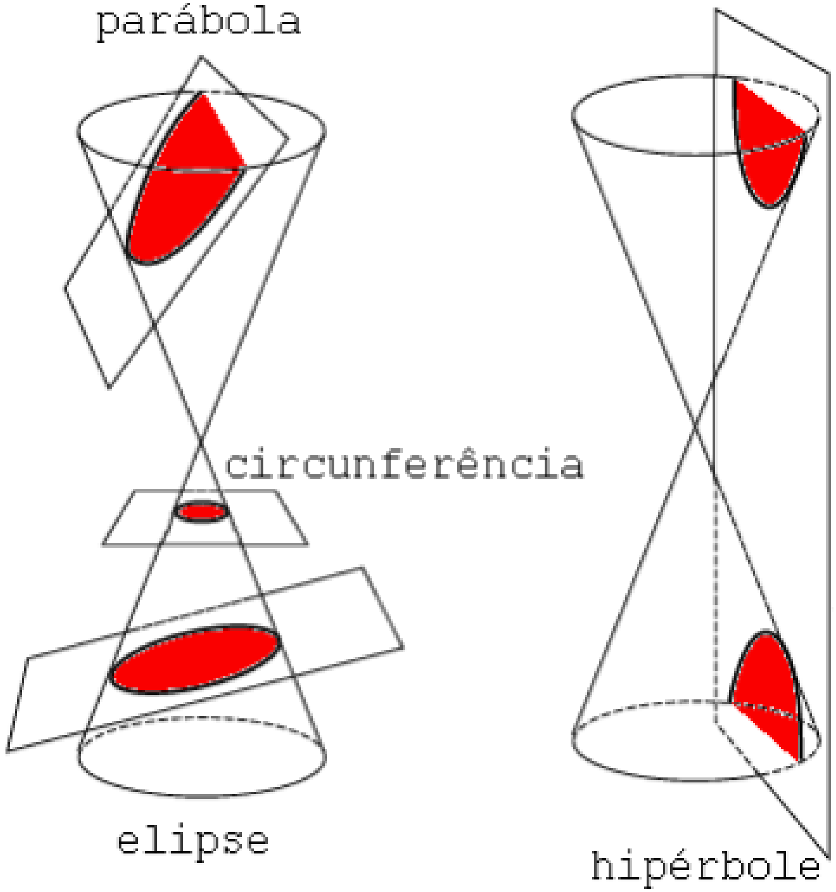
Hipérbole

Prof. Guilherme Furlan
Matemática

Curvas cônicas

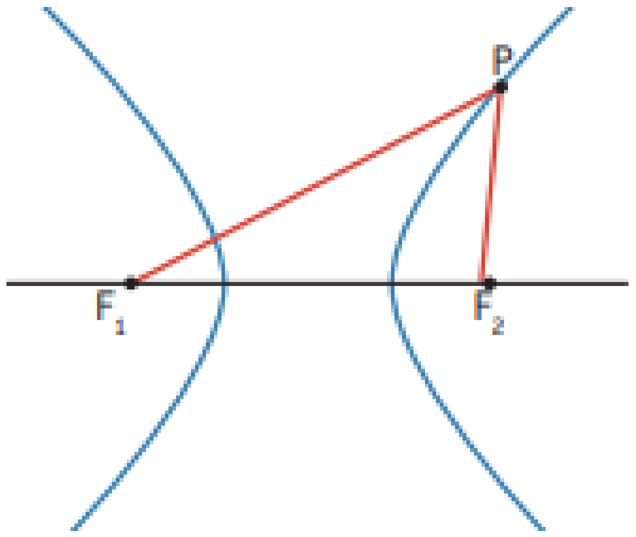
As chamadas curvas cônicas (circunferência, elipse, parábola e hipérbole) são seções planas numa superfície cônica ilimitada



(Disponível em: https://www.coladaweb.com . Acesso em: 20 outubro 2020).

Definição

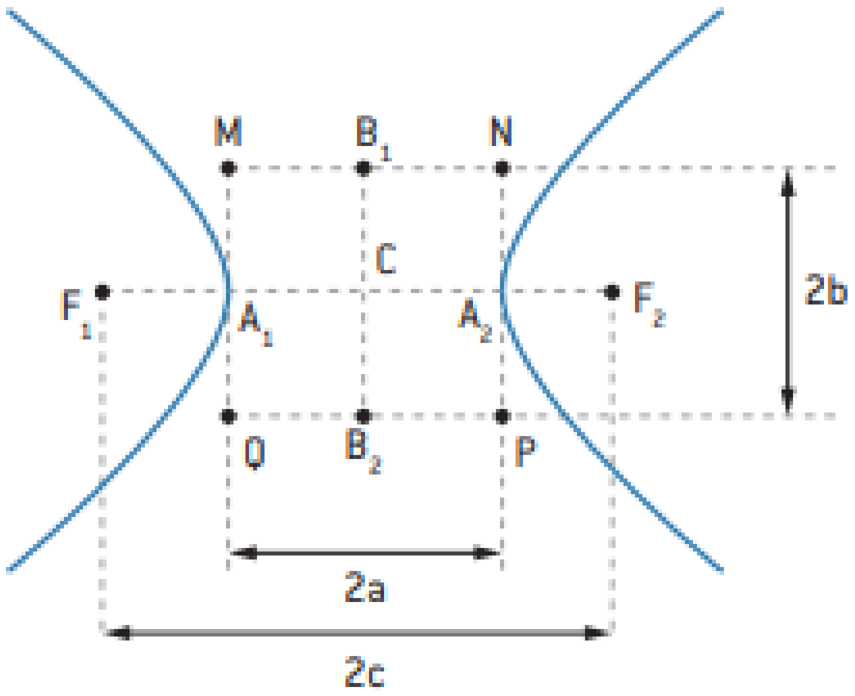
Hipérbole é o lugar geométrico dos pontos de um plano cujo módulo da diferença das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante. Essa constante será representada por 2a, sendo a real e positivo.



$$|PF_1 - PF_2| = 2a$$

Elementos da hipérbole

Seja a hipérbole representada por:



Focos: F1 e F2

Vértices: A1 e A2

Eixo real ou transverso: A1A2 = 2a

Eixo imaginário ou conjugado: B1B2 = 2b

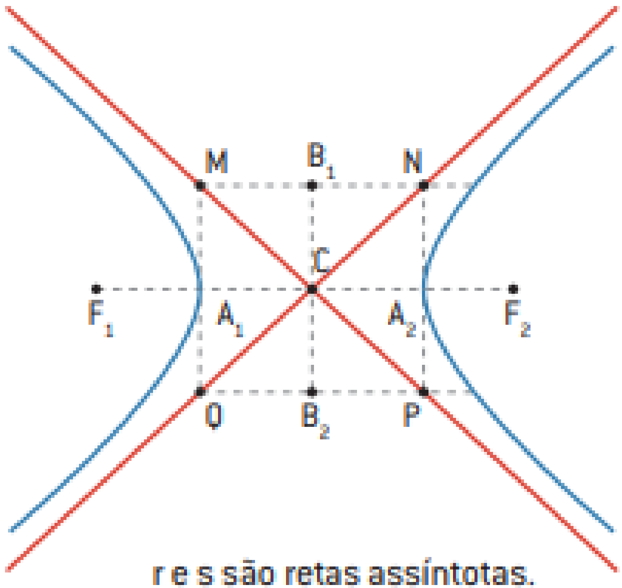
Distância focal: F1F2 = 2c

O retângulo MNPQ é o retângulo de referência da hipérbole

Livro - Pearson

Elementos da hipérbole

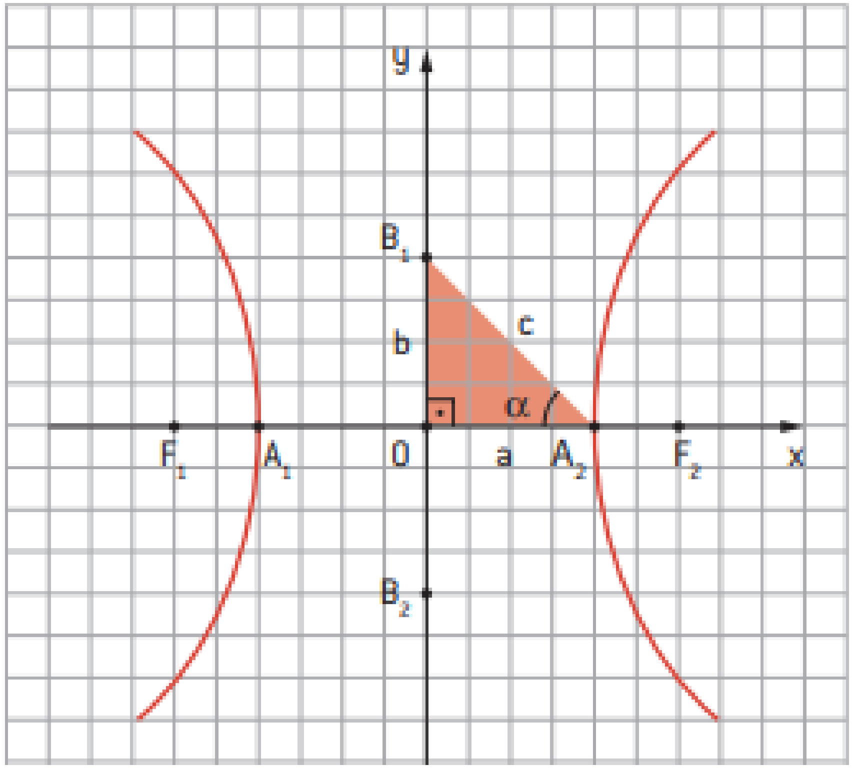
Além desses elementos, vale destacar as retas assíntotas da hipérbole, que contêm as diagonais do retângulo de referência. A hipérbole tende a ficar cada vez mais próxima das retas assíntotas, sem jamais tocá-las.



r e s são retas assíntotas.

Propriedades

Considere a hipérbole representada a seguir:



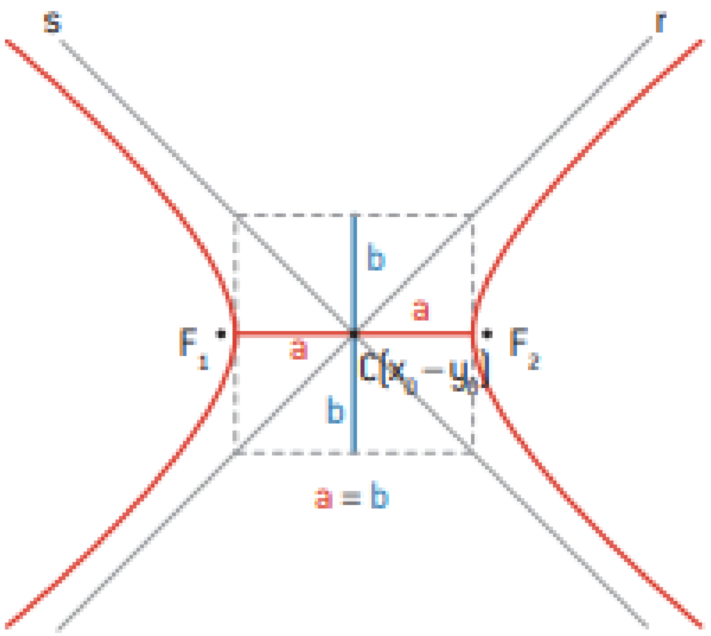
Excentricidade: $e = c/a$

$e > 1$

$c^2 = b^2 + a^2$

Hipérbole equilátera

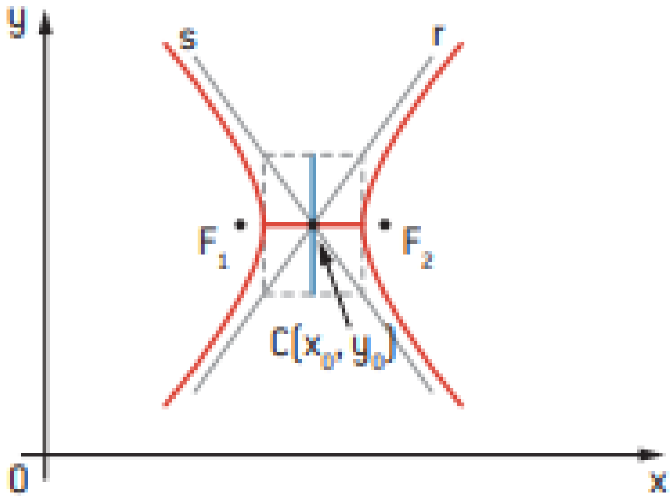
Se b = a, temos que o retângulo de referência é um quadrado e a hipérbole é denominada equilátera



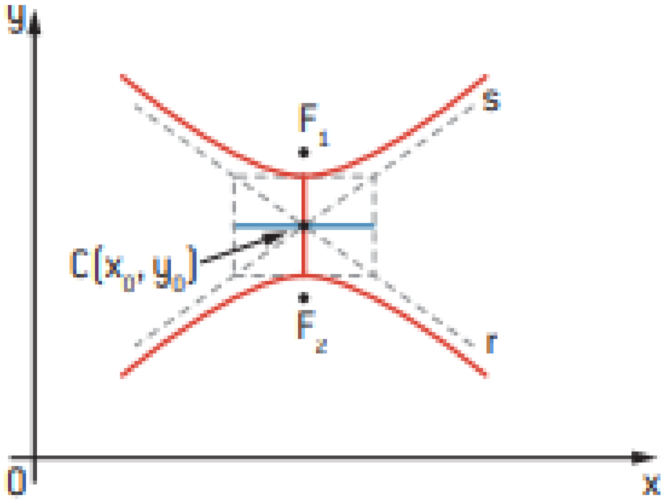
Livro - Pearson

Assíntotas

As retas r e s, assíntotas, passam pelo centro C (x0, y0) da hipérbole.



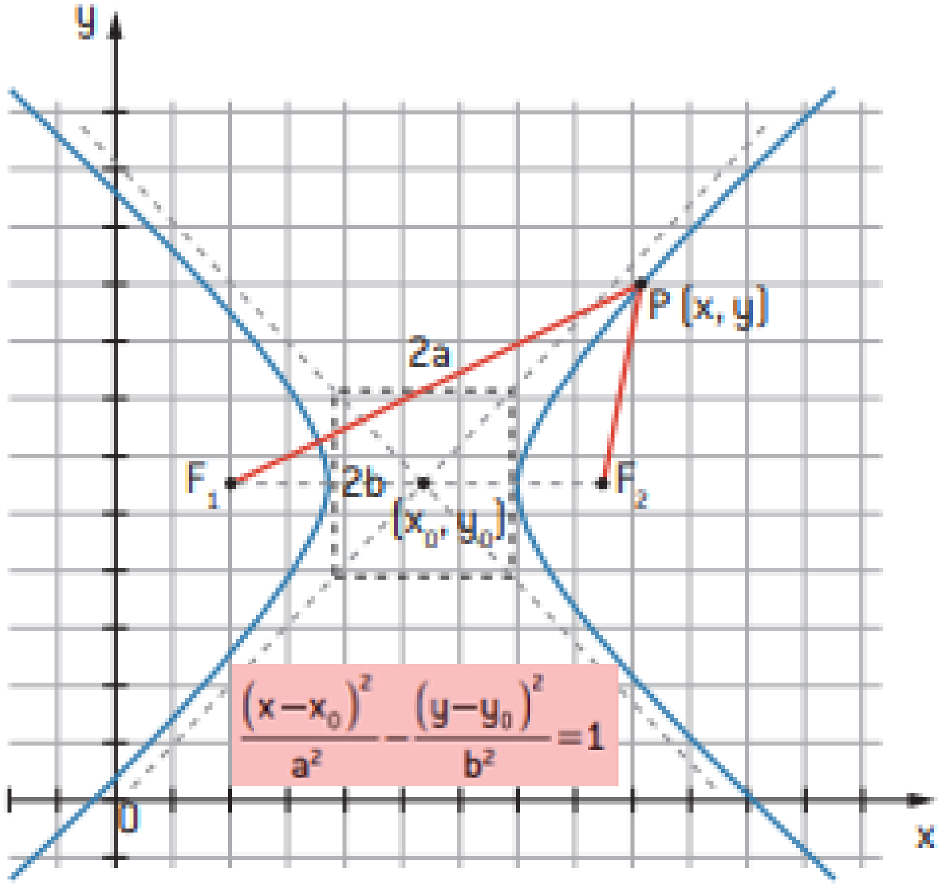
Eixo real paralelo ao eixo da abscissas: b/a e –b/a

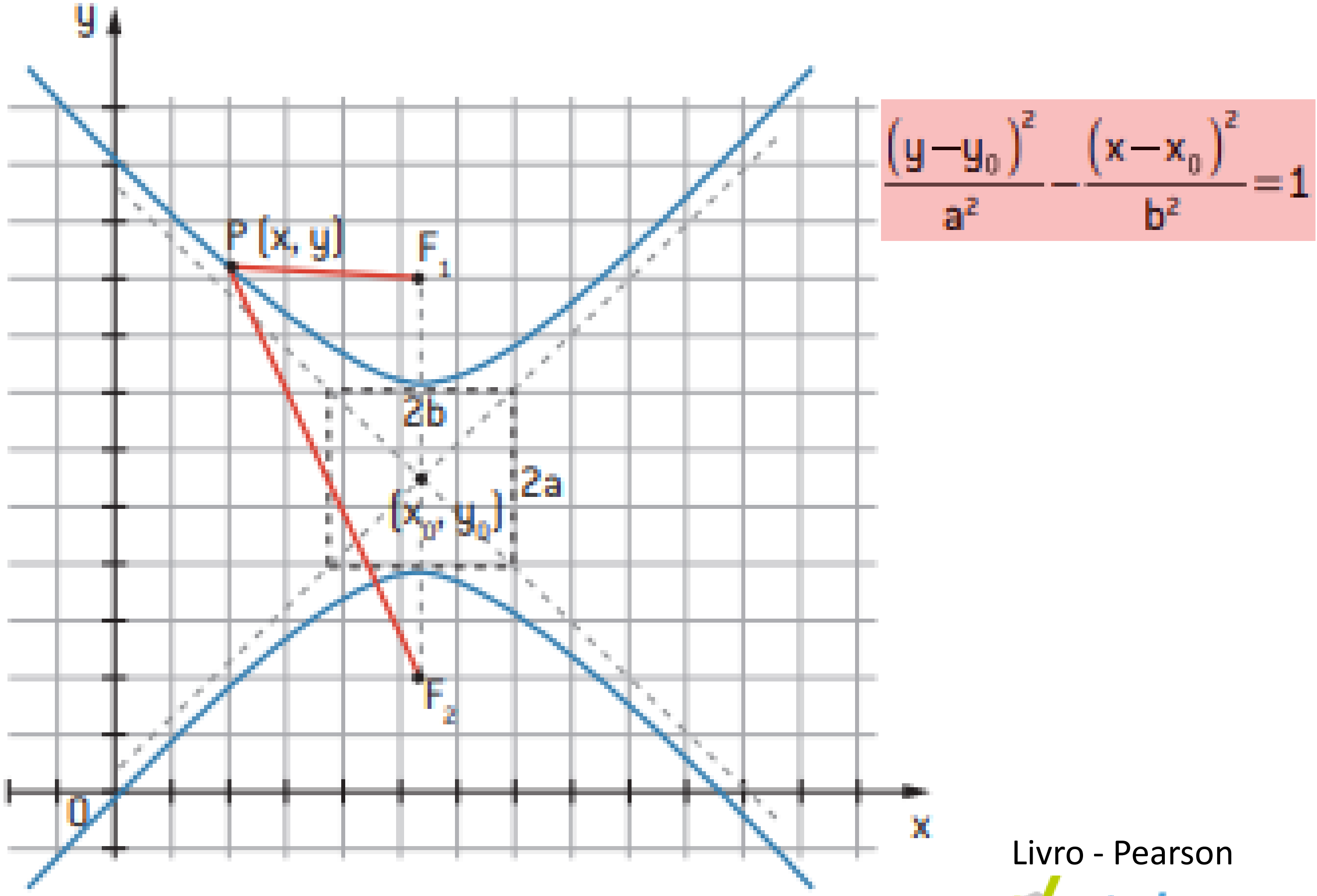


Eixo real paralelo ao eixo das ordenadas: a/b e –a/b

Equação reduzida da hipérbole

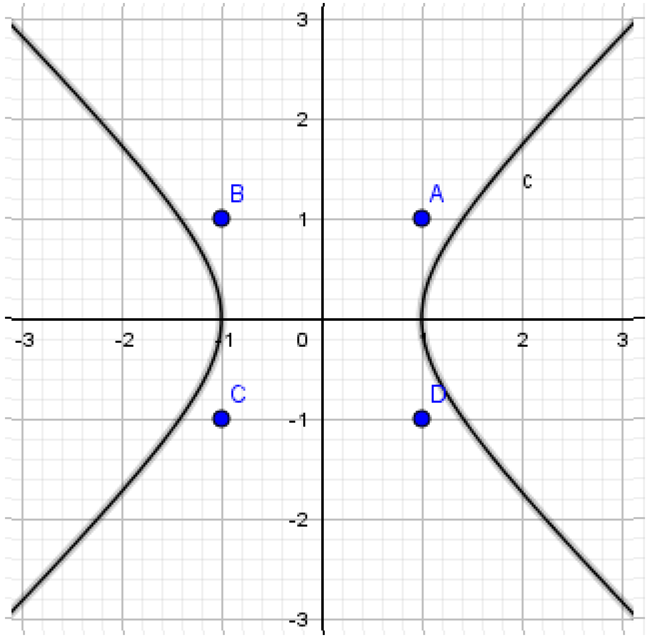
Considere uma hipérbole de centro C = (x0, y0)





Exemplo 01

Determine a equação e faça a representação gráfica para a hipérbole que tem o eixo real contido no eixo das abscissas e cujos vértices do retângulo de referência sejam A (1, 1), B (–1, 1), C (–1,–1) e D (1,–1).

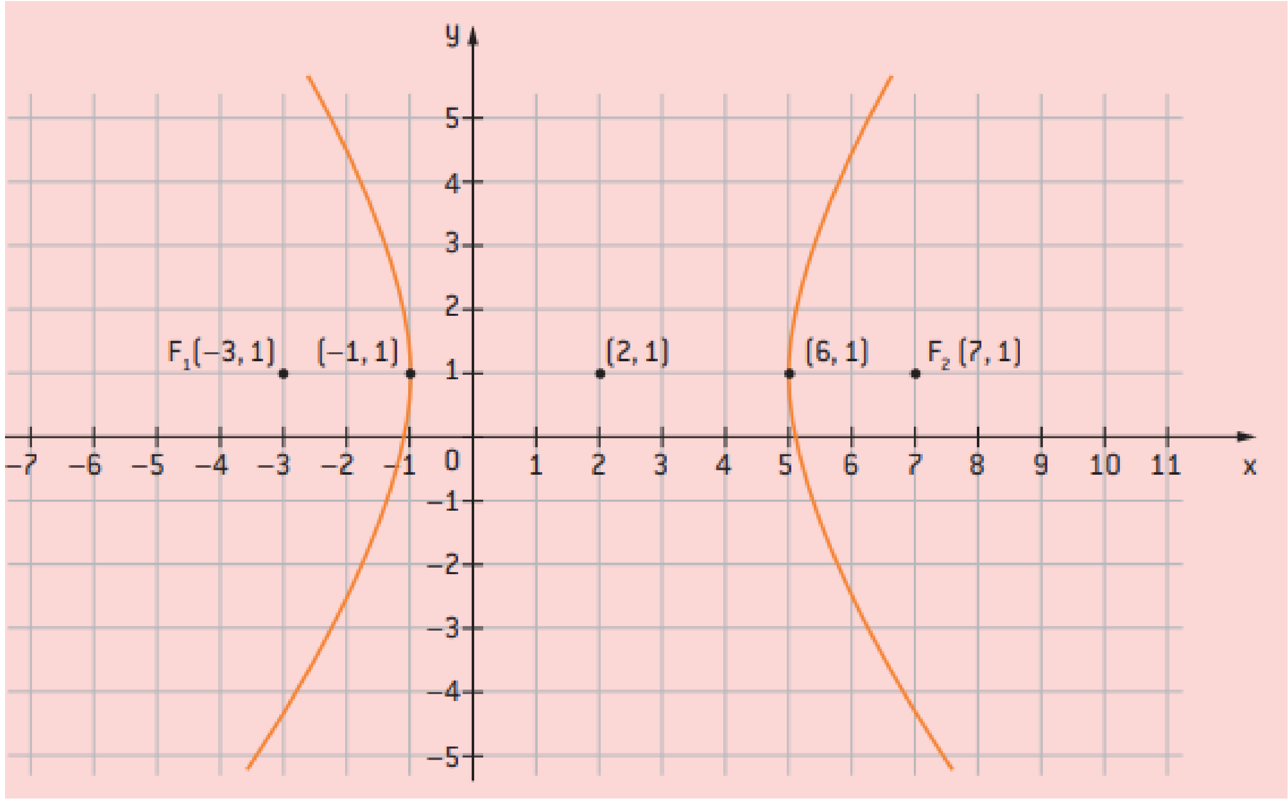


a = 1
b = 1
c = √2

$$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{1} = 1$$

Exemplo 02

Determine uma equação para a hipérbole representada a seguir, que tem focos nos pontos F1 (−3, 1) e F2 (7, 1), centro no ponto (2, 1) e vértices nos pontos (−1, 1) e (5, 1):



a = 3
b = 4
c = 5

$$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

Livro - Pearson

Exemplo 03

Determine as equações das retas assíntotas da hipérbole cuja equação é dada por: $\frac{(x-2)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

Sabe-se que a hipérbole está “deitada” (b/a e –b/a)

a = 5
b = 2

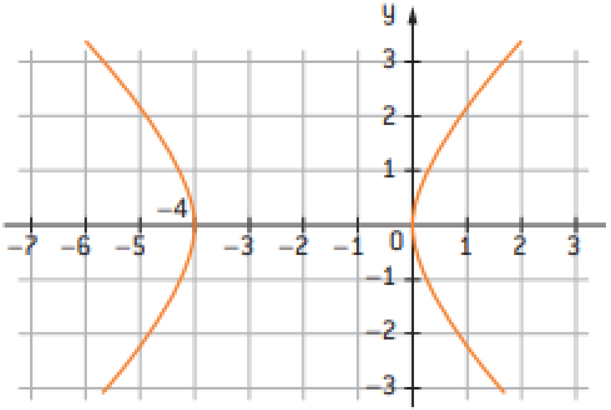
As assíntotas passam pelo centro (2, 1).

r: $y = \frac{2x}{5} + \frac{1}{5}$ e s: $y = -\frac{2x}{5} + \frac{9}{5}$

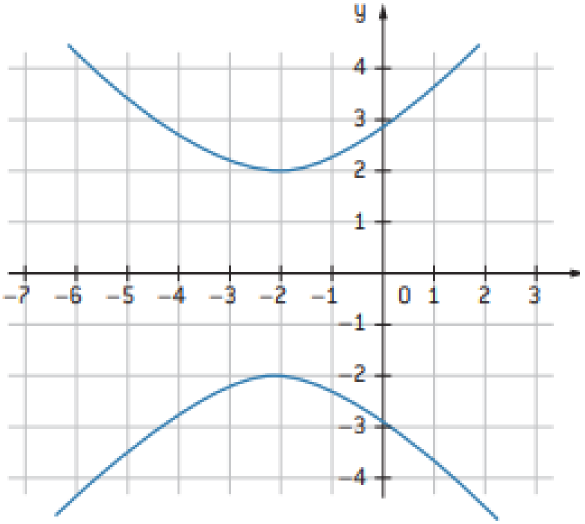
Exemplo 04

O gráfico que melhor representa a curva de equação $x^2 - y^2 = 4$ é:

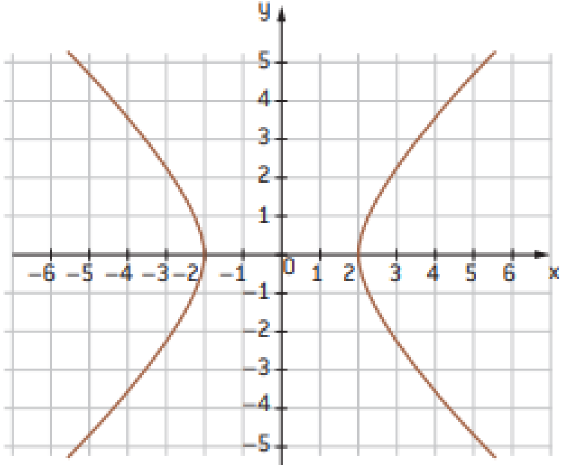
a.



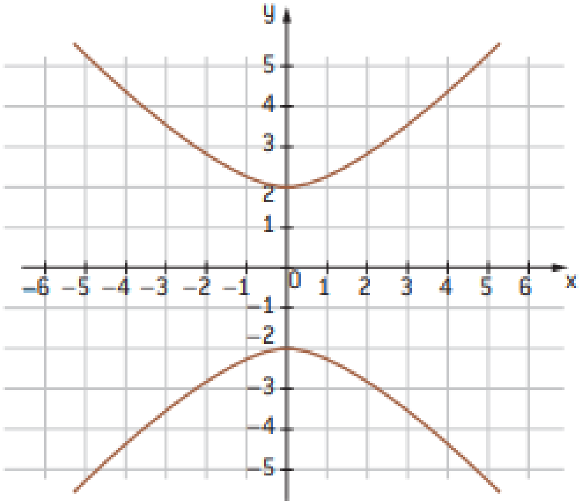
b.



X c.



d.



$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$$

OBRIGADO

Prof. Guilherme Furlan
Matemática