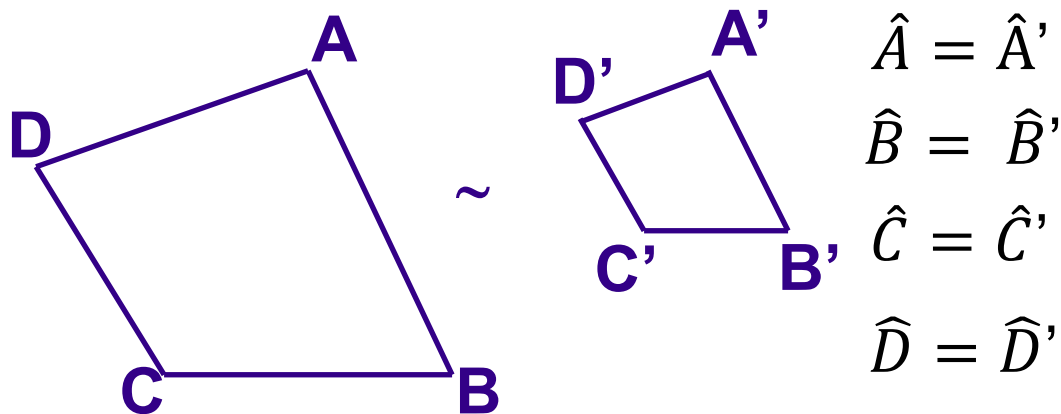


Razão entre áreas de figuras semelhantes

Prof. Léo
Matemática

Razão entre áreas de figuras semelhantes

Definição: Dois polígonos são semelhantes quando possuem os ângulos respectivamente congruentes e os lados homólogos (correspondentes) proporcionais.



Os polígonos ABCD e A'B'C'D' são semelhantes

Razão de semelhança

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{DC}{D'C'} = \frac{CB}{C'B'} = k$$

Razão entre áreas de figuras semelhantes

Relações Lineares

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{2p_1}{2p_2} = k$$

Relação com Área

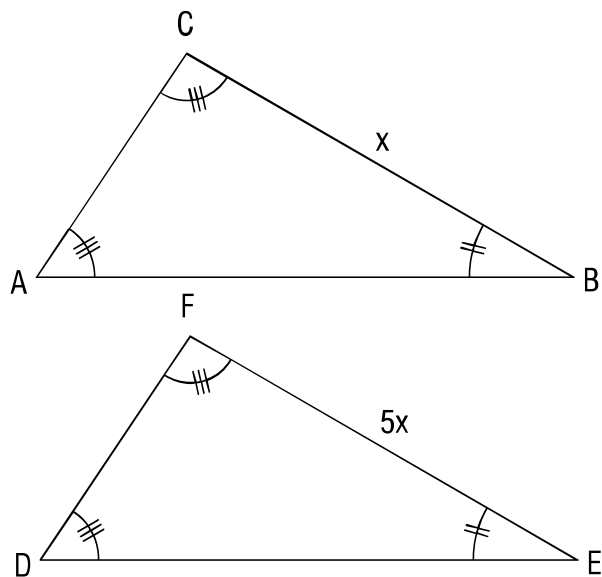
$$\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \frac{A_1}{A_2} = k^2$$

Relação com Volume

$$\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 = \frac{V_1}{V_2} = k^3$$

Razão entre áreas de figuras semelhantes

Exemplo: UFSC - 2010 | As figuras abaixo mostram dois triângulos semelhantes. Se a área do menor é de 10 cm^2 , então a área do maior é de 50 cm^2 .



$$\left(\frac{x}{5x}\right)^2 = \frac{10}{A}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{10}{A}$$

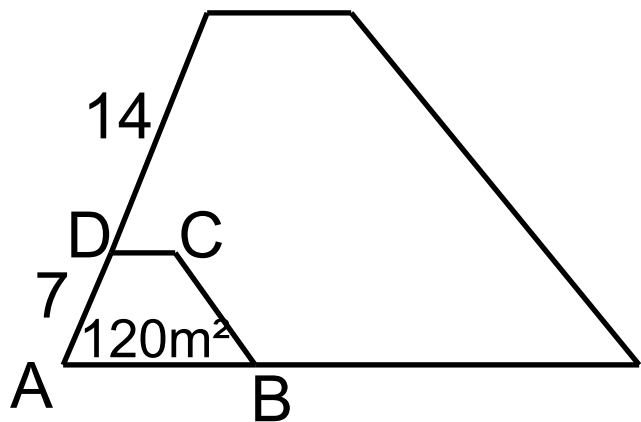
$$\frac{1}{25} = \frac{10}{A}$$

$$A = 250 \text{ cm}^2$$

Incorreto

Razão entre áreas de figuras semelhantes

Exemplo: Uma cidade possui uma praça no formato de um quadrilátero ABCD com 120m^2 , onde AD têm 7m , conforme a figura. O prefeito da cidade decidiu aumentar o lado AD em mais 14m e manter o mesmo formato do quadrilátero. Qual será a nova área A da praça?



$$\left(\frac{7}{21}\right)^2 = \frac{120}{A}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{120}{A}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{120}{A}$$

$$A = 1080\text{m}^2$$

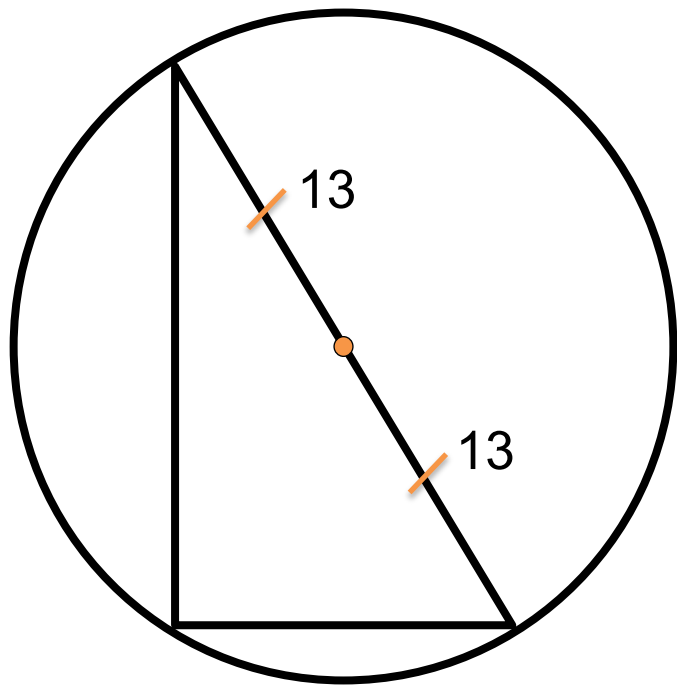
Razão entre áreas de figuras semelhantes

Seja ABC um triângulo retângulo de hipotenusa 26 e perímetro 60. A razão entre a área do círculo inscrito e do círculo circunscrito nesse triângulo é, aproximadamente,

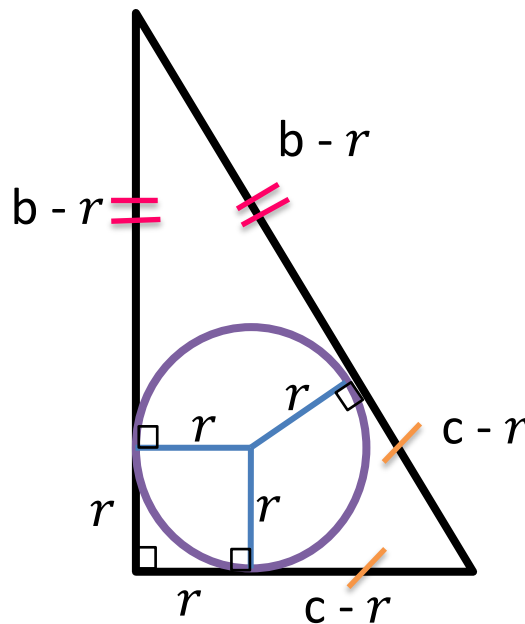
- a. 0,035
- b. 0,055
- c. 0,075
- d. 0,095
- e. 0,105

Razão entre áreas de figuras semelhantes

Resolução: o perímetro é 60 cm e a hipotenusa vale 26 cm



$$\boxed{R = 13}$$



$$\rightarrow 26 + b + c = 60$$

$$\boxed{b + c = 34}$$

$$\rightarrow b - r + c - r = 26$$

$$34 - 2r = 26$$

$$8 = 2r$$

$$\boxed{r = 4}$$

\rightarrow Razão entre as áreas:

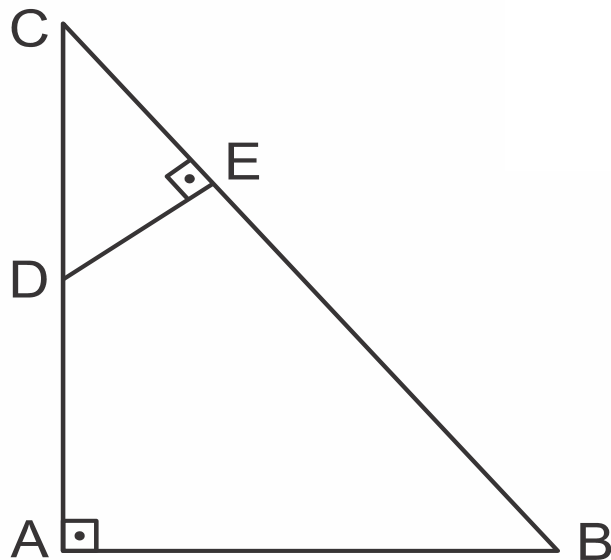
$$k = \left(\frac{4}{13}\right)^2 \quad k = \frac{16}{169} \quad \boxed{k \cong 0,095}$$

Razão entre áreas de figuras semelhantes

(Acafe) A praça de uma cidade tem a forma de um triângulo retângulo ABC e está sendo reformada. A região triangular foi dividida em duas partes, conforme a figura abaixo. A região formada pelo triângulo CDE será destinada aos jardins e a região formada pelo quadrilátero $ABED$ será usada para passeios e eventos.

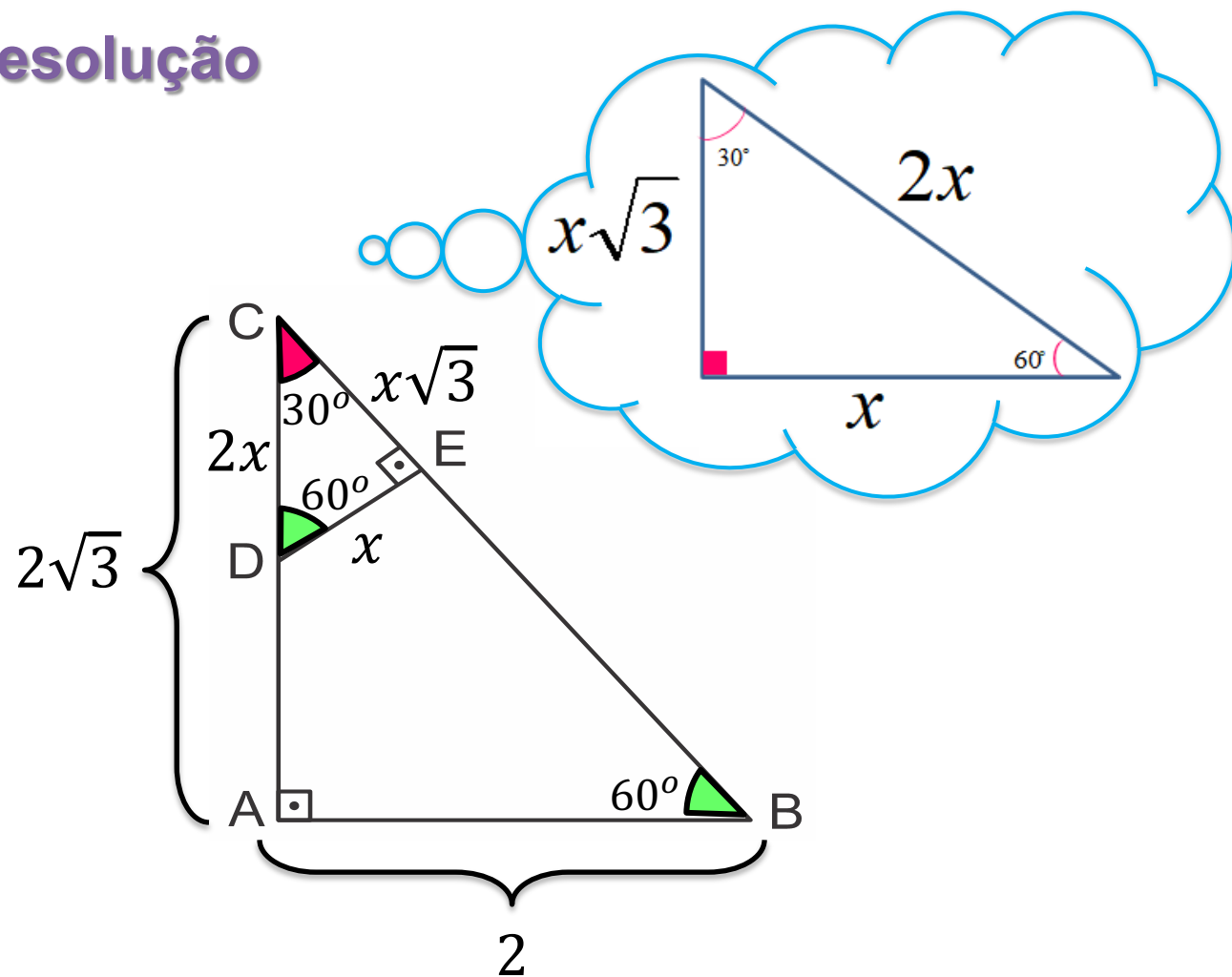
Sabendo-se que as dimensões são $AB = 2 \text{ km}$, $AC = 2\sqrt{3} \text{ km}$ e $AD = 4DE$, a razão entre a área destinada aos passeios e eventos e a área dos jardins é igual a:

- a) $\frac{11}{6}$.
- b) $\frac{11}{2}$.
- c) $\frac{11}{4}$.
- d) 11.



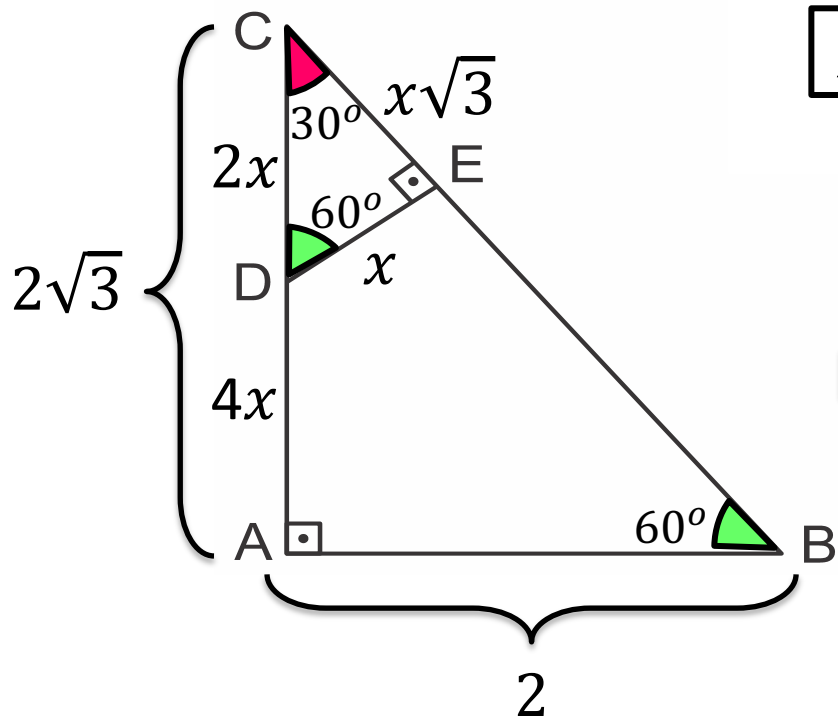
Razão entre áreas de figuras semelhantes

Resolução



Razão entre áreas de figuras semelhantes

Resolução



➔ Área do triângulo ABC:

$$A = \frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{2}$$

$$A = 2\sqrt{3}$$

➔ $6x = 2\sqrt{3}$

$$x = \frac{2\sqrt{3} : 2}{6 : 2}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

➔ $\frac{A_g}{A_p} = \left(\frac{L}{l}\right)^2$

$$\frac{2\sqrt{3}}{A_p} = \left(\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}\right)^2$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{A_p} = \frac{4}{\frac{9}{3}}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{A_p} = \frac{4}{1 \cdot 3}$$

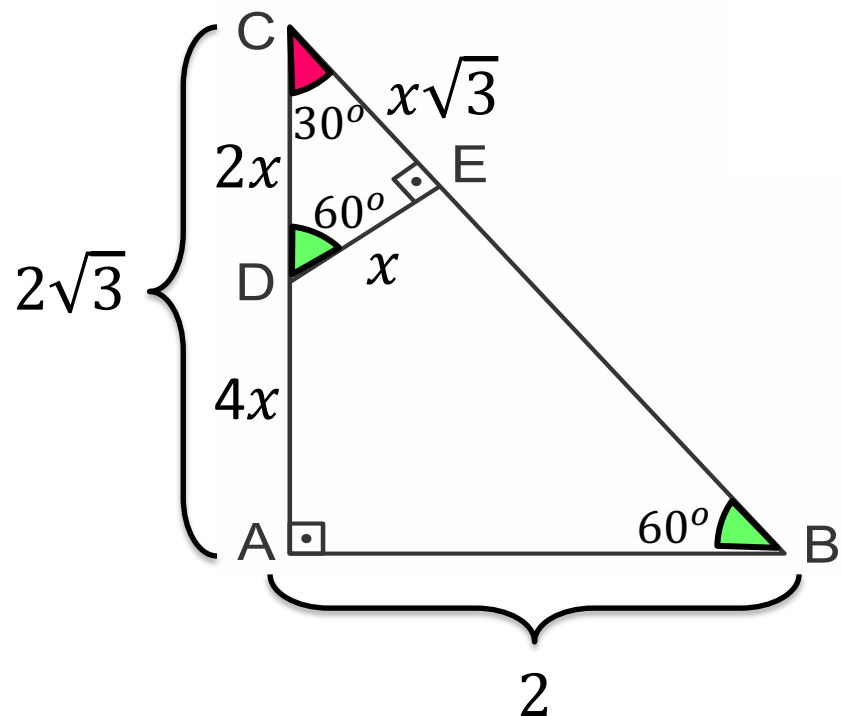
$$\frac{2\sqrt{3}}{A_p} = 12$$

$$A_p = \frac{2\sqrt{3} : 2}{12 : 2}$$

$$A_p = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Razão entre áreas de figuras semelhantes

Resolução



→ Área do triângulo ABC : $A = 2\sqrt{3}$

→ Área do triângulo CDE : $A_p = \frac{\sqrt{3}}{6}$

→ Área do Quadrilátero $ABDE$:

$$A_Q = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} \quad A_Q = \frac{11\sqrt{3}}{6}$$

→ Razão entre a quadrilátero $ABDE$ e do triângulo CDE :

$$R = \frac{\frac{11\sqrt{3}}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{6}} \quad R = 11$$

Obrigado

Prof. Léo
Matemática