Matrizes
Multiplicação

Prof. Dé

Matemática

Multiplicação de matrizes

O produto (linha por coluna) de uma matriz $A = (a_{ij})_{m \times p}$ por uma matriz $B = (b_{ij})_{p \times n}$ é uma matriz $C = (c_{ij})_{m \times n}$, de modo que cada elemento c_{ij} é obtido multiplicando-se ordenadamente os elementos da **linha *i*** de *A* pelos elementos da **coluna *j*** de *B*, e somando-se os produtos assim obtidos .

$$A_{3 \times 7} . B_{7 \times 5} = C_{3 \times 5}$$

$$A_{5 \times 7} . B_{7 \times 1} = C_{5 \times 1}$$

Multiplicação de matrizes

Exemplo 1: Calcule.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Multiplicação de matrizes

Exemplo 3: Dadas as matrizes A = $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, obter *AB* e *BA*, caso existam.

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Note que a multiplicação de matrizes não é comutativa, ou seja, em geral AB ≠ BA.

Caso aconteça AB = BA, dizemos que A e B são matrizes comutáveis.

Multiplicação de matrizes

Associativa

$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

$(A \cdot B) \cdot C \neq A \cdot (C \cdot B)$

Distributiva

$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$A \cdot (B + C) \neq A \cdot B + C \cdot A$

Potência

$A^2 = A \cdot A$

(A deve ser uma matriz quadrada)

$A^3 = A \cdot A \cdot A$

$A^0 = I$

Comutativa

$A \cdot B \neq B \cdot A$

Elemento Neutro

$A \cdot I = I \cdot A = A$

Multiplicação de matrizes

Classifique V ou F

(**F**) $A \,.\, B = B \,.\, C \Rightarrow A = C$

Contra-exemplo: se B for a matriz nula, A pode ser diferente de C.

(**F**) $A \,.\, B = O \Rightarrow A = O$ ou $B = O$.

Contra-exemplo: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(**F**) $A^n = O \Rightarrow A = O$. Contra-exemplo: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Multiplicação de matrizes

(**F**) $(A + B)^2 = A^2 + 2 \,.\, A \,.\, B + B^2$

$(a + b)^2 = a^2 + 2 \,.\, a \,.\, b + b^2$

$(A + B)^2 = \quad (A + B) \,.\, (A + B) = \qquad A^2 \; + A \,.\, B \quad + B \,.\, A \quad + B^2$

(**V**) $(A \,.B)^t = B^t \,.\, A^t$

(**V**) $(A \,.B)^{-1} = B^{-1} \,.\, A^{-1}$