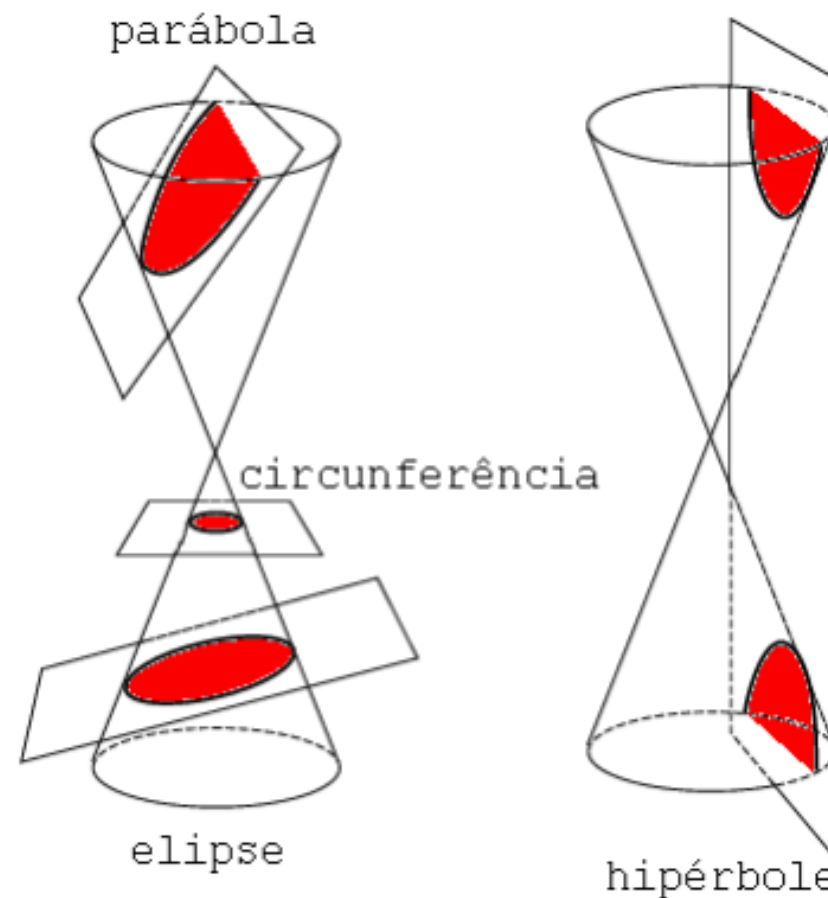


Parábola

Prof. Guilherme Furlan
Matemática

Curvas cônicas

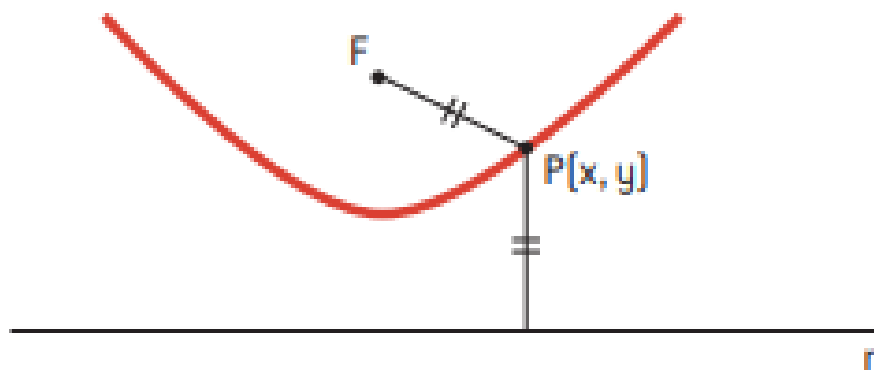
As chamadas curvas cônicas (circunferência, elipse, parábola e hipérbole) são seções planas numa superfície cônica ilimitada



Parábola

Definição

Parábola é o lugar geométrico dos pontos de um plano que são equidistantes de um ponto dado (foco) e de uma reta (diretriz) que não contém F.

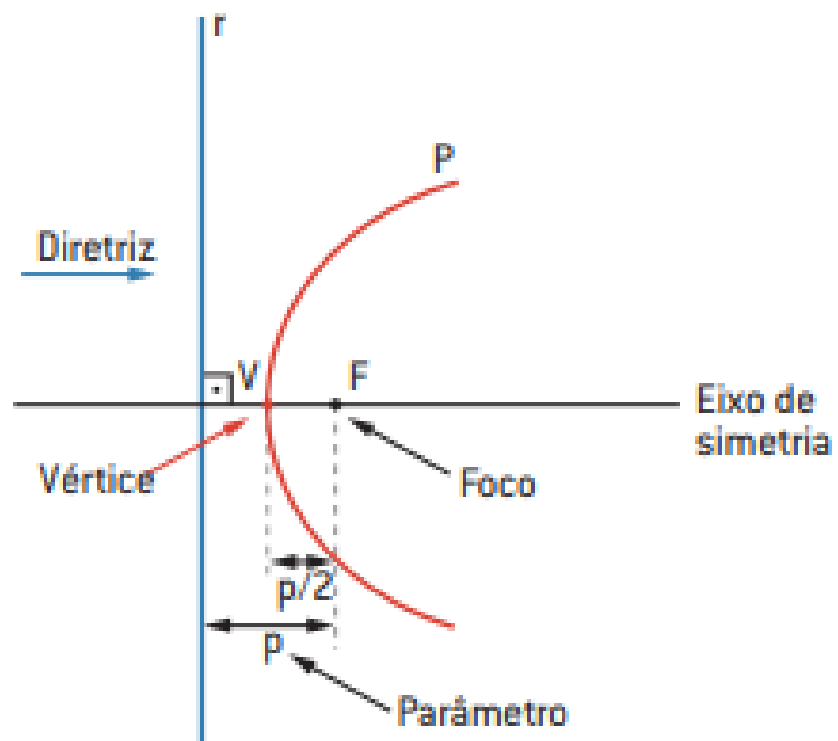


$$d_{P,r} = d_{P,F}$$

Parábola

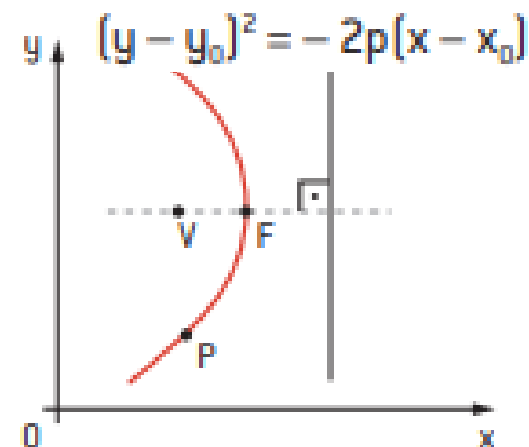
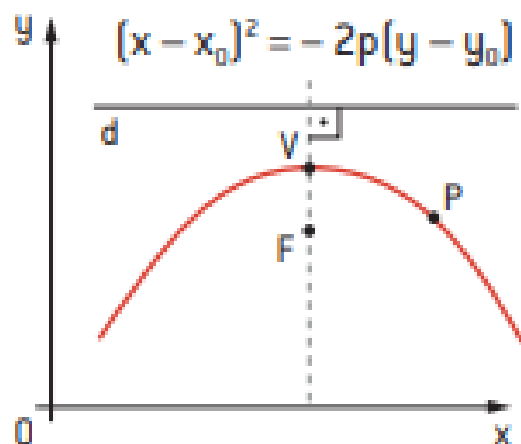
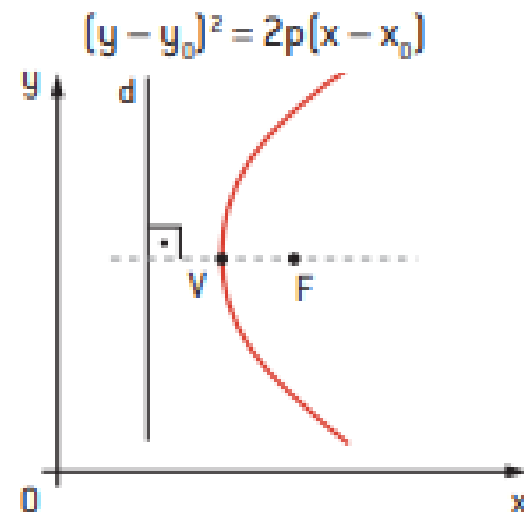
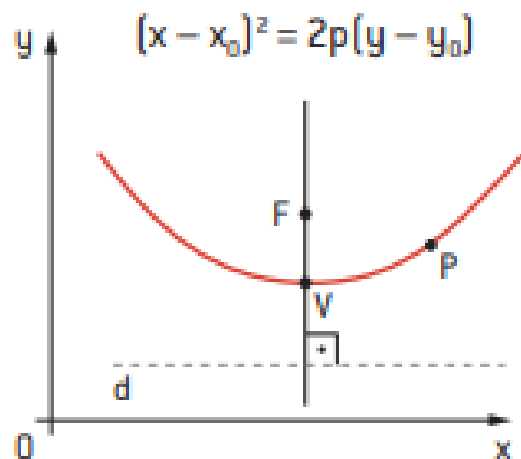
Elementos da parábola

Seja a parábola representada a seguir:



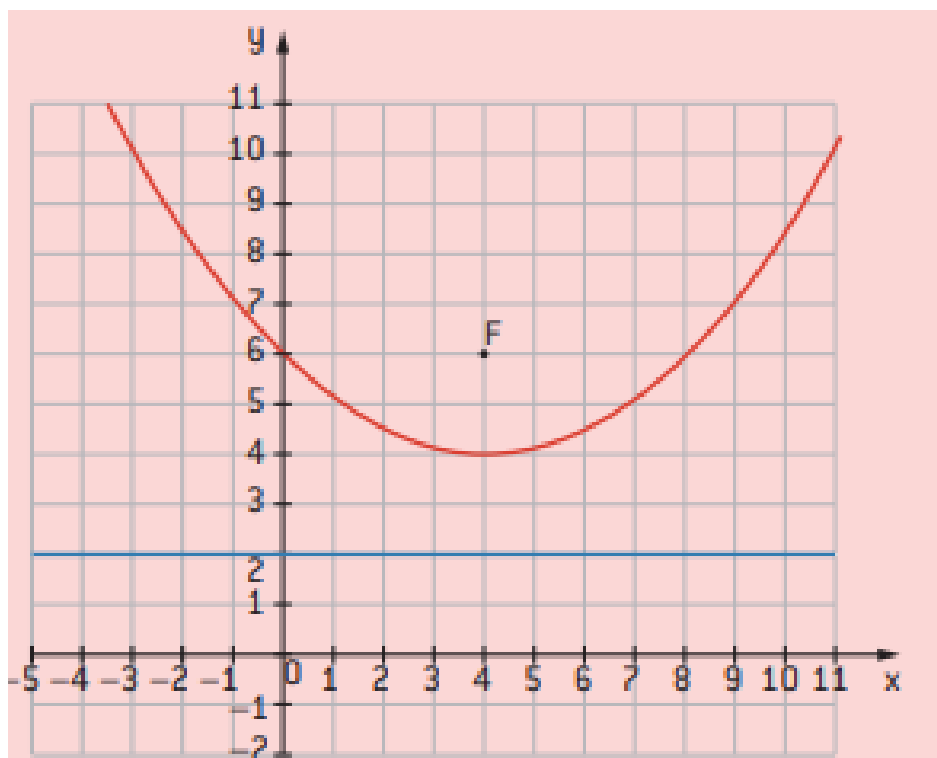
Parábola

Equação reduzida da parábola



Exemplo 01

(Fuvest-SP) Determine uma equação da parábola representada a seguir, que tem foco no ponto $F(4, 6)$ e reta diretriz $r : y = 2$.



Resolução

O parâmetro da parábola é a distância entre o foco e a reta diretriz e, nesse caso, pode-se determinar facilmente esta distância, uma vez que a diretriz é uma reta horizontal. Temos que $p = 4$.

O vértice da parábola é o ponto de coordenadas

$$\left(x_f, y_f - \frac{p}{2}\right) = (4, 6 - 2) = (4, 4).$$

Logo, a equação será da forma:

$$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$$

Portanto:

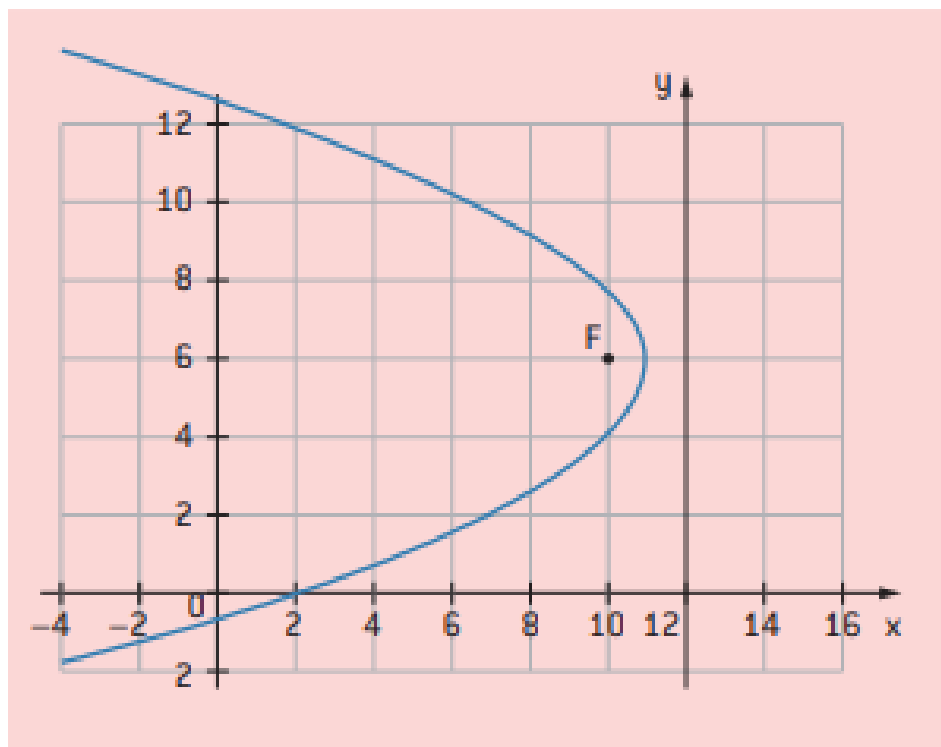
$$(x - 4)^2 = 2 \cdot 4(y - 4)$$

$$x^2 - 8x + 16 = 8y - 32$$

$$x^2 - 8x - 8y + 48 = 0$$

Exemplo 02

(Fuvest-SP) Determine uma equação da parábola representada a seguir, que tem foco no ponto $F(10, 6)$ e reta diretriz $r: x = 12$.



Resolução

O parâmetro da parábola é $p = 2$.

No gráfico, o vértice da parábola é o ponto de coordenadas:

$$\left(x_f + \frac{p}{2}, y_f\right) = (10 + 1, 6) = (11; 6)$$

Logo, a equação será da forma:

$$(y - y_0)^2 = -2p(x - x_0)$$

Portanto:

$$(y - 6)^2 = -2 \cdot 2(x - 11)$$

$$y^2 - 12y + 36 = -4x + 44$$

$$y^2 + 4x - 12y - 8 = 0$$

Exemplo 03

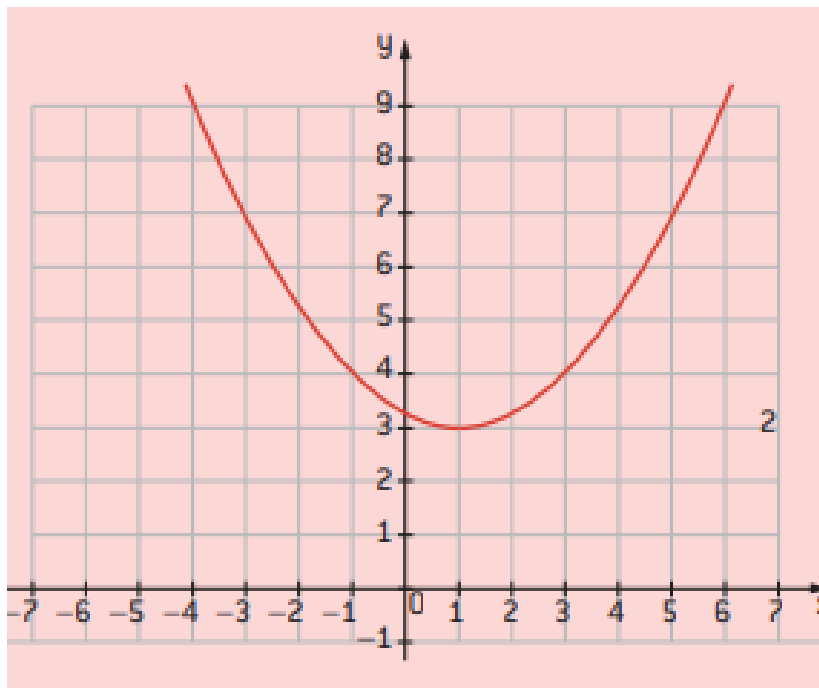
Esboce o gráfico da parábola que tem equação: $(x - 1)^2 = 4(y - 3)$, determine seu foco e a equação da reta diretriz.

Resolução

Compare a equação dada com a equação

$$(x - x_0)^2 = 2p (y - y_0).$$

Na equação, a parábola tem parâmetro $p = 2$, vértice no ponto $(1, 3)$ e concavidade voltada para cima. Logo, o foco será o ponto $F (1, 4)$ e a reta diretriz d terá equação $d: y = 2$, pois a distância entre o foco e a diretriz deve ser equivalente ao parâmetro $p = 2$.



Parábola

Exemplo 04

Represente graficamente, determine o parâmetro, o vértice e a equação da reta diretriz da parábola $\varphi: y^2 = 8x + 4y + 12$

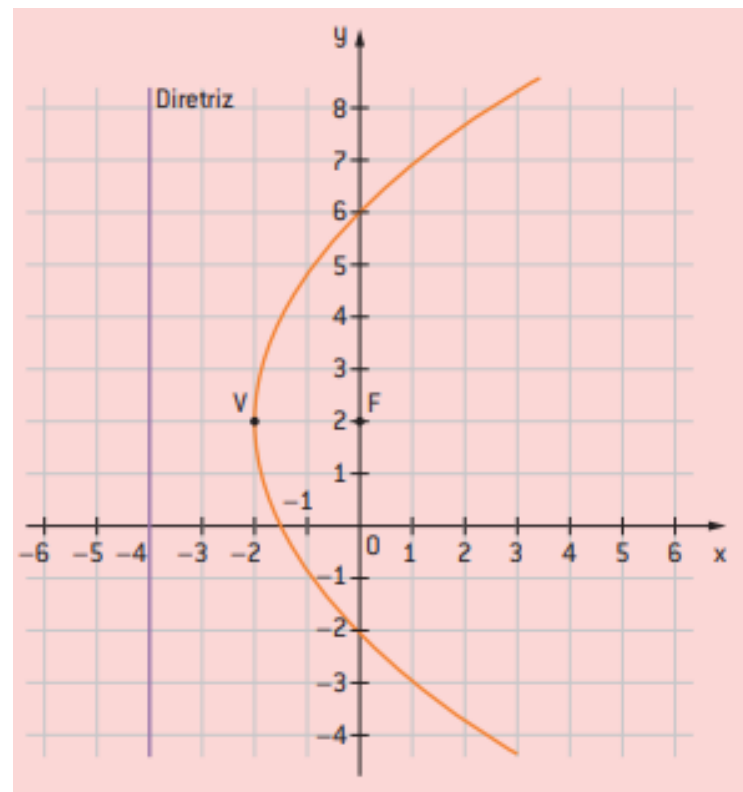
Resolução

Podemos representar a equação na sua forma reduzida completando quadrados:

$$y^2 - 4y = 8x + 12 \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 8x + 12 + 4$$

$$(y - 2)^2 = 8x + 16 \Rightarrow (y - 2)^2 = 8(x + 2)$$

Nessa equação reduzida, as coordenadas do vértice são $(-2, 2)$ e a medida do parâmetro $p = \frac{8}{2} = 4$.



OBRIGADO

Prof. Guilherme Furlan
Matemática