

# Probabilidades: Distribuição Binomial

**Prof. Dé**  
Matemática

# Probabilidades

## Teorema binomial

→  $p(A) = p$

→  $p(B) = 1 - p$

→  $(A + B)^n$

→ Termo geral:  $\binom{n}{k} A^k \cdot B^{n-k} \longrightarrow \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$

## Probabilidades

( ENEM ) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a)  $2 \times (0,2\%)^4$ .

b)  $4 \times (0,2\%)^2$ .

c)  $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$ .

d)  $4 \times (0,2\%)$ .

e)  $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$ .

→ 0,2% probabilidade de ter defeito (D)

→ 99,8% probabilidade de não ter defeito (N)

→  $(D + N)^4 =$

↑  
Número de  
aparelhos

## Probabilidades

( ENEM ) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a)  $2 \times (0,2\%)^4$ .

→ 0,2% probabilidade de ter defeito (D)

b)  $4 \times (0,2\%)^2$ .

→ 99,8% probabilidade de não ter defeito (N)

c)  $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$ .

d)  $4 \times (0,2\%)$ .

e)  $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$ .

→  $(D + N)^4 = \overset{\text{Número de aparelhos}}{\binom{4}{0} D^4 N^0} + \binom{4}{1} D^3 N^1 + \binom{4}{2} D^2 N^2 + \binom{4}{3} D^1 N^3 + \binom{4}{4} D^0 N^4$

→ Probabilidade de levar 4 aparelhos defeituosos

## Probabilidades

( ENEM ) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a)  $2 \times (0,2\%)^4$ .

→ 0,2% probabilidade de ter defeito (D)

b)  $4 \times (0,2\%)^2$ .

→ 99,8% probabilidade de não ter defeito (N)

c)  $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$ .

d)  $4 \times (0,2\%)$ .

e)  $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$ .

→  $(D + N)^4 = \binom{4}{0} D^4 N^0 + \boxed{\binom{4}{1} D^3 N^1} + \binom{4}{2} D^2 N^2 + \binom{4}{3} D^1 N^3 + \binom{4}{4} D^0 N^4$

Número de aparelhos

→ Probabilidade de levar 3 aparelhos defeituosos e 1 sem defeito

## Probabilidades

( ENEM ) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a)  $2 \times (0,2\%)^4$ .

→ 0,2% probabilidade de ter defeito (D)

b)  $4 \times (0,2\%)^2$ .

→ 99,8% probabilidade de não ter defeito (N)

c)  $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$ .

d)  $4 \times (0,2\%)$ .

e)  $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$ .

→  $(D + N)^4 = \binom{4}{0} D^4 N^0 + \binom{4}{1} D^3 N^1 + \boxed{\binom{4}{2} D^2 N^2} + \binom{4}{3} D^1 N^3 + \binom{4}{4} D^0 N^4$

↗ Número de aparelhos

$$\binom{4}{2} =$$

→ Probabilidade de levar 2 aparelhos defeituosos e 2 sem defeito

→  $P = \binom{4}{2} (0,2\%)^2 (0,98\%)^2$

## Probabilidades

( ENEM ) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a)  $2 \times (0,2\%)^4$ .

b)  $4 \times (0,2\%)^2$ .

c)  $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$ .

d)  $4 \times (0,2\%)$ .

e)  $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$ .

→ 0,2% probabilidade de ter defeito (D)

→ 99,8% probabilidade de não ter defeito (N)

↩ Número de aparelhos

→  $(D + N)^4 = \binom{4}{0} D^4 N^0 + \binom{4}{1} D^3 N^1 + \boxed{\binom{4}{2} D^2 N^2} + \binom{4}{3} D^1 N^3 + \binom{4}{4} D^0 N^4$

→ Probabilidade de levar 2 aparelhos defeituosos e 2 sem defeito

→  $P = \binom{4}{2} (0,2\%)^2 (0,98\%)^2$

2

$$\binom{4}{2} = \frac{4.3}{2.1}$$

## Probabilidades

( ENEM ) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a)  $2 \times (0,2\%)^4$ .

b)  $4 \times (0,2\%)^2$ .

c)  $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$ .

d)  $4 \times (0,2\%)$ .

e)  $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$ .

→ 0,2% probabilidade de ter defeito (D)

→ 99,8% probabilidade de não ter defeito (N)

↻ Número de aparelhos

→  $(D + N)^4 = \binom{4}{0} D^4 N^0 + \binom{4}{1} D^3 N^1 + \boxed{\binom{4}{2} D^2 N^2} + \binom{4}{3} D^1 N^3 + \binom{4}{4} D^0 N^4$

→ Probabilidade de levar 2 aparelhos defeituosos e 2 sem defeito

→  $P = \binom{4}{2} (0,2\%)^2 (0,98\%)^2$

2

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$



# Probabilidades

( ENEM ) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a)  $2 \times (0,2\%)^4$ .

b)  $4 \times (0,2\%)^2$ .

c)  $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$ .

d)  $4 \times (0,2\%)$ .

e)  $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$ .

→ 0,2% probabilidade de ter defeito (D)

→ 99,8% probabilidade de não ter defeito (N)

↻ Número de aparelhos

→  $(D + N)^4 = \binom{4}{0} D^4 N^0 + \binom{4}{1} D^3 N^1 + \boxed{\binom{4}{2} D^2 N^2} + \binom{4}{3} D^1 N^3 + \binom{4}{4} D^0 N^4$

→ Probabilidade de levar 2 aparelhos defeituosos e 2 sem defeito

→  $P = \binom{4}{2} (0,2\%)^2 (99,8\%)^2$        $\boxed{P = 6 \cdot (0,2\%)^2 (99,8\%)^2}$

2

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

## Probabilidades

**Exemplo:** Uma pesquisa realizada em um hospital indicou que a probabilidade de um paciente morrer no prazo de um mês, após determinada operação de câncer, é igual a 20%.

Se três pacientes são submetidos a essa operação, calcule a probabilidade de, nesse prazo:

- a) Todos sobreviverem;
- b) Apenas dois sobreviverem.

➡ 20% probabilidade de morrer (A)

➡ 80% probabilidade de sobreviver (B)

↗ Número de pacientes

➡  $(A + B)^3$

## Probabilidades

**Exemplo:** Uma pesquisa realizada em um hospital indicou que a probabilidade de um paciente morrer no prazo de um mês, após determinada operação de câncer, é igual a 20%.


Se três pacientes são submetidos a essa operação, calcule a probabilidade de, nesse prazo:

- a) Todos sobreviverem;
- b) Apenas dois sobreviverem.

➡ 20% probabilidade de morrer (A)

➡ 80% probabilidade de sobreviver (B)

➡  $(A + B)^3 = \binom{3}{0} A^3 B^0 + \binom{3}{1} A^2 B^1 + \binom{3}{2} A^1 B^2 + \binom{3}{3} A^0 B^3$

 Número de pacientes


# Probabilidades

a) Todos sobreviverem;

➡ 20% probabilidade de morrer (A)

➡ 80% probabilidade de sobreviver (B)

➡  $(A + B)^3 = \binom{3}{0} A^3 B^0 + \binom{3}{1} A^2 B^1 + \binom{3}{2} A^1 B^2 + \binom{3}{3} A^0 B^3$

 Número de pacientes

➡  $P = \binom{3}{3} A^0 B^3$

$$P = 1 \cdot (0,2)^0 (0,8)^3$$

$$P = 0,512 \text{ ou } 51,2\%$$


## Probabilidades

b) Apenas dois sobreviverem.

➡ 20% probabilidade de morrer (A)

➡ 80% probabilidade de sobreviver (B)

➡  $(A + B)^3 = \binom{3}{0} A^3 B^0 + \binom{3}{1} A^2 B^1 + \binom{3}{2} A^1 B^2 + \binom{3}{3} A^0 B^3$

 Número de pacientes

➡  $P = \binom{3}{2} A^1 B^2$


$$P = 3 \cdot (0,2)^1 (0,8)^2$$


$$P = 3 \cdot 0,2 \cdot 0,64 \quad \boxed{P = 0,384 \text{ ou } 38,4\%}$$


## Probabilidades


**(Acafe)** Uma prova consta de 7 questões de múltipla escolha, com 4 alternativas cada uma, e apenas uma correta. Se um aluno escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada questão, a probabilidade de que ele acerte ao menos uma questão da prova é de, aproximadamente:

a) 87%. **Atenção:** Em cada questão temos 4 alternativas e apenas uma correta, ou seja, temos 1 correta e 3 erradas, logo.

c) 90%.   $\frac{1}{4}$  probabilidade de acertar (A)

d) 47%.   $\frac{3}{4}$  probabilidade de errar (E)

 Número de Questões

  $(A + E)^7$


## Probabilidades


**(Acafe)** Uma prova consta de 7 questões de múltipla escolha, com 4 alternativas cada uma, e apenas uma correta. Se um aluno escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada questão, a probabilidade de que ele acerte ao menos uma questão da prova é de, aproximadamente:


a) 87%. **Atenção:** Em cada questão temos 4 alternativas e apenas uma correta, ou seja, temos

b) 85%. 1 correta e 3 erradas, logo.

c) 90%.   $\frac{1}{4}$  probabilidade de acertar (A)

d) 47%.   $\frac{3}{4}$  probabilidade de errar (E)

 Número de Questões

  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \binom{7}{7} A^0 E^7$

# Probabilidades

↗ Número de Questões

➡  $(A + E)^7 = \boxed{\binom{7}{0} A^7 E^0} + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \binom{7}{7} A^0 E^7$

➡ Probabilidade de Acertar as 7 questões



# Probabilidades

↗ Número de Questões

➡  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \boxed{\binom{7}{1} A^6 E^1} + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \binom{7}{7} A^0 E^7$

➡ Probabilidade de Acertar 6 questões e errar uma questão.

# Probabilidades

↪ Número de Questões

→  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \boxed{\binom{7}{2} A^5 E^2} + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \binom{7}{7} A^0 E^7$

→ Probabilidade de Acertar 5 questões e errar 2 questões.

# Probabilidades

↗ Número de Questões

→  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \boxed{\binom{7}{3} A^4 E^3} + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \binom{7}{7} A^0 E^7$

→ Probabilidade de Acertar 4 questões e errar 3 questões.

# Probabilidades

↗ Número de Questões

➡  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \boxed{\binom{7}{4} A^3 E^4} + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \binom{7}{7} A^0 E^7$

➡ Probabilidade de Acertar 3 questões e errar 4 questões.

# Probabilidades

↖ Número de Questões

→  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \boxed{\binom{7}{5} A^2 E^5} + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \binom{7}{7} A^0 E^7$

→ Probabilidade de Acertar 2 questões e errar 5 questões.

# Probabilidades

↗ Número de Questões

➡  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \boxed{\binom{7}{6} A^1 E^6} + \binom{7}{7} A^0 E^7$

➡ Probabilidade de Acertar 1 questões e errar 6 questões.

# Probabilidades

↗ Número de Questões

➡  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \boxed{\binom{7}{7} A^0 E^7}$

➡ Probabilidade de errar 7 questões. (única possibilidade que não queremos)

# Probabilidades

↗ Número de Questões

➡  $(A + E)^7 = \binom{7}{0} A^7 E^0 + \binom{7}{1} A^6 E^1 + \binom{7}{2} A^5 E^2 + \binom{7}{3} A^4 E^3 + \binom{7}{4} A^3 E^4 + \binom{7}{5} A^2 E^5 + \binom{7}{6} A^1 E^6 + \boxed{\binom{7}{7} A^0 E^7}$

➡ Probabilidade de errar 7 questões. (única possibilidade que não queremos)

**(Acafe)** Uma prova consta de 7 questões de múltipla escolha, com 4 alternativas cada uma, e apenas uma correta. Se um aluno escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada questão, a probabilidade de que ele acerte ao menos uma questão da prova é de, aproximadamente:

a) 87%. ➡  $\frac{1}{4}$  probabilidade de acertar (A) ➡  $\frac{3}{4}$  probabilidade de errar (E)

b) 85%.

c) 90%. ➡  $P = 1 - \binom{7}{7} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^7$

d) 47%.

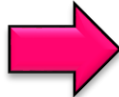


## Probabilidades

**(Acafe)** Uma prova consta de 7 questões de múltipla escolha, com 4 alternativas cada uma, e apenas uma correta. Se um aluno escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada questão, a probabilidade de que ele acerte ao menos uma questão da prova é de, aproximadamente:

a) 87%.   $\frac{1}{4}$  probabilidade de acertar (A)   $\frac{3}{4}$  probabilidade de errar (E)

b) 85%.

c) 90%.   $P = 1 - \binom{7}{7} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^7$

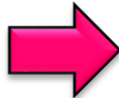
d) 47%.

## Probabilidades

**(Acafe)** Uma prova consta de 7 questões de múltipla escolha, com 4 alternativas cada uma, e apenas uma correta. Se um aluno escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada questão, a probabilidade de que ele acerte ao menos uma questão da prova é de, aproximadamente:

a) 87%.   $\frac{1}{4}$  probabilidade de acertar (A)   $\frac{3}{4}$  probabilidade de errar (E)

b) 85%.

c) 90%.   $P = 1 - \binom{7}{7} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^7$

d) 47%.

$$P \cong 1 - 1.1. \mathbf{0,13}$$

$P \cong 0,83$

## Probabilidade Caótica

$$P_n = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots \frac{1}{n!}$$

$$P_n = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots \frac{1}{n!}$$

Dirceu, Luciano, Rogério e André fizeram um amigo de final de ano, ao colocar seus nomes em um papel para cada participante pegar seu amigo. Qual a probabilidade de nenhum participante retire seu próprio nome?

$$P_4 = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} = \frac{9}{24}$$