

Polinômios

Critérios de divisibilidade

Prof. Dé
Matemática

- **Método das chaves.**
- **Dispositivo prático de Briot-Ruffini**
- **Teorema do resto**

- Teorema do resto

O resto de $P(x)$ por $x - 3$ é 5. $\Rightarrow P(3) = 5$

Divisibilidade por $(x - a) \cdot (x - b)$

$P(x)$ é divisível por $(x - 1) \cdot (x - 2) \Rightarrow P(1) = 0$ e $P(2) = 0$

$P(x)$ é divisível por $(x - 3) \cdot (x + 5) \Rightarrow P(3) = 0$ e $P(-5) = 0$

$P(x)$ é divisível por $x^2 - x - 6 \Rightarrow P(3) = 0$ e $P(-2) = 0$

$P(x)$ é um polinômio divisível por $(x - a)$ e por $(x - b)$, com $a \neq b$, se, e somente se, $P(x)$ for divisível por $(x - a) \cdot (x - b)$

Divisibilidade por $(x - a) \cdot (x - b)$

Exemplos:

1º Verificar se o polinômio $P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 1$ é divisível por $x^2 - 1$.

2º Calcule a e b para que $P(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$ seja divisível por $(x-1) \cdot (x-2)$

3º Se um polinômio $P(x)$ dividido por $(x-1)$ dá resto 2 e dividido por $(x-2)$ dá resto 1, qual é o resto da divisão de $P(x)$ pelo produto $(x-1) \cdot (x-2)$

Polinômios

(UDESC) Um polinômio $p(x)$ dividido por $x + 1$ deixa resto 16; por $x - 1$ deixa resto 12, e por x deixa resto -1. Sabendo que o resto da divisão de $p(x)$ por $(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot x$ é da forma $ax^2 + bx + c$ então o valor numérico da soma das raízes do polinômio é:

A. () $3/5$

B. () 2

C. () $2/15$

D. () 4

E. () -2

$P(x)$ dividido por $x + 1$ deixa resto 16: $P(-1) = 16$

$P(x)$ dividido por $x - 1$ deixa resto 12: $P(1) = 12$

$P(x)$ dividido por x deixa resto -1: $P(0) = -1$

Polinômios

$$P(-1) = 16$$

$$P(1) = 12$$

$$P(0) = -1$$

$$P(x) = \underbrace{(x+1) \cdot (x-1) \cdot x}_{Q(x)} + ax^2 + bx + c$$

Prova real: $P(x) = (x+1) \cdot (x-1) \cdot x \cdot Q(x) + ax^2 + bx + c$

$$P(0) = (0+1) \cdot (0-1) \cdot 0 \cdot Q(0) + a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$$

$$-1 = c$$

Polinômios

$$P(-1) = 16$$

$$P(1) = 12$$

$$P(0) = -1$$

Prova real: $P(x) = (x+1).(x-1).x.Q(x) + ax^2 + bx - 1$

$$P(-1) = \cancel{(-1+1).(-1-1).(-1).Q(-1)} + a.(-1)^2 + b.(-1) - 1$$

$$16 = a - b - 1$$

$$a - b = 17$$

$$P(1) = \cancel{(1+1).(1-1).(1).Q(1)} + a.(1)^2 + b.(1) - 1$$

$$12 = a + b - 1$$

$$a + b = 13$$

Polinômios

$$P(-1) = 16$$

$$P(1) = 12$$

$$P(0) = -1$$

$$\begin{cases} a - b = 17 \\ a + b = 13 \end{cases} \Rightarrow a = 15 \text{ e } b = -2 \quad c = -1$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = 15x^2 - 2x - 1$$

$$\text{Soma das raízes: } -\frac{b}{a} = -\frac{(-2)}{15} = \frac{2}{15}$$

Gabarito: C