pi}{2}$, e tende a $+\infty$ quando x tende a $\frac{\pi}{2}$, segue que a imagem de f é o conjunto dos números reais positivos.

Resposta da questão 3: [C]

Tem-se que

$$\begin{aligned} f(2+e) &= f(1+(1+e)) \\ &= f(1) \cdot f(1+e) \\ &= f(1) \cdot f(1) \cdot f(e) \\ &= m^2 \cdot n. \end{aligned}$$

Resposta da questão 4: ANULADA

Questão anulada no gabarito oficial.

Tem-se que

$$\begin{aligned} f(x) > g(x) &\Leftrightarrow \frac{5}{2^x} > \frac{8}{3^x} \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x > \frac{8}{5} \\ &\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{3}{2}\right)^x > \log_3 \frac{8}{5} \\ &\Leftrightarrow x > \log_3 \frac{8}{5} = \log_2 \frac{5}{8}. \end{aligned}$$

Portanto, segue que existem duas alternativas corretas.

Resposta da questão 5: [A]

Do enunciado, a sequência pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{x-1}, x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 30$$

Assim,

$$f(x) = 2^{x-1}, x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 30$$