Progressão Geométrica: Definição e Termo Geral

Prof. Dé

Matemática

estuda.com

Progressão Geométrica

Definição

PG é uma sequência numérica onde cada termo, a partir do segundo, é o anterior multiplicado por uma constante q chamada razão da PG.

$$\boxed{a_{n+1} = a_n.q}$$

Exemplos

(3, 6, 12, 24, 48, ...) é uma PG de primeiro termo a_1 = 3 e razão q = 2.

x(2) x(2) x(2)

$\left(-36,-18,-9,-\frac{9}{2},-\frac{9}{4},\dots\right)$ é uma PG de primeiro termo a_1 = -36 e razão q = 1/2.

x(1/2)x(1/2)

Classificacão

1) Crescente:

(3, 6, 12, 24, 48, ...) $a_1 > 0$ e $q > 1$

(-81, -27, -9, -3, -1, ...) $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$

2) Decrescente:

(64, 16, 4, 1, ...) $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$

(-1, -5, -25, -125,...) $a_1 < 0$ e $q > 1$

3) Alternante:

(1, -3, 9, -27, 81,...) $q < 0$

4) Constante:

(10, 10, 10, 10,...) $q = 1$

5) Singular:

(312, 0, 0, 0, 0,...) $a_1 = 0$ ou $q = 0$

Fórmula do Termo Geral

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n)$$

$$a_2 = a_1 . q$$

$$a_3 = a_1 . q^2$$

$$a_4 = a_1 . q^3$$

$$a_n = a_1 . q^{n-1}$$

Treinando:

$$a_5 = a_2 . q^3$$

$$a_{10} = a_6 . q^4$$

$$a_3 = a_7 . q^{-4}$$

(ACAFE) Um atleta se propôs a adotar um programa de condicionamento físico de 30 dias. Cada dia ele correu 50% a mais do que no dia anterior. Se no 1º dia ele correu 800 m, então, é **correto** afirmar que no 6º dia ele correu:

A) 13150 m **B)** 4050 m **C)** 2025 m **D)** 6075 m

Resolução:

P.G. de razão 1,5

$a_1 = 800$ m

$$a_6 = a_1 . q^5$$

$$a_6 = 800.(1,5)^5$$

$$a_6 = 800.\left(\frac{3}{2}\right)^5 = 6075m$$

(UDESC) Sabendo que $a_4 + a_6 = 160$ e $a_7 + a_9 = 1280$, calcule :
a) A razão da PG **b)** a_2

Resolução:

a)
$$a_7 + a_9 = 1280$$
$$a_4.q^3 + a_6.q^3 = 1280$$
$$q^3(a_4 + a_6) = 1280$$
$$q^3.\ 160 = 1280$$
$$q^3 = 8$$
$$\mathbf{q = 2}$$

b)
$$a_2.q^2 + a_2.q^4 = 160$$
$$a_2(q^2 + q^4) = 160$$
$$a_2(2^2 + 2^4) = 160$$
$$a_2.20 = 160$$
$$\mathbf{a_2 = 8}$$

Se três termos (a, b, c) pertencem nesta ordem a uma P.G. então:

$$q = \frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$b^2 = a.c$$

(UFSC) Se três números distintos formam uma progressão aritmética, então eles não formam uma progressão geométrica.

Três termos em P.A.: $(x - r, x, x + r)$

Se formarem P.G.: $b^2 = a.c$

$$\boxed{x^2 = (x - r).(x + r)}$$

$$x^2 = x^2 - r^2$$

$$0 = - r^2$$

$$r = 0$$

Verdadeiro

(UFRJ) Quatro números são tais que, o primeiro é igual ao quarto, os três primeiros formam uma PA de razão 6 e os três últimos uma PG. Determine-os :

(UFRJ) Quatro números são tais que, o primeiro é igual ao quarto, os três primeiros formam uma PA de razão 6 e os três últimos uma PG. Determine-os :

PA $(x - r, x, x + r)$

PG $(b^2 = a.c)$

$(x – r, x, x + r, x – r)$

$(x – 6, x, x + 6, x – 6)$ **P.G.**

$(- 2 - 6, - 2, - 2 + 6, - 2 - 6)$

$(- 8, - 2, + 4, - 8)$

$(x + 6)^2 = x(x – 6)$

$\cancel{x^2} + 12x + 36 = \cancel{x^2} - 6x$

$18x = - 36$

$x = - 2$

Qual a razão quando interpola-se geometricamente 6 termos entre 3 e 384.

PG (**3**, a, b, c, d, e, f, **384**)

a_1 $\qquad\qquad$ a_8

$$a_8 = a_1 \,.\, q^7$$

$$384 = 3 \,.\, q^7$$

$$q^7 = 128$$

$$\mathbf{q = 2}$$

Notações Especiais

P.G. de 3 termos

$$\left(\frac{x}{q}, x, x.q\right)$$

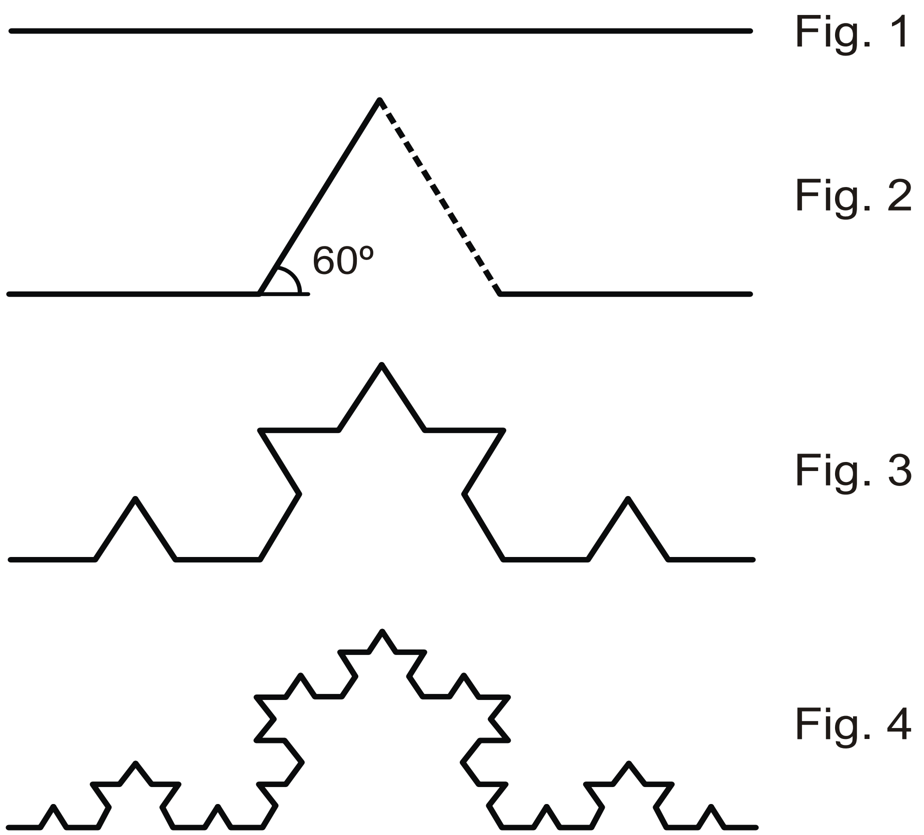
P.G. de 5 termos

$$\left(\frac{x}{q^2}, \frac{x}{q}, x, x.q, x.q^2\right)$$

P.G. de 4 termos

$$\left(\frac{x}{q^3}, \frac{x}{q}, x.q, x.q^3\right)$$

Para construir uma curva "floco de neve", divide-se um segmento de reta (Figura 1) em três partes iguais. Em seguida, o segmento central sofre uma rotação de 60°, e acrescenta-se um novo segmento de mesmo comprimento dos demais, como o que aparece tracejado na Figura 2. Nas etapas seguintes, o mesmo procedimento é aplicado a cada segmento da linha poligonal, como está ilustrado nas Figuras 3 e 4.



Se o segmento inicial mede 1 cm, o comprimento da curva obtida na sexta figura é igual a

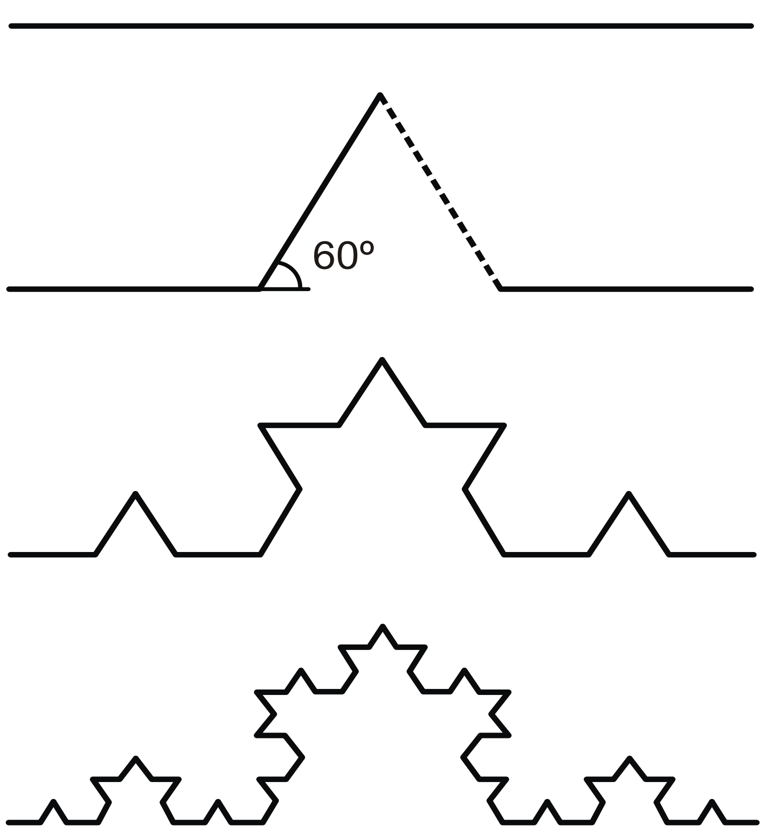


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

a) $\left(\frac{6!}{4!.3!}\right)$cm

b) $\left(\frac{5!}{4!.3!}\right)$cm

c) $\left(\frac{4}{3}\right)^5$ cm

d) $\left(\frac{4}{3}\right)^6$ cm

e) 10 cm

Progressão Geométrica

$a_1 = 1\ cm$

x 4/3

$a_2 = 4/3\ cm$

x 4/3

$a_3 = 16/9\ cm$

$a_6 = a_1 . q^5$

$a_6 = 1 . \left(\frac{4}{3}\right)^5$

$a_6 = \left(\frac{4}{3}\right)^5$

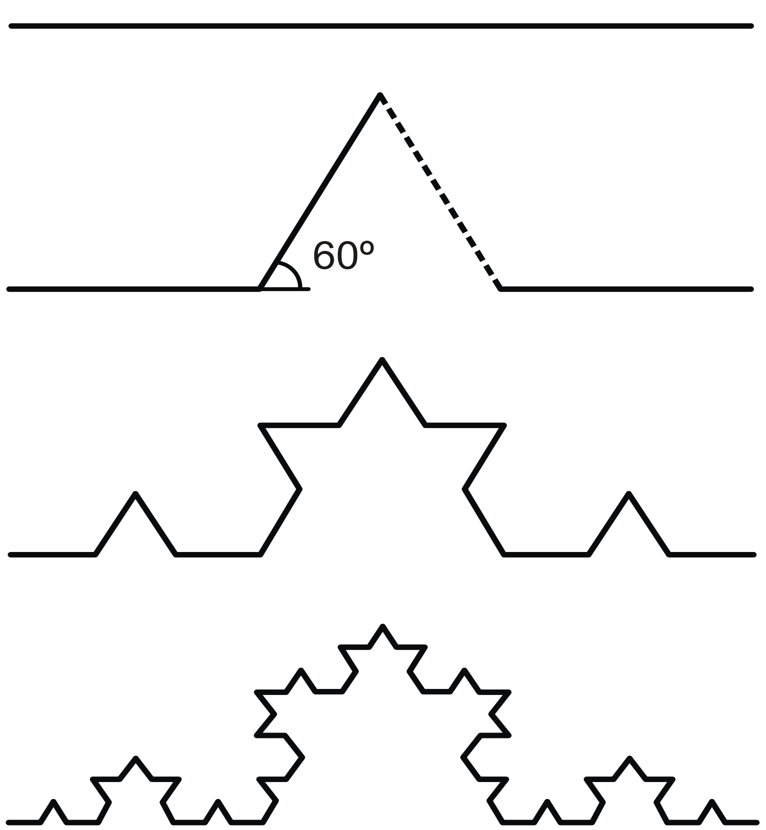


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4