

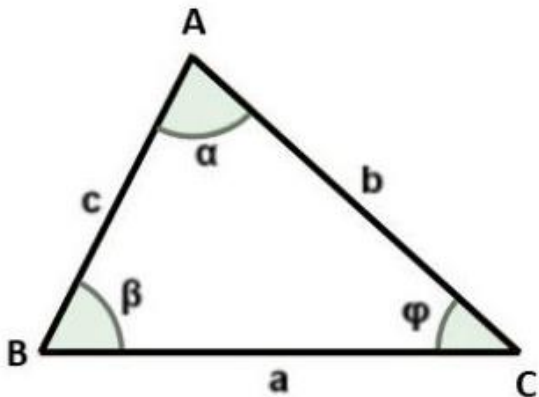
Teorema dos Cossenos

Prof. Olavo
Matemática

Teorema dos Cossenos

Definição

- Teorema dos Cossenos:
- Em qualquer triângulo, o quadrado da medida de um lado é igual a soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados menos duas vezes o produto dessas medidas pelo cosseno do ângulo por eles formado.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c. \cos \alpha$$

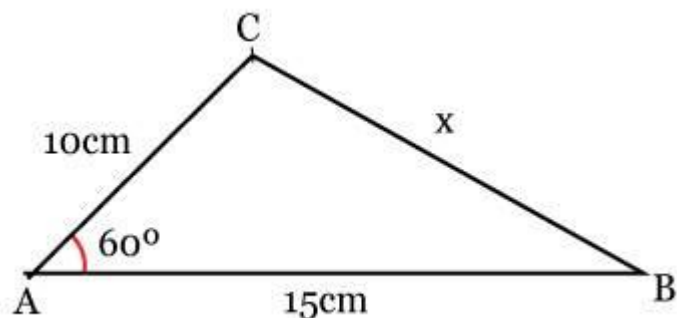
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c. \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b. \cos \varphi$$

Teorema dos Cossenos

Exemplo 01

Qual o valor de x ?



$$x^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 100 + 225 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 0,5$$

$$x^2 = 100 + 225 - 150$$

$$x^2 = 175$$

$$x = \sqrt{175}$$

$$x = 5\sqrt{7}$$

Teorema dos Cossenos

Exemplo 02

(ACAFE 2015/2) V ou F :

Dois ciclistas partem, em linha reta, seguindo em direções que formam entre si um ângulo de 120° . Um deles pedala a 600 metros por minuto e outro a 800 metros por minuto. Assim, depois de 15 minutos de pedaladas, a distância que os separa é de 18 km aproximadamente.

Ciclista B:

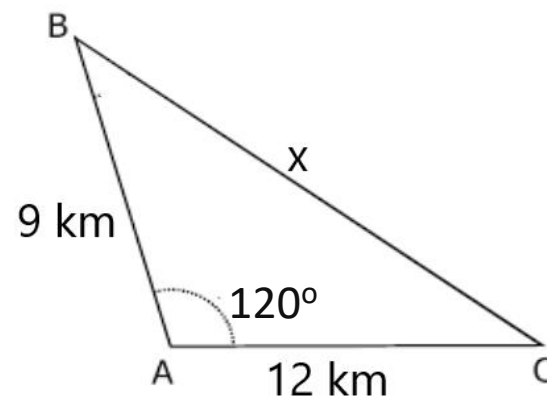
$$600 \cdot 15 = 9000\text{m}$$

9km

Ciclista C:

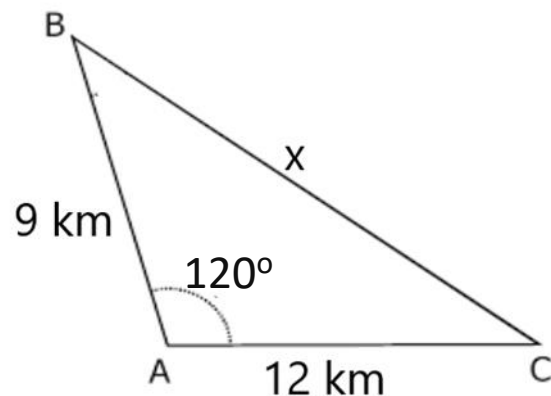
$$800 \cdot 15 = 12000\text{m}$$

12km



(Disponível em: <http://www.afe.org.br>. Acesso em: 20 outubro 2020).

Teorema dos Cossenos



$$x^2 = 9^2 + 12^2 - 2 \cdot 9 \cdot 12 \cdot \cos 120^\circ$$

$$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -0,5$$

$$x^2 = 81 + 144 - 2 \cdot 9 \cdot 12 \cdot (-0,5)$$

$$x^2 = 81 + 144 + 108$$

$$x^2 = 333$$

$$x = \sqrt{333}$$

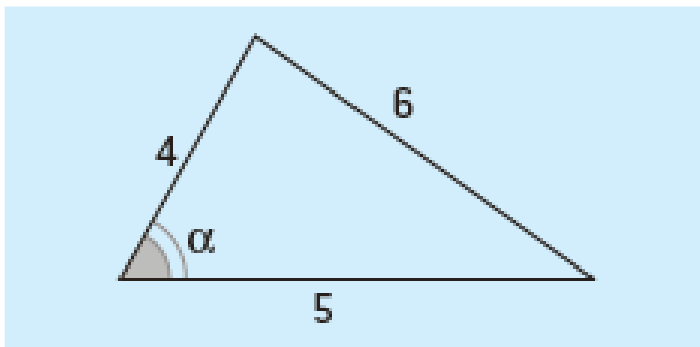
$$x \cong 18 \text{ km}$$

A distância que os separa é de 18 km aproximadamente. Item verdadeiro.

Teorema dos Cossenos

Exemplo 03

- Um triângulo tem lados iguais a 4, 5 e 6. Qual o valor do cosseno do maior ângulo desse triângulo?



$$6^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$36 = 25 + 16 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

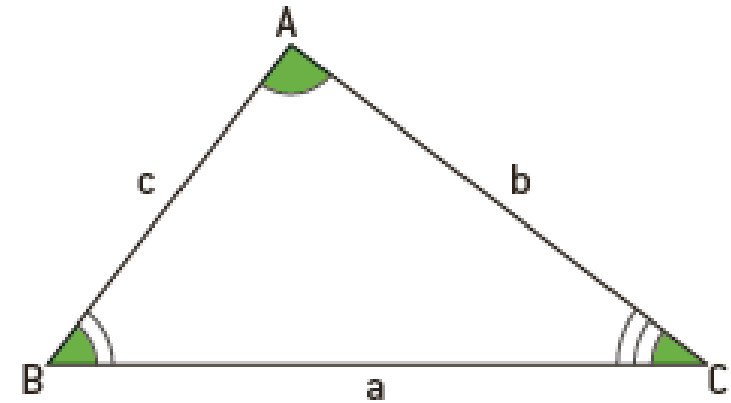
$$-5 = -40 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{8}$$

Teorema dos Cossenos

Aplicações

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$
- Supor que o lado a é a maior medida.
- $a^2 = b^2 + c^2$: ΔABC é retângulo.
- $a^2 < b^2 + c^2$: ΔABC é acutângulo.
- $a^2 > b^2 + c^2$: ΔABC é obtusângulo.



Exemplo 04

- Identifique, quanto aos ângulos, o tipo de triângulo que tem os lados medindo 6, 6 e 10.

Quadrado do maior lado: $10^2 = 100$

Soma dos quadrados dos outros lados: 72

$100 > 72$.

Como o quadrado da medida do maior lado é maior que a soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados, então o triângulo é obtusângulo.

OBRIQADO

Prof. Olavo
Matemática