Teorema de Jacobi e Propriedades de determinantes

Prof. Dé
Matemática

Propriedades

$|A| = |A^t|$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}$$

Propriedades

Det = 0 (nulo)

Fila nula: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ g & h & i \end{vmatrix} = 0$

Filas iguais: $\begin{vmatrix} a & a & c \\ d & d & f \\ g & g & i \end{vmatrix} = 0$

Filas proprocionais:

$$\begin{vmatrix} a & b & 3a \\ d & e & 3d \\ g & h & 3g \end{vmatrix} = 0$$

Combinação linear:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -2 & 5 & 3 \\ 3 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Propriedades

II) Det não se altera (teorema de Jacobi)

Criar matrizes equiparáveis.

Exemplo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 1 & -1 & 5 \\ 3 & 6 & 2 \end{vmatrix} = \boxed{-1}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 1 & -1 & 5 \\ 3 & 6 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\boxed{C_3 \to C_3 + C_2}} \begin{vmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 1 & -1 & 4 \\ 3 & 6 & 8 \end{vmatrix} = \boxed{-1}$$

Propriedades

Multiplicar uma fila por uma constante, o determinante também será multiplicado pela mesma constante.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k \qquad \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2k$$

Propriedades

V) $|kA| = k^n . |A|$, onde n é a ordem da matriz.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k \qquad \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 2d & 2e & 2f \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix} = 2^3k$$

Propriedades

$$|A^2| = |A|^2$$

Propriedades

VII) Trocar filas paralelas, troca o sinal do det

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k \qquad \begin{vmatrix} g & h & i \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = -k$$

Propriedades

Teorema de Binet

O det. do produto é igual ao produto dos determinantes.

$$|A \,.\, B| = |A| \,.\, |B|$$

Matriz inversa : $\left|A^{-1}\right| = \dfrac{1}{|A|}$

Matriz Triangular : Produto da diagonal principal.

Dado o determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5,$ calcule

a. $\begin{vmatrix} a & p & x \\ b & q & y \\ c & r & z \end{vmatrix}$ **= 5**

Dado o determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5,$ calcule

b. $\begin{vmatrix} c & b & a \\ r & q & p \\ z & y & x \end{vmatrix}$ **= -5**

Dado o determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5,$ calcule

c. $\begin{vmatrix} c & a & b \\ r & p & q \\ z & x & y \end{vmatrix}$ **= 5**

Dado o determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5,$ calcule

d. $\begin{vmatrix} a & 14b & c \\ p & 14q & r \\ x & 14y & z \end{vmatrix}$ **= 70**

Dado o determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5,$ calcule

e. $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 2p & 2q & 2r \\ 2x & 2y & 2z \end{vmatrix}$ **= 40**

Dado o determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5,$ calcule

f. $\begin{vmatrix} a & b & 10a \\ p & q & 10p \\ x & y & 10x \end{vmatrix}$ **= 0**