

Determinantes

Teorema de Laplace

Prof. Dé
Matemática

Determinantes

Determinantes: ordem superior a 3

Menor Complementar

Exemplo 4: Calcule o menor complementar D_{23} da matriz A.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ 6 & 2 & \blacksquare \end{pmatrix}$$

Resolução:

$$D_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2$$

Cofator

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$$

Exemplo 5: Calcule o cofator A_{21} da matriz abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} \blacksquare & 1 & 5 \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

Resolução:

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot D_{21} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = -3$$

Determinantes

Determinantes: ordem superior a 3

Menor Complementar

Exemplo 4: Calcule o menor complementar D_{23} da matriz A.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 7 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Resolução:

$$D_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2$$

Cofator

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$$

Exemplo 5: Calcule o cofator A_{21} da matriz abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Resolução:

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot D_{21} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = -3$$

Determinantes

Determinantes: ordem superior a 3

Lei de Laplace

$$\sum a_{ij}(-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$$

Exemplo 6: Calcule o det A usando teorema de Laplace.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Resolução:

$$\det A = 2 (-1)^2(9 + 6 + 0 + 0 - 9 + 12) + 2 (-1)^3(-3 + 0 - 2 - 1 + 3 + 0) =$$
$$2 \cdot 1 \cdot 18 + 2 \cdot -1 \cdot -3 = 36 + 6 = \mathbf{42}$$

Determinantes

Determinantes: ordem superior a 3

Teorema de Gauss

Exemplo 7: Calcule o determinante abaixo usando teorema de Gauss.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & 2 \\ 6 & 4 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \\ 9 & 7 & 8 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{C_1 \div 3} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 8 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -5 \end{vmatrix} =$$

Resolução:

$$0 - 4 + 3 + 2 + 0 - 15 = -14$$

$$-14 \cdot 3 = -42$$

Determinantes

Determinantes: ordem superior a 3

Extra - Teorema de Gauss

Exemplo 8: Calcule o determinante abaixo usando teorema de Gauss.

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & -2 \\ 4 & 7 & 3 & -8 \\ -1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & -6 & -3 & 9 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 3 & 7 & 4 & -8 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \\ -3 & -6 & 2 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -13 & 11 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

Resolução:

$$-39 - 22 = -61$$

$$-61 \cdot -1 = \mathbf{61}$$

Determinantes

Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, qual o valor de $|A|$